

ABSTRACTS

Tadeusz Bil

Bennett Mechanism in the geometry of tori

Works of many authors present Bennett Mechanism as an example of inconsistency of models for calculating degrees of freedom. Based on the classic equations, spatial mechanism's degree of freedom is negative (-2). Frequently, such a mechanism is presented as one with overconstraints of unspecified nature. However, the actual degree of freedom of a mechanism discovered by Bennett equals unity. This paper shows the mechanism is constructed with radii of two overlapping tori obtained with use of different parameters. This explains the actual degree of freedom of the mechanism by qualifying it to the common group together with plane and spherical mechanisms.

Andrzej Burghardt

Modelling of dynamic mobile robot using a Appell equation

In this article I present dynamic movement equation of the mobile robot, built by using Appell equation. As an example I chose the mobile robot Amigobot which characterized by physical size like moment of inertia, mass ect. used during modelling. The robot was given kinematic equation of movement which allowed to describe the speed and acceleration of characteristic points. Moreover, I eliminated unknown values a force dry friction from the model by using Maggi equations. In the research we used the program Maple for generating equations.

Jacek Buśkiewicz

Optimal synthesis of open paths generators

The synthesis method of planar mechanisms generating open paths was presented. On the base of taken assumptions mathematical formulas for the synthesis of four-bar linkage and crank-slider mechanism were derived. The method can be adopted to the other planar mechanisms with three moving links. The results of the numerical experiments for chosen curves were presented and discussed.

Łukasz Derpeński, Andrzej Seweryn

Experimental investigation of ductile fracture specimens with nothes made of aluminium alloy EN-AW 2024 and EN-AW 2007

The paper presents results of experimental tests on uniaxial tension specimens with radius nothes made with ductile material-aluminum alloy: EN-AW 2024 and EN-AW 2007. Authors pay attentions to shape of crack surface, changing of critical forces and maximum displacement – the reasons depends on notch's radius and diameter of specimen at notch root.

Łukasz Dworzak, Tadeusz Mikulczyński

Synthesis Graffpol method of concurrent procedures in which steps execution is indicated by logic and time conditions

The paper presents a method for the synthesis of con-current control algorithms in which control steps execution is indicated by logic and time therms. The developed principles simplify the network transformation method (MTS) of program-ming production processes in the scope of the memory realisation. Thanks to this, time for synthesising the schematic equation can be significantly reduced in comparison to the MTS method. The designed schematic equation makes a ground for writing an application program of a PLC using any language defined in standard PN- EN 61131-3:2004-Programmable controllers-Part 3: Programming languages.

Tomasz Geisler

Free vibration analysis of the body system of the truck crane DST-0285 with considration of the system configuration changes

The coupled model of the truck crane consisted the main units of the machine is considered. The model has been completed by the use of the COSMOS/M package with the application of the finite element method. On the basis of the created models the investigations of the influence of the load position and the configuration changes of the truck crane on the system's free vibration frequencies have been done. The exemplary numerical results of the completed investigations have been presented.

Andrzej Kazberuk, Michał Niedźwiedź

Effect of notch shape on the stress distribution alongside edges

The stress field distribution alongside edges of two different infinite V-notch contours was presented. The comparison included hyperbolic notch and wedge with straight edges rounded at the top with the circular arc. The notch opening angles and curvature at notch apices were the same. Two basic stress states – symmetrical (mode I) and antisymmetrical (mode II) were analyzed.

Tomasz Kopecki, Hubert Dębski

Post-critical deformations state of multi-section, multi-stringer thin walled structure, subjected to the torsion. Experimental research and non-linear numerical analysis

Paper presents results of experimental and numerical research of thin-walled structure reinforced by ten stringers and four frames, subjected to the torsion. The experimental structure was made of the polycarbonate, for which the tensile strength test was carried out and material constants determined. It also characterized by the high optical activity thanks to which it became possible to obtain qualitative information about optical effect distribution in circular polarization conditions. As the result of the torsional load, the post-critical deformations state comes out in all area of the model. Using non-linear numerical analyses, keeping the compliance of equilibrium paths, the stress field considering bending and membrane effects was obtained.

Janusz Kowal, Andrzej Sioma

The method of building 3D product image using vision system

The article discusses of using possibility three-dimensional vision system in process of 3D product image building. The method of selecting suitable geometry for vision system based on camera and laser lighting is presented. The influence of geometry selection on resolution in vision system and the method of image processing are presented for creating the profile of height in product section.

Piotr Krawiec

Design and forming of teeth of noncircular cogbelt pulleys

There was presented issue of design and forming of teeth of noncircular cogbelt pulleys. There were discussed classical manufacturing methods of pulleys and there were pointed their advantages and disadvantages. There were given basic mathematical relationships applied to description of geometrical features of envelope of noncircular pulleys. There were presented researches, which are illustrated in photos, conducted by author in scope of noncircular pulleys production. There was pointed a lack of standardization of measuring methods of geometrical features and surface stereometry of noncircular pulleys.

Tomasz Kuźmierowski

Analysis of the geometrical accuracy of the positioning of the effector of the parallel manipulator spatial type Triplanar

The article presents an analysis of geometric accuracy of the positioning of the effector of the triplanar manipulator. This construction is a spatial parallel manipulator with effector of six degrees of freedom. The author presents the simulation and workplace examinations of the geometric accuracy of positioning in the functions of the height of the point of the work for chosen manipulator's configuration parameters.

Paweł Łaski, Ryszard Dindorf, Jakub Takosoglu, Piotr Woś

Project of pneumatic parallel manipulator type Delta with pneumatic muscle actuators

In the paper a design of electro-pneumatic parallel 3-DOF manipulator type of DELTA with pneumatic muscle actuator are presented. The solid model, construction, control system and design work are performed. Positioning control of pneumatic bi-muscular driving system was designed and constructed by means of xPC Target software of Matlab-Simulink package for rapid prototyping and hardware-in-the-loop simulation.

Jerzy Madej, Maksymilian Dudyk

Numerical simulation of thermal identification of gas porosity and inclusions in aluminum alloys

The paper presents the results of numerical simulations showing temperature distribution in the mould aluminum casting during the pouring mould and in the early phase of self-cooling of the casting. Special attention was devoted to the influence of gas pores and inclusions on the temperature distribution on the casting surface during self-cooling in steel mould. A possibility of locating inner defects by means of analysis of distribution of temperature on the casting surface submitted with short thermal impulse was investigated. Changes of thermal conductance caused by the presence of inner defects were observed by analyzing the temperature distribution on the casting surface. These changes presented on the included thermographs and thermo profiles enable to unequivocally locate the regions containing defects. The results achieved confirm the effectiveness of the thermal method for locating potential defect regions in alloys directly after the pouring into moulds and for diagnosing the defects in ready castings.

Romuald Mosdorf, Tomasz Wyszowski

The gas bubbles detachment from the nozzle experimental investigations and modelling

The result of experimental investigations of bubbles emission from brass nozzle with inner diameter equal to 1.1mm has been presented. The air pressure, time of passing bubbles through laser beam and dynamics of bubbles deformation have been simultaneously recorded. The bubbles detachment from the nozzle has been modelled using the set of ODE which describes the spring interaction between gas bubble and liquid. In the model and experiment the chaotic behaviours of bubbles have been observed. The obtained results can be summarized as follows: the chaotic behaviours of bubbles detachment from the nozzle can be caused by non-linear character of interaction between liquid and the system consisting of spherical bubble and air supply system.

Andrzej A. Stępniewski

Analysis of structural, geometrical and static of knee-joint mechanism

This article shows structural, geometrical and static analysis of the knee-joint. Mobility was determined and passive bonds were identified. The basic dimensions were defined, necessary for description of geometry of joint. Simplified flat model was accepted for mobility analysis. Using the transformation of arrangement co-ordinate Denavit-Hartenberg, vectors of sites characteristic of bones of femoral bone, according to tibial bone were defined. Loads of elements of the joint were set. Computational being example was put illustration of discussed algorithm.

Jakub Takosoglu, Ryszard Dindorf, Paweł Łaski, Piotr Woś

Positioning of electro-pneumatic servo-drive with direct displacement and velocity transducer

In the paper a research stand to positioning of electro-pneumatic servo-drive with direct displacement and velocity transducer are presented. The fuzzy logic controller constitute the control system. The performance control of the pneumatic servo-drive with new transducer was checked by means of standard performance index.

Mirosław Tarasiuk, Zdzisław Gosiewski

Speech segmentation in polish language by wavelet transformation

This article introduces an conception on polish spoken words segmentation using wavelet transformation. There was suggested an algorithm and presented achievements made during researches. Spoken words were then divided and their segmentation correctness was verified with use of mentioned above method. This study provides a base platform for further development of the automatic speech recognition system. Research and calculations were executed in MATLAB.

Roman Trochimczuk

Study of construction a new polar positioning system for laser device for 3D subsurface glass engraving

New construction of mechatronics polar positioning system of laser device for engraving glass and other transparent dielectrics there is presented in the work. The results of analysis of stiffness Cartesian positioning system and alternative new polar positioning system are presented too. The description of the constructions of working arm and rotation table of polar positioning system is given in the paper. Possible applications of describe polar positioning system are defined. Presented in the work construction of movement device brings the new quality of positioning (a synergy effect) through connection the computer control technology with the simple polar mechanism similar to construction of computer hard drive.

Andrzej Urbaś, Marek Szczotka

Application of the neural network in control of a flexibly supported crane

The paper presents the application of the neural network to real-time control of drive characteristics. The mathematical model of the crane, which is flexibly supported, is considered. The problem of finding an optimal drive function can be solved by mean of the classic optimisation methods. However, due to long calculation time, this approach can not be applied in the crane control tasks in practice. Utilising the advantage of neural networks (fast response, ability to generalisation), we are able to obtain the courses of drive functions in the real-time. A well trained network can be then used also for other inputs, than those used during the training task. Some example of simulations have been presented in the article.

Andrzej Zniszczyński

Application of multisegment rotors about the variable jump of the helix in the air-compressor with four parallel synchronous rotors

The article introduces the method of obtaining internal compression in compressors built on the basis of the displacement machine with a team of four synchronous helical rotors. Previous prototypal construction of this type of compressor, examined in research laboratory, permitted only external compression. In the article the essence of the new method is explained and technological restrictions of its realization are indicated.

Wiesław Żylski, Piotr Gierlak

Modelling of movement of selected manipulator

In his paper modelling of movement of manipulator SCORBOT-ER 4pc is presented. Kinematics and dynamics equations, sensitivity equations and identification procedure are presented. Identification procedure based on principle of equivalence of kinetic energy and work. In identification signals from experiments are used. Results of verification of identification procedure and parameters of manipulator are presented.

CONTENTS

Tadeusz Bil <i>Bennett Mechanism in the geometry of tori</i>	5
Andrzej Burghardt <i>Modelling of dynamic mobile robot using a Appell equation</i>	9
Jacek Buśkiewicz <i>Optimal synthesis of open paths generators</i>	13
Łukasz Derpeński, Andrzej Seweryn <i>Experimental investigation of ductile fracture specimens with nothes made of aluminium alloy EN-AW 2024 and EN-AW 2007</i>	20
Łukasz Dworzak, Tadeusz Mikulczyński <i>Synthesis Grafpol method of concurrent procedures in which steps execution is indicated by logic and time conditions</i>	25
Tomasz Geisler <i>Free vibration analysis of the body system of the truck crane DST-0285 with considration of the system configuration changes</i>	30
Andrzej Kazberuk, Michał Niedźwiedz <i>Effect of notch shape on the stress distribution alongside edges</i>	38
Tomasz Kopecki, Hubert Dębski <i>Post-critical deformations state of multi-section, multi-stringer thin walled structure, subjected to the torsion. Experimental research and non-linear numerical analysis</i>	42
Janusz Kowal, Andrzej Sioma <i>The method of building 3D product image using vision system</i>	48
Piotr Krawiec <i>Design and forming of teeth of noncircular cogbelt pulleys</i>	52
Tomasz Kuźmierowski <i>Analysis of the geometrical accuracy of the positioning of the effector of the parallel manipulator spatial type Triplanar</i>	56
Paweł Łaski, Ryszard Dindorf, Jakub Takosoglu, Piotr Woś <i>Project of pneumatic parallel manipulator type Delta with pneumatic muscle actuators</i>	61
Jerzy Madej, Maksymilian Dudyk <i>Numerical simulation of thermal identification of gas porosity and inclusions in aluminum alloys</i>	66
Romuald Mosdorf, Tomasz Wyszkowski <i>The gas bubbles detachment from the nozzl experimental investigations and modelling</i>	72
Andrzej A. Stępniewski <i>Analysis of structural, geometrical and static of knee-joint mechanism</i>	80
Jakub Takosoglu, Ryszard Dindorf, Paweł Łaski, Piotr Woś <i>Positioning of electro-pneumatic servo-drive with direct displacement and velocity transducer</i>	86
Mirosław Tarasiuk, Zdzisław Gosiewski <i>Speech segmentation in polish language by wavelet transformation</i>	92
Roman Trochimczuk <i>Study of construction a new polar positioning system for laser device for3D subsurface glass engraving</i>	96

Andrzej Urbaś, Marek Szczotka <i>Application of the neural network in control of a flexibly supported crane</i>	101
Andrzej Zniszczyński <i>Application of multisegment rotors about the variable jump of the helix in the air-compressor with four parallel synchronous rotors</i>	108
Wiesław Żylski, Piotr Gierlak <i>Modelling of movement of selected manipulator</i>	112

SPIS TREŚCI

Tadeusz Bil <i>Mechanizm Bennetta w geometrii torusów</i>	5
Andrzej Burghardt <i>Modelowanie dynamiki mobilnego robota kołowego równaniami Appella</i>	9
Jacek Buśkiewicz <i>Synteza optymalna mechanizmów generujących krzywe otwarte</i>	13
Łukasz Derpeński, Andrzej Seweryn <i>Doświadczalne badania ciągliwego pęknięcia próbek z karbami wykonanych ze stopów aluminium EN-AW 2007 oraz EN-AW 2024</i>	20
Łukasz Dworzak, Tadeusz Mikulczyński <i>Synteza metodą Grafcop procedur współbieżnych w których realizacja kroków jest sygnalizowana warunkami logicznymi i czasowymi</i>	25
Tomasz Geisler <i>Analiza drgań swobodnych układu nośnego żurawia samochodowego DST-0285 z uwzględnieniem zmiany konfiguracji układu</i>	30
Andrzej Kazberuk, Michał Niedźwiedź <i>Wpływ kształtu karbu na rozkład naprężeń na jego krawędzi</i>	38
Tomasz Kopecki, Hubert Dębski <i>Stan zakrytycznej deformacji wielosegmentowej, wielopodłużnicowej konstrukcji cienkościennej poddanej skręcaniu. Badania eksperymentalne oraz nieliniowa analiza numeryczna</i>	42
Janusz Kowal, Andrzej Sioma <i>Metoda budowy obrazu 3D produktu z wykorzystaniem systemu wizyjnego</i>	48
Piotr Krawiec <i>Projektowanie i kształtowanie uzębień nieokrągłych kół pasowych</i>	52
Tomasz Kuźmierowski <i>Analiza geometrycznej dokładności pozycjonowania efektor manipulatora równoległego przestrzennego typu Triplanar</i>	56
Paweł Łaski, Ryszard Dindorf, Jakub Takosoglu, Piotr Woś <i>Projekt manipulatora równoległego typu Delta z pneumatycznymi aktuatorami mięśniowymi</i>	61
Jerzy Madej, Maksymilian Dudyk <i>Numeryczna symulacja termicznej identyfikacji porowatości gazowej i wtrąceń w stopach aluminium</i>	66
Romuald Mosdorf, Tomasz Wyszkowski <i>Odrywanie się pęcherzy gazowych od krawędzi dysz badania eksperymentalne i modelowanie</i>	72
Andrzej A. Stępniewski <i>Analiza strukturalna, geometryczna i statyczna mechanizmu stawu kolanowego</i>	80
Jakub Takosoglu, Ryszard Dindorf, Paweł Łaski, Piotr Woś <i>Pozycjonowanie serwonapędu elektropneumatycznego z bezpośrednim pomiarem przemieszczenia i prędkości tłoka siłownika</i>	86
Mirosław Tarasiuk, Zdzisław Gosiewski <i>Segmentacja mowy polskiej z wykorzystaniem transformacji falkowej</i>	92

Roman Trochimczuk

<i>Nowej konstrukcji pozycjoner biegunowy dla urządzeń do podpowierzchniowego grawerowania laserem struktur przestrzennych</i>	96
--	----

Andrzej Urbaś, Marek Szczotka

<i>Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych w doborze funkcji napędowych żurawi na podatnym podłożu</i>	101
--	-----

Andrzej Zniszczyński

<i>Zastosowanie rotorów wielosegmentowych o zmiennym skoku linii śrubowej w sprężarce z czterema równoległymi współbieżnymi rotorami</i>	108
--	-----

Wiesław Żylski, Piotr Gierlak

<i>Modelowanie ruchu wybranego manipulatora</i>	112
---	-----

MECHANIZM BENNETTA W GEOMETRII TORUSÓW

Tadeusz BIL*

*Katedra Procesów i Urządzeń Przemysłu Spożywczego, Wydział Mechaniczny,
Politechnika Koszalińska, ul. Raclawicka 15-17, 75-620 Koszalin

tadeusz.bil@tu.koszalin.pl

Streszczenie: W pracach wielu autorów mechanizm Bennetta przedstawiony jest jako przykład niespójności wzorów służących do obliczania ruchliwości mechanizmów. Na podstawie klasycznych wzorów na ruchliwość mechanizmów przestrzennych jego ruchliwość jest ujemna (-2). Często mechanizm ten jest przedstawiany jako mechanizm z więzami biernymi o niesprecyzowanym charakterze. Tymczasem mechanizm odkryty przez Bennetta posiada rzeczywistą ruchliwość równą jedności. W niniejszej pracy pokazano, iż jest to mechanizm zbudowany z promieni dwóch pokrywających się torusów, otrzymanych na podstawie różnych parametrów. Wyjaśnia to jego rzeczywistą ruchliwość, gdyż kwalifikuje go do wspólnej grupy razem z mechanizmami płaskimi i sferycznymi.

1. WPROWADZENIE

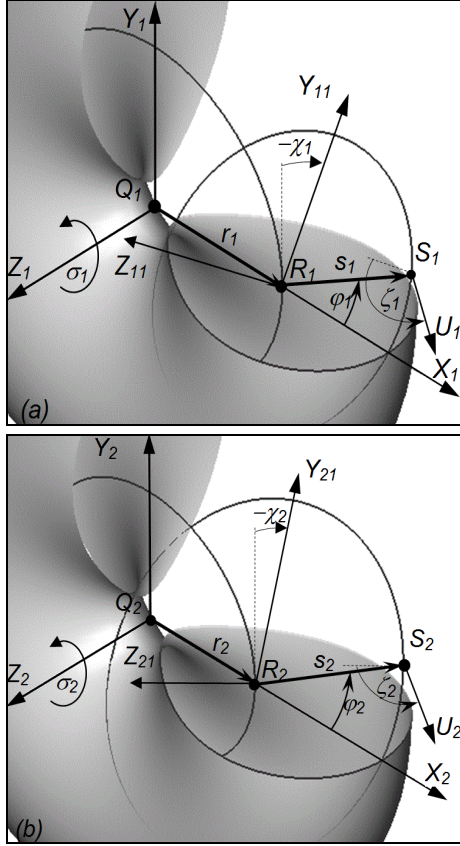
Od 1903 roku znany jest czterocłonowy mechanizm przestrzenny z parami obrotowymi (Bennett, 1903), szerzej omówiony w pracy (Bennett, 1914). Mechanizm ten posłużył jako wzorec dla wielu późniejszych rozwiązań (Goldberg, 1940; Waldron, 1966; Baker, 1978). Opisany jest w wielu publikacjach przeglądowych i monografiach (Beggs, 1966; Dimentberg, 1983; Knapczyk i Lebedev, 1990; Morecki i inni 2002). Przedstawiany jest jako przykład niespójności wzorów służących do obliczania ruchliwości mechanizmów (Gogu, 2005). Autor niniejszego artykułu w swojej monografii (Bil, 2007) przedstawił hipotezę, że wszystkie jednokonturowe mechanizmy przestrzenne są szczególnymi przypadkami mechanizmu siedmiocłonowego 7R, który jest równoważny trójczłonowemu mechanizmowi z wyższą parą kinematyczną w postaci dwóch torusów ogólnych. Sposób opisu mechanizmów jednokonturowych w geometrii torusów przedstawiony jest również w pracy (Bil, 2010). Jednym z mechanizmów, który powinna obejmować ta hipoteza, jest mechanizm Bennetta. W niniejszej pracy zostanie przedstawiony dowód, że tak jest w istocie. Praca ta jest więc poświęcona szczególnej sytuacji w mechanizmie z parą wyższą w postaci dwóch torusów, kiedy te torusy się pokrywają. Podstawą tej pracy jest spostrzeżenie, że istnieją dwa takie same torusy otrzymane poprzez obrót dwóch różnie położonych okręgów wokół tej samej osi obrotu. Podobna sytuacja była znana w odniesieniu do torusa, którego przekrój osiowy jest okręgiem. Torus ten posiada również nie osiowy przekrój kołowy, który jest nazywany okręgiem (albo okręgami) Villarceau (Villarceau, 1848). Bezpośrednim impulsem do analizy przedstawionej w niniejszej pracy było spostrzeżenie (Dvornikov, 2009), iż natura mechanizmu Bennetta jest w dalszym ciągu nieznana. W niniejszej pracy przedstawiono warunki, jakie muszą spełniać promienie torusów ogólnych, aby tworzyły taką samą powierzchnię. Warunki ist-

nienia dwóch torusów ogólnych pokrywają się z warunkami istnienia mechanizmu Bennetta. Pod pojęciem torus ogólny, w niniejszej pracy, rozumie się torus powstały poprzez obrót okręgu nie leżącego w płaszczyźnie osi obrotu. Powierzchnia torusa, podobnie jak płaszczyzna i sfera, jest powierzchnią przestrzenną, ale tylko dwuwymiarową. Wyjaśnia to, zdaniem autora, sprzeczność dotyczącą ruchliwości mechanizmu Bennetta. Dotychczas mechanizm ten traktowano jako przestrzenny, stąd wg wzoru na ruchliwość mechanizmu przestrzennego otrzymywano wartość ujemną (-2). Ponieważ jest to jednak mechanizm związany z powierzchnią dwuwymiarową, to należy go traktować tak samo jak mechanizmy płaskie i sferyczne. Powierzchnia torusa ogólnego jest więc uogólnieniem wynikającym z faktu, iż powierzchnia płaska i sfera są jego przypadkami szczególnymi (Bil, 2010).

2. TORUS OGÓLNY

Dwa torusy, tworzące mechanizm z parą wyższą, posiadają kilka położeń szczególnych, które prowadzą do zmiany stopnia ruchliwości mechanizmu w trakcie ruchu. Te szczególne położenia dotyczą również, równoważnych mechanizmów z parą wyższą, mechanizmów dźwigniowych. W pracy (Bil, 2008) podano kilka takich przypadków. Niektóre z nich są trywialne, gdyż dotyczą np. kontaktu w dwóch punktach jednocześnie. Nietrywialnym przypadkiem jest pokrywanie się torusów, który jest przedmiotem rozważań w niniejszej pracy. Szczególnym przypadkiem torusa ogólnego jest powierzchnia powstała przez obrót okręgu nie leżącego w płaszczyźnie osi obrotu, lecz zwichrowanego. Równoważny dwóm pokrywającym się torusom mechanizm dźwigniowy może być przestrzennym mechanizmem czterocłonowym utworzonym z promieni dwóch takich torusów. Poniżej przedstawiono analizę takiego właśnie przypadku. Dwa takie same torusy można otrzymać dla różnych zestawów parametrów. W obu przy-

padkach płaszczyzna okręgu, poprzez obrót którego powstaje torus, jest obrócona wokół osi QX prostopadłej do osi głównej torusa (Rys. 1a, b).



Rys. 1. Identyczne torusy ogólne utworzone przy pomocy dwóch różnych okręgów: a) na podstawie parametrów $r_1, s_1(r_1 > s_1), \chi_1$ b) na podstawie $r_2, s_2(r_2 < s_2), \chi_2$

W przypadkach pokazanych na Rys. 1. współrzędne punktu S_i na okręgach tworzących torus ogólny i wersory U_i , leżące w płaszczyznach prostopadłych do promienia s_i okręgu, możemy zapisać w postaci rzutów, w układzie współrzędnych $Q_i X_i Y_i Z_i$ ($i = 1, 2$), wg notacji zaproponowanej w pracy (Denavit i Hartenberg, 1955) następująco:

$$S_i = \begin{bmatrix} S_{ix} \\ S_{iy} \\ S_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_i c \varphi_i + r_i \\ s_i s \varphi_i c \chi_i \\ s_i s \varphi_i s \chi_i \end{bmatrix}; \quad (1)$$

$$U_i = \begin{bmatrix} U_{ix} \\ U_{iy} \\ U_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \zeta_i s \varphi_i \\ -s \zeta_i c \varphi_i c \chi_i - c \zeta_i s \chi_i \\ -s \zeta_i c \varphi_i s \chi_i + c \zeta_i c \chi_i \end{bmatrix}; \quad (2)$$

gdzie: s_i – promień okręgu ze środkiem w punkcie R_i i osią $U_i Z_{ii}$; r_i – promień okręgu bazowego torusa $Q_i R_i$; $i = 1, 2$ – nr powierzchni.

Po obrocie wektorów i wersorów opisanych równaniami (1) i (2) wokół osi $Q_i Z_i$ o kąt σ_i otrzymamy równania:

$$S_i^\sigma = \begin{bmatrix} S_{ix}^\sigma \\ S_{iy}^\sigma \\ S_{iz}^\sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (s_i c \varphi_i + r_i) c \sigma_i - s_i s \varphi_i c \chi_i s \sigma_i \\ (s_i c \varphi_i + r_i) s \sigma_i + s_i s \varphi_i c \chi_i c \sigma_i \\ s_i s \varphi_i s \chi_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$U_i^\sigma = \begin{bmatrix} U_{ix}^\sigma \\ U_{iy}^\sigma \\ U_{iz}^\sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \zeta_i s \varphi_i c \sigma_i + (s \zeta_i c \varphi_i c \chi_i + c \zeta_i s \chi_i) s \sigma_i \\ s \zeta_i s \varphi_i s \sigma_i - (s \zeta_i c \varphi_i c \chi_i + c \zeta_i s \chi_i) c \sigma_i \\ -s \zeta_i c \varphi_i s \chi_i + c \zeta_i c \chi_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

Wektor (3) opisuje punkt na powierzchni symetrycznego torusa ogólnego. Równanie (4) przedstawia kierunek wersora U_i znajdującego się w płaszczyźnie prostopadłej do promienia s_i i obróconego o kąt ζ_i wokół tego promienia.

2.1. Warunki identyczności powierzchni dwóch torusów ogólnych symetrycznych

Dwie powierzchnie torusów będą jednakowe, jeżeli ich promienie maksymalne i minimalne będą jednakowe, i szerokość obu brył będzie również jednakowa. Maksymalny promień torusa można obliczyć dla dowolnego jego przekroju osiowego z warunku:

$$\frac{dS_{ix}}{d\varphi_i} = s_i \sin \varphi_i = 0 \quad (5)$$

Równanie (5) ma dwa rozwiązania: $\varphi_i = 0$ – punkt S_i znajdujący się w maksymalnej odległości od osi QZ, i $\varphi_i = \pi$ – punkt S_i w odległości minimalnej od tej osi.

Promienie torusów w płaszczyźnie równoległej do QXY:

$$(S_{ix}^\sigma)^2 + (S_{iy}^\sigma)^2 = (S_{2x}^\sigma)^2 + (S_{2y}^\sigma)^2 \quad (6)$$

będą jednakowe i maksymalne, jeżeli podstawimy $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 0$. Wtedy warunek identyczności otrzymamy w postaci:

$$r_1 + s_1 = r_2 + s_2 \quad (7)$$

Jednakowe minimalne promienie torusów (6) można otrzymać po podstawieniu $\varphi_1 = \pi, \varphi_2 = \pi$, w postaci:

$$r_1 - s_1 = s_2 - r_2 \quad (8)$$

Bryły będą miały jednakową szerokość wzdłuż osi QZ w punktach, w których

$$\frac{dS_{iz}}{d\varphi_i} = -s_i \cos \varphi_i \sin \chi_i = 0 \quad (9)$$

Współrzędne punktów o największej wartości S_{iz} otrzymamy na podstawie (9) po podstawieniu $\varphi_i = \pi/2$ do współrzędnych S_{iz} (3):

$$s_1 \sin \chi_1 = \pm s_2 \sin \chi_2 \quad (10)$$

Identyczny warunek otrzymamy po podstawieniu $\varphi_i = -\pi/2$ do współrzędnych S_{iz} w równaniu (3). Wynika to z symetrii torusa.

Jednoczesne spełnienie równań (7), (8) i (10) jest możliwe po spełnieniu warunków:

$$\left. \begin{aligned} s_2 &= r_1 \\ r_2 &= s_1 \\ \sin \chi_2 &= \pm s_1 \sin \chi_1 / s_2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Aby otrzymać czterocłonowy mechanizm dźwigniowy należy spełnić jeszcze jeden warunek. W punkcie $S_1=S_2$ musi wystąpić para obrotowa, której wspólna oś musi mieć taki sam kierunek. Warunek ten możemy zapisać następująco:

$$U_1 = U_2, \text{ lub } U_1 = -U_2. \quad (12)$$

Warunek ten musi być spełniony w całym zakresie ruchu. Ponieważ jednak do wyznaczenia są tylko dwa kąty ζ_1 i ζ_2 , to wystarczającym jest spełnienie tych warunków w dwóch położeniach układu. Równania (12) można rozwiązać dla $\varphi_1=\varphi_2=0$ i dla $\varphi_1=\varphi_2=\pi$. W obu tych przypadkach zachodzi: $\sigma_1=\sigma_2=0$ a przy tym składowa $U_{1x}=U_{2x}=0$ (wersory U_i są prostopadłe do osi Q_iX_i). Do rozwiązania pozostaje więc układ równań, otrzymany poprzez porównanie tylko składowych $U_{1z}=U_{2z}$ dla dwóch położań:

$$\begin{cases} c\zeta_1 c\chi_1 - s\zeta_1 s\chi_1 = c\zeta_2 c\chi_2 - s\zeta_2 s\chi_2 \\ c\zeta_1 c\chi_1 + s\zeta_1 s\chi_1 = c\zeta_2 c\chi_2 + s\zeta_2 s\chi_2 \end{cases} \quad (13)$$

Pierwsze równanie tego układu otrzymano po podstawieniu $\varphi_1=\varphi_2=0$ do układu równań (12), a drugie – po podstawieniu $\varphi_1=\varphi_2=\pi$ do tego samego układu. Spośród czterech możliwych rozwiązań, warunek (13) spełniają dwa takie same rozwiązania: $\zeta_1=\chi_2$ i $\zeta_2=\chi_1$, otrzymane zarówno na podstawie $U_{1z}=U_{2z}$ jak i $U_{1z}=-U_{2z}$.

Jeżeli połączymy promienie torusów parami obrotowymi w punktach $Q_1=Q_2$, R_1 , $S_1=S_2$ i R_2 , to na podstawie układu równań (11) otrzymamy czterocłonowy mechanizm przestrzenny. Nietrudno zauważyć, iż jest to mechanizm Bennetta (Beggs 1966, Baker 1978). Istnieją cztery znane rozwiązania tego mechanizmu ze względu na kąty χ_1 i χ_2 :

- $\chi_1>0$ i $\chi_2>0$ lub rozwiązanie symetryczne $\chi_1<0$ i $\chi_2<0$;
- $\chi_1>0$ i $\chi_2<0$ lub rozwiązanie symetryczne $\chi_1<0$ i $\chi_2>0$;

Wynikają one z rozwiązania równania (11) i są parami równoważne. Funkcja położenia rozwiązań symetrycznych jest taka sama. Rozwiązania układu (13) są również takie same dla obu wariantów mechanizmu otrzymanych zarówno na podstawie warunku $\chi_1\chi_2>0$ jak i $\chi_1\chi_2<0$.

Mechanizm Bennetta jest zatem przestrzennym mechanizmem czterocłonowym, zawierającym tylko pary obrotowe, składającym się z dwóch diod r_1 , s_1 ($r_1>s_1$) i r_2 , s_2 ($r_2<s_2$), pod warunkiem, iż jeden wspólny punkt Q będzie środkiem torusa, a drugi wspólny punkt S będzie się znajdował na wspólnej powierzchni tego symetrycznego torusa ogólnego. Jest więc mechanizmem związanym z przestrzenią, ale dwuwymiarową powierzchnią torusa ogólnego, a jego ruchliwość, podobnie jak mechanizmów płaskich i sferycznych, można obliczyć ze wzoru $w=3n-2p_5$ (gdzie: n – liczba ruchomych członów).

3. FUNKCJA POŁOŻENIA MECHANIZMU

Funkcję położenia mechanizmu wyznaczmy z warunku pokrywania się punktów S_1 i S_2 na powierzchniach torusów ogólnych. Do wyznaczenia są kąty φ_i i σ_i ($i=1,2$) obu powierzchni. Jedno z ogniw jest nieruchome, można więc przyjąć np. $\sigma_1=0$, a wyznaczać zależności $\varphi_2=f(\varphi_1)$ i $\varphi_2=f(\sigma_2)$.

Porównując współrzędne S_{1z}^σ obu powierzchni (3) z uwzględnieniem wzoru (10) otrzymamy:

$$\varphi_2 = \pm \varphi_1 \quad (14)$$

Na podstawie porównania składowych S_{1x}^σ i S_{1y}^σ :

$$\begin{cases} (s_1 \cos \varphi_1 + r_1) = (s_2 \cos \varphi_2 + r_2) \cos \sigma_2 - s_2 \sin \varphi_2 \cos \chi_2 \sin \sigma_2 \\ s_1 \sin \varphi_1 \cos \chi_1 = (s_2 \cos \varphi_2 + r_2) \sin \sigma_2 + s_2 \sin \varphi_2 \cos \chi_2 \cos \sigma_2 \end{cases}$$

po podstawieniu $\varphi_2 = \varphi_1$, otrzymamy równanie:

$$\varphi_1 = \arccos \frac{a-b}{c+d}, \quad (15)$$

a po przyjęciu, że $\varphi_2 = -\varphi_1$, równanie:

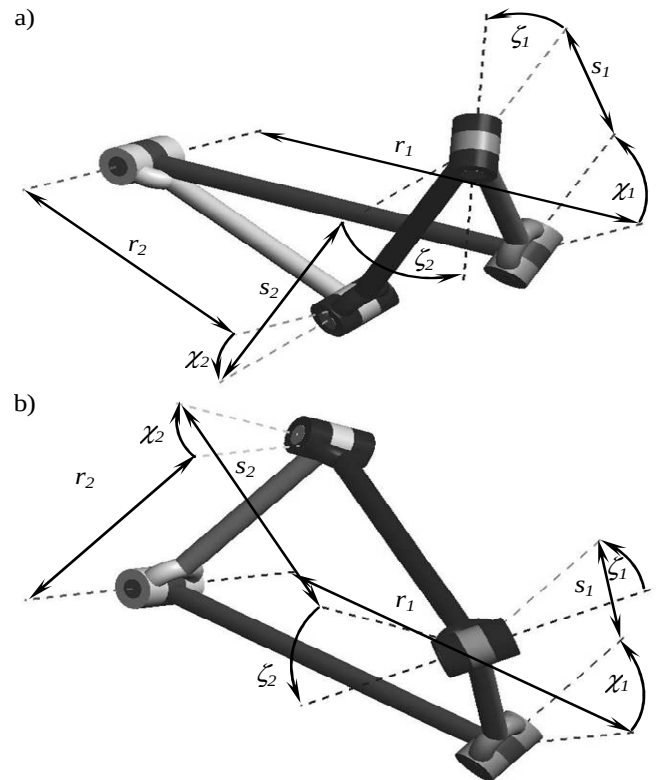
$$\varphi_1 = \arccos \frac{a+b}{c-d}. \quad (16)$$

W równaniach (15) i (16) współczynniki a , b , c , d są wyrażone w postaci zależności:

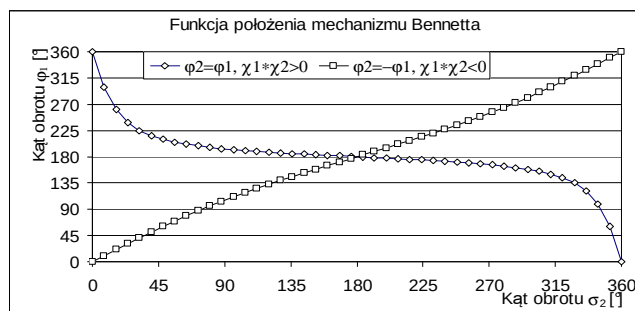
$$\begin{aligned} a &= s_1 r_2 \cos \chi_1 \cos \sigma_2 - r_1 s_1 \cos \chi_1 \\ b &= r_2 s_2 \cos \chi_2 - r_1 s_2 \cos \chi_2 \cos \sigma_2 \\ c &= s_1^2 \cos \chi_1 - s_1 s_2 \cos \sigma_2 (\cos \chi_1 + \cos \chi_2) \\ d &= s_2^2 \cos \chi_2 \end{aligned} \quad (17)$$

Równanie (15) może zostać rozwiązane przy spełnieniu nierówności $\chi_1\chi_2>0$, a równanie (16) przy spełnieniu nierówności $\chi_1\chi_2<0$.

4. PRZYKŁAD ANALIZY MECHANIZMU



Rys. 2. Dwa warianty schematów mechanizmu Bennetta:
a) $\chi_1\chi_2>0$, b) $\chi_1\chi_2<0$



Rys. 3. Funkcje położenia dwóch wariantów mechanizmu Bennetta

Jako przykład analizowanego układu przedstawiony jest mechanizm obliczony na podstawie przyjętych trzech parametrów: $r_1=6$, $s_1=5$, $\chi_1=45^\circ$. Na podstawie równań (11) obliczone zostały wymiary $r_2=5$, $s_2=6$, $\chi_2=36,10^\circ$. Położenie wspólnej osi obrotu w punkcie $S_1=S_2$ w stosunku do położenia osi obrotu w punktach R_1 i R_2 określają, obliczone na podstawie (13), kąty $\zeta_1=36,10^\circ$ i $\zeta_2=45^\circ$. Schemat mechanizmu o podanych proporcjach wymiarowych jest przedstawiony na Rys. 2a, b, a funkcje położenia obu wariantów mechanizmu, obliczone na podstawie wzorów (15) i (16), są przedstawione na Rys. 3.

LITERATURA

1. **Baker J. E.** (1979), The Bennett, Goldberg and Myard linkages – in perspective, *Mech. & Mach. Theory* 14 (4), 239-253.
2. **Beggs J. S.** (1966), *Advanced mechanism*, The Macmillan Co, New York
3. **Bennett G. T.** (1903), A new mechanism, *Engineering*, London, Vol. 76, 777-778.
4. **Bennett G. T.** (1914), The skew isogram mechanism, *Proceedings of the London mathematical society*. Second series, Vol. 13, 151-173.
5. **Bil T.** (2007), *Uniwersalny model przestrzennych mechanizmów jednokonturowych*, Monografia WM nr 132, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej.

6. **Bil T.** (2008), Analiz odnokonturowych mechanizmów na osnovanii obščej modeli, *Teorija mehanizmov i mašin*, Nr 1, tom 6, 55-63, <http://tmm.spbstu.ru/11/bil.pdf>
7. **Bil T.** (2010), Geometry of a mechanism with a higher pair in the form of two elliptical tori, *Mechanism and Machine Theory* 45 (2010), 185-192.
8. **Denavit J., Hartenberg R. S.** (1955), A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices, *Transactions of ASME, Journal of Applied Mechanics* 22, 215-221.
9. **Dimentberg F. M., Sarkisjan J. L., Uskov M. K.** (1983), *Prostranstvennyje mehanizmy*, Moskva, Nauka
10. **Dvornikov L.T.** (2009), Netradicijonnyje rassuždienija o suščestvovanii mehanizma Benetta, *Teorija Mehanizmov i Mašin*. Nr 1. Tom 7. 5-10, <http://tmm.spbstu.ru/13/>
11. **Gogu G.** (2005), Mobility of mechanisms: a critical review, *Mechanism and Machine Theory*, 40 (2005) pp. 1068-1097
12. **Goldberg M.** (1943), New five-bar and six-bar linkages in three dimensions, *ASME J. Mechanisms* 65, 649-661.
13. **Knapczyk J., Lebedev P. A.** (1990), *Teoria mehanizmów przestrzennych i manipulatorów*, WNT Warszawa.
14. **Morecki A., Knapczyk J., Kędzior K.** (2002), *Teoria mehanizmów i manipulatorów*, WNT, Warszawa.
15. **Villarceau Y.** (1848), Théorème sur le tore, *Nouvelles annales de mathématiques V^e série*, tome 7 (1848), 345-347. <http://www.numdam.org>
16. **Waldron K.J** (1966), The constraint analysis of mechanisms *Journal of Mechanisms*, Vol 1, Issue 2, 1966, 101-114.

BENNETT MECHANISM IN THE GEOMETRY OF TORI

Abstract: Works of many authors present Bennett Mechanism as an example of inconsistency of models for calculating degrees of freedom. Based on the classic equations, spatial mechanism's degree of freedom is negative (-2). Frequently, such a mechanism is presented as one with overconstraints of unspecified nature. However, the actual degree of freedom of a mechanism discovered by Bennett equals unity. This paper shows the mechanism is constructed with radii of two overlapping tori obtained with use of different parameters. This explains the actual degree of freedom of the mechanism by qualifying it to the common group together with plane and spherical mechanisms.

MODELOWANIE DYNAMIKI MOBILNEGO ROBOTA KOŁOWEGO RÓWNANIAMİ APPELLA

Andrzej BURGHARDT*

*Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa,
Politechnika Rzeszowska, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

andrzejb@prz.edu.pl

Streszczenie: W pracy zaprezentowano matematyczny model obiektu nieholonomicznego wygenerowany z wykorzystaniem równań Appella. Jako przykład wybrano mobilny robot kołowy AmigoBot, którego charakterystyczne wielkości fizyczne jak momenty bezwładności, masy itp. wykorzystano podczas modelowania. Dla mobilnego robota kołowego zaprezentowano równania więzów nieholonomicznych, wykorzystując macierze transformacji opisano równaniami parametrycznymi położenia charakterystycznych punktów robota, które w dalszej części wykorzystano do wyznaczenia prędkości i przyspieszeń. W celu zbudowania modelu podano funkcję przyspieszeń oraz wyznaczono siły uogólnione. Ponadto wyeliminowano z modelu nieznane wartości sił tarcia suchego wykorzystując do tego równania Maggiego zapisane w postaci rzutowej. Otrzymany matematyczny model obiektu wygenerowano z wykorzystaniem oprogramowania MapleV.

1. WPROWADZENIE

Najczęściej spotykanymi formalizmami wykorzystywanymi w modelowaniu układów wielocłonowych są równania Lagrang'a. W pracy zaprezentowano alternatywne podejście generowania dynamicznych równań ruchu wykorzystujące równania Appella. Jako przykład obiektu wybrano mobilny robot kołowy AmigoBot, dla którego zbudowany model matematyczny znajdzie zastosowanie podczas prac jako zadanie proste dynamiki w syntezie układów sterowania oraz jako zadanie odwrotne, wykorzystane podczas budowy emulatora robota.

Równania Appella stanowią wygodny i uniwersalny formalizm generowania równań ruchu zarówno dla układów holonomicznych jak i nieholonomicznych (Gutowski, 1971; Nejmark i Fufajew, 1971). Cechą charakterystyczną równań Appella jest wprowadzenie pojęcia funkcji przyspieszeń, która odgrywa podobną rolę jak w równaniach Lagrange'a energia kinetyczna. W układach nieholonomicznych funkcja Appella podobnie jak w układach holonomicznych energia kinetyczna jest matematycznym odpowiednikiem wewnętrznych właściwości układu określającym w pewnym stopniu charakter jego ruchu (Nejmark i Fufajew, 1971).

Można pokusić się o stwierdzenie, że funkcja Appella ma pewną przewagę w opisie własności dynamicznych ciał z więzami nieholonomicznymi nad energią kinematyczną. Samo wyznaczenie energii kinetycznej nie pozwala na podanie dynamicznych równań ruchu układów nieholonomicznych, co możemy uzyskać wykorzystując funkcję Appella. Niewątpliwą wadą prezentowanych równań jest brak jasnych zasad co do sposobu generowania funkcji przyspieszeń (Blajer, 1998).

Zaprezentowane w pracy podejście do modelowania mobilnego robota kołowego zostało przeprowadzone z wykorzystaniem oprogramowania MapleV.

2. MODELOWANIE

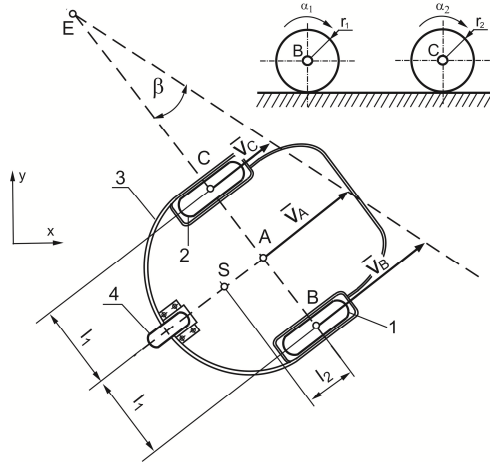
Mobilny robot kołowy, którego parametry fizyczne zostały wykorzystane w procesie modelowania to laboratoryjny robot Amigobot (Rys.1). Podczas modelowania został przyjęty model schematycznie pokazany na Rys. 2. W modelu tym występują: rama 3, dwa koła jezdne napędzające 1 i 2, oraz koło swobodne samonastawne 4.



Rys. 1. Mobilny robot Amigobot

Elementami zespołu napędzającego robot są koła 1 i 2 osadzone na półosiach. Koła napędzane są silnikami elektrycznymi prądu stałego poprzez zespół zintegrowanych z silnikiem przekładni. Koła obracają się wokół własnych osi, które nie zmieniają położenia względem ramy. Punkt S to środek masy ramy, kąt obrotu ramy zdefiniowano jako β natomiast kąty obrotu kół o promieniach $r_1=r_2=r$, zdefiniowano odpowiednio jako a_1 i a_2 . Opis ruchu mobilnego robota kołowego zrealizowano przy założeniach braku poślizgów kół napędzających, ponadto założono, że ruch robota odbywa się po poziomej jezdni.

Opisując kinematykę mobilnych robotów kołowych podajemy równania, z których można określić parametry liniowe i kątowe ruchu interesujących nas punktów czy brył.



Rys. 2. Model mobilnego robota

Rzuty na osie xy wektorów prędkości punktów A, B i C związanych odpowiednio z kołami 1 oraz 2 pozwalają na określenie więzów narzuconych na prędkości, które dla mobilnego robota zapisano jako:

$$\begin{aligned} \dot{x}_A - (r\dot{\alpha}_1 - l_1\dot{\beta})\cos(\beta) &= 0 \\ \dot{y}_A - (r\dot{\alpha}_2 + l_1\dot{\beta})\sin(\beta) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Równanie (1) jest klasycznym równaniem więzów nieholonomicznych, które w postaci macierzowej możemy zapisać

$$J(q)\dot{q} = 0 \quad (2)$$

wtedy jacobian będzie określony jako:

$$J(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l_1 \cos(\beta) & -r \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & -l_1 \sin(\beta) & 0 & -r \sin(\beta) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

natomiast $\dot{q} = [\dot{x}_A, \dot{y}_A, \dot{\beta}, \dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2]^T$.

Równanie więzów (1) narzuconych na prędkości zróżniczkowano względem czasu i otrzymano więzy ograniczające przyspieszenia w postaci:

$$J(q)\ddot{q} + \gamma^*(q, \dot{q}) = 0, \quad (4)$$

gdzie:

$$\gamma^* = \begin{bmatrix} (\dot{\beta}\dot{\alpha}_1 r - \dot{\beta}^2 l_1) \sin(\beta) \\ (-\dot{\beta}\dot{\alpha}_2 r - \dot{\beta}^2 l_1) \cos(\beta) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Ponadto w globalnym układzie współrzędnych xyz położenie charakterystycznych punktów robota B, C, S zdefiniowano wykorzystując przekształcenia jednorodnie i otrzymano:

$$\begin{cases} x_B = x_A + l_1 \sin \beta \\ y_B = y_A - l_1 \cos \beta \\ x_C = x_A - l_1 \sin \beta \\ y_C = y_A + l_1 \cos \beta \\ x_S = x_A - l_2 \cos \beta \\ y_S = y_A - l_2 \sin \beta \end{cases} \quad (6)$$

Opisywany układ, jest układem o dwóch stopniach swobody. Przyjmując że współzrędnymi niezależnymi są kąty obrotu własnego kół napędzających α_1 i α_2 , to z rozkładu wektorów prędkości punktów A, B i C, dostaniemy następujące zależności na prędkości:

$$\begin{aligned} \dot{x}_A &= \frac{r}{2}(\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2)\cos \beta \\ \dot{y}_A &= \frac{r}{2}(\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2)\sin \beta \\ \dot{\beta} &= \frac{r}{2l_1}(\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2) \end{aligned} \quad (7)$$

Otrzymane równania (6) zostaną wykorzystane w dalszej części pracy do określenia przyspieszeń charakterystycznych punktów robota, a równanie (5) podczas budowania równań Maggiego.

2.1. Równania Appella

Jednoznaczne opisanie ruchu przyjętego w pkt. 2.1 modelu wymaga podania współrzędnych punktu A (x_A, y_A), kąta obrotu chwilowego ramy β , oraz kątów obrotu kół napędzających α_1, α_2 .

Do opisu dynamiki ruchu mobilnego robota można stosować różne formalizmy (Żylski, 1996), poniżej przedstawiono zastosowanie równań Appella, które dla układu nieholonomicznego zapisuje się w następującej postaci wektorowej (Nejmark i Fufajew, 1971):

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}} \right)^T = \Pi \quad (8)$$

gdzie: $S = S(q, \dot{q}, \ddot{q})$ - funkcja Appella, Π - wektor sił uogólnionych.

Funkcję Appella wyznaczono jako sumę funkcji Appella dla kół napędowych oraz ramy:

$$S = \sum_{i=1}^3 S_i \quad (9)$$

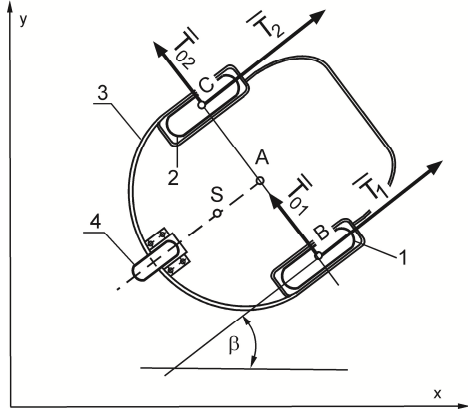
Dla ramy mobilnego robota będącej w ruchu płaskim oraz kół napędowych będących w ruchu złożonym, składającym się z płaskiego ruchu unoszenia oraz ruchu obrotowego wokół osi funkcję Appella zapisano:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2}m_1 a_B^2 + \frac{1}{2}I_{z1} \ddot{\alpha}_1^2 + \frac{1}{2}I_{x1} \ddot{\beta}^2 \\ S_2 &= \frac{1}{2}m_2 a_C^2 + \frac{1}{2}I_{z2} \ddot{\alpha}_2^2 + \frac{1}{2}I_{x2} \ddot{\beta}^2 \\ S_3 &= \frac{1}{2}m_3 a_S^2 + \frac{1}{2}I_{x3} \ddot{\beta}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie: $m_1=m_2, m_3$ - masy zastępcze odpowiednio kół 1 i 2, oraz ramy, $I_{x1}=I_{x2}$ - zastępcze masowe momenty bezwładności kół 1, 2, określone względem osi x_1 i x_2 związanych z tymi kołami, $I_{z1}=I_{z2}$ - zastępcze masowe momenty bezwładności odpowiednich kół określone względem osi obrotu własnego tych kół, I_{x3} - zastępczy masowy moment bez-

właściwości ramy określony względem osi z_3 związanej z ramą. Założono, że osie układu odniesienia związanego z i-tą częścią są głównymi centralnymi osiami bezwładności.

Przy wyznaczeniu wektora sił uogólnionych należy uwzględnić nieznane siły tarcia suchego występujące w płaszczyźnie styczności kół napędzających z jezdnią (Żylski, 1996). Na Rys.3 pokazano rozkład sił tarcia działających na koła napędzające mobilny robot.



Rys. 3. Rozkład sił tarcia suchego działających na koła 1 i 2

Wektor sił uogólnionych wyznaczony względem współrzędnych uogólnionych wynosi:

$$\Pi = \begin{bmatrix} (T_1 + T_2) \cos \beta - (T_{01} + T_{02}) \sin \beta \\ (T_1 + T_2) \sin \beta + (T_{01} + T_{02}) \cos \beta \\ (T_1 - T_2) l_1 \\ M_1 - N_1 f_1 - T_1 r \\ M_2 - N_2 f_2 - T_2 r \end{bmatrix} \quad (11)$$

gdzie: T_1 i T_2 to obwodowe siły tarcia suchego, natomiast T_{01} i T_{02} to poprzeczne siły tarcia suchego, działające odpowiednio na koła 1 i 2, leżące w płaszczyźnie styczności kół z jezdnią, N_1 , N_2 to siły nacisku na odpowiednie koła f_1 , f_2 to współczynniki tarcia toczenia odpowiednio kół 1 i 2 natomiast M_1 i M_2 to momenty napędzające koła.

Ostatecznie równania Appella dla mobilnego robota zapisano jako:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_A (2m_1 + m_3) + \ddot{\beta} m_3 l_2 \sin(\beta) + \dot{\beta}^2 m_3 l_2 \cos(\beta) &= \Pi_1 \\ \ddot{y}_A (2m_1 + m_3) + \ddot{\beta} m_3 l_2 \cos(\beta) + \dot{\beta}^2 m_3 l_2 \sin(\beta) &= \Pi_2 \\ \ddot{x}_A m_3 l_2 \sin(\beta) + \ddot{y}_A m_3 l_2 \cos(\beta) + \ddot{\beta} (2m_1 l_1^2 + m_3 l_2^2 + I_{z3} + 2I_{x1}) &= \Pi_3 \\ \ddot{\alpha}_1 I_{z1} &= \Pi_4 \\ \ddot{\alpha}_2 I_{z2} &= \Pi_5 \end{aligned} \quad (12)$$

2.2. Równania Maggiego

Uzyskany podczas modelowania z wykorzystaniem równań Appella matematyczny model mobilnego robota kołowego zawiera nieznane siły tarcia suchego. W otrzy-

mane postaci równań widoczna jest pewna analogia z równaniami Lagrange'a, w których rzuty sił tarcia suchego na osie xy przyjętego układu odniesienia są mnożnikami Lagrange'a (Żylski, 1996). Pojawia się nam analogiczny problem jak podczas klasycznego modelowania układów nieholonomicznych wspomnianymi już równaniami Lagrange'a, problem rugowania mnożników, który w prezentowanym przypadku sprowadza się do wyeliminowania sił tarcia suchego.

Klasyczne metody eliminacji mnożników to: eliminacja jawna, niejawna, oraz metoda rzutowa (Blajer, 1998).

Alternatywnym podejściem do wymienionych powyżej sposobów jest wykorzystanie równań Maggiego dla których formą wyjściową są równania Lagrange'a z mnożnikami. Podczas generowania opisu matematycznego mobilnego robota wykorzystywano oprogramowanie do operacji symbolicznych Maple V. Oprogramowanie to jest bardzo wygodnym narzędziem do operacji na macierzach i wektorach. Dlatego też przyspieszenia charakterystycznych punktów wyznaczono korzystając z macierzy przekształceń jednorodnych, a jako narzędzie do rugowania mnożników wykorzystano formę rzutową równań Maggiego, obszerniej prezentowaną w pracy (Blajer, 1998).

Wybermy z pośród pięciu prędkości uogólnionych $\dot{q}$ związanych równaniami więzów (7) dwie niezależne (w naszym obiekcie fizycznie mierzalne) $\dot{q}_M = [\dot{\alpha}_1 \ \dot{\alpha}_2]^T$ i równanie (7) zapiszmy jako:

$$\dot{q} = D \dot{q}_M$$

gdzie:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cos(\beta) & \frac{r}{2} \cos(\beta) \\ \frac{r}{2} \sin(\beta) & \frac{r}{2} \sin(\beta) \\ \frac{r}{2l_1} & -\frac{r}{2l_1} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Zapiszmy równanie (12) w postaci

$$M_q \ddot{q} + h_q = \Pi, \quad (14)$$

oraz rozszerzmy wektor γ^* (wygenerowany w równaniu (5)), do postaci $\gamma = [\gamma_1^*, \gamma_2^*, 0, 0, 0]^T$ wtedy równania ruchu zapisać możemy następująco (Blajer, 1998):

$$M \ddot{q}_M + h_M = Q_M, \quad (15)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} M &= D^T M_q D, \\ h_M &= D^T (M_q \gamma + h_q), \\ Q_M &= D^T \Pi. \end{aligned} \quad (16)$$

Otrzymane równanie w postaci (15) zapisano w formie równania dynamiki dobierając macierz współczynników sił odśrodkowych i sił Coriolisa tak aby macierz $\dot{M} - 2C$ była macierzą skośnosymetryczną i otrzymano:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_M + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_M + \mathbf{F} = \mathbf{Q}, \quad (17)$$

gdzie: $\mathbf{M}$ – macierz mas uogólnionych,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}$$

$$m_{11} = m_{22} = (4m_1 + m_3) \left(\frac{r}{2} \right)^2 + I_{z3} + (2I_{x1} + I_{z3} + m_3 l_2^2) \left(\frac{r}{2l_1} \right)^2$$

$$m_{12} = m_{21} = 4m_1 \left(\frac{r}{2} \right)^2 + (2I_{x1} + I_{z3} + m_3 l_2^2) \left(\frac{r}{2l_1} \right)^2$$

$\mathbf{C}$ – macierz współczynników sił odśrodkowych i sił Coriolisa,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & C_{12} \\ -C_{21} & 0 \end{bmatrix}, \quad C_{12} = C_{21} = \left(\frac{r}{2l_1} \right)^2 m_3 r l_2 (\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2)$$

$$\mathbf{F} - \text{wektor sił tarcia toczenia kół}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} N_1 f_1 \\ N_2 f_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q} - \text{wektor sił uogólnionych}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{M}_2 \end{bmatrix}.$$

Zdefiniowane równanie (17) opisujące dynamikę obiektu może zostać wykorzystane do analizy zadania odwrotnego dynamiki podczas syntezy algorytmu sterowania oraz jako zadanie proste dynamiki podczas badań symulacyjnych algorytmów sterowania ruchem mobilnego robota Amigobot.

3. WNIOSKI

Zaprezentowane podejście do modelowania mobilnego robota kołowego zrealizowane z wykorzystaniem równań Appella oraz równań Maggiego pozwoliło na wygenerowanie matematycznego modelu obiektu w formie pozwalającej na jego wykorzystanie w budowie układów sterowania oraz w pracach symulacyjnych.

Równania Appella umożliwiają uzyskanie zapisu własności dynamicznych obiektu w formie analogicznej jak w równaniach Lagrange'a, w których dla układów nieholonomicznych pojawiają się nieznane siły, w naszym przypadku tarcia suchego. Bardzo wygodnym narzędziem pozwalającym na wyrugowanie wspomnianych sił tarcia suchego są równania Maggiego. Ponadto pozwalają one na otrzymanie formy opisu dynamiki, nie we współrzędnych uogólnionych, ale we współrzędnych niezależnych, często w układach technicznych związanych z napędami. Fakt ten implikuje możliwość zastosowania otrzymanych modeli w układach sterowania do kompensacji nieliniowości obiektów.

LITERATURA

1. **Blajer W.** (1998), *Metody dynamiki układów wieloczłonowych*, Wydawnictwo Politechnika Radomska, Radom.
2. **Giergiel M. J., Hendzel Z., Żylski W.** (2002), *Modelowanie i sterowanie mobilnych robotów kołowych*, PWN, Warszawa.
3. **Gutowski R.** (1971), *Mechanika analityczna*, PWN, Warszawa.
4. **Nejmark J. I., Fufajew N. A.** (1971), *Dynamika układów nieholonomicznych*, PWN, Warszawa.
5. **Żylski W.** (1996), *Kinematyka i dynamika mobilnych robotów kołowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów.

MODELLING OF DYNAMIC MOBILE ROBOT USING A APPELL EQUATION

Abstract: In this article I present dynamic movement equation of the mobile robot, built by using Appell equation. As an example I chose the mobile robot Amigobot which characterized by physical size like moment of inertia, mass ect. used during modelling. The robot was given kinematic equation of movement which allowed to describe the speed and acceleration of characteristic points. Moreover, I eliminated unknown values a force dry friction from the model by using Maggi equations. In the research we used the program Maple for generating equations.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N N501 068838 finansowanego ze środków na naukę w latach 2010-2012.

SYNTEZA OPTYMALNA MECHANIZMÓW GENERUJĄCYCH KRZYWE OTWARTE

Jacek BUŚKIEWICZ*

*Instytut Mechaniki Stosowanej, Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania,
Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3, 60-965 Poznań

jacek.buskiewicz@put.poznan.pl

Streszczenie: W pracy zaprezentowano metodę syntezy generatorów krzywych otwartych. Przedstawiono ogólne założenia i na tej podstawie wyprowadzono matematyczne formuły umożliwiające rozwiązanie zadań syntezy czworoboku przegubowego oraz mechanizmu korbowo-wodzikowego. Metoda może być rozwinięta na pozostałe płaskie mechanizmy dźwigniowe z trzema ogniwami ruchowymi. Zaprezentowano wyniki testów numerycznych dla wybranych krzywych.

1. WPROWADZENIE

W technicznych zastosowaniach często wymaga się, aby człon roboczy maszyny przemieścić się po zadanym torze pomiędzy dwoma punktami. Wtedy właściwy ruch roboczy jest realizowany tylko w pewnym niepełnym zakresie kąta obrotu ogniwa czynnego, podczas gdy ruch poza tym zakresem jest mniej istotny.

Żądana krzywa zadana jest przez projektanta najczęściej w postaci zbioru punktów porównawczych. Jeżeli liczba zadanych punktów nie przekracza pewnej, charakterystycznej dla mechanizmu wartości, dokładne rozwiązanie jest możliwe, ale nie zawsze gwarantowane. Gdy wiadomo, że mechanizm nie zakreśli krzywej dokładnie przechodzącej przez zadane punkty, poszukuje się jego wymiarów, aby zakreślił on krzywą najbliższą zadanemu torowi w sensie wprowadzonej normy odległości. Wtedy zadanie nazywa się optymalną syntezą generatora krzywej. Gdy krzywa generowana przez punkt mechanizmu jest opisana niezależnie od położenia ogniwa czynnego, problem jest znany jako synteza krzywej bez funkcji czasu.

Synteza generatora krzywej otwartej (lub inaczej łuku krzywej) jest zadaniem bardzo złożonym, gdyż wymaga opracowania matematycznej metody rozpoznania fragmentu wygenerowanej otwartej lub zamkniętej trajektorii, który jest najlepiej dopasowany do łuku zadanego. Choć istnieją techniki niezależne od rodzaju zadanej krzywej, syntezę generatora krzywej zamkniętej oraz łuku otwartego najczęściej traktuje się oddzielnie. Technika geometrycznej adaptacji (*geometrical adaptation technique*) (Sanchez i Gonzalez, 2004) została opracowana na potrzeby syntezy generatora łuku i zaprezentowana na przykładzie czworoboku przegubowego. Opis własności geometrycznych łuku przy pomocy bezwymiarowych wielkości pozwolił zminimalizować liczbę optymalizowanych parametrów do pięciu. W pracy Lio i innych, (2000) zadanie syntezy zostało sprowadzone do układu zwyczajnych równań różniczkowych rzędu pierwszego z warunkami początkowymi. Metoda ta jest na tyle ogólna, że może być stosowana do poszukiwania generatorów krzywych zamkniętych oraz otwartych. Przykładami ilustrującymi metodę były czworoboki przegubowe aproksymujące

odcinek prostej oraz krzywą łamaną zbudowaną z dwóch odcinków tworzących kąt prosty. Metody zaprezentowane w pracach Akcali i Dittrich (1989) i Lio (1997) są również niezależne od rodzaju krzywych. Najwięcej prac poświęcono syntezie mechanizmów aproksymujących odcinki prostej (Gronowicz i Szrek, 2008). Metody analityczne (Vidosic i Tesar, 1967; Karelin, 1985; Hodges i Pisano, 1991; Dijksman i Smails, 1996; Dijksman i Smails, 2000; Jianyou i inni 2009), wśród nich metody macierzy geometrycznej oraz macierzy przemieszczeń (*geometric and displacement matrix methods*), zostały opracowane na potrzeby syntezy czworoboków przegubowych, których krzywe łącznikowe zawierają odcinki prostych.

W niniejszej pracy omówiono metodę optymalnej syntezy, która jest zorientowana na minimalizację liczby optymalizowanych zmiennych projektowych (Buśkiewicz, 2009). Może być ona zastosowana do mechanizmów z trzema ogniwami ruchowymi, w których położenie katowe łącznika podczas jednego obrotu korby zmienia się jak funkcja okresowa typu sinus. Przykładami takich mechanizmów są czworobok przegubowy oraz mechanizm korbowo-wodzikowy. Pierwszy z nich posłużył do prezentacji matematycznego opisu metody. Następnie nieznaczna modyfikacja metody umożliwiła syntezę mechanizmu korbowo-wodzikowego, co stanowi element nowości w porównaniu z pracą Buśkiewicza (2009).

2. OPIS METODY SYNTEZY GENERATORA KRZYWEJ OTWARTEJ NA PRZYKŁADZIE CZWOROBOKU PRZEGUBOWEGO

Liczba parametrów opisujących w pełni geometrię czworoboku przegubowego wynosi 9. Zgodnie z oznaczeniami przyjętymi na Rys. 1 są to: $x_0, y_0, x_2, y_2, l_1, l_2, l_3, l_5, \theta_4$. W syntezie generatora krzywej otwartej dwa dodatkowe parametry są optymalizowane wraz z wymienionymi wyżej dziewięcioma. Są to położenia katowe θ_{10} i θ_{11} wyznaczające zakres kąta obrotu ogniwa czynnego, dla którego łuk jest kreślony.

W prezentowanej metodzie żądany łuk jest zadany parametrycznie w układzie współrzędnych kartezjańskich

$$x = x(s), \quad y = y(s). \quad (1)$$

Bez utraty ogólności rozważań można przyjąć, że $s \in \langle 0, 1 \rangle$.

Funkcja położenia kątownego łącznika oznaczona jako θ_{2L} jest mierzona przeciwnie do ruchu wskazówek zegara od dodatniego kierunku osi poziomej do ramienia łącznika DA (Rys. 1). Dla czworoboku korbowo-wahaczowego kąt θ_{2L} jest funkcją okresową o okresie 2π , której parametrami są wymiary mechanizmu, a argumentem jest położenie kątowne korby. Wartości kąta zawierają się w przedziale $(0, 2\pi)$ (lub $(-\pi, \pi)$), i każda wartość jest osiągnięta dwa razy. Kąt θ_{2L} jest związany z kątem θ_2 formułą

$$\theta_{2L} = \theta_2 + \theta_4 + \gamma + \pi. \quad (2)$$

Chociaż to θ_2 najczęściej określa położenie kątowne łącznika czworoboku przegubowego, wprowadzono kąt θ_{2L} , aby nie kojarzyć metody z konkretnym mechanizmem.

$$\theta_{2L} = 2 \arctg \frac{-K_E \pm \sqrt{K_E^2 - 4K_D K_F}}{2K_D}, \quad (3)$$

gdzie:

$$K_D = \cos \theta_1 + K_5 - K_1 + K_4 \cos \theta_1, \quad K_E = -2 \sin \theta_1,$$

$$K_F = K_1 + K_5 + (K_4 - 1) \cos \theta_1,$$

$$K_1 = \frac{l_4}{l_1}, \quad K_4 = \frac{l_4}{l_2}, \quad K_5 = \frac{-l_1^2 - l_2^2 + l_3^2 - l_4^2}{2l_1 l_2}.$$

Gdy łuk zadany jest parametrycznie za pomocą równań (1), kąt θ_2 jest funkcją parametru s wprowadzonego do niej w funkcji kąta obrotu ogniwa czynnego $\theta_1(s)$. Ale postać $\theta_1(s)$ nie jest znana i musi być narzucona, np. jako $\theta_1 = \theta_{10} + (\theta_{11} - \theta_{10})s$, co jest pewnym przybliżeniem θ_2 , a zatem i θ_{2L} .

Można pokazać, że prawdziwe jest twierdzenie:

Istnieje monotoniczna funkcja $\theta_1(s)$ będąca argumentem kąta θ_2 wyrażonego wzorem (3) taka, że prawdziwe jest równanie

$$\theta_2 = \theta_{2L} - (\theta_4 + \gamma + \pi),$$

gdzie θ_{2L} wyrażona jest wzorem

$$\theta_{2L} = v_1 \sin(v_2 s + v_3) + v_4, \quad (4)$$

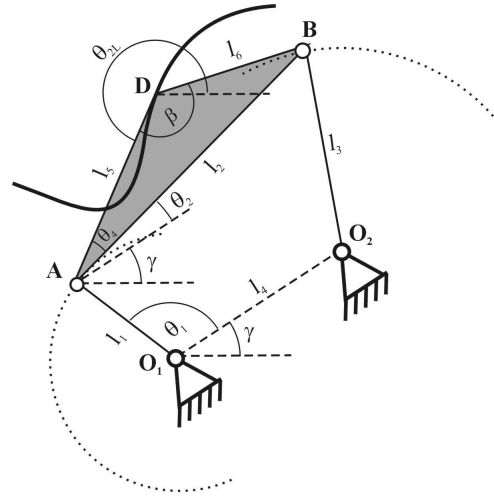
gdzie v_1, v_2, v_3, v_4 to współczynniki funkcji.

Zatem można dobrać taką funkcję $\theta_1(s)$ (kąt obrotu ogniwa czynnego), aby θ_2 zmieniała się jak funkcja $\sin()$.

$$\theta_2^* = \theta_2(\theta_1(s)) = v_1 \sin(v_2 t + v_3) + v_4 - (\theta_4 + \gamma + \pi). \quad (5)$$

Żądanie, aby funkcja $\theta_1(s)$ była monotonicznie związana jest z koniecznością zapewnienia jednego kierunku obrotu ogniwa czynnego. Znajomość postaci funkcji $\theta_1(s)$ nie jest wymagana. Równanie parametryczne łuku (1) oraz położenie kątowne łącznika (4) są wyrażeniami tego samego argumentu s , co wprowadza niejawną zależność między kątem obrotu łącznika a współrzędnymi położenia punktu kreślącego łuk. Ta tkwiąca w przyjętych założeniach cecha,

a nie uproszczenie funkcji położenia kątownego łącznika, jest główną niedogodnością metody.



Rys. 1. Ilustracja do prezentacji metody syntezy czworoboku przegubowego

Kąt θ_{2L} zmienia się w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$, zatem $v_1 \in \langle 0, 2\pi \rangle$. Położenie kątowne ogniwa O_1A $\theta_1 \in (\theta_{10}, \theta_{11}) \subset \langle 0, 2\pi \rangle$, jest związane, ale nie równe, z argumentem $(v_2 s + v_3)$ (analogia z wyrażeniem $\theta_1 = \theta_{10} + (\theta_{11} - \theta_{10})s$). Jeżeli $s \in \langle 0, 1 \rangle$, v_2 powinno zmieniać się w przedziale $\langle -2\pi, 2\pi \rangle$. Kąt fazowy $v_3 \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle$ reprezentuje położenie kątowne ogniwa czynnego $\theta_1 = \theta_{10}$, w którym łuk zaczyna być kreślony. Kąt θ_{2L} jest wrażliwy na obrót mechanizmu. Gdy mechanizm zostanie obrócony o kąt $v_4 \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle$, θ_{2L} jest przesunięty o v_4 .

Idea metody polega na wyznaczeniu takich

- wymiarów łącznika: długości l_5, l_6 oraz kąta β ;
- współczynników funkcji (4): v_1, v_2, v_3, v_4 ;

aby węzły łącznika poruszały się po torach wynikających z geometrii mechanizmu, gdy punkt łącznika D zakreśla żądany łuk (1).

Podsumowując, metoda wiąże własności funkcji położenia kątownego i wymiary łącznika. Siedem parametrów projektowych: $l_5, l_6, \beta, v_1, v_2, v_3, v_4$ jest optymalizowanych. Zagadnienie opisują dwa parametry więcej niż minimalna liczba parametrów optymalizowanych w syntezie czworoboku przegubowego, ale cztery mniej, niż maksymalna liczba jego parametrów geometrycznych. Opis jest niewrażliwy na przesunięcie (tzn. zmienne projektowe zadania nie zmieniają się, gdy mechanizm zostanie przesunięty), co pozwala wykluczyć dwa parametry – współrzędne punktu $O_1(x_{0i}, y_{0i})$. Dalsza redukcja liczby parametrów związana jest ze sposobem przybliżenia kąta θ_{2L} , który jest funkcją v_1, v_2, v_3, v_4 zamiast $l_1, l_2, l_3, l_4, \theta_{10}$ i θ_{11} .

Gdy punkt D zakreśla zadany łuk, węzły łącznika poruszają się po torach zależnych od konkretnych wartości parametrów. Funkcja celu mierzy odchylenia tych torów od torów rzeczywistych, po których poruszałby się węzły, gdyby łącznik był zmontowany z pozostałymi ogniwami mechanizmu.

Stosowalność metody nie jest zawężona do jednego mechanizmu, gdyż nie wykorzystuje ona wzorów opisujących geometrię mechanizmu. Wystarczy znać trajektorie,

po jakich poruszają się węzły łącznika. W czworoboku przegubowym węzły łączące łącznik z ogniwami obrotowymi O_1A i O_2B poruszają się po okręgach lub ich łukach. Promienie i środki tych okręgów to odpowiednio długości oraz punkty podparcia ogniw O_1A i O_2B . Te parametry są funkcjami zmiennych optymalizowanych. W idealnym przypadku torami węzłów łącznika są łuki okręgów, ale dla dowolnych parametrów toru są pewnymi krzywymi. Kolejnym etapem jest zdefiniowanie funkcji celu, która mierzy odchylenie tych torów od okręgów.

Ze względu na konieczność numerycznej implementacji metody realizującej zadania syntezy łuk jest dyskretyzowany do ciągu m punktów. Po wygenerowaniu krzywych

$$x_A = x + l_5 \cos \theta_{2L}, \quad y_A = y + l_5 \sin \theta_{2L},$$

$$x_B = x + l_6 \cos(\theta_{2L} + \beta), \quad y_B = y + l_6 \sin(\theta_{2L} + \beta).$$

wyznacza się kolejne ciągi parametrów $x_{O_{1i}}, y_{O_{1i}}$. Parametr l_{1i} oraz $x_{O_{2i}}, y_{O_{2i}}, l_{3i}, l_{1i}$ jest promieniem okręgu o środku w punkcie $(x_{O_{1i}}, y_{O_{1i}})$ przechodzącego przez trzy punkty (Rys. 2):

$$A_{1i}(x_A(s_{1i}), y_A(s_{1i})), \quad A_{2i}(x_A(s_{2i}), y_A(s_{2i})),$$

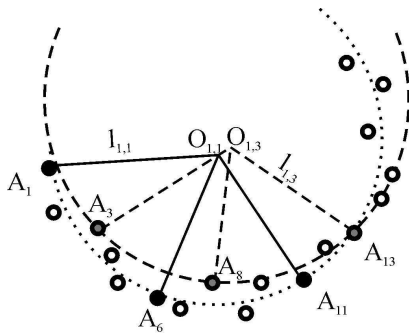
$$A_{3i}(x_A(s_{3i}), y_A(s_{3i})),$$

gdzie: $s_{1i}=i\Delta s$, $s_{3i}=1/2+i\Delta s$, $s_{2i}=1/2(s_{3i}+s_{1i})$, $\Delta s=1/m$, oraz $i=1 \dots m^*$, $m^*=[m/2]$.

Parametr l_{3i} jest promieniem okręgu o środku w punkcie $(x_{O_{2i}}, y_{O_{2i}})$ przechodzącego przez trzy punkty:

$$B_{1i}(x_B(s_{1i}), y_B(s_{1i})), \quad B_{2i}(x_B(s_{2i}), y_B(s_{2i})),$$

$$B_{3i}(x_B(s_{3i}), y_B(s_{3i})).$$



Rys. 2. Dwa przykładowe okręgi przechodzące przez punkty A_1, A_6, A_{11} oraz A_3, A_8, A_{13} o promieniach $l_{1,1}$ oraz $l_{1,3}$ i środkach w $O_{1,1}$ oraz $O_{1,3}$ (liczba punktów $m=20$)

Łatwo można pokazać, że dla każdej trójki punktów toru węzła A odpowiednie promienie oraz współrzędne środków okręgów wynoszą

$$x_{O_{1i}} = \frac{b_1 a_{22} - b_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}},$$

$$y_{O_{1i}} = \frac{b_2 a_{11} - b_1 a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}},$$

$$l_{1i} = \sqrt{(x_A(s_{2i}) - x_{O_{1i}})^2 + (y_A(s_{2i}) - y_{O_{1i}})^2}, \quad (6)$$

gdzie:

$$a_{11} = 2(x_A(s_{1i}) - x_A(s_{2i})), \quad a_{12} = 2(y_A(s_{1i}) - y_A(s_{2i})),$$

$$a_{21} = 2(x_A(s_{1i}) - x_A(s_{3i})), \quad a_{22} = 2(y_A(s_{1i}) - y_A(s_{3i})),$$

$$b_1 = x_A^2(s_{1i}) + y_A^2(s_{1i}) - x_A^2(s_{2i}) - y_A^2(s_{2i}),$$

$$b_2 = x_A^2(s_{1i}) + y_A^2(s_{1i}) - x_A^2(s_{3i}) - y_A^2(s_{3i}).$$

Po uśrednieniu wyrażen (6) otrzymuje się współrzędne punktu podparcia ogniw O_1A oraz jego długość:

$$x_{O_1} = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} x_{O_{1i}}}{m^*}, \quad y_{O_1} = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} y_{O_{1i}}}{m^*}, \quad l_1 = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} l_{1i}}{m^*}. \quad (7)$$

Analogicznie za pomocą wzorów (6-7) ze współrzędnymi węzła B podstawionymi w miejsce współrzędnych węzła A wyznacza się współrzędne punktu podparcia (x_{O_2}, y_{O_2}) oraz długość $l_3=|O_2B|$ ogniw O_2B .

Funkcja celu ma postać

$$E_p = \frac{\max|O_1A_i| - \min|O_1A_i|}{l_1} + \frac{\max|O_2B_i| - \min|O_2B_i|}{l_3}. \quad (8)$$

3. SCHEMAT DZIAŁANIA ALGORYTMU OPTIMALIZUJĄCEGO

Funkcja celu jest minimalizowana za pomocą algorytmu ewolucyjnego. Sam algorytm nie zawiera specjalnych rozwiązań i jako narzędzie powszechnie stosowane w teorii mechanizmów nie będzie w pracy bardziej szczegółowo opisywany (Goldberg, 1994). Opisano tylko te operacje, które są wykonywane dla pojedynczego osobnika w każdej iteracji (każdym pokoleniu). Osobnikiem jest wektor zawierający optymalizowane parametry: $l_5, l_6, \beta, v_1, v_2, v_3, v_4$.

Dla każdego zestawu parametrów kolejno wykonuje się następujące punkty algorytmu:

1) Sprawdzenie, czy wymiary łącznika spełniają zadane ograniczenia konstrukcyjne

$$l_{5d} \leq l_5 \leq l_{5g}, \quad l_{6d} \leq l_6 \leq l_{6g}. \quad (9)$$

2) Sprawdzenie, czy ogniwo czynne obraca się w jednym kierunku podczas wykreślenia łuku.

Ogniwo czynne musi obracać się zgodnie z ruchem

$$\forall s_1 > s_2, \quad \theta_1(s_1) < \theta_1(s_2), \quad (10a)$$

lub przeciwnie do ruchu wskazówek zegara

$$\forall s_1 > s_2, \quad \theta_1(s_1) > \theta_1(s_2). \quad (10b)$$

Wyznaczenie kątów θ_1 na tym etapie jest niemożliwe, dlatego jednokierunkowość obrotu ogniw O_1A jest sprawdzana inaczej. Jeżeli $\mathbf{p}_i$ jest wektorem rozpiętym między punktami A_{i-1} i A_i , następujący warunek pozwala sprawdzić, czy ogniwo czynne obraca się w jednym kierunku

$$0 < \cos(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{i+1}) = \frac{\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_{i+1}}{\|\mathbf{p}_i\| \|\mathbf{p}_{i+1}\|} < 1, \quad (11)$$

dla każdego $i = 1...m$.

3) Wyznaczenie wartości funkcji celu (8).

4) Wyznaczenie współrzędnych punktów podparcia O_1 i O_2 oraz długości ogniw O_1A i O_2B .

5) Sprawdzenie, czy długości ogniw O_1A i O_2B spełniają zadane ograniczenia konstrukcyjne

$$l_{1d} \leq l_1 \leq l_{1g}, \quad l_{2d} \leq l_2 \leq l_{2g}. \quad (12)$$

6) Można również wprowadzić warunek, aby podczas wykreślenia łuku ogniwo czynne wykonało obrót większy niż minimalny wymagany $\Delta\theta_1$.

$$|\theta_{11} - \theta_{10}| \geq \Delta\theta_1. \quad (13)$$

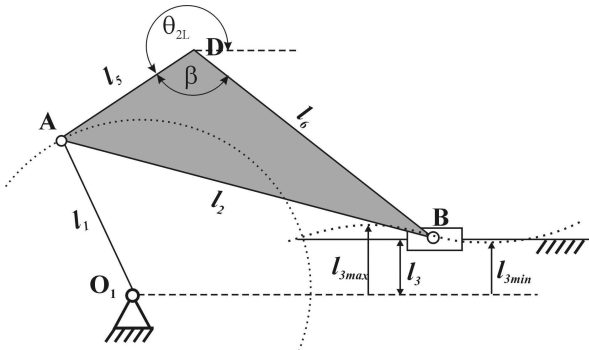
Dla optymalnego rozwiązania wyznacza się pozostałe wymiary czworoboku:

$$l_2 = l_5^2 + l_6^2 - 2l_5l_6 \cos \beta, \\ l_4 = \sqrt{(x_{O_1} - x_{O_2})^2 + (y_{O_1} - y_{O_2})^2}, \quad (14)$$

$$\gamma = \arctg((y_{O_2} - y_{O_1}) / (x_{O_2} - x_{O_1})).$$

Należy podkreślić, że te parametry są wtórnymi wynikami metody, ponieważ są obliczane dopiero po zakończeniu procesu optymalizującego.

4. ADAPTACJA METODY DO SYNTEZY MECHANIZMU KORBOWO-WODZIKOWEGO



Rys. 3. Mechanizm korbowo-wodzikowy z parametrami istotnymi dla metody

Metodę można łatwo przenieść na mechanizmy z trzema ogniwami ruchomymi połączonymi za pomocą węzłów obrotowych lub przesuwanych. Aby zaadaptować metodę do syntezy mechanizmu korbowo-wodzikowego (Rys. 3), należy zmodyfikować funkcję celu. Jądro algorytmu nie ulega zmianie. Długość korby i współrzędne jej mocowania oblicza się identycznie. Średnia wartość y-owych współrzędnych położenia węzła B wyznacza poziom l_3 , na którym znajduje się prowadnica. Różnica tej wartości i współrzędnej y_{O_1} położenia węzła A to wymiar l_3 . Funkcja celu mierzy odchylenie toru węzła A korbodawodu od łuku okręgu, a toru węzła B od linii prostej:

$$E_\rho = \frac{\max|O_1A_i| - \min|O_1A_i|}{l_1} + \frac{l_{3\max} - l_{3\min}}{l_3}. \quad (15)$$

5. DYSKUSJA ROZWIĄZAŃ NUMERYCZNYCH

Testy numeryczne zostaną przeprowadzone na wybranych łukach testowych. Kilka z nich zostało zaczerpniętych z literatury, aby zweryfikować metodę na tle znanych technik (Sanchez i Gonzalez, 2004; Lio i inni, 2000).

Wybrano następujące łuki testowe:

L1: Łuk zbudowany z dwóch odcinków tworzących ze sobą kąt prosty:

$$x = \begin{cases} 2s & 0 \leq s \leq 0.5 \\ 1 & 0.5 < s \leq 1 \end{cases}, \quad y = \begin{cases} 0 & 0 \leq s \leq 0.5 \\ 2s-1 & 0.5 < s \leq 1 \end{cases}.$$

L2:

$$x = 4s, \quad y = 0.1\sin(2\pi s), \quad s \in (0,1).$$

L3:

$$x = 4s, \quad y = 0.5\sin(\frac{3}{2}\pi + \frac{\pi}{2}), \quad s \in (0,1).$$

L4: Łuk generowany przez czworobok przegubowy o wymiarach: $l_1=1, l_2=2, l_3=2, l_4=2, l_5=3, \theta_4=1$, dla zakresu kąta obrotu ogniwa czynnego: $1.5 \leq \theta_1 \leq 4.5$.

Tab. 1. Wartości parametrów otrzymane za pomocą prezentowanej metody dla wybranych łuków testowych

Łuk E_ρ	Parametry						
	l_5	l_6	β	v_1	v_2	v_3	v_4
Czworobok przegubowy							
L1 0.09	12.9	6.84	0.61	0.33	2.75	-4.7	0
L2 0.07	5.1	3.52	1.32	1.41	0.84	0.01	0
L4 0.05	7.6	4.13	0.5	4.1	0.52	0.8	0
Mechanizm korbowo-wodzikowy							
L1 0.17	13.6	15.52	1.4	0.24	2.46	1.7	0
L3 0.15	10.2	29.9	4.82	0.16	3.07	0.49	0

Trzy łuki są zadane parametrycznie, czwarty L4 jest fragmentem krzywej łącznikowej czworoboku przegubowego. Od efektywnej metody należy oczekiwać dokładnych rozwiązań zadań syntezy z łukami krzywych łącznikowych.

Zadania rozwiązano pomijając parametr v_4 w funkcji (4), ponieważ zwiększenie liczby wykonywanych obliczeń numerycznych związanych z optymalizacją dodatkowego parametru nie zostało skompensowane przez znaczący wzrost dokładności rozwiązań. Parametr v_4 jest niezbędny, jeżeli krzywa jest kreślona podczas pełnego obrotu ogniwa czynnego. Poszukiwany łuk jest generowany dla pewnego zakresu kąta obrotu ogniwa czynnego. Funkcja położenia katowego łącznika θ_{2L} jest dobrze aproksymowana w tym przedziale funkcją (4) z parametrem $v_4=0$. Otrzymane podczas rozwiązywania zadań syntezy wartości zmiennych projektowych zawarto w tabeli 1. Wymiary czworoboków przegubowych wyznaczone na podstawie tych zmiennych oraz zakresy kąta obrotu ogniwa czynnego, dla których łuki zostały wygenerowane, zawiera tabela 2. Tabela 3 przed-

stawia liczby punktów definiujących łuki, ograniczenia narzucone na wymiary mechanizmu oraz minimalne dopuszczalne zakresy kąta obrotu ogniwa czynnego.

Tab. 2. Pozostałe parametry geometryczne mechanizmów aproksymujących łuki testowe wyznaczone na podstawie zoptymalizowanych parametrów

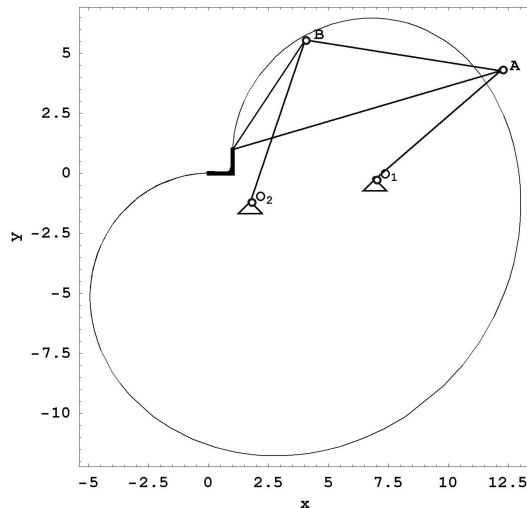
Łuk	Parametry							
	l_1	l_3	x_{O_1}	y_{O_1}	x_{O_2}	y_{O_2}	θ_{10}	θ_{11}
Czworobok przegubowy								
L1	6.9	7.12	6.94	-0.24	1.75	-1.18	-3.74	-2.61
L2	9.5	1.41	-3.01	5.11	2.2	3.63	-0.28	0.21
L4	4.8	3.95	-0.38	2.26	-0.94	0.31	2.24	3.76
Mechanizm korbowo-wodzikowy								
L1	4.9	15.7	9.71	-0.16	-	-	-0.34	0.76
L3	3.2	-27.2	12.8	-2.14	-	-	1.16	2.53

Tab. 3. Liczba punktów definiujących łuk oraz ograniczenia nałożone na mechanizmy: maksymalne dopuszczalne długości ogniw oraz minimalna dopuszczalna wartość $\Delta\theta_1$

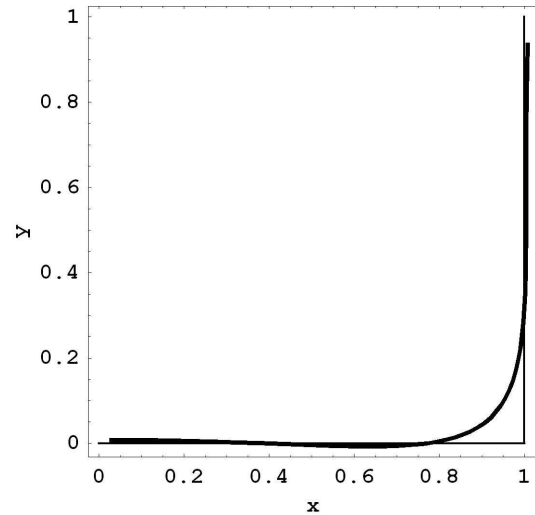
Łuk	m	Więzy				
		l_{5g}	l_{6g}	$\text{Max}(l_1)$	$\text{Max}\left(\frac{l_3}{l_1}\right)$	$\Delta\theta_1$
	Czworobok przegubowy					
L1	30	15	10	8	5	$\pi/8_{k^*}$
L2	10	20	30	10	5	$\pi/8_{w^*}$
L4	10	20	30	5	5	$\pi/4_k$
	Mechanizm korbowo-wodzikowy					
L1	30	20	30	5	15	$\pi/4_w$
L3	10	20	30	5	5	$\pi/4_k$

*k – ogniwo czynne wykonuje pełny obrót,

**w – ogniwo czynne nie wykonuje pełnego obrotu

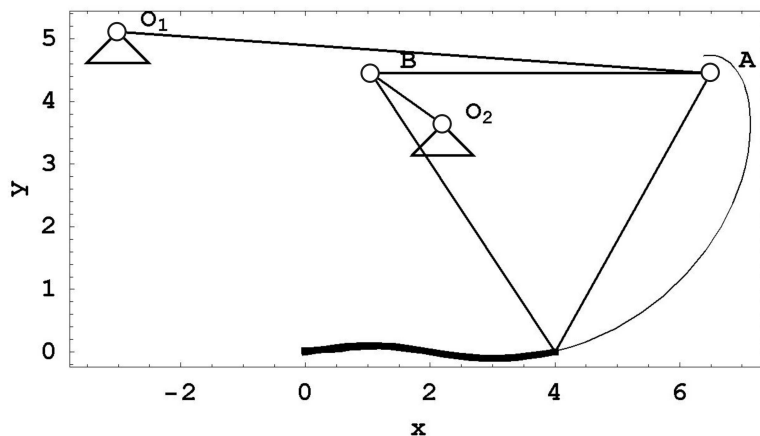


a)

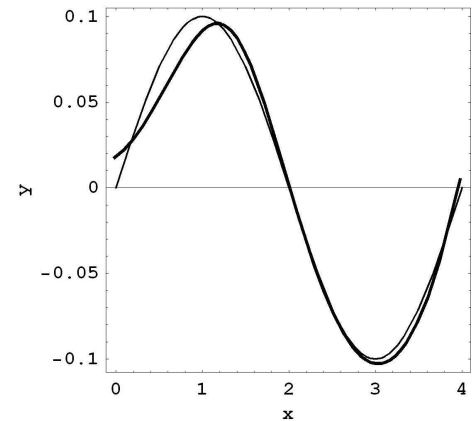


b)

Rys. 4. Czworobok dwukorbowy aproksymujący łuk L1 (a), porównanie krzywych zadanej (linia cienka) i generowanej (linia pogrubiona) (b)

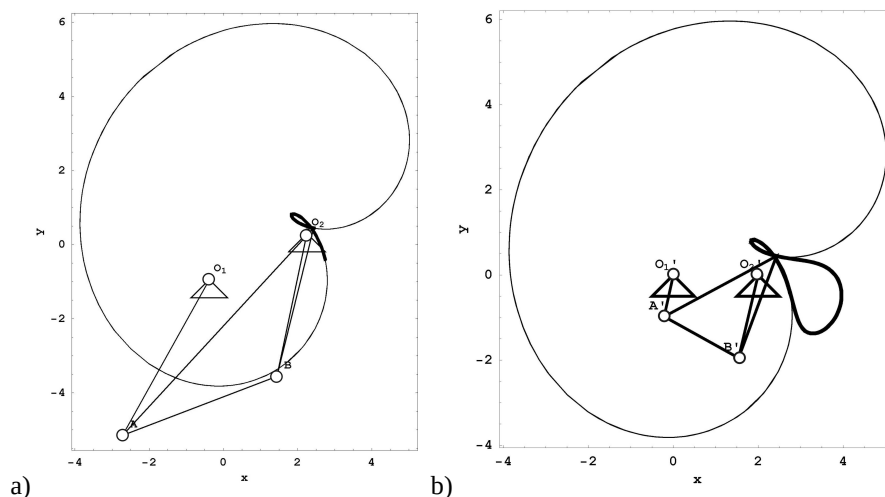


a)

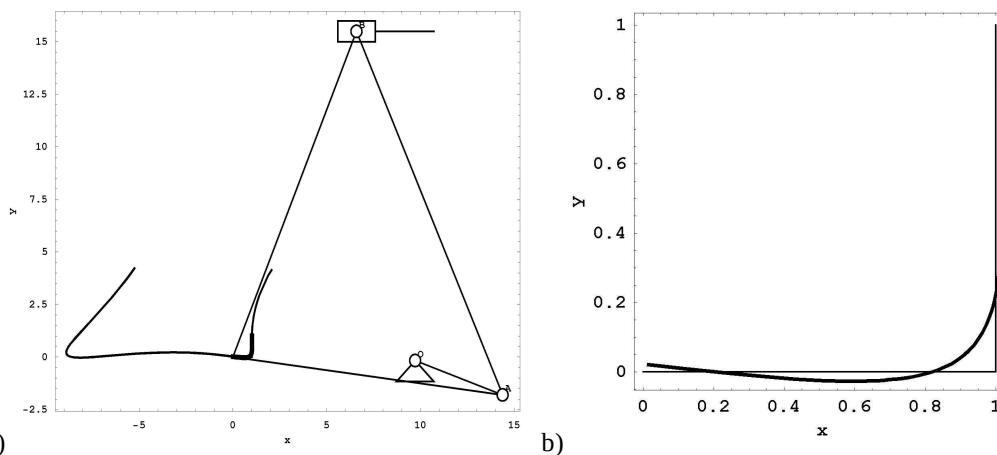


b)

Rys. 5. Czworobok dwuwahaczowy aproksymujący łuk L2 (a), porównanie krzywych zadanej (linia cienka) i generowanej (linia pogrubiona) (b)



Rys. 6. Znaleziony przez algorytm czworobok przegubowy aproksymujący łuk L4 (a), zadany czworobok generujący łuk L4 oraz porównanie łuków zadanego i wygenerowanego (b)



Rys. 7. Znaleziony przez algorytm mechanizm korbowo-wodzikowy aproksymujący łuk L1 (a), porównanie łuków zadanego (linia cienka) i wygenerowanego (linia pogrubiona) (b)

Dobre przybliżenia uzyskuje się wykonując obliczenia dla $m=10$ punktów na łuku. Funkcja celu była minimalizowana w przestrzeni rozwiązań ograniczonej kilkoma warunkami (Tab. 3). Minimalny wymagany zakres kąta obrotu ogniwa czynnego $\Delta\theta_1$, dla którego łuk zostaje wykreślony, wynosi $\pi/8$ lub $\pi/4$. Kąt ten ogranicza obszar roboczy i pozwala zachować rozsądne proporcje między wielkością mechanizmu (lub długością całej wygenerowanej krzywej) a długością łuku. Ten warunek zostaje wzmocniony przez podanie maksymalnych dopuszczalnych: wymiarów łącznika l_{5g} i l_{6g} , długości ogniwa O_1A oraz stosunku długości l_3/l_1 .

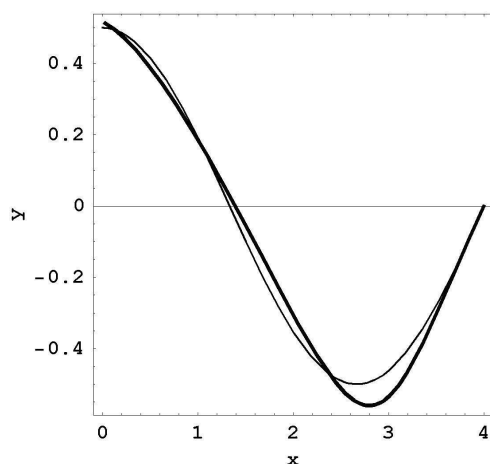
Jeżeli nie otrzymuje się oczekiwanej dokładności rozwiązania, można próbować je poprawić przez zmniejszenie $\Delta\theta_1$.

Jeżeli czworobok korbowo-wahaczowy nie aproksymuje łuku z żadaną dokładnością, dopuszcza się czworobok dwuwahaczowy. Przykładem jest łuk L2, który jest dokładnie aproksymowany przez łuk będący fragmentem krzywej otwartej generowanej przez dwuwahacz (Rys. 5). Odrzucenie czworoboków dwuwahaczowych odbywa się przez dodanie warunków Grashofa do kryteriów przeszukiwania. Podobnie, ogniwo czynne mechanizmu korbowo-wodzikowego

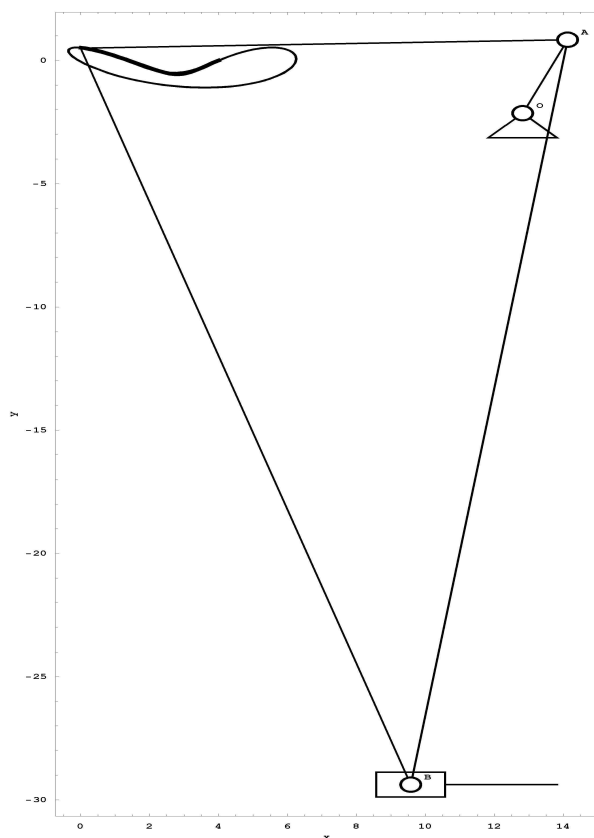
aproksymującego kąt prosty L1 nie wykonuje pełnego obrotu (Rys. 7). Rozwiązaniem zadania L3 jest jednak przedstawiony na Rys. 8 mechanizm, którego korba wykonuje pełny obrót.

Rozwiązania dla łuku L1 uzyskano dyskretyzując go na $m=30$ punktów. Rys. 4 i Rys. 7 przedstawiają mechanizmy, które aproksymują ten łuk. Jednakże liczba punktów na łuku powinna być dobierana ostrożnie. Zwiększanie liczby punktów nie gwarantuje poprawy rozwiązania, a na pewno wydłuża czas obliczeń numerycznych. Rys. 4-8 przedstawiają mechanizmy generujące aproksymacje zadanych łuków oraz porównanie łuków wygenerowanych i zadanych.

Na Rys. 6 zaprezentowano wyniki syntezy generatora łuku L4. Mimo że wygenerowany mechanizm różni się od tego, który kreśli żądany łuk, to łuk ten jest wspólną częścią jego krzywej łącznikowej. Rys. 6a prezentuje czworobok korbowo-wahaczowy generujący, będący fragmentem krzywej łącznikowej czworoboku pokazanego na Rys. 6b, łuk L4. Rozwiązanie dąży do dokładnego rozwiązania, a błędy są wynikiem błędów arytmetyki zmiennoprzecinkowej.



a)



b)

Rys. 8. Porównanie łuków zadanego (linia cienka) L4 i wygenerowanego (linia pogrubiona) (a), znaleziony przez algorytm mechanizm korbowo-wodzikowy aproksymujący łuk L4 (a)

6. WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawione rozwiązania syntezy czworoboku przegubowego i mechanizmu korbowo-wodzikowego jako generatorów krzywych otwartych potwierdzają efektywność zaprezentowanej metody. Zadowalające wyniki uzyskuje się optymalizując sześć parametrów. Celem dalszych badań jest przeniesienie metody na inne czterocłonowe mechanizmy II klasy z węzłami obrotowymi i przesuwными. Wymaga to modyfikacji funkcji celu. Opis zastosowany do mechanizmu korbowo-wodzikowego, aby był możliwie ogólny,

powinien być dostosowany do przypadków z prowadnicą nachyloną pod dowolnym kątem do osi poziomej. Na bazie zaprezentowanej metody syntezy krzywych otwartych można podjąć próby otrzymania rozwiązań analitycznych dla wybranych łuków lub mechanizmów. Należy również spróbować wyeliminować parametryzację opisu, która wprowadza niepożądane więzy w tej metodzie.

LITERATURA

1. Akcali I. D., Ditttrich G. (1989), Path generation by subdomain method, *Mechanism and Machine Theory*, 24 (1), 45-52.
2. Buśkiewicz J. (2009), Synthesis Method of Planar Mechanisms Approximating Open Paths, *Proceedings of the 10th IF-ToMM International Symposium on Science of Mechanisms and Machines SYROM'09*, Springer Science+Business Media B.V, XXII, ISBN: 978-90-481-3521-9, 597-609.
3. Dijksman E. A., Smails A. T. J. M. (1996), λ -formed 4-bar linkages set in a translation-position to design mechanisms approximating a straight line, *Mechanism and Machine Theory*, 31 (8), 1033-104.
4. Dijksman E. A., Smails A. T. J. M. (2000), How to exchange centric inverted slider cranks with λ -formed four-bar linkages, *Mechanism and Machine Theory*, 35, 305-327.
5. Goldberg D.E. (1994), Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning, Addison-Wesley Publishing, Reading, MA.
6. Gronowicz A., Szrek J. (2008), Idea budowy czworonożnego robota kołowo-kroczącego, *Teoria Maszyn i Mechanizmów*, Bielsko-Biała 2008, ISBN 978-83-60714-57-7, 273-282.
7. Hodges P. H., Pisano A. P. (1991), On the synthesis of straight line, constant velocity scanning mechanisms, *Journal of Mechanical Design*, 113 (12), 464-472.
8. Jianyou H., Weixiang Q., Huishe Z. (2009), Study on synthesis method of λ -formed 4-bar linkages approximating a straight line, *Mechanism and Machine Theory*, 44, 57-65.
9. Karelin V. S. (1985), On the synthesis of the inverted slider-crank mechanisms for approximate straight line motion, *Mechanism and Machine Theory*, 21 (1), 13-18.
10. Lio M. D. (1997), Robust synthesis of linkages—synthesis by solving non-linear optimization problem, *Mechanism and Machine Theory*, 32 (8), 921-932.
11. Lio M. D., Cossalter V., Lot R. (2000), On the use of natural coordinates in optimal synthesis of mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, 35 (10), 1367-1389.
12. Sanchez Marin F. T., Gonzalez A. P. (2004), Open-path synthesis of linkages through geometrical adaptation, *Mechanism and Machine Theory*, 39, 943-955.
13. Vidosic J. P., Tesar D. (1967), Selections of four-bar mechanisms having required approximate straight-line outputs, Part I, II, III, *Journal of Mechanisms*, 2, 23-44, 45-59, 61-76.

OPTIMAL SYNTHESIS OF OPEN PATHS GENERATORS

Abstract: The synthesis method of planar mechanisms generating open paths was presented. On the base of taken assumptions mathematical formulas for the synthesis of four-bar linkage and crank-slider mechanism were derived. The method can be adopted to the other planar mechanisms with three moving links. The results of the numerical experiments for chosen curves were presented and discussed.

DOŚWIADCZALNE BADANIA CIĄGLIWEGO PĘKANIA PRÓBEK Z KARBAMI WYKONANYCH ZE STOPÓW ALUMINIUM EN-AW 2024 ORAZ EN-AW 2007

Łukasz DERPEŃSKI*, Andrzej SEWERYN*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka,
ul. Wiejska 45C, 15-531 Białystok

l.derpenski@pb.edu.pl, a.seweryn@pb.edu.pl

Streszczenie: W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych ciągłego pękania osiowosymetrycznych próbek z karbami obrączkowymi o różnym promieniu zaokrąglenia w dnie karbu. Badania przeprowadzono dla dwóch materiałów: stopu aluminium EN-AW 2024 oraz EN-AW 2007. Próbkę poddano jednoosiowemu monotonicznemu rozciąganiu. Zwrócono uwagę na kształt powierzchni pęknięcia, zmianę wartości siły krytycznej i maksymalnego przemieszczenia bazy pomiarowej w zależności od kształtu karbu.

1. WSTĘP

Analiza pękania materiałów w przypadku występowania dużych odkształceń plastycznych, wywołanych różnymi stanami obciążenia (Enami, 2005) jest zagadnieniem trudnym, a jednocześnie często niezbędnym w celu określenia wytrzymałości konstrukcji oraz przewidywania jej zniszczenia (Thomason, 1990). Zazwyczaj proces pękania materiału jest wynikiem złożonych procesów fizycznych, zachodzących w skali mikroskopowej (Bandsta i Koss, 2004). W skali makroskopowej za pękanie odpowiadają wartości zmiennych stanu, będących składowymi tensora naprężenia i odkształcenia oraz ich zmienność w trakcie obciążenia. Wartości te są wyznaczane za pomocą obliczeń numerycznych, np. z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES) (Bao, 2001). Znaczącym czynnikiem wpływającym na pękanie jest obecność koncentratorów naprężeń i odkształceń, np. karbów, a także sposób obciążenia.

Bardzo ważne miejsce zajmują badania doświadczalne pękania elementów z karbami, których wyniki przedstawiono między innymi w pracach Bao i Treitlera (2004), Yana i innych (2004), Agarwala i innych (2003), Bartona (2004) i Bao (2005). Niestety brakuje badań eksperymentalnych prowadzonych z wykorzystaniem próbek z karbami o mocno zróżnicowanym kształcie (np. o dużym zakresie zmian promienia zaokrąglenia dna karbu) oraz wykonanych z różnych materiałów. Badania takie pozwalają nie tylko na poznanie procesu ciągłego pękania, ale także są pomocne w sformułowaniu i weryfikacji modelu obliczeniowego pękania (z wykorzystaniem zaawansowanych metod numerycznych).

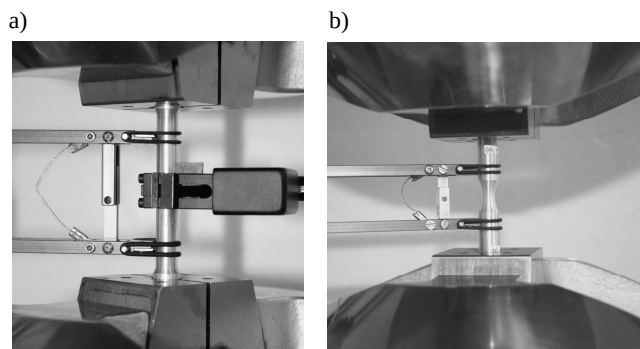
Przeprowadzonym badaniom doświadczalnym przyświecały dwa zasadnicze cele: identyfikacja właściwości wytrzymałościowych materiałów przyjętych do badań oraz analiza pękania próbek z karbami o różnym kształcie w których wyznaczono krytyczne wartości obciążenia oraz krzywe monotonicznego rozciągania tych próbek.

2. BADANIA DOŚWIADCZALNE

2.1 Test rozciągania próbek gładkich

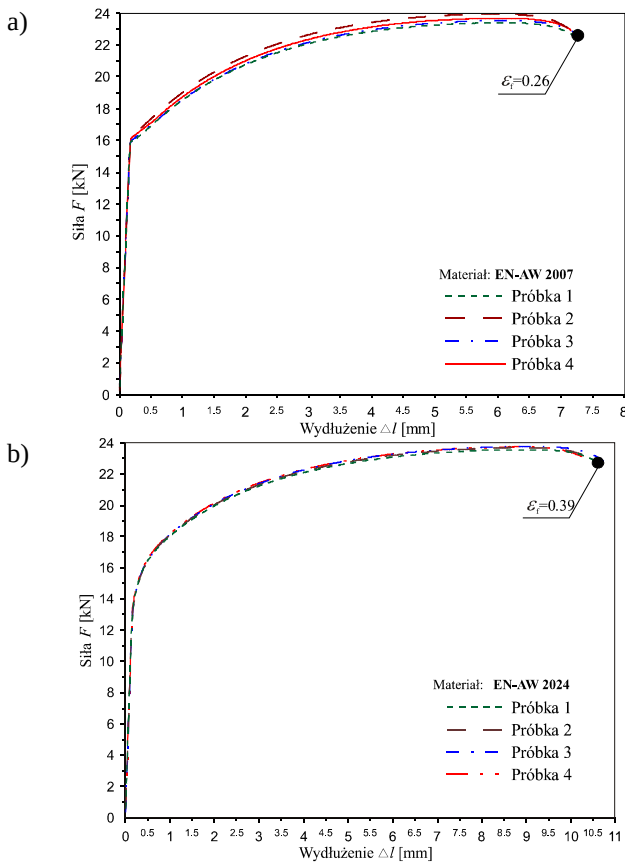
Badania eksperymentalne przeprowadzono w temperaturze pokojowej na programowalnej, hydraulicznej, jednoosiowej maszynie wytrzymałościowej MTS Test Frame 322 (Rys. 1), pracującej w pętli sprzężenia zwrotnego, sterowanej za pomocą systemu TestStar II.

Do wyznaczenia charakterystyk materiałowych wykorzystano osiowosymetryczne próbki bez karbu. Próbkę rozciągano stosując wymuszenie przemieszczeniowe. Do tego celu użyto osiowego ekstensometru o bazie pomiarowej 4 mm. Zastosowano prędkość przemieszczenia próbki $\dot{l} = 0,1 \text{ mm/s}$ (PN-EN 10002-1+AC1, 2004). W doświadczeniu wykorzystano także ekstensometr średnicowy o bazie pomiarowej równej średnicy badanej próbki ($\phi 8 \text{ mm}$). Pozwoliło to na pomiar zmiany średnicy podczas obciążania próbki, aż do momentu pojawienia się szyjki. Na Rys. 1a przedstawiono próbkę gładką z dwoma ekstensometrami w uchwytach maszyny wytrzymałościowej.



Rys. 1. a) Próbkę gładką z ekstensometrem osiowym i średnicowym, b) próbkę z karbem z ekstensometrem osiowym

Dla wszystkich próbek pękanie występowało zawsze w obszarze ograniczonym bazą pomiarową ekstensometru. Na rysunku 2 przedstawiono wykres siła-przemieszczenie dla czterech przeprowadzonych prób rozciągania. Dodatkowo wyznaczono odkształcenie ekwiwalentne ε_t w momencie zniszczenia próbki (Brindgman, 1964).



Rys. 2. Wykres siła – wydłużenie bazy pomiarowej dla badanych stopów aluminium: a) EN-AW 2007, b) EN-AW 2024

W tabeli 1 przedstawiono parametry wytrzymałościowe badanych materiałów, otrzymane z próby monotonicznego rozciągania (F_H – maksymalna siła rozciągająca w zakresie sprężystym, F_{max} – maksymalna siła rozciągająca, A_5 – wydłużenie po rozerwaniu, Z – przewężenie przekroju). Wyniki otrzymano uśredniając wartości dla czterech powtórzeń.

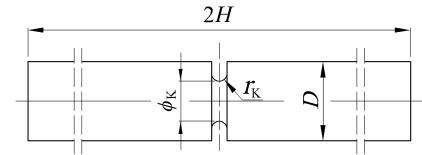
Tab. 1. Zestawienie parametrów wytrzymałościowych otrzymanych z próby monotonicznego rozciągania.

Materiał	d_0 [mm]	d_t [mm]	ε_t [%]	F_H [kN]	F_{max} [kN]	A_5 [%]	Z [%]
EN 2024	8.00	6.52	39	13.07	23.69	26.25	18.50
EN 2007	8.00	7.03	26	15.91	23.65	18.19	12.16

2.2 Badania pękania próbek z karbami

Zasadniczym etapem badań doświadczalnych była analiza pękania próbek z karbami obrączkowymi (Rys. 3). Wymiary próbek przyjętych do analizy zamieszczono w tabeli 2. Błąd wykonania promieni karbu mieścił się

w granicach $\pm 0.02\text{mm}$, a średnicy próbek w dnie karbu $\pm 0.08\text{mm}$.



Rys. 3. Próbką z karbem o promieniu r_K i średnicy ϕ_K

Tab. 2 Wymiary próbek przeznaczonych do badań doświadczalnych

Kształt próbki	r_K [mm]	ϕ_K [mm]	$2H$ [mm]	D [mm]
I	0.3; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0; 8.0; 15; 30	8.0	120	10
II	0.3; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0; 8.0; 15; 30	7.0		
III	0.3; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0; 8.0; 15; 30	6.0		

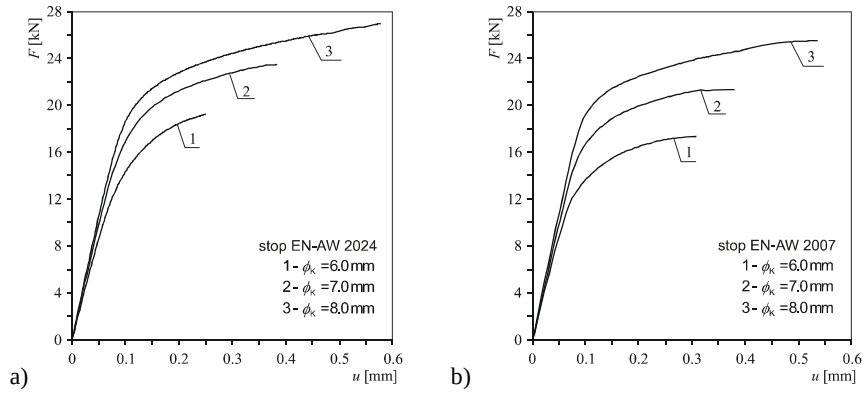
r_K - promień karbu; ϕ_K - średnica próbki w dnie karbu;
 $2H$ - wysokość próbki; D - średnica próbki.

Próbki rozciągano zadając wymuszenie przemieszczeniowe, kontrolowane ekstensometrem o bazie pomiarowej 25 mm. Prędkość przemieszczenia dobierano w taki sposób, aby obliczona prędkość odkształcenia liniowego była jednakowa w dnie karbu każdej próbki.

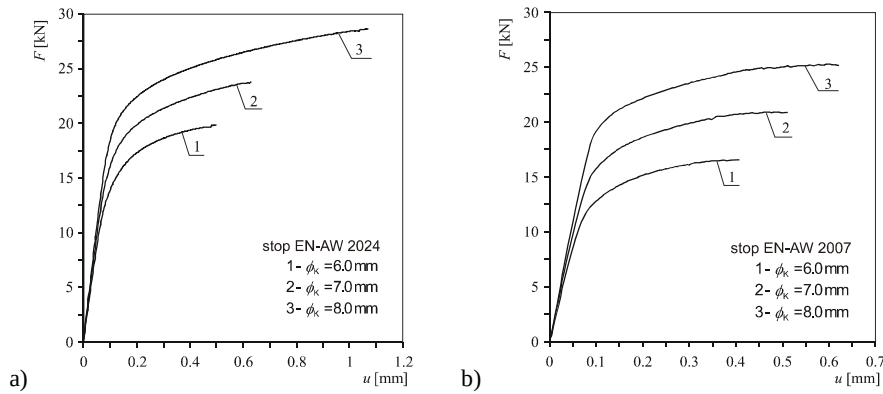
Tab. 3. Wyniki badań doświadczalnych pękania próbek z karbami

Nr próbki	r_K [mm]	ϕ_K [mm]	EN 2024		EN 2007	
			$\bar{u}_c$ [mm]	$\bar{F}_c$ [kN]	$\bar{u}_c$ [mm]	$\bar{F}_c$ [kN]
1	0.3	6	0.249	19.13	0.326	16.75
2		7	0.384	23.52	0.377	20.60
3		8	0.581	26.65	0.536	25.48
4	0.5	6	0.345	19.83	0.372	17.38
5		7	0.456	23.72	0.457	21.37
6		8	0.726	27.51	0.616	25.87
7	1.0	6	0.483	19.70	0.407	15.97
8		7	0.640	24.10	0.512	20.65
9		8	1.071	28.63	0.624	25.73
10	2.0	6	0.667	18.22	0.513	15.45
11		7	1.024	24.12	0.611	20.57
12		8	1.630	29.47	0.789	26.02
13	4.0	6	0.731	16.27	0.697	15.13
14		7	1.103	22.26	0.722	20.38
15		8	1.996	28.51	1.017	26.45
16	8.0	6	1.109	15.17	0.924	14.25
17		7	1.227	20.13	0.965	19.55
18		8	2.061	27.30	1.156	25.81
19	15.0	6	1.574	14.47	1.182	13.75
20		7	1.705	19.61	1.311	18.88
21		8	2.141	25.95	1.512	25.36
22	30.0	6	2.103	13.70	1.510	13.23
23		7	2.290	19.25	1.619	18.04
24		8	2.620	25.14	1.922	23.69

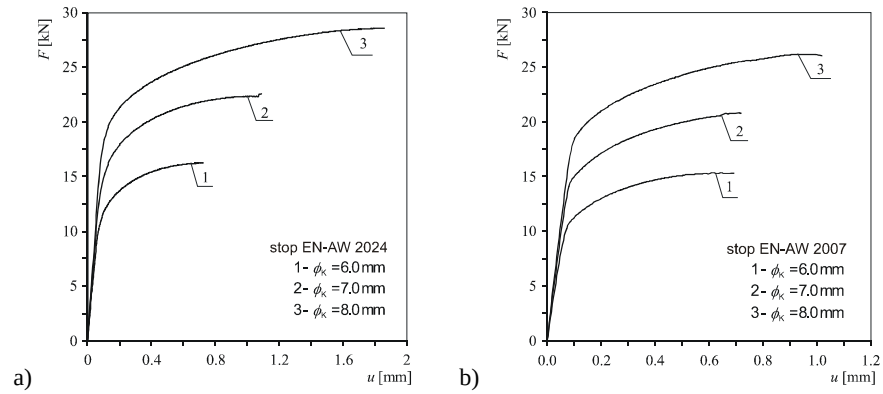
W wyniku przeprowadzonych badań zarejestrowano zależność siły rozciągającej od wydłużenia bazy pomiarowej ($l_0 = 25\text{mm}$) dla każdego z karbów, a w szczególności maksymalne (krytyczne) przemieszczenie bazy pomiarowej u_c i siłę krytyczną F_c , powodującą inicjację pęknięcia w próbce. Moment inicjacji pęknięcia charakteryzował się widocznym spadkiem wartości siły na wykresie siła - przemieszczenie. W tabeli 3 zestawiono uśrednione wyniki badań doświadczalnych przemieszczeń $\bar{u}_c$ oraz siły krytycznej $\bar{F}_c$ dla czterech próbek z karbami o różnym kształcie.



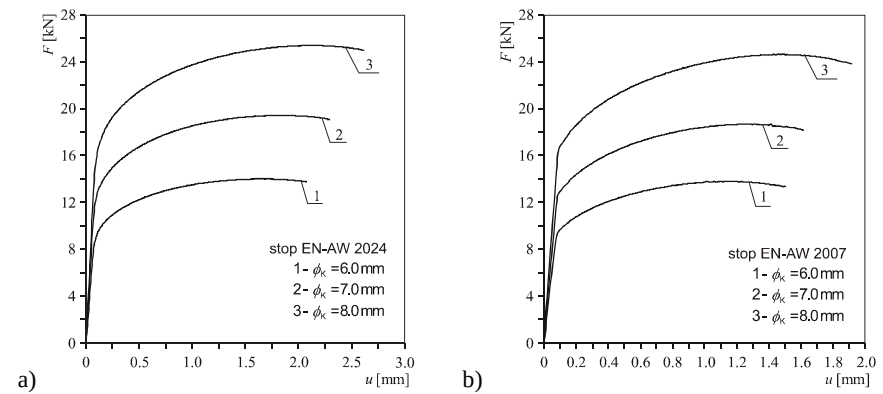
Rys. 4. Wykres zależności siły od przemieszczenia w próbce z karbem ($r_K = 0.3\text{ mm}$): a) stop EN-AW 2024, b) stop EN-AW 2007



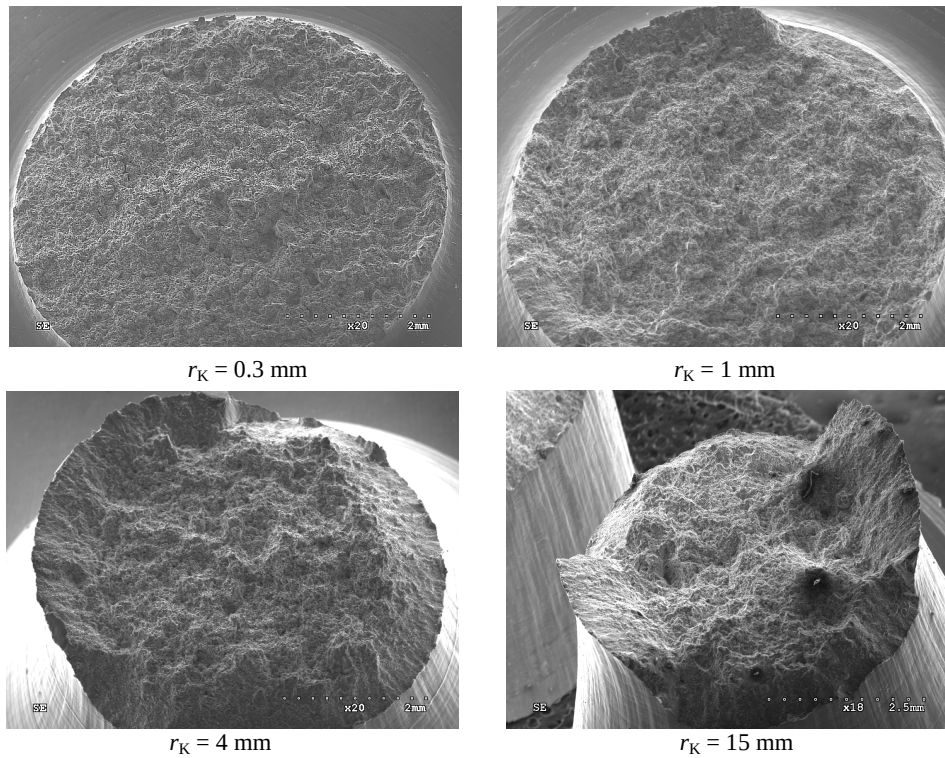
Rys. 5. Wykres zależności siły od przemieszczenia w próbce z karbem ($r_K = 1\text{ mm}$): a) stop EN-AW 2024, b) stop EN-AW 2007



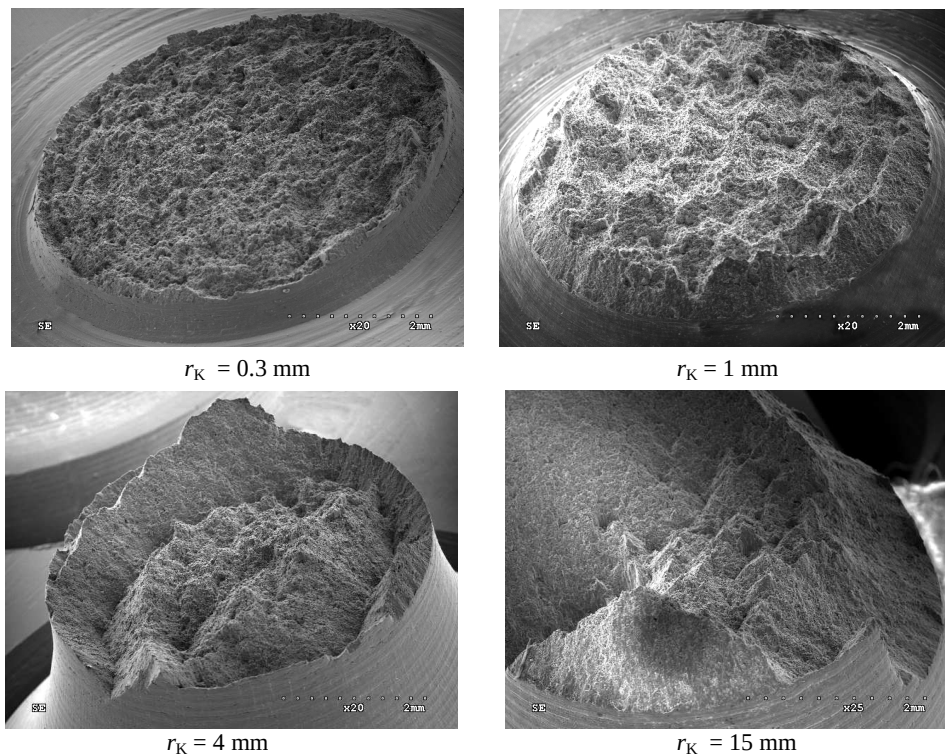
Rys. 6. Wykres zależności siły od przemieszczenia w próbce z karbem ($r_K = 4\text{ mm}$): a) stop EN-AW 2024, b) stop EN-AW 2007



Rys. 7. Wykres zależności siły od przemieszczenia w próbce z karbem ($r_K = 30\text{ mm}$): a) stop EN-AW 2024, b) stop EN-AW 2007



Rys. 8. Powierzchnie pęknięcia próbek wykonanych ze stopu aluminium EN 2024; średnica w dnie karbu $\phi_K = 6 \text{ mm}$



Rys. 9. Powierzchnie pęknięcia próbek wykonanych ze stopu aluminium EN 2007; średnica w dnie karbu $\phi_K = 6 \text{ mm}$

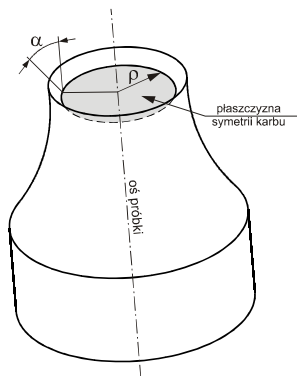
Na Rys. 4÷7 przedstawiono wybrane zależności siły rozciągającej F od przemieszczenia bazy pomiarowej u przy stałym promieniu r_K . Krzywe zamieszczone na wykresach są średnimi z czterech powtórzeń przeprowadzonych dla każdego typu próbki.

Przedstawiono także analizę powierzchni zniszczenia próbek z karbami o różnym kształcie, wykonanych z obu materiałów. Na Rys. 8 przedstawiono zdjęcia powierzchni

pęknięcia dla stopu aluminium EN 2024, natomiast na Rys. 9 dla stopu EN 2007, wykonane na mikroskopie skaningowym przy powiększeniu 20 $\times$.

W badaniach zwrócono uwagę na to, jaki wpływ na przebieg wykresu $F-u$ oraz wartości u_c i F_c ma promień (r_K) i średnica (ϕ_K) w dnie karbu. Wraz ze wzrostem promienia r_K krytyczne przemieszczenie u_c wzrasta, a przebieg zależności $F-u$ staje się bardziej łagodny. W większości

przypadków wzrost promienia r_K powodował spadek wartość siły krytycznej F_c . Otrzymane wyniki wykazały znaczący wpływ promienia zaokrąglenia karbu na kształt powierzchni pęknięcia. W przypadku większych promieni karbu ($r_K=2, 4, 8, 15, 30$ mm) powierzchnia miała kształt kielicha (Rys. 10). W pobliżu osi symetrii tworzyła ona okrąg o promieniu ρ leżący w płaszczyźnie symetrii karbu, a na obwodzie była nachylona pod kątem α do osi próbki.



Rys.10. Schemat powierzchni pęknięcia badanych próbek.

Dla stopu aluminium EN 2024 kąt α wynosił około 56° , a dla stopu aluminium EN 2007 kąt α był bliski 45° . Może to świadczyć o tym, że inicjacja pęknięcia miała miejsce na osi symetrii próbki. Promień ρ malał wraz ze wzrostem promienia karbu r_K . Dla mniejszych promieni karbu ($r_K=0.3, 0.5, 1$ mm) powierzchnia pęknięcia pokrywała się z płaszczyzną symetrii karbu (prostopadła do kierunku rozciągania). W tym przypadku inicjacja pęknięcia mogła mieć miejsce na osi symetrii próbki, jak i w dnie karbu (lub w jego pobliżu).

4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych pęknięcia osiowosymetrycznych próbek z korbami o różnym kształcie (dla dużego zakresu promienia zaokrąglenia dna karbu oraz różnej średnicy w dnie karbu) w warunkach monotonicznego rozciągania. Szczególną uwagę zwrócono na miejsce inicjacji pęknięcia, które można wyznaczyć na podstawie analizy kształtu powierzchni pęknięcia, ale tylko w przypadku korbów o dużym promieniu zaokrąglenia. Inicjacja pęknięcia, będąca początkiem zniszczenia całej próbki, następowała wówczas na osi symetrii próbki, na płaszczyźnie symetrii karbu, prostopadłej do kierunku rozciągania.

Przeprowadzone badania doświadczalne są punktem wyjścia do modelowania numerycznego pól naprężeń i odkształceń za pomocą metody elementów skończonych, w szczególności wyznaczenia krytycznych wartości naprężeń oraz odkształceń (w momencie inicjacji pęknięcia). Obliczenia te mogą pozwolić na wyznaczenie miejsca inicjacji pęknięcia w przypadku próbek z korbami o małym promieniu zaokrąglenia: czy następuje ona na osi symetrii próbki (co jest mało prawdopodobne), w dnie karbu, czy też w pewnej odległości od dna karbu?

Przedstawione w pracy wyniki badań doświadczalnych ciągłości pęknięcia elementów z korbami, mają duże znaczenie poznawcze i mogą być wykorzystane przez innych badaczy zarówno do formułowania, jak i weryfikacji własnych modeli obliczeniowych, a w szczególności kryteriów sprężysto-plastycznego pęknięcia.

LITERATURA

1. Agarwal H., Gokhale A. M., Graham S., Horstemeyer M. F. (2003) Void growth in 6061-aluminum alloy under triaxial stress state, *Materials Science and Engineering A341*, 35-42.
2. Bandsta J. P., Koss D. A. (2004), A simulation of growth and coalescence of void during ductile fracture, *Mat. Science & Eng.*, vol. 387-389, ss.399-403.
3. Bao Y., (2001) *Comparative study on various Fracture criteria – Part II: Finite Element Analysis*, MIT, Cambridge.
4. Bao Y., (2005) Dependence of ductile crack formation in tensile tests on stress triaxiality, stress and strain ratios, *Eng. Fracture Mech.*, Vol. 72, ss. 505-522.
5. Bao Y., Treitler R., (2004) Ductile crack formation on notched Al2024-T351 bars under compression – tension loading, *Materials Science and Engineering A 384*, 385-394.
6. Barton D. C., (2004) Determination of the high strain rate fracture properties of ductile materials using a combined experimental/numerical approach, *International Journal of Impact Engineering*, 30, 1147-1159.
7. Brindgman P. W., (1964) *Studies in large plastic flow and fracture*, Harvard University Press, Cambridge, MA, 1964.
8. Enami K., (2005) The effects of compressive and tensile prestrain on ductile fracture initiation in steels, *Eng. Fract. Mech.*, 72, 10089-1105.
9. PN-EN 10002-1+AC1 (2004) *Metale. Próba rozciągania. Część 1: Metoda badania w temperaturze otoczenia*, PKN.
10. Thomason P. F., (1990) *Ductile fracture of metals*, Pergamon press, Inc., New York.
11. Yan C., Ye L., Mai Y.-W., (2004) Effect of constraint on behaviour of an AZ91 magnesium alloy, *Matt. Letters*, 58, 3219-3221.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF DUCTILE FRACTURE SPECIMENS WITH NOTCHES MADE OF ALUMINIUM ALLOY EN-AW 2024 AND EN-AW 2007

Abstract: The paper presents results of experimental tests on uniaxial tension specimens with radius notches made with ductile material-aluminum alloy: EN-AW 2024 and EN-AW 2007. Authors pay attention to shape of crack surface, changing of critical forces and maximum displacement – the reasons depends on notch's radius and diameter of specimen at notch root.

Pracę wykonano w ramach grantu nr N N501 120536 realizowanego w Politechnice Białostockiej, finansowanego ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

SYNTEZA METODĄ GRAFPOL PROCEDUR WSPÓLBIEŻNYCH W KTÓRYCH REALIZACJA KROKÓW JEST SYGNALIZOWANA WARUNKAMI LOGICZNYMI I CZASOWYMI

Łukasz DWORZAK*, Tadeusz MIKULCZYŃSKI*

*Instytut Technologii Maszyn i Automatyzacji, Politechnika Wrocławska, ul. Ignacego Łukasiewicza 5, 50-371 Wrocław

lukasz.dworzak@pwr.wroc.pl, tadeusz.mikulczynski@pwr.wroc.pl

Streszczenie: W pracy zaprezentowano zastosowanie metody Grafpol do syntezy współbieżnych algorytmów sterowania w których realizacja kroków jest sygnalizowana warunkami logicznymi i czasowymi. Opracowane zasady stanowią uproszczenie metody transformacji sieci (MTS) programowania procesów produkcyjnych w zakresie realizacji pamięci. Dzięki temu czas syntezy równania schematowego, w porównaniu z metodą MTS, uległ znacznemu skróceniu. Projektowane równanie schematowe stanowi podstawę do zapisu programu użytkowego, sterownika PLC, za pomocą dowolnego języka zdefiniowanego w normie PN-EN 61131-3.

1. WPROWADZENIE

W dobie kryzysu ekonomicznego oraz coraz krótszego cyklu życia produktów jedną z cech przedsiębiorstw produkcyjnych pozwalającą na uzyskanie przewagi konkurencyjnej jest zdolność szybkiego i elastycznego przeobrażania produkcji. Nerozerwanie wiąże się to z koniecznością przeprogramowania układów sterowania maszyn produkcyjnych. To z kolei wymusza konieczność poszukiwania szybkich, niezawodnych i prostych, w codziennym stosowaniu, metod umożliwiających opracowywanie algorytmów sterowania dla nowych procesów technologicznych. W pracy przedstawiono zasady stosowania metody Grafpol do modelowania i programowania sterowników PLC, która umożliwia syntezę równania schematowego także w odniesieniu do algorytmów sterowania procedurami współbieżnymi w których realizacja kroków jest sygnalizowana warunkami logicznymi i czasowymi.

2. SYNTEZA METODĄ GRAFPOL RÓWNANIA SCHEMATOWEGO

Równanie schematowe stanowiące sumę funkcji wszystkich zmiennych wyjść (Y) oraz elementarnych ko-

mórek pamięci (M), jest podstawą do zapisu programu użytkowego sterownika PLC za pomocą dowolnego języka zdefiniowanego w normie PN-EN 61131-3. Można je wyznaczyć za pomocą, opracowanej w Laboratorium Podstaw Automatyzacji Politechniki Wrocławskiej metody Grafpol (Mikulczyński, 2006). Procedura syntezy metodą Grafpol równania schematowego składa się z pięciu etapów elementarnych (Rys. 1).

2.1. Synteza równania schematowego procedur współbieżnych

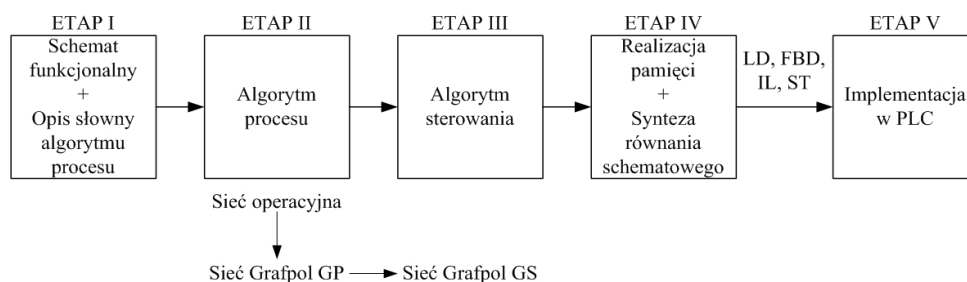
Syntezę równania schematowego współbieżnych algorytmów sterowania określają następujące zasady:

Zasada 1

Każdą procedurę sekwencyjną rozpatruje się niezależnie od pozostałych.

Zasada 2

Zgodnie z zasadami syntezy algorytmu sterowania metodą Grafpol (Dworzak i inni, 2009) dla poszczególnych procedur sekwencyjnych wyznacza się warunki zapisu i kasowania poszczególnych elementarnych komórek pamięci oraz określa funkcje zmiennych wyjściowych.



Rys. 1. Etapy modelowania wg metody Grafpol

Zasada 3

Postać tranzycji t_0^* , określającej współbieżne rozpoczęcie realizacji procedur sekwencyjnych opisuje zależność:

$$t_0^* = t_{1,0}^* \cdot t_{2,0}^* \cdot \dots \cdot t_{k,0}^* \quad (1)$$

gdzie: t_0^* – zerowa tranzycja algorytmu sterowania procedury współbieżnej, $t_{k,0}^*$ – zerowa tranzycja algorytmu sterowania k-tej procedury sekwencyjnej.

Zasada 4

Zależność określająca kasowanie wszystkich użytych, w procedurach sekwencyjnych, elementarnych komórek pamięci, określa iloczyn:

$$\sum_{i=1}^k M_{i,1...L}(R) = t_{1,n}^* \cdot t_{2,n}^* \cdot \dots \cdot t_{k,n}^* \quad (2)$$

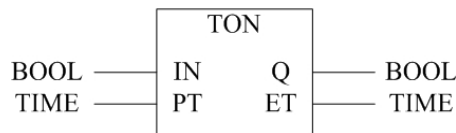
gdzie: L – liczba elementarnych komórek pamięci j -tej procedury sekwencyjnej, $t_{k,n}^*$ – ostatnia tranzycja k -tej procedury sekwencyjnej, w której uwzględniono pamięć.

2.2. Synteza równania schematowego sekwencyjnych algorytmów sterowania, w których realizacja kroków jest sygnalizowana warunkami czasowymi

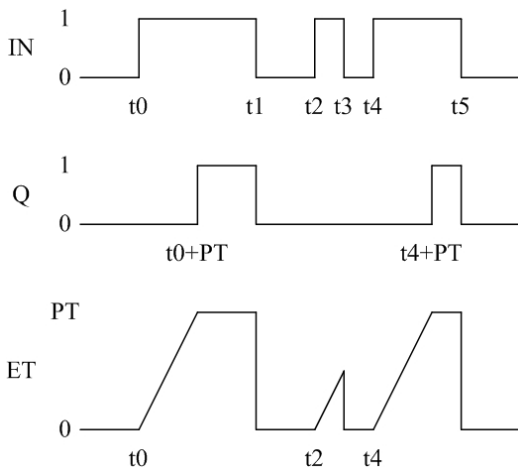
W odniesieniu do procedur w których realizację etapów elementarnych określają warunki czasowe, podczas syntezy równania schematowego obowiązują następujące zasady:

Zasada 1

W krokach czasowych stosowany jest licznik czasu typu TON (norma, 2004), którego blok oraz diagram funkcjonalny przedstawiono na Rys. 2 i 3.



Rys. 2. Schemat bloku licznika czasu TON



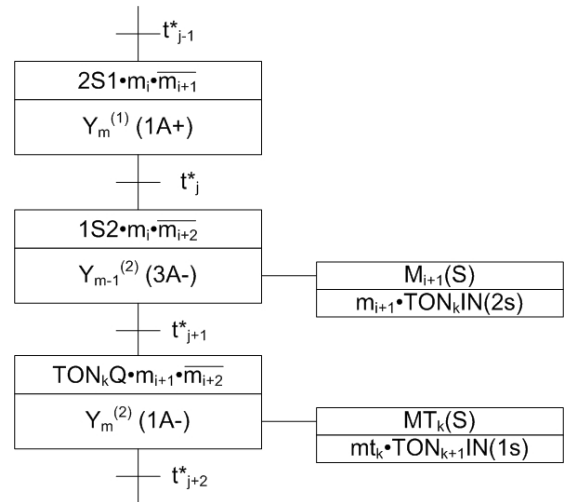
Rys. 3. Diagram funkcjonalny licznika czasu TON

Zasada 2

Warunki które reprezentuje tranzycja t_j poprzedzająca krok, w którym następuje inicjacja k -tego licznika czasu zapisują tzw. skojarzoną z licznikiem czasu komórkę pamięci inicjującą licznik czasu (Rys. 4).

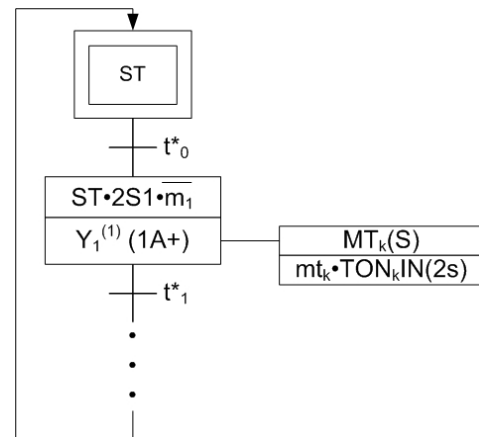
Jeśli z zasad realizacji pamięci dla procedur sekwencyjnych (Dworzak i inni, 2009) wynika, że w tranzycji t_j poprzedzającej krok, w którym następuje inicjacja licznika czasu:

- następuje zapis komórki pamięci, wówczas sygnał tej komórki pamięci inicjuje licznik,
- nie następuje zapis komórki pamięci wówczas należy ją zapisać przez warunki tej tranzycji, a jej sygnał zastosować do inicjacji licznika czasu. Taką komórkę pamięci oznaczamy MT_k , a jej sygnał mt_k .

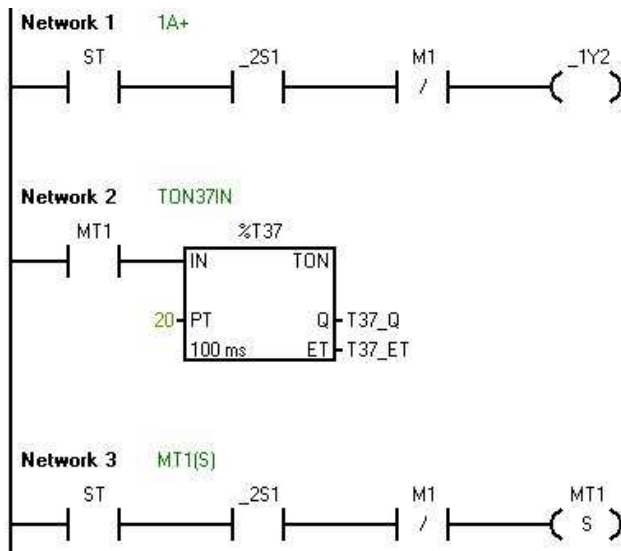


Rys. 4. Ilustracja zasady 2

UWAGA: Jeśli w pierwszym kroku algorytmu sterowania zapisywana jest komórka pamięci (MT_k) inicjująca licznik, wówczas istotne jest by zapis tej komórki pamięci w trakcie implementacji w sterowniku PLC następował po zależności, w której inicjowany jest licznik czasu, ale przed zależnością określającą zapis komórki pamięci $M_i(S)$ (Rys. 5 i 6).



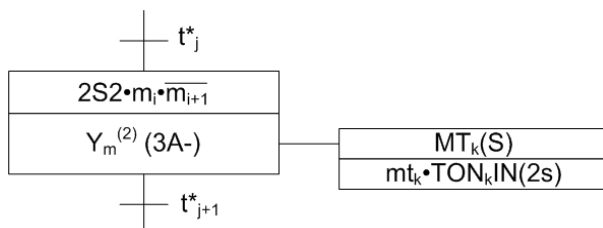
Rys. 5. Ilustracja uwagi zasady 2



Rys. 6. Ilustracja uwagi zasady 2

Zasada 3

W tranzycji występującej po kroku w których nastąpiła inicjacja k -tego licznika czasu (Rys. 7) stosujemy sygnał wyjściowy tego licznika (3).



Rys. 7. Ilustracja zasady 3

$$t_{j+1} = TON_k Q \dots \quad (3)$$

gdzie: $TON_k Q$ – sygnał wyjściowy k -tego licznika czasu.

Zasada 4

Jeśli w ostatniej tranzycji (t_n^*) występuje sygnał k -tego licznika czasu, wówczas w tranzycji t_0 należy zastosować zanegowany sygnał wyjściowy k -tego licznika czasu (4).

$$t_n = TON_k Q \dots \quad (4)$$

$$t_0 = ST \cdot \overline{TON_k Q} \dots$$

gdzie: ST – sygnał wyjściowy elementu niezależnego od procesu (np. przycisk).

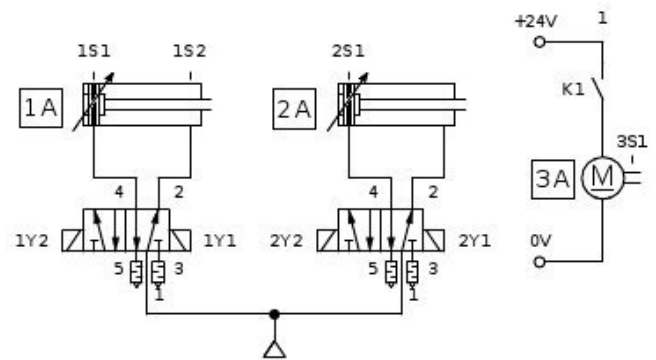
Zasada 5

Kasowanie wszystkich zastosowanych w algorytmie sterowania komórek pamięci następuje, gdy spełniony jest warunek ostatniej tranzycji (t_n^*).

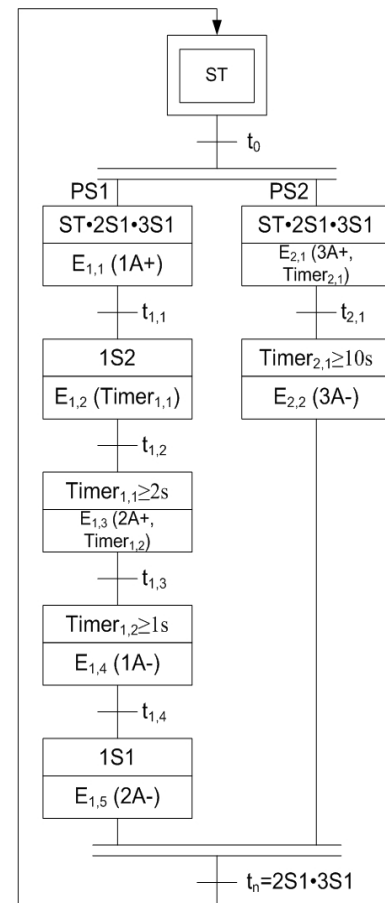
Użycie powyższych zasad zilustrowano na przykładzie.

Przykład

Na Rysunku 8 przedstawiono schemat funkcjonalny dwóch napędów pneumatycznych (1A, 2A) oraz silnika elektrycznego – 3A. Ich algorytm pracy stanowią dwie procedury sekwencyjne realizowane współbieżnie. Procedura PS1 składa się z pięciu etapów elementarnych E1.1-E1.5, natomiast procedura PS2 z dwóch etapów elementarnych E2.1-E2.2.



Rys. 8. Schemat funkcjonalny napędów



Rys. 9. Algorytm przykładowego procesu zapisany za pomocą sieci Grafcop GP

Procedura PS1

ETAP E1.1:*wysuw tłoczyska siłownika 1A*

Realizacja: 1A+ (1Y2)

Sygnalizacja: 1S2

ETAP E1.2:*oczekiwanie*

Realizacja: Timer_{1,1}

Sygnalizacja: TON_{1,1}Q

ETAP E1.3:*wysuw tłoczyska siłownika 2A po zadanym czasie 2s przez czas 1s*

Realizacja: 2A+ (2Y2), Timer_{1,2}

Sygnalizacja: TON_{1,2}Q

ETAP E1.4:*wsuw tłoczyska siłownika 1A*

Realizacja: 1A- (1Y1)

Sygnalizacja: 1S1

ETAP E1.5:*wsuw tłoczyska siłownika 2A*

Realizacja: 2A- (2Y1)

Sygnalizacja: 2S1

Procedura PS2

ETAP E2.1:*praca silnika 3A przez zadany czas*

Realizacja: 3A+ (K1), Timer_{2,1}

Sygnalizacja: TON_{2,1}Q

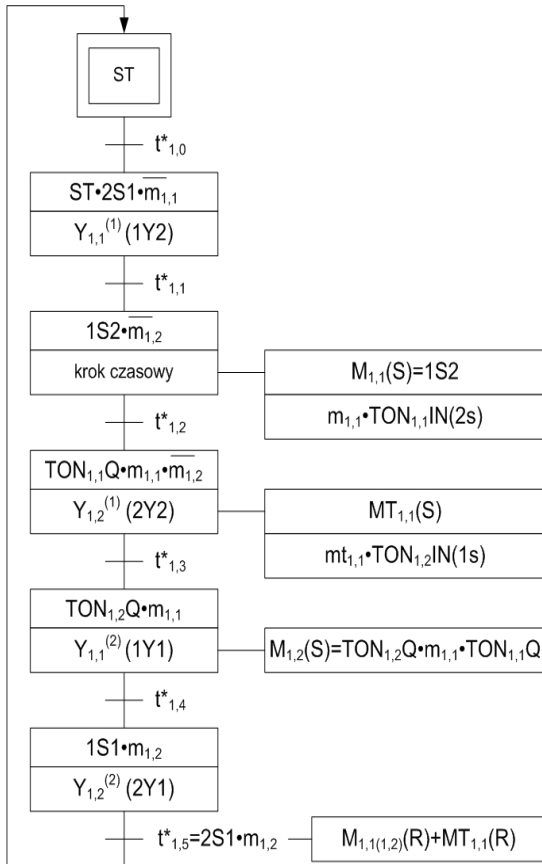
ETAP E2.2:*zatrzymanie silnika 3A*

Realizacja: 3A- (K1)

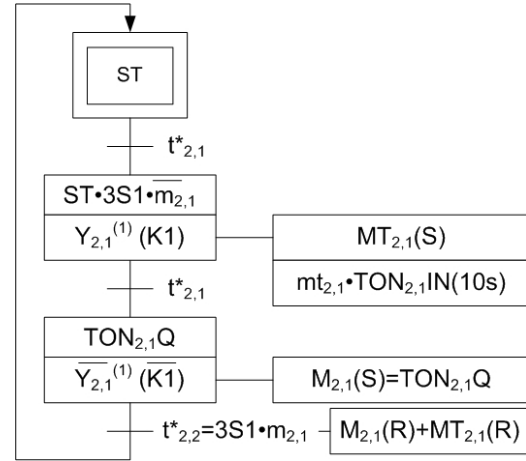
Sygnalizacja: 3S1

Procedury te stanowią reprezentację algorytmu procesu przedstawionego w postaci sieci Grafpol GP na Rys. 9.

Postępując zgodnie z zasadą 1 i 2 syntezy równania schematowego współbieżnych algorytmów sterowania, zasadami syntezy równania schematowego sekwencyjnych algorytmów sterowania w których realizacja kroków jest sygnalizowana warunkami czasowymi oraz zasadami realizacji pamięci (Dworzaki inni, 2009), otrzymujemy sieć Grafpol GS przedstawioną na Rys. 10 i 11. Na jej podstawie możliwe jest wyznaczenie równań schematowych dla PS1 (5) i PS2 (6).



Rys. 10. Algorytmy sterowania PS1 zapisany w postaci sieci Grafpol GS



Rys. 11. Algorytmy sterowania PS2 zapisany w postaci sieci Grafpol GS

$$F_{PS1}(Y, M) = \sum \left\{ \begin{array}{l} ST \cdot 2S1 \cdot \overline{m_{1,1}} \cdot Y_{1,1}^{(1)}, \\ TON_{1,1}Q \cdot m_{1,1} \cdot \overline{m_{1,2}} \cdot Y_{1,2}^{(1)}, \\ TON_{1,2}Q \cdot m_{1,1} \cdot Y_{1,1}^{(2)}, \\ 1S1 \cdot m_{1,2} Y_{1,2}^{(2)}, \\ m_{1,1} \cdot TON_{1,1}IN(2s), \\ m_{1,1} \cdot TON_{1,2}IN(1s), \end{array} \right. \quad (5)$$

$$F_{PS2}(Y, M) = \sum \left\{ \begin{array}{l} TON_{1,1}Q \cdot m_{1,1} \cdot \overline{m_{1,2}} \cdot MT_{1,1}(S) \\ 1S2 \cdot M_{1,1}(S) \\ TON_{1,2}Q \cdot m_{1,1} \cdot TON_{1,1}Q \cdot M_{1,2}(S) \\ 2S1 \cdot m_{1,2} \cdot [M_{1,1(1,2)}(R) + MT_{1,1}(R)] \\ ST \cdot 3S1 \cdot \overline{m_{2,1}} \cdot Y_{2,1}^{(1)}(S), \\ TON_{2,1}Q \cdot Y_{2,1}^{(1)}(R), \\ mt_{2,1} \cdot TON_{2,1}IN(10s), \\ St \cdot 3S1 \cdot \overline{m_{2,1}} \cdot MT_{2,1}(S) \\ TON_{2,1}Q \cdot M_{2,1}(S) \\ 3S1 \cdot m_{2,1} \cdot [M_{2,1}(R) + MT_{2,1}(R)] \end{array} \right. \quad (6)$$

Równania te poddajemy modyfikacjom, zgodnie z zasadą 3 i 4 syntezy równania schematowego współbieżnych algorytmów sterowania, otrzymując w rezultacie równanie schematowe (7) opisujące układ zależności sterujących urządzeniem zgodnie z założonym algorytmem procesu. Równanie to stanowi podstawę do implementacji w sterowniku za pomocą dowolnego języka programowania opisanego w normie PN-EN 61131-3.

LITERATURA

1. **Mikulczyński T.** (2006), *Automatyzacja procesów produkcyjnych*, WNT, Warszawa.
2. **Dworzak Ł., Ciskowski S., Mikulczyński T., Bogdan M.** (2009), Synteza metodą Grafcop sekwencyjnych algorytmów sterowania, *Pomiary, Automatyka, Robotyka*. 2009, R. 13, nr 2, s. 686-694.
3. Norma PN-EN 61131-3 - Sterowniki programowalne - Część 3: Języki programowania
4. **Mikulczyński T., Samsonowicz Z.** (1997), *Automatyzacja dyskretnych procesów produkcyjnych: metody modelowania procesów dyskretnych i programowania PLC*, WNT, Warszawa.
5. **Banaszak Z., Drzazga A., Kuś J.** (1993), *Metody interakcyjnego modelowania i programowania procesów dyskretnych*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
6. **Kasprzyk J.** (2007), *Programowanie sterowników przemysłowych*, WNT, Warszawa.

SYNTHESIS GRAFCOP METHOD
OF CONCURRENT PROCEDURES
IN WHICH STEPS EXECUTION

IS INDICATED BY LOGIC AND TIME CONDITIONS

Abstract: The paper presents a method for the synthesis of concurrent control algorithms in which control steps execution is indicated by logic and time terms. The developed principles simplify the network transformation method (MTS) of programming production processes in the scope of the memory realisation. Thanks to this, time for synthesising the schematic equation can be significantly reduced in comparison to the MTS method. The designed schematic equation makes a ground for writing an application program of a PLC using any language defined in standard PN- EN 61131-3:2004-Programmable controllers-Part 3: Programming languages.

$$F_{PW}(Y, M) = \sum \left\{ \begin{array}{l} ST \cdot 2S1 \cdot \overline{m_{1,1}} \cdot 3S1 \cdot \overline{m_{2,1}} \cdot [Y_{1,1}^{(1)} + Y_{2,1}^{(1)}(S)], \\ TON_{1,1}Q \cdot m_{1,1} \cdot \overline{m_{1,2}} \cdot Y_{1,2}^{(1)}, \\ TON_{1,2}Q \cdot m_{1,1} \cdot Y_{1,1}^{(2)}, \\ 1S1 \cdot m_{1,2}Y_{1,2}^{(2)}, \\ TON_{2,1}Q \cdot Y_{2,1}^{(1)}(R), \\ m_{1,1} \cdot TON_{1,1}IN(2s), \\ mt_{1,1} \cdot TON_{1,2}IN(1s), \\ mt_{2,1} \cdot TON_{2,1}IN(10s), \\ TON_{1,1}Q \cdot m_{1,1} \cdot \overline{m_{1,2}} \cdot MT_{1,1}(S) \\ St \cdot 3S1 \cdot \overline{m_{2,1}} \cdot MT_{2,1}(S) \\ 1S2 \cdot M_{1,1}(S) \\ TON_{1,2}Q \cdot m_{1,1} \cdot TON_{1,1}Q \cdot M_{1,2}(S) \\ TON_{2,1}Q \cdot M_{2,1}(S) \\ 2S1 \cdot m_{1,2} \cdot 3S1 \cdot m_{2,1} \cdot [M_{1,1(1,2)(2,1)}(R) + MT_{1,1(2,1)}(R)] \end{array} \right. \quad (7)$$

3. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono sposób szybkiego i łatwego wyznaczania metodą Grafcop postaci równania schematowego procedur współbieżnych w których realizacja kroków sygnalizowana jest warunkami logicznymi i czasowymi. Dzięki opracowanym zasadom czas syntezy równania schematowego dla tego typu procedur uległ znacznemu skróceniu w porównaniu z metodą MTS (Mikulczyński i inni, 1997). Do zalet metody zaliczyć należy także konieczność użycia mniejsze ilości komórek pamięci w porównaniu z metodą Grafcet (Banaszak i inni, 1993), czy SFC (Kasprzyk, 2007).

ANALIZA DRGAŃ SWOBODNYCH UKŁADU NOŚNEGO ŻURAWIA SAMOCHODOWEGO DST-0285 Z UWZGLĘDNIENIEM ZMIANY KONFIGURACJI UKŁADU

Tomasz GEISLER*

*Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki,
Politechnika Częstochowska, ul. J. H. Dąbrowskiego 73, 42-201 Częstochowa

geisler@imipkm.pcz.czyst.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono model żurawia samochodowego zawierający główne jego zespoły. Modelowanie przeprowadzono przy użyciu metody elementów skończonych i wykorzystaniu pakietu COSMOS/M. Na podstawie zbudowanych modeli przeprowadzono badania wpływu położenia obciążenia oraz konfiguracji połączeń zespołów żurawia na zmiany wybranych częstości drgań własnych analizowanego układu. Zamieszczono przykładowe wykresy z wynikami przeprowadzonych badań.

1. WPROWADZENIE

Modelowanie i badania dynamiki układu nośnego żurawia samochodowego poddanego obciążeniu, jest zagadnieniem złożonym. Do zbudowania odpowiedniego modelu dynamicznego żurawia, konieczna jest znajomość warunków pracy, uwzględniająca możliwe wzajemne położenia głównych zespołów żurawia w pełnym zakresie ich ruchu. Wymagane jest uwzględnienie własności dynamicznych wszystkich zespołów. Potwierdzone jest to w wielu pracach. Szereg prac reprezentuje wielość zagadnień związanych z opisem wpływu elementów żurawia na dynamikę układu. W pracy (Posiadała, Skalmierski, Tomski, 1990) zawarto model obejmujący pełny opis ruchu ładunku w sprzężeniu z ruchami roboczymi. W pracach (Posiadała, 1997; Towarek, 1998) rozważano wpływ układu podporowego, w tym podłoża na dynamikę żurawia samochodowego. Praca (Strzałko, Grabski, 1995) omawia wpływ zmiany masy ładunku na dynamikę całego obiektu. Monografia (Posiadała i inni, 2005) dotyczyła modelowania i badań dynamiki żurawia samojezdnego. W pracy (Sochacki, Tomski, 1999) przeprowadzono analizę drgań swobodnych i parametrycznych układu zmiany wysięgu żurawia DUT 0203. W pracach z zakresu modelowania żurawia (Geisler, Posiadała, 2002; Geisler 2002) przedstawiono konstrukcję zespołów żurawia oraz badania dynamiki ramy podwozia żurawia.

Dalsze prace uwzględniały wpływ pozostałych zespołów żurawia samochodowego, w tym uwzględnienie wpływu wysięgnika teleskopowego na drgania swobodne układu żurawia. Ukazała się praca dotycząca weryfikacji modelu dyskretno-ciągłego z modelem MES żurawia (Geisler, Sochacki, 2007; Sochacki, 2008).

Poniższa praca jest rozszerzeniem badań układu żurawia (Geisler, 2010) przy uwzględnieniu wybranych konfiguracji połączeń ramy nadwozia z wysięgnikiem teleskopowym,

długości wysięgnika oraz odpowiedniego modelu obciążenia. Obciążenie układu nośnego żurawia odbywa się przez zadanie założonego ładunku, zawieszonego na linach. Model obciążenia powinien uwzględniać zmiany położenia ładunku oraz związane z tym właściwości sprężyste układu olinowania.

Zadanie modelowania układu nośnego wymaga uwzględnienia zasadniczych zespołów żurawia, w możliwie pełnej ich konstrukcji oraz zespołów dodatkowych. Zaproponowany model układu nośnego składa się ze sprzężonych ze sobą głównych zespołów żurawia: rama podwozia, rama obrotowa (nadwozie) z osadzonym trójczłonowym wysięgnikiem teleskopowym oraz olinowanie. W modelowaniu układu żurawia uwzględniono masy większości wyposażenia i zespołów obciążających układ.

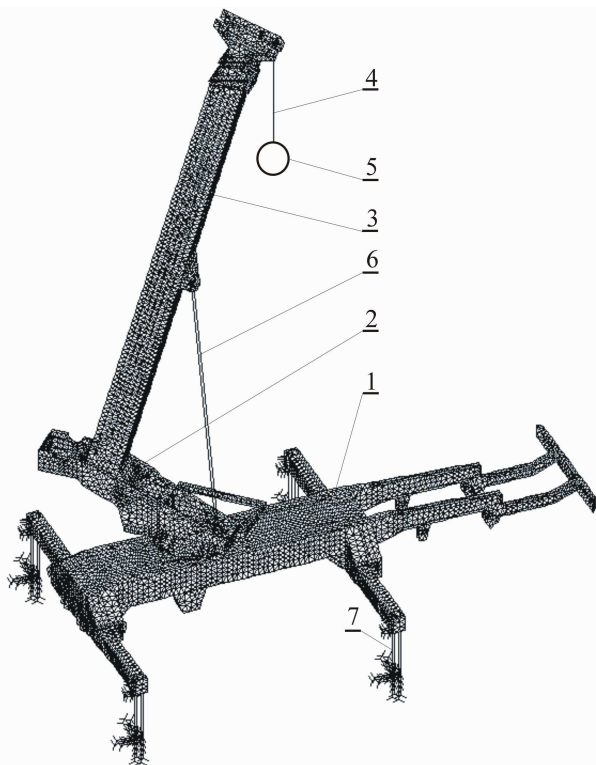
Zmiana konfiguracji układu żurawia związana jest z jego ruchami roboczymi. Ruchy określane są w poziomej płaszczyźnie obrotu ramy nadwozia z wysięgnikiem teleskopowym względem ramy nadwozia oraz obrotu wysięgnika względem ramy nadwozia w pionowej płaszczyźnie podnoszenia. Położenie obciążenia określa kombinacja wymienionych wyżej wzajemnych połączeń zespołów żurawia oraz długości olinowania. Ze względu na pewną symetryczność ramy podwozia, obliczenia przeprowadzono dla jednej strony połączeń ramy nadwozia z wysięgnikiem teleskopowym.

W pracy zaprezentowano analizę dwóch wybranych postaci drgań. Pierwszą z nich jest postać drgań zawierająca drgania giętne w płaszczyźnie podnoszenia trójczłonowego wysięgnika teleskopowego. Druga analizowana postać drgań zawiera także drgania giętne wysięgnika, ale w oddziaływaniu z ramą nadwozia i ramą podwozia jako układem nośnym żurawia. Postać ta daje pełny obraz zachowania się wszystkich zespołów żurawia powiązanych w całość. Uwzględnienie wymienionych postaci w dynamice rzeczywistego obiektu jest bardzo istotne.

Jako wyniki badań przedstawiono zmiany częstości drgań wybranych postaci drgań układu żurawia w zależności od: położenia w płaszczyźnie obrotu ramy obrotowej z wysięgnikiem, zmian długości wysięgnika, kąta podniesienia, obciążenia oraz jego położenia.

2. MODEL MES ŻURAWIA SAMOCHODOWEGO

Główne zespoły żurawia samochodowego DST-0285 zaprojektowano i wykonano w Fabryce Maszyn Budowlanych i Lokomotyw „Bumar-Fablok” w Chrzanowie. Modele opracowywano na podstawie udostępnionej dokumentacji ramy podwozia oraz dokumentacji pozostałych zespołów i elementów. W modelowaniu wymienionych zespołów uwzględniono konstrukcję wszystkich głównych części w postaci blach głównych, przepon, środników, żeber, belek, oraz innych istotnych elementów konstrukcji (Geisler, Posiadała 2002; Geisler 2002, 2008, 2010).



Rys. 1. Model układu żurawia samochodowego

Modelowanie wykonano pod kątem uzyskania modelu żurawia umożliwiającego przeprowadzenie badań pod kątem wyznaczania częstości postaci drgań swobodnych zespołów układu żurawia. Model podstawowy oraz modele pochodne zbudowano przy użyciu metody elementów skończonych i wykorzystaniu pakietu COSMOS/M (Rusiński, 1994; COSMOS/M, 1995). Ze względu na dużą liczbę elementów konstrukcji i związanym z tym stopniem komplikacji, w modelu zastosowano szereg niezbędnych uproszczeń konstrukcji.

W modelowaniu zastosowano podstawowe rodzaje elementów strukturalnych użytych do analizy liniowej: shell3, solid, spring, rbar, mass.

Wszystkie wielkości geometryczne, oraz wszystkie właściwości użytych elementów budowanych modeli wprowadzono do pliku programu w sposób parametryczny. Sposób ten pozwala na w pełną kontrolę zmian wymiarów geometrycznych elementów ram podwozia, nadwozia i wysięgnika, w tym grubości blach oraz wzajemnego położenia np. środników i przepon. Istotna jest również możliwość wyboru dowolnego wzajemnego położenia względem siebie głównych zespołów żurawia, z wybraną dokładnością.

W sposób parametryczny wprowadzane są też wartości obciążenia oraz długości i sprężystości lin. Umożliwia to wykonanie badań na podstawie modelu podstawowego, wykorzystując tworzone kolejne modele pochodne, przy zmieniających się tylko wartościach jego parametrów. Wymaga to pełnej kontroli nad wartościami parametrów oraz wprowadzonymi układami współrzędnych.

Model układu zawierający powiązane w całość ramę podwozia (1), ramę nadwozia (2), wysięgnik teleskopowy (3), układ linowy (4) oraz ładunek (5) żurawia samochodowego przedstawiono na rysunku (Rys. 1). W obliczeniach uwzględniono własności sprężyste układu podporowego ramy podwozia (7) oraz własności sprężyste układu podparcia wysięgnika (6) (Rys. 1).

Wartości obciążenia modelu zadawano jako masę ładunku, skupioną zawieszoną na elementach modelujących układ linowy. Poza obciążenia ładunkiem w postaci elementów masowych, w modelu uwzględniono również większość mas elementów budowy i wyposażenia żurawia.

Zgodnie z dokumentacją uwzględniono takie zespoły jak masa silnika ze skrzynią biegów, kabin, wciągarek, elementów zawieszenia i kół oraz wybranych siłowników. Elementy masowe modelujące te zespoły umieszczono w sposób zbliżony do rzeczywistego ich położenia w konstrukcji żurawia.

Uwzględniono w badaniach sprężystość zastępczą siłownika podparcia wysięgnika (siłownika zmiany wysięgu). Sprężystość ta przyjmowana w obliczeniach, zmieniała się wraz z długością siłownika i powiązana była z wartością kąta podniesienia wysięgnika teleskopowego.

Przyjętą w obliczeniach charakterystykę zmiany sprężystości podparcia wysięgnika w funkcji kąta podniesienia, zamieszczono dalej.

W modelu uwzględniono także stałą wartość sprężystości podparcia ramy podwozia (siłowniki podpór).

Przeprowadzono modelowanie uwzględniające umieszczenie obciążenia na sprężystym układzie linowym. Uwzględnienie zawieszenia ładunku wymagało przyjęcia w obliczeniach sprężystości zastępczej układu linowego.

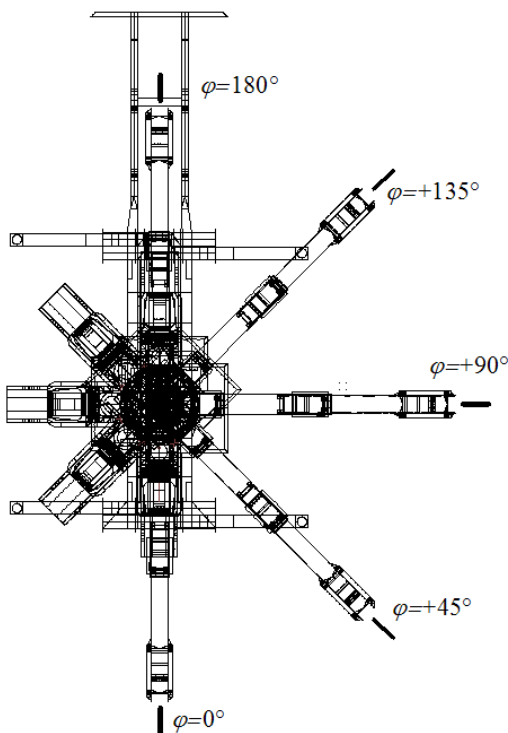
Przeprowadzenie modelowania powinno uwzględniać omawianą sprężystość ze względu na dokładniejsze odwzorowanie rzeczywistego układu żurawia w tworzonych modelach i może wprowadzać zmiany w dynamicznym zachowaniu się badanego układu nośnego żurawia samochodowego.

3. ZAŁOŻENIA PRZYJĘTE W MODELOWANIU I OBLICZENIACH

Zbudowany w sposób parametryczny model umożliwia przeprowadzenie modelowania i obliczeń dla założonych wzajemnych położenia względnych zespołów żurawia samo-

chodowego. Możliwe są zmiany konfiguracji układu żurawia dla dowolnych położań zespołów żurawia, zawartych w dokumentacji użytkownika i spotykanych w eksploatacji żurawia.

Do wykonania badań przyjęto modele o zmiennym położeniu ramy nadwozia z wysięgnikiem teleskopowym względem ramy nadwozia w płaszczyźnie obrotu. Odmierzano je od położenia wysięgnika do tyłu i określono odpowiednio $\varphi=0^\circ$, $+45^\circ$, $+90^\circ$, $+135^\circ$ (zalecany obszar pracy), oraz dodatkowo dla położenia wysięgnika do przodu, oznaczenie $\varphi=180^\circ$ (Rys. 2).



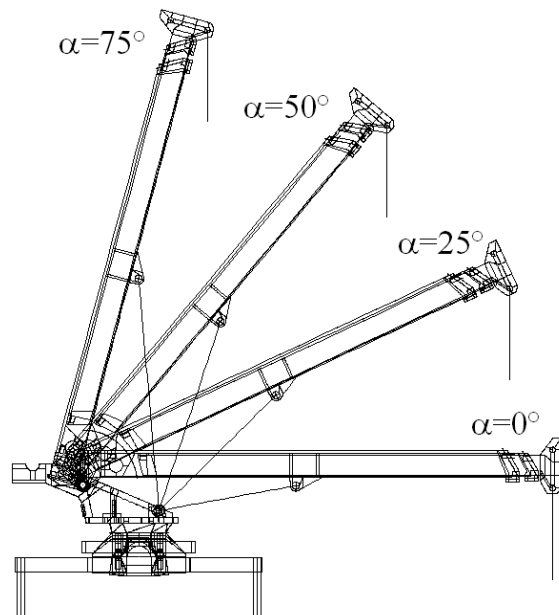
Rys. 2. Zmiany kąta φ położenia ramy nadwozia z wysięgnikiem względem ramy podwozia w płaszczyźnie obrotu

Ze względu na ograniczenie liczby tworzonych modeli, obliczenia przeprowadzono dla wybranych konfiguracji układu zakładając parametry: stały kąt (φ) położenia ramy nadwozia z wysięgnikiem względem ramy podwozia, oraz:

- stały kąt podniesienia wysięgnika $\alpha=75^\circ$, zmienne długości rozsunęcia wysięgnika $l_t=10, 15, 20, 24\text{m}$;
- stała długość wysięgnika $l_t=10\text{m}$ (zsunęty), zmienne kąty podniesienia wysięgnika ($\alpha=0^\circ, 25^\circ, 50^\circ, 75^\circ$) (Rys. 3).

Dla wszystkich kombinacji podanych (parametrów) konfiguracji zadawano zmienną wartość długości olinowania. Przyjmowano długość liny (lin), określaną jako odległość ładunku od głowicy wysięgnika $l=2, 10, 17, 27\text{m}$, przy minimalnej dopuszczalnej wartości $l=0.5\text{m}$. Dodatkowo dla $l=5, 12, 22\text{m}$.

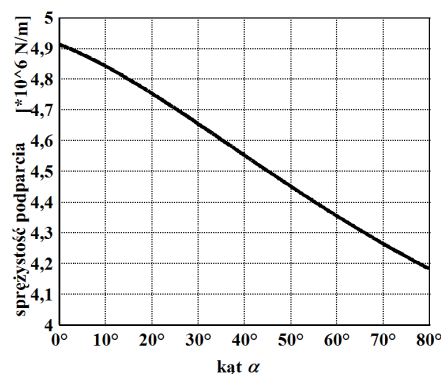
Obciążenie m zawierało się od $m_{\min}=100\text{kg}$ do $m_{\max}=30000\text{kg}$. Przyjęto wartości mas: $m=100, 1000, 5000, 10000, 20000, 30000\text{kg}$. Przeprowadzono obliczenia sprawdzające dla $l=0\text{ [m]}$ oraz $m=0\text{kg}$.



Rys. 3. Zmiany położenia wysięgnika względem ramy nadwozia w płaszczyźnie podnoszenia

W modelowaniu uwzględniono wartości mas elementów wyposażenia żurawia: kabin operatora i kierowcy, wciągarki głównej i pomocniczej, przeciwwagi, silnika ze skrzynią biegów, zawieszenia przedniego i tylnego, siłownika podnoszenia, siłownika teleskopowania.

Uwzględniono w badaniach sprężystość zastępczą siłownika podparcia wysięgnika. Sprężystość przyjmowana w obliczeniach, zmieniała się wraz z długością siłownika i powiązana była z wartością kąta podniesienia wysięgnika teleskopowego (α). Przyjętą w obliczeniach charakterystykę zmiany sztywności podparcia wysięgnika w funkcji kąta podniesienia, przedstawiono na wykresie (Rys. 4).



Rys. 4. Zmiana sprężystości podparcia wysięgnika od α

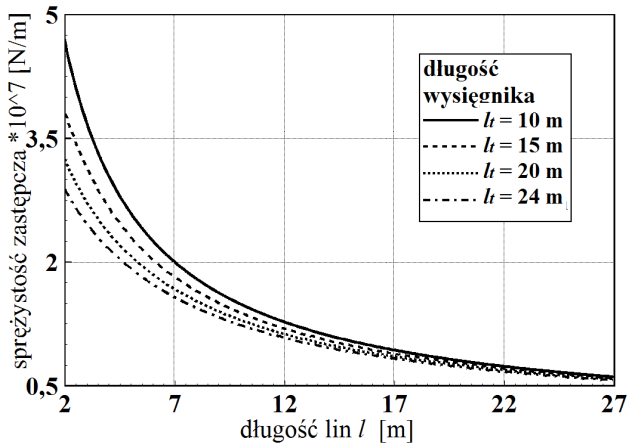
Przeprowadzenie badań uwzględniających sprężystość układu linowego wymagało przyjęcia w modelowaniu zastępczej wartości sprężystości.

Przyjęta wartość sprężystości zastępczej wynosiła:

$$k_z = \frac{n^2 E_1 A_1}{l_t + n l_1} \quad (1)$$

gdzie: n – liczba pasm liny, A_l – powierzchnia przekroju liny, l_l – długość olinowania od głowicy wysięgnika do zawieszenia masy, l_t – długość liny od głowicy do wciągarki.

Wykres przedstawia zależność zmiany sprężystości zastępczej od długości olinowania (Rys. 5).



Rys. 5. Zmiana sprężystości zastępczej układu linowego

Obliczenia przeprowadzono przy założeniu 6 pasm liny na zbloczu oraz długości liny od głowicy wysięgnika do wciągarki głównej o długości wysięgnika $l=l_t$. Przyjęto parametry liny o konstrukcji WS6x36.

4. WYBÓR POSTACI DRGAŃ

W badaniu dynamiki ruchu żurawia ważne jest uwzględnienie zachowania nie tylko samego wysięgnika teleskopowego, ale także pozostałych zespołów żurawia samochodowego. Istotne jest także dynamiczne zachowanie zespołów powiązanych w jeden układ.

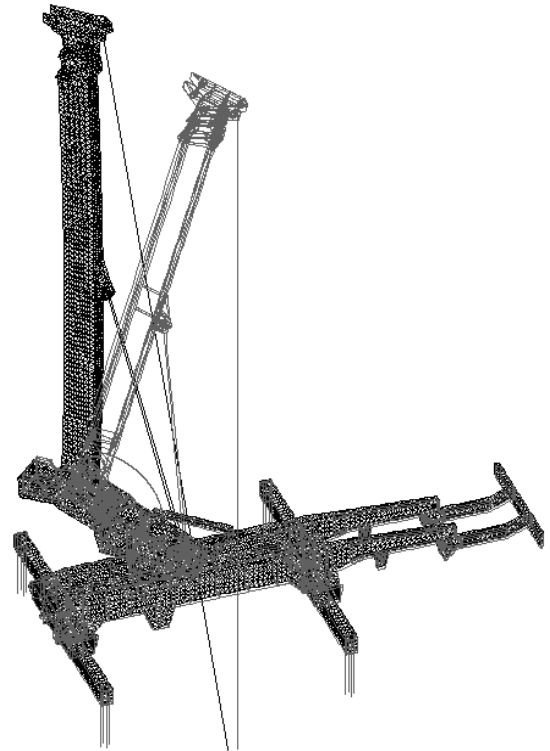
Traktowanie układu żurawia jako całości, powinno uwzględniać także ruch wysięgnika teleskopowego w powiązaniu z mocowaniem bezpośrednio w ramie nadwozia. W tym ruchu wysięgnik wymusza ruch całej ramy nadwozia oraz części nośnej ramy podwozia.

Wymuszane przemieszczenia obu ram są ściśle powiązane z przemieszczeniami wysięgnika, wiążąc ruchy głównych zespołów w ruch całego układu nośnego żurawia.

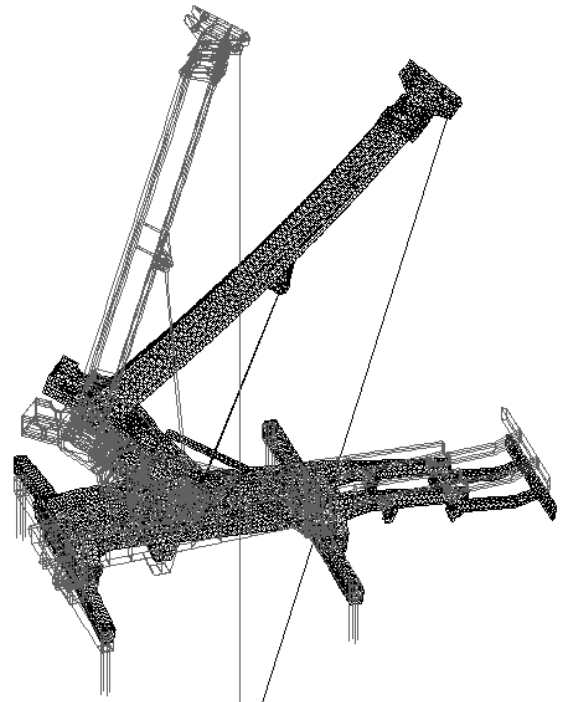
Badania przeprowadzono przy założonych konfiguracjach wzajemnych położenia zespołów żurawia i długości olinowania, uzyskując wpływ zmiany konfiguracji i położenia obciążenia na postacie drgań swobodnych układu nośnego żurawia samochodowego.

Jako wyniki rozwiązania zagadnienia badania drgań układu żurawia, przedstawiono zmiany częstości drgań wybranych postaci drgań swobodnych.

Analizie poddano zmiany wartości częstości drgań dla dwóch wybranych postaci drgań. Wybór analizowanych postaci drgań, wynika z założenia, że te postacie mają największy wpływ na zachowanie się układu nośnego żurawia z obciążeniem.



Rys. 6. Przemieszczenia wysięgnika 1G z naniesionymi położeniami początkowymi (położenie $\varphi = +135^\circ$)



Rys. 7. Przemieszczenia wysięgnika i obu ram dla postaci 1GR z naniesionymi położeniami początkowymi (położenie $\varphi = +135^\circ$)

Dla wybranych postaci drgań przyjęto oznaczenia, które są używane w dalszej części pracy:

- postać drgań giętnych wysięgnika teleskopowego, oznaczenie 1G, (częstość ω_1),

- postać drgań giętych wysięgnika razem z ramami, oznaczenie 1GR, (częstość ω_2).

Dla określenia częstości drgań poszukiwanych postaci, przeprowadzono ich identyfikację na podstawie analizy przemieszczeń zespołów żurawia w czasie animacji ruchu.

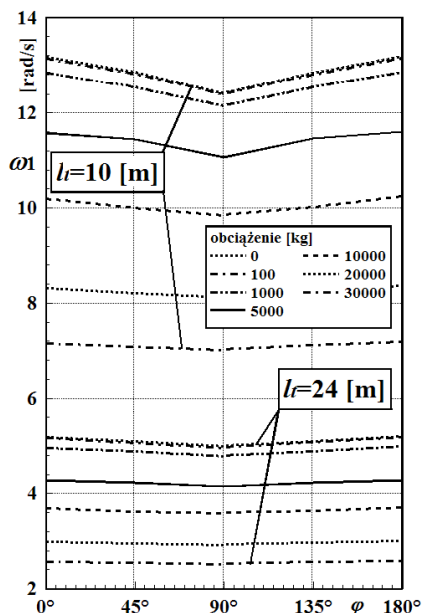
Pozwoliło to na ich prawidłowy wybór z szeregu innych postaci drgań otrzymanych w obliczeniach.

Rysunki (Rys. 6, Rys. 7) przedstawiają przemieszczenia wysięgnika oraz ram żurawia z naniesionymi położeniami początkowymi dla postaci 1G i 1GR.

5. WYNIKI OBLICZEŃ I ANALIZA WYNIKÓW

Obliczenia wykonano dla wybranych postaci drgań zawierających drgania wysięgnika w pionowej płaszczyźnie podnoszenia.

Uzyskane wyniki przedstawiono na wykresach zawierających przebiegi zmian wartości częstości drgań, w zależności od wybranych parametrów.



Rys. 8. Zmiany częstości drgań ω_1 dla postaci 1G

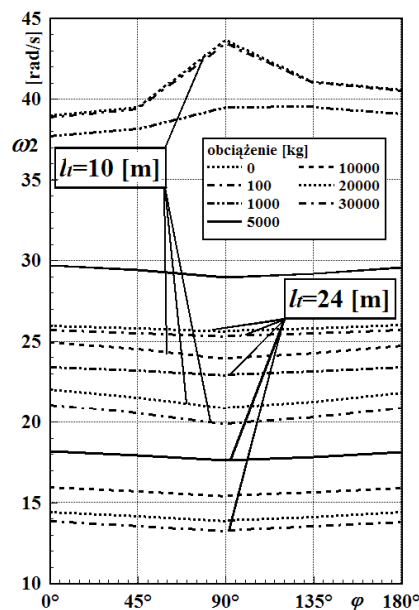
Na wykresach sporządzonych dla dwóch wartości długości wysięgnika ($l_t = 10, 24$ m), przy stałym kącie $\alpha = 75^\circ$ i $l = 27$ m, można zaobserwować spadek wartości częstości drgań ω_1 i ω_2 wraz ze wzrostem wartości obciążenia m .

Wzrost wartości l_t powoduje także obniżenie wartości częstości badanych postaci drgań, a dla postaci 1GR także zmianę charakteru krzywej.

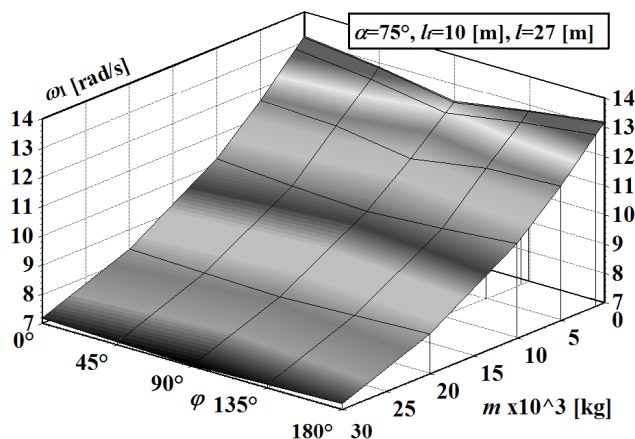
Zmiana wartości częstości widoczna jest także dla zmiany kąta obrotu φ , przy zadanych parametrach (Rys. 8, Rys. 9).

W celu przedstawienia większej liczby przebiegów linii nie ujętych na przedstawianych wykresach sporządzono wykresy w układzie xyz (3D). Wykresy te zawierają więcej

danych i charakterystycznych przebiegów linii oraz lepiej obrazują otrzymaną w obliczeniach dużą liczbę danych.



Rys. 9. Zmiany częstości drgań ω_2 dla postaci 1GR

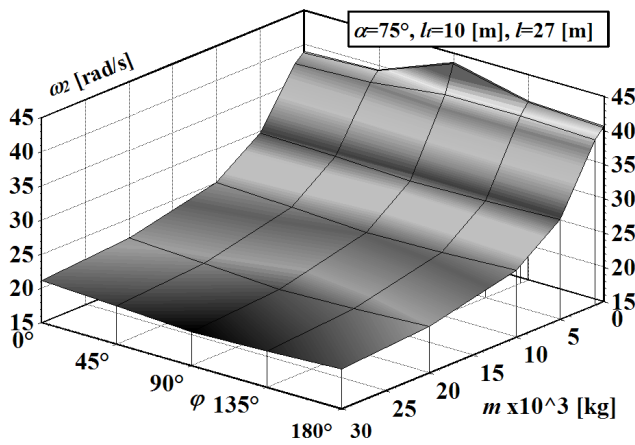
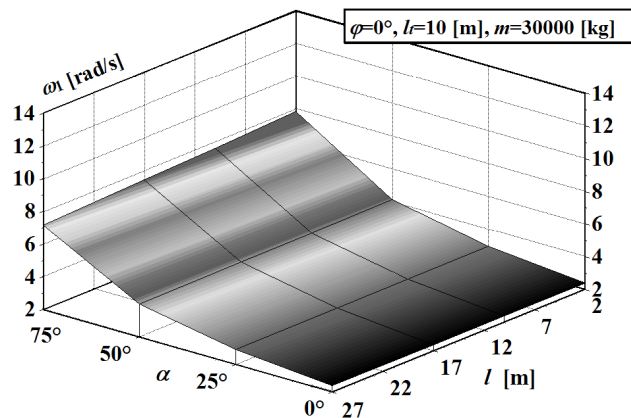
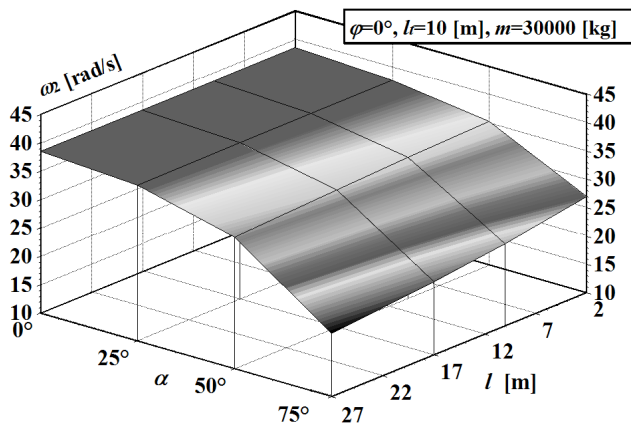


Rys. 10. Zmiany częstości drgań ω_1 , dla postaci 1G

Dalej przedstawiono wykresy sporządzone dla położenia $\alpha = 75^\circ$, $l_t = 10$ m, $l = 27$ m uwzględniającego zmiany kąta φ i wartości obciążenia m dla obu analizowanych postaci (Rys. 10, Rys. 11).

Dla pozostałych wartości l , przebieg krzywych i powierzchni wykresów 3D jest zbliżony.

Sporządzono także wykresy zawierające przebiegi krzywych zależne od α i l , dla kątów φ z przyjętego zakresu. Potwierdzono zbliżony przebieg linii dla wybranych kątów φ . Przebieg krzywych jest podobny dla wszystkich analizowanych kątów φ i przyjmowanych wartości obciążenia m . Dalej przedstawiono wykresy dla wybranego kąta $\varphi = 0^\circ$ i $m = 30000$ kg. Wybrane wykresy, przedstawione są na Rys. 12 i Rys. 13.

Rys. 11. Zmiany częstości drgań ω_2 , dla postaci 1GRRys. 12. Zmiany częstości drgań ω_1 , dla postaci 1GRys. 13. Zmiany częstości drgań ω_2 , dla postaci 1GR

W wykresach 3D uwzględniono zmienne cieniowanie w celu lepszego przedstawienia warstwic powierzchni. Na wykresach odwrócono wartości na osi (α) z kątami podniesienia dla postaci 1G (Rys. 12, Rys. 16), wykonanej dla większej czytelności wykresu.

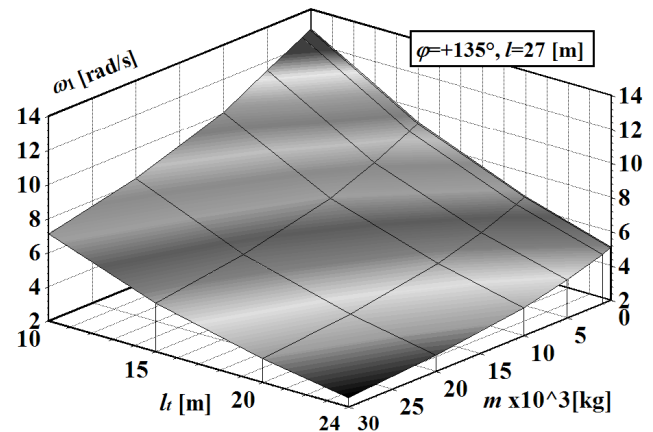
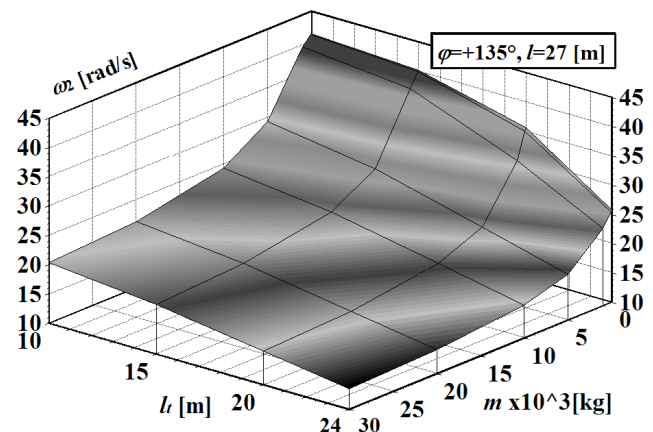
Podawane na wykresach wartości długości liny l uwzględniają wartość zastępczą sprężystość olinowania i wartości długości l_i i l_f ze wzoru (1).

Konieczne jest sporządzanie wykresów obrazujących wpływ różnych parametrów w możliwie czytelny sposób, umożliwiając dokonanie jednoznacznej analizy i wycią-

gnięcie i potwierdzenie wniosków. Umożliwia to dobór odpowiednich współrzędnych na osiach tworzonych wykresów.

Kolejne wykresy zostały sporządzone dla wszystkich kątów φ oraz stałego kąta $\alpha = 75^\circ$ oraz $l = 27$ m.

Poniżej przedstawiono wybrane dla $\varphi = +135^\circ$, odpowiednio dla postaci 1G i 1GR (Rys. 14, Rys. 15).

Rys. 14. Zmiany częstości drgań ω_1 , dla postaci 1GRys. 15. Zmiany częstości drgań ω_2 , dla postaci 1GR

Dla pozostałych wartości φ , przebieg krzywych i powierzchni wykresów 3D jest zbliżony (Rys. 14, Rys. 15).

Zarówno dla wzrostu długości wysięgnika l , kąta pochylecia α oraz długości olinowania l maleją wartości częstości dla postaci drgań 1GR (Rys. 13, Rys. 15).

Wzrost wartości obciążenia dla stałego kąta α i zwiększania się długości wysięgnika powoduje obniżanie się wartości częstości drgań obu postaci. Charakter spadku wartości częstości jest różny i zależy od analizowanego kąta podniesienia wysięgnika.

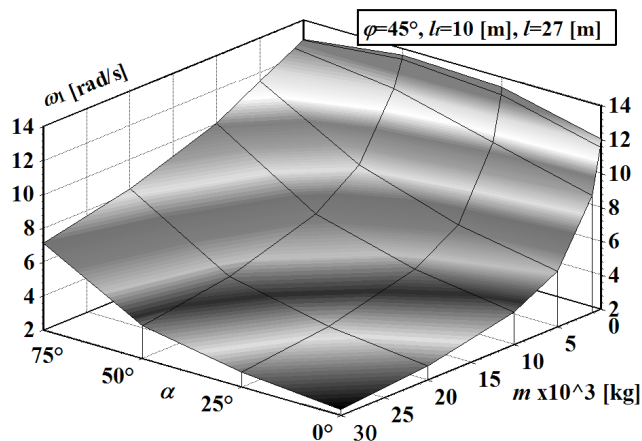
W badaniach potwierdzono zmianę charakteru krzywej dla różnych długości lin (Rys. 15), zależną od wzrostu wartości obciążenia, wykazaną w pracy (Geisler, Sochacki, 2007).

Natomiast dla postaci 1G można zauważyć wzrost wartości częstości drgań wraz ze wzrostem kąta podniesienia wysięgnika (Rys. 12) przy stałym l_i oraz m .

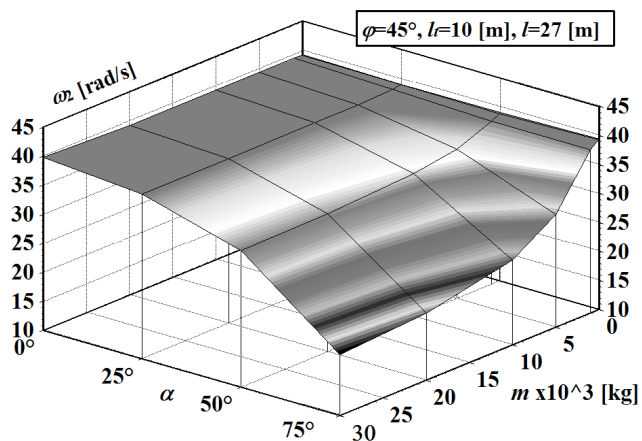
Dla dowolnej badanej konfiguracji oraz dla dowolnej długości olinowania, dla mas powyżej 1000 kg, przemieszczenia zespołów dla postaci 1GR są bardziej czytelne.

Potwierdzono charakter zachowania się wartości częstości dla postaci 1G i 1GR uzyskane dla kąta $\varphi=+90^\circ$.

Dalej przedstawiono przykładowe wykresy dla kąta $\varphi=+45^\circ$ (Rys. 16, Rys. 17).



Rys. 16. Zmiany częstości drgań ω_1 , dla postaci 1G



Rys. 17. Zmiany częstości drgań ω_2 , dla postaci 1GR

Zmiany częstości drgań zależne od α i m dla postaci 1G i 1GR przedstawiono odpowiednio na rysunkach (Rys. 16, Rys. 17). Dla postaci 1G można zauważyć zmianę charakterystyki krzywej zależnej od wzrostu obciążenia widoczną na rysunku (Rys. 16).

Dla postaci 1GR największy spadek wartości częstości występuje dla kątów $\alpha=50^\circ$ i 75° , przy stosunkowo małym spadku dla kątów 0° i 25° (Rys. 17).

6. WNIOSKI

Celem poszukiwania aspektów wpływu różnych konfiguracji układu nośnego na dynamiczne zachowanie żurawia samochodowego, sporządzono szereg obliczeń. Wykazano wpływ kąta obrotu ramy nadwozia z wysięgnikiem płasz-

czyźnie obrotu przy uwzględnieniu zmian pozostałych parametrów.

W pracy zamieszczono wybrane wykresy umożliwiające ocenę wpływu tych parametrów (wartości teoretyczne) na zachowanie żurawia samochodowego, dla wybranych postaci drgań. Uwzględnienie zmian konfiguracji układu w płaszczyźnie obrotu razem ze zmianami obciążenia wykazało istotny wpływ na zachowanie dynamiczne układu nośnego żurawia samochodowego.

Uwzględnienie modelu sprężystego zawieszenia obciążenia pozwoliło na identyfikację postaci drgań dokładnie obrazujących dynamiczne zachowanie się zespołów żurawia.

Uwzględnienie podstawowej postaci drgań wysięgnika teleskopowego (1G), jest istotne ze względu na jej zakres wartości częstości ($\omega_1=2-14\text{rad/s}$) oraz wpływ na dynamikę rzeczywistego układu.

Ograniczenie jednak analizy dynamiki żurawia tylko do drgań samego wysięgnika, występujące dla postaci 1G jest niewystarczające. Konieczne jest uwzględnienie innych postaci drgań.

Druga analizowana postać drgań (1GR) jest złożoną postacią drgań zespołów żurawia. Daje ona pełniejszy obraz dynamicznego zachowania się zespołów żurawia w czasie zmian konfiguracji układu i położenia obciążenia. Dla tej postaci wymuszane przez ruch wysięgnika przemieszczenia obu ram, dają obraz ruchu zespołów żurawia jako całości.

Uwzględnienie postaci drgań 1GR jest konieczne dla dalszej analizy dynamiki układu żurawia samochodowego DST-0285.

Zmiany konfiguracji układu żurawia samochodowego zawierające zmianę kąta obrotu ramy nadwozia z wysięgnikiem powodowały zmiany wartości częstości badanych postaci drgań. Zmiany przebiegów linii związane były ze zmianą sztywności części nośnej ramy podwozia, przy różnych zakładanych położeniach płaszczyzny podnoszenia (kąt φ).

Przeprowadzenie modelowania zawierającego umieszczenie obciążenia na sprężystym układzie linowym także wprowadza istotne zmiany w dynamicznym zachowaniu się badanego układu żurawia. Uwzględnienie sprężystości olinowania powoduje obniżenie wartości częstości drgań analizowanych postaci.

Wpływ długości liny, a tym samym sprężystości układu linowego jest bardziej widoczny dla postaci 1GR. Wpływ długości układu linowego jest z kolei bardziej widoczny dla postaci 1G.

Ponieważ wpływ sprężystości układu linowego jest najbardziej widoczny dla kąta podniesienia $\alpha=75^\circ$, obliczenia przeprowadzono dla wszystkich zmian zakładanych parametrów. Jest to ważne, ponieważ dla tego kąta realizowany jest największy moment udźwigu w czasie pracy układu rzeczywistego żurawia samochodowego.

Wpływ zadawanego zmiennego obciążenia jest widoczny dla obu analizowanych postaci, szczególnie dla jego wyższych wartości.

Przy przyjmowaniu coraz większych długości zawieszenia obciążenia, przemieszczenia elementów i całych zespołów odpowiadających wybranym postaciom są wyraźniejsze

oraz lepiej przedstawiają pracę (zachowanie) układu nośnego teleskop - rama - rama jako całości.

Przeprowadzone badania potwierdziły występowanie też innych postaci drgań o wyższych wartościach częstości, zawierających ruch zarówno zespołów żurawia w całości jak i elementów zespołów, wykazanych we wcześniejszych badaniach.

Wybór analizowanych postaci drgań wydaje się uzasadniony, ze względu na ich wpływ na dynamiczne zachowanie się układu żurawia samochodowego przy zmiennej konfiguracji żurawia.

Wpływ olinowania jest istotny i konieczny do uwzględnienia w dalszych pracach. Możliwe jest uwzględnienie w obliczeniach olinowania zawierającego inną liczbę pasm liny w zbloczu oraz dokładniejszą długość liny od głowicy wysięgnika do wciągarki.

Możliwe są dalsze badania uwzględniające zmianę położenia wysięgnika teleskopowego z ramą nadwozia względem ramy podwozia dla pełnego zakresu obrotu oraz uwzględnienie innych konfiguracji w płaszczyźnie podnoszenia.

Możliwe jest wykorzystanie wykonanych obliczeń i przeprowadzenie badań doświadczalnych w zakresie analizy modalnej rzeczywistego układu żurawia samochodowego DST-0285.

LITERATURA

1. **Geisler T.** (2002), Badania wpływu obciążenia na drgania ramy podwozia żurawia samochodowego, *XI Międzynarodowe Sympozjum Dynamiki Konstrukcji*, Rzeszów Arłamów, Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej, nr 197, Mechanika, z. 60, 197-204.
2. **Geisler T.** (2008), Badanie wpływu obciążenia na drgania wysięgnika teleskopowego żurawia samochodowego DST-0285., *XXI Ogólnopolska i I Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Dydaktyczna Teorii Maszyn i Mechanizmów, Teoria Maszyn i Mechanizmów*, Bielsko-Biała - Szczyrk, 197-204.
3. **Geisler T.** (2010), Badanie wpływu położenia obciążenia na drgania układu nośnego żurawia samochodowego DST-0285, *XXIII Konferencja Naukowa, Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych*, Zakopane.
4. **Geisler T., Posiadała B.** (2002), Analiza drgań swobodnych ramy podwozia żurawia samojezdnego, *SYSTEMS – Journal of Transdisciplinary Systems Science, VI Międzynarodowa Konferencja Naukowa „Computer Aided Engineering”*, Vol. 7 (1), Polanica Zdrój, 199-205.
5. **Geisler T., Sochacki W.** (2007), Wykorzystanie MES do weryfikacji modelu dyskretno-ciągłego żurawia samochodowego DST-0285, *X Jubileuszowa Konferencja Naukowo-Techniczna, Programy MES we wspomaganiu analizy, projektowania i wytwarzania*, Kazimierz Dolny, 50-51.
6. **Posiadała B.** (1997), Influence of crane support system on motion of the lifted load, *Mechanism and Machine Theory*, 32 (1), 9-20.
7. **Posiadała B., Skalmierski B., Tomski L.** (1990), Motion of lifted load brought by kinematic forcing of the crane telescopic boom, *Mechanism and Machine Theory*, 25 (5), 547-556.
8. **Rusiński E.** (1994), *Metoda elementów skończonych*. System COSMOS/M, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa.
9. **Sochacki W.** (2008), *Stateczność dynamiczna dyskretno-ciągłych układów mechanicznych jako modeli maszyn roboczych*, seria Monografie, nr 147, Politechnika Częstochowska, Częstochowa.
10. **Strzałko J., Grabski J.** (1995), Dynamic analysis of a machine model with time-varying mass, *Acta Mechanica*, 112, 173-186.
11. **Towarek Z.** (1998), The dynamic stability of a crane standing on soil during the rotation of the boom, *International Journal of Mechanical Sciences*, 40 (6), 557-574.
12. **COSMOS/M User Guide** (1995), Version 1.75, Structural Research and Analysis Corporation, Los Angeles.

FREE VIBRATION ANALYSIS OF THE BODY SYSTEM OF THE TRUCK CRANE DST-0285 WITH CONSIDERATION OF THE SYSTEM CONFIGURATION CHANGES

Abstract: The coupled model of the truck crane consisted the main units of the machine is considered. The model has been completed by the use of the COSMOS/M package with the application of the finite element method. On the basis of the created models the investigations of the influence of the load position and the configuration changes of the truck crane on the system's free vibration frequencies have been done. The exemplary numerical results of the completed investigations have been presented.

Praca finansowana przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego w roku 2010.

WPŁYW KSZTAŁTU KARBU NA ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ NA JEGO KRAWĘDZI

Andrzej KAZBERUK*, Michał NIEDŹWIEDŹ*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny,
 Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

a.kazberuk@pb.edu.pl, niedzwiedzm@gmail.com

Streszczenie: W pracy porównano wpływ różnych geometrii konturu zaokrąglonego karbu typu V o identycznym kącie rozwarcia i krzywiznie wierzchołka na rozkłady naprężeń wzdłuż krawędzi karbów. Rozważono przypadki symetrycznego i antysymetrycznego stanu naprężeń w wierzchołku karbu.

1. WPROWADZENIE

Jak wykazano w pracy (Savruk i Kazberuk, 2006) wielkość maksymalnych naprężeń w wierzchołku zaokrąglonego karbu V poddanego rozciąganiu, zależy nie tylko od promienia krzywizny wierzchołka, ale także od kształtu karbu w pewnym otoczeniu wierzchołka. Stwierdzenie to stało się podstawą metody jednolitego podejścia do problemów koncentracji naprężeń w wierzchołkach karbów ostrych i zaokrąglonych (Savruk i Kazberuk, 2007). Podejście to, wykorzystujące zależność asymptotyczną – ważną dla małych promieni ρ zaokrąglenia wierzchołka karbu,

$$\sigma_{\max} = \frac{K_I^V}{\sqrt{2\pi}} R_I \rho^{-\lambda_1}, \quad (1)$$

umożliwiło obliczenie współczynników intensywności naprężeń w ostrych wierzchołkach karbów o kształcie V w wielu istotnych zagadnieniach teorii sprężystości (Kazberuk, 2007; Savruk i Kazberuk, 2007a, b, 2008). We wzorze (1) K_I^V – współczynnik intensywności naprężeń w wierzchołku odpowiedniego karbu ostrego, R_I – współczynnik wygładzenia naprężeń dla karbu poddanego symetrycznemu rozrywaniu. R_I zależy od kąta rozwarcia karbu β i kształtu karbu w okolicy wierzchołka. Postać funkcji $R_I(\beta)$ dla karbów o ramionach prostoliniowych i wierzchołku w postaci odcinka łuku kołowego została wyznaczona przez Savruka i Kazberuka (2006).

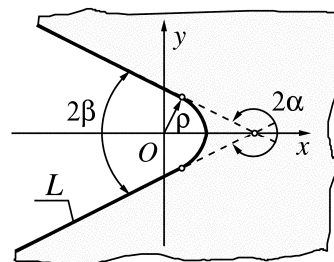
Celem pracy jest porównanie rozkładu naprężeń wzdłuż krawędzi zaokrąglonych karbów V dla dwóch różnych geometrii konturu karbu o identycznym promieniu krzywizny w wierzchołku. Rozważono przypadki symetrycznego i antysymetrycznego stanu naprężeń w wierzchołku karbu.

sprężystą z wyciętym nieskończonym karbem o zaokrąglonym wierzchołku (Rys.1). Ramiona karbu tworzą symetryczne względem osi Ox półproste. Wierzchołek jest zaokrąglony odcinkiem łuku kołowego o promieniu ρ . Kąt rozwarcia ramion karbu oznaczono 2β . Przyjmując, oznaczenie $\alpha = \pi - \beta$, parametryczne równanie konturu karbu zapisuje się w postaci $t = \rho\omega(\xi)$, gdzie:

$$\omega(\xi) = e^{i\xi\alpha} \begin{cases} -1/\sin(\xi\alpha - \beta), & 1 \leq \xi < -\xi_B, \\ 1, & -\xi_B \leq \xi \leq \xi_B, \\ -1/\sin(\xi\alpha + \beta), & \xi_B < \xi \leq 1, \end{cases} \quad (2)$$

Drugim rozważanym kształtem karbu jest hiperbola o równaniu (Benthem 1987):

$$\omega(\xi) = \frac{e^{i\xi\alpha} \cos \alpha}{\cos \alpha - \cos \alpha\xi}, \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (3)$$



Rys.1. Nieskończony karb V o ramionach prostoliniowych i wierzchołku zaokrąglonym łukiem kołowym

Zespolone potencjały naprężeń (Muskhelishvili, 1953) zagadnienia brzegowego zapisano w postaci

$$\begin{aligned} \Phi_*(z) &= \Phi_0(z) + \Phi(z), \\ \Psi_*(z) &= \Psi_0(z) + \Psi(z), \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie funkcje $\Phi(z)$ i $\Psi(z)$ określają zaburzenie naprężeń wywołane obecnością karbu L . Poszukiwane potencjały mają następujące przedstawienia całkowe (Savruk, 1981):

2. KONCENTRACJA NAPRĘŻEŃ W WIERZCHOŁKU NIESKOŃCZONEGO KARBU TYPU V

Rozpatruje się jednorodną izotropową płaszczyznę

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{g'(t)}{t-z} dt, \quad (5)$$

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi} \int_L \left[\frac{\overline{g'(t)}}{t-z} - \frac{\overline{t}g'(t)}{(t-z)^2} \right] dt, \quad (6)$$

gdzie $g'(t)$ jest pochodną skoku przemieszczeń na krawędzi szczeliny.

Brzęgi karbów są wolne od obciążeń a w nieskończoności pole naprężeń określa asymptotyka wyrażona poprzez zespolone potencjały naprężeń. Dla stanu symetrycznego mają one postać natępującą:

$$\begin{aligned} \Phi_0(z) &= \frac{K_I^V}{\sqrt{2\pi}} z^{-\lambda_I} \frac{1-\lambda_I}{A(\lambda_I)} \sin(2\alpha), \\ \Psi_0(z) &= -\frac{K_I^V}{\sqrt{2\pi}} z^{-\lambda_I} \frac{1-\lambda_I}{A(\lambda_I)} \sin(2\lambda_I\alpha), \\ A(\lambda_I) &= (\lambda_I^2 - 3\lambda_I + 2) \sin(2\alpha) - (1-\lambda_I) \sin(2\lambda_I\alpha) \end{aligned} \quad (7)$$

a dla przypadku antysymetrycznego

$$\begin{aligned} \Phi_0(z) &= i \frac{K_{II}^V}{\sqrt{2\pi}} z^{-\lambda_{II}} \frac{1-\lambda_{II}}{B(\lambda_{II})} \sin(2\alpha), \\ \Psi_0(z) &= -i \frac{K_{II}^V}{\sqrt{2\pi}} z^{-\lambda_{II}} \frac{1-\lambda_{II}}{B(\lambda_{II})} \sin(2\lambda_{II}\alpha), \\ B(\lambda_{II}) &= (\lambda_{II}^2 - \lambda_{II}) \sin(2\alpha) - (1-\lambda_{II}) \sin(2\lambda_{II}\alpha) \end{aligned} \quad (8)$$

K_I^V, K_{II}^V to uogólnione współczynniki naprężeń w wierzchołku karbu ostrego, a λ_I i λ_{II} to wykładniki osobliwości naprężeń odpowiednio dla symetrycznego i antysymetrycznego rozkładu naprężeń, wyznaczane jako najmniejsze dodatnie pierwiastki równań charakterystycznych:

$$\begin{aligned} (1-\lambda_I) \sin 2\alpha + \sin 2(1-\lambda_I)\alpha &= 0; \\ (1-\lambda_{II}) \sin 2\alpha - \sin 2(1-\lambda_{II})\alpha &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

Zależności parametrów λ_I, λ_{II} od kąta β można aproksymować funkcjami (Savruk, Kazberuk 2009):

$$\begin{aligned} \lambda_I &\approx 1,247 \cos \beta - 1,312 \cos^2 \beta + \\ &+ 0,8532 \cos^3 \beta - 0,2882 \cos^4 \beta, \quad 0 \leq \beta \leq \pi/2, \\ \lambda_{II} &\approx 0,5 - 0,3134 \tan \beta - 0,2479 \tan^2 \beta + \\ &+ 0,1937 \tan^3 \beta - 0,0410 \tan^4 \beta, \quad 0 \leq \beta < 0,8945. \end{aligned} \quad (10)$$

Wzory (10) wykorzystywane są do określania wartości początkowych (z dokładnością $\pm 0,001$) wykładników osobliwości λ_I, λ_{II} przy rozwiązywaniu równań nieliniowych (9) metodą Newtona.

Rozwiązanie zadania uzyskano metodą osobliwych równań całkowych sformułowaną przez Savruka (1981). Warunek graniczny na brzegu obszaru ma postać:

$$\begin{aligned} \sigma_n + i\tau_{ns} &= p(t) = \\ &= -\left\{ \Phi_0(t) + \overline{\Phi_0(t)} + \frac{dt}{dt} \left[t \overline{\Phi_0'(t)} + \overline{\Psi_0(t)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

Spełniając warunek graniczny (11), uzyskuje się osobliwe równanie całkowe

$$\frac{1}{\pi} \int_L \left[K(t, t') g'(t) dt + L(t, t') \overline{g'(t)} dt \right] = p(t'), \quad t' \in L \quad (12)$$

którego jądra mają postać:

$$\begin{aligned} K(t, t') &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t-t'} + \frac{1}{t-\overline{t'}} \frac{d\overline{t'}}{dt'} \right), \\ L(t, t') &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t-\overline{t'}} + \frac{t-t'}{(t-\overline{t'})^2} \frac{d\overline{t'}}{dt'} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Podobnie, jak w przypadku płaszczyzny ze szczeliną, jednoznaczność rozwiązania równania (12) zapewnia warunek

$$\int_L g'(t) dt = 0 \quad (14)$$

Podstawiając parametryczne równania konturu brzegu $t = l\omega(\xi)$, $-1 \leq \xi \leq 1$, $t' = l\omega(\eta)$, $-1 \leq \eta \leq 1$, oraz poszukując rozwiązania równania (?) w klasie funkcji nieoganiczonych na brzegach:

$$g'(l\omega(\xi)) \omega'(\xi) = \frac{u(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (15)$$

układ równań całkowych zapisano w formie

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \left[M(\xi, \eta) u(\xi) + N(\xi, \eta) \overline{u(\xi)} \right] \frac{d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = p(\eta), \\ \int_{-1}^1 u(\xi) \frac{d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = 0, \end{cases} \quad (16)$$

gdzie

$$M(\xi, \eta) = lK(l\omega(\xi), l\omega(\eta)), \quad N(\xi, \eta) = lL(l\omega(\xi), l\omega(\eta)),$$

oraz $p(\eta) = p(l\omega(\eta))$.

Wykorzystując kwadraturę całkową Gauss'a-Chebysheva otrzymuje się dyskretny analog równania całkowego w postaci algebraicznego układu równań liniowych (Savruk, 1981)

$$\begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[M(\xi_k, \eta_m) u(\xi_k) + N(\xi_k, \eta_m) \overline{u(\xi_k)} \right] = p(\eta_m), \\ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n u(\xi_k) = 0, \end{cases} \quad m = \overline{1..(n-1)}, \quad (17)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \xi_k &= \cos \frac{\pi(2k-1)}{2n}, \quad k = \overline{1..n}; \\ \eta_m &= \cos \frac{\pi m}{n}, \quad m = \overline{1.., n-1}. \end{aligned}$$

W celu obniżenia rzędu rozwiązywanego układu równań liniowych można wykorzystać symetrię karbu względem osi Ox , wówczas dla obciążeń symetrycznych (7) zachodzi

$$u(-\xi) = \overline{u(\xi)} \quad (18)$$

a dla antysymetrycznych (8)

$$u(-\xi) = -\overline{u(\xi)} \quad (19)$$

Przyjmując $n:=2n$, wynikowy układ równań (17) zapisano w postaci następującej:

$$\frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n [M^*(\xi_k, \eta_m) u(\xi_k) + N^*(\xi_k, \eta_m) \overline{u(\xi_k)}] = p(\eta_m), \quad (20)$$

$$m = \overline{1..n},$$

$$\frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n [u(\xi_k) \pm \overline{u(\xi_k)}] = 0 \quad (21)$$

gdzie

$$M^*(\xi_k, \eta_m) = M(\xi_k, \eta_m) \pm N(-\xi_k, \eta_m),$$

$$N^*(\xi_k, \eta_m) = N(\xi_k, \eta_m) \pm M(-\xi_k, \eta_m). \quad (22)$$

Górny znak (+) odnosi się do symetrycznego stanu naprężeń, dolny (-) do antysymetrycznego. Współrzędne węzłów kwadratury i punktów kolokacji obliczane są ze wzorów:

$$\xi_k = \cos \frac{\pi(2k-1)}{4n}, \quad k = \overline{1..n};$$

$$\eta_m = \cos \frac{\pi m}{2n}, \quad m = \overline{1..n}.$$

Dla punktu $\eta_m=0$, przy symetrii konturu karbu względem osi Ox zespolone równanie (20) redukuje się do jednego równania rzeczywistego. Zatem dla $m=1..n$ uzyskuje się $(2n-1)$ równań rzeczywistych. Równanie jednoznaczności przemieszczeń w warunkach symetrii (21) również sprowadza się do jednego równania rzeczywistego. W ten sposób otrzymuje się konsystentny układ $2n$ równań liniowych o $2n$ rzeczywistych niewiadomych.

Rozciągające naprężenie na brzegu karbu, obliczono w punktach $\xi_m = \cos(\pi m/(2n))$, wykorzystując zależność (Savruk 1989)

$$\sigma_t = 4 \operatorname{Re}[\Phi_0(t) + \Phi^-(t)], \quad t \in L \quad (23)$$

gdzie $\Phi^-(t)$ jest wartością graniczną potencjału obliczaną zgodnie z regułą Suchockiego-Plemlja dla całek osobliwych typu Cauchy'ego (patrz np. Gakhov, 1977):

$$\Phi^-(t') = -\frac{i}{2} g'(t') + \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{g'(t)}{t-t'} dt, \quad t' \in L,$$

zatem

$$\sigma_t(\xi_m) = 4 \operatorname{Re}[\Phi_0(\omega(\xi_m)) +$$

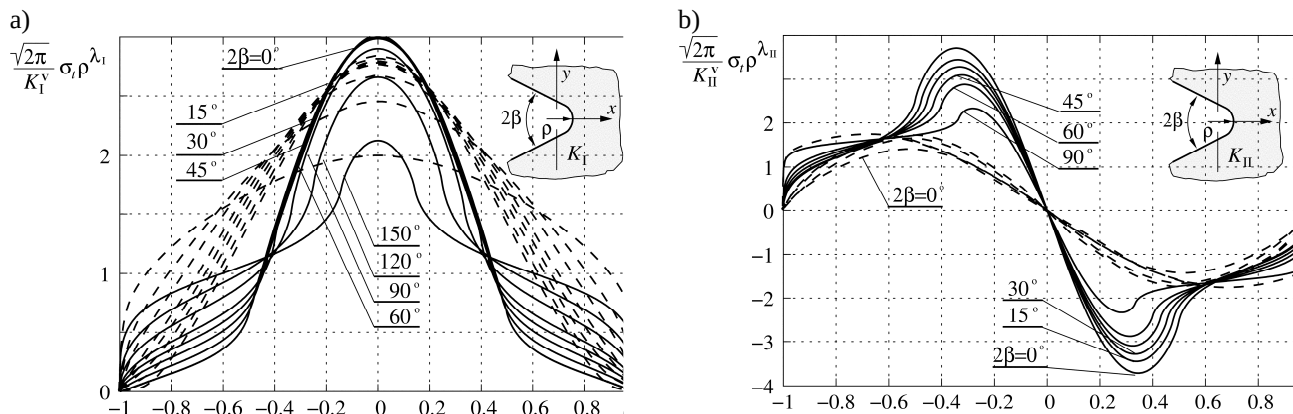
$$-\frac{i}{2} \frac{u(\xi_m)}{\omega'(\xi_m) \sqrt{1-\xi_m^2}} + \frac{1}{4n} \sum_{k=1}^n \frac{u(\xi_k) \pm \overline{u(\xi_k)}}{\omega(\xi_k) - \omega(\xi_m)}] \quad (24)$$

Ponieważ otrzymane w wyniku rozwiązania układu równań (20,21) wartości funkcji u dotyczą punktów ξ_k różnych od punktów ξ_m , w których oblicza się naprężenia, wartości $u(\xi_m)$ uzyskuje się stosując interpolację na węzłach Czebysheva (Natanson 1949). Uwzględniając symetrię układu i symetrię lub antysymetrię obciążenia otrzymano:

$$u(\xi_m) = -\frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+m} \sqrt{1-\xi_k^2} \left[\frac{u(\xi_k)}{\xi_m - \xi_k} \mp \frac{\overline{u(\xi_k)}}{\xi_m + \xi_k} \right]$$

Obliczenia przeprowadzono dla karbów o kątach rozwarcia $2\beta = \{0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ\}$. Przy wymaganej, szacunkowej dokładności obliczenia naprężeń poniżej 0,1%, niezbędna liczba węzłów kwadratury nie przekroczyła 4096. Do rozwiązania układu równań liniowych wykorzystano standardową procedurę DGESV z pakietu LAPACK (Andreson i in. 1999).

Jak wynika z zależności (5) i (6) i (23) otrzymane naprężenia na konturze brzegu, są funkcjami uogólnionych współczynników intensywności naprężeń dla odpowiedniego karbu ostrego. Przebieg wartości naprężeń wzdłuż konturu karbu, w postaci bezwymiarowej, przedstawiono na Rys.1 dla symetrycznego (a) i antysymetrycznego (b) rozkładu naprężeń.



Rys. 2. Rozkład naprężeń na krawędzi zaokrąglonego karbu o kształcie V ; stan a) symetryczny b) antysymetryczny

3. WNIOSKI

Porównując rozkłady naprężeń dla zaokrąglonego karbu o ramionach prostoliniowych (Rys.1 – linie ciągłe) z rozwiązaniem dla karbu o kształcie hiperbolicznym (linie przerywane) można stwierdzić, że rozkłady naprężeń w otoczeniu wierzchołka karbu różnią się dosyć znacznie. Porównując naprężenia maksymalne w wierzchołku karbu w przypadku symetrycznym, różnice są nie większe niż 10% w zależności od kąta rozwarcia karbu. W takim samym stopniu rozbieżności te wpływają na obliczaną wartość współczynnika wygładzenia naprężeń R_I (Savruk i Kazberuk, 2006).

W przypadku antysymetrycznego rozkładu naprężeń, ekstremalne wartości naprężeń rozciągających występują w pewnej odległości od wierzchołka karbu. Jak wynika z przeprowadzonych obliczeń (Tab. 1), geometria karbu wpływa bardzo znacząco nie tylko na wielkość maksymalnych naprężeń – różnice są w tym przypadku ponad dwukrotne, ale również na lokalizację ekstremów. Dla karbów o ramionach prostych i wierzchołkach zaokrąglonych łukiem kołowym, lokalne maksima naprężeń zbliżają się do wierzchołka karbu wraz ze wzrostem kąta rozwarcia karbu 2β . Uwagę zwraca również charakter przebiegu maksymalnych wartości naprężeń w zależności od kąta rozwarcia karbu. W przypadku $2\beta=0$ hiperbola przechodzi w parabolę, dążąc do szczeliny matematycznej. Obliczony na podstawie zależności (Benthem, 1981):

$$|\sigma_{\text{extr}}| = \frac{K_{II}^V}{\sqrt{2\pi}} R_{II} \rho^{-\lambda_{II}}, \quad (25)$$

współczynnik wygładzenia naprężeń R_{II} osiąga wówczas wartość równą teoretycznej tj. $\sqrt{2}$ (Savruk, 1988). Dla kątów $2\beta > 0$, R_{II} rośnie osiągając maksimum dla $2\beta \approx \pi/3$. W przypadku karbu o ramionach prostoliniowych, największa wartość R_{II} występuje dla $2\beta=0$, czyli dla szczeliny fizycznej. Wraz ze wzrostem kąta rozwarcia karbu obliczona wartość R_{II} monotonicznie maleje. Tym samym, nieuwzględnianie kształtu karbu przy wyznaczaniu K_{II}^V na podstawie zależności typu (25) będzie prowadziło do bardzo dużych rozbieżności w zależności od kształtu karbu.

Tab. 1. Antysymetryczny stan naprężeń; bezwymiarowe naprężenia ekstremalne $\sigma_{\text{extr}} = |\sigma_{\text{max}}| \sqrt{2\pi} \rho^{\lambda_{II}} / K_{II}^V$

2β	Kontur (3)		Kontur (4)	
	ξ_{max}	σ_{extr}	ξ_{max}	σ_{extr}
0°	0,520	1,414	0,343	3,731
15°	0,515	1,656	0,340	3,450
30°	0,540	1,757	0,332	3,287
45°	0,465	1,801	0,324	3,099
60°	0,592	1,803	0,313	2,880
90°	0,689	1,716	0,281	2,331

LITERATURA

1. Andreson E., Bai Z., Bischof C., Blackford S., Demmel J., Dongarra J., DuCroz J., Greenbaum A., Hammerling S., McKenney A., Sorensen D. (1999), *LAPACK User's Guide*, 3ed, Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics.
2. Benthem J. P. (1987), Stresses in the region of rounded corners, *International Journal of Solids and Structures*, 23(2):239 – 252.
3. Gakhov F. D. (1977), *Kraevye zadachi*. Nauka, Moskwa.
4. Kazberuk A. (2007) ,Koncentracja naprężeń wokół owalnego otworu, *Acta Mechanica et Automatica*, 1(2), 25–30.
5. Muskhelišvili N. I. (1966), *Nekotorye osnovnye zadachi matematičeskoj teorii uprugosti*, Izdatelstvo Akademii Nauk SSSR, 5 edn.
6. Natanson I. P. (1949), *Konstruktivnâ teoriâ funkcij*, Moskwa, Gostehizdat.
7. Savruk M. P. (1988), *Koëfficienty intensivnosti naprâženij v telah s trešinami, Meh. razrušeniâ i pročnost' materialov*, Sprav. posobie pod red. V.V.Panasûka, t.2, Kiev, Naukova Dumka.
8. Savruk M. P., Kazberuk A. (2006), Relationship between the stress intensity and stress concentration factors for sharp and rounded notches, *Materials Science*, 42(6), 725–738.
9. Savruk M. P., Kazberuk A. (2007b), A unified approach to problems of stress concentration near v-shaped notches with sharp and rounded tip, *International Applied Mechanics*, 43(2), 182–197.
10. Savruk M. P., Osiv P., Prokopčuk I., V. (1989), *Čislennyj analiz v ploskih zadach teorij trešin*, Kiev, Naukova Dumka.
11. Savruk M. P. (1981), *Dvumernye zadachi uprugosti dlâ tel s trešinami*, Kiev, Naukova Dumka.
12. Savruk M. P., Kazberuk A. (2007a), Współczynniki intensywności naprężeń w wierzchołku rombowego otworu w rozciąganej płaszczyźnie. *Acta Mechanica et Automatica*, 1(2), 45–48.
13. Savruk M. P., Kazberuk A. (2008), Plane periodic boundary value problem of elastostatics for half-plane with curvilinear edge, *Material Science*, 44(4), 461–470.

EFFECT OF NOTCH SHAPE ON THE STRESS DISTRIBUTION ALONGSIDE EDGES

Abstract: The stress field distribution alongside edges of two different infinite V-notch contours was presented. The comparison included hyperbolic notch and wedge with straight edges rounded at the top with the circular arc. The notch opening angles and curvature at notch apices were the same. Two basic stress states – symmetrical (mode I) and antisymmetrical (mode II) were analyzed.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego statutowego nr S/WM/2/08.

STAN ZAKRYTYCZNEJ DEFORMACJI WIELOSEGMENTOWEJ, WIELOPODŁUŻNICOWEJ KONSTRUKCJI CIENKOŚCIENNEJ PODDANEJ SKRĘCANIU. BADANIA EKSPERYMENTALNE ORAZ NIELINIOWA ANALIZA NUMERYCZNA

Tomasz KOPECKI*, Hubert DĘBSKI**

*Katedra Samolotów i Silników Lotniczych, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa,
Politechnika Rzeszowska, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

**Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny,
Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin

tkopecki@prz.edu.pl, h.debski@pollub.pl

Streszczenie: Rozważa się trzysegmentową, dziesięciopodłużnicową strukturę cienkościnną o ściankach płaskich, wykonaną z materiału o charakterystyce natychmiastowej przybliżanej modelem materiału idealnie sprężysto-plastycznego. Materiał konstrukcji (poliwęglan) wykazuje efekt dwójłomności wymuszonej w świetle spolaryzowanym. Konstrukcję poddaje się skręcaniu, wskutek czego w obszarze struktury pojawia się stan lokalnej deformacji zakrytycznej segmentów pokrycia, interpretowany w pierwszym przybliżeniu jako pole ciągnięć. W wyniku nieliniowej analizy numerycznej, w trakcie której zachowywana jest zgodność ścieżek równowagi otrzymanych na drodze numerycznej oraz badań eksperymentalnych, wyznacza się pole naprężeń, uwzględniające stan giętny i błonowy ustroju.

1. WPROWADZENIE

Cienkościenne ustroje nośne współczesnych konstrukcji lotniczych charakteryzują się tym, iż w warunkach obciążeń eksploatacyjnych dopuszczalna jest lokalna utrata stateczności elementów pokrycia (Arbocz, 1985; Lynch, 2000). Wynika to z faktu, iż szeroko stosowany model statyczny struktury złożonej ze szkieletu i pokrycia stanowi ustrój półskorupowy, w którym zakłada się, iż funkcją pokrycia jest przenoszenie wyłącznie oddziaływań stycznych. Szkielet, złożony z poprzecznie usytuowanych żeber (wręg) posiadających dużą sztywność w swoich płaszczyznach oraz podłużnic wykazujących dużą sztywność na siły normalne i stosunkowo małą sztywność na zginanie, jest mechanizmem. Połączony z pokryciem tworzy konstrukcję będącą w stanie przenosić wszelkie obciążenia wynikające z możliwych do zaistnienia dopuszczalnych faz lotu.

Z powyższego podziału funkcji w przenoszeniu obciążeń przez poszczególne elementy struktury, wymiarującymi dla elementów pokrycia okazują się te przypadki, w których dominującą formę obciążenia stanowi skręcanie wywołujące stan czystego ścinania w wyodrębnionych elementach pokrycia pomiędzy sąsiadującymi wręgami i podłużnicami. Elementy te poddane czystemu ścinaniu szybko tracą stateczność przy relatywnie niskich wartościach naprężeń krytycznych. Istotnym etapem projektowania struktury nośnej statku powietrznego, posiadającym znaczący wpływ na relację pomiędzy jej masą, sztywnością i nośnością graniczną, stanowi dobór liczby wręg i podłużnic. z którego wynika poziom wewnętrznego obciążenia elementów pokrycia w warunkach deformacji zakrytycznej (Kopecki i Dębski, 2007).

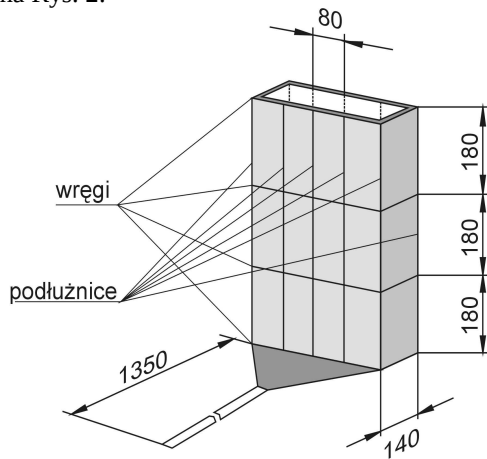
W niniejszej pracy przedstawiono koncepcję analizy wielosegmentowego ustroju półskorupowego poddanego dominującemu skręcaniu wywołującemu stan lokalnych deformacji zakrytycznych w elementach pokrycia, na przykładzie 3-segmentowej, 10-podłużnicowej struktury, która może być interpretowana jako model fragmentu konstrukcji lotniczej. Konstrukcję poddano nieliniowej analizie numerycznej w ujęciu metody elementów skończonych, weryfikowanej badaniami eksperymentalnymi. Wyniki badań doświadczalnych stwarzały możliwość dokonywania bieżących korekt modelu numerycznego w takim kierunku, by na dowolnym etapie zaawansowania deformacji ustroju zachowywana była zgodność ścieżek równowagi oraz postaci deformacji. Zgodność tych wyników stanowiła podstawę uznawania za wiarygodne rozkłady naprężeń w strukturze, określonych w wyniku nieliniowej analizy numerycznej.

2. PRZEDMIOT I ZAKRES BADAŃ

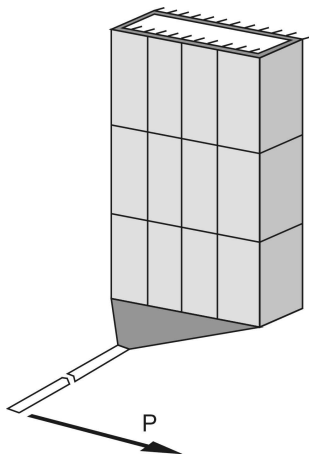
Przedmiot badań stanowiła trzysegmentowa struktura cienkościnną o dziesięciu podłużnicach, której ogólny schemat przedstawiono na Rys. 1. Połączenia pomiędzy elementami struktury zrealizowano przy użyciu gęsto rozstawionych śrub (podziałka $t=15\text{mm}$).

Badania eksperymentalne przeprowadzano mocując konstrukcję na specjalnym stanowisku (Rys. 4) umożliwiającym realizację obciążenia w postaci dominującego skręcania, pomijając minimalny efekt zginania oraz siły poprzecznej. Jedną z brzegowych wręg ustroju utwierdzono, drugą natomiast połączono za pomocą sztywnego żebra zamykającego przekrój z dźwignią, za pomocą której

wprowadzano obciążenie sposobem grawitacyjnym. Schemat mocowania i realizacji obciążenia struktury przedstawiono na Rys. 2.

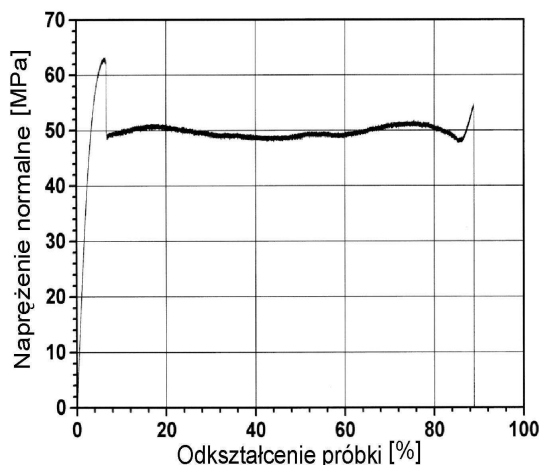


Rys. 1. Schemat j struktury (wymiary w milimetrach)



Rys. 2. Schemat mocowania struktury i wprowadzania obciążenia

Konstrukcję wykonano z materiału o charakterystyce natchmiastowej przedstawionej na Rys. 3.



Rys. 3. Wykres rozciągania materiału konstrukcji (poliwęglanu)

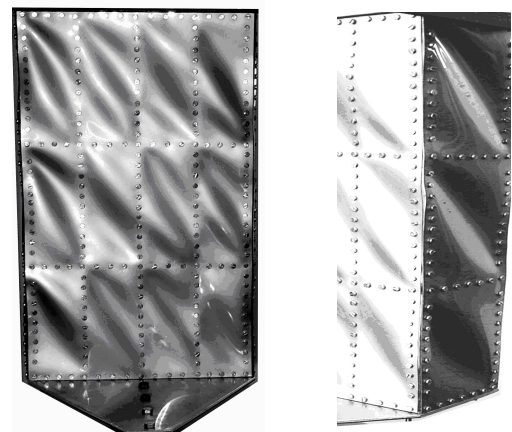
Zakres odkształceń trwałych, wynikający ze zmian położenia i kształtu cząstek polimeru, odpowiada w swoim charakterze strefie plastycznej materiału sprężysto-plastyczne-

go. Umożliwiało to przybliżenie charakterystyki rzeczywistej modelem materiału idealnie sprężysto-plastycznego w trakcie analizy numerycznej. Poliwęglan wykazuje ponadto efekt dwójłomności wymuszonej. Obserwacja efektów optycznych w świetle kołowo spolaryzowanym stwarza możliwość otrzymywania jakościowej informacji o istnieniu i lokalizacji stref silnych koncentracji wyężenia, w szczególności w zaawansowanych stanach deformacji zakrytycznej (Kopecki, 1991; Laerman, 1982). W celu umożliwienia obserwacji wspomnianych efektów optycznych, wewnętrzne powierzchnie elementów pokrycia pokryto warstwą refleksyjną. Obserwację prowadzono stosując metodę światła odbitego.



Rys. 4. Widok stanowiska badawczego

W trakcie eksperymentu obciążenie zwiększano stopniowo, przy bardzo małych wartościach przyrostów, dokonując jednocześnie pomiarów kąta skręcenia modelu. W wyniku uzyskano zależność pomiędzy momentem skręcającym oraz całkowitym kątem skręcenia struktury, parametrami wyznaczającymi reprezentatywną ścieżkę równowagi układu (Rys. 9).

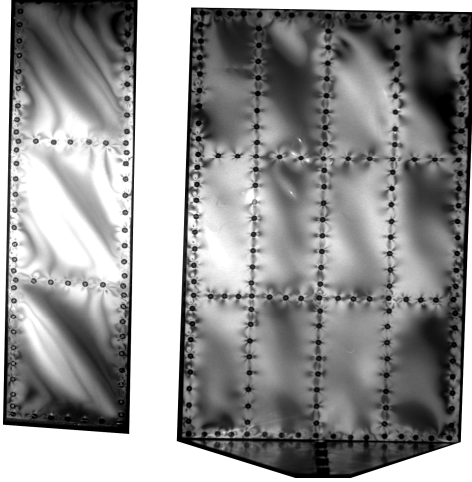


Rys. 5. Zaawansowana faza deformacji struktury

Już przy relatywnie niewielkich wartościach momentu skręcającego wszystkie segmenty powłoki osiągały stan deformacji zakrytycznej. Po całkowitym odciążeniu, konstrukcja powracała do pierwotnej postaci. Zatem pomimo

znaczących deformacji zakrytycznych, w zaawansowanej fazie deformacji nie pojawiły się odkształcenia trwałe. Na Rys. 5 zaprezentowano zaawansowaną fazę deformacji modelu. Rys. 6 przedstawia odpowiadające jej rozkłady efektów optycznych.

Uzyskana reprezentatywna ścieżka równowagi oraz zaobserwowane rozkłady efektów optycznych stanowiły podstawę oceny wyników nieliniowych analiz numerycznych.



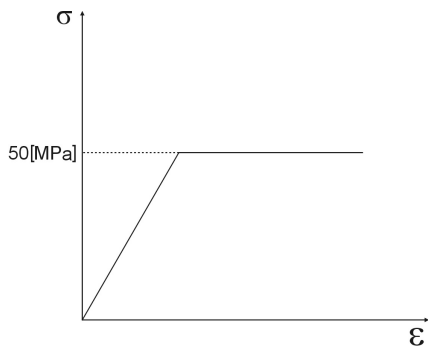
Rys. 6. Rozkłady efektów optycznych

3. NIELINIOWA ANALIZA NUMERYCZNA

W nieliniowej analizie struktur nośnych relacje pomiędzy zbiorem parametrów statycznych, a odpowiadającym im zbiorem parametrów geometrycznych, można przedstawić w formie równania macierzowego:

$$\mathbf{g} = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{g}) \mathbf{f}, \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{g}$ jest zbiorem parametrów geometrycznych opisujących stan deformacji ustroju wywołany obciążeniem, $\mathbf{f}$ – jest zbiorem parametrów statycznych, zaś $\mathbf{K}$ – macierzą sztywności zależną od zbioru parametrów geometrycznych określających aktualny stan deformacji oraz nieliniowego związku konstytutywnego.



Rys. 7. Model konstytutywny materiału

Wobec stwierdzenia obecności trwałych odkształceń w trakcie badań eksperymentalnych, wyznaczoną w próbie jednoosiowego rozciągania charakterystykę fizyczną mate-

riału struktury (Rys. 3) przybliżono modelem ciała idealnie sprężysto-plastycznego (Rys. 7).

W równaniu konstytutywnym, w opisie odnoszącym się do zakresu liniowo-sprężystego

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2)$$

utrzymano w mocy założenie o niezmienniczości długości odcinka normalnego ($\varepsilon_z=0$).

Zatem stan naprężenia płyty reprezentuje wektor –

$$\boldsymbol{\sigma} = \left\{ \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx} \right\}^T.$$

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2k} \end{bmatrix} \quad (3)$$

jest macierzą stałych materiałowych, w której poprzez wprowadzenie współczynnika korekcyjnego – $k=1,2$ uwzględniono wpływ odkształceń postaciowych na energię sprężystą płyty,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left\{ \varepsilon_x, \varepsilon_y, \frac{1}{2}\gamma_{xy}, \frac{1}{2}\gamma_{yz}, \frac{1}{2}\gamma_{zx} \right\}^T = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{array} \right\} \quad (4)$$

jest wektorem zawierającym składowe stanu odkształcenia odpowiadające tensorowi odkształceń Greena–Saint-Venanta (Marcinowski, 1999), natomiast $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ są składowymi wektora przemieszczenia w układzie lokalnym $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$.

Odwzorowania numeryczne nieliniowych deformacji rozważanego ustroju opierane są na założeniu, iż na dowolnym etapie rozwiązania przy odpowiadającym mu obciążeniu odkształcony układ zachowuje zawsze stan równowagi statycznej. Tak więc, dla zdefiniowanego układu dyskretnego można sformułować układ równań równowagi, który w odniesieniu do nieliniowej analizy strukturalnej w ujęciu metody przemieszczeniowej, przedstawić można w formie macierzowego równania sił rezidualnych:

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\Lambda}) = \mathbf{0} \quad (5)$$

w którym $\mathbf{u}$ jest wektorem stanu zawierającym składowe przemieszczenia węzłów struktury odpowiadające aktualnej konfiguracji geometrycznej, $\boldsymbol{\Lambda}$ – macierzą zawierającą parametry kontrolne odpowiadające aktualnemu stanowi obciążenia, natomiast $\mathbf{r}$ jest wektorem rezidualnym, zawierającym niezrównoważone składowe sił, związane z aktual-

nym stanem deformacji układu (Felippa i inni, 1994, Felippa, 1976).

W algorytmach numerycznych, składowe macierzy Λ wyrażane są w funkcji parametru λ określanego jako parametr kontroli stanu. Jest on miarą przyrostu obciążenia związanego pośrednio lub bezpośrednio z parametrem pseudo-czasu – t . Zatem układ równań równowagi (5) można również przedstawić w postaci:

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (6)$$

Równanie powyższe określane jest jako monoparametryczne równanie sił rezidualnych. Jego rozwiązanie obejmuje skończoną liczbę kolejnych stanów deformacji struktury, przy czym każdemu stanowi odpowiada kombinacja zmieniających się parametrów kontrolnych związanych z obciążeniem układu, wyrażanych poprzez pojedynczy parametr kontroli stanu λ . Przejście od bieżącego stanu do kolejnego, wyrażające krok przyrostowy, inicjowane jest przez zmianę parametru kontrolnego, któremu odpowiada nowa geometria struktury określona przez nowy wektor stanu.

Rozwój metod numerycznych, znajdujący swoje odzwierciedlenie we współczesnych algorytmach ujmowanych w profesjonalnych programach komercyjnych, ukonstytuował dwa zasadnicze rodzaje owych metod. Pierwsze, to metody czysto przyrostowe, zwane również metodami prognostycznymi, drugie to metody korekcyjne, nazywane również prognostyczno-korekcyjnymi lub przyrostowo – iteracyjnymi. Pierwsze z wymienionych charakteryzują się ograniczoną, często niezadowalającą dokładnością uzyskiwanych wyników. Ponadto nie stwarzają one możliwości kontynuowania obliczeń po przekroczeniu punktów krytycznych na ścieżce równowagi. Wprowadzana faza iteracyjna ma więc głównie na celu zmniejszenie błędu rozwiązania oraz umożliwienie określania punktów krytycznych. Zapewnia to możliwość analizy struktury w zaawansowanych stanach deformacji.

Wspólną cechą obydwu rodzajów metod jest obecność fazy przyrostowej. W odniesieniu do dowolnego przyrostu, przy przejściu ze stanu $\mathbf{n}$ do stanu $\mathbf{n}+1$, wielkościami nie określonymi są:

$$\Delta \mathbf{u}_n = \mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n \text{ oraz } \Delta \lambda_n = \lambda_{n+1} - \lambda_n \quad (7)$$

W celu ich wyznaczenia, formułowane jest dodatkowo równanie kontroli przyrostu, zwane równaniem więzów, wyrażane w formie warunku:

$$c(\Delta \mathbf{u}_n, \Delta \lambda_n) = 0 \quad (8)$$

Zasadniczym składnikiem fazy przyrostowej jest jej krok prognostyczny, określający punkt w hiperprzestrzeni stanu odpowiadający kolejnej konfiguracji układu, wyznaczonej poprzez określenie przyrostu $\Delta \mathbf{u}$ dla przyjętego $\Delta \lambda$, przy jednoczesnym spełnianiu równania (8). Błąd rozwiązania w danym kroku przyrostowym uzależniony jest od równania kontroli przyrostu oraz przyjętej formuły ekstrapolacyjnej. W każdym kolejnym kroku przyrostowym, wartość całkowitego błędu może ulegać zwiększaniu, co określane jest jako tzw. błąd dryfu. Jego zminimalizowanie zapewnia faza iteracyjna.

Podstawową metodą stosowaną w rozwiązywaniu nieliniowych problemów mechaniki konstrukcji jest dobrze oprogramowana metoda Newtona-Raphsona posiadająca szereg odmian, stanowiących rodzinę metod (Crisfield, 1997; Felippa i inni, 1994, Felippa, 1976; Kopecki i Deb- ski, 2007). Istota owych metod opiera się na rozwinięciu w szereg Taylora równań: sił rezidualnych – $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ oraz kontroli przyrostu – $c = 0$.

Zakładając, że w wyniku k -tego kroku iteracji korekcyjnej otrzymuje się wartości $\mathbf{u}^k$ i λ^k , równania te przyjmują odpowiednio postaci:

$$\mathbf{r}^{k+1} = \mathbf{r}^k + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{d} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \lambda} \cdot \eta + W.R. = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$c^{k+1} = c^k + \frac{\partial c}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{d} + \frac{\partial c}{\partial \lambda} \cdot \eta + W.R. = 0 \quad (10)$$

$$\text{gdzie: } \mathbf{d} = \mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k, \quad \eta = \lambda^{k+1} - \lambda^k \quad (11)$$

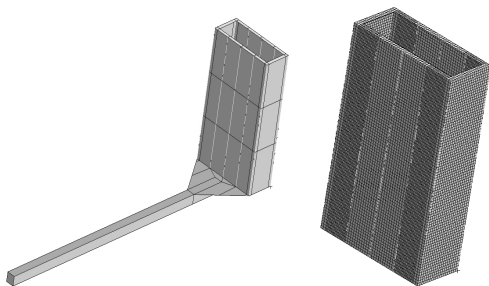
Człony $W.R.$ w obu równaniach ujmują pomijane, residualne wartości wyższych rzędów wektorów $\mathbf{r}$ i $\mathbf{c}$. W iteracyjnym określane są kolejne wartości $\mathbf{d}$ i η , w odniesieniu do których sprawdzany jest warunek zbieżności rozwiązania, przy założonej tolerancji. Otrzymany w wyniku zbiór stanowiący rozwiązanie nieliniowego układu równań algebraicznych względem niewiadomych przemieszczeń węzłowych, stwarza podstawę wyznaczania ścieżki równowagi. Ścieżka, jako zależność między parametrami statycznymi odpowiadającymi obciążeniu struktury i parametrami geometrycznymi związanymi z przemieszczeniami poszczególnych jej punktów stanowi hiperpowierzchnię w przestrzeni wielowymiarowej, której liczba wymiarów odpowiada liczbie uwzględnianych stopni swobody układu. W praktyce tworzone są zazwyczaj reprezentatywne zależności stanowiące relację pomiędzy dwoma parametrami.

W celu uzyskania dodatkowej metody weryfikacji wyników oraz porównania możliwości dwóch niezależnych rodzajów oprogramowania, nieliniową analizę numeryczną przeprowadzono za pomocą programów: ABAQUS/STANDARD 6.8-3 oraz MSC MARC 2007. W przypadku programu ABAQUS utworzono dwie wersje modelu numerycznego. W obu wersjach do modelowania pokrycia użyto elementów powłokowych typu Shell S4, natomiast podłużnice modelowano za pomocą elementów belkowych typ Beam 2.1 Różnica pomiędzy modelami polegała na odmiennym sposobie odwzorowania wręg. W modelu pierwszej wersji zastosowano odwzorowanie trójwymiarowe, za pomocą elementów typu solid C3D8, uzyskując łącznie 7895 węzłów. W wersji drugiej zastosowano elementy powłokowe typu Shell S4, wskutek czego uzyskano 16779 węzłów.

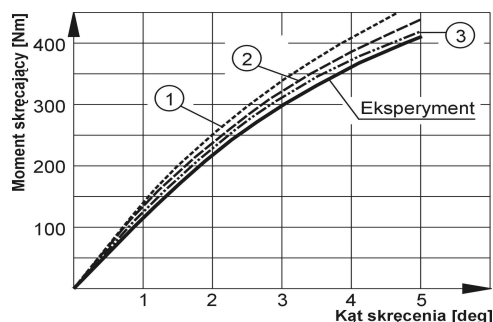
Z kolei w przypadku oprogramowania MSC MARC 7 do modelowania powłoki badanego ustroju wykorzystano bilinearne elementy powłokowe *thin-shell*, natomiast w przypadku wręg i układu aplikującego obciążenie zastosowano elementy powłokowe *thick-shell*. Podłużnice odwzorowano przy pomocy elementów belkowych, opartych na modelu Eulera-Bernoulliego. Wszystkie wymienione elementy posiadają sześć stopni swobody w węźle, a zatem

zachodził pełna zgodność pomiędzy elementami powłoki oraz podłużnic. Uzyskano łącznie 25300 węzłów.

Analiza nieliniowa przy pomocy programu ABAQUS uwidoczniła nadmierną rozbieżność ilościową wyników obliczeń wobec eksperymentu w przypadku odwzorowania wręg przy użyciu elementów trójwymiarowych, dlatego też w przypadku programu MARC zrezygnowano z tego rodzaju rozwiązania.



Rys. 8. Model geometryczny (po lewej) i siatka elementów skończonych (po prawej)



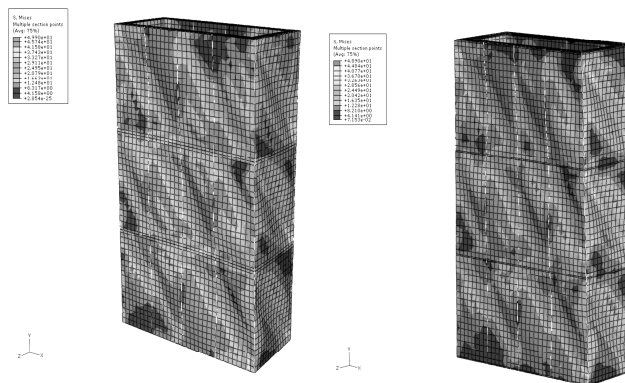
Rys. 9. Zestawienie reprezentatywnych ścieżek równowagi: 1 – Obliczenia programem ABAQUS – wręgi modelowane elementami trójwymiarowymi, 2 – Obliczenia programem ABAQUS – wręgi modelowane elementami powłokowymi, 3 – Obliczenia programem MSC MARC

Analizę nieliniową oparto na metodzie prognostycznej Newtona-Raphsona (Bathe, 1996; Crisfield, 1997; Felippa i inni, 1994, Felippa, 1976; Rakowski i Kacprzyk, 1993) oraz korekcji hipersferycznej Crisfielda. Wiarygodność otrzymywanych wyników oceniano na podstawie porównywania zarówno kształtu ścieżek równowagi, jak i zgodności geometrii deformacji. Obydwa czynniki stanowiły podstawę wielokrotnego korygowania modelu numerycznego.

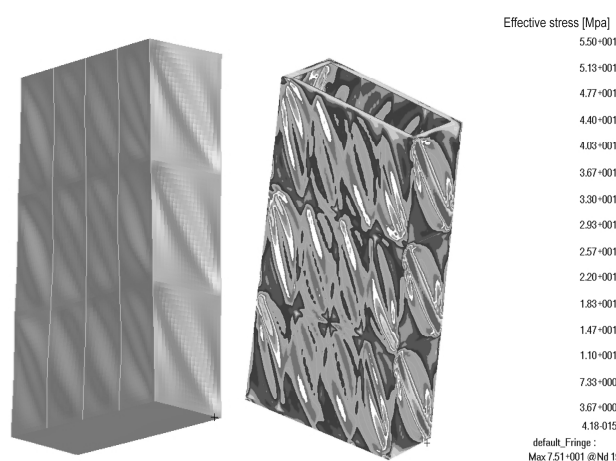
W wyniku serii testów numerycznych opracowano modele, których charakter deformacji jakościowo w pełni odpowiadał deformacjom uzyskiwanym w trakcie eksperymentu. Dla wszystkich wersji modelu, podobnie jak podczas badań doświadczalnych, określono zależności pomiędzy całkowitym kątem skręcenia a wielkością momentu skręcającego, stanowiące reprezentatywne ścieżki równowagi.

Rys. 8 prezentuje model geometryczny ustroju, wykonany przy użyciu oprogramowania MSC PATRAN oraz siatkę elementów skończonych, przeznaczoną do obliczeń programem MSC MARC.

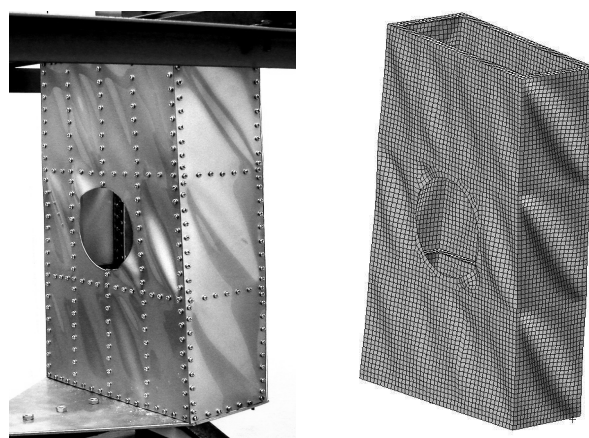
Na Rys. 9 przedstawiono zestawienie reprezentatywnych ścieżek równowagi.



Rys. 10. Wyniki obliczeń programem ABAQUS STANDARD: Obraz deformacji modeli numerycznych oraz rozkład wyteżenia wg hipotezy H-M-H (a-model z wręgami dwuwymiarowymi, b-model z wręgami trójwymiarowymi)



Rys. 11. Wyniki obliczeń programem MSC MARC 7: obraz deformacji modelu numerycznego oraz rozkład wyteżenia wg hipotezy H-M-H

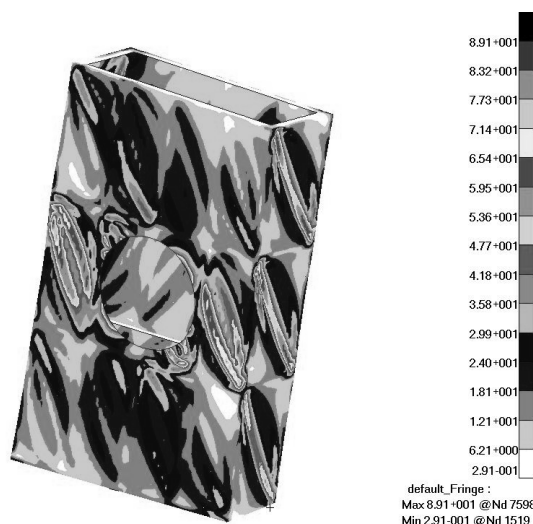


Rys. 12. Zaawansowana faza deformacji zakrytycznych modelu z otworem kołowym: po lewej wynik eksperymentu, po prawej wynik nieliniowej analizy numerycznej

Korzystając z opisanego wcześniej stanowiska badawczego, przeprowadzono eksperyment przy użyciu mo-

delu z otworem kołowym. Na Rys. 12 zaprezentowano porównanie obrazów deformacji zakrytycznych struktury uzyskanych w wyniku eksperymentu modelowego oraz nieliniowej analizy numerycznej.

Przedstawione wyniki potwierdzają pełną zgodność postaci deformacji. Porównanie wartości całkowitego kąta skręcenia dla wybranych wartości momentu skręcającego pozwala również stwierdzić, iż zachodzi zadowalająca ilościowa zgodność wyników obliczeń z rezultatem eksperymentu. A zatem zaprezentowany na Rys. 13 rozkład naprężenia zredukowanego może być uznany za wiarygodny.



Rys. 13. Rozkład naprężenia zredukowanego wg hipotezy H-M-H dla modelu z otworem kołowym

4. WNIOSKI

Przedstawiona metoda wyznaczania rozkładów wytężenia w strukturze cienkościenniej pracującej w zakresie obciążeń zakrytycznych, oparta na weryfikacji wyników nieliniowych analiz numerycznych eksperymentem, pozwala w skuteczny sposób zlokalizować strefy koncentracji naprężeń oraz dokonywać stosownych modyfikacji konstrukcji. Modyfikacje te mogą być przeprowadzane w środowisku wirtualnym, tworzonym przez oprogramowanie MES, umożliwiając właściwy dobór liczby i geometrii wręg i podłużnic oraz eliminację innych niedoskonałości konstrukcji. Umożliwia to dopracowanie struktury przed wykonaniem jej prototypu, który to etap jest na ogół jednym z kosztowniejszych w procesie tworzenia nowego rozwiązania konstrukcyjnego.

Należy podkreślić, iż eliminacja niedoskonałości struktury poprzez połączenie nieliniowej analizy numerycznej z eksperymentem oraz analiza modeli numerycznych poddanych modyfikacjom nie zmieniającym ogólnego charakteru rozkładu deformacji struktury, mogą być stosowane w stosunkowo wczesnej fazie procesu projektowania.

Zapewniający zgodność z eksperymentem model numeryczny oraz przyjmowana strategia rozwiązania stwarza podstawę analizy numerycznej szeregu wariantów zmodyfikowanej geometrii ustroju, bez konieczności powtarzania badań eksperymentalnych, co umożliwia eliminację ewentualnych rozwiązań nieracjonalnych realizacją rozwiązania prototypowego.

LITERATURA

1. **Arbocz J.** (1985), Post-buckling behavior of structures, Numerical techniques for more complicated structures, *Lecture Notes In Physics*, 228.
2. **Bathe K. J.** (1996), *Finite element procedures*, Prentice Hall.
3. **Crisfield M. A.** (1997), *Non-linear finite element analysis of solid and structures*, J. Wiley & Sons, New York.
4. **Doyle J.F.** (2001), *Nonlinear analysis of thin-walled structures*, Springer-Verlag, New York Berlin Heidelberg.
5. **Felippa C. A.** (1976), *Procedures for computer analysis of large nonlinear structural system in large engineering systems*, ed. by A. Wexler, Pergamon Press, London.
6. **Felippa C. A., Crivelli L. A., Haugen B.** (1994), A survey of the core-congruential formulation for nonlinear finite element, *Arch. of Comput. Meth. in Enging.*, 1.
7. **Kopecki H.** (1991), Problemy analizy stanów naprężenia ustrojów nośnych, w świetle badań eksperymentalnych metodami mechaniki modelowej, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej*, Nr 78, Rzeszów.
8. **Kopecki T., Dębski H.** (2007), Buckling and post-buckling study of open section cylindrical shells subjected to constrained torsion, *Arch. of Mech. Enging.*, Vol. LIV, 4.
9. **Laerman K.H.** (1982), The principle of integrated photoelasticity applied to experimental analysis of plates with non-linear deformation, *Proc. 7th Conf. on experimental stress analysis*, Haifa.
10. **Lynch C.** (2000), *A finite element study of the post buckling state behaviour of a typical aircraft fuselage pane*, PhD. Thesis, Queen's University Belfast.
11. **Marcinowski J.** (1999), *Nieliniowa stateczność powłok sprężystych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
12. **Rakowski G., Kacprzyk Z.** (1993), *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.

POST-CRITICAL DEFORMATIONS STATE OF MULTI-SECTION, MULTI-STRINGER THIN WALLED STRUCTURE, SUBJECTED TO THE TORSION. EXPERIMENTAL RESEARCH AND NON-LINEAR NUMERICAL ANALYSIS

Abstract: Paper presents results of experimental and numerical research of thin-walled structure reinforced by ten stringers and four frames, subjected to the torsion. The experimental structure was made of the polycarbonate, for which the tensile strength test was carried out and material constants determined. It also characterized by the high optical activity thanks to which it became possible to obtain qualitative information about optical effect distribution in circular polarization conditions. As the result of the torsional load, the post-critical deformations state comes out in all area of the model. Using non-linear numerical analyses, keeping the compliance of equilibrium paths, the stress field considering bending and membrane effects was obtained.

Badania realizowane w ramach Projektu Nr POIG.0101.02-00-015/08 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (POIG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego

METODA BUDOWY OBRAZU 3D PRODUKTU Z WYKORZYSTANIEM SYSTEMU WIZYJNEGO

Janusz KOWAL*, Andrzej SIOMA*

*Katedra Automatykacji Procesów, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki,
Akademia Górniczo Hutnicza im. S. Staszica w Krakowie, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Polska

jkowal@agh.edu.pl, andrzej.sioma@agh.edu.pl

Streszczenie: Artykuł przedstawia możliwości wykorzystania trójwymiarowego systemu wizyjnego w procesie budowy obrazu 3D produktu prowadzonym bezpośrednio na linii technologicznej np. w zakładach wytwarzających elementy pneumatyki lub hydrauliki. W pracy prezentowana jest metoda doboru odpowiedniej geometrii systemu, w skład którego wchodzi kamera i oświetlenie laserowe. Omówiono metodę pobierania profili wysokości i budowy na ich podstawie obrazu 3D produktu. Szczegółowo prezentowany jest wpływ doboru geometrii na rozdzielczość systemu wizyjnego. W pracy prezentowana jest również metoda obróbki obrazu umożliwiająca tworzenie profilu wysokości tj. przekroju produktu.

1. WPROWADZENIE

Praca omawia metodę budowy obrazu 3D produktu wykonanego na podstawie obserwacji rzeczywistego obiektu przy pomocy systemu wizyjnego. Obraz budowany tą metodą zawiera informacje o rzeczywistych parametrach wymiarowych produktu i umożliwia ich kontrolę. Aby jednak możliwe było wdrożenie takiego rozwiązania w warunkach linii technologicznej założono, że potrzebna jest szybka budowa trójwymiarowego modelu np. podczas transportu wyrobu na przenośniku lub na specjalizowanym stanowisku kontrolnym. Zastosowanie stanowiska pozwala na wykonanie kontroli, jako zabiegu międzyoperacyjnego bez konieczności zwiększenia czasu prowadzenia procesu technologicznego.

W warunkach linii produkcyjnej przy produkcji seryjnej stosuje się w chwili obecnej sprawdziany lub kontrolę statystyczną w celu oceny parametrów uzyskiwanych na produktach. Dokładne pomiary wykonywane są również statystycznie w laboratoriach pomiarowych. Rozwiązanie prezentowane w pracy pozwala na prowadzenie kontroli wszystkich produktów opuszczających proces, ale również na wykorzystanie informacji o ewentualnych wadach powstających na produkcie zwrócić w procesie sterowania parametrami technologicznymi.

2. BUDOWA TRÓJWYMIAROWEGO OBRAZU PRZEDMIOTU

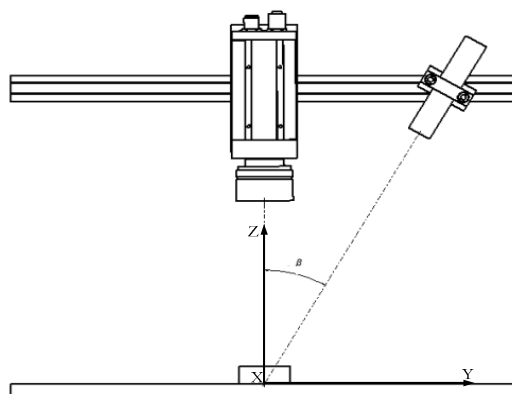
Budowa systemu wizyjnego 3D wymaga realizacji kilku etapów, w wyniku, których dobierane są kolejne parametry pracy systemu. Pierwszym etapem budowy jest dobór geometrii systemu tj. ustawienia kamery i lasera względem powierzchni badanego obiektu. W pracy omówiono geometrię, w której sensor systemu wizyjnego ustawiony jest równolegle do powierzchni stołu pomiarowego. Na podstawie wybranej geometrii przedstawiono metody wyznaczenia rozdzielczości pomiarowej systemu wizyjnego.

Należy jednak zauważyć, że w przypadku doboru systemu wizyjnego do konkretnych wymagań pomiarowych np. rozdzielczości pomiarowej zalecaniej przy ocenie pro-

duktu niezbędny będzie również, dobór odpowiedniego układu optycznego, ogniskowej i typu obiektywu oraz dobór rozdzielczości matrycy systemu wizyjnego.

2.1. Geometria systemu wizyjnego

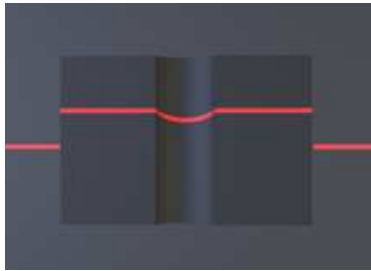
Przykładem geometrii systemu wizyjnego 3D może być ustawienie, w którym oś optyczna kamery jest prostopadła do powierzchni stołu pomiarowego oraz płaszczyzny podstawy badanego przedmiotu. Oś optyczną nazywamy prostą przechodzącą przez środek elementów optycznych obiektywu i matrycy kamery (np. matrycy CMOS) zabudowanej w kamerze.



Rys. 1. Geometria systemu wizyjnego 3D, współpraca kamery i lasera na stanowisku pomiarowym

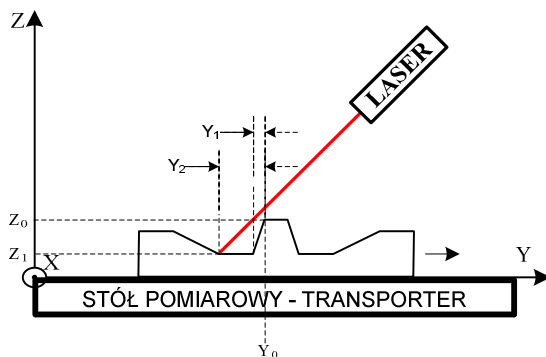
W wyniku zastosowania tej geometrii, przekrój obiektu widoczny w kamerze a realizowany przez promień lasera nie jest równoległy do osi „Z” układu współrzędnych stołu pomiarowego tj. do osi optycznej kamery. Jest równoległy do płaszczyzny lasera padającego na badany przedmiot.

W konsekwencji niezbędna jest obróbka matematyczna pozwalająca na przeliczenie geometrii przekroju widocznego na obrazie, tworzonego przez wiązkę lasera w celu uzyskania rzeczywistego trójwymiarowego przekroju a następnie obrazu trójwymiarowego badanego elementu.



Rys. 2. Linia lasera wyświetlana na obiekcie i widziana na matrycy systemu wizyjnego

Zastosowanie omówionej geometrii powoduje możliwość utraty danych pomiarowych w wyniku przysłonięcia (okluzja przedmiotu) lub wynikających ze zmiany wysokości badanego przedmiotu i idącej za tym skokowej zmiany położenia linii lasera na obrazie badanego obiektu. Takie ustawienie lasera i kamery umożliwia uzyskanie największej z możliwych rozdzielczości pomiarowych. Obraz obiektu będzie jednak zawierał obszary, w których zabraknie danych pomiarowych o wartości profilu wysokości w przekrojach. Wysokość tych punktów definiowana jest wówczas, jako wartość równa 0.

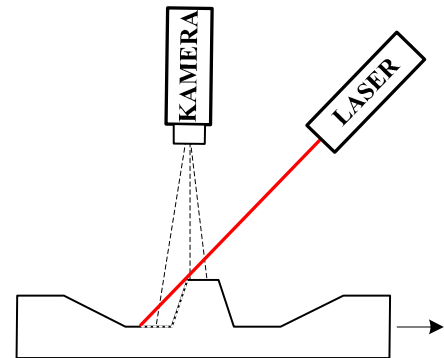


Rys. 3. Oświetlenie przedmiotu wiązką lasera

W przypadku zmiany wysokości badanego obiektu przy ustawieniu osi optycznej kamery prostopadle do płaszczyzny stołu pomiarowego a lasera pod kątem β część płaszczyzny obiektu nie będzie oświetlona przez wiązkę lasera. Badany obiekt przemieszczany jest na stole pomiarowym w kierunku osi Y. Obserwując stół pomiarowy widoczne jest oświetlenie przedmiotu wiązką lasera w punkcie Y_0 na wysokości Z_0 (rys 3).

Realizując przesunięcie stołu pomiarowego w kierunku osi Y o wartość Y_1 , możemy zauważyć, że z powodu zmiany wysokości badanego obiektu wiązka lasera została przesunięta na powierzchni przedmiotu o wartość Y_2 . Przesunięcie obiektu o wartość Y_1 nie odpowiada, więc przesunięciu wiązki lasera na powierzchni obiektu w kierunku osi Y w układzie współrzędnych związanym ze stanowiskiem. Przy takim ustawieniu występują na powierzchni badanego

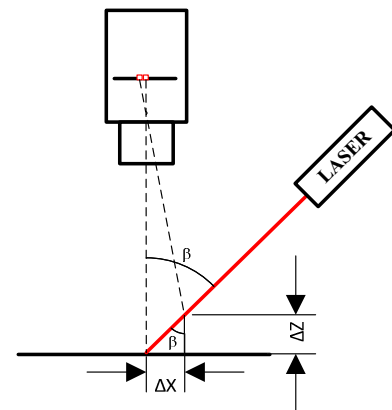
obiektu płaszczyzny oznaczone linią punktową niewidoczną w systemie wizyjnym z uwagi na geometrię ustawienia lasera. Jest to zjawisko przysłonięcia (okluzji) związanej z przysłanianiem wiązki lasera przez kształt elementu badanego.



Rys. 4. Powierzchnie niewidoczne na obrazie obiektu

2.2. Rozdzielczość systemu wizyjnego

W kolejnym etapie konfiguracji systemu wizyjnego niezbędne jest wyznaczenie rozdzielczości systemu wizyjnego. W wyniku zmiany wysokości obiektu np. poprzez pojawienie się na badanej powierzchni wad obraz linii lasera przemieszczany jest na matrycy CMOS w kamerze. Wyznaczenie rozdzielczości systemu wizyjnego polega na wyznaczeniu takiej minimalnej zmiany wysokości obiektu, przy której osiągniemy przemieszczenie obrazu lasera dokładnie o jeden rząd pikseli na matrycy.



Rys. 5. Wyznaczenie rozdzielczości w osi Z

$$\Delta Z \approx \Delta X / \tan(\beta) \quad (1)$$

gdzie: ΔZ - rozdzielczość w osi Z, ΔX - rozdzielczość w osi X, β - kąt pomiędzy osią symetrii lasera i prostopadłą do powierzchni stołu.

Rozdzielczość jest obliczana w milimetrach na piksel. Jeżeli realizowana jest subpikselowa obróbka obrazu, to obliczoną wartość przypadającą na piksel należy podzielić przez wartość współczynnika podziału piksela. Wówczas możliwe jest wyznaczanie przemieszczenia linii na ekranie z rozdzielczością np. $\frac{1}{2}$ piksela, $\frac{1}{4}$ piksela lub inną.

Zakładając wykorzystanie matrycy o wymiarach 1536x512 pikseli i dobierając obiektyw systemu wizyjnego umożliwiającego obserwację przedmiotu o szerokości 77mm (FOV = 77mm), wyznaczono rozdzielczość w osi X i Z dla przedmiotu.

$$\Delta X = 77\text{mm} / 1536\text{ pikseli} = 0.05[\text{mm} / \text{piksel}] \quad (2)$$

$$\Delta Z \approx 0.05 / \tan(45^\circ) = 0.05[\text{mm} / \text{piksel}] \quad (3)$$

Na płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny matrycy przy znanej rozdzielczości ΔX w osi X rozdzielczość w osi prostopadłej do X jest przyjmowana jako ΔX . Rozdzielczość w kierunku osi Y układu współrzędnych stanowiska zależna jest od przesunięcia stołu pomiędzy kolejnymi akwizycjami obrazu realizowanymi przez system wizyjny. Zakładając, że w układzie pomiaru przesunięcia przedmiotu pracuje enkoder wystawiający 1600 impulsów na 1 mm przemieszczenia stołu. Obraz pobierany jest co 200 impulsów wyznaczono rozdzielczość w kierunku osi Y dla systemu wizyjnego 3D.

$$\Delta Y = 200[\text{imp} / \text{skan}] / 1600[\text{imp} / \text{mm}] = 0.125[\text{mm} / \text{skan}] \quad (4)$$

Trójwymiarowy obraz obiektu budowany jest z profili pobieranych w czasie ruchu przedmiotu w kierunku osi Y stanowiska. System wizyjny zbiera obraz profilu po każdorazowym przesunięciu obiektu o 0.125 mm (200 impulsów). W osi X rozdzielczość wynosi 0.05 mm i jest to odległość pomiędzy kolejnymi punktami pomiarowymi na tej osi bez obróbki subpixelowej. Rozdzielczość w osi Z równa jest 0.05 mm.

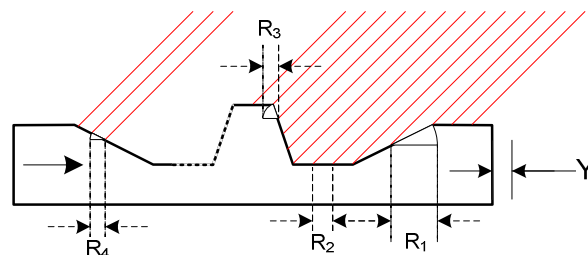
W badaniach rozdzielczości systemu wizyjnego 3D należy uwzględnić jednak możliwą zmianę rozdzielczości w osi Y występującą podczas budowy modelu 3D obrazu przedmiotu wynikającą ze zmiany kąta nachylenia płaszczyzn badanego przedmiotu względem płaszczyzny lasera podczas przemieszczania przedmiotu. W wyniku zmian tego kąta zmianie ulegną odległości pomiędzy liniami lasera tworzącymi kolejne profile wysokości, mierzone po powierzchni badanego obiektu.

Na rysunku 5 widoczny jest przykład, w którym, badany przedmiot przemieszczany pomiędzy kolejnymi skanami o zadaną wartość Y. Po każdym przemieszczeniu pobierany jest obraz kolejnego profilu na podstawie, którego analizowany jest stan powierzchni. Należy zauważyć wyraźną zmianę odległości pomiędzy badanymi przekrojami zależną od kąta pochylenia powierzchni względem osi prostopadłej do stołu pomiarowego.

Rysunek prezentuje cztery wybrane rozdzielczości skanowania (odległości pomiędzy profilami przedmiotu) wynikające ze zmiany kąta nachylenia płaszczyzn badanego obiektu opisane jako R_1 - R_4 . Na odległość pomiędzy profilami na płaszczyznach obiektu w omawianej geometrii będzie miał wpływ dodatkowo kąt ustawienia lasera względem osi prostopadłej do stołu pomiarowego.

Dla płaszczyzn, których powierzchnie pochylone są pod kątem zbliżonym do kąta 180° względem płaszczyzny tworzonej przez wiązkę lasera obserwowane będzie wyraźne rozsuniecie profili skanowania powierzchni oznaczone na rysunku jako R_1 . Przy analizie takich powierzchni należy

uwzględnić minimalny rozmiar wady możliwy do wykrycia w danej geometrii pracy systemu.

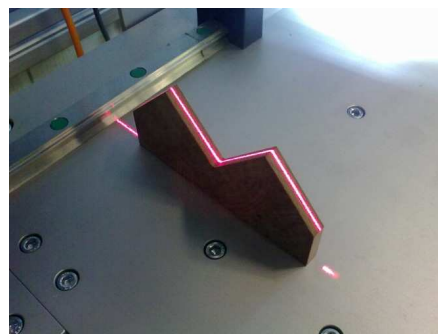


Rys. 6. Zmiana rozdzielczości w kierunku osi Y

Natomiast w przypadku powierzchni, które ustawione są pod kątem zbliżonym do 90° do płaszczyzny lasera odległość pomiędzy profilami skanowania jest znacznie mniejsza (R_3 , R_4), co pozwala na bardziej dokładne skanowanie tych powierzchni. Rozdzielczość wyliczoną teoretycznie ze wzoru (4) opisuje na rysunku rozdzielczość R_2 . Przypadek ten odwzorowuje budowę obrazu na powierzchni równoległej do płaszczyzny stołu pomiarowego.

2. METODA WYZNACZANIA PROFILU WYSOKOŚCI

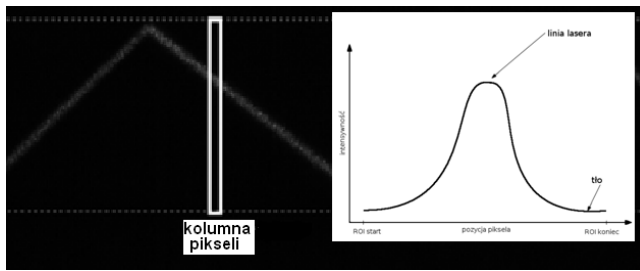
Po pobraniu obrazu przeprowadzana jest procedura przeliczenia pozycji linii lasera widocznej na matrycy na wysokość profilu w każdej z kolumn matrycy.



Rys. 7. Widok obiektu oświetlonego linią generowaną przez laser

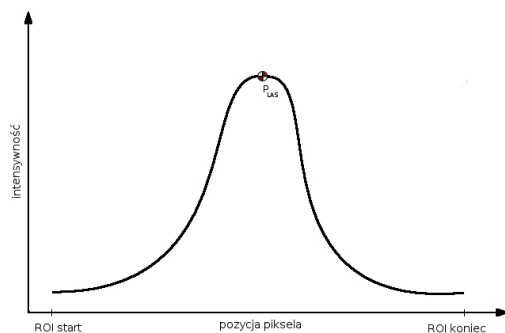
Ważnym elementem analizy obrazu w systemach wizyjnych 3D jest dokładne określenie środka linii lasera widzialnej w systemie wizyjnym. Każda z kolumn obrazu przedstawiana jest, jako funkcja intensywności $f(x)$, gdzie argumentem jest numer piksela w kolumnie. Następnie dla każdej z kolumn określany jest punkt środka linii lasera i w ten sposób otrzymywana jest kompletna informacja o położeniu linii niezbędna do wyliczenia wysokości punktu profilu.

Wybierając kolejne kolumny i kreśląc wykres intensywności w każdej z kolumn wyznaczana jest pozycja linii lasera widocznej na obrazie poniżej z lewej strony w celu określenia wysokości profilu w badanej kolumnie matrycy. Widoczna jest również funkcja intensywności dla badanej kolumny wykorzystana do obliczeń kolejnych punktów profilu.



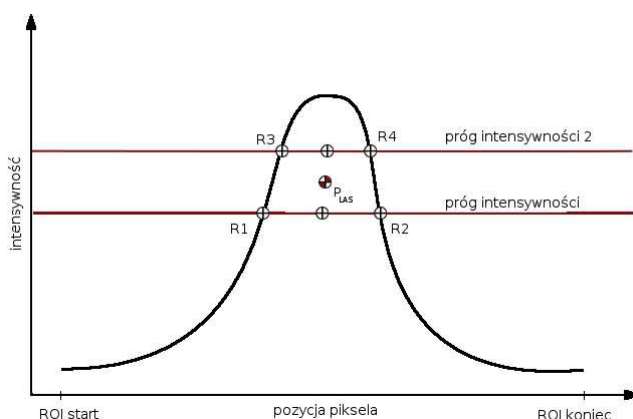
Rys. 8. Obraz obiektu oświetlonego linią generowaną przez laser, intensywność linii wyznaczona w kolumnie macierzy CMOS

Aby wyznaczyć środek linii lasera wykorzystuje się kilka metod analizy intensywności badanej linii. Pierwszą z metod jest wyznaczenie maksimum intensywności w każdej z kolumn macierzy. Pozycja piksela o największej wartości intensywności jest przyjmowana, jako środek linii lasera i jest wyznaczana z rozdzielczością jednego piksela.



Rys. 9. Wyznaczenie maksimum funkcji intensywności

Metoda wyznaczenia środka linii lasera z wykorzystaniem progu intensywności pozwala na uzyskanie większej rozdzielczości. W tej metodzie wprowadzany jest próg intensywności definiowany przez użytkownika. Jeśli nie występują zakłócenia i próg został dobrze dobrany, przecina on wykres intensywności w dwóch punktach (R1 i R2). Środek linii lasera jest wyznaczany, jako średnia arytmetyczna pozycji pikseli, dla których nastąpiło przecięcie wykresu z progiem. Analiza intensywności w kolumnie z wykorzystaniem progu intensywności pozwala na uzyskanie rozdzielczości na poziomie 1/2 piksela.

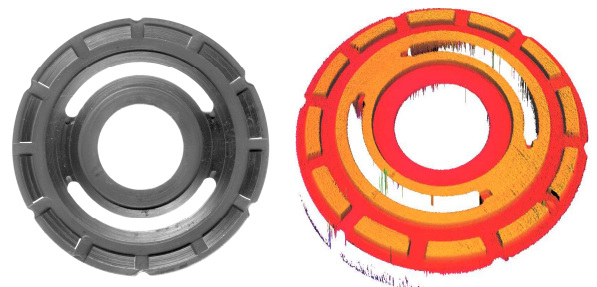


Rys. 10. Wyznaczenie środka linii lasera z wykorzystaniem progu intensywności

W celu zwiększenia rozdzielczości wyznaczenia pozycji środka linii lasera na obrazie należy zastosować dwa progi intensywności. Uzyskujemy wówczas 4 punkty opisujące funkcję intensywności a środek linii lasera wyznaczany jest jak średnia arytmetyczna pozycji wyznaczonych punktów. Zastosowanie dwóch progów intensywności umożliwia uzyskanie rozdzielczości na poziomie 1/4 piksela.

$$x_{LAS} = \frac{x_{R1} + x_{R2} + x_{R3} + x_{R4}}{4} \quad (5)$$

Profil wysokości opisujemy dla wszystkich kolumn macierzy CMOS. Po wyznaczeniu profilu realizujemy obróbkę kolejnego obrazu pobranego przez kamerę opisującego obiekt badany w przekroju przesuniętym o ΔY . Następnie składamy kolejne profile i otrzymujemy obraz 3D produktu.



Rys. 11. Rozrząd tarczowy pompy (z lewej) i obraz 3D rozrządu (z prawej)

Obraz taki umożliwia wykonanie analizy wymiarów i parametrów powierzchni badanego produktu. Rys. 5 prezentuje obraz 2D i 3D rozrządu tarczowego pompy.

LITERATURA

1. Kowal J., Sioma A. (2009). Active vision system for 3D product inspection: Learn how to construct three-dimensional vision applications by reviewing the measurements procedures, *Control Engineering USA*, Vol. 56.
2. Sioma A., Struzikiewicz G. (2009), Measurement and vision control of an object processed on a CNC milling machine, *Production process in mechanical engineering: advanced machining technology in automotive production today and tomorrow : research reports CEEPUS project CII – SK 0067 – 04 –08,37–44.*
3. Trucco E. Verri A. (1998), *Introductory Techniques for 3-D Computer Vision*, Prantice Hall.

THE METHOD OF BUILDING 3D PRODUCT IMAGE USING VISION SYSTEM

Abstract: The article discusses of using possibility three-dimensional vision system in process of 3D product image building. The method of selecting suitable geometry for vision system based on camera and laser lighting is presented. The influence of geometry selection on resolution in vision system and the method of image processing are presented for creating the profile of height in product section.

Praca wykonana w ramach grantu badawczo rozwojowego finansowanego ze środków na naukę w latach 2007-2010.

PROJEKTOWANIE I KSZTAŁTOWANIE UZĘBIEŃ NIEOKRĄGLYCH KÓŁ PASOWYCH

Piotr KRAWIEC*

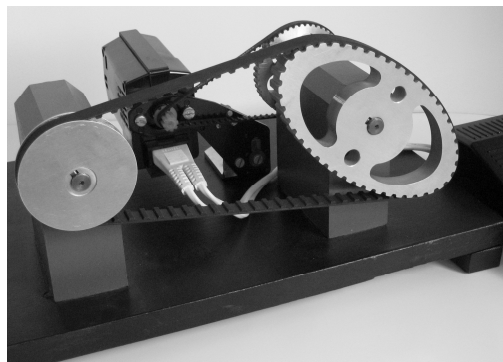
*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3, 60-965 Poznań

piotr.krawiec@put.poznan.pl

Streszczenie: W pracy zaprezentowano problematykę projektowania i kształtowania uzębień nieokrągłych kół pasowych. Omówiono klasyczne metody wytwarzania kół wskazując ich zalety oraz ograniczenia. Podano podstawowe zależności matematyczne wykorzystane do opisu cech geometrycznych obwiedni kół nieokrągłych. Bogato zilustrowano badania przeprowadzone przez autora w zakresie wytwarzania kół nieokrągłych. Wskazano na brak standaryzacji metod pomiaru cech geometrycznych oraz stereometrii powierzchni kół nieokrągłych.

1. WPROWADZENIE

Problematyka projektowania i kształtowania uzębień kół nieokrągłych sięga lat czterdziestych ubiegłego wieku, kiedy jednym z kierunków uzyskania zmiennych cech kinematycznych napędów stało się zastosowanie przekładni zębatych z kołami nieokrągłymi. Zagadnienia te prezentowano w literaturze autorstwa Litwina i Fuentes (2004). Zawarto tam aktualne do dziś założenia technologiczne dotyczące warunków współpracy kół nieokrągłych zębatych, jednakże metody obróbki utraciły się aktualność. Wybrane zagadnienia wytwarzania nieokrągłych kół zębatych metodą dłutowania przedstawiono w pracach Kocia (2001), Korzeniewskiego (2006) oraz Kujawskiego (1992).



Rys. 1. Ilustracja fotograficzna nierównobieźnej przekładni dwukółowej

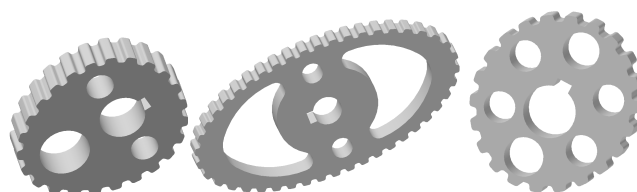
Nieco inne zagadnienie z uwagi na charakter współpracy koła z pasem zębatym stanowi wytwarzanie nieokrągłych kół pasowych. Poszukiwanie dokładnych i tanich metod wytwarzania stało się jednym z zadań, których rozwiązanie umożliwiłoby powszechniejsze stosowanie w technice sterowania i napędu nierównobieźnych przekładni cięgnowych. Charakterystyczną cechą tych przekładni jest możliwość uzyskania zmiennych cech kinema-

tycznych takich jak przełożenie i prędkość dzięki zastosowaniu w przekładni cięgnowej z pasem zębatym kół o nieokrągłej obwiedni (Dudziak, 1997; Krawiec, 2005; Krawiec i Domek, 2007). Model przekładni nierównobieźnej przedstawiono na Rys. 1.

W dostępnym piśmiennictwie niewiele jest informacji o kształtowaniu uzębień nieokrągłych kół pasowych. Analogicznie jak w przypadku obróbki kół okrągłych, wśród metod wytwarzania kół nieokrągłych można wskazać:

- obróbkę skrawaniem: metodę kształtową, obwiedniową oraz punktową zwaną dawniej kopiową. Tradycyjnie metoda kopiowa polegała na przeniesieniu zarysu (profilu) z koła wzorcowego na koło obrabiane z zastosowaniem sprzężenia mechanicznego. Aktualnie w obrabiankach CNC przeniesienie informacji o cechach geometrycznych obrabianego elementu następuje na drodze mechatronicznej przez zastosowanie do prowadzenia klasycznego narzędzia sterowania numerycznego. Zasada ta jest zastosowana zarówno w procesie frezowania frezem palcowym, obróbce części na elektrodą-zarkach gdzie rolę narzędzia pełni odpowiednio dobrany drut. Pełna analogia do tego procesu zachodzi także w wycinarkach CNC, gdzie narzędziem jest gaz, strumień wodny ze ścierniwem lub plazma.
- obróbkę plastyczną;
- technologię spiekania proszków metali (Krawiec, 2008a; Wiśniewska-Weinert i inni, 2006);
- metody rapid prototyping i rapid manufacturing.

Przykłady kół dla których przeprowadzono badania doświadczalne w zakresie metod obróbki oraz pomiarów zilustrowano na Rys. 2.



Rys. 2. Przykłady pasowych kół nieokrągłych

2. PROJEKTOWANIE UZĘBIEŃ NIEOKRĄGLYCH KÓŁ PASOWYCH

Opisanie cech geometrycznych obwiedni pasowych kół nieokrągłych (w szczególności niesymetrycznych) jest utrudnione lub niemożliwe. Można wtedy skorzystać z twierdzenia aproksymującego Weierstrassa: „dla dowolnej krzywej ciągłej można wskazać krzywą dostatecznie wysokiego stopnia, która przybliży krzywą wyjściową z dowolną określoną dokładnością”. W tym celu należy wybrać linię łamaną kontrolną, której wierzchołki są punktami krzywej wyjściowej i są na niej rozłożone odpowiednio „gęsto”. Dowód tego twierdzenia związany jest z postacią Siergieja Bernsteina od nazwiska którego nazwano wielomiany zastosowane do przedstawienia krzywych Beziera.

Wielomian Bernsteina, $B_{f,n}$, funkcji $f \in C_{<0,1>}$ i stopnia n jest definiowany jako:

$$B_{f,n}(t) := \sum_{k=0}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \cdot p_{s,k}(t), \quad (1)$$

gdzie $p_{s,k}(t) := \binom{s}{k} \cdot t^k \cdot (1-t)^{s-k}$.

W zastosowaniach praktycznych wielomian ten wyznacza się rekurencyjnie i dla punktów $P_i = (x_i, y_i)$, $i=1,2,\dots,s$, stosujemy wzór:

$$P_{i,k} = (1-t) \cdot P_{i,k-1} + t \cdot P_{i+1,k-1} \quad (2)$$

gdzie $k = 1, 2, \dots, s$, $i = 0, 1, \dots, s-k$,

przyjmując na początku $P_{i,0} = P_i$. W ten sposób uzyskuje się $B_{f,n}(t) = P_{0,s}$.

Niedogodnością stosowania krzywych Beziera jest to, że nie można nimi opisać krzywych stożkowych. Wprowadzenie lokalnej zmiany tzn. przesunięcie punktu kontrolnego powoduje zmianę całej krzywej. Na ogół w procesie modelowania złożonych kształtów trzeba stosować krzywe wysokiego stopnia. Zadanie interpolacji Lagrange'a jest stosunkowo łatwo rozwiązać, lecz jest niezwykle trudno dobrać punkty i węzły tak, aby wyeliminować zafalowania wielomianowej krzywej interpolacyjnej wysokiego stopnia między danymi punktami (klasycznym przykładem jest zjawisko Rungego).

Wymienionych wad nie mają krzywe złożone z wielu łuków, np. wielomianowych stosunkowo niewysokiego stopnia. Krzywe takie nazywa się krzywymi sklejanymi-splajnami.

Krzywe B-sklejane zbudowane są z fragmentów wielomianowych lub wymiernych krzywych Beziera, najczęściej niskiego stopnia (s). Dla każdej tworzącej krzywą B-sklejaną parametr t również należy do przedziału $[0,1]$. Punkty na krzywej B-sklejanej można wyznaczyć ze wzoru Mansfielda-de Boora-Coxa (Kiciak, 2000):

$$N_i^0(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \in [u_i, u_{i+1}), \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{cases} \quad (3)$$

$$N_i^n(t) = \frac{t - u_i}{u_{i+n} - u_i} N_i^{n-1}(t) + \frac{u_{i+n+1} - t}{u_{i+n+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{n-1}(t) \quad (4)$$

dla $n > 0$

Wówczas dla dowolnej wartości t uzyskujemy punkt

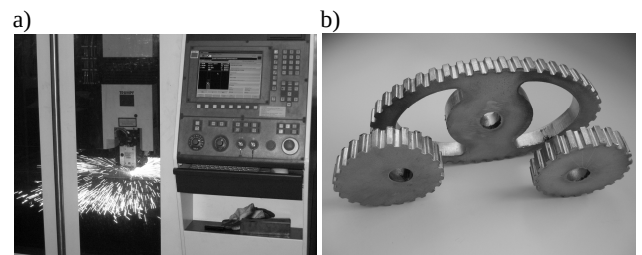
$$p(t) = \sum_{i=0}^{m-n-1} p_i N_i^n(t) \text{ dla } t \in [u_n, u_{m-n}], \quad (5)$$

gdzie N_i^n są zwane funkcjami bazowymi lub funkcjami kształtu.

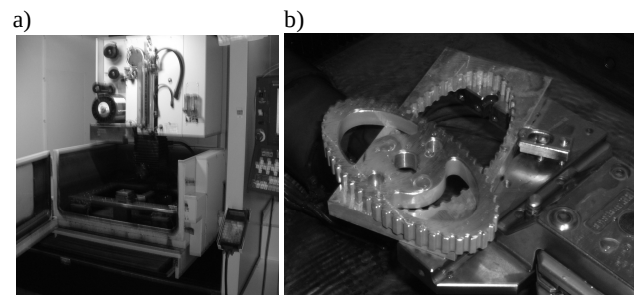
Zastosowanie w technice krzywych B-spline wynika z ich zalet w stosunku do krzywych wielomianowych i wymiernych. Przeszczenie jednego punktu kontrolnego ma wpływ wyłącznie na bezpośrednie otoczenie tego punktu. Możliwość swobodnego przemieszczania węzłów umożliwia pełniejszą kontrolę na kształtem krzywej. Można nawet uzyskać „ostre” połączenia. W prosty sposób można wstawiać węzły (ang. knot insertion), co znacznie upraszcza i ułatwia proces modelowania.

3. METODY WYTWARZANIA UZĘBIEŃ NIEOKRĄGLYCH KÓŁ PASOWYCH

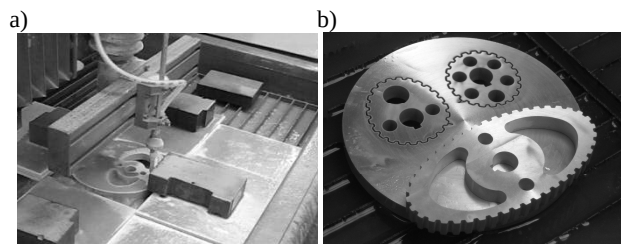
Proces technologiczny wytwarzania nieokrągłych kół pasowych musi uwzględniać odmienną charakterystykę sprzężenia kształtowo-ciernego pasa zębatego i kół w stosunku do klasycznych okrągłych kół pasowych (Krawiec, 2008b). W procesie doboru optymalnej metody wytwarzania przyjęto następujące kryteria: koszt obróbki, czas wykonania kół, złożoność i koszt przygotowania procesu technologicznego. Ponadto założono, że zastosowane zostaną uniwersalne maszyny technologiczne. Na kolejnych Rys. oznaczonych 3 do 8 zestawiono zastosowane maszyny technologiczne oraz wykonane koła nieokrągłe.



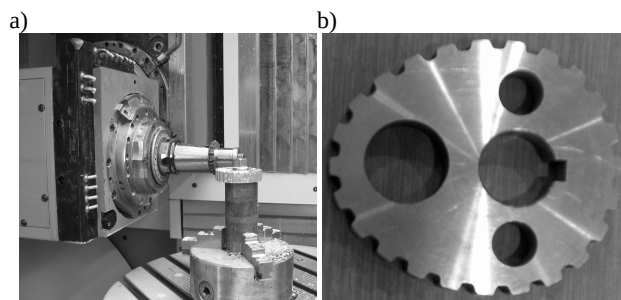
Rys. 3. Obróbka za pomocą wycinarki laserowej: a) widok obróbki, b) wykonane koła nieokrągłe



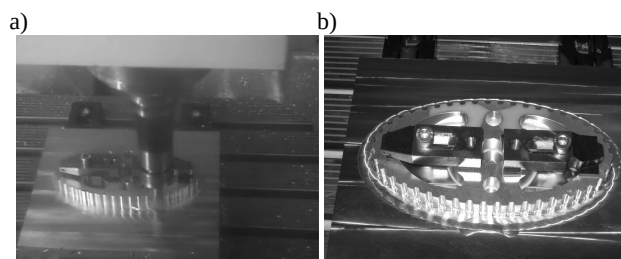
Rys. 4. Obróbka za pomocą wycinarki drutowej: a) widok obróbki, b) wykonane koło eliptyczne



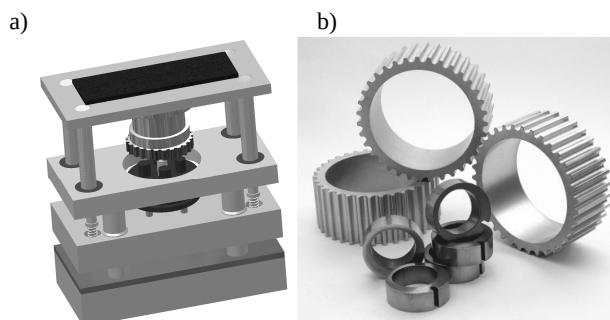
Rys. 5. Obróbka za pomocą wycinarki wodnej: a) widok obróbki, b) wykonane koła nieokrągłe



Rys. 6. Obróbka na sterowanej numerycznie frezarce za pomocą freza kształtowego: a) widok obróbki, b) wykonane koło nieokrągłe



Rys. 7. Obróbka na sterowanej numerycznie frezarce za pomocą freza palcowego: a) widok obróbki, b) wykonane koło eliptyczne



Rys. 8. Ilustracja procesu prasowania kół pasowych: a) model prasownika (Krawiec, 2008a) b) wykonane koła pasowe (Wiśniewska-Weinert i inni, 2006)

4. PODSUMOWANIE

Wykonane różnymi metodami uzębienia kół nieokrągłych (Rys. 2) zostały porównane według opracowanych kryteriów na które składają się: poprawność odwzorowania zaprojektowanych cech geometrycznych i stereometrii powierzchni, złożoność przygotowania procesu technologicznego, koszt wytworzenia określonej partii kół.

W celu przeprowadzenia tych analiz wykonano według zaproponowanej przez autora metody eksperymentalne sprawdzenie poprawności wykonania kół. Należy wskazać, iż ogólnie znanym piśmiennictwie technicznym brak jest wymagań dotyczących standaryzacji w zakresie dokładności odwzorowania cech geometrycznych jak i stereometrii powierzchni nieokrągłych kół zębatach i pasowych. Niezbędne staje się opracowanie założeń do opracowania takich standardów. Do pomiarów cech geometrycznych zastosowano współrzędnościową maszynę pomiarową firmy Zeiss. Natomiast pomiary struktury stereometrii kół zilustrowanych na Rys. 3 do 8 wykonano z zastosowaniem profilografometru firmy Taylor Hobson. Wyniki analiz wskazują, że w zakresie cech geometrycznych i stereometrii powierzchni niewskazane jest wykonywanie nieokrągłych kół pasowych metodą wycinania laserowego. Metoda ta cechuje się niskimi kosztami, ale z uwagi na koncentrację ciepła wytwarzanego podczas obróbki następuje znacząca nieodwracalna deformacja zębów. Przyjęta w procesie projektowania przekładni szerokość kół wynosiła $15 \pm 0,1 \text{ mm}$. Przeprowadzone doświadczenia kształtowania uzębienia z zastosowaniem cięcia laserowego wskazują, że możliwe jest uzyskanie wymaganych cech geometrii kół o szerokości wieńca do 4 mm. Pewne rozwiązanie mogłoby polegać na budowie kół składanych. Pojawia się tutaj szereg trudności dotyczących pozycjonowania wzajemnego położenia elementów składowych kół. Kształtowanie uzębienia z zastosowaniem wycinarki drutowej charakteryzuje się poprawnością odwzorowania cech geometrycznych, wadą rozwiązania jest stosunkowo wysoki koszt obróbki wynikający bezpośrednio z długości obwiedni kół. Na uwagę zasługuje metoda kształtowania kół z zastosowaniem cięcia wodnego ze ścierniwem. Uzyskane w wyniku pomiarów cech geometrycznych i stereometrii powierzchni parametry nie przekraczają wartości stosowanych w ocenie cech jakościowych okrągłych kół pasowych. Zaletą tego procesu jest niski koszt i czas wykonania kół. Wśród metod obróbki skrawaniem na uwagę zasługuje zastosowanie zespołu typowych frezów palcowych, jednakże z uwagi na minimalną wartość promienia zaokrąglenia wynoszącą 1,17 mm (dla kół o zarysie trapezowym podziałka L) niezbędne było przeprowadzenie obróbki za pomocą trzech frezów, co podnosi zarówno czas jak i koszt obróbki. Z kolei metoda kształtowania kół nieokrągłych za stosowaniem jednego freza kształtowego stwarza niebezpieczeństwo niedokładności odwzorowania zaprojektowanych cech geometrycznych szczególnie dla kół o znacznych różnicach wymiarów (długość, szerokość - koła eliptyczne). Potrzeba wyeliminowanie tego zjawiska wymusza zastosowanie kilku frezów. Metoda prasowania kół nieokrągłych z proszków metali ma uzasadnienie w przypadku wytwarzania dużych serii takich samych elementów. Jest to uwarunkowane potrzebą zaprojektowania i wykonania kosztownego oprzyrządowania. Aktualne prace autora dotyczą opracowania metody obwiedniowo – kształtowej, która pozwoliłaby wyeliminować potrzebę zastosowania kilku narzędzi oraz umożliwiłaby realizację ciągłego ruchu tocznego w wyniku ruchów obrotowych narzędzia i obrabianego koła.

LITERATURA

1. **Dudziak M.** (1997), *Przekładnie cięgnowe*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
2. **Kiciak P.** (2000), *Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Zastosowania w grafice komputerowej*, WNT, Warszawa.
3. **Koć A.** (2001), Wykonywanie kół zębatach nieokrągłych na dłutownicach sterowanych numerycznie, *Mechanik*, z. 02, 96-9.
4. **Korzeniewski H.** (2006), Uzębienie ewolwentowe kół trochoidalnych, *Archiwum Technologii Maszyn i Automatykacji*, Vol. 26, Nr 2, 159-167,
5. **Krawiec P.** (2005), Nieklasyczna przekładnia cięgnowa z pasem zębatym, *Przegląd Mechaniczny*, Nr 4, 25-28,
6. **Krawiec P.** (2008a) Idea of noncircular gears manufactured of sintered powder metals, *Archiwum Technologii Maszyn i Automatykacji*, Vol. 28, Nr 2, 85-94,
7. **Krawiec P.** (2008b), Introduction to description of shape-frictional contact in uneven-running cogbelt transmission, *Machine Dynamics Problems*, Vol. 32, Nr 1, 46-55,
8. **Krawiec P., Domek G.** (2007), Nowe perspektywy stosowania przekładni z pasem zębatym w technice sterowania i napędu, *Technologia i Automatykacja Montażu*, Nr 4, 15-19,
9. **Kujawski M.** (1992), *Mechanizmy obiegowe z nieokrągłymi kołami zębatymi. Podstawy projektowania i wykonania*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań.
10. **Litvin F., Fuentes A.** (2004), *Gear Geometry and Applied Theory*, Cambridge University Press.
11. **Wiśniewska-Weinert H., Leshchynsky V., Ozwoniarek J., Kędzia Ł., Lisowski J.** (2006), Technologie wytwarzania części dokładnych ze spiekanych materiałów proszkowych, *Obróbka Plastyczna Metali*, Nr 3, 37-42.

DESIGN AND FORMING
OF TEETH OF NONCIRCULAR COGBELT PULLEYS

Abstract: There was presented issue of design and forming of teeth of noncircular cogbelt pulleys. There were discussed classical manufacturing methods of pulleys and there were pointed their advantages and disadvantages. There were given basic mathematical relationships applied to description of geometrical features of envelope of noncircular pulleys. There were presented researches, which are illustrated in photos, conducted by author in scope of noncircular pulleys production. There was pointed a lack of standardization of measuring methods of geometrical features and surface stereometry of noncircular pulleys.

ANALIZA GEOMETRYCZNEJ DOKŁADNOŚCI POZYCJONOWANIA EFEKTORA MANIPULATORA RÓWNOLEGŁEGO PRZESTRZENNEGO TYPU TRIPLANAR

Tomasz KUŹMIEROWSKI*

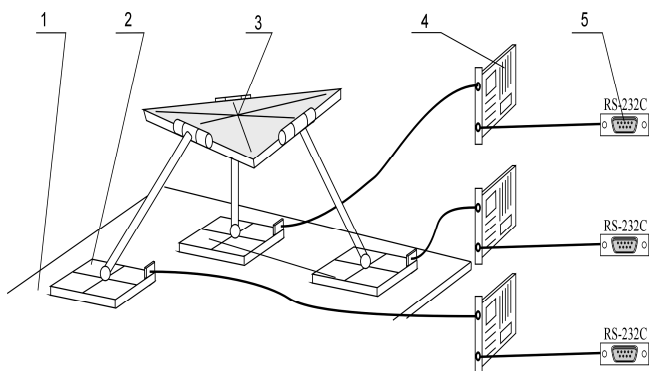
*Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

tomek@pb.edu.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono analizę geometrycznej dokładności pozycjonowania efektora manipulatora typu triplanar. Konstrukcja ta jest manipulatorem równoległym przestrzennym z efektem o sześciu stopniach swobody. Autor przedstawia badania symulacyjne i stanowiskowe geometrycznej dokładności pozycjonowania efektora w funkcji wysokości punktu pracy dla wybranych parametrów konfiguracyjnych manipulatora.

1. KONSTRUKCJA MANIPULATORA TYPU TRIPLANAR

Manipulator typu Triplanar jest konstrukcją, w której użyto trzech mechatronicznych napędów planarnych jako niezależne napędy główne. Na Rys. 1 przedstawiono manipulator typu Triplanar będący zmodyfikowaną konstrukcją znanej platformy Stewarta-Gougha (Gough i Whitehall, 1962), który został zbudowany i przebadany na Wydziale Mechanicznym Politechniki Białostockiej.



Rys. 1. Konstrukcja manipulatora równoległego przestrzennego z napędami planarnymi

W przedstawionej modyfikacji zastąpiono gałęzie o stałych punktach mocowania i zmiennej długości członami o stałej długości i z ruchomymi podporami (Kuźmierowski i inni, 2004). Wyeliminowano w ten sposób główną wadę mechanizmu Stewarta-Gougha, a mianowicie małą strefę roboczą efektora. Użyte płaskie podpory aerostaticzne (2) napędzane są liniowymi planarnymi silnikami krokowymi, sterowanymi przez komputer za pośrednictwem specjalizowanych kart sterowania (4) przez port szeregowy RS-232C (5). Podpory (2) mają możliwość przemieszczania się po płaszczyźnie XY (1) w dwóch prostopadłych kierunkach i sterowane są niezależnie. Podstawa (1) jest jednocześnie statorem dla silników krokowych, zamontowanych w pod-

porach (2). W celu zmniejszenia oporów ruchu pomiędzy podporą a podłożem wytworzona jest poduszka powietrzna (płaskie łożysko aerostaticzne).

Gałęzie łączące efektor z ruchomą podstawą tworzą z efektem parę obrotową (klasa V) i parę sferyczną z podporą (klasa III). Podpora porusza się po nieruchomej podstawie w dwóch prostopadłych osiach, tworząc parę powierzchniową kinematyczną IV klasy. Zastosowany napęd mechatroniczny pozwolił na niezależne sterowanie każdą z podpór i tym samym realizację przez efektor dowolnej trajektorii w przestrzeni. Struktura kinematyczna manipulatora sprawia, że człon bierny (efektor) posiada sześć stopni swobody. Ma on możliwość zmiany pozycji w trzech osiach w układzie kartezjańskim oraz zmiany orientacji poprzez wychylenie w trzech kierunkach (obrót względem trzech osi układu prostokątnego).

Zaletą przedstawionej konstrukcji jest możliwość łatwego rozwiązania problemu zadania odwrotnego kinematyki w czasie rzeczywistym przy użyciu komputera. Dzięki zastosowaniu napędów planarnych strefa robocza zależy jedynie od wielkości powierzchni bazowej (podstawy), po której porusza się manipulator.

2. MODEL MATEMATYCZNY MANIPULATORA

Analizując geometrię mechanizmu i określając globalny układ współrzędnych $\{B\}$, związany z nieruchomą podstawą, oraz przyjmując oznaczenia wektorów jak na Rys. 2 model matematyczny manipulatora typu Triplanar można opisać równaniami (1)-(9) (Kuźmierowski, 2004). Wśród tych równań są trzy równania opisujące długości gałęzi kinematycznych łączących podstawę z efektem – k:

$$k^2 = AD^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2 + (z_D - z_A)^2 \quad (1)$$

$$k^2 = BE^2 = (x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2 + (z_E - z_B)^2 \quad (2)$$

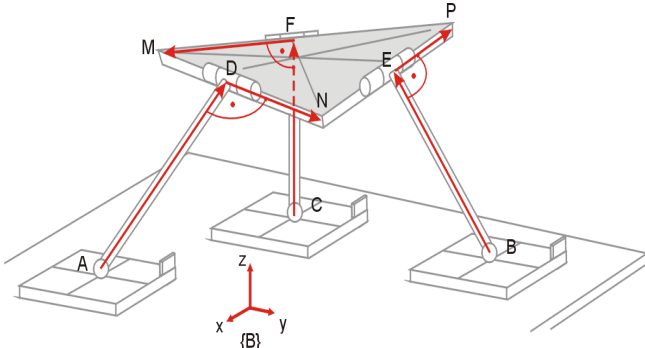
$$k^2 = CF^2 = (x_F - x_C)^2 + (y_F - y_C)^2 + (z_F - z_C)^2 \quad (3)$$

Równania na długość boku efektora – m:

$$m^2 = MN^2 = (x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2 \quad (4)$$

$$m^2 = NP^2 = (x_P - x_N)^2 + (y_P - y_N)^2 + (z_P - z_N)^2 \quad (5)$$

$$m^2 = PM^2 = (x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2 + (z_P - z_M)^2 \quad (6)$$



Rys. 2. Mechanizm z przyjętymi do rozważań wektorami i oznaczeniami geometrycznymi

Biorąc pod uwagę fakt prostokątności gałęzi do odpowiednich boków efektora, iloczyny skalarne odpowiednich par wektorów są równe zero. Stąd:

$$\overline{AD} \cdot \overline{DN} = 0; \quad (x_D - x_A)(x_N - x_D) + (y_D - y_A)(y_N - y_D) + (z_D - z_A)(z_N - z_D) = 0 \quad (7)$$

$$\overline{BE} \cdot \overline{EP} = 0; \quad (x_E - x_A)(x_P - x_E) + (y_E - y_B)(y_P - y_E) + (z_E - z_B)(z_P - z_E) = 0 \quad (8)$$

$$\overline{CF} \cdot \overline{FM} = 0; \quad (x_F - x_C)(x_M - x_F) + (y_F - y_C)(y_M - y_F) + (z_F - z_C)(z_M - z_F) = 0 \quad (9)$$

Dodatkowo dochodzą równania ograniczeń geometrycznych, a mianowicie współrzędne z punktów A, B i C związanych z napędami poruszającymi się po podstawie mają wartości współrzędnych z równe zero a współrzędne punktów M, N, P mają wartość dodatnią. Dodatkowo miejsca łączenia gałęzi z platformą mechanizmu przyjęto w połowie wysokości boków efektora, stąd współrzędne punktów D, E, i F znajdujących się w połowie odcinków odpowiednio MN, NP i PN.

Uwzględniając więc geometryczne i ograniczenia konfiguracji z uzyskanych dziewięciu niezależnych równań można rozwiązać zadania kinematyki. Zadanie proste, polegające na wyznaczeniu położenia efektora w funkcji pozycji napędów, wymaga zbudowania układu dziewięciu równań z dziewięcioma niewiadomymi. Zadanie odwrotne, poszukujące sześciu współrzędnych pozycji podpór przy danej pozycji orientacji efektora, wymaga rozwiązania układu składającego się tylko z sześciu równań.

3. ANALIZA GEOMETRYCZNEJ DOKŁADNOŚCI POZYCJONOWANIA EFEKTORA

Dokładność geometryczna jest miarą zdolności manipulatora do osiągnięcia zaprogramowanego położenia członu roboczego. Jest to różnica między zaprogramowaną a rzeczywistą pozycją efektora. Ilościową ocenę zdolności mani-

pulatora do pozycjonowania efektora przy kolejnych próbach nazywa się powtarzalnością, czyli zdolnością do wielokrotnego powtórzenia położenia rzeczywistego (Galicki, 2000). Z reguły powtarzalność jest większa od dokładności.

Analiza dokładności pozycjonowania podpór napędowych sprowadza się do określenia wpływu zmian efektora na zmianę pozycji podpory na płaszczyźnie w zależności od miejsca w strefie roboczej. Dokładność zmian położenia podpór napędowych jest funkcją minimalnej zmiany położenia efektora i parametrów geometrycznych manipulatora.

Wartość błędów położenia w osi X i w osi Y wyznaczona metodą różniczkowania cząstkowego dla jednej podpory przyjmie postać:

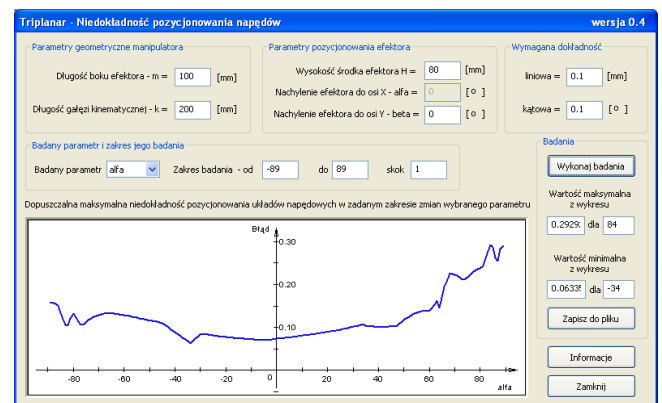
$$\Delta x_A = \frac{\partial x_A}{\partial x_D} \Delta x_D + \frac{\partial x_A}{\partial y_D} \Delta y_D + \frac{\partial x_A}{\partial z_D} \Delta z_D + \frac{\partial x_A}{\partial x_N} \Delta x_N + \frac{\partial x_A}{\partial y_N} \Delta y_N + \frac{\partial x_A}{\partial z_N} \Delta z_N$$

$$\Delta y_A = \frac{\partial y_A}{\partial x_D} \Delta x_D + \frac{\partial y_A}{\partial y_D} \Delta y_D + \frac{\partial y_A}{\partial z_D} \Delta z_D + \frac{\partial y_A}{\partial x_N} \Delta x_N + \frac{\partial y_A}{\partial y_N} \Delta y_N + \frac{\partial y_A}{\partial z_N} \Delta z_N$$

Znając wymagane dopuszczalne wartości błędów położenia punktów efektoru można wyznaczyć błąd położenia podpory, a więc określić dokładność, z jaką musi być pozycjonowana dla danej konfiguracji manipulatora.

4. BADANIA KOMPUTEROWE GEOMETRYCZNEJ DOKŁADNOŚCI POZYCJONOWANIA

Geometryczna dokładność z jaką powinny być pozycjonowane podpory napędowe jest zależna od parametrów geometrycznych manipulatora, zadanej dokładności liniowej pozycji oraz od dokładności kątowej orientacji efektora. Przy założonej dokładności położenia efektora dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór będzie różny w różnych konfiguracjach manipulatora i w różnych miejscach strefy roboczej.



Rys. 3. Program do badań dokładności pozycjonowania geometrycznego efektora

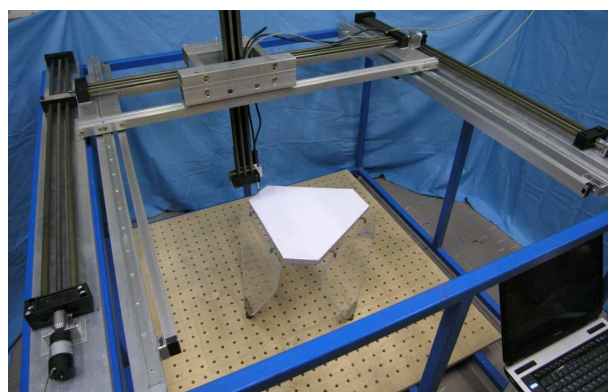
Do badań symulacyjnych maksymalnego dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór autor stworzył autorski program „Triplanar - Niedokładność”, który pozwala zbadać błąd pozycjonowania dla dowolnego parametru konfiguracyjnego oraz zbadać wpływ dokładności wykonania elementów manipulatora na uzyskiwaną dokładność geometryczną pozycjonowania efektoru.

Przedstawiony na Rys. 3 program wylicza dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór dla całego zakresu badanego parametru (dowolnie wybranego). Dla każdej jego wartości wyliczane są po dwa położenia podpór dla skrajnych wartości dopuszczalnego przedziału dokładności pozycjonowania i zorientowania efektora w przestrzeni. Istnieje możliwość podania niezależnie dokładności liniowej pozycji i dokładności kątowej orientacji efektora. Wyliczenie pozycji podpór odbywa się poprzez rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki manipulatora.

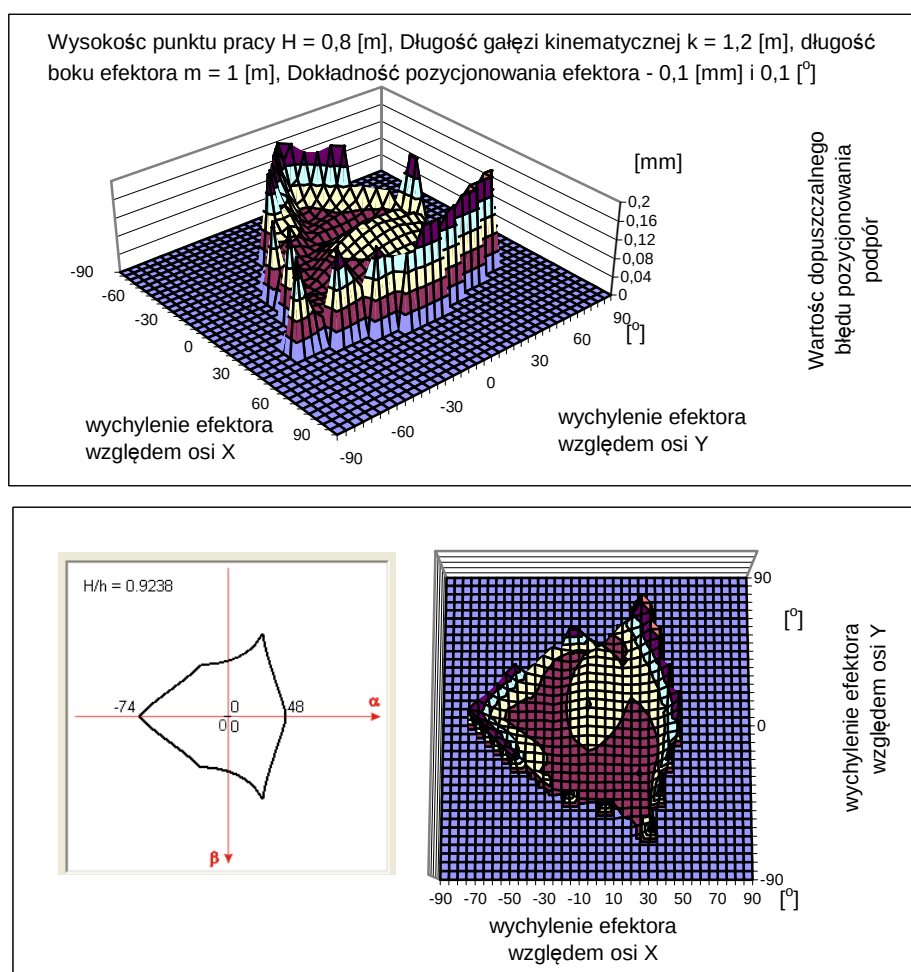
W kolejnym kroku wyliczane są różnice między wyliczonymi wartościami pozycji podpór przy tej samej wartości parametru badanego. Spośród uzyskanych wyników dla trzech podpór, w dwóch osiach każda, wybierana jest wartość minimalna. Wartość ta jest przyjęta jako maksymalny dopuszczalny błąd, z jakim może być pozycjonowana każda podpora, aby nie została przekroczona dopuszczalna założona minimalna dokładność położenia efektora. Badania wykonywane są dla pozycji efektora opisanej w globalnym układzie współrzędnych wektorem pozycji o współrzędnych $(0, 0, H)$. Położenia względem osi X i Y układu globalnego nie mają wpływu na wynik obliczeń, dlatego przyjęto dla nich wartości zerowe. Orientacja efektora jest opisana kątami wychylenia względem osi OX – α i względem osi OY – β . Kąt obrotu względem osi OZ – θ przyjęto zerowy.

5. BADANIA STANOWISKOWE GEOMETRYCZNEJ DOKŁADNOŚCI POZYCJONOWANIA

Badanie dokładności pozycjonowania podpór napędowych wykonano dla efektora o kształcie trójkąta równobocznego dla założonej wymaganej wartości dokładności liniowej pozycji efektora równej 0.1mm oraz dokładności kątowej orientacji efektora równej 0.1° . Stanowisko do badań przedstawia Rys. 4.



Rys. 4. Stanowisko do badań dokładności geometrycznej pozycjonowania efektora



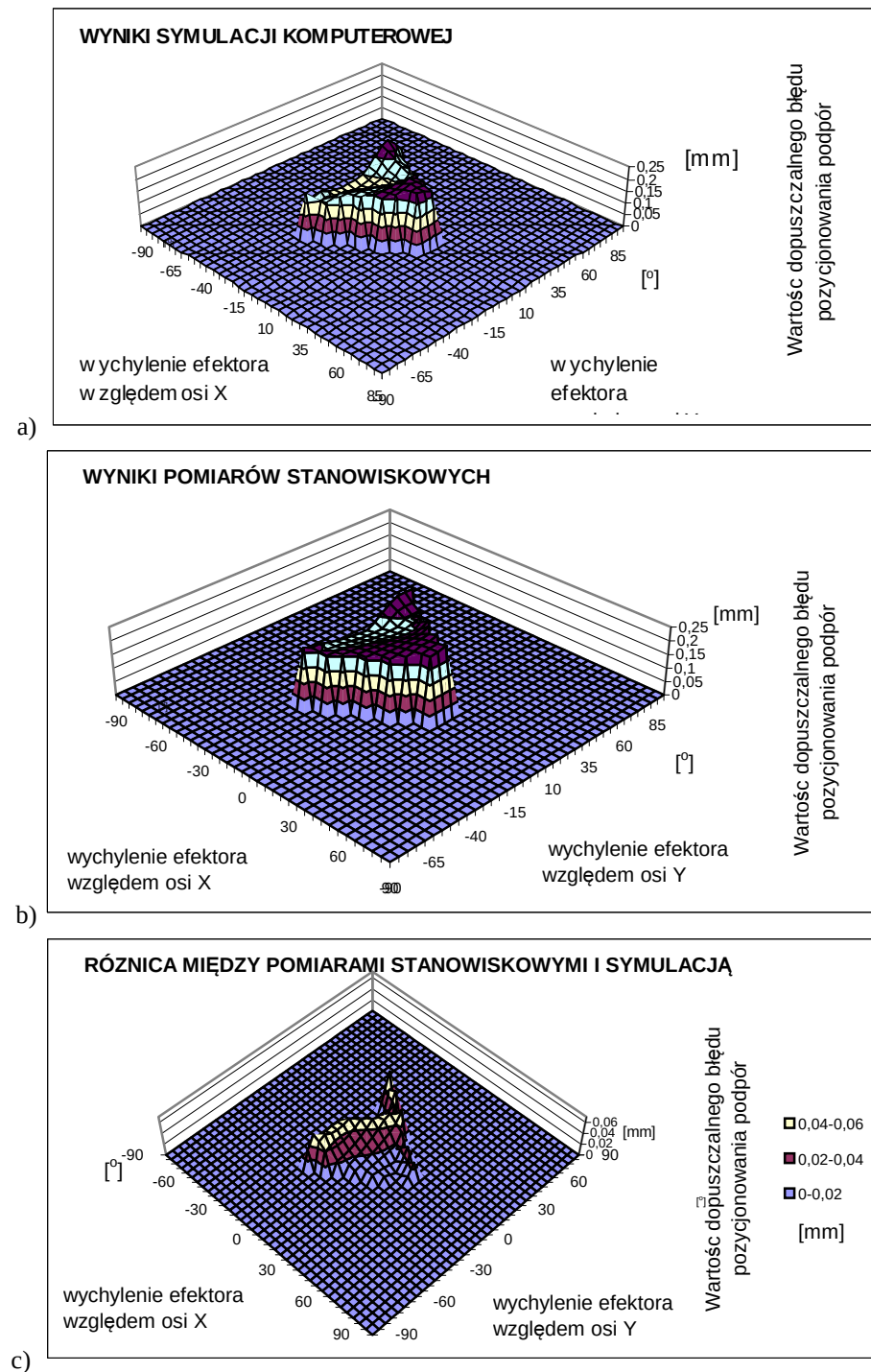
Rys. 5. Wykres dokładności pozycjonowania geometrycznego efektora w funkcji wysokości punktu pracy

Zbadano jaki wpływ na dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór δ ma wysokość punktu pracy - H środka efektoru i kąty wychylenia względem obu osi układu globalnego - α i β . Badania wykonano dla całego zakresu strefy roboczej manipulatora o długości gałęzi kinematycznej łączącej efektor z podstawami - $k=1,2\text{m}$. Badany manipulator wyposażony został w efektor o kształcie trójkąta równobocznego o długości boku - $m=1\text{m}$

Wybrane wyniki badań symulacyjnych dokładności przedstawiają wykresy na Rys. 5.

6. WNIOSKI Z BADAŃ

W wyniku przeprowadzonych badań dopuszczalnego błędu w funkcji wysokości punktu pracy H można zauważyć, że wartość błędu wzrasta w okolicy granicy strefy roboczej. Dodatkowo dla wysokości H zbliżonej do maksymalnej (gdy $H \rightarrow k$) precyzja pozycjonowania podpór może być mniejsza.



Rys. 6. Porównanie geometrycznej dokładności pozycjonowania efektoru. a) wyniki symulacji komputerowej, b) wyniki stanowiskowe, c) różnica między pomiarami stanowiskowymi i symulacją komputerową

Dopuszczalny błąd wyznaczony poprzez pomiary stanowiskowe był zawsze większy od wyliczonego z symulacji komputerowej. Oznacza to, że jeśli podczas pracy manipulatora będzie zachowany minimalny błąd dopuszczalny wyznaczony z symulacji, to mamy pewność, że podczas rzeczywistej pracy effektor zawsze będzie mieścił się w zadanym polu tolerancji pozycji.

Wykresy na Rys. 6 prezentują porównanie wyników uzyskanych w wyniku symulacji komputerowej i badań stanowiskowych.

Różnica wartości błędu jest większa w środkowym obszarze strefy roboczej i mniejsza na jej brzegach. Efekt taki jest wynikiem znoszenia się błędów wykonania elementów konstrukcyjnych manipulatora i luzów w parach kinematycznych na brzegach strefy, gdy elementy zajmują swoje skrajne położenia, a większa we wnętrzu strefy, gdzie luzy nie znoszą się lub nawet się sumują.

Wyniki uzyskane drogą pomiarów stanowiskowych wykazują większą równomierność stref wartości błędu dopuszczalnego.

Pomiary stanowiskowe potwierdziły, że największy błąd dopuszczalny jest na granicach strefy roboczej i w górnym zakresie wysokości punktu pracy efektor, i zmniejsza się wraz z obniżaniem wysokości punktu pracy efektor i ze zbliżaniem się do wnętrza strefy roboczej S_H .

7. PODSUMOWANIE

Analizując dotychczasowe kierunki rozwoju konstrukcji napędów manipulatorów przestrzennych należy oczekiwać, że w najbliższych latach przestrzenne manipulatory równoległe będą przedmiotem coraz intensywniejszych badań naukowców. Jest bardzo prawdopodobne, że zastosowanie manipulatorów równoległych przestrzennych w przemyśle będzie wzrastać. Rozwój technik cyfrowych, informatyki i mechatroniki oraz postęp w rozwiązaniach konstrukcyjnych elektrycznych silników krokowych pozwala projektować manipulatory o większych możliwościach i produkować mechanizmy spełniające różnorodne wymagania i stawiane im cele.

LITERATURA

1. **Galicki M.** (2000), *Wybrane metody planowania optymalnych trajektorii robotów manipulacyjnych*, Wydawnictwa Naukowo Techniczne, Warszawa.
2. **Gough, V.E., Whitehall, S.G.** (1962), "Universal tyre test machine, *Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress*, 117-137.
3. **Kuźmierowski T.** (2004), Pozycjonowanie efektor manipulatora przestrzennego równoległego z mechatronicznym napędem podpór, *Warsztaty Projektowania Mechatronicznego, Kraków 20-21 V 2004*, 131-137.
4. **Kuźmierowski T., Siemieniako F., Karpowicz S.** (2004), Mechatronics step motor of the planar aerostatic relative base applied in parallel mechanisms 3D, *International Carpathian Control Conference: ICCC'2004, Zakopane*, 739-744.

ANALYSIS OF THE GEOMETRICAL ACCURACY OF THE POSITIONING OF THE EFFECTOR OF THE PARALLEL MANIPULATOR SPATIAL TYPE TRIPLANAR

Abstract: The article presents an analysis of geometric accuracy of the positioning of the effector of the triplanar manipulator. This construction is a spatial parallel manipulator with effector of six degrees of freedom. The author presents the simulation and workplace examinations of the geometric accuracy of positioning in the functions of the height of the point of the work for chosen manipulator's configuration parameters.

PROJEKT MANIPULATORA RÓWNOLEGŁEGO TYPU DELTA Z PNEUMATYCZNYMI AKTUATORAMI MIĘŚNIOWYMI

Paweł ŁASKI*, Ryszard DINDORF^{*,**}, Jakub TAKOSOGLU*, Piotr WOŚ*

*Zakład Mechatroniki, Katedra Technologii Mechanicznej i Metrologii, Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn,
Politechnika Świętokrzyska, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

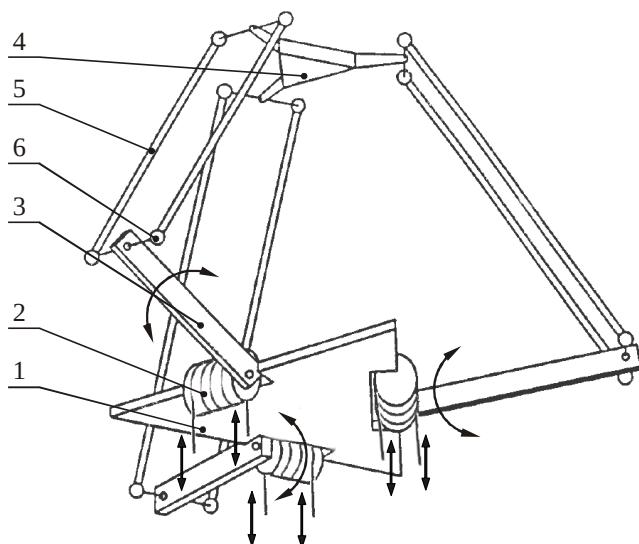
**Katedra Maszyn Ciepłych i Przepływowych, Wydział Energetyki i Paliw,
Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

pawell@tu.kielce.pl, dindorf@tu.kielce.pl, gba@tu.kielce.pl, wos@tu.kielce.pl

Streszczenie: W referacie przedstawiono projekt elektropneumatycznego manipulatora równoległego o trzech stopniach swobody typu DELTA z pneumatycznymi aktuatorami mięśniowymi. Przedstawiono elementy składowe i konstrukcyjne, układ sterujący oraz wyniki prac projektowych.

1. WPROWADZENIE

W wielu ośrodkach naukowo-badawczych prowadzone są prace nad rozwojem równoległych (ang. *parallel*) lub szeregowo-równoległych (hybrydowych) struktur kinematycznych. Producenci robotów przemysłowych wystawiają je na imprezach targowych na równi z szeregowymi strukturami kinematycznymi. Zakres stosowania struktur równoległych jest dość szeroki. Stosowane są między innymi w maszynach technologicznych (obrobiarkach), robotach, manipulatorach, urządzeniach pomiarowych oraz symulatorach ruchu.



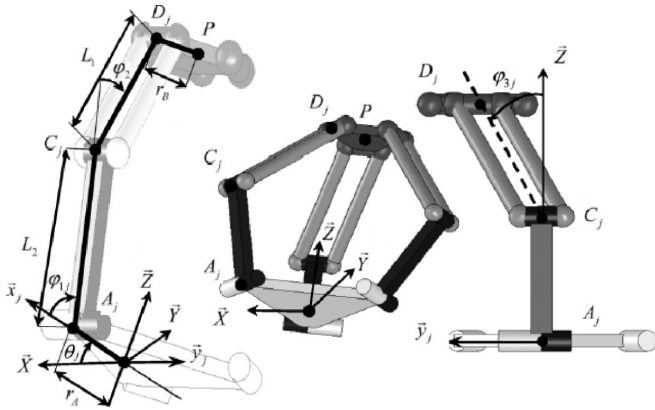
Rys. 1. Schemat kinematyczny manipulatora równoległego typu DELTA. 1 – podstawa, 2 – przeguby obrotowe, 3 – ramiona bierne, 4 – platforma robocza, 5 – ramiona czynne, 6 – przeguby kulowe

Łańcuchy kinematyczne manipulatorów składają się z kilku ogniw czynnych lub biernych umożliwiających przeszerzenie przemieszczanie i orientację końcówki roboczej (efektora) związanej z narzędziem lub chwytakiem. Manipulatory równoległe zbudowane są z zamkniętych łańcuchów kinematycznych.

W Zakładzie Mechatroniki Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach prowadzone są prace projektowe i badawcze nad elektropneumatycznymi manipulatorami równoległymi typu TRIPOD, DELTA oraz SCARA. Na rys 1. przedstawiono schemat kinematyczny manipulatora równoległego typu DELTA. Manipulator składa się z nieruchomej podstawy (1), trzech przegubów obrotowych (2), trzech ramion biernych (5) i trzech czynnych (3), platformy roboczej (4) oraz sześciu przegubów kulowych (6). Taka struktura zapewnia trzy stopnie swobody i ruch platformy roboczej w przestrzeni.

2. ANALIZA KINEMATYCZNA MANIPULATORA RÓWNOLEGŁEGO TYPU DELTA

Robot skonstruowany w oparciu o strukturę typu DELTA składa się z ruchomej platformy połączonej do nieruchomej podstawy przez trzy jednocześnie działające łańcuchy kinematyczne. Każdy łańcuch zawiera napędowe połączenie obrotowe uruchamiane przez parę mięśni pneumatycznych działających antagonistycznie. Zakończenia mięśni połączone zostały z nieruchomą podstawą. Aby przekazać ruch do platformy roboczej zastosowano trzy równoległoboki zakończone przegubami sferycznymi (Rys. 2). Pojedynczy łańcuch kinematyczny manipulatora typu 3-RSS zawiera przeguby typu obrotowego (R) oraz przeguby typu sferycznego (S).



Rys. 2. Związki kinematyczne manipulatora typu DELTA

2.1. Sformułowanie zadania prostego i odwrotnego dla kinematyki manipulatora typu DELTA

Zakładając, iż wszystkie trzy łańcuchy kinematyczne robota są identyczne i rozmieszczone na podstawie trójkąta równobocznego można zapisać wiążące je związki kinematyczne. Geometryczne parametry L_1 , L_2 , r_A , r_B , θ_j ($j = 1,2,3$) przedstawione na Rys. 2, oraz związki kątów φ_{1j} , φ_{2j} , φ_{3j} , ($j = 1,2,3$) łączą i definiują konfigurację łańcucha kinematycznego dla robota typu DELTA. Dla punktu P leżącego na ruchomej platformie roboczej można zapisać zależności kinematyczne:

$$X_P = \cos \theta_j (r_A + L_2 \cos \varphi_{1j} + L_1 \cos \varphi_{3j} \cos(\varphi_{1j} + \varphi_{2j}) - r_B) - L_1 \sin \theta_j \sin \varphi_{3j} \quad (1)$$

$$Y_P = \sin \theta_j (r_A + L_2 \cos \varphi_{1j} + L_1 \cos \varphi_{3j} \cos(\varphi_{1j} + \varphi_{2j}) - r_B) - L_1 \cos \theta_j \sin \varphi_{3j} \quad (2)$$

$$Z_P = L_2 \sin \varphi_{1j} + L_1 \cos \varphi_{3j} \sin(\varphi_{1j} + \varphi_{2j}) \quad (3)$$

przyjmując $j = 1,2,3$, dla których $[X_P, Y_P, Z_P]$ jest współrzędną punktu P określonego przez wektory $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$, a przedstawionego na Rys. 2.

Upraszczając równania (1), (2) i (3), podnosząc do kwadratu oraz sumując otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & [(r + L_2 \cos \varphi_{1j}) \cos \theta_j - X_P]^2 + [(r + L_2 \cos \varphi_{1j}) \cos \theta_j - Y_P]^2 \\ & + [-L_2 \sin \varphi_{1j} - Z_P]^2 - L_1^2 = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie $j = 1,2,3$ oraz $r = r_A - r_B$.

2.2. Zadanie proste kinematyki manipulatora typu DELTA

Zadanie proste kinematyki zdefiniowane zostało za pomocą równania (4), gdzie nieznane jest położenie punktu $P = [X_P, Y_P, Z_P]$ dla danych kątów φ_{1j} , φ_{2j} , φ_{3j} , ($j = 1,2,3$).

Rozwiązanie, zadania prostego kinematyki manipulatora dla współrzędnych punktu P, wymaga jednoczesnego rozwiązania trzech równań ($j = 1,2,3$):

$$(X_P - X_j)^2 + (Y_P - Y_j)^2 + (Z_P - Z_j)^2 = L_1^2 \quad (5)$$

gdzie:

$$\begin{cases} X_j = r + L_2 \cos \varphi_{1j} \\ Y_j = r + L_2 \cos \varphi_{1j} \\ Z_j = -L_2 \sin \varphi_{1j} \end{cases} \quad (6)$$

Każde pojedyncze równanie (5) reprezentuje punkt środkowy sfery $S_j[X_j, Y_j, Z_j]$ o promieniu L_1 .

Rozwiązanie tego układu równań może zostać przedstawione jako przecięcie się trzech kul.

Ogólnie można uzyskać dwa rozwiązania konfiguracji manipulatora, przy których platforma robocza uzyskuje maksimum położenia względem podstawy (Kuhlbusch i Neumann, 2002; Łaski i Dindorf, 2005).

2.3. Zadanie odwrotne kinematyki manipulatora typu DELTA

Zadanie odwrotne kinematyki manipulatora zdefiniowane zostało w równaniu (4). Polega ono na wyznaczeniu kątów φ_{1j} , φ_{2j} , φ_{3j} , ($j = 1,2,3$) dla zadanego punktu $P = [X_P, Y_P, Z_P]$.

$$\begin{aligned} & (2rL_2 - 2L_2X_P \cos \theta_j - 2L_2Y_P \sin \theta_j) \cos \varphi_{1j} \\ & - 2rX_P \cos \theta_j + 2L_2Z_P \sin \varphi_{1j} - 2rY_P \sin \theta_j \\ & + X_P^2 + Z_P^2 + Y_P^2 + r^2 + L_2^2 - L_1^2 = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

który może zostać napisany jako:

$$l_j \cos \varphi_{1j} + m_j \sin \varphi_{1j} - n_j = 0 \quad (8)$$

gdzie:

$$\begin{cases} l_j = 2rL_2 - 2L_2X_P \cos \theta_j - 2L_2Y_P \sin \theta_j \\ m_j = 2L_2Z_P \\ n_j = -2rX_P \cos \theta_j - 2rY_P \sin \theta_j + X_P^2 + Z_P^2 + Y_P^2 + r^2 + L_2^2 - L_1^2 \end{cases} \quad (9)$$

Równanie (8) może mieć wtedy i tylko wtedy rozwiązanie gdy:

$$\left| \frac{n_j}{\sqrt{l_j^2 + m_j^2}} \right| \leq 1 \Leftrightarrow n_j^2 - (l_j^2 + m_j^2) \leq 0 \quad (10)$$

3. ELEMENTY SKŁADOWE MANIPULATORA RÓWNOLEGŁEGO TYPU DELTA

Manipulator zaprojektowany w oparciu o strukturę typu DELTA składa się z czynnych, biernych członów napędowych oraz platformy roboczej. Na Rys. 3 przedstawiono oprawę łożyskową dla połączenia obrotowego wiążącego czynne człony napędowe z podstawą robota.

Na Rys. 4 przedstawiono bębenek nawojowy przy użyciu, którego zamieniany jest ruch postępowy napędów mięśniowych na ruch obrotowy czynnych członów napędowych (ramion). Na bębenek nawojowy nawinięto naprzemiennie stalowe linki i unieruchomiono ich końce.

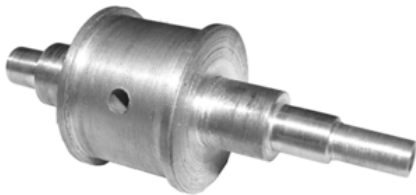
W celu przekazania ruchu na platformę roboczą z czynnych członów napędowych zastosowano przeguby kulowe

połączone sztywnym ciągnem (bierne człony napędowe) przedstawione na Rys. 5.

Napęd manipulatora stanowią sztuczne mięśnie pneumatyczne napędowe typu DMSP firmy Festo przedstawione na Rys. 6. Skrócenie wynosi około 20% długości nominalnej przy ciśnieniu zasilania 0,6MPa co stanowi skrócenie ~60mm dla pojedynczego napędu.



Rys. 3. Oprawa łożyska manipulatora



Rys. 4. Bębenek nawojowy manipulatora



Rys. 5. Bierne ramie napędowe z przegubami kulowymi



Rys. 6. Muskul pneumatyczny typu DMSP-10-300 firmy Festo

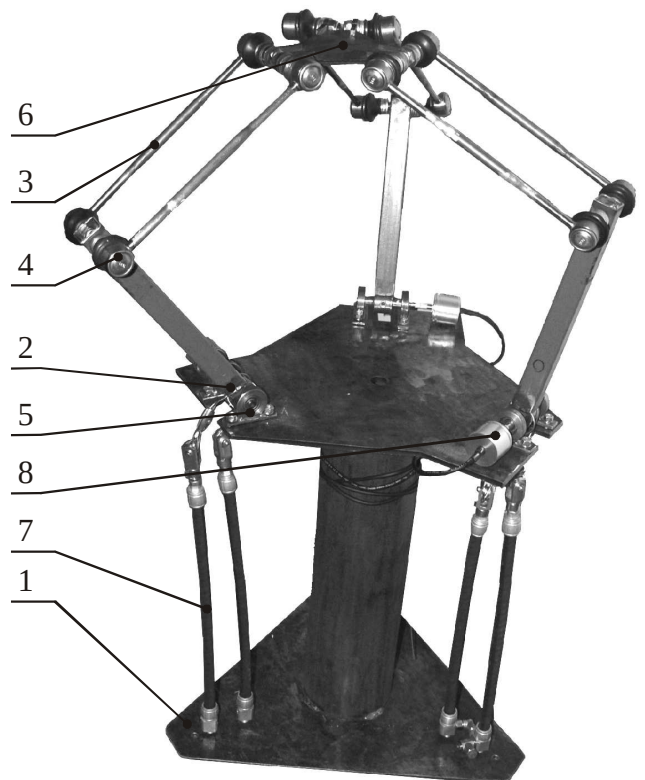
W zaproponowanym układzie sterowania konieczny jest sygnał zwrotny położenia kątowego czynnych członów napędowych. W tym celu zastosowano przetwornik pomiarowy z wyjściem analogowym 0-10V przedstawiony na Rys.7.



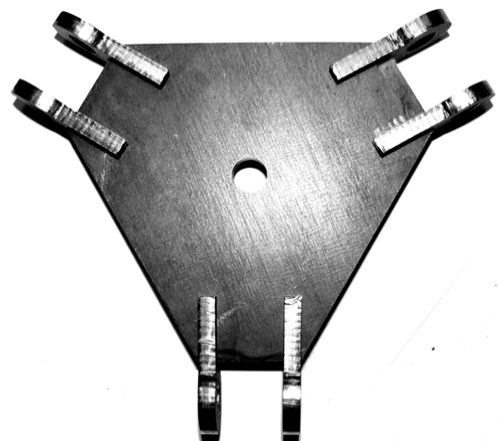
Rys. 7. Przetwornik położenia kątowego MAB36A firmy MEGA MOTIVE

4. KONSTRUKCJA MANIPULATORA RÓWNOLEGŁEGO TYPU DELTA

Muskuly pneumatyczne przytwierdzono do podstawy za pomocą przegubów kulowych natomiast po przeciwnej stronie połączono je linkami stalowymi nawiniętymi na bębnenki. Ramiona napędowe połączone są z bębenkami w sposób nierozłączny przekazując ruch z mięśni (ruch obrotowy) do platformy roboczej. Osie obrotu bębenków połączono z przetwornikiem położenia kątowego. Widok ogólny manipulatora przedstawiono na Rys. 8 i 9. Wysokość konstrukcji wraz z podstawą to 850mm a szerokość 550mm.



Rys. 8. Widok manipulatora równoległego typu DELTA: 1- podstawa, 2 - przeguby obrotowe, 3 - ramiona bierne, 4 - przeguby kulowe, 5 - obudowy łożyskowe, 6 - platforma robocza, 7 - muskuly napędowe, 8 - czujniki położenia kątowego.

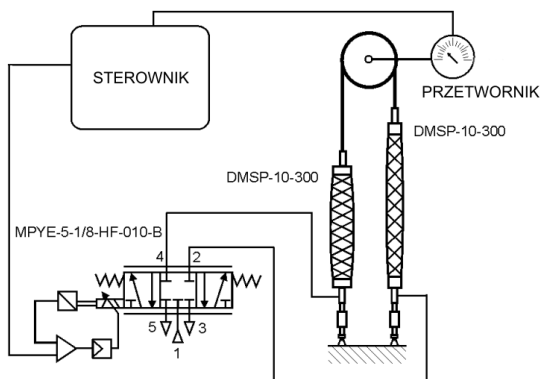


Rys. 9. Platforma robocza manipulatora typu DELTA

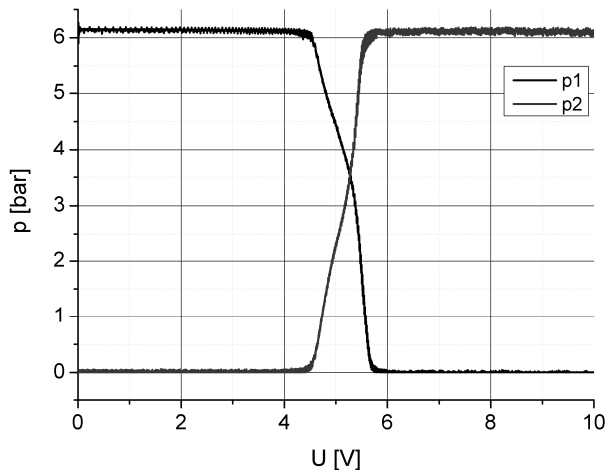
5. UKŁAD STEROWANIA MANIPULATORA TYPU DELTA

W projektowanym robocie elementami napędowymi są sztuczne mięśnie pneumatyczne. Muskuly (mięśnie) pneumatyczne są stosunkowo nowym rodzajem napędu pneumatycznego, który naśladuje zasadę działania naturalnego mięśnia. W porównaniu z tradycyjnym siłownikiem pneumatycznym, mięsień pneumatyczny ma znacznie większą siłę początkową, która zależy od ciśnienia panującego wewnątrz muskułu, długości początkowej i stopnia skrócenia muskułu oraz jego właściwości materiałowych. Wzrost ciśnienia powoduje pęcznienie muskułu i w następstwie skrócenie oraz zmianę siły ciągnącej. Mięsień pneumatyczny ma do 10 razy większą siłę początkową w porównaniu z siłownikiem tłokowym tej samej średnicy i jest szczelny ze względu na zastosowane materiały konstrukcyjne. Charakteryzuje się także wysoką dynamiką, brakiem efektu ruchu skokowego (zjawisko *stick-slip*). Położenia pośrednie muskułu pneumatycznego można prosto uzyskać przez regulację ciśnienia. Aktuatory mięśniowe znajdują zastosowanie jako elementy napędowe w robotach mobilnych, antropomorficznych, bionicznych i humanoidalnych, manipulatorach fizjoterapeutycznych, protezach, ortezach i egzoskeletonach, a także w automatyzacji produkcji.

W projekcie robota użyto trzy pary mięśni pracujących przeciwobnie i są to muskuly pneumatyczne typu DMS-10-300 (Festo) (o średnicy 10mm i długości 300mm). Natomiast elementami sterującymi są zawory proporcjonalne typu MPYE-5-1/8-HF-010-B (Festo). Do pomiaru położenia kątownego pojedynczego ramienia zastosowano przetworniki położenia kątownego typu MAB36A (MEGA MOTIVE) o zakresie pomiarowym $0 \div 360^\circ$ z wyjściem analogowym (0-10V). Zawór proporcjonalny przepływowy MPYE-5-1/8-HF-010-B jest zaworem 5/3 (pięciopozycyjnym trzypozycyjnym) sterowanym napięciowo (0-10V). Jest to zawór o przepływie nominalnym 700 l/min i częstotliwości przełączania około 75Hz. Pomimo tego że muskuly pneumatyczne są elementami sterowanymi przez zmiany ciśnienia w badaniach zastosowano proporcjonalny zawór przepływowy ze względu na jego charakterystykę ciśnieniową $p=f(U)$ (Rys. 11) oraz stosunkowo krótki czas przełączania (tab. 1). Na rys. 10 przedstawiono schemat sterowania dla jednej pary napędowej manipulatora.



Rys. 10. Schemat sterowania dla jednej pary napędowej manipulatora typu DELTA



Rys. 11. Charakterystyka zaworu proporcjonalnego MPYE-5-1/7-HF-010-B

W zakresie napięć sterujących 4,4÷5,6V proporcjonalny zawór przepływowy MPYE-5-1/8-HF-010-B ma charakterystykę ciśnieniową zbliżoną do liniowej. Tą interesującą część charakterystyki zaworu wykorzystano w sterowaniu muskulami pneumatycznymi.

Tab. 1. Czasy odpowiedzi i czasy jałowe zaworu proporcjonalnego MPYE-5-1/7-HF-010-B)

zadawane napięcie	czasy odpowiedzi	czasy jałowe	zadawane napięcia
10V→0V	14,4 ms	2,0 ms	10V→0V
0V→10V	15,1 ms	1,3 ms	0V→10V

Aby zaistniał kontrolowany ruch platformy roboczej konieczne jest więc sterowanie trzema parami mięśni ze sprzężeniem zwrotnym położenia kątownego ramion. W tym celu zaproponowano użycie systemu czasu rzeczywistego dSPACE z oprogramowaniem Matlab/Simulink.

6. WNIOSKI

W pracy opisano projekt manipulatora równoległego typu DELTA z pneumatycznymi aktuatorami mięśniowymi. Przedstawiono konstrukcję wraz z opisem zależności geometrycznych. Manipulator tego typu powinien cechować się dużą dynamiką, łagodnym startem i zatrzymaniem. O cechach manipulatora można wnioskować na podstawie własności zaproponowanych napędów. Struktura posiada trzy stopnie swobody. Przedstawiono także koncepcję sterowania muskulami za pomocą proporcjonalnych zaworów przepływowych. Zaletą takiego rozwiązania jest zastosowanie tylko jednego elementu sterującego parą mięśni oraz możliwość sterowania pozycyjnego (kątownego). Cechą negatywną zastosowanych napędów mięśniowych typu DMS jest możliwość uzyskania wstępnego rozciągnięcia w niewielkim zakresie nie przekraczającym 1% długości nominalnej muskułu. Ta negatywna cecha wymusza sprawdzanie i odpowiednie ustawianie linek nawojowych na bębenkach

po włączaniu zasilania pneumatycznego. Do sterowania ciśnieniowego mięśniów pneumatycznych wykorzystano pewną część charakterystyki ciśnieniowej proporcjonalnego zaworu przepływowego. Manipulatory o takiej konstrukcji mogą znaleźć zastosowanie w procesach pakowania, paletyzacji, montażu oraz jako manipulatory rehabilitacyjne. Obecnie wykorzystywane są podobne konstrukcje lecz z elektrycznymi członami napędowymi. W dalszym etapie rozwoju konstrukcji autorzy wykonują badania eksperymentalne dokładności pozycjonowania przy różnych obciążeniach masowych manipulatora.

PROJECT OF PNEUMATIC PARALLEL MANIPULATOR TYPE DELTA WITH PNEUMATIC MUSCLE ACTUATORS

Abstract: In the paper a design of electro-pneumatic parallel 3-DOF manipulator type of DELTA with pneumatic muscle actuator are presented. The solid model, construction, control system and design work are performed. Positioning control of pneumatic bi-muscular driving system was designed and constructed by means of xPC Target software of Matlab-Simulink package for rapid prototyping and hardware-in-the-loop simulation.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N514 217038 finansowanego ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego

LITERATURA

1. **Dindorf R., Łaski P., Takosoglu J.** (2006), Vývoj prototypů pneumatických paralelních manipulator, (Prototyping of pneumatic parallel manipulator), *AUTOMA – Časopis pro Automatizační Techniku*, 1 (Czech Republic).
2. **Dindorf R., Łaski P.** (2006), Prototype of pneumatic parallel manipulator, *8th International Conference New Ways in Manufacturing Engineering*, Prešov 22–23 (Slovak Republic).
3. **Dindorf R., Łaski P.** (2005), Badania modelowe pneumatycznego manipulatora równoległego, *Pomiary Automatyka Kontrola*, 6.
4. **Dindorf R., Łaski P.** (2005), Badania modelowe prototypu pneumatycznego manipulatora równoległego, *Mechanik*, 8-9. 2005.
5. **Dindorf R., Łaski P.** (2006), Symulacja ruchu pneumatycznego manipulatora równoległego, *Napędy i Sterowanie*, 6.
6. **Hirai S., Shimizu K., Kawamura S.**, *Vision-based Motion Control of Pneumatic Group Actuators*, Dept. of Robotics, Ritsumeikan Univ., Kusatsu, Japan.
<http://www.ritsumei.ac.jp/se/~hirai/>.
7. **Kuhlbusch W., Neumann R.** (2002), *Virtual Prototyping of a Parallel Robot actuated by Servo-Pneumatic Drives using ADAMS/Controls*, MSC.ADAMS European User Conference.
8. **Łaski P., Dindorf R.**: Badanie modelowe manipulatora elektropneumatycznego typu tripod. KKA'2005 – XV Krajowa Konferencja Automatyki. Warszawa 27-30 czerwca 2005.
9. **Merlet J., P.** (2000), *Parallel robot*, Springer Verlag, New York, London.
10. **Takeda Y., Funabashi H., Niwa Y., Higuchi M.** (2001), *Motion Control of In-Parallel Actuated Mechanisms Driven by Pneumatic Rubber Muscles*, Department of Mechanical Sciences and Engineering, Tokyo Institute of Technology, Oh-okayama, Meguro-ku, Tokyo, Japan.
11. **Tsai L-W.** (1999), *Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*, John Wiley & Sons, New York.

NUMERYCZNA SYMULACJA TERMICZNEJ IDENTYFIKACJI POROWATOŚCI GAZOWEJ I WTRĄCEŃ W STOPACH ALUMINIUM

Jerzy MADEJ*, Maksymilian DUDYK**

*Katedra Podstaw Budowy Maszyn, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, Akademia Techniczno-Humanistyczna,
ul. Willowa 2, 43-300 Bielsko-Biała

**Katedra Technologii Maszyn i Automatyzacji, Akademia Techniczno-Humanistyczna,
ul. Willowa 2, 43-300 Bielsko-Biała

juma@ath.bielsko.pl, mdudyk@ath.bielsko.pl

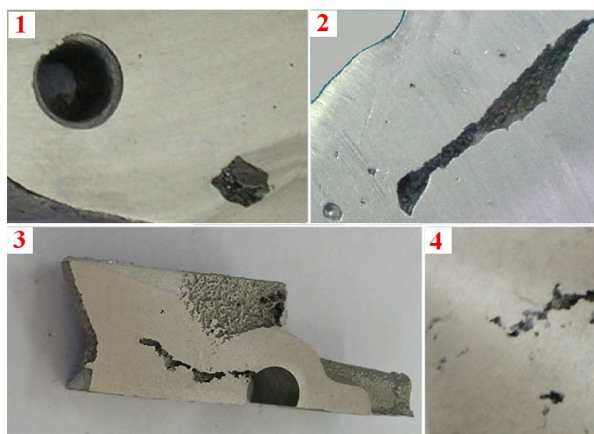
Streszczenie: W pracy omówiono wyniki symulacji numerycznych, przedstawiających rozkład temperatury w kokilowych odlewach aluminiowych w momencie zalewania formy i we wczesnym okresie stygnięcia odlewu. Szczególną uwagę zwrócono na wpływ zagazowania odlewu i obecności obcych wtrąceń na rozkład temperatury na powierzchni metalu, stygnącego w kokili stalowej. Zbadano również możliwość zlokalizowania defektów wewnętrznych poprzez analizę rozkładu temperatury na powierzchni odlewu, poddanej działaniu krótkotrwałego impulsu cieplnego. Analizując rozkład temperatury badanej powierzchni odlewu zaobserwowano zmiany przewodnictwa cieplnego materiału spowodowane obecnością defektów wewnętrznych. Zmiany te zobrazowane na załączonych termogramach i termoprofilach pozwalają na jednoznaczną lokalizację obszarów występowania defektów. Uzyskane wyniki potwierdzają efektywność termicznej metody lokalizowania stref potencjalnych defektów w stopach bezpośrednio po zalaniu formy oraz diagnozowania wad w gotowych odlewach.

1. WPROWADZENIE

Aluminium należy do metali o bardzo dużym znaczeniu technicznym i jest stosowane zarówno w postaci czystego metalu jak i w postaci stopów. Wprowadzenie dodatków stopowych i obróbka cieplna stopów aluminium wpływa w sposób znaczący na ich własności wytrzymałościowe i odporność termiczną. W odlewach wykonywanych ze stopów aluminium może jednak dochodzić do różnego rodzaju wad i uszkodzeń. Mogą one być wynikiem składu stopowego, zastosowania niewłaściwego lub zanieczyszczonego materiału wsadowego, nieodpowiednim przebiegiem procesu topienia, rafinacji, odtleniania lub źle przeprowadzonego procesu przygotowania i zalewnia formy (Dudyk, 2007).

Pośród rozmaitych wad dyskwalifikujących odlew wyróżnia się wady kształtu, które najczęściej są wynikiem odkształcenia formy, niewłaściwego jej zalania, lub nieodpowiedniego ciśnienia metalostatycznego. Innym rodzajem wad są wady powierzchniowe, które powstają najczęściej w wyniku zanieczyszczenia lub uszkodzenia formy albo nieodpowiedniego przygotowania stopu odlewniczego. Wydzielanie się gazów podczas zalewania formy i stygnięcia odlewu oraz niewłaściwe wymieszanie składników stopu skutkuje powstaniem w odlewach wad wewnętrznych, mających postać jam skurczowych, pęcherzy, porów i wtrąceń obcego materiału. Przykładowe wady wewnętrzne, występujące w odlewach aluminiowych zostały przedstawione na Rys. 1.

Wady w odlewach aluminiowych są częstym problemem powodującym obniżenie wytrzymałości odlewu i podwyższenie kosztów procesu technologicznego oraz wpływają na dalszą obróbkę mechaniczną i bezpieczną eksploatację odlewu. Szybkie określenie rodzaju wady oraz przyczyny i miejsca jej występowania ma wpływ na właściwy przebieg procesu odlewania i zmniejszenie ilości braków. Metody badań diagnostycznych stosowane aktualnie w procesie kontroli odlewów charakteryzują się skutecznością, zależną od rodzaju badanego obiektu, czułości metody i rodzaju oraz miejsca wystąpienia defektu. Dodatkowymi czynnikami utrudniającymi skuteczną diagnostykę jest wielkość i stopień komplikacji kształtów odlewów, oraz złożoność procesów odlewniczych wraz z dużą liczbą parametrów, które mogą wpływać na ich przebieg. W efekcie trudno jest wskazać metodę diagnostyczną, która byłaby jednocześnie prosta, szybka i odpowiednio efektywna a zarazem możliwa do zastosowania na każdym etapie produkcji odlewu.



Rys. 1. Wady w odlewach: 1 - wtrącenie obcego materiału, 2 - jama skurczowa, 3 - żyła rzadzinny, 4 - jamy skurczowe i porowatość

1.1. Metody diagnozowania wad

Najczęściej stosowanymi w odlewnictwie metodami badań nieniszczących, pozwalającymi wykryć nieciągłości powierzchniowe odlewów są obserwacje powierzchni przy pomocy przyrządów optycznych, zastosowanie substancji penetrujących i lakierniczych powłok termicznych, zmieniających barwę w miejscach defektów pod wpływem ogrzania. Stwierdzenie istnienia wad wewnętrznych uzyskuje się wykonując próbę szczelności, badania radiologiczne, magnetyczne, ultradźwiękowe, lub pomiar masy właściwej. Żadna z wymienionych metod nie jest jednak ani prosta, ani szybka do przeprowadzenia i wymaga bezpośredniego kontaktu z badanym przedmiotem. Żadna z nich nie nadaje się również do lokalizacji wady w procesie krzepnięcia odlewu, czyli w okresie, w którym następuje kształtowanie się większości wad wewnętrznych.

Praktyka diagnostyczna wskazuje, że pomimo istnienia wielu metod diagnostycznych, nie ma metody uniwersalnej zarówno w odniesieniu do rodzaju badanych obiektów, jak i w odniesieniu do rodzaju i charakteru defektu. Pewne rodzaje defektów mogą pozostać niezauważone na przykład wtedy, gdy są niekorzystnie zorientowane względem kierunku rozchodzenia się fal ultradźwiękowych, kierunku przepływu prądów wirowych, czy kierunku pola elektromagnetycznego, toteż komplementarne stosowanie różnych metod i poszukiwanie nowych metod diagnostycznych wydaje się w pełni uzasadnione.

2. TERMICZNA METODA LOKALIZACJI WAD

Jedną ze zmian własności materiału, jakie towarzyszą zmianom jego struktury jest zmiana przewodnictwa cieplnego, dokonująca się w obszarach występowania defektów. Warunkiem otrzymania informacji o istnieniu defektów może być zatem zarówno analiza rozkładu temperatury na powierzchni odlewu podczas jego krzepnięcia, jak i badanie odpowiedzi termicznej materiału wywołanej zewnętrzną stymulacją cieplną.

Jednym ze sposobów stymulacji cieplnej może być punktowe ogrzewanie badanej powierzchni. Zmiany przewodności cieplnej spowodowane obecnością defektów powierzchniowych wywołują zmiany w rozkładzie temperatury w stosunku do tego, jaki rejestruje się na powierzchni pozbawionej uszkodzeń. Zjawisko to potwierdzone doświadczalnie zostało szerzej przeanalizowane w pracach Madeja (2003a, b, 2005).

Innym sposobem stymulacji cieplnej jest równomierne nagrzanie powierzchni badanego elementu impulsem cieplnym. Obecność defektów, różniących się właściwościami termicznymi od pozostałych obszarów próbki, wywołuje zmiany w szybkości dyfuzji cieplnej, co ma swoje odbicie w rozkładzie temperatury na powierzchni badanego elementu. Rejestrując ten rozkład termografem podczerwieni i porównując go z rozkładem temperatur wzorca wolnego od uszkodzeń, można z powodzeniem zlokalizować położenie defektów powierzchniowych lub nieciągłości leżących w warstwie przypowierzchniowej (Sahnoun i inni, 2003; Sun 2006; Madej i inni, 2007). Grubość warstwy przypo-

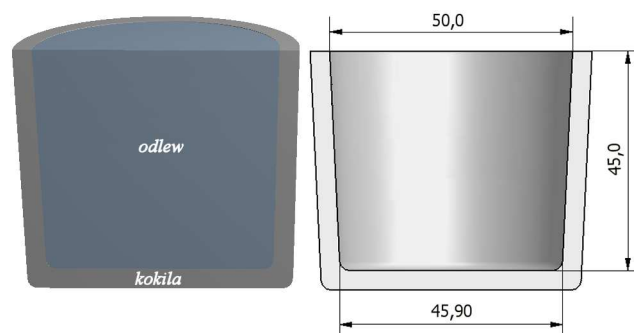
wierzchniowej, w której można zlokalizować defekt zależy od rodzaju badanego materiału, wielkości i kształtu defektu oraz od mocy impulsu cieplnego.

W przypadku termografii impulsowej pewnym problemem występującym podczas lokalizacji uszkodzeń może być uzyskanie wystarczającego impulsu wzbudzającego zwłaszcza, że warunki jego odprowadzania są zwykle mocno niejednorodne. Stanowi to pewną słabość i ograniczenie możliwości zastosowań praktycznych metody. Jednak dzięki rozwojowi sprzętu termowizyjnego, jaki nastąpił w ostatnich latach a w szczególności jego dużej czułości rzędu 0,001K i rozdzielczości matrycy 640x521 pikseli oraz możliwości rejestracji szybkozmiennych przebiegów temperatury w czasie rzeczywistym, zaistniała realna możliwość zastosowania termografii impulsowej jako skutecznej metody diagnostycznej do badania jakości odlewów.

2.1. Wykrywanie wad podczas procesu stygnięcia odlewu

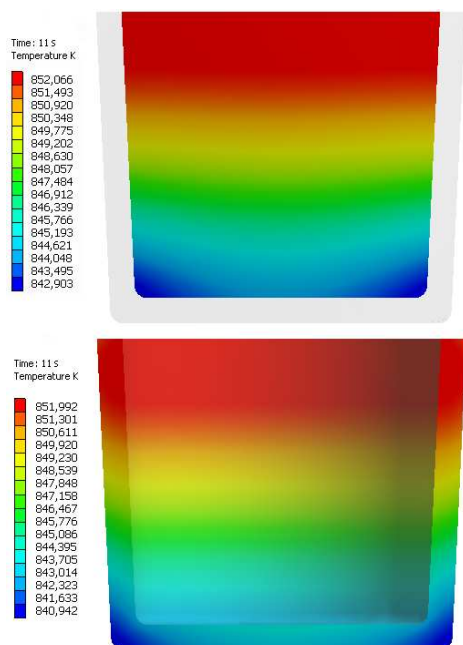
W pierwszej części prezentowanej pracy przeprowadzono symulację rozkładu temperatury, jaka występuje na powierzchni stopu aluminium odlewane do kokili stalowej. Wszystkie prezentowane wyniki zostały uzyskane przy wykorzystaniu systemu analizy strukturalnej ANSYS-11.

Jako pierwszy rozważono przypadek stopu o idealnej strukturze wewnętrznej. Założona temperatura początkowa stopu wynosiła 973K a temperatura otoczenia 293K. Współczynnik przejmowania (konwekcji) przyjęto równy 20W/m²K. W obliczeniach pominięto zjawiska skurczu przemian fazowych, jakie mają miejsce w czasie krzepnięcia odlewu. Model rozważanego obiektu przedstawiono na Rys. 2.

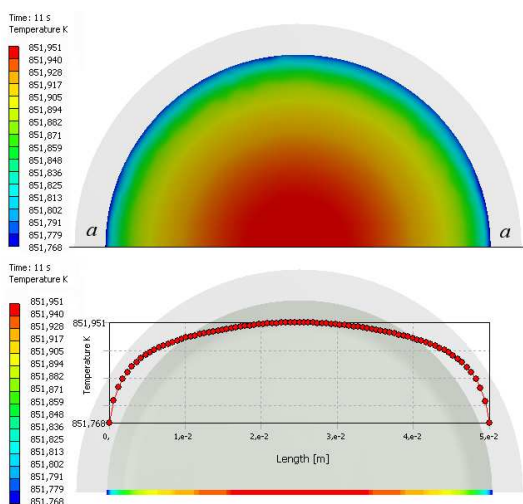


Rys. 2. Model odlewu w kokili (połowa)

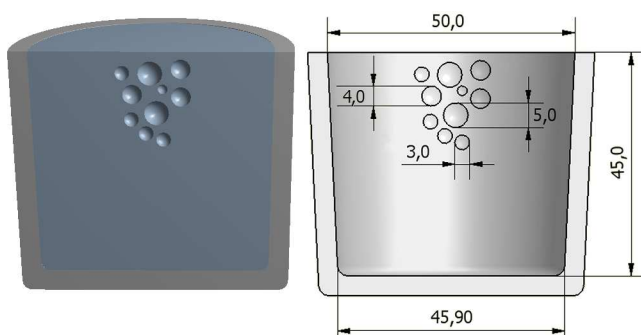
Na Rys. 3 przedstawiono rozkład temperatury w przekroju odlewu i w kokili po upływie 11 sekund od zalania kokili. Rysunek 4 przedstawia rozkład temperatury na powierzchni krzepnącego odlewu po 11 sekundach od chwili wylania stopu do kokili i termoprofil, czyli rozkład temperatury w punktach leżących na linii *a-a* po upływie 11 sekund od chwili wylania odlewu. Na przedstawionych rysunkach widać, że rozkład temperatury przebiega symetrycznie względem osi modelu.



Rys. 3. Rozkład temperatury w przekroju odlewu i w kokili w 11 sek.



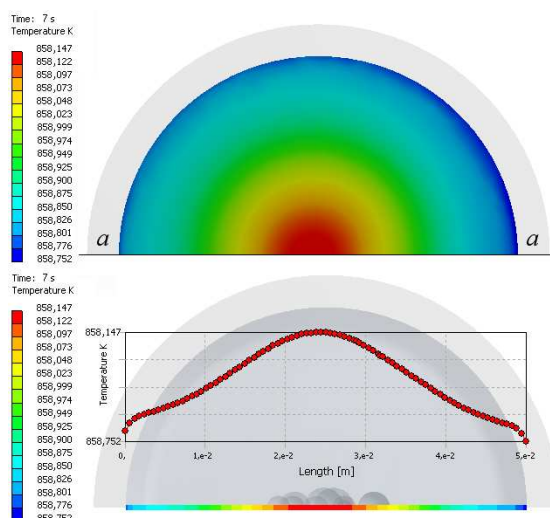
Rys. 4. Rozkład temperatury na powierzchni i termoprofil na linii *a-a* po upływie 11 sek.



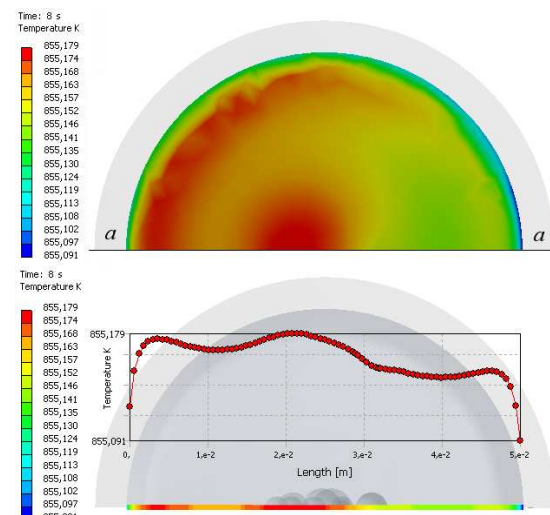
Rys. 5. Model odlewu z pęcherzykami powietrza

Kolejne obliczenia przeprowadzono dla odlewu, w którym zamodelowano pęcherzyki powietrza. Rozmieszczenie i rozmiar pęcherzyków powietrza przedstawiono na Rys. 5. Na Rys. 6, 7 i 8 pokazano rozkład temperatury na powierzchni odlewu oraz termoprofil na linii *a-a* odpowiednio

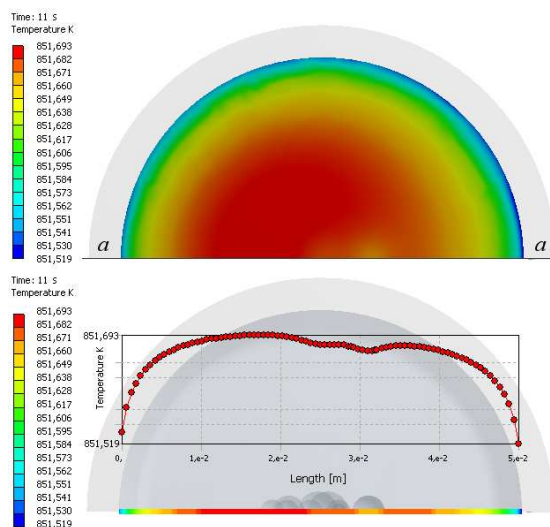
po upływie 7, 8 i 11 sekund od chwili zalania formy.



Rys. 6. Rozkład temperatury na powierzchni odlewu oraz termoprofil na linii *a-a* po upływie 7 sek.



Rys. 7. Rozkład temperatury na powierzchni odlewu oraz termoprofil na linii *a-a* po upływie 8 sek.



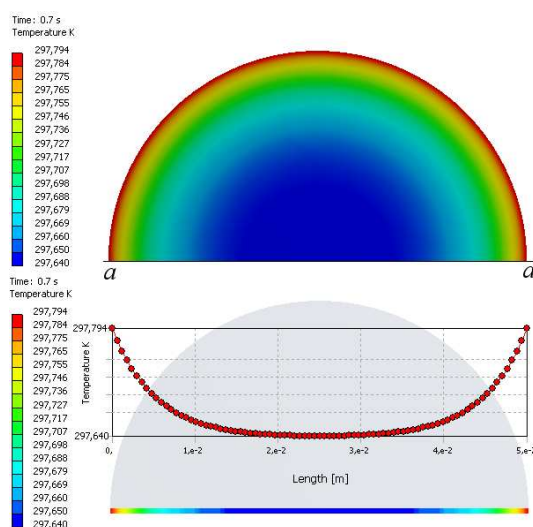
Rys. 8. Rozkład temperatury na powierzchni odlewu oraz termoprofil na linii *a-a* po upływie 11 sek.

Na prezentowanych rysunkach widać, że obecność pęcherzyków gazu w odlewie znacząco wpływa na rozkład temperatury na jego powierzchni. Już w 8 sekundzie na powierzchni odlewu obserwuje się wyraźne zmiany w rozkładzie temperatury w stosunku do rozkładu temperatury dla odlewu bez pęcherzyków gazowych. W 11 sekundzie od chwili zalania kokili na termogramie można zaobserwować kontur większych pęcherzy powietrza. Podobne zmiany wskazujące na obecność defektów w obszarach położonych pod powierzchnią odlewu są również zauważalne w termoprofilach. Pomimo, że różnice temperatur poszczególnych punktów, leżących na powierzchni odlewu są niewielkie, to jednak w praktyce diagnostycznej mogą być z łatwością zauważone przy użyciu odpowiednio czułych przyrządów termowizyjnych.

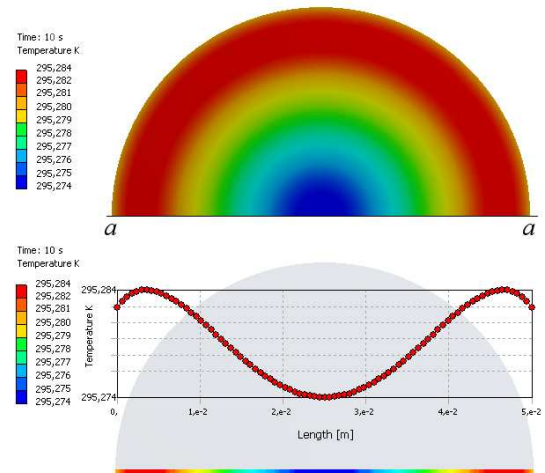
2.2. Wykrywanie wad metodą nagrzewania impulsowego

Druga część pracy dotyczy zbadania możliwości wykrywania defektów wewnętrznych w gotowym odlewie poprzez analizę termogramów powierzchni odlewu ogrzanej impulsem cieplnym. W tym celu przeprowadzono symulację numeryczną stymulacji cieplnej górnej powierzchni badanego obiektu impulsem cieplnym o mocy $1 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2$, w okresie 2 sekund. Założono, że temperatura otoczenia wynosi 293K a wymiana ciepła występuje ze współczynnikiem przejmowania równym $20 \text{ W/m}^2\text{K}$. Rozkład temperatury liczono w okresie nagrzewania i w okresie stygnięcia (po upływie 2 sekund) odlewu. Obliczony rozkład temperatury dla wybranych chwil czasu rejestracji przedstawiono w postaci termogramów górnej powierzchni odlewu i termoprofilu na linii *a-a*. Rysunki 9-11 przedstawiają termogramy górnej powierzchni wraz z termoprofilem na linii *a-a* dla odlewu bez defektów, kolejno dla 0,7, 10, i 15 sekundy obserwacji.

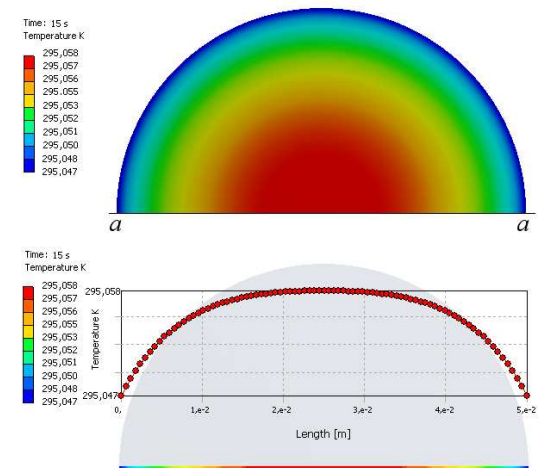
Na rysunkach 12-14 przedstawiono termogramy i termoprofil na linii *a-a* dla odlewu z wadą porowatości w 0,7, 10, i 15 sek. obserwacji. Model odlewu porowatego jest identyczny z tym, jaki zaprezentowano na Rys. 5.



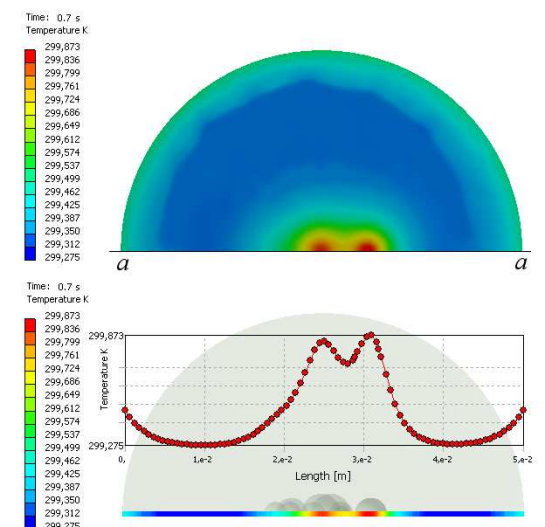
Rys. 9. Termogram odlewu bez defektów i termoprofil na linii *a-a* w 0,7 sek. (nagrzewanie)



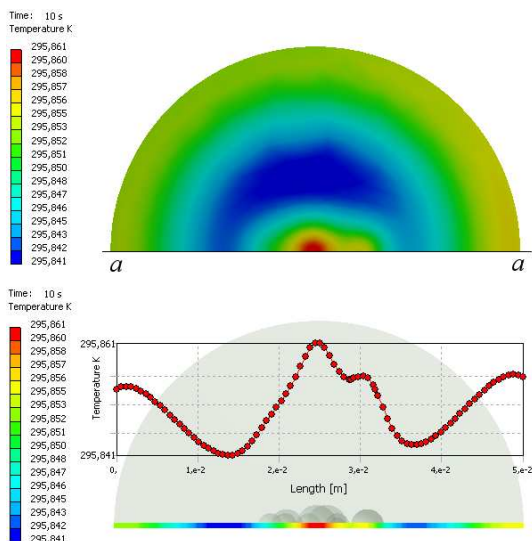
Rys. 10. Termogram odlewu bez defektów oraz termoprofil na linii *a-a* w 10 sek. (chłodzenie)



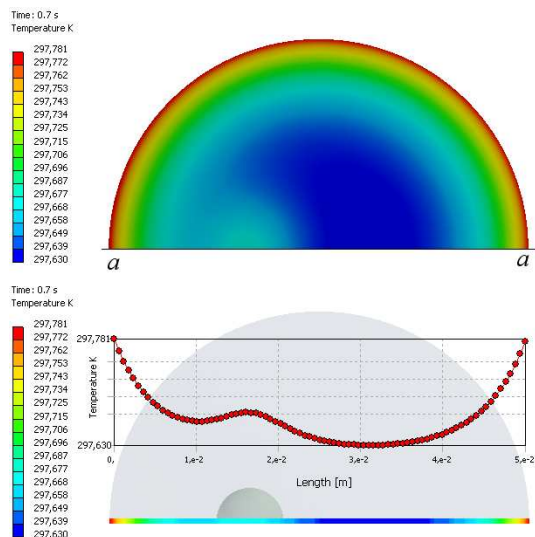
Rys. 11. Termogram odlewu bez defektów oraz termoprofil na linii *a-a* w 15 sek. (chłodzenie)



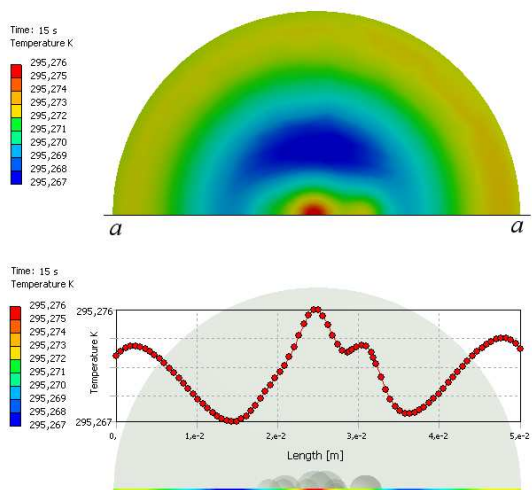
Rys. 12. Termogram odlewu porowatego i termoprofil na linii *a-a* w 0,7 sek. (nagrzewanie)



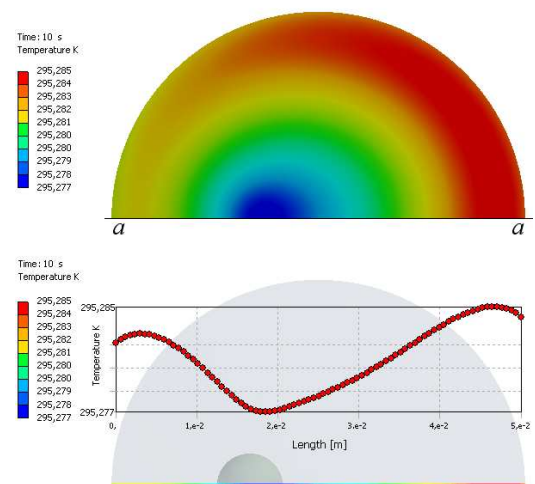
Rys. 13. Termogram odlewu porowatego i termoprofil na linii *a-a* w 10 sek. (stygnięcie)



Rys. 16. Termogram odlewu z wtrąceniem krzemowym i termoprofil na linii *a-a* w 7 sek. (nagrzewanie)

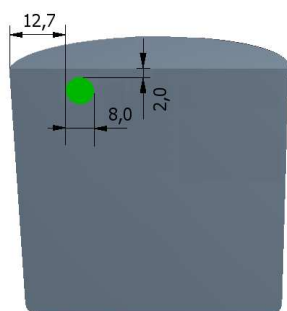


Rys. 14. Termogram odlewu porowatego i termoprofil na linii *a-a* w 15 sek. (stygnięcie)



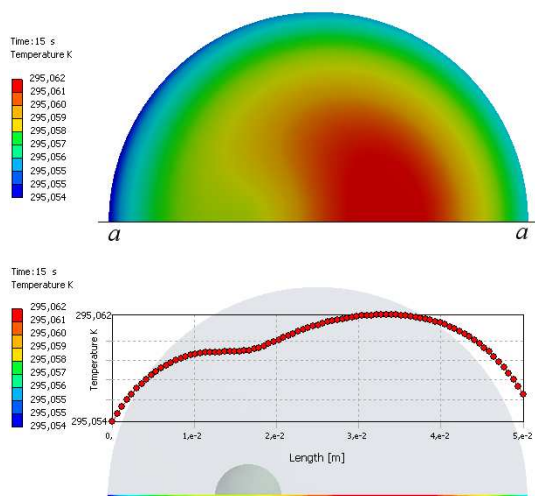
Rys. 17. Termogram odlewu z wtrąceniem krzemowym i termoprofil na linii *a-a* w 10 sek. (stygnięcie)

Na Rys. 15 przedstawiono model odlewu z wtrąceniem krzemowym w kształcie kulki o średnicy 8mm.



Rys. 15. Model z wtrąceniem krzemowym

Termogramy górnej powierzchni i termoprofil na linii *a-a* dla odlewu z wadą wtrącenia dla 0,7, 10, i 15 sekundy obserwacji zaprezentowano na Rys. 16-18.



Rys. 18. Termogram odlewu z wtrąceniem krzemowym i termoprofil na linii *a-a* w 15 sek. (stygnięcie)

Z przedstawionych termogramów wynika, że obecność defektów, różniących się właściwościami termicznymi od właściwości termicznych materiału stopowego, wywołuje zmianę szybkości dyfuzji cieplnej, co ma swoje odbicie w rozkładzie temperatury na powierzchni odlewu. Znając termogramy i termoprofile dla odlewu pozbawionego wad wewnętrznych i porównując je z odpowiednikami uzyskanymi dla odlewów zawierających defekty można jednoznacznie wskazać istnienie wady, jej lokalizację, obszar występowania i kształt.

W praktyce diagnostycznej obraz termiczny odlewu można uzyskać przy pomocy termografu podczerwieni, który w sposób bezkontaktowy rejestruje temperaturę powierzchni badanego obiektu. Metodą termografii impulsowej można wykryć defekty wewnętrzne odlewów, efektywność metody zależy jednak od wielkości wady i głębokości jej występowania oraz od częstotliwości wzbudzonej fali termicznej i rodzaju badanego materiału.

3. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone symulacje numeryczne i uzyskane tą drogą wyniki pozwalają przypuszczać, że rejestrując rozkład temperatury na powierzchni odlewu już podczas jego krzepnięcia i stygnięcia można wstępnie prognozować jego jakość. Można również, stosując symulację cieplną gotowego odlewu skutecznie badać obecność i lokalizację większych defektów wewnętrznych, dyskwalifikujących odlew do dalszej obróbki i użytkowania.

Prezentowana metoda termiczna może stanowić alternatywę dla aktualnie stosowanych, nieniszczących metod diagnostycznych, lub może być z nimi użyta komplementarnie. Jej niewątpliwą zaletą jest to, że badanie może być przeprowadzone w sposób bezkontaktowy, zatem może być stosowana wszędzie tam, gdzie z uwagi na występowanie wysokich temperatur lub innych czynników zewnętrznych nie mogą być stosowane metody wymagające kontaktu z badanym obiektem. Zaletą metody jest także możliwość rejestrowania temperatury równocześnie we wszystkich punktach badanego obszaru. Duża czułość termiczna dostępnych aktualnie kamer termowizyjnych umożliwia rejestrację nawet bardzo niewielkich zmian temperatury na badanej powierzchni a zarejestrowane dane pomiarowe mogą być poddane wszechstronnej analizie w czasie niezależnym od czasu wykonania pomiaru. Termiczna metoda diagnostyczna nie wymaga stosowania preparatów, pozostających w kontakcie z badanym obiektem, toteż nie pozostawia na jego powierzchni żadnego śladu czy koniecznych do usunięcia pozostałości, jak ma to miejsce w przypadku stosowania penetrantów. Metoda może być stosowana do badania szerokiej klasy materiałów, jest nieszkodliwa dla środowiska, szybka i wygodna do przeprowadzenia.

Wadą metody jest utrzymujący się na wysokim poziomie koszt urządzeń termowizyjnych oraz możliwość detekcji tylko tych defektów, których właściwości termiczne różnią się od właściwości materiału, w którym powstają. Pewną trudność może również stanowić wygenerowanie jednorodnego, wysokoenergetycznego cieplnego impulsu stymulującego oraz zapewnienie jednorodnej emisyjności badanej powierzchni.

LITERATURA

1. **Dudyk M., Aslanowicz J., Ościłowski L.** (2007), Upgrading the alloy $AlSi6Cu4$ (AK64) cast to the ceramic mould, *Archives of Foundry Engineering*, 7,4,2007, 43-48
2. **Madej J.** (2003a), Influence of damage on variations of material thermal properties, *Eng. Trans.* 51, 1.
3. **Madej J.** (2003b), Damage diagnostics of Turbine Blades, *Arch. of Mech. Eng.*, v.L,1.
4. **Madej J.** (2005), Thermograms of damages, *Mechanics Research Communication*,32, Elsevier.
5. **Madej J. i inni** (2007), Analiza termogramów w obszarach uszkodzeń, *XI Krajowa Konferencja Mechaniki Pękania*, Kielce-Cedzyna.
6. **Sahnoun S., Belattar S., Tmiri A.** (2003), Finite differences method applied to the analysis of the detection and localisation of plan defect, *NDT.net - February 2003*, Vol. 8 No.2
7. **Sun J.G.** (2006), Analysis of Pulsed Thermography Methods for Defect Depth Prediction, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 128, No. 4, 329-338.

NUMERICAL SIMULATION OF THERMAL IDENTIFICATION OF GAS POROSITY AND INCLUSIONS IN ALUMINUM ALLOYS

Abstract: The paper presents the results of numerical simulations showing temperature distribution in the mould aluminum casting during the pouring mould and in the early phase of self-cooling of the casting. Special attention was devoted to the influence of gas pores and inclusions on the temperature distribution on the casting surface during self-cooling in steel mould. A possibility of locating inner defects by means of analysis of distribution of temperature on the casting surface submitted with short thermal impulse was investigated. Changes of thermal conductance caused by the presence of inner defects were observed by analyzing the temperature distribution on the casting surface. These changes presented on the included thermographs and thermo profiles enable to unequivocally locate the regions containing defects. The results achieved confirm the effectiveness of the thermal method for locating potential defect regions in alloys directly after the pouring into moulds and for diagnosing the defects in ready castings.

ODRYWANIE SIĘ PĘCHERZY GAZOWYCH OD KRAWĘDZI DYSZ BADANIA EKSPERYMENTALNE I MODELOWANIE

Romuald MOSDORF*, Tomasz WYSZKOWSKI*

*Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

mosdorf@ii.pb.bialystok.pl, wyszkowski.tomasz@gmail.com

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych generowania pęcherzy powietrza z dyszy o wewnętrznej średnicy równej 1.1mm. Rejestrowano zmiany ciśnienia powietrza, czasy przejścia pęcherzy przez wiązkę światła laserowego oraz dynamikę zmiany kształtu pęcherza z zastosowaniem kamery do szybkich zdjęć. Do modelowania odrywania się pęcherzy zastosowano układ równań różniczkowych zwyczajnych opisujący zmiany masy powietrza w układzie zasilania dyszy. W trakcie symulacji, podobnie jak w czasie eksperymentu, obserwowano chaotyczne zmiany parametrów opisujących odrywanie się pęcherzy. Uzyskane wyniki symulacji pozwalają sformułować hipotezę, że jednym z powodów występowania zjawiska chaotycznego odrywania się pęcherzy gazowych jest nieliniowy charakter oddziaływania pęcherza na ciecz wywołany sprężaniem gazu zawartego w pęcherzach o kształcie sferycznym oraz układzie zasilania dyszy w gaz.

1. WSTĘP

Wiele badań dotyczących pęcherzy gazowych przeprowadzono w ramach eksperymentów, w których gaz z dyszy lub otworów w płytach wydostaje się do cieczy. Wyniki tych badań zostały opublikowane między innymi w Luewisutthichat i inni (1997). Początkowo modelowanie procesu odrywania się pęcherza gazowego od brzegu otworu uwzględniało siły napięcia powierzchniowego i siłę wyporu. Większość teoretycznych badań wzrostu pęcherza ogranicza się do modelowania wzrostu pojedynczego pęcherza i nie jest w nich uwzględniane zjawisko oddziaływania pęcherzy (Oguz i Prosperetti, 1993). Prowadzone są jednak badania nad dynamiką pęcherzy przy stałym wydatku gazu (Sanada i inni, 2005). Badania eksperymentalne pokazują, że przy wzroście wydatku powietrza obserwuje się zjawisko łączenia się kolejno odrywających się pęcherzy gazu (Zhang i Shoji, 2001). Ostatnio coraz częściej uwzględnia się w badaniach efekty oddziaływania kolejno odrywających się pęcherzy (Zhang i Shoji, 2001) oraz oddziaływanie pęcherzy z przepływem turbulentnym generowanym przez ruch poprzednio oderwanego pęcherza (Luewisutthichat i inni, 1997). Nowe podejście do badania dynamiki wzrostu pęcherzy zmusiło badaczy do zastosowania nieliniowych metod analizy danych (Mosdorf i Shoji, 2003).

W pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych generowania pęcherzy powietrza z pojedynczej dyszy. Do analizy danych zastosowano fraktalne metody analizy danych. Do modelowania odrywania się pęcherzy zastosowano układ równań różniczkowych zwyczajnych opisujący zmiany masy powietrza w układzie zasilania dysz.

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

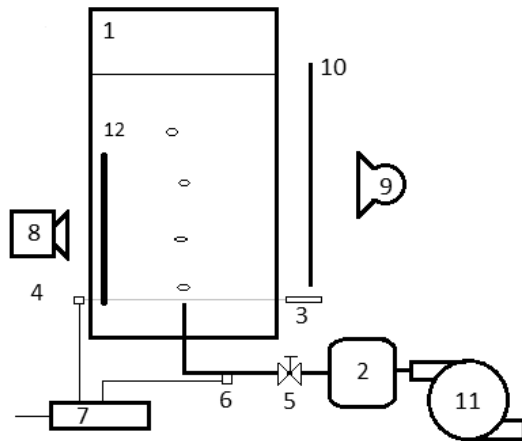
Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiono na Rys. 1. Badania prowadzono w szklanym zbiorniku

o wymiarach (300x300x1000 mm) wypełnionym wodą destylowaną.

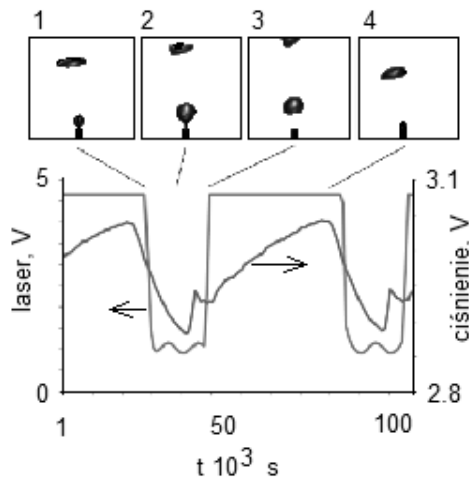
Pęcherze powietrza generowane były z mosiężnej dyszy o długości 7mm i średnicy wewnętrznej $\varnothing$ 1.1 mm. Układ zasilający dyszę w powietrze wyposażony został w pompę pneumatyczną o maksymalnym wydatku 200 l/h oraz zbiornik wyrównawczy. Wydatek powietrza regulowano zaworami. System pomiarowy wyposażony był w: kamerę Casio EX FX1 rejestrującą obraz z szybkością 600 klatek na sek., system składający się z lasera oraz fototranzystora, którego zadaniem było rejestrowanie częstotliwości odrywających się pęcherzy.

Fluktuacje ciśnienia w układzie zasilania w powietrze rejestrowano z zastosowaniem czujnika ciśnienia MPX12DP (o zakresie pomiarowym 0-10kPa). System laser - fototranzystor a także czujnik ciśnienia podłączone były do stacji akwizycji danych DT9800 o częstotliwości próbkowania 1kHz. Badania prowadzono dla częstotliwości odrywania się pęcherzy w zakresie od 1 do 40Hz. Wiązka światła lasera umieszczona była na wysokości 3 mm ponad wylotem dyszy. Przykładowy sygnał rejestrowany w trakcie eksperymentu pokazano na Rys. 2.

W chwili gdy pęcherz przecinał wiązkę światła laserowego, napięcie na fototranzystorze spadało, a następnie rosło gdy pęcherz nie przesłaniał wiązki światła. Ponieważ zmiany ciśnienia i odczyty z fototranzystora odbywały się równocześnie (z przesunięciem o $1e-05s$), dlatego uzyskany wynik pozwala prześledzić, w której fazie wzrostu pęcherza ciśnienie powietrza w układzie zasilania wzrasta lub maleje. Nad wykresem zmian ciśnienia i sygnału rejestrowanego przez fototranzystor pokazano zarejestrowane kamerą do szybkich zdjęć położenia pęcherza powietrza nad dyszą. Analiza zarejestrowanych danych pokazuje, że średni czas przejścia pęcherza przez wiązkę światła lasera w zakresie badanych częstotliwości odrywania się pęcherzy powietrza (1-40Hz) zmienia się nieznacznie i wynosi $0.018 \pm 0.002s$.



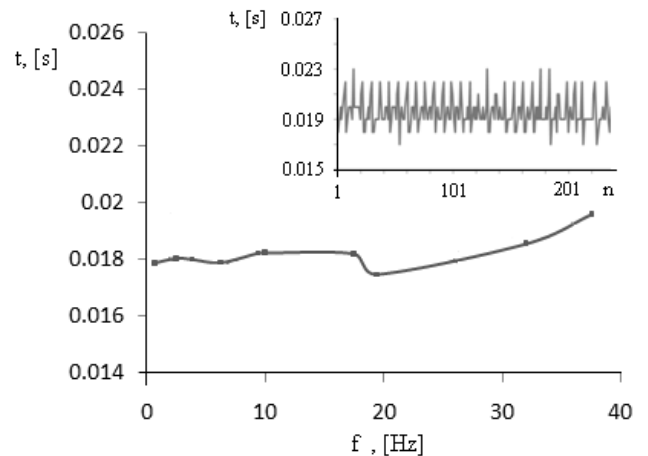
Rys. 1. Schemat stanowiska pomiarowego. 1 – szklany zbiornik, 2 – zbiornik wyrównawczy z powietrzem, 3 – laser, 4 – fototranzystor, 5 – zawór powietrzny, 6 – czujnik ciśnienia, 7 – stacja akwizycji danych, 8 – kamera, 9 – oświetlenie, 10 – przesłona rozpraszająca światło, 11 – pompa sterowana elektrycznie



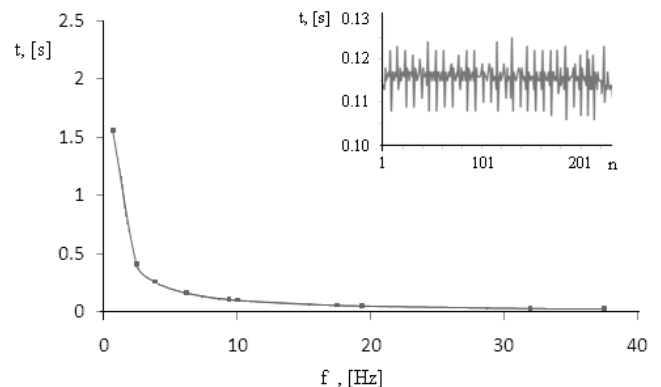
Rys. 2. Przykładowe zmiany w czasie rejestrowanego sygnału z fototranzystora i czujnika ciśnienia. 1 – wierzchołek pęcherza znajduje się na wysokości 3 mm, 2 – pęcherz przesłania wiązkę światła lasera, 3 – oderwanie się pęcherza, 4 – początkowa faza wzrostu pęcherza (pęcherz przyjmuje kształt kulisty)

Na Rys. 3 pokazano zmiany średniego czasu przejścia pęcherzy przez wiązkę światła laserowego w funkcji średniej częstotliwości odrywania się pęcherzy. W prawej górnej części wykresu pokazano zmiany w czasie rejestrowanych czasów przejścia pęcherza przez wiązkę światła laserowego.

Natomiast czasy pomiędzy odrywającymi się pęcherzami maleją wraz ze wzrostem częstotliwości odrywania się pęcherzy. Na Rys. 4 pokazano zmiany średniego czasu pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami w funkcji średniej częstotliwości odrywania się pęcherzy. W górnej części rysunku pokazano zmiany w czasie rejestrowanych przedziałów czasu przejścia pęcherza przez wiązkę światła laserowego.



Rys. 3. Zmiany średniego czasu przejścia pęcherzy przez wiązkę światła laserowego w funkcji średniej częstotliwości odrywania się pęcherzy. W górnej części rysunku pokazano zmiany w czasie rejestrowanych czasów przejścia pęcherza przez wiązkę światła laserowego



Rys. 4. Zmiany średniego czasu pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami w funkcji średniej częstotliwości odrywania się pęcherzy. W górnej części rysunku pokazano zmiany w czasie rejestrowanych czasów przejścia pęcherza przez wiązkę światła laserowego

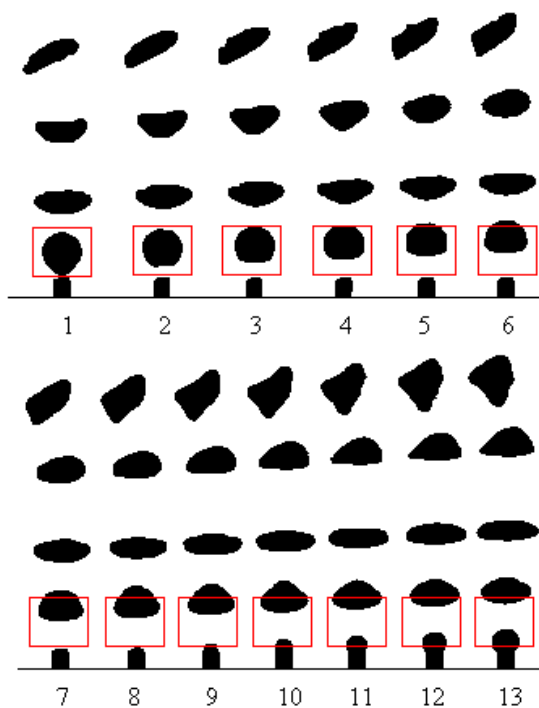
Analiza filmów wykonanych za pomocą szybkiej kamery umożliwiła oszacowanie dynamiki zmian kształtu pęcherzy w początkowej fazie po oderwaniu się pęcherza od dyszy. W celu identyfikacji pęcherzy do każdej klatki filmu zastosowano filtr Sobela polegający na wykonaniu dwuwymiarowego spłotu obrazu A z dwoma macierzami 3×3 o postaci:

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} * A \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} * A \quad (1)$$

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

W wyniku operacji przekształca się wejściowy obraz A na obraz G . Zastosowanie filtru Sobela pozwala wykryć krawędzie pęcherza. Pełna rekonstrukcja pęcherzy wymagała zastosowania algorytmu wypełniania wykrytych pęcherzy czarnymi pixelami. Przykładowy wynik działania algorytmu pokazano na Rys. 5.

W celu oceny dynamiki deformacji pęcherzy w ich początkowej fazie lotu zliczano ilości czarnych pixeli w obszarze zaznaczonym kwadratem pokazanym na Rys. 5. W trakcie wzrostu pęcherzy kwadrat wypełniany był czarnymi pixelami. Zmiana rozmiaru pęcherza oraz jego deformacja zmieniała ilość czarnych pixeli w kwadracie. Na Rys. 6 pokazano zmiany ilości czarnych pixeli w funkcji czasu obliczane przy dwóch częstotliwościach odrywania się pęcherzy.



Rys. 5. Kolejne klatki filmu wykonane szybką kamerą po zastosowaniu filtru Sobela oraz algorytmu wypełniania pęcherzy. Odstęp czasu pomiędzy kolejnymi klatkami wynosi 1/600 s. Kwadrat pokazuje obszar, w którym zliczano ilość czarnych pixeli

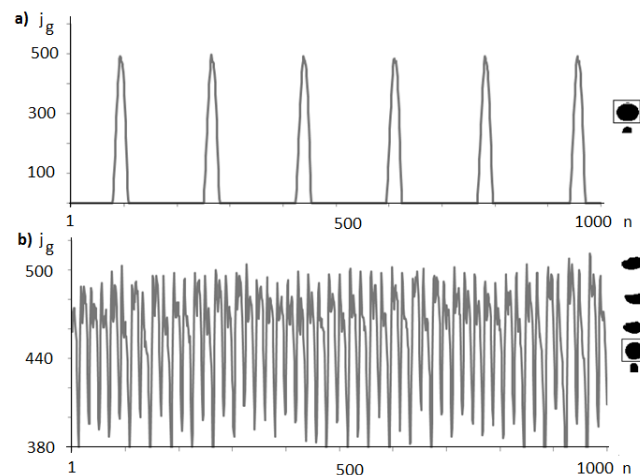
Uzyskany wynik pokazuje, że zwiększenie częstotliwości odrywania się pęcherzy prowadzi do chaotycznych zmian kształtu pęcherzy w początkowej fazie ich wzrostu. W przypadku, gdy pęcherze odrywają się z małą częstotliwością, kolejne pęcherze wypełniające kwadrat pokazany na Rys.5 mają zbliżony wymiar a ich deformacje również przebiegają w sposób powtarzalny, co ilustruje Rys. 6a. Gdy częstotliwość odrywania się pęcherzy wzrasta, wówczas maksymalne wymiary pęcherzy kolejnych oraz sposoby ich deformacji zmieniają się przypadkowo, co ilustruje Rys. 6b.

3. METODY ANALIZY DANYCH

Identyfikacja chaotycznych zachowań układów dynamicznych na podstawie rejestrowanych danych przebiega wieloetapowo. Procesu analizy nie można automatyzować, a kolejne etapy obliczeń wymagają dodatkowych szczegółowych interpretacji. Odpowiedź na pytanie, czy w bada-

nym układzie obserwowane są procesy o charakterze chaosu deterministycznego, wymaga porównania wyników poszczególnych etapów analizy. W pracy zastosowano następujące elementy analizy:

- wyznaczenie funkcji autokorelacji;
- rekonstrukcja traktora;
- określenie wymiaru korelacyjnego;
- obliczenie największego wykładnika Lapunowa.



Rys. 6. Zmiana ilości czarnych pixeli w obszarze kontrolnym zaznaczonym kwadratem na Rys. 5
a) $f = 3.4\text{Hz}$, b) $f_b = 29\text{Hz}$

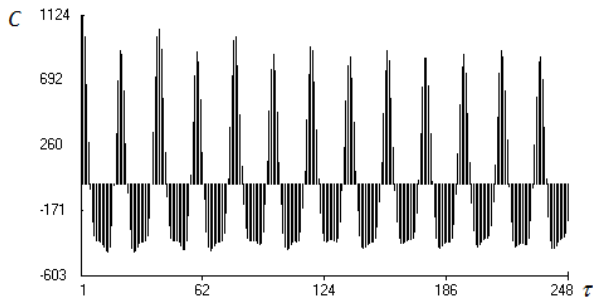
Rekonstrukcję atraktora w określonym wymiarze zanurzenia wykonuje się z wykorzystaniem tzw. współrzędnych stroboskopowych. W metodzie tej współrzędne atraktora wyznacza się na podstawie kolejnych wartości szeregu czasowego, oddległych od siebie o wartość tzw. czasu opóźnienia τ . Opóźnienie czasowe τ jest wielokrotnością odstępu czasowego Δt między punktami szeregu czasowego (Baker, i Gollub, 1998). Rekonstrukcja atraktora we współrzędnych stroboskopowych nie odbywa się automatycznie. Wybór odpowiedniego opóźnienia czasowego τ ma istotny wpływ na jakość rekonstrukcji (Cieśliński i Mosdorf, 2002). Jeżeli τ jest zbyt małe, wówczas współrzędne danego wektora są prawie równe sobie i w rezultacie otrzymuje się zależność liniową, która jest nieprawdziwa dla współrzędnych rzeczywistej trajektorii (Schuster i inni, 1998). Z drugiej jednak strony należy również zwrócić uwagę na fakt, że korelacje między stanami dynamicznymi układu chaotycznego trwają przez stosunkowo krótki czas. Jeżeli opóźnienie czasowe τ jest zbyt duże, wówczas punkty są tak oddległe od siebie, że stają się nieskorelowane (Baker i Gollub, 1998).

Istnieje wiele metod określenia optymalnej wartości opóźnienia czasowego τ . Jedna z nich opiera się na analizie funkcji nieznormalizowanego współczynnika autokorelacji. Zgodnie z takim podejściem, należy tak dobrać τ , aby spełniona była zależność $C(\tau) \sim 0.5 C(0)$ (Luewisutthichat i inni, 1997).

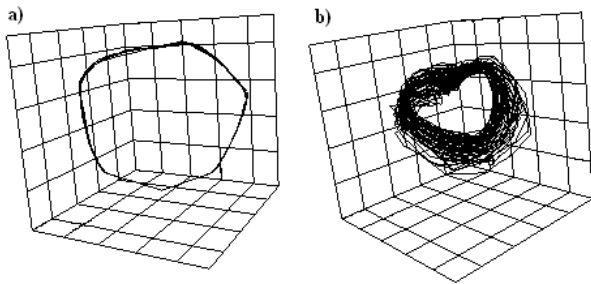
Na Rys. 7 pokazano funkcję autokorelacji wyznaczoną dla szeregu zmian ilości czarnych pixeli w obszarze kontrolnym w przypadku $f_b = 29\text{Hz}$. Uzyskany wynik pozwala wyznaczyć właściwą wartość τ wykorzystywaną do rekon-

strukcji atraktora równą 4. Na Rys. 8 pokazano rekonstrukcję atraktorów na podstawie danych pokazanych na Rys. 6.

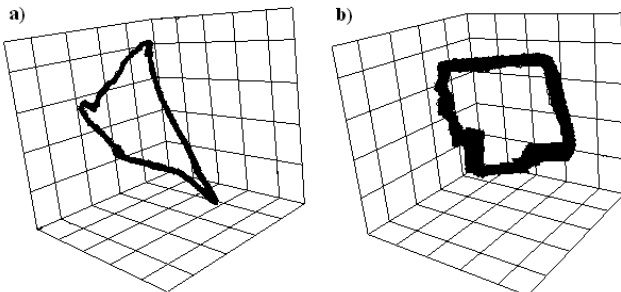
Na Rys. 9 pokazano rekonstrukcje atraktorów wyznaczone w oparciu o pomiar zmian ciśnienia.



Rys. 7. Funkcja autokorelacji szeregu czasowego pokazanego na Rys. 6b. Wyznaczona wartość τ właściwa do rekonstrukcji atraktora wynosi 4



Rys. 8. Rekonstrukcja atraktorów na podstawie danych pokazanych na Rys. 6. Wielkość τ wyznaczono w oparciu o kryterium autokorelacji. a) $f_b = 3.4$ Hz b) $f_b = 29$ Hz



Rys. 9. Rekonstrukcja atraktorów na podstawie pomiarów ciśnienia w układzie zasilania dyszy. Wielkość τ wyznaczono w oparciu o kryterium autokorelacji. a) $f_b = 3.4$ Hz b) $f_b = 29$ Hz

Uzyskane wyniki badań pokazują, że zmiana częstotliwości odrywania się pęcherzy prowadzi do „rozmycia” trajektorii utworzonej zarówno przez zmiany ciśnienia w układzie zasilania dyszy, jak również przez szereg czasowy określający dynamikę zmian kształtu pęcherza w początkowej fazie po oderwaniu od dyszy. Wahanie ciśnienia zachodzą jednak w mniejszej skali niż zmiany kształtu pęcherzy.

Dla danych eksperymentalnych wymiar korelacyjny D_2 w oparciu o zaproponowany przez Grassbergera – Procaccię algorytm (Schuster, 1993; Grassberger i Procaccia, 1983) wyznacza się z następującej zależności:

$$D_2 = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{1}{\ln r} \ln \sum_i p_i^2 \quad (2)$$

przy czym:

$$\sum_i p_i^2 \approx \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \Theta(r - |\bar{x}_i - \bar{x}_j|) = C_2(r), \quad (3)$$

a $\Theta(x)$ jest skokową funkcją Heaviside'a.

Wielkość C_2 , zwana całką korelacyjną, określa miarę prawdopodobieństwa znalezienia na atraktorze dwóch punktów o odległości mniejszej od r . Obliczenia prowadzi się badając otoczenie wszystkich punktów atraktora. W celu wyznaczenia wymiaru korelacyjnego określa się współczynnik nachylenia prostej regresji możliwie najbardziej liniowego fragmentu wykresu $\log[C(r)]$ od $\log(r)$.

Wymiar korelacyjny atraktora pokazanego na Rys. 9a wynosi 2.42, zaś wymiar korelacyjny atraktora pokazanego na Rys. 9b wynosi 3.75. Wymiar korelacyjny atraktora pokazanego na Rys. 8b wynosi 2.85. Wymiar korelacyjny jest miarą złożoności układu dynamicznego, tym samym określa minimalną liczbę równań różniczkowych pierwszego rzędu, koniecznych do opisu dynamiki badanego układu. Uzyskany wynik pozwala przypuszczać, że do opisu dynamiki odrywania się pęcherzy można wykorzystać niskowymiarowy (3-4) układ równań różniczkowych zwyczajnych.

Wykładnik Lapunowa jest miarą zmiany odległości pomiędzy dwoma początkowymi punktami po N kolejnych iteracjach. Współczynnik Lapunowa jest również miarą utraty informacji o układzie w jednej iteracji. Dodatnia wartość wykładnika Lapunowa wskazuje na chaotyczne zachowanie układu. Metoda obliczania największego wykładnika Lapunowa L_1 dla szeregu danych empirycznych polega na pomiarze stopnia oddalania się sąsiadujących ze sobą punktów w zrekonstruowanej przestrzeni fazowej, w stałych odcinkach czasu. Największy wykładnik Lapunowa określony jest zależnością (Peters, 1997):

$$L_1 = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^m \log_2 \left[\frac{L'(t_{j+1})}{L(t_j)} \right], \quad (4)$$

gdzie: $L(t_j)$ oznacza odległość trajektorii dwóch wybranych punktów, natomiast $L'(t_{j+1})$ jest odległością trajektorii tych punktów po upływie czasu ewolucji.

Wykładnik Lapunowa dla atraktora pokazanego na Rys. 9a wynosi 1.5, zaś dla atraktora pokazanego na Rys. 9b jest 10 razy większy i wynosi 15. Wykładnik Lapunowa atraktora pokazanego na Rys. 8b wynosi 10.3. Dla periodycznego układu pokazanego na Rys. 8a największy wykładnik Lapunowa jest ujemny i bliski zero.

Największy wykładnik Lapunowa pozwala na wyznaczenie czasu trwania pamięci długookresowej w układzie. W przypadku częstotliwości odrywania się pęcherzy $f_b = 29$ Hz czas ten w przybliżeniu odpowiada czasowi potrzebnemu do oderwania się około dwóch pęcherzy. Uzyskane wyniki pozwalają wnioskować, że dla wyższych częstotliwości odrywania się pęcherzy generowanie pęcherzy ma charakter chaosu deterministycznego. Nie obserwuje się procesu podwojenia okresu, raczej pojawiają się rosnące fluktuacje pulsacji ciśnienia i deformacji pęcherzy.

4. MODELOWANIE POWSTAWANIA PĘCHERZY

W występujących w układzie zasilania dysz w powietrze zmianach ciśnienia (Rys. 2) można wyróżnić dwa charakterystyczne przedziały czasu w których ciśnienie na przemian wzrasta i maleje. Spadek ciśnienia występuje, gdy rosnący pęcherz napełnia się powietrzem. Proces ten rozpoczyna się, gdy pęcherz przyjmuje kształt kulisty pokazany na Rys. 2. Zastosowanie czujnika laserowego pozwoliło na wyznaczenie czasu wzrostu pęcherza. Analiza zarejestrowanych danych pokazała, że czas ten niewiele zmienia się wraz ze zmianą częstotliwości odrywania się pęcherzy. Pozwala to przyjąć, że pęcherz powietrza zachowuje się jak „zawór” otwierający się na w przybliżeniu stały przedział czasu, gdy ciśnienie w układzie zasilania przekroczy krytyczną wartość.

Zmiana ilości masy gazu, M_g , w układzie zasilania dyszy może być opisana równaniem różniczkowym o postaci:

$$\frac{dM_g}{dt} = j_g - j_p \quad (5)$$

gdzie: j_g - masowy strumień gazu dostarczany do układu zasilania dyszy, j_p - masowy strumień gazu wydostający się z układu poprzez pęcherz.

Dla uproszczenia przyjęto, że strumień j_g jest stały w czasie, co odpowiada przypadkowi, w którym ciśnienie powietrza w zbiorniku zasilającym dysze jest znacznie większe od ciśnienia powietrza w dyszy. Na podstawie wyników badań eksperymentalnych przyjęto, że czas napełniania się pęcherza gazem wynosi 0.02 s. Strumień gazu j_p opisano zależnością:

$$j_p = \begin{cases} g_p & \text{gdy } M_g > M_{gk}, t_p = 0.02s \\ 0 & \text{inaczej} \end{cases} \quad (6)$$

$$g_p = A \cdot \{\sin[\omega(t - t_p) + \pi/2] + 1\},$$

gdzie: t - moment czasu, w którym rozpoczyna się napełnianie pęcherza, t_p - czas wzrostu pęcherza, M_{gk} - masa gazu, przy której rozpoczyna się napełnianie pęcherza gazem, A - współczynnik określający wielkość pęcherza.

W zależności (6) zastosowano funkcję $\sin$ w celu zapewnienia ciągłości funkcji $j_p(t)$ oraz jej pochodnej.

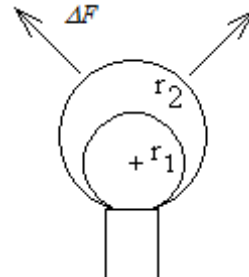
Wydostający się z dyszy pęcherz unosi ciecz znajdującą się przed jego czołem. Następnie ciecz ta opada w trakcie odrywania się pęcherza. W przypadku okresowo odrywających się pęcherzy przyjęto, że wprawiają one w ruch pionowy (w górę i w dół) ciecz o stałej masie M . Ciecz unoszona jest na skutek siły F_s związanej ze wzrostem pęcherza i powstającej w wyniku wzrostu ciśnienia gazu w pęcherzu. Ruch cieczy o masie M jest tłumiony poprzez siłę lepkości. Do opisu ruchu jej środka ciężkości zastosowano drugą zasadę dynamiki Newtona, co pozwala zapisać równanie ruchu cieczy o masie M w postaci:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = F_s - \Gamma \cdot v \quad (7)$$

gdzie: F_s - siła wywierana przez pęcherz na otaczającą go ciecz,

współczynnik Γ opisuje tłumienie przepływu, v jest prędkością środka masy cieczy M .

W celu określenia postaci funkcji siły unoszącej ciecz rozpatrzono małą zmianę promienia pęcherza Δr zachodzącą w małym przedziale czasu Δt . Przyjęto, że zmiana wielkości pęcherza nastąpiła na skutek oddziaływania z otaczającą go cieczą. W ten sposób rozpatrywano dwa quasi-stacjonarne stany pęcherza (kuliste pęcherze o promieniach r_1 i r_2), schematycznie pokazane na Rys. 10.



Rys. 10. Dwa quasi-stacjonarne stany pęcherza

Gdy układ zasilania wypełniony jest przez gaz rzeczywisty oraz gdy zmianie wielkości pęcherza nie towarzyszy zmiana ilości gazu, w układzie zasilania zachodzi:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= m \cdot C_1(p_r, T_r) \cdot R \cdot T; \\ p_2 \cdot V_2 &= m \cdot C_2(p_r, T_r) \cdot R \cdot T \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie: C - współczynnik ściśliwości.

Zmianie promienia pęcherza towarzyszy zmiana ciśnienia $\Delta p = p_2 - p_1$ wywołująca zmianę siły oddziaływania pęcherza na ciecz. Przy założeniu, że: pęcherz ma kształt kuli, oddziałuje na ciecz na powierzchni kuli oraz $r_2 = r_1 + \Delta r$, wielkość zmiany siły działającej na ciecz można oszacować następująco:

$$\Delta F_s = 3 \cdot (r_1 + \Delta r)^2 \cdot m \cdot R \cdot T \cdot \left[\frac{C_2(p_r, T_r)}{(r_1 + \Delta r)^3 + V_o} - \frac{C_1(p_r, T_r)}{r_1^3 + V_o} \right] \quad (9)$$

gdzie: V_o - objętość powietrza w układzie zasilania poniżej pęcherza.

Siła opisana równaniem (9) ma charakter nieliniowej siły sprężystej występującej na skutek zmiany promienia pęcherza związanej z oddziaływaniem pęcherza z cieczą. Nieliniowość występuje na skutek kulistego kształtu pęcherza oraz proporcji pomiędzy objętością pęcherza a objętością układu zasilania dyszy w powietrze. Na Rys. 11 pokazano zmiany ΔF_s (9) w funkcji Δr w zależności od wielkości V_o . Dla $V_o = 0$ funkcja ΔF staje się w przybliżeniu liniowa (Rys.11.a). Dla $V_o = 100$ funkcja ΔF staje się bliska funkcji kwadratowej (Rys. 11b).

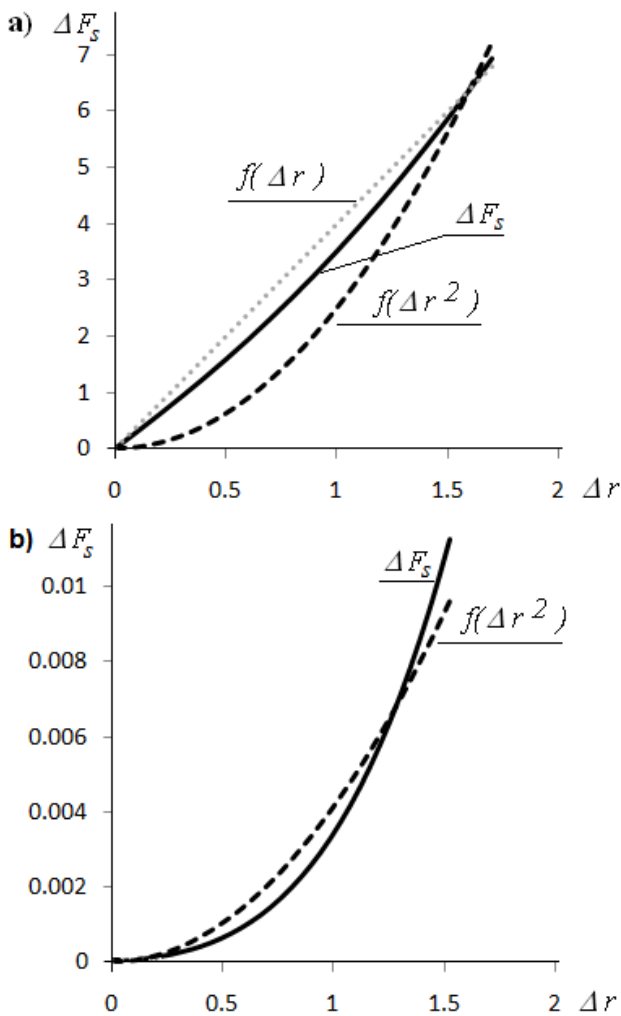
Zależność (9) określa zmianę siły oddziaływania pęcherza na ciecz w odniesieniu do chwilowej wielkości pęcherza (r_1). Wymiar pęcherza (r_1) zależy od ilości gazu znajdującego się w układzie zasilania, dlatego siłę modelowano poprzez nieliniową sprężynę, której jeden koniec przytwierdzony jest do masy M , a położenie drugiego określone

jest przez ilość gazu w układzie zasilania dyszy. Siłę F_s zapisano w postaci:

$$F_s = -\kappa \cdot \text{sign}(x - m_g - \delta) \cdot (x - m_g - \delta)^a \quad (10)$$

gdzie: m_g określa położenie końca sprężyny związanej z ilością gazu w układzie zasilania, $m_g = (M_g/\rho_g)/(\pi r_d^2)$, r_d – promień dyszy, δ - wymiar sprężyny w modelu - 10 mm, a - współczynnik nieliniowości sprężyny, x – położenie masy cieczy M .

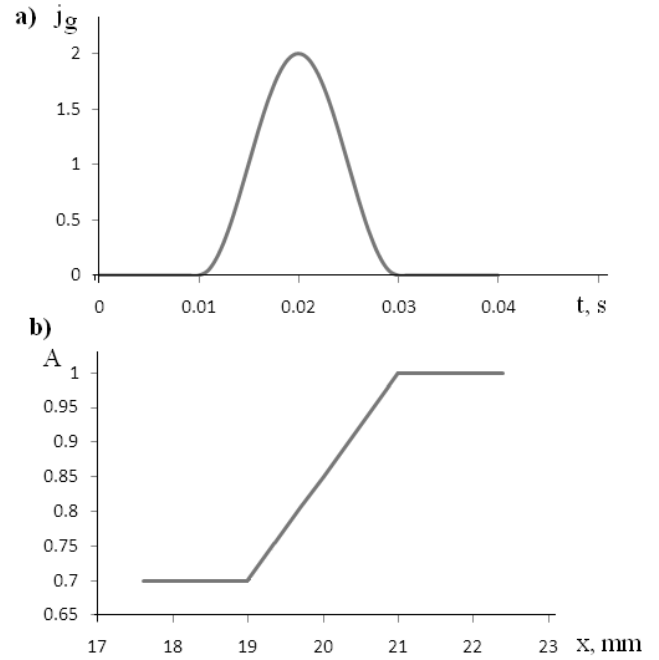
Wymiar odrywającego się pęcherza ustalany jest poprzez bilans sił działających na pęcherz. W momencie odrywania się pęcherza działają na niego siły: ciężkości, wyporu oraz siła hydrodynamiczna powstająca na skutek oddziaływania przepływów cieczy z powierzchnią międzyfazową. Wielkość sił hydrodynamicznych zmienia rozmiar odrywającego się pęcherza.



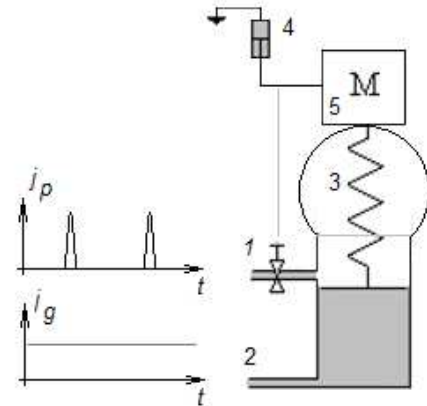
Rys. 11. Zmiany ΔF_s (9) w funkcji Δr w zależności od wielkości V_0 .
a) $V_0 = 0$, b) $V_0 = 100$

W modelu przyjęto, że wahania te mogą wynosić do 30%. Założono, że największe pęcherze powstają, gdy przepływ cieczy nie przeciwdziała wzrostowi pęcherza, tzn. gdy w momencie odrywania się pęcherza masa cieczy M nie ugina sprężyny symulującej sprężyste oddziaływanie pęcherza z cieczą. Dlatego przyjęto, że współczynnik A we wzorze (6) jest funkcją położenia masy M . Na Rys. 12

pokazano zmiany funkcji j_g w czasie oraz złożoną postać funkcji opisującej zmiany współczynnika A w funkcji położenia masy M .



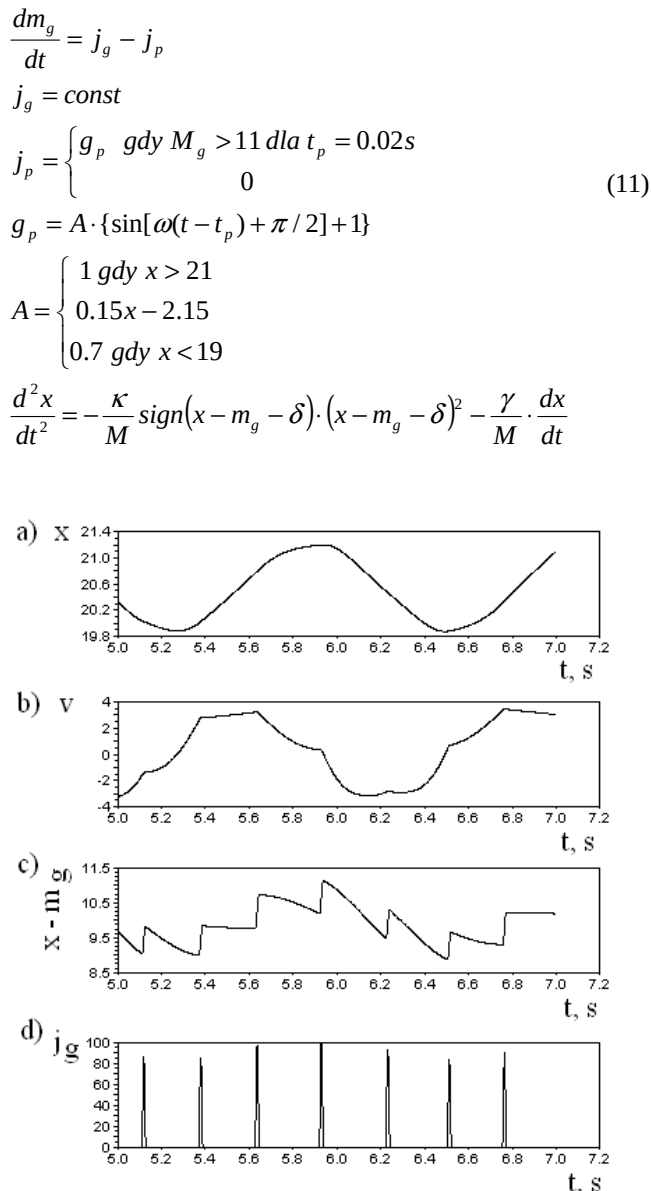
Rys. 12. Funkcje określające wymiar pęcherza. a) Zmiana w czasie masowego strumienia gazu odprowadzanego przez pęcherz, opisana zależnością (6). b) Zmiana wartości amplitudy funkcji (6) w zależności od położenia masy M



Rys. 13. Model układu oddziaływania pomiędzy układami zasilania dwóch sąsiadujących dysz. 1. wypływ gazu na skutek odrywania się pęcherza, 2. dopływ gazu z układu zasilania, 3. sprężyna modelująca oddziaływanie pęcherza na ciecz, 4. tłumienie ruchu cieczy, 5. masa cieczy wprawianej w ruch przez pęcherze.

Na Rys. 13 pokazano schemat układu opisującego dynamikę odrywania się pęcherzy uwzględniający interakcję pęcherza z cieczą. Układ równań opisujący zachowanie układu pokazanego na Rys. 13 ma postać (11). Występujące w układzie równań (11) stałe (21, 19, 11) określają położenia masy M oraz sprężyny w milimetrach. Współczynnik $\kappa = K/M = 30$, zaś $\gamma = l/M = 0.004$, strumień $j_g = 3.3$.

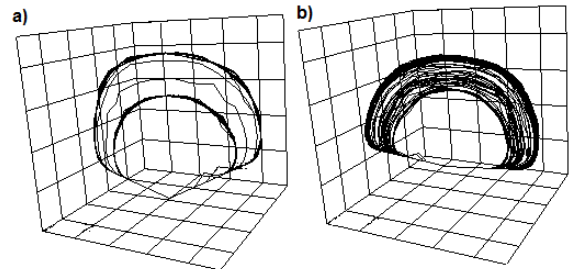
Układ równań (11) rozwiązano z wykorzystaniem programu SCILAB. Obliczenia wykonano dla $M = 0.002\text{g}$ (masa kulki wypełnionej wodą o średnicy 1.4mm). Występująca w układzie siła tłumienia odpowiada sile Stokesa występującej przy ruchu kulki o promieniu 1mm w wodzie. Siła ugięcia sprężyny przy odkształceniu mm odpowiada sile napięcia powierzchniowego wody działającej na kulkę o promieniu około 1mm. Na Rys. 14 pokazano przykładowe wyniki symulacji. Procedura całkująca układ równań (11) napisana była w taki sposób, aby całkowanie odbywało się w kolejnych przedziałach, w których funkcje występujące w układzie równań (11) są ciągłe wraz z pochodnymi.



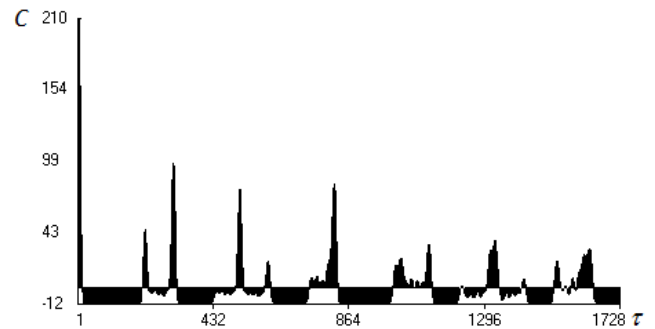
Rys. 14. Przykładowe wyniki symulacji układu (11). a) zmiany w czasie zmiennej x , b) zmiany w czasie zmiennej v , c) zmiany w czasie $x - m_g$, d) zmiany w czasie j_g

Na Rys. 15 pokazano 3D rekonstrukcję atraktorów z szeregów j_g wykonaną przy różnych wartościach współczynnika a . Współczynnik a opisuje nieliniową reakcję układu zawierającego gaz - składającego się z pęcherza i układu zasilania dyszy. Dla $a = 1$ układ jest liniowy,

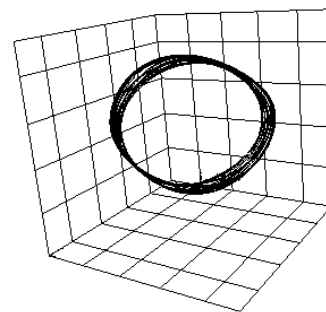
co odpowiada przypadkowi, gdy objętość układu zasilania dyszy w gaz jest pomijalnie mała. Wówczas odrywanie się pęcherzy ma charakter zjawiska periodycznego, co ilustruje atraktor pokazany na Rys. 15a. Gdy wartość współczynnika a wynosi 1.8, wówczas układ staje się nieliniowy i jego zachowanie ma charakter chaosu deterministycznego, co pokazuje atraktor na Rys. 15b.



Rys. 15. Rekonstrukcja 3D atraktora układu (11) przy różnych wartościach parametru a , a) rekonstrukcja na podstawie szeregu j_g $a = 1$, b) rekonstrukcja na podstawie szeregu j_g $a = 1.8$



Rys. 16. Funkcja autokorelacji wyznaczona dla j_g przy $a = 1.8$



Rys. 17. Rekonstrukcja 3D atraktora układu (11) na podstawie zmiennej x dla $a = 1.8$

Zastosowanie algorytmów (2) i (4) do atraktora pokazanego na Rys. 15b jest trudne, ponieważ większość punktów atraktora leży na odcinkach linii prostej, co odpowiada zerowej wartości j_g w czasie napełniania się pęcherza. Na Rys. 16 pokazano funkcję autokorelacji wyznaczoną dla szeregu j_g przy $a = 1.8$. Uzyskany wynik jest charakterystyczny dla szeregu generowanego przez proces chaosu deterministycznego.

Na Rys. 17 pokazano atraktor zrekonstruowany w oparciu o zmienną x dla $a = 1.8$. Wymiar korelacyjny atraktora wynosi 2.3, zaś największy wykładnik Lapunowa 0.4.

Trajektorie wyznaczone przez zmienną x chaotycznie oscylują tworząc „rozmytą” trajektorię w przestrzeni fazowej. Podobne zachowanie się układu obserwowano w badaniach eksperymentalnych.

5. PODSUMOWANIE

Wyniki badań eksperymentalnych pokazują, że zmiana częstotliwości odrywania się pęcherzy prowadzi do „rozmycia” trajektorii utworzonej zarówno przez zmiany ciśnienia w układzie zasilania dyszy jak również przez szereg czasowy określający dynamikę zmian kształtu pęcherza w początkowej fazie po oderwaniu się od dyszy. Dla wyższych częstotliwości odrywania się pęcherzy proces generowania pęcherzy ma charakter chaosu deterministycznego, pojawiają się rosnące fluktuacje pulsacji ciśnienia i deformacji pęcherzy. Uzyskane w pracy wyniki badań pokazały, że do budowy modelu pozwalającego na symulację zaobserwowanych w eksperymencie chaotycznych zmian parametrów, opisujących odrywające się pęcherze wystarczające jest przyjęcie następujących założeń upraszczających:

- reakcja układu pęcherz+układ zasilania dyszy w powietrze na oddziaływanie z cieczą ma charakter nieliniowy;
- rozmiar odrywającego się pęcherza zależy od wielkości oddziaływania pęcherza z cieczą.

Uzyskane wyniki symulacji pozwalają sformułować hipotezę, że jednym z powodów występowania zjawiska chaotycznego odrywania się pęcherzy gazowych jest nieliniowy charakter oddziaływania pęcherza na ciecz wywołany sprężaniem gazu zawartego w sferycznym pęcherzu oraz układzie zasilania dyszy w gaz. Stopień nieliniowości (wartość współczynnika a) zależy od proporcji pomiędzy objętością pęcherza a objętością układu zasilania. Przy małej objętości układu zasilania oddziaływanie pęcherza z cieczą ma charakter liniowy.

LITERATURA

1. **Luewisutthichat W., Tsutsumi A., Yoshida K.** (1997), Chaotic hydrodynamics of continuous single-bubble flow systems, *Chemical Engineering Science*, Vol. 52, No. 21-22, 3685-3691.
2. **Oguz H. N., Prosperetti A.** (1993), Dynamics of bubble growth and detachment from a needle, *J. Fluid Mech.*, Vol. 257, 111-145.
3. **Toshiyuki S., Masao W., Tohru F., Akira K.** (2005), Behavior of a single coherent gas bubble chain and surrounding liquid jet flow structure, *Chemical Engineering Science*, Vol. 60, No. 17, 4886-4900.
4. **Zhang L., Shoji M.** (2001), Aperiodic Bubble Formation from a Submerged Orifice, *Chemical Engineering and Science*, Vol.56, No.18, 5371-5381.
5. **Mosdorf R., Shoji M.** (2003), Chaos in bubbling - nonlinear analysis and modelling, *Chemical Engineering Science*, Vol. 58, 3837-3846.
6. **Baker G. L., Gollub J. P.** (1998), *Wstęp do dynamiki układów chaotycznych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
7. **Cieśliński J. T., Mosdorf R.** (2002), Identification of chaos in gas bubbling, *The Third International Conference of Heat Transfer and Transport Phenomena in Multiphase Systems*, Kielce, 247-254
8. **Peters E. E.** (1997), *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, WIG PRESS, Warszawa.
9. **Schuster H. G.** (1993), *Chaos deterministyczny – wprowadzenie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
10. **Grassberger P., Procaccia I.** (1983), Characterization of Strange Attractors, *Physical Review Letters*, 50, 5.

THE GAS BUBBLES DETACHMENT FROM THE NOZZLE EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS AND MODELLING

Abstract: The result of experimental investigations of bubbles emission from brass nozzle with inner diameter equal to 1.1mm has been presented. The air pressure, time of passing bubbles through laser beam and dynamics of bubbles deformation have been simultaneously recorded. The bubbles detachment from the nozzle has been modelled using the set of ODE which describes the spring interaction between gas bubble and liquid. In the model and experiment the chaotic behaviours of bubbles have been observed. The obtained results can be summarized as follows: the chaotic behaviours of bubbles detachment from the nozzle can be caused by non-linear character of interaction between liquid and the system consisting of spherical bubble and air supply system.

Praca finansowana w ramach grantu: Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego, N N503 138936.

ANALIZA STRUKTURALNA, GEOMETRYCZNA I STATYCZNA MECHANIZMU STAWU KOLANOWEGO

Andrzej A. STĘPNIEWSKI*

*Katedra Podstaw Techniki, Wydział Inżynierii Produkcji,
Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie, ul. Doświadczalna 50 A, 20-280 Lublin

andrzej.stepniewski@up.lublin.pl

Streszczenie: W pracy przeprowadzono analizę strukturalną, geometryczną i statyczną mechanizmu wzorowanego na budowie stawu kolanowego człowieka. Wyznaczono ruchliwość, zidentyfikowano więzy biernie i sklasyfikowano mechanizm stawu. Określono podstawowe wymiary, konieczne do opisanie geometrii stawu. Do analizy przyjęto uproszczony model płaski. Wykorzystując przekształcenia układów współrzędnych Denavita-Hartenberga, wyznaczono wektory położenia charakterystycznych punktów kości udowej i rzepki względem kości piszczelowej. Wyznaczono obciążenia elementów stawu. Zamieszczono przykład obliczeniowy będący ilustracją omówionego algorytmu obliczeniowego.

1. WSTĘP

Od początku istnienia, swoją pomysłowość w wytwarzaniu dóbr materialnych, człowiek czerpał z obserwacji otaczającej go przyrody, fascynował się jej różnorodnością, bogactwem i tajemniczością. Tworzył urządzenia mechaniczne na podobieństwo istot żywych. Nadawał cechy i kształty ludzkie przyrodzie żywej, martwej, przedmiotom i zjawiskom, co dzisiaj nazywa się antropomorfizmem.

W ubiegłym dziesięcioleciu nastąpił ogromny postęp w rozwoju teorii, jak i konstrukcji urządzeń biologicznych. Znane firmy, tj. Sony, Honda, budują coraz bardziej zaawansowane konstrukcje robotów humanoidalnych. W praktycznych realizacjach robotów, stawy biologiczne zastępuje się typowymi połączeniami ruchowymi umożliwiającymi jeden, dwa lub trzy ruchy obrotowe. Pojawiają się wówczas inne problemy, np. związane z osobliwościami.

Znane są dwa podstawowe rozwiązania techniczne połączeń umożliwiających względny ruch obrotowy. Pierwsze to zwykły przegub obrotowy z nieruchomym środkiem obrotu, stosowany niemal we wszystkich znanych mechanizmach. Drugie rozwiązanie polega na połączeniu członów odpowiednim mechanizmem, który zapewnia ruch środka obrotu po określonej trajektorii, podobnie jak w stawie kolanowym. Jednym z takich mechanizmów jest sześcioczłonowy mechanizm Stephensona typu 1 stosowany w protezach stawu kolanowego (Morecki i inni, 2002). Mechanizm ten w porównaniu ze strukturą biologiczną jest jednak zupełnie odmienny i ma inną trajektorię ruchu środka obrotu.

Pośród wszystkich stawów, staw kolanowy, jest najbardziej złożonym układem połączonych ruchowo elementów – kości, więzadeł i łąkotek, zarówno pod względem geometrycznym jak i strukturalnym (Bober i inni, 2003). Jest mechanizmem przestrzennym z członami podatnymi wykonującymi złożone ruchy i zawierającym w swojej

budowie więzy biernie. Upraszczając mechanizm stawu do mechanizmu płaskiego, odnajdujemy w nim znane mechanizmy zaliczane do tzw. mechanizmów dźwigniowych. Więzadło krzyżowe tylne i przednie wraz z obu kośćmi tworzą czworobok przegubowy ze skrzyżowanymi ramionami, nazywany również czworobokiem Czebyszewa. Więzadła poboczne ustalają wzajemne położenie elementów stawu, podobnie jak jarzmo utrzymuje koła obiegowe w przekładni obiegowej.

Celem niniejszej pracy jest przeprowadzenie analizy strukturalnej mechanizmu wzorowanego na budowie stawu kolanowego człowieka, zidentyfikowanie więzów biernych i wyznaczenie obciążeń poszczególnych elementów stawu. Ze względu na dużą złożoność konstrukcji biologicznej, staw potraktowano jako uproszczony mechanizm płaski zbudowany z członów sztywnych. Nie uwzględniono więc wielu czynników mających wpływ na prawidłową pracę stawu, takich jak ruch przestrzenny, podatność więzadeł, obecność cieczy synowialnej. Przyjęte uproszczenia czynią pracę mało przydatną dla lekarzy, natomiast może być ona pomocna dla konstruktorów protez i robotów humanoidalnych.

2. ANALIZA STRUKTURALNA

Wstępem do analizy strukturalnej jest określenie liczby stopni ruchliwości mechanizmu W ze znanego wzoru Kutzbacha

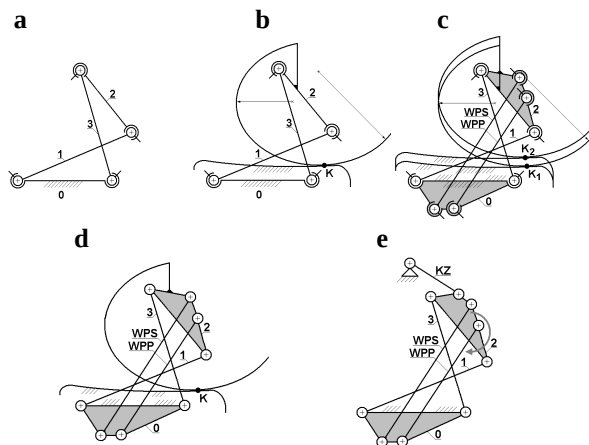
$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 ip_i, \quad (1)$$

gdzie: n – liczba członów ruchomych, p_i – liczba par kinematycznych klasy i , przy czym klasę pary określa liczba odebranych stopni swobody.

Ruchliwość określa sumaryczną liczbę niezależnych ruchów wszystkich członów mechanizmu względem układu nieruchomego, za który przyjęto układ współrzędnych związany z kością piszczelową.

Celem przeprowadzenia analizy strukturalnej należy odszukać więzy biernie, którymi mogą być dodatkowe pary kinematyczne lub człony wraz z parami kinematycznymi nie mające wpływu na odwzorowanie geometrii ruchu mechanizmu podstawowego. Mechanizm podstawowy, zapewniający wymagany ruch, tworzą dwa więzadła krzyżowe (1) i (3) wraz z kośćmi piszczelową (0) i udową (2), do których są przytwierdzone (Rys. 1a). Zakładając, że więzadła przytwierdzone są parami kinematycznymi umożliwiającymi dwa ruchy obrotowe – klasy czwartej, ruchliwość takiego mechanizmu będzie wynosiła $W = 6 \cdot 3 - 4 \cdot 4 = 2$.

W zasadzie staw kolanowy stanowi połączenie o jednym stopniu swobody (Będziński, 1997), czyli dla otrzymania prawidłowego wyniku ($W = 1$) konieczne jest uzupełnienie mechanizmu jedną parą klasy pierwszej utworzoną połączeniem stykających się kości K (Rys. 1b).



Rys. 1. Struktura przestrzennego i płaskiego modelu mechanizmu stawu kolanowego; a, b, c, d, e – opis w tekście

Taki mechanizm będzie pracował jak staw kolanowy, co łatwo sprawdzić wykonując prosty model. Zupełnie inną kwestią jest „zabezpieczenie” mechanizmu przed możliwością „zakleszczania się”, utratą właściwych konfiguracji w wyniku działania obciążeń, czy przekroczenia dopuszczalnych sił działających na człony powodujących uszkodzenie elementów stawu (Adamczyk, 2002).

Rolę tych „bezpieczników” w mechanizmach pełnią więzy biernie, które mają do wykonania jedno z dwóch zadań. Pierwsze zadanie to - powtórzyć ten sam ruch w innym miejscu, tworząc tym samym dodatkowy punkt podparcia (dodatkowe pary kinematyczne) - w przypadku tego mechanizmu, rolę tę pełni drugi punkt kontaktu kości K_2 (zmniejszenie ruchliwości o jeden, $W = 0$), podobnie jak w łożyskowanym wale, drugie łożysko umieszczone w tej samej osi. Drugie zadanie to – wprowadzić dodatkowy punkt podparcia, też w innym miejscu ale za pośrednictwem dodatkowego członu (dodatkowe człony wraz z parami, którymi są połączone) - w przypadku tego mechanizmu, rolę tę pełnią oba więzadła poboczne WPS, i WPP (zmniejszenie ruchliwości o cztery), podobnie jak, np. dodatkowe wahacze w czworoboku przegubowym (Rys. 1c).

Uwzględniając powyższe, otrzymujemy: $n = 5$ (4 więzadła + kość udowa), $p_4 = 8$ (mocowania 4 więzadeł), $p_3 = 0$, $p_1 = 2$ (punkty kontaktu kości K_1 i K_2), więc ruchliwość $W = 6 \cdot 5 - 4 \cdot 8 - 2 = -4$.

Mechanizm stawu kolanowego, mający trzy więzy biernie, będzie pracował prawidłowo tylko wówczas, gdy nie będą one „utrudniały ruchu” mechanizmowi podstawowemu, tzn. dodane pary kinematyczne, bądź też pary kinematyczne utworzone przez dodatkowe człony, będą w danym miejscu realizować takie same ruchy jak mechanizm podstawowy. Jest to możliwe wtedy, gdy spełnione są wymagane warunki geometryczne odnośnie wymiarów członów i usytuowania par kinematycznych.

Traktując mechanizm jako płaski, można przyjąć, że więzadła są połączone z kośćmi parami klasy piątej – łącznie 8 par kinematycznych klasy piątej, natomiast dwupunktowy styk kości K_1 i K_2 tworzy parę kinematyczną klasy czwartej K (Rys. 1d).

Dla mechanizmu płaskiego, wzór na ruchliwość ma postać

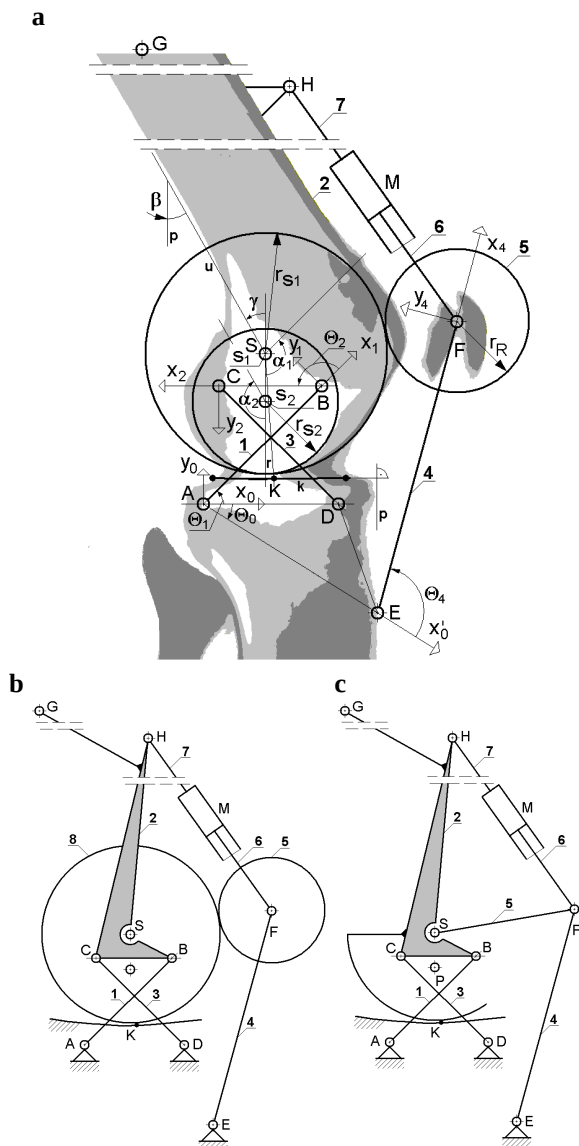
$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (2)$$

Ruchliwość mechanizmu zgodnie ze wzorem będzie wynosić $W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 8 - 1 = -2$, co oznacza, że w mechanizmie są 3 więzy biernie. Są to: para kinematyczna klasy czwartej K i dwa więzadła poboczne WPS i WPP. Po zastosowaniu zamiennika pary kinematycznej K, otrzymuje się schemat strukturalny przedstawiony na rysunku 1e. Po odrzuceniu więzów biernych (trzech członów dwułącznych – WPP, WPS, KZ i 6 par klasy piątej), otrzymuje się schemat strukturalny tożsamy ze schematem czworoboku przegubowego ($W = 1$), z członem napędowym – łącznikiem (kość udowa), z którego wydzielenie grup strukturalnych (w tym przypadku – klasy drugiej) nie jest możliwe. Jednak mechanizm na pewno będzie pracował, gdyż zmiana członu napędowego w mechanizmie, który da się podzielić na grupy strukturalne nie zmienia jego ruchliwości.

Przeprowadzoną dotychczas analizę mechanizmu stawu, można uznać za błędną, ponieważ w analizie przyjęto zadany ruch kości udowej względem piszczelowej, czyli potraktowano kość udową jako człon napędowy bez wnikania w sposób przyłożenia sił napędowych. Staw kolanowy pozbawiony dwóch więzów biernych – więzadeł pobocznych, w wersji płaskiej z członem napędowym i jego schematy kinematyczne przedstawiono na rysunku 2. Członem napędowym są mięśnie (6-7), na rysunku 2a przedstawione jako siłownik M, które wprawiają mechanizm w ruch za pośrednictwem rzepki pełniącej tu rolę rolki (5) i więzadła rzepki (4) połączonego z kością piszczelową. Schemat kinematyczny stawu, w którym rzepkę potraktowano jako rolkę (5) i dwa kłykie kości udowej zastąpiono ruchomą rolką (8) przedstawiono na rysunku 2b.

Uwzględniając powyższe otrzymujemy: $n = 6$ (po zastrzymaniu rolek), $p_4 = 2$, $p_5 = 8$ (A, B, C, D, E, F, H, M), otrzymuje się $W = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 8 - 2 = 0$. Mechanizm zawiera więz bierny, który tworzy para styku kości K. Po wprowadzeniu zamienników pary stykowej kość udowa - rzepka, otrzymuje się schemat strukturalny mechanizmu z więzem biernym K – Rys. 2c, co czyni go układem statycznie niewyznaczalnym. Przy braku ruchu względnego w parze ki-

nematycznej M i po odrzuceniu więzu biernego K , mechanizm stawu tworzy grupę strukturalną klasy trzeciej rzędu trzeciego przyłączoną zewnętrznymi parami kinematycznymi do ostoi, więc o ruchliwości równej zero. Ruch grupy strukturalnej otrzymuje się w wyniku zmiany położenia pary kinematycznej F względem pary kinematycznej H .



Rys. 2. Struktura płaskiego modelu mechanizmu stawu kolanowego wraz z napędem; a, b, c – opis w tekście

Autorzy pracy (Młynarski i inni, 1987) analizowali takie mechanizmy, nazywając je mechanizmami z napędem wewnętrznym. Zgodnie z przyjętą tam systematyką, mechanizm stawu kolanowego można uznać za mechanizm klasy trzeciej rzędu trzeciego z napędem wewnętrznym.

3. ANALIZA GEOMETRYCZNA

Do określenia podstawowych wymiarów stawu, umożliwiających odtworzenie jego geometrii, wykorzystano zdjęcia rentgenowskie stawu kolanowego i prace (Będziński

1997; Kisielewski, Cizek, 2001; Pasierbiński, Jarząbek 2001).

Przyjęto, że konieczne jest określenie 10 wielkości, wyjaśnionych na rysunku 2a: wymiary więzadeł krzyżowych i odległości par kinematycznych: $l_{AB}, l_{BC}, l_{CD}, l_{AD}$, współrzędne środków promieni S_1, S_2 , względem układu kości udowej, promień większego łuku r_{S1} , długości kątowe łuków: α_1, α_2 , kąt γ . Należy również określić 5 wielkości dotyczących układu „obciążająco-napędowego”: współrzędne punktów: G – zaczepienia siły obciążającej, H – zaczepienia mięśnia M , E – mocowania więzadła rzepki do kości piszczelowej, długość więzadła rzepki l_{EF} , promień r_R .

W celu odtworzenia geometrii stawu wprowadza się układy współrzędnych $\{x_0, y_0\}, \{x_1, y_1\}$ o początkach odpowiednio A i B , leżących w odległości l_{AB} - rysunek 2a. Ze środka S_1 o współrzędnych określonych względem układu $\{x_2, y_2\}$ zakreśla się łuk o promieniu r_{S1} i linię r łączącą środki S_1 i S_2 . Punkt przecięcia linii r z łukiem jest punktem styczności obu łuków. Z punktu styczności wykreśla się łuk o środku S_2 . Długości kątowe łuków określone są kątami α_1, α_2 odmierzającymi od linii r . Od linii r względem środka S_1 odmierza się kąt γ wyznaczający kierunek prostej u określającej usytuowanie kości udowej względem układu $\{x_2, y_2\}$. Usytuowanie kości piszczelowej określa linia p , prostopadła do linii przecinającej skrajne punkty krzywoliniowego odcinka kontaktu kości k . Kąt β zawarty pomiędzy liniami p i u jest kątem „zgięcia” kolana.

Celem wyznaczenia wymiarów liniowych potrzebnych do analizy statycznej i programu symulacji ruchu, wyznacza się współrzędne położenia osi wszystkich par obrotowych – B, C, F, H, S oraz punktu G - przyłożenia siły obciążającej F_g względem nieruchomego układu współrzędnych o początku w punkcie A , którego oś x przechodzi przez punkty mocowań więzadeł krzyżowych do kości piszczelowej.

Do przekształcenia wektorów położenia $\mathbf{r}_{oz,n}$ punktów o oznaczeniu „oz”, określonych w układach „n” w wektory $\mathbf{r}_{oz,0}$ określone względem układu nieruchomego $\{x_0, y_0\}$ zastosowano metodę macierzową kinematyki, wykorzystującą przekształcenia układów współrzędnych Denavit-Hartenberga.

$$\mathbf{r}_{oz,0} = \prod_{i=1}^n \mathbf{A}_i \mathbf{r}_{oz,n}, \text{ przy czym } \mathbf{r}_{oz,0} = \begin{bmatrix} x_{oz,0} & y_{oz,0} & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (3)$$

gdzie: $\mathbf{r}_{oz,n}$ – wektor położenia punktu o oznaczeniu „oz” względem układu współrzędnych „n”.

Ze względu na brak współrzędnej „z” oraz równoległość wszystkich osi par obrotowych, wektory położenia i macierze przekształceń układów współrzędnych zerowego w pierwszy i pierwszego w drugi będą miały prostszą postać

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} c_i & -s_i & l_i c_i \\ s_i & c_i & l_i s_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

gdzie $i = 1, 2$, przy czym $s_i = \sin \theta_i$, $c_i = \cos \theta_i$, θ_i – kąt obrotu między członami $i-1$ i i , l_i – odległość między osiami par obrotowych członu „i”.

Współrzędne wektorów położenia środków par kinematycznych B i C w układzie nieruchomym na podstawie zależności (3), można przedstawić w formie

$$\mathbf{r}_{B,0} = \mathbf{T}_{1,1} \mathbf{r}_{B,1} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & l_{AB}c_1 \\ s_1 & c_1 & l_{AB}s_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{AB}c_1 \\ l_{AB}s_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_{C,0} = \mathbf{T}_{1,2} \mathbf{r}_{C,2} = \begin{bmatrix} f_1 l_{BC} + x_{B,0} \\ f_2 l_{BC} + y_{B,0} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

gdzie: $f_1 = c_1 c_2 - s_1 s_2 = c_{12}$, $f_2 = s_1 c_2 + c_1 s_2 = s_{12}$,
przy czym $s_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2)$, $c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$.

Na podstawie rysunku 2a można napisać, że

$$l_{CD}^2 = (x_{D,0} - x_{C,0})^2 + y_{C,0}^2. \quad (7)$$

Po uwzględnieniu zależności (6), wykonaniu działań i pogrupowaniu otrzymuje się

$$D = Ac_2 + Bs_2, \quad (8)$$

gdzie: $A = 2l_{BC}(l_{AB} - l_{AD}c_1)$, $B = 2l_{AB}l_{AD}s_1$,

$$D = -l_{AB}^2 - l_{BC}^2 + l_{CD}^2 - l_{AD}^2 + 2l_{AB}l_{AD}c_1,$$

stąd, na podstawie algorytmu podanego w pracy (Morecki i inni, 2002) wyznacza się wartość kąta θ_2

$$\theta_2 = 2 \arctan \left(\frac{B + \sqrt{A^2 + B^2 - D^2}}{A + D} \right), \quad (9)$$

Współrzędne położenia wektorów środków par kinematycznych S , H i punktu G w układzie nieruchomym wyznacza się według zależności

$$\mathbf{r}_{oz,0} = \mathbf{T}_{1,2} \mathbf{r}_{oz,2} = \begin{bmatrix} f_1 x_{oz,2} - f_2 y_{oz,0} + x_{C,0} \\ f_2 x_{oz,2} + f_1 y_{oz,0} + y_{C,0} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

gdzie indeks „oz” przyjmuje odpowiednio oznaczenia S , H , G .

Współrzędne punktu F otrzymuje się w wyniku przekształceń układu o początku w punkcie A , do układów o początkach w punktach E a następnie F

$$x_{F,0} = \cos(\theta_0 + \theta_4) l_{EF} + l_{AE} \cos \theta_0, \quad (11)$$

$$y_{F,0} = \sin(\theta_0 + \theta_4) l_{EF} + l_{AE} \sin \theta_0,$$

gdzie kąt θ_0 wyznacza się na podstawie twierdzenia cosinusów z trójkąta ADE , natomiast kąt θ_4 z trójkątów DES , AED , SEF według zależności

$$\theta_4 = \arccos \frac{l_{ES}^2 + l_{DE}^2 - l_{DS}^2}{2l_{ES}l_{DE}} - \arccos \frac{l_{DE}^2 + l_{AE}^2 - l_{AD}^2}{2l_{DE}l_{AE}} + \arccos \frac{l_{EF}^2 + l_{ES}^2 - l_{FS}^2}{2l_{EF}l_{ES}} + \pi. \quad (12)$$

Następnie oblicza się współrzędne punktu skrzyżowania więzadeł krzyżowych. Z rozwiązania układu równań prostych pokrywających się z osiami więzadeł otrzymuje się:

$$x_{P,0} = \frac{b_P}{\tan \theta_1 - a_P}, \quad y_{P,0} = \frac{b_P \tan \theta_1}{\tan \theta_1 - a_P}, \quad (13)$$

$$\text{gdzie: } a_P = \frac{y_{C,0}}{x_{C,0} - x_{D,0}}, \quad b_P = \frac{x_{C,0}y_{C,0}}{x_{D,0} - x_{C,0}} + y_{C,0},$$

$(x_{oz,2}, y_{oz,2})$ - współrzędne położenia punktu o oznaczeniu „oz” w układzie współrzędnych kości udowej.

Nie trudno dowiedzieć, że punkt kontaktu kości udowej z piszczelową musi leżeć na linii łączącej punkt środka krzywizny główki z punktem skrzyżowania więzadeł krzyżowych. Współrzędne punktu kontaktu kości w układzie nieruchomym wyznacza się według zależności określającej podział odcinka w określonej proporcji

$$x_{K,0} = \frac{x_{P,0} + \lambda_2 x_{S,0}}{1 + \lambda_2}, \quad y_{K,0} = \frac{y_{P,0} + \lambda_2 y_{S,0}}{1 + \lambda_2}, \quad (14)$$

$$\text{gdzie } \lambda_2 = \frac{1}{r_{S,2}} \sqrt{(x_{S,0} - x_{P,0})^2 + (y_{S,0} - y_{P,0})^2} - 1.$$

Po wykreśleniu linii punktów kontaktu, do pierwszego i ostatniego punktu kontaktu dopasowywane jest położenie kości piszczelowej względem kości udowej.

4. ANALIZA STATYCZNA

Analiza statyczna polega na wyznaczeniu wartości sił działających w poszczególnych połączeniach ruchowych – rysunek 3.

W równaniach pominięto masy członów stawu a tym samym i oddziaływania bezwładnościowe. Z równania sumy momentów sił dla całej grupy względem punktu skrzyżowania więzadeł krzyżowych P , wyznacza się wartość reakcji działającej na więzadło rzepki R_{04}

$$F_g r_{2P} - R_{04} r_{4P} = 0, \quad \text{więc } R_{04} = F_g \frac{r_{2P}}{r_{4P}}. \quad (15)$$

Przy pominięciu oddziaływań bezwładnościowych członów 4, 5 i 6, kierunki reakcji w parze kinematycznej F łączącej te człony, wyznaczają linie łączące środki par kinematycznych przynależnych do członów. W tym przypadku do wyznaczenia reakcji R_{25} i R_{27} można wykorzystać np. metodę „równoważenia węzłów” stosowaną do wyznaczania obciążeń prętów kratownic.

Z równań równowagi sił działających wzdłuż dwóch prostopadłych kierunków na „węzeł” F otrzymuje się

$$R_{25} - R_{27} \cos \varepsilon_{56} - R_{04} \cos \varepsilon_{45} = 0, \quad (16)$$

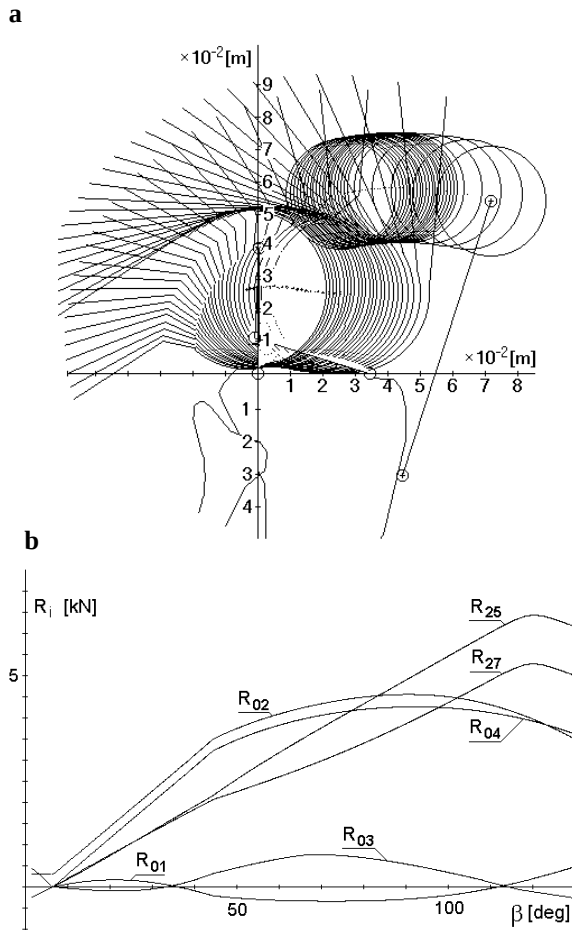
$$R_{27} \sin \varepsilon_{56} - R_{04} \sin \varepsilon_{45} = 0, \quad (17)$$

więc

$$R_{27} = R_{04} \frac{\sin \varepsilon_{45}}{\sin \varepsilon_{56}}, \quad R_{25} = R_{04} \left(\frac{\sin \varepsilon_{45}}{\tan \varepsilon_{56}} + \cos \varepsilon_{45} \right). \quad (18)$$

$y_{G,2} = -42 \cdot 10^{-2}$ m, $x_{H,2} = 0$, $y_{H,2} = -9 \cdot 10^{-2}$ m,
zmiana kąta Θ_1 od 0,38 rad do 1,6 rad z krokiem 0,05 rad,
co odpowiada zmianie kąta β od 2° do 130° .

Przykładową symulację ruchu mechanizmu stawu przedstawiono na rysunku 4a. Na rysunku 4b przedstawiono wyniki obliczeń dla przyjętych danych liczbowych – przebiegi wartości reakcji jako funkcji kąta β .



Rys. 4. Symulacja ruchu mechanizmu stawu; a, b - opis w tekście

6. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych analiz – strukturalnej i ruchowej można sformułować następujące wnioski:

- Mechanizmem podstawowym, zapewniającym prawidłowe odwzorowanie ruchu stawu kolanowego jest mechanizm czworoboku przegubowego ze skrzyżowanymi ramionami, który tworzą więzadła krzyżowe wraz z kośćmi udową i piszczelową.
- W swojej budowie strukturalnej staw kolanowy zawiera trzy więzy bierne: – dodatkową parę kinematyczną, którą tworzy drugi punkt styku kości udowej i piszczelowej, – dwa dodatkowe człony wraz z parami kinematycznymi, którymi są więzadła poboczne strzałkowe i piszczelowe.
- Mechanizm stawu kolanowego wraz z „układem napędowym” w wersji płaskiej, można uznać za mechanizm klasy trzeciej rzędu trzeciego z napędem wewnętrznym.
- Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić:

- Najmniejsze obciążenie wszystkich członów stawu jest w pozycji stojącej.
- Siły styku kości i naciągu więzadła rzepki mają podobny przebieg, zwiększają się w miarę zwiększania kąta zgięcia kolana i osiągają wartości maksymalne, odpowiednio 4,5 kN i 4,2 kN przy kącie zgięcia równym 90° , a następnie zmniejszają się do wartości ok. 3,5 kN, przy maksymalnym kącie zgięcia kolana.
- Siły nacisku rzepki na kość udową i siła mięśnia „napędowego” mają podobny przebieg, zwiększają się w miarę zwiększania kąta zgięcia kolana i osiągają wartości maksymalne dla kąta 110° , odpowiednio 6,5 kN i 5,3 kN po czym się zmniejszają.
- Węzadła krzyżowe przednie i tylne pracują naprzemiennie, gdy jedno jest rozciągane, drugie jest ściskane i w rzeczywistym stawie, ze względu na swoją podatność, więzadło ściskane nie przenosi żadnej siły. Przy równomiernym obciążeniu obu kolan, maksymalna siła obciążenia więzadła krzyżowego przedniego wynosi 850 N, przy kącie zgięcia kolana w zakresie 70° – 82° , natomiast więzadła krzyżowego tylnego 500 N przy maksymalnym kącie zgięcia kolana.
- Podczas pełnego zakresu ruchu, są trzy położenia, w których oba więzadła krzyżowe nie przenoszą żadnych sił: – w położeniu wyprostu, gdy wektor siły obciążającej leży w linii działania reakcji styku kości, – w momencie zmiany zwrotu działania składowej prostopadłej reakcji styku kości, kiedy składowe reakcji więzadła rzepki i siły obciążającej, prostopadłe do kierunku reakcji styku kości się równoważą, co ma miejsce dla kątów ok. 35° i 113° .

LITERATURA

1. Adamczyk G. (2002), Kolano bez więzadła krzyżowego przedniego, *Acta Clinica*, t. 2, 11-16.
2. Będziński R. (1997), Biomechanika inżynierska; Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
3. Bober T. Zawadzki J. (2003), Biomechanika układu ruchu człowieka; wyd. BK, Wrocław.
4. Cizek B., Kisielewski Y. M. (2001), Morfologia więzadeł krzyżowych stawu kolanowego, *Acta Clinica*, t. 1, 278-283.
5. Młynarski T., Listwan A., Pazderski E. (1887), Teoria maszyn i mechanizmów, ZGPK, Kraków.
6. Morecki A., Knapczyk J., Kędzior K. (2002), Teoria mechanizmów i manipulatorów, WNT, Warszawa.
7. Pasierbiński A., Jarząbek A. (2001), Biomechanika więzadeł krzyżowych, *Acta Clinica*, t.1 nr 4.

ANALYSIS OF STRUCTURAL, GEOMETRICAL AND STATIC OF KNEE-JOINT MECHANISM

Abstract: This article shows structural, geometrical and static analysis of the knee-joint. Mobility was determined and passive bonds were identified. The basic dimensions were defined, necessary for description of geometry of joint. Simplified flat model was accepted for mobility analysis. Using the transformation of arrangement co-ordinate Denavit-Hartenberg, vectors of sites characteristic of bones of femoral bone, according to tibial bone were defined. Loads of elements of the pond were set. Computational being example was put illustration of discussed algorithm.

POZYCJONOWANIE SERWONAPĘDU ELEKTROPNEUMATYCZNEGO Z BEZPOŚREDNIM POMIAREM PRZEMIESZCZENIA I PRĘDKOŚCI TŁOKA SIŁOWNIKA

Jakub TAKOSOGLU*, Ryszard DINDORF**,*, Paweł ŁASKI*, Piotr WOŚ*

*Zakład Mechatroniki, Katedra Technologii Mechanicznej i Metrologii, Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn,
Politechnika Świętokrzyska, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

**Katedra Maszyn Ciepłych i Przepływowych, Wydział Energetyki i Paliw,
Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

gba@tu.kielce.pl, dindorf@tu.kielce.pl, pawell@tu.kielce.pl, [vos@tu.kielce.pl](mailto:wos@tu.kielce.pl)

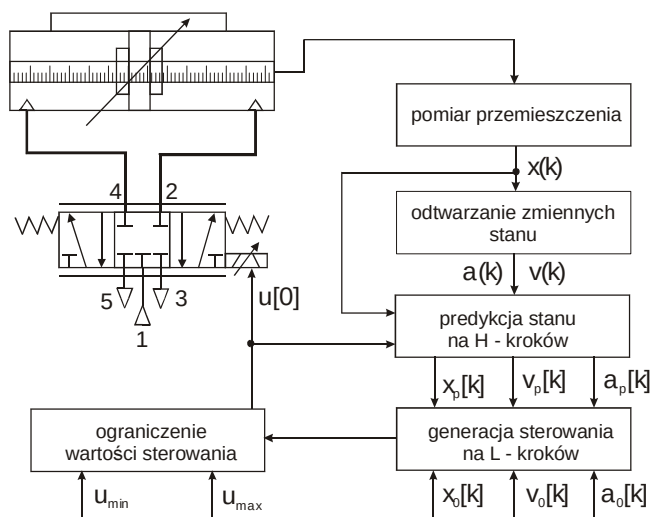
Streszczenie: W artykule przedstawiono stanowisko eksperymentalne pozycjonowania serwonapędu elektropneumatycznego z bezpośrednim pomiarem przemieszczenia i prędkości tłoka siłownika za pomocą regulatora rozmytego. Analizowano wpływ zastosowanego przetwornika przemieszczenia i prędkości tłoka siłownika na dokładność regulacji serwonapędu elektropneumatycznego.

1. WPROWADZENIE

W układach sterowania serwonapędami pneumatycznymi, w celu zwiększenia dokładności pozycjonowania oraz wyeliminowania zakłóceń, wykorzystuje się sprzężenia zwrotne od niemierzalnych zmiennych stanu układu napędowego. Zmienne stanu są odtwarzane dla regulatorów klasycznych P, PI, PD, PID jak i dla regulatorów inteligentnych wykorzystujących metody miękkiego obliczania (ang. *soft computing*). W związku z tym pojawia się problem odtwarzania zmiennych stanu z mierzalnych sygnałów generowanych przez przetworniki analogowo-cyfrowe – najczęściej przetworniki przemieszczenia. Rozwiązaniem przemysłowym dla osi serwonapędowych jest sterownik SPC-200. Jest to regulator zmiennych stanu, który umożliwia kontrolę nad trzema parametrami ruchu liniowego (położenie, prędkość i przyspieszenie). Algorytm sterowania sterownika SPC-200 (Rys. 1) przebiega następująco:

- pomiar aktualnego położenia tłoka siłownika $x(t)$;
- odtworzenie niemierzonych zmiennych stanu prędkości $v(t)$ oraz przyspieszenia $a(t)$ na podstawie pomiaru położenia $x(t)$;
- predykcja stanu układu $x_p(t)$, $v_p(t)$, $a_p(t)$ na następnych H kroków na podstawie wyznaczonych wartości zmiennych stanu modelu liniowego układu oraz wyznaczonych w poprzednich krokach wektora sterowania u ;
- wyznaczenie ciągu sterowania u na następnych L kroków w fazie nadążania za wartością zadaną lub w fazie hamowania;
- uwzględnienie ograniczeń sygnału sterującego;
- przesłanie na serwowawór proporcjonalny aktualnego sygnału sterowania.

Producent deklaruje dokładność sterowania na poziomie $\pm 0.2 \div 0.8 \text{ mm}$, a pomiaru przemieszczenia 0.01 mm z dokładnością poniżej 1%.



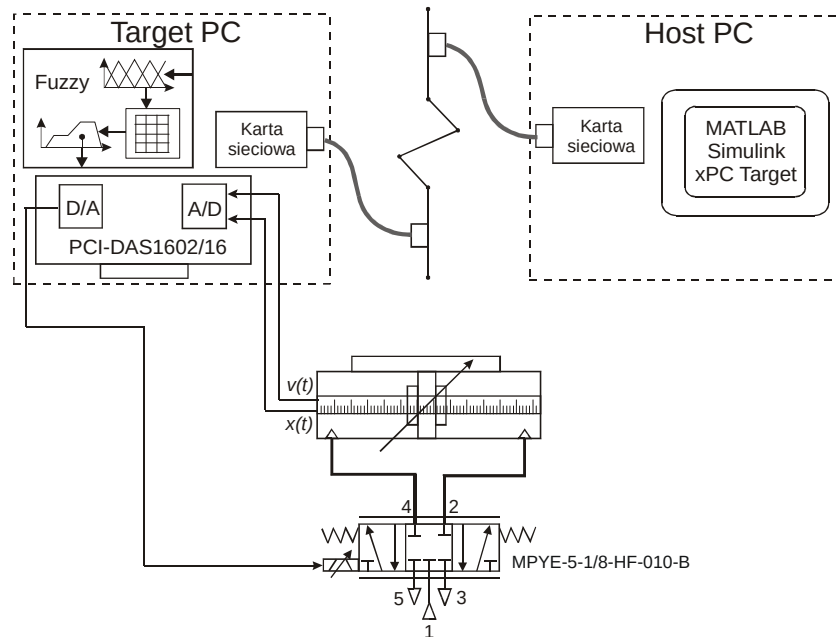
Rys. 1. Schemat algorytmu sterowania sterownika SPC-200

2. STANOWISKO BADAWCZE

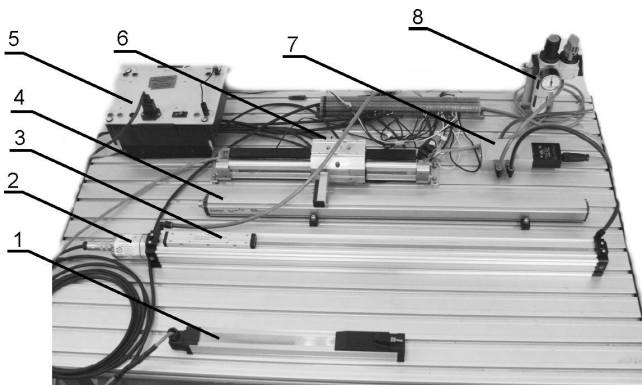
Badania eksperymentalne serwonapędu elektropneumatycznego dotyczyły regulacji przestawnej, nadążnej, uczenie/odtworzenie oraz na sprawdzeniu wpływu bezpośredniego pomiaru przemieszczenia i prędkości tłoka siłownika na dokładność pozycjonowania przy wykorzystaniu regulatora rozmytego typu PD. Problem pozycjonowania serwonapędów pneumatycznych wynika ze złożonego, skomplikowanego i nie do końca poznanego procesu przetwarzania energii sprężonego gazu na energię mechaniczną ruchu tłoka siłownika. Rozwiązanie takiego problemu w otoczeniu niedostatecznej i niekompletnej informacji jest zadaniem trudnym do realizacji w warunkach pracy przemysłowej. Dodatkowym problem są rosnące wymagania użytkowe: realizacja zadania przestawiania, nadążania oraz ucze-

nia/odtworzenia dowolnych trajektorii ruchu. Wymagane jest również pozycjonowanie w szerokim zakresie przemieszczeń i zadanych prędkości ruchu tłoka siłownika. Na

Rys. 2 przedstawiono schemat analizowanego układu sterowania serwonapędu elektropneumatycznego.



Rys. 2. Schemat układu sterowania serwonapędu elektropneumatycznego



Rys. 3. Widok ogólny stanowiska badawczego: 1 – zadajnik sygnału wejściowego, 2 – przetwornik przemieszczenia i prędkości BTL7, 3 – siłownik beztłoczyskowy D32x600, 4 – przetwornik przemieszczenia BTL5, 5 – zasilacz 24V DC, 6 – siłownik beztłoczyskowy DGP-25-224, 7 – serwowawór proporcjonalny MPYE-5-1/4-HF-010-B, 8 – zespół przygotowania powietrza

Do budowy stanowiska badawczego zastosowano:

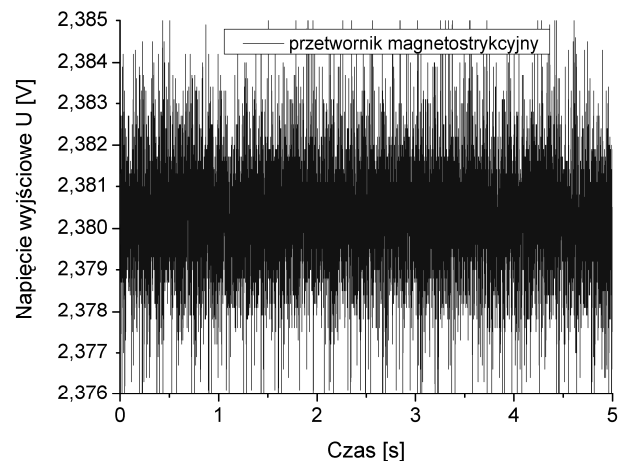
- siłownik beztłoczyskowy D32x600 o średnicy tłoka 32mm, długości 600mm (Prema) i wewnętrznym analogowym, bezstykowym, magnetostrykcyjnym przetwornikiem przemieszczenia i prędkości BTL7-A5001-M0750-B-S32 (Baluff), wyjścia analogowe 0-10 V;
- serwowawór proporcjonalny przepływu MPYE-5-1/4-HF-010-B (Festo) sterowany napięciowo 0-10 V;
- karta AD/DA PCI-DAS 1602/16 (Measurement Computing) o 16 wejściach oraz 2 wyjściach analogowych 16-bitowa;
- system xPC Target do szybkiego prototypowania i symulacji *hardware in the loop* (Mathworks);

– komputery PC (*Host* i *Target*).

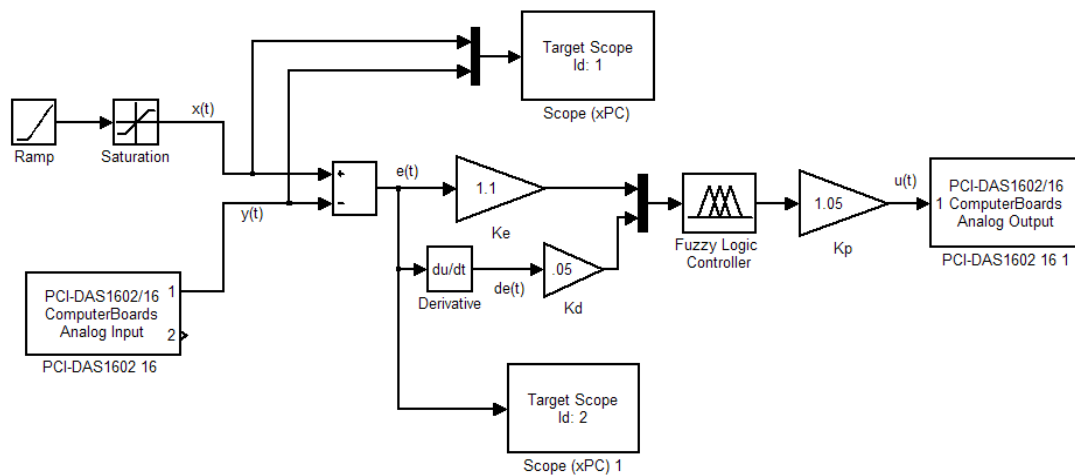
Widok ogólny stanowiska badawczego przedstawiono na Rys. 3.

3. WYNIKI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

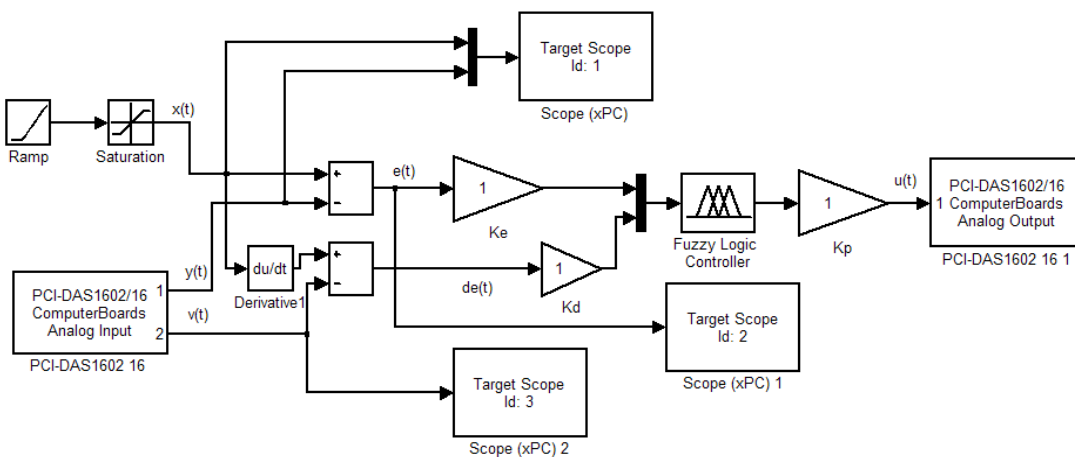
Pierwszym etapem badań eksperymentalnych było wyznaczenie szumu pomiarowego przetwornika położenia. W celu dokonania pomiarów, ustawiono suwak siłownika beztłoczyskowego w określonym położeniu i rejestrowano napięcie wyjściowe z przetwornika przemieszczenia. Na Rys. 4 przedstawiono wyniki badań. Z przeprowadzonych badań szum pomiarowy wyniósł $\pm 0,007$ V.



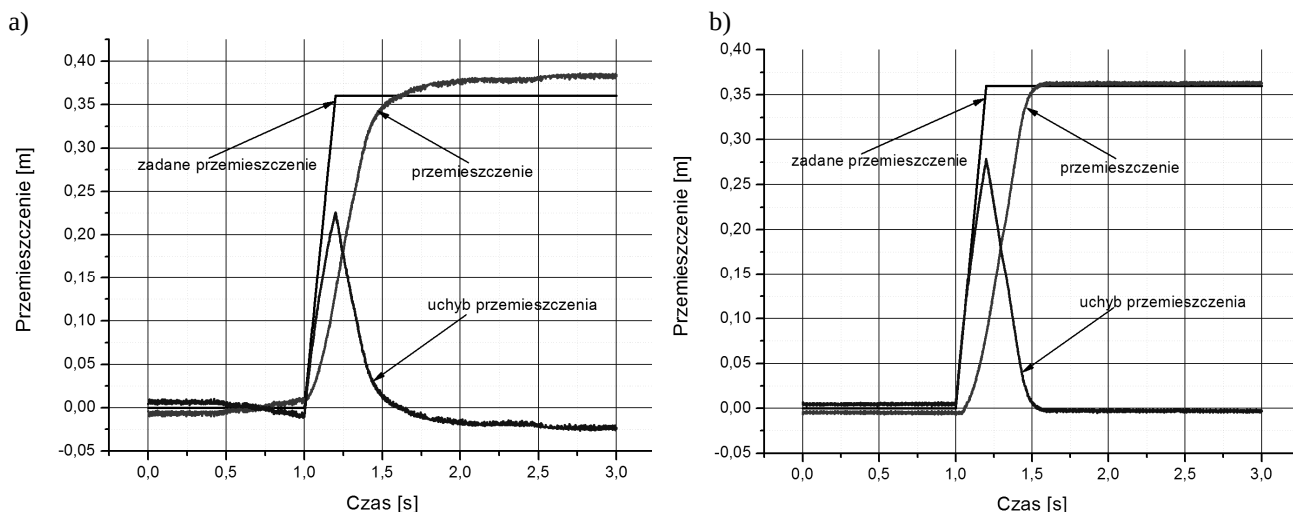
Rys. 4. Przebiegi napięcia wyjściowego przetwornika przemieszczenia



Rys. 5. Schemat układu z programowym odtwarzaniem sygnału



Rys. 6. Schemat układu z wykorzystaniem bezpośredniego pomiaru sygnału prędkości



Rys. 7. Pozycjonowanie serwonapędu elektropneumatycznego: a) z odtwarzaniem sygnału zmiany uchybu, b) z bezpośrednim pomiarem sygnału prędkości

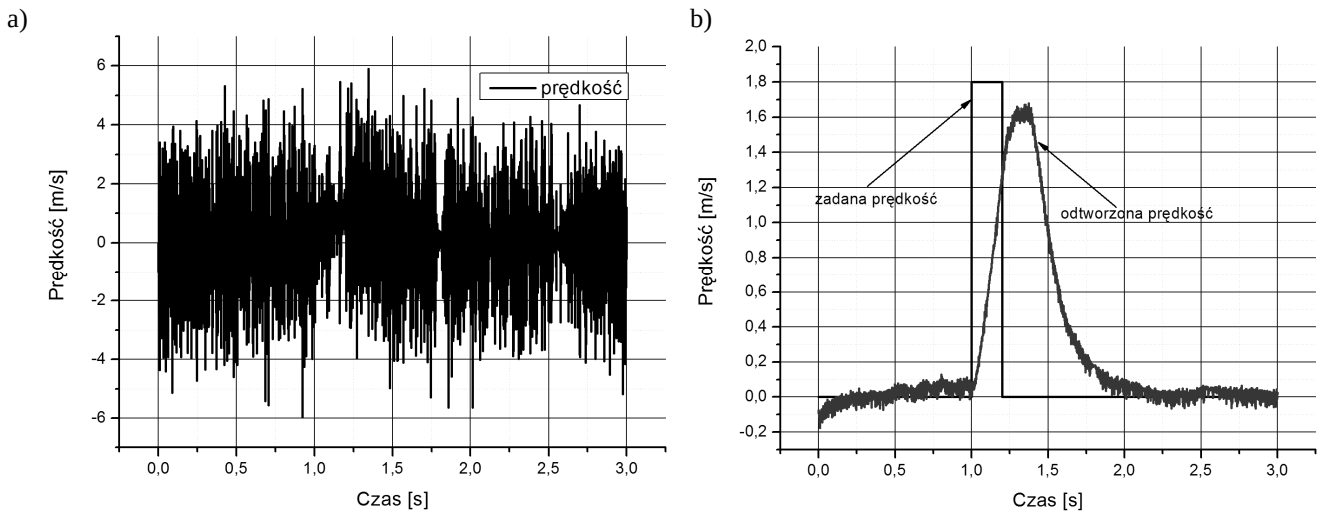
Następnie w Matlabie/Simulinku zbudowano dwa układy sterowania rozmytego serwonapędu elektropneumatycznego. Na Rys. 5 przedstawiono układ, w którym zastosowano programowe odtwarzanie sygnału zmiany uchybu Δe

w torze sterowania D regulatora rozmytego typu PD, natomiast na Rys. 6 układ z wykorzystaniem bezpośredniego pomiaru sygnału prędkości.

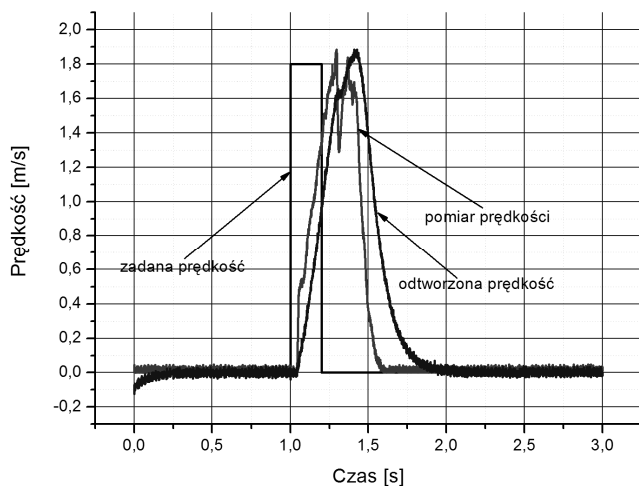
Programowe odtworzenie sygnału prędkości i sygnału przyspieszenia z sygnału przemieszczenia, w którym występuje szum wymaga stosowania filtrów. Na Rys. 7a przedstawiono proces sterowania rozmytego serwonapędu elektropneumatycznego według układu z rys. 5, natomiast na rys. 7b według układu z rys. 6. W obydwu przypadkach jako sygnał wymuszający zastosowano sygnał typu *ramp* z przemieszczeniem siłownika do 0,36m i zadaną prędkością 1,8m/s.

Na Rys. 8a przedstawiono wykres prędkości tłoka siłownika odtworzony z sygnału przemieszczenia przez za-

stosowanie różniczki programowej. Jest to sygnał silnie zaszumiony, praktycznie bezużyteczny w układzie sterowania. Na Rys. 8b przedstawiono odtworzoną prędkość tłoka siłownika przy zastosowaniu filtra różniczkującego rzeczywistego. Na Rys. 9 przedstawiono wykresy prędkości tłoka siłownika z pomiaru bezpośredniego oraz dla porównania przy odtworzeniu z sygnału położenia. Zastosowano taki sam rodzaj filtra jak na Rys. 8b. Powstałe różnice pomiędzy prędkością odtwarzaną z sygnału położenia i z bezpośredniego pomiaru prędkości, mogą powodować błędy w torze sterowania.



Rys. 8. Wykresy prędkości tłoka siłownika z odtwarzania sygnału położenia: a) bez filtra, b) z filtrem



Rys. 9. Wykresy prędkości tłoka siłownika z pomiaru bezpośredniego

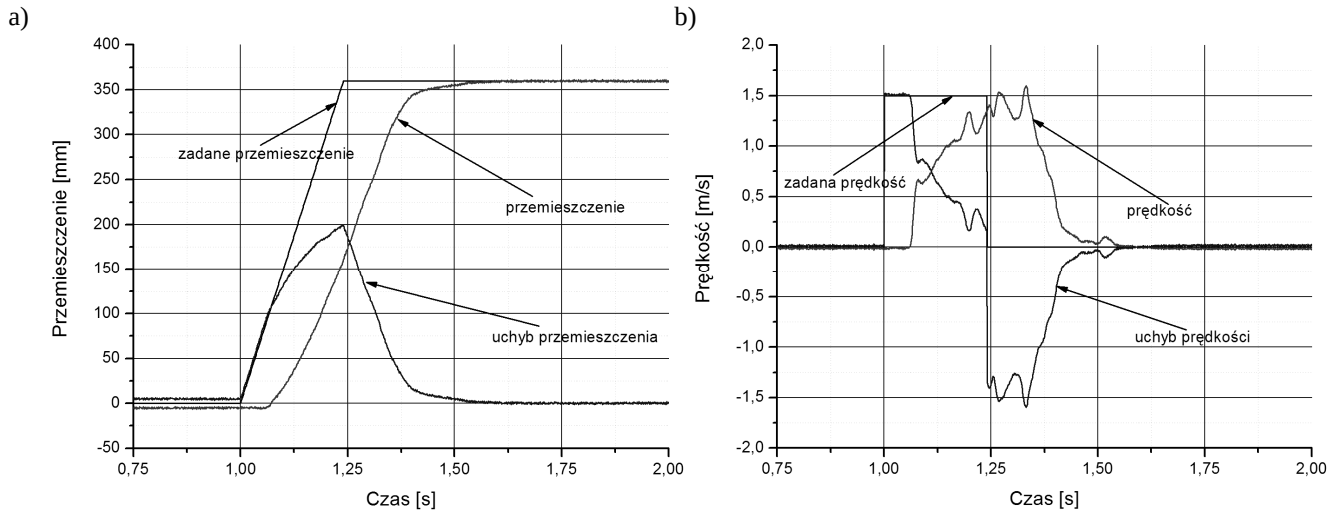
Dokładność pozycjonowania serwonapędu elektropneumatycznego sprawdzono przy użyciu standardowych wskaźników jakości takich jak: czas regulacji, przeregulowanie, uchyb statyczny. Założono odchyłkę ustaloną

o wartości $\pm 5\text{mm}$. W tabeli 1 zebrano porównanie podstawowych wskaźników jakości regulacji dla sterowania z odtwarzaniem sygnału prędkości oraz z bezpośrednim pomiarem prędkości.

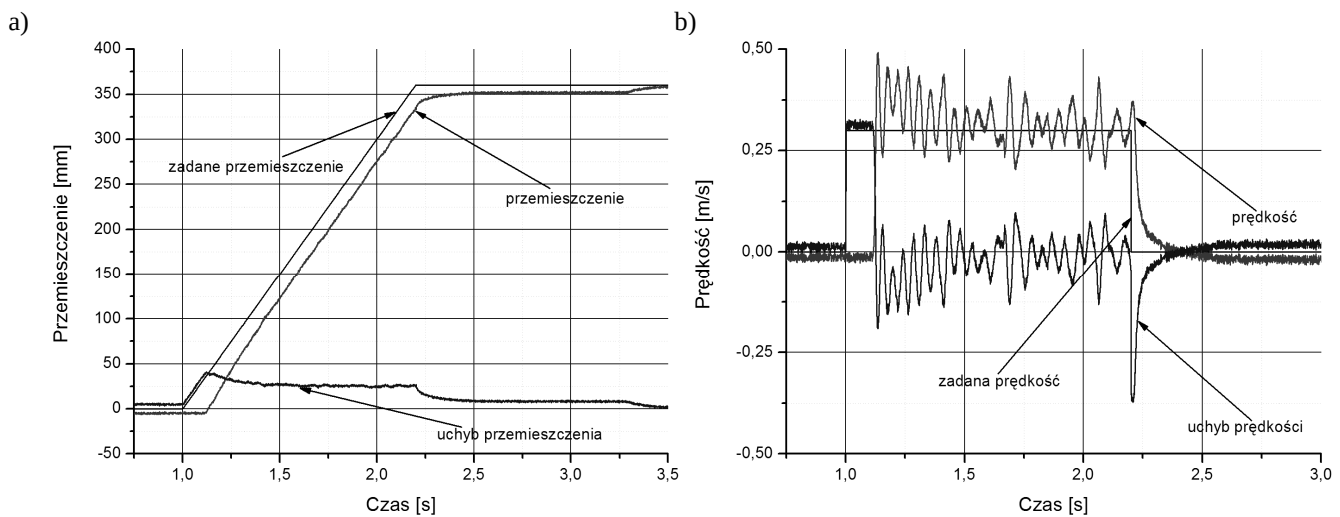
Tab. 1. Podstawowe wskaźniki jakości regulacji

	Czas regulacji [s]	Uchyb statyczny [m]	Przeregulowanie
z odtwarzaniem	1,65	0,024	0,067
bez odtwarzania	1,50	0,003	0,011

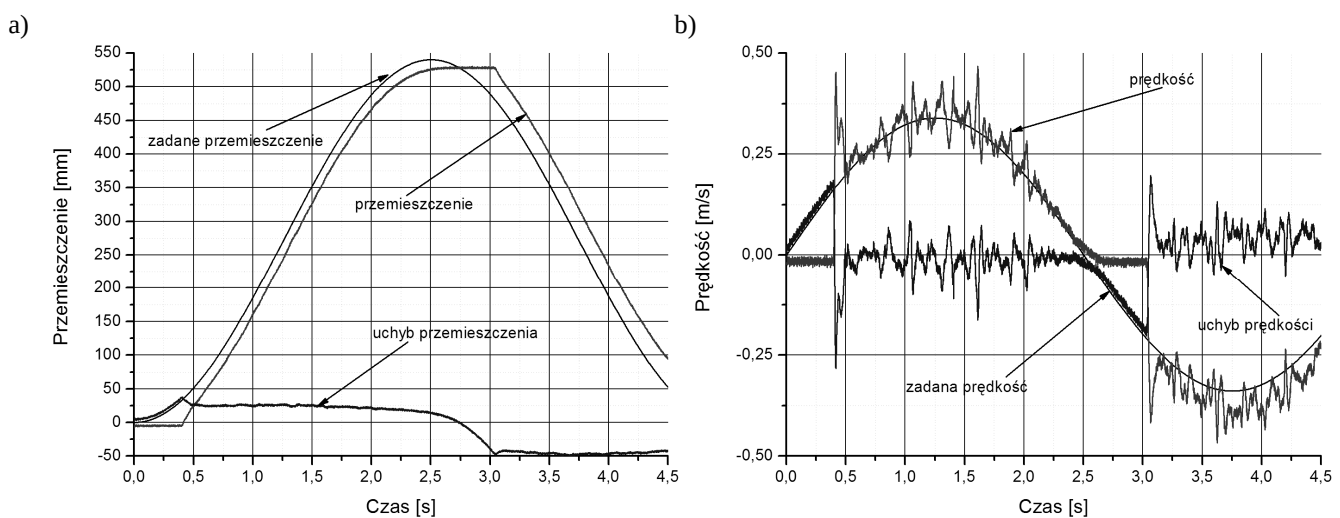
Na Rys. 10 i 11 przedstawiono proces pozycjonowania serwonapędu z bezpośrednim pomiarem sygnału prędkości dla wymuszenia typu *ramp* ze skokiem do 360mm i prędkościami odpowiednio 1,5m/s i 0,3m/s, natomiast na Rys. 12 proces pozycjonowania dla wymuszenia typu sinusoidalnego o częstotliwości 0,1Hz. W tym przypadku siłownik osiągnął maksymalny skok wynoszący 540mm, a prędkość maksymalną wynoszącą 0,34m/s.



Rys. 10. Pozycjonowanie serwonapędu elektropneumatycznego z bezpośrednim pomiarem sygnału prędkości dla wymuszenia typu ramp ze skokiem do 360mm i prędkością 1,5m/s: a) charakterystyki przemieszczenia, b) charakterystyki prędkości



Rys. 11. Pozycjonowanie serwonapędu elektropneumatycznego z bezpośrednim pomiarem sygnału prędkości dla wymuszenia typu ramp ze skokiem do 360mm i prędkością 0,3m/s: a) charakterystyki przemieszczenia, b) charakterystyki prędkości



Rys. 12. Pozycjonowanie serwonapędu elektropneumatycznego z bezpośrednim pomiarem sygnału prędkości dla wymuszenia typu sinusoidalnego ze skokiem maksymalnym 540mm i prędkością maksymalną 0,34m/s: a) charakterystyki przemieszczenia, b) charakterystyki prędkości

3. WNIOSKI

W pracy przedstawiono badania eksperymentalne układów regulacji rozmytej z wykorzystaniem bezpośredniego pomiaru prędkości tłoka siłownika oraz przy odtwarzaniu sygnału prędkości z mierzonego sygnału przemieszczenia tłoka siłownika. Odtwarzanie niemierzalnych sygnałów wymaga stosowania filtrów w układach sterowania, co może powodować błędy i wprowadzać opóźnienia. Układ z pomiarem bezpośrednim prędkości jest układem działającym „bardziej kulturalnie” niż układ z odtwarzaniem sygnału prędkości. Przesterowania zaworu proporcjonalnego są mniej gwałtowne, a zawór pracuje cicho. Dodatkowym atutem układu z pomiarem bezpośrednim jest brak konieczności strojenia regulatora rozmytego typu PD. Jak widać na Rys. 6 współczynniki wzmocnienia w torze P, D oraz na wyjściu regulatora mają wartość 1. Przeprowadzono obliczenia podstawowych wskaźników jakości i porównano obydwa typu układów. Z wyników badań można zauważyć przewagę układu z pomiarem bezpośrednim prędkości tłoka siłownika. Dostrojenie regulatora rozmytego na drodze eksperymentalnej powinno jeszcze bardziej poprawić dokładność pozycjonowania serwonapędu elektropneumatycznego.

LITERATURA

1. **Takosoglu J., Dindorf R.** (2006), Szybkie prototypowanie sterowania rozmytego w czasie rzeczywistym serwonapędu elektropneumatycznego, *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Informatyki*, Łódź, nr 1, 57-70.
2. **Dindorf R., Takosoglu J.** (2006), Szybkie prototypowanie układu sterowania rozmytego serwonapędu elektropneumatycznego, *Pneumatyka*, nr 1.
3. **Dindorf R., Takosoglu J.** (2006), Badanie układu sterowania odtworzeniowego serwonapędu pneumatycznego, *Pneumatyka*, nr 4, 29-31.
4. **Takosoglu J., Dindorf R.** (2007), Positioning and teaching/play-back fuzzy control of electro-pneumatic servo-drive in real time, *Proceedings of 7th European Conference of Young Research and Science Workers in Transport and Telecommunications TRANSCOM 2007*, Section 5 Electrical and Electronics Engineering, University of Zilina, Slovak Republic, 199-202.
5. **Takosoglu J. E., Dindorf R. F., Laski P. A.** (2008), Rapid prototyping of fuzzy controller pneumatic servo-system, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* DOI 10.1007/s00170-007-1349-5, Springer-Verlag London Limited.
6. **Łaski P., Dindorf R., Takosoglu J.** (2008), Model bryłowy manipulatora równoległego typu 3RRR z pneumatycznymi aktuatorami mięśniowymi, *Pneumatyka*, nr 3, 7-10.
7. **Dindorf R., Laski P., Takosoglu J.** (2009) Distributed measurements and control system for rapid prototyping of artificial intelligence controller, *Proceedings of 7th International Conference on Measurement 2009*, Institute of Measurement Science, Slovakia, 202-205.

POSITIONING OF ELECTRO-PNEUMATIC SERVO-DRIVE WITH DIRECT DISPLACEMENT AND VELOCITY TRANSDUCER

Abstract: In the paper a research stand to positioning of electro-pneumatic servo-drive with direct displacement and velocity transducer are presented. The fuzzy logic controller constitute the control system. The performance control of the pneumatic servo-drive with new transducer was checked by means of standard performance index.

SEGMENTACJA MOWY POLSKIEJ Z WYKORZYSTANIEM TRANSFORMACJI FALKOWEJ

Mirosław TARASIUK*, Zdzisław GOSIEWSKI*

*Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

mirosław.tarasiuk@bialystok.policja.gov.pl, gosiewski@pb.edu.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono koncepcję metody segmentacji słów wypowiedzianych w języku polskim. Jako narzędzie w procesie segmentacji wykorzystano transformację falkową. Zaproponowano algorytm postępowania oraz przedstawiono wyniki prowadzonych prac badawczych. Wykorzystując opracowaną metodę dokonano podziału wypowiedzianych słów i sprawdzono poprawność jego wykonania. Niniejsze badanie stanowi platformę bazową do dalszych prac zmierzających w kierunku opracowania automatycznego systemu rozpoznawania mowy. Badania i obliczenia wykonywano w oparciu o oprogramowanie Matlab.

1. WPROWADZENIE

Wiele ośrodków badawczych na świecie zajmuje się problematyką automatycznego rozpoznawania mowy (ang. Automatic Speech Recognition, ASR). Po wydzieleniu słowa z otaczającej go ciszy (Gosiewski i Tarasiuk, 2009), kolejnym etapem tworzenia ASR jest dokonanie parametryzacji otrzymanego sygnału, ponieważ w postaci czasowej wykazuje on dużą nadmiarowość informacji. Pierwszym krokiem na tym etapie obróbki sygnału mowy jest jego podział na jednorodne akustycznie fragmenty, czyli segmentacja. W rozdziale 2 przedstawiono stosowane metody segmentacji sygnałów. Rozdział 3 zajmuje się prezentacją stosowania dekompozycji falkowej w analizie sygnałów. Możliwości wykonania segmentacji sygnału mowy z wykorzystaniem transformacji falkowej przedstawiono w rozdziale 4. Rozdział 5 to przykład wykonania segmentacji rzeczywistego sygnału mowy.

2. SEGMENTACJA SYGNAŁU MOWY

Segmentacja sygnału akustycznego, w tym i sygnału mowy, może być dokonywana wieloma sposobami. Jeżeli za kryterium podziału sygnału przyjąć długość badanego fragmentu, w którym zakładamy jego quasi-stacjonarność, to możemy wyróżnić dwa typy segmentacji: równomierną (wielokrotność fragmentów stałej długości) lub nierównomierną (zmienna długość fragmentów). Segmentacja równomierna była szeroko stosowana i zakładała ona podział sygnału oknem $10 \div 40$ ms (najczęściej 2^k próbek w oknie o łącznej długości około 30 ms) z zachodzeniem ramek (ang. overlapping) co najmniej na $1/3$ okna (Zieliński, 2002). Niosło to jednak ze sobą ryzyko trafienia do jednej ramki obserwacji różnych fragmentów sygnału, a tym samym przekłamań. Segmentacja nierównomierna dzieli sygnał na fragmenty quasi-stacjonarne o różnej długości, dzięki czemu uwzględnia charakter sygnału. Narzędziem, wręcz predysponowanym do segmentacji nierównomiernej

jest transformacja falkowa. Wynika to ze zróżnicowanej wielkości okna dla częstotliwości niskich i wysokich w trakcie badania sygnału (Mallat, 1999), którego zasada szczególnie widoczna staje się podczas porównania zjawiska okienkowania transformacji Fouriera (ang. Fourier Transform – FT) i transformacji falkowej. Innym podejściem do tej segmentacji jest wykorzystanie niejawnych modeli Markowa (ang. HMM) w połączeniu z algorytmem Viterbiego (Demuynck i Laureys, 2002).

Wykorzystanie funkcji zmienności widmowej sygnału, która jest zależna od czasu zastosował Fang (1994) w swoim algorytmie segmentacji dyskretnego sygnału mowy. Bazuje on na pomiarze częstotliwości chwilowej i wykryciu miejsca gdzie następuje zmiana tej częstotliwości.

Diaunys i inni (2005) zajmując się problematyką segmentacji sygnału mowy, w oparciu o dwa filtry pasmowo przepustowe stwierdzili, że do wydzielenia głosek szczelinowych można wykorzystać stosunek energii pasma wysokiej częstotliwości do energii pasma niskiej częstotliwości, liczony wg wzoru (1). Przy częstotliwości próbkowania 16 kHz porównywano dwa pasma częstotliwości 50-2500 Hz i 5-7 kHz. Należy zauważyć, że stosowano tu okno obserwacji 10 ms z 5 ms overlappingiem, dla którego wyznaczano energię.

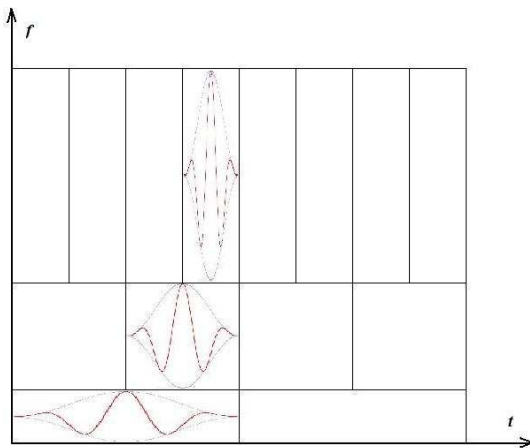
$$F[k] = \frac{E_{\text{high}}[k]}{E_{\text{low}}[k]}, \quad (1)$$

gdzie: $E_{\text{high}}[k]$ – energia pasma wysokiej częstotliwości, $E_{\text{low}}[k]$ – energia pasma niskiej częstotliwości, dla k -okna obserwacji. Wykres stworzony na podstawie tej wielkości pozwolił na graficzne wydzielenie głosek szczelinowych z sygnału mowy.

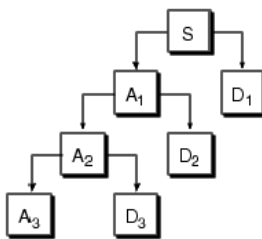
3. DEKOMPOZYCJA FALKOWA

Rozwój transformacji falkowej (ang. Wavelet Transform – WT) historycznie rozpoczął się z ciągłej transformacji falkowej (ang. Continuous Wavelet Transform – CWT).

Pozwoliła ona stosować reprezentację czas-skala do badania analogowych sygnałów, gdzie skala spełnia rolę analogiczną do częstotliwości w analizie częstotliwościowej z FT (Siafarikas i inni, 2008). W przypadku stosowania FT analizuje ona sygnał ze stałą rozdzielczością częstotliwościową zarówno w stosunku do wysokich, jak i niskich częstotliwości. Analiza częstotliwości wysokich wymaga jednak krótszych fragmentów sygnału niż w przypadku częstotliwości niskich. Stosowanie WT w sposób automatyczny usuwa tę niedogodność, ponieważ rozdzielczość częstotliwościowa zmienia się wraz ze zmianą częstotliwości samego sygnału. Schematycznie przedstawiono to na rysunku 1. W przypadku analizy sygnałów dyskretnych za pomocą falek, podstawowym narzędziem jest dyskretna transformacja falkowa (ang. Discrete Wavelet Transform - DWT)



Rys. 1. Schemat rozdzielczości czasowo-częstotliwościowej WT



Rys. 2. Przykład 3 poziomowej dekompozycji sygnału (wg dokumentacji Matlab)

Zastosowanie dyskretnej transformacji falkowej prowadzi do zmniejszenia ilości współczynników o połowę, wraz ze wzrostem poziomu dekompozycji sygnału (Rys. 2). W trakcie dekompozycji sygnału jest on rozkładany na części dolnoprzepustową (oznaczana jako A) i górno-przepustową (oznaczana jako D). Operacje dalszej dekompozycji dokonywane są zawsze z częścią dolnoprzepustową otrzymaną w poprzednim etapie. Proces syntezy sygnału dokonywany jest według tego samego algorytmu w odwrotnym kierunku.

Gdzie podstawowy sygnał można przedstawić zgodnie z formułą (2). Zapis ten przedstawia ideę przeprowadzania dekompozycji i syntezy oryginalnego sygnału. Znak plus należy tu bowiem traktować jako synteze, a nie matematyczną operację dodawania.

$$S = A_1 + D_1 = A_2 + D_2 + D_1 = A_3 + D_3 + D_2 + D_1 \quad (2)$$

4. SEGMENTACJA SYGNAŁU MOWY Z UŻYCIEM TRANSFORMACJI FALKOWEJ

Alani i Deriche (1999) do wyznaczenia segmentów sygnału mowy wykorzystali dekompozycję falkową łącznie z segmentacją równomierną w oparciu o okno Hamminga i 25% overlapping. Badali euklidesową odległość pomiędzy ramkami sygnału. Zastosowanie ramkowania sygnału prowadziło jednak do spadku rozdzielczości czasowej otrzymanej sekwencji.

Tan i inni (1994) zastosowali dekompozycję falkową do wydzielenia pięciu poziomów dekompozycji, niosących informację z różnych przedziałów częstotliwości, które odpowiadają różnym rodzajom fonemów (nosowe, szczelinowe itd.). Następnie po użyciu 0,8ms okna Hamminga, wyznaczono standardową dewiację sąsiednich ramek, przyjmując że średnia wartość energii każdej ramki dąży do zera. Pozwoliło to na wydzielenie granic poszczególnych dźwięków na poziomach im odpowiadających.

Gałka (2008) zaproponował wykorzystanie widma mocy o jednorodnej długości na każdym z poziomów dekompozycji falkowej do wykonania segmentacji sygnału mowy. Wykazując jednocześnie, że energia widma falkowego jest równa energii sygnału, czyli transformacja falkowa zachowuje energię podstawowego sygnału.

Ponieważ liczba współczynników dekompozycji zależy od poziomu na którym jest liczona, w celu wyrównania długości wierszy, na każdym z poziomów dekompozycji energię wyznaczano biorąc 2^k kolejnych współczynników ($k=1, 2, 3, \dots$). Tym sposobem można było zbudować macierz energii liczonej z dekompozycji sygnału, gdzie liczba wierszy jest równa $M+1$. Następnie wykorzystywany był złożony, filtr Tukey'a do określenia granic segmentu sygnału akustycznego. Widmo wyznacza się wykorzystując formułę (3). Na najwyższym poziomie dekompozycji wyznaczano energię tej samej liczby współczynników dla obu składowych (A i D analogicznie).

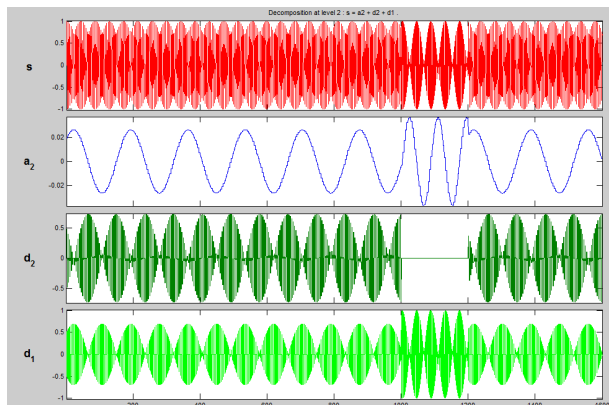
$$d_m^p[k] = \sum_{n=1+(k-1) \cdot 2^{M-m+1}}^{k \cdot 2^{M-m+1}} d_m^2[n], \quad \text{dla } m=1, 2, \dots, M, \quad (3)$$

gdzie: $m=1, \dots, M$ oznacza użyty poziom dekompozycji, d_{mn} – n -ty współczynnik dekompozycji otrzymany w m -tym wektorze.

Ważnym etapem jest zebranie doświadczeń z użycia odpowiedniej rodziny falek, jak i doboru poziomu dekompozycji. Na wstępie stworzono w Matlabie testowy sygnał akustyczny o długości 1600 próbek, z częstotliwością próbkowania 4096Hz tonu 1000Hz, zawierający wstawkę długości 50ms tonu 2000Hz poczynając od 1001 próbki. Pozwolił on też na ocenę opracowanej metody segmentacji z uwagi na pełną wiedzę o badanym sygnale *a priori*. Przy takim sygnale po zastosowaniu falki db1 poziom 2 otrzymujemy bardzo wyraźną formę sygnału wejściowego, przedstawioną na rysunku (3). Dokonano prób z wieloma falkami i poziomami, jednak najlepszą formę sygnału wejściowego podczas dekompozycji, uzyskano właśnie przy użyciu w/w falki.

Z sygnału długości 1600 próbek otrzymano współczynniki falkowe, odpowiednio na każdym poziomie dekompozycji: D1 – 800 współczynników, D2 i A2 – 400.

Uwzględniając częstotliwość próbkowania każdy poziom dekompozycji odpowiada jednemu pasmu częstotliwości: **D1** – 1024÷2048Hz, **D2** – 512÷1024Hz i **A2** – 0÷512Hz.

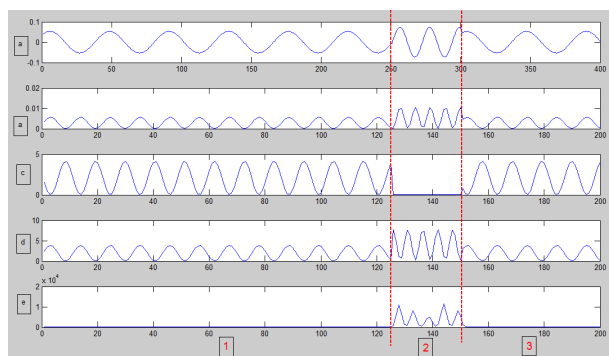


Rys. 3. Dekompozycja sygnału testowego falką db1 poziom 2

Na podstawie współczynników dekompozycji według wzoru (3) można wyznaczyć macierz o rozmiarze 3x200 ze współczynnikami energii widma. Uwzględniając opisany wyżej sposób dekompozycji wzór (1) winien ewoluować do postaci (4).

$$F[k] = \frac{d_1^p[k]}{a_M^p[k] + \sum_{m=2}^M d_m^p[k]}, \quad (4)$$

Na podstawie macierzy ze współczynnikami energii widma dokonano porównania energetycznego pasma 1024÷2048Hz do 0÷1024Hz. Ponieważ oceniamy proces zmiany stosunku energii obu pasm w sygnale, można zastosować wydzielenie obwiedni tej zmiany – Rys. (4). Do wydzielenia obwiedni sygnału użyto filtra dolnoprzepustowego ze skończoną odpowiedzią impulsową (ang. Finite Impulse Response filter – FIR).

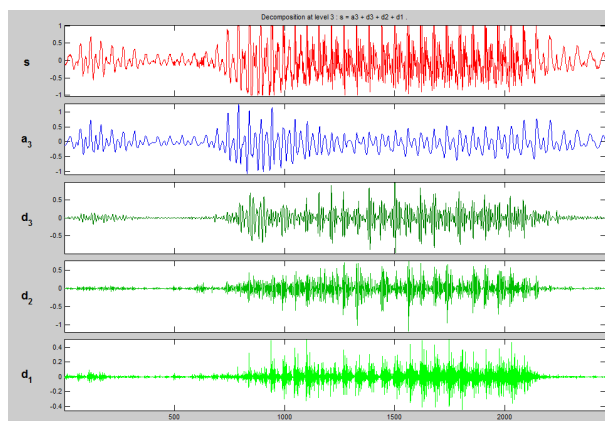


Rys. 4. Zmiany energii widma sygnału; a) współczynniki A2 dekompozycji; b) energia widma z poziomu A2; c) energia widma z poziomu D2; d) energia widma z poziomu D1; e) obwiednia $F[k]$

Zastosowana metodyka pozwoliła wydzielić z sygnału akustycznego trzy fragmenty oddzielone liniami przerywanymi, które odpowiadają trzem fragmentom o różnej częstotliwości próbnego sygnału.

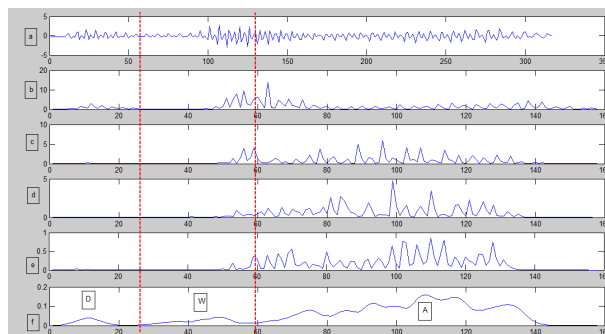
5. PRZYKŁAD

Następnie badaniom poddano słowo „dwa” wypowiedziane przez mężczyznę, które zostało zarejestrowane dyktafonem cyfrowym firmy Sony model ICD-P28 z częstotliwością próbkowania 8[kHz]. Przy wyborze rodziny falek wykorzystano doświadczenie zdobyte w trakcie badań nad wydzieleniem słów z otaczającej ciszy (Gosiewski i Tarasiuk, 2009), jednocześnie sprawdzając możliwość wykorzystania różnych falki i ich poziomów. Czytelna dekompozycja została wykonana falką db6 poziom 3 (Rys. 5). Jest to najniższy poziom oddający prawidłowo kształt badanego sygnału, bez zakłóceń.



Rys. 5. Dekompozycja słowa „dwa” falką db6 poziom 3

Powtórzone wszystkie operacje opisane wcześniej (przy obróbce testowego sygnału akustycznego), które pozwoliły na dokonanie graficznego podziału sygnału na segmenty (Rys. 6). Linie pionowe oddzielają poszczególne, opisane fragmenty słowa. W tym przypadku porównywano energię z pasma 2÷4kHz do energii z pasma 0÷2kHz. Na podstawie wyznaczonych granic dokonano podziału sygnału akustycznego, po odsłuchaniu ich stwierdzono, że słowo „dwa” zostało podzielone poprawnie.



Rys. 6. Zmiany energii widma słowa „dwa”; a) współczynniki A3 dekompozycji; b) energia widma z poziomu A3; c) energia widma z poziomu D3; d) energia widma z poziomu D2; e) energia widma z poziomu D1; f) obwiednia $F[k]$

W każdym wydzielonym segmencie następuje wzrost wartości stosunku energii pasma górnego do dolnego od wartości zerowej do maksimum lokalnego. Dalej następuje jego spadek do wartości zerowej przy końcu segmentu.

Powtarza się to w każdym segmencie. Występują chwilowe spadki jego wartości (fragment z samogłoską A), jednak nie świadczy to o końcu segmentu, a tylko o chwilowej zmienności sygnału.

Ponieważ dokonywano porównania energii górnej części pasma do dolnej, dokonano sprawdzenia czy podobny rezultat zostanie osiągnięty przy wykorzystaniu współczynników dekompozycji sygnału falką db6 poziom 1. W tym przypadku porównywana będzie też energia z pasma 2÷4kHz do energii z pasma 0÷2kHz. Wykonanie dekompozycji na tym poziomie skutkowało jednak otrzymaniem większej liczby współczynników falkowych w każdym z dwóch pasm. Wyznaczanie energii według wzoru (3) prowadziło w istocie do wyznaczenia energii okna obserwacji, o różnej długości na każdym z poziomów dekompozycji. Dokonano więc wyznaczenia energii okna zgodnie ze wzorem (5), co skutkowało porównywaniem takiej samej liczby próbek wartości energii, jak na Rys. 6.

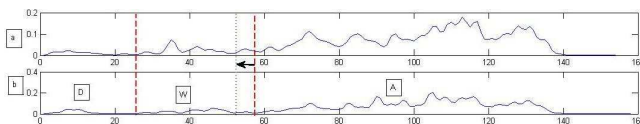
$$d_m^p[k] = \sum_{n=1}^{2^M} d_m^2[n], \text{ dla } m = 1, \quad (5)$$

gdzie: M -czytelny poziom dekompozycji badanego sygnału. Uwzględniając opisany wyżej sposób wyznaczenia energii wzór (4) uprości się do postaci (6).

$$F[k] = \frac{d_1^p[k]}{a_1^p[k]}, \quad (6)$$

Na Rys. 7 znajduje się porównanie obwiedni $F[k]$ otrzymanych z różnych dekompozycji falkowych tego samego sygnału.

Pierwsza granica pomiędzy 1 i 2 segmentami znajduje się w tym samym miejscu w obu przypadkach. Następuje natomiast przesunięcie (oznaczone strzałką) granicy podziału pomiędzy 2 i 3 segmentami. Należy podkreślić, że odsłuchowe sprawdzenie obu sposobów segmentacji, nie pozwala stwierdzić, która z nich jest właściwsza.



Rys. 7. Obwiednia $F[k]$ słowa „dwa”; a)otrzymana na podstawie dekompozycji db6 poziom 1; b)otrzymana na podstawie dekompozycji db6 poziom 3

W następnym etapie dokonano sprawdzenia porównawczego 20 nagrań słowa „dwa” wypowiedzianych przez tego samego mówcę, zarejestrowanych tym samym urządzeniem. Okazało się że 17 nagranych słów, czyli 85% zostało podzielonych na segmenty właściwie.

6. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania wykazały, że opracowany algorytm segmentacji wykorzystujący transformację falkową, jest ciekawą metodą, która po dalszych badaniach, może stanowić cenne narzędzie analizy mowy.

W dalszych pracach badawczych z większą liczbą słów różnej długości i wypowiedzianych przez osoby o różnicowanej płci i wieku, należy zweryfikować prawidłowość działania opracowanej metody, jak i ocenić z jakiego poziomu dekompozycji winna być wyznaczana. Ponieważ jej obecne stadium pozwala jedynie na ręczne dokonywanie podziału sygnałów mowy, należy w ich trakcie opracować sposób umożliwiający podział sygnału bez udziału człowieka, w celu późniejszego wykorzystania w automatycznym systemie dokonującym podziału słów na segmenty. Po tym etapie winno nastąpić opracowanie całościowego algorytmu programu, automatycznie wydzielającego słowa z otaczającej ciszy, jak i dzielącego zarejestrowane sygnały mowy na segmenty oraz wybór platformy do jego implementacji.

LITERATURA

1. Alani A., Deriche M. (1999), A Novel Approach to Speech Segmentation Using The Wavelet Transform, *Proceedings of The 5th International Symposium on Signal Processing and Applications*, Brisbane, Australia.
2. Demuynck K., Laureys T. (2002), A Comparison of Different Approaches to Automatic Speech Segmentation, *Proceedings of the 5th International Conference on Text, Speech and Dialogue*, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2448.
3. Driaunys K., Rudzionis V., Zvinys P. (2005), Analysis of vocal phonemes and fricative consonant discrimination based on phonetic acoustic features, *Information Technology and Control*, Vol. 34, No. 3
4. Galka J. (2008), *Optymalizacja parametryzacji sygnału w aspekcie rozpoznawania mowy polskiej*, rozprawa doktorska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki, Akademii Górniczo Hutniczej w Krakowie.
5. Gosiewski Z., Tarasiuk M. (2009), Preliminary study of the automatic speech recognition for devices supporting the ill and disabled, *Journal of Vibroengineering*, Vol. 11, No 3, 497-503.
6. Fang X. (1994), *Automatic Phoneme Segmentation of Continuous Speech Signal*, IEEE Transactions.
7. Mallat S. (1999), *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press.
8. Siafarikas M., Mporas I., Ganchev T., Fakotakis N. (2008), Speech Recognition using Wavelet Packet Features, *Journal of Wavelet Theory and Applications*, Number 1, 41–59
9. Tan B. T., Lang R., Schroder H., Spray A., Dermody P. (1994), Applying Wavelet Analysis to Speech Segmentation and Classification, *Wavelet Applications – Proceedings of SPIE*.
10. Zieliński T. P. (2002), *Od teorii do cyfrowego przetwarzania sygnałów*, Zakład Poligraficzny Uniwersytetu Jagiellońskiego.

SPEECH SEGMENTATION IN POLISH LANGUAGE BY WAVELET TRANSFORMATION

Abstract: This article introduces an conception on polish spoken words segmentation using wavelet transformation. There was suggested an algorithm and presented achievements made during researches. Spoken words were then divided and their segmentation correctness was verified with use of mentioned above method. This study provides a base platform for further development of the automatic speech recognition system. Research and calculations were executed in MATLAB.

NOWEJ KONSTRUKCJI POZYCJONER BIEGUNOWY DLA URZĄDZEŃ DO PODPOWIERZCHNIOWEGO GRAWEROWANIA LASEREM STRUKTUR PRZESTRZENNYCH

Roman TROCHIMCZUK*

*Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

politechnikaroman@interia.pl

Streszczenie: W artykule opisano nową koncepcyjną konstrukcję mechatronicznego pozycjonera biegunowego opracowaną dla potrzeb technologii znakowania i grawerowania podpowierzchniowego szkła i innych przezroczystych dielektryków. Omówiono warunek sztywności konstrukcji pozycjonera (dla przypadku klasycznego kartezjańskiego i rozwiązania proponowanego – biegunowego), wpływający bezpośrednio na dokładność obróbki laserowej. W pracy wskazano również możliwe pola zastosowań opracowanej koncepcji pozycjonera biegunowego. Zaproponowana konstrukcja aparatu ruchowego pozwoli na uzyskanie nowej jakości pozycjonowania (uzyskanie efektu synergii) poprzez połączenie komputerowego sterowania z prostym mechanizmem biegunowym (parami obrotowymi), wzorowanym na konstrukcji dysku twardego komputera osobistego.

1. WPROWADZENIE

Technika znakowania za pomocą lasera umożliwia łatwą personalizację różnych przedmiotów. Nawet przy dużych seriach można każdy przedmiot opisać inaczej, nadając mu kolejny numer, czy też opisując nazwiska kolejnych osób – wszystko to, bez potrzeby przygotowania jakichkolwiek klisz, czy matryc, czyli bez ponoszenia kolejnych kosztów. Istotnym i rozwijającym się polem zastosowań obróbki laserowej jest wykorzystanie formującej wiązki obróbczej do grawerowania podpowierzchniowego szkła lub też innych przezroczystych dielektryków. W większości wypadków powstałe w wyniku takiej obróbki dwu- lub trójwymiarowe odwzorowania (tworzone ze zbioru pojedynczych punktów), wykorzystuje się do celów komercyjnych, np. reklama, przemysł pamiątkarski, a uproszczony proces powstawania i wdrożenia produktu daje możliwość odniesienia konkretnych korzyści rynkowych.

Analizując układy pozycjonujące wiązkę obróbczą w obecnie dostępnych na rynku rozwiązaniach systemów do laserowego grawerowania szkła można jednoznacznie stwierdzić, że w zasadzie większość z nich bazuje na rozwiązaniach pozycjonerów pracujących w układach kartezjańskich. Związane jest to między innymi z faktem, iż klasyczne rozwiązania stosowane w obecnie wytwarzanych obrabiarkach niejednokrotnie wzorowane są na rozwiązaniach jeszcze z czasów, kiedy do sterowania maszyn nie używano techniki komputerowej. Niemożliwe do realizacji rozwiązania sprzed kilkunastu, czy też kilkudziesięciu lat, można dzisiaj z powodzeniem wprowadzić do praktyki inżynierskiej w postaci jednolitego urządzenia mechatronicznego, dzięki powiązaniu w jednym produkcie zagadnień z zakresu mechaniki, elektroniki i informatyki. Takim właśnie produktem jest omawiany w dalszej części pracy nowy pozycjoner biegunowy, który dzięki prostej konstrukcji,

niskiemu kosztowi wytworzenia, oraz sterowaniu komputerowemu, może stanowić alternatywne rozwiązanie dla typowych, powszechnie stosowanych pozycjonerów kartezjańskich (Trochimczuk, 2009b).

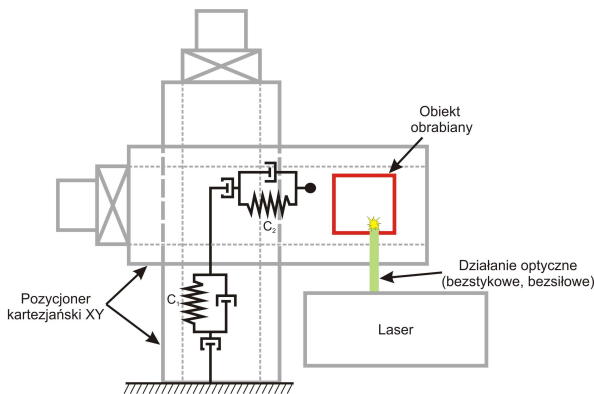
2. DOKŁADNOŚĆ OBRÓBKİ A SZTYWNOŚĆ KONSTRUKCJI UKŁADU POZYCJONUJĄCEGO

Istotnym parametrem, który należy brać pod uwagę przy obróbce laserowej (laserem impulsowym) trójwymiarowych odwzorowań, jest dokładność urządzenia formującego. Wiąże się to bezpośrednio z faktem, iż punkty tworzone przez laserową wiązkę obróbczą muszą mieścić się w określonym wymiarze (x-y-z), tj. ok. 200x200x600 mikrometrów. Odległość pomiędzy nimi powinna być co najmniej równa i nie może być mniejsza od rozmiaru pojedynczo formowanego mikropęknięcia. Wynika to z faktu, że formowane w strukturze szkła odwzorowanie może ulec zniszczeniu (niekontrolowane lokalne pęknięcie znacznie przewyższające rozmiarem i formą standardowe mikropęknięcie), na wskutek nałożenia się na siebie mikropęknięcia nowotworzonego z już wcześniej powstałymi w strukturze szkła. Wspomniana odległość pomiędzy formowanymi wiązką laserową punktami struktury, nie może być również za duża, gdyż wtedy utworzony trójwymiarowy obiekt będzie mniej kontrastowy, a tym samym mniej atrakcyjny z punktu widzenia odbiorcy wytworzonego tą technologią produktu (kubika).

Jednym z istotnych czynników wpływających bezpośrednio na dokładność obróbki jest sztywność konstrukcji aparatu ruchowego (Trochimczuk i Gawrysiak, 2009; Trochimczuk, 2009a). Tu miarą dokładności będzie ugięcie (odkształcenie) konstrukcji na wskutek oddziałujących sił bezwładności. Można więc założyć, że dokładność będzie

tym większa, im większa będzie sztywność rozpatrywanej konstrukcji.

Klasyczne rozwiązanie pozycjonera (dla układu nieruchoma wiązka obróbcza – ruchomy przedmiot obrabiany) opiera się zazwyczaj na stole krzyżowym XY utworzonym z połączonych ze sobą pozycjonerów jednoosiowych. Napęd przekazywany jest z silnika krokowego, poprzez przekładnię śrubową, do stołu pozycjonującego. Powiązanie ruchów w dwóch osiach pozwala na przemieszczanie obiektu obrabianego w płaszczyźnie, a tym samym na formowanie pojedynczych warstw tworzonej struktury odwzorowania. Przedstawiany układ jest układem szeregowym, w którym poza zjawiskami sztywności i tłumienia zakłada się dodatkowo luzy w całej konstrukcji (Rys.1) (Trochimczuk, 2009a, b).



Rys. 1. Sztywności w kartezyjskim aparacie ruchowym urządzenia grawerującego

Całkowitą sztywność omawianego rozwiązania można wyrazić za pomocą następującej zależności:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \quad (1)$$

gdzie: C_1 – sztywność osi X pozycjonera, C_2 – sztywność osi Y pozycjonera.

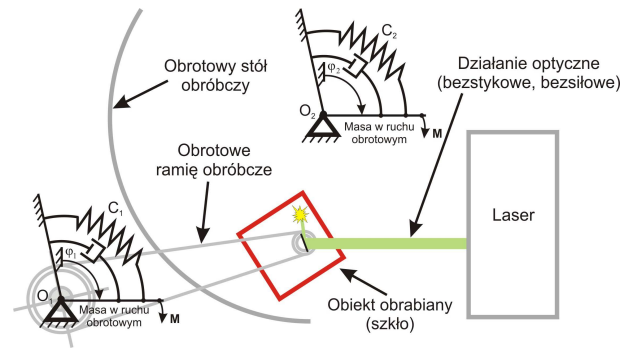
Przeprowadzona analiza aparatu ruchowego pozycjonera, z uwzględnieniem możliwych układów pozycjonujących wiązkę laserową i materiał obrabiany (Trochimczuk, 2009b), skłoniła autora do zaproponowania innego podejścia do pozycjonowania materiału i wiązki obróbczej. Jest ono wzorowane na układach spotykanych w twardych dyskach, czy też w wiertarce do wykonywania otworów w elektronicznych obwodach drukowanych (Müller, 2001). Podejście to, według wiedzy autora, nie jest stosowane w praktyce budowy laserowych urządzeń do grawerowania szkła.

W przypadku pozycjonera biegunowego (Rys. 2) (Trochimczuk i Gawrysiak, 2009; Trochimczuk, 2009a), jako modyfikacji wspomnianej konstrukcji klasycznej poszczególne sztywności występują w układzie równoległym. Całkowita sztywność urządzenia sprowadza się do sumy sztywności ramienia obróbczego i stołu obróbczego, co można zapisać zależnością:

$$C = C_1 + C_2, \quad (2)$$

gdzie: C_1 – sztywność ramienia obróbczego pozycjonera,

C_2 – sztywność stołu obróbczego pozycjonera.



Rys. 2. Sztywności w biegunowym aparacie ruchowym urządzenia grawerującego

Obróbka trójwymiarowego odwzorowania wykonywana jest warstwowo, zaczynając od warstw położonych najniżej, przechodząc kolejno do warstw wyżej położonych. Wynika to z faktu, że lokalne mikropęknięcie mogłoby „przesłonić” obszar, do którego dotrzeć powinno ognisko skupionej wiązki laserowej (materiał stałby się w tym miejscu nieprzezroczysty). Nałożenie się w tym miejscu mikropęknięć spowodowałoby wspomniane wcześniej zniszczenie formowanego odwzorowania. Z racji warstwowej obróbki w obu omawianych przypadkach analiza sprowadza się tylko do przemieszczeń pozycjonerów w płaszczyźnie XY – stąd nie rozpatrywano tu współrzędnej Z, służącej tylko do przejścia na następną warstwę (Trochimczuk, 2009b).

Korzystny argument sztywnościowy oraz argument związany z kosztami wytworzenia proponowanego rozwiązania, w stosunku do dokładnych osi kartezyjskich, skłonił autora do opracowania konstrukcji pozycjonera biegunowego. Przedstawione prototypowe rozwiązanie będzie wykorzystane do przeprowadzenia dalszych badań symulacyjnych potwierdzających zasadność przyjętego rozumowania, oraz utworzenia rzeczywistego prototypu i sprawdzenia jego użyteczności w warunkach warsztatowych.

Przy opracowaniu koncepcji pozycjonera dodatkowo brano pod uwagę argument zwiększonej wydajności i szybkości pracy urządzeń pracujących w układzie biegunowym. Istotną różnicę można tu zauważyć porównując m.in. czas wykonania typowego cyklu pracy (dla zadania *pick-and-place*) robota kartezyjskiego XYZ i robota typu SCARA – biegunowego. Korzystniej wypada w tym porównaniu robot typu SCARA (ten sam cykl zrealizowano o 0,41 sekundy szybciej) (Trochimczuk, 2009a, b).

Innym, równie istotnym, argumentem jest również czynnik niższych kosztów wytworzenia prostych par obrotowych w stosunku do dokładnych prowadnic liniowych. W kartezyjskich pozycjonerze XY dokładność przemieszczenia zależeć będzie w głównej mierze od dokładności wykonania prowadnic, oraz od zapewnienia prostopadłości osi w stosunku do siebie. Ten czynnik w znaczący sposób podraża konstrukcję, a tym samym wpływa na wzrost ceny całego systemu obróbczego.

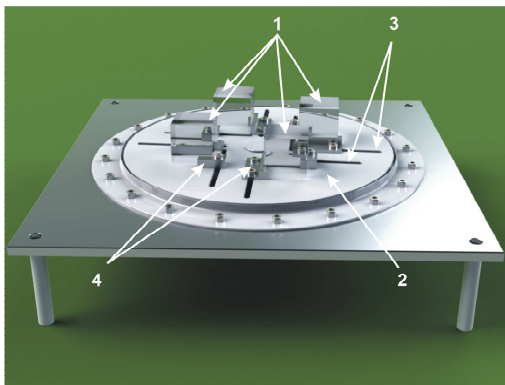
W dalszych rozdziałach opracowania omówione zostaną opracowane koncepcyjne konstrukcje stołu obróbczego, ramienia obróbczego oraz całego aparatu ruchowego pozycjonera biegunowego.

3. KONCEPCYJNE ROZWIĄZANIE OBROTOWEGO STOŁU OBRÓBCZEGO

Aby można było przy obróbce uformować obiekt (punkt) w dowolnym punkcie przestrzeni, konieczne jest kątowe pozycjonowanie stołu obróbczego. Stół taki obraca się wokół osi O_2 , o zadany kąt φ_2 (Rys. 2).

Ogólnym i głównym założeniem przy opracowaniu koncepcji stołu obróbczego było przede wszystkim to, aby umożliwiał on pewne zamocowanie obiektu obrabianego (bryły szkła). Konieczność spełnienia tego warunku wynika z faktu, iż obiekty obrabiane w trakcie obróbki będą poruszać się z określoną, stałą prędkością obrotową. Poza wspomnianym wymaganiem dzięki zastosowaniu obrotowego urządzenia, można ograniczyć przestrzeń ładunku materiału poddawanego obróbce, a tym samym bardziej „odizolować” strefę oddziaływania na otoczenie pracy, odbitych od powierzchni zewnętrznych szkła wiązek laserowych. System sterujący przemieszczeniami stołu obróbczego, wraz z obiektami obrabianymi, powinien zapewniać również płynną regulację prędkości obrotowej. W celu pełnego wykorzystania możliwości obróbczych oferowanych przez instrument formowania trójwymiarowych struktur, konieczne jest zapewnienie takich przemieszczeń, aby można było wykorzystać 100, 200 (lub więcej) impulsów generowanych przez laser impulsowy w ciągu jednej sekundy.

Czas trwania pojedynczego impulsu laserowego mieści się w zakresie od 4ns do 6ns, a kolejny impuls, biorąc pod uwagę, np. laser 200Hz, generowany jest w takcie co 5 ms. W związku z powyższym przejście do kolejno formowanego punktu struktury powinno nastąpić w przedstawionym wyżej okresie czasu. W momencie kiedy nie będzie zachodzić konieczność umieszczenia punktu w lokalnym obszarze obiektu formowanego, specjalny układ mechaniczny przysłoni formującą wiązkę laserową, a co za tym idzie nie będzie oddziaływać ona na strukturę obiektu obrabianego (szkła).



Rys. 3. Koncepcyjne rozwiązanie stołu obróbczego dla biegunowego aparatu ruchowego urządzenia grawerującego

Dla potrzeb opracowania projektu konstrukcji przyjęto, że maksymalny rozmiar obiektu obrabianego powinien zamykać się w rozmiarze 100x100x100mm, a opracowana konstrukcja powinna zapewniać jednocześnie zamocowanie czterech obiektów obrabianych. Warunek ten zapewni

przede wszystkim zwiększenie wydajności obróbki całego systemu grawerującego, co w przypadku wykorzystania układu dla celów komercyjnych jest bardzo znaczącym argumentem.

Proponowane koncepcyjne rozwiązanie stołu obróbczego przedstawiono na Rys. 3. Zgodnie z przyjętymi założeniami poddawane obróbce szklane bryły (kubiki) oznaczone na Rys. 3 jako 1 zamocowane są na powierzchni obrotowego stołu obróbczego 2, z wykorzystaniem specjalnych mocowań 4.

Proponowane mocowania umożliwiają dostosowanie rozmiaru obszaru mocowania do rozmiaru szklanej bryły. Wynika to m.in. z faktu, że poddawane obróbce mogą być różnych rozmiarów obiekty wejściowe.

Dopasowanie do rozmiaru kubika następuje dzięki przesunięciu do żądanej pozycji mocowań w specjalnie wydrążonych kanalikach 3 na powierzchni stołu obrotowego. Ostateczne ustalenie pozycji następuje po docięnięciu mocowania, do powierzchni stołu i płaszczyzny obrabianego szkła, śrubą z łbem imbusowym.

Projektując sterowanie przemieszczeniami stołu obróbczego należy wziąć pod uwagę fakt, że poza utrzymywaniem stałej wartości prędkości obrotowej stołu, konieczna jest też jej możliwa regulacja w określonym zakresie. Wynika to z przyjęcia założenia, że na danym stałym promieniu r_1 stół obraca się z taką prędkością, która zapewni wykorzystanie maksymalnej liczby impulsów lasera formujących strukturę odwzorowania. Najkorzystniej jest, aby promień ten stanowił połowę promienia przestrzeni obróbczej stołu obrotowego. Zmianę tego promienia można opisać ogólną zależnością:

$$r_1 = 0,5r \pm i \cdot b, \quad i = -n, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

gdzie: r – promień określający całą przestrzeń roboczą stołu; b – minimalna odległość pomiędzy formowanymi punktami struktury; n – współczynnik, przy którym osiąga się ekstrema przestrzeni roboczej.

Wartości potrzebnych prędkości kątowych dla danego promienia można wyznaczyć korzystając z ogólnych zależności na prędkość kątową ω . Przyjąć należy wtedy za zmianę czasową Δt – czas generacji kolejnego impulsu lasera, natomiast zmianę wartości kąta $\Delta \alpha$ wyliczyć można z zależności na długość łuku okręgu, który w przybliżeniu może być przyjęty dla pierwszych obliczeń jako minimalna odległość pomiędzy kolejno formowanymi punktami struktury.

Zapewnienie stałej wartości prędkości obrotowej stołu obróbczego, wraz z zamocowanymi na nim kubikami, wpłynie na redukcję powstających sił bezwładności. Ich wpływ (w głównej mierze powodują one drgania całego urządzenia) jest niekorzystny z racji na szybsze zużycie komponentów systemu pozycjonowania i całego systemu obróbczego, oraz z racji na pogarszającą się, wraz z powstającymi drganiami, jakość formowanej powierzchni obiektu obrabianego (Trochimeczuk, 2009b).

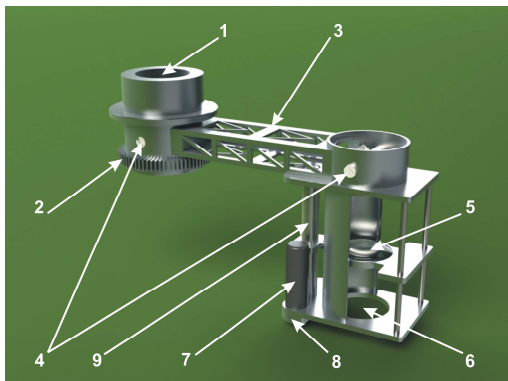
Napęd stołu stanowić będzie odpowiednio dobrany silnik krokowy połączony z precyzyjną przekładnią harmoniczną, o przełożeniu większym niż 1:2000. Dodatkowy podział kroku silnika zrealizowany będzie poprzez użycie, do sterowania napędem, karty sterownika pracującej w trybie mikrokrokowym (*microstep*).

4. KONCEPCYJNE ROZWIĄZANIE KONSTRUKCJI RAMIENIA OBRÓBCZEGO

Ramię obróbcze wraz z omawianym stołem pozycjonującym obiekt obrabiany tworzy pozycjoner biegunowy. Parametrami charakteryzującymi ramię obróbcze są: jego stała długość r_r , oraz kąt obrotu ϕ_1 wokół osi O_1 (Rys.2).

W założeniu konstrukcja ramienia winna umożliwić ukierunkowanie wiązki obróbczej w dowolny punkt przestrzeni obrabianej bryły szklanej. Jednocześnie układ optyczny związany z ramieniem obróbczym powinien zapewnić zmianę ogniska wiązki laserowej, w takim zakresie, aby można było uformować dowolne punkty przestrzennego odwzorowania o maksymalnym rozmiarze 100x100x100mm.

Ramię obróbcze powinno zapewnić również taką rozdzielczość przesunięcia, aby możliwe było przemieszczenie ogniska w odległości, od punktu do punktu, ok. 200 mikrometrów. Materiał użyty do budowy ramienia powinien być sztywny i lekki. Długość jego powinna być maksymalnie najkrótsza, a jednocześnie powinna być taka, aby mogła zapewnić pokrycie obszaru roboczego stołu. Dzięki takiemu założeniu można będzie ograniczyć wpływ oddziaływujących sił bezwładności, które niekorzystnie wpływają na jakość obróbki laserowej.



Rys. 4. Konceptyjne rozwiązanie ramienia obróbczego dla biegunowego aparatu ruchowego urządzenia grawerującego

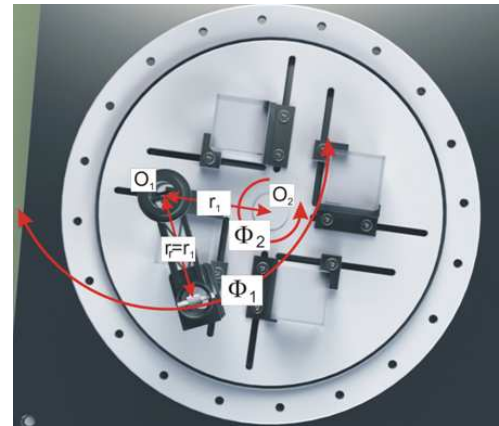
Aby spełnić tak postawione wymagania zaprojektowano ramię obróbcze w postaci takiej, jak przedstawiono na Rys. 4.

Obróbcza wiązka laserowa kierunkowana jest przez układ optyczny w przestrzeń tulei 1 zaznaczonej na Rys. 4. Tuleja ta wykorzystywana jest do mocowania ramienia obróbczego w korpus aparatu ruchowego i zapewnia jednocześnie możliwość obrotu ramienia o określony kąt. Dodatkowo na wspomnianej tulei wykonany jest wieniec zębaty 2, który w połączeniu z napędem z przekładnią harmoniczną, pozwala na uzyskanie dodatkowego przełożenia dla pojedynczego kroku (przemieszczenia).

W tulei zamocowane jest zwierciadło 4 odbijające wiązkę laserową i kierunkującą ją w stronę drugiego zwierciadła, którego zadaniem jest skierowanie wiązki na skupiający układ optyczny 5. Układ ten zapewnia możliwość regulacji wysokości ogniska wiązki formującej, która przechodząc przez przestrzeń, oznaczoną na Rys. 4 jako 6, kierowana

jest w przestrzeń kubika. Sterowanie wysokością oddziaływania ogniska odbywa się dzięki wykorzystaniu dodatkowego napędu 7. Dzięki połączeniu z odpowiednią przekładnią 8, służy on do przemieszczania w osi Z przez układ typu wrzeciono -nakrętka 9, sprzężonej soczewki skupiającej 5.

Zakładany ruch ramienia obróbczego dla kąta ϕ_1 przewiduje się w zakresie $(0, \pi)$. Długość ramienia r_r powinna odpowiadać wspomnianej wcześniej długości promienia r_1 stołu obróbczego. Za długość ramienia r_r przyjąć należy nie rozmiar całej konstrukcji, lecz odległość mierzoną pomiędzy wiązką obróbczą wchodzącą i wychodzącą z ramienia obróbczego. Oś obrotu ramienia O_1 powinna znajdować się na przecięciu z promieniem r_1 stołu obróbczego (Rys. 5).



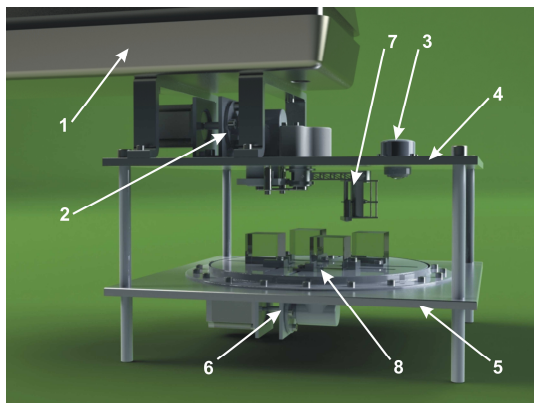
Rys. 5. Widok pozycji ramienia obróbczego nad obrotowym stołem obróbczym

Tak przyjęte parametry pozwolą na zapewnienie pełnego oddziaływania wiązki laserowej na zamocowane na stole obrotowym kubiki (na pokrycie przestrzeni obróbczej), a także na maksymalne skrócenie ramienia i zmniejszenie oddziaływania na jego konstrukcję powstających przy przemieszczaniu sił bezwładności.

5. KONCEPCJA APARATU RUCHOWEGO POZYCJONERA BIEGUNOWEGO URZĄDZENIA GRAWERUJĄCEGO

Na podstawie wyników przeprowadzonej analizy przemieszczeń ramienia obróbczego oraz obiektu obrabianego, a także warunków zmniejszenia masy i długości ramienia obróbczego (Trochimczuk, 2007, 2009b) opracowana została koncepcyjna konstrukcja aparatu ruchowego laserowego urządzenia grawerującego (Rys. 6).

Proponowany aparat ruchowy składa się z dwóch zasadniczych modułów: jeden związany jest płytą konstrukcyjną 4 z ramieniem obróbczym 7 (Rys.6), natomiast drugi moduł związany z płytą 5, na której jest zamontowany obrotowy stół obróbczy 8. Do napędu wspomnianych komponentów używane są zespoły silnika krokowego z odpowiednimi przekładniami harmonicznymi – 2, 6. Dodatkowo nad płytą górną 4 zamocowany jest emiter lasera impulsowego 1 – typu Nd:YAG (Rys.6) zintegrowany z odpowiednim układem optycznym, układem sterowania, zasilania i chłodzenia.



Rys. 6. Konceptyjne rozwiązanie biegunowego aparatu ruchowego laserowego urządzenia grawerującego

Komponentem, który uzupełnia koncepcję aparatu ruchowego pozycjonera jest system sensoryczny 3 (Rys.6). Wykorzystywany jest on do zliczania ilości defektów utworzonych w strukturze obiektu obrabianego. Jego istnienie wymuszone jest faktem konieczności zapewnienia pętli sprzężenia w przypadku sytuacji awaryjnej, np. powstałej przy utracie zasilania lub awaryjnego zatrzymania pracy systemu formowania przez użytkownika. Poza tym umożliwia on także rozpoczęcie obróbki od wskazanego punktu (elementu struktury), czy też punktu zapisanego przez system sterowania w niezależnym energetycznie rejestrze kontrolera sterującego pozycjonerem (Trochimczuk, 2009b).

Praca wszystkich komponentów mechanicznego układu wykonawczego (laser, napędy pozycjonera) oraz elektronicznego systemu informacyjnego (m.in. układ sensoryczny) nadzorowane i sterowane będą przez specjalnie napisane, sprzęgające oprogramowanie.

6. MOŻLIWE PERSPEKTYWY WYKORZYSTANIA OPRACOWANEJ NOWEJ KONSTRUKCJI POZYCJONERA BIEGUNOWEGO

Przedstawione rozważania dotyczące pozycjonera mechatronicznego urządzenia do grawerowania szkła, nasuwają pola przyszłych badań. Otrzymane rezultaty analizy pozycjonera biegunowego (Trochimczuk, 2009b) szczególnie zachęcają do głębszego zajęcia się pozycjonowaniem biegunowym w innych obrabiarkach; nie tylko tam, gdzie narzędziem jest laser. Dokładność pozycjonowania, wynikająca ze sztywności i prostoty konstrukcji, oraz łatwość przeliczenia pozycji w czasie rzeczywistym (komputer), przekładają się na niski koszt wytworzenia urządzenia, przy zachowaniu wysokiej jakości obróbki.

Jeśli zaś pozostaniemy przy laserze, to dokładne pozycjonowanie biegunowe może się przydać w zastosowaniach medycznych, np. przy zabiegach okulistycznych. Wykonany trójwymiarowy obraz wnętrza oka, wraz z obszarem, gdzie konieczna byłaby ingerencja chirurga, zdefiniować można tak samo, jak w dowolnym przestrzennym odwzorowaniu.

Innym polem zastosowań prezentowanego pozycjonera biegunowego może być technologia SLM (*Selective Laser Melting*). Istotą tej technologii jest spiekanie przestrzennych struktur, m.in. z proszku tytanowego dla potrzeb tworzenia

prototypów funkcjonalnych dla różnych gałęzi przemysłu. Struktura obiektu obrabianego podobnie jak w przypadku grawerowania laserowego wytwarzana jest warstwa po warstwie, na podstawie zamodelowanego komputerowo wcześniej odwzorowania. Różnica polega w zasadzie tylko na tym, że proces przebiega w osłonie gazowej. W wyniku obróbki laserowej można otrzymać obiekt charakteryzujący się wysoką dokładnością kształtu i gęstością materiału z jakiego został wykonany. Opisane pole zastosowań wykorzystuje się z powodzeniem w medycynie (np. w protetyce stomatologicznej i kostnej), jak i w przemyśle maszynowym.

W przypadku wspomnianych wyżej technologii pozostaje tylko odpowiednio dobrać komponenty systemu mechatronicznego (narzędzie – zamiast np. lasera Nd:YAG – laser CO₂, natomiast zamiast powszechnie używanego pozycjonera kartezjańskiego – proponowany nowy pozycjoner biegunowy). Idea zastosowań pozycjonera dla przytoczonych wyżej przykładów nie ulega większej zmianie.

LITERATURA

1. Müller T. (2001), PCB Drilling Machine – New solution to old problems, *Elektor Electronics*, nr 3, 12-18.
2. Trochimczuk R. (2007), Koncepcja biegunowego aparatu ruchowego pozycjonera urządzenia grawerującego, W: *Projektowanie Mechatroniczne Zagadnienia wybrane, pod red. T. Uhla*, AGH, Kraków, 201-208.
3. Trochimczuk R. (2009a), Synergia na przykładzie pozycjonowania wiązki lasera w mechatronicznych urządzeniach do grawerowania szkła, W: *Projektowanie Mechatroniczne Zagadnienia wybrane, pod red. T. Uhla*, AGH, Kraków.
4. Trochimczuk R. (2009b), Mechatroniczne pozycjonowanie wiązki lasera impulsowego w urządzeniach do formowania obiektów trójwymiarowych w szkłe – rozprawa doktorska, AGH, Kraków.
5. Trochimczuk R., Gawrysiak M. (2009), *Analysis of Polar Positioning System in Laser Device for Glass Engraving, Solid State Phenomena*, Vols. 147-149 (2009), Trans Tech Publications, Switzerland, Zurich, 107-112.

STUDY OF CONSTRUCTION A NEW POLAR POSITIONING SYSTEM FOR LASER DEVICE FOR 3D SUBSURFACE GLASS ENGRAVING

Abstract: New construction of mechatronics polar positioning system of laser device for engraving glass and other transparent dielectrics there is presented in the work. The results of analysis of stiffness Cartesian positioning system and alternative new polar positioning system are presented too. The description of the constructions of working arm and rotation table of polar positioning system is given in the paper. Possible applications of describe polar positioning system are defined. Presented in the work construction of movement device brings the new quality of positioning (a synergy effect) through connection the computer control technology with the simple polar mechanism similar to construction of computer hard drive.

Pracę wykonano w ramach realizacji badań pracy statutowej nr S/W/M/1/2008 Katedry Automatyki i Robotyki Wydziału Mechanicznego Politechniki Białostockiej.

ZASTOSOWANIE SZTUCZNYCH SIECI NEURONOWYCH W DOBORZE FUNKCJI NAPĘDOWYCH ŻURAWI NA PODATNYM PODŁOŻU

Andrzej URBAŚ*, Marek SZCZOTKA*

*Katedra Informatyki Stosowanej, Wydział Zarządzania i Informatyki, Akademia Techniczno-Humanistyczna
ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała

aurbas@ath.edu.pl, mszczotka@ath.edu.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono model dynamiczny układu żurawia chwytakowego posadowionego podatnie. Model posłużył do wykonania optymalizacji dynamicznej celem doboru funkcji napędowych ruchu obrotu i wysięgu zapewniających ruch ładunku po zadanej trajektorii (okręgu) oraz stabilizację ładunku po zatrzymaniu, mimo podatności podparcia. Ze względu na długi czas obliczeń optymalizacyjnych, model jest mało przydatny do sterowania układem w czasie rzeczywistym. Zastosowano zatem metodologię sztucznych sieci neuronowych, które generują odpowiedź dla układu sterowania w czasie znacznie krótszym.

1. WPROWADZENIE

Przedstawione w niniejszym artykule rozważania, dotyczące analizy dynamicznej żurawia chwytakowego posadowionego podatnie, są kontynuacją badań prowadzonych przez autorów od kilku lat (Urbaś, 2007), (Urbaś i Wojciech, 2008, 2009). W pierwszych pracach przedstawiono model matematyczny, jego weryfikację pośrednią (MSC. ADAMS; Urbaś, 2007) oraz podjęto próby doświadczalnego zweryfikowania modelu (Urbaś i inni, 2008). W kolejnych pracach (Urbaś i inni, 2009), (Urbaś i Wojciech, 2009), na podstawie doświadczeń (Maczyński i Wojciech, 2003, 2009), zastosowano optymalizację dynamiczną do określenia funkcji napędowych.

Model dynamiczny żurawia opisany został z zastosowaniem formalizmu współrzędnych złączonych i transformacji jednorodnych. Równania ruchu wyprowadzono z równań Lagrange'a II rodzaju. Spośród podstawowych metod całkowania równań, metoda Newmarka cechuje się dobrą stabilnością przy całkowaniu ze stosunkowo dużym krokiem. W zadaniach optymalizacji jest to ważne ze względu na znaczną czasochłonność obliczeń. Zadanie optymalizacyjne polegające na wyznaczeniu napędów żurawia (obrotu i wysięgu), realizujące zadaną trajektorię i stabilizujące ładunek po zatrzymaniu, przy jednoczesnej kompensacji podatności podparcia, rozwiązywano stosując metodę Nelder-Meada.

W przypadku rozpatrywania zagadnień optymalizacyjnych, ze względu na długie czasy obliczeń numerycznych, a tym samym ich niską użyteczność w sterowaniu w czasie rzeczywistym, można zastosować sztuczne sieci neuronowe (Fałat i inni, 2005), (Nakazano K. i inni, 2008).

2. MODEL MATEMATYCZNY UKŁADU

Rozpatrywany model żurawia przedstawiono na Rys. 1. Układ składa się z czterech sztywnych członów, stanowią-

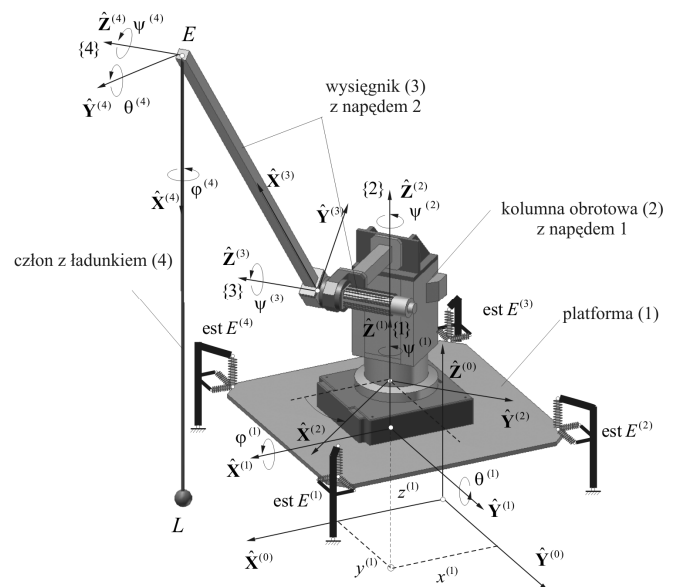
cych strukturę otwartego łańcucha kinematycznego. W opisie ich ruchu zastosowano współrzędne złączowe.

Wektory definiujące ruch poszczególnych członów przedstawić można zatem w postaciach:

$$\mathbf{q}^{(p)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(p-1)} \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(p)} \end{bmatrix}, \quad p = 1, 2, 3, 4, \quad (1)$$

gdzie: $\tilde{\mathbf{q}}^{(1)} = [x^{(1)} \ y^{(1)} \ z^{(1)} \ \psi^{(1)} \ \theta^{(1)} \ \phi^{(1)}]^T$,

$\tilde{\mathbf{q}}^{(2)} = [\psi^{(2)}]$, $\tilde{\mathbf{q}}^{(3)} = [\psi^{(3)}]$, $\tilde{\mathbf{q}}^{(4)} = [\psi^{(4)} \ \theta^{(4)} \ \phi^{(4)}]^T$.



Rys. 1. Model żurawia posadowionego podatnie

Macierze definiujące transformację współrzędnych z układów lokalnych do układu odniesienia przedstawic można zależnościami:

$$\mathbf{B}^{(p)} = \mathbf{B}^{(p-1)} \tilde{\mathbf{B}}^{(p)}, \quad (2)$$

gdzie: $\mathbf{B}^{(0)} = \mathbf{I}$,

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{B}}^{(1)} &= \begin{bmatrix} 1 & -\psi^{(1)} & \theta^{(1)} & x^{(1)} \\ \psi^{(1)} & 1 & \varphi^{(1)} & y^{(1)} \\ -\theta^{(1)} & \varphi^{(1)} & 1 & z^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{przyjęto małe kąty } \psi^{(1)}, \theta^{(1)}, \varphi^{(1)}), \\ \tilde{\mathbf{B}}^{(2)} &= \begin{bmatrix} c\psi^{(2)} & -s\psi^{(2)} & 0 & x_{2org}^{(1)} \\ s\psi^{(2)} & c\psi^{(2)} & 0 & y_{2org}^{(1)} \\ 0 & 0 & 1 & z_{2org}^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{B}}^{(3)} &= \begin{bmatrix} c\psi^{(3)} & -s\psi^{(3)} & 0 & x_{3org}^{(2)} \\ 0 & 0 & -1 & y_{3org}^{(2)} \\ s\psi^{(3)} & c\psi^{(3)} & 0 & z_{3org}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{B}}^{(4)} &= \begin{bmatrix} c\psi^{(4)} & -s\psi^{(4)} & 0 & x_{4org}^{(3)} \\ s\psi^{(4)} & c\psi^{(4)} & 0 & y_{4org}^{(3)} \\ 0 & 0 & 1 & z_{4org}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta^{(4)} & 0 & s\theta^{(4)} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\theta^{(4)} & 0 & c\theta^{(4)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\varphi^{(4)} & -s\varphi^{(4)} & 0 \\ 0 & s\varphi^{(4)} & c\varphi^{(4)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

$x_{porg}^{(p-1)}, y_{porg}^{(p-1)}, z_{porg}^{(p-1)}$ są współrzędnymi początku $\{p\}$ -tego układu współrzędnych w układzie $\{p-1\}$.

Ruch układu opisuje zatem wektor współrzędnych uogólnionych:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}^{(4)} = \left[\tilde{\mathbf{q}}^{(1)T} \quad \tilde{\mathbf{q}}^{(2)T} \quad \tilde{\mathbf{q}}^{(3)T} \quad \tilde{\mathbf{q}}^{(4)T} \right]^T. \quad (3)$$

W przypadku założeniu o wymuszeniu kinematycznym ruchu członów 2 i 3 przyjmuje się:

$$\psi^{(k)} = \alpha_0^{(k)}, \quad k = 2, 3 \quad (4)$$

gdzie: $\psi^{(k)}$ – kąty określone w (1), $\alpha_0^{(k)}$ – znane funkcje czasu.

Równania ruchu układu wyprowadzono z równań Lagrange'a II rodzaju:

$$\varepsilon_k(E) + \frac{\partial V}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = Q_j, \quad j = 1, \dots, 11 \quad (5)$$

Gdzie: $\varepsilon_k(E) = \frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial E}{\partial q_j}$ są operatorami Lagrange'a,

E energia kinetyczna układu, V – energia potencjalna układu, D – funkcja dyssypacji energii, Q_i – niepotencjalne siły uogólnione, $q_j, \dot{q}_j$ – współrzędne i prędkości uogólnione z (3).

2.1. Energia kinetyczna i potencjalna sił ciężkości układu

Energię kinetyczną i potencjalną sił ciężkości układu wyrażają zależności:

$$E = \sum_{p=1}^4 \tilde{E}^{(p)}, \quad (6.1)$$

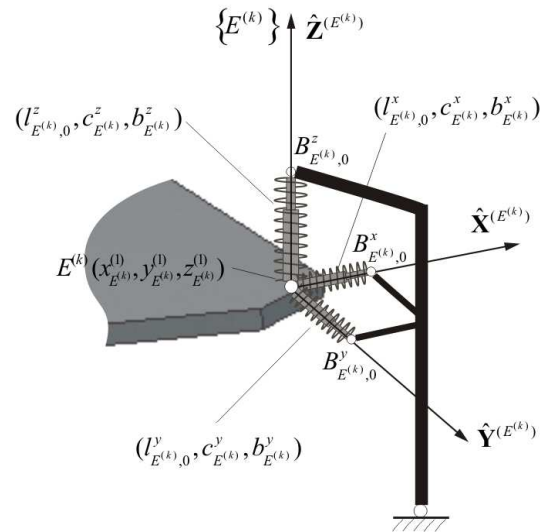
$$V_g = \sum_{p=1}^4 \tilde{V}_g^{(p)}, \quad (6.2)$$

gdzie: $\tilde{E}^{(p)} = \text{tr} \{ \dot{\mathbf{B}}^{(p)} \mathbf{H}^{(p)} \dot{\mathbf{B}}^{(p)T} \}$, $\mathbf{H}^{(p)}$ – macierz pseudo-bezwładnościowa, $\tilde{V}_g^{(p)} = m^{(p)} g \mathbf{\theta}_3 \mathbf{B}^{(p)} \tilde{\mathbf{r}}_{C(p)}^{(p)}$, $\mathbf{H}^{(p)}$ – macierz pseudo-bezwładnościowa, $\mathbf{\theta}_3 = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$, g – przyspieszenie ziemskie, $\tilde{\mathbf{r}}_{C(p)}^{(p)}$ – wektor definiujący położenie środka masy członu p , w lokalnym układzie współrzędnych.

2.2. Energia odkształcenia sprężystego oraz funkcja dyssypacji energii podpór

Układ podpór modelowano za pomocą elementów sprężysto-tłumiących (est $E^{(k)}$ ($k = 1, 2, 3, 4$)) – Rys. 2.

est $E^{(k)}$ ($k = 1, 2, 3, 4$)



Rys. 2. Model podatnego połączenia

Energię odkształcenia sprężystego oraz funkcję dyssypacji energii można wyrazić w postaciach:

$$V_e = \sum_{k=1}^4 \sum_{\alpha=\{x,y,z\}} V_{E^{(k)}}^{\alpha}, \quad (7.1)$$

$$D_e = \sum_{k=1}^4 \sum_{\alpha=\{x,y,z\}} D_{E^{(k)}}^{\alpha}, \quad (7.2)$$

gdzie:

$$V_{E^{(k)}}^\alpha = \frac{1}{2} (d_{E^{(k)}}^\alpha)^T c_{E^{(k)}}^\alpha d_{E^{(k)}}^\alpha, \quad D_{E^{(k)}}^\alpha = \frac{1}{2} (\dot{d}_{E^{(k)}}^\alpha)^T b_{E^{(k)}}^\alpha \dot{d}_{E^{(k)}}^\alpha,$$

$d_{E^{(k)}}^\alpha = l_{E^{(k)}}^\alpha - l_{E^{(k)},0}^\alpha$ – odkształcenie sprężyny w est $E^{(k)}$

w kierunku α , $l_{E^{(k)}}^\alpha = \left| \mathbf{U}_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} \mathbf{q}^{(1)} \right|$ – długość sprężyny na-

piętej, $l_{E^{(k)},0}^\alpha$ – długość sprężyny nienapiętej, $c_{E^{(k)}}^\alpha, b_{E^{(k)}}^\alpha$

– współczynniki sztywności i tłumienia,

$$\mathbf{U}_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} & -y_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} \\ 0 & 1 & 0 & -z_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} & 0 & x_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} \\ 0 & 0 & 1 & y_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} & -x_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} & 0 \end{bmatrix}$$

2.3. Równania ruchu układu

Równania ruchu opisanego powyżej układu można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{A}^{(p)} \ddot{\mathbf{q}}^{(p)} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^{(p)} \\ \mathbf{f}_2^{(p)} \\ \mathbf{f}_3^{(p)} \\ \mathbf{f}_4^{(p)} \end{bmatrix} - \frac{\partial V_e}{\partial \mathbf{q}^{(1)}} - \frac{\partial D_e}{\partial \dot{\mathbf{q}}^{(1)}}, \quad (8)$$

gdzie: $\mathbf{A}_{i,j}^{(p)} = \sum_{l=\max\{i,j\}}^p \tilde{\mathbf{A}}_{i,j}^{(l)}$, $\tilde{\mathbf{A}}_{v,j}^{(p)} = \left(\tilde{a}_{n^{(v-1)+l}, n^{(j-1)+s}}^{(p)} \right)_{l=1, \dots, \tilde{n}^{(v)}; s=1, \dots, \tilde{n}^{(j)}}$,

$v, j = 1, \dots, p$, $\tilde{a}_{k,j}^{(p)} = \text{tr} \left\{ \mathbf{B}_k^{(p)} \mathbf{H}^{(p)} \mathbf{B}_j^{(p)T} \right\}$,

$\mathbf{f}_i^{(p)} = \sum_{l=1}^p [-\tilde{\mathbf{h}}_i^{(l)} - \tilde{\mathbf{g}}_i^{(l)}]$, $\tilde{\mathbf{h}}_v^{(p)} = \left(\tilde{h}_{n^{(v-1)+l}}^{(p)} \right)_{l=1, \dots, \tilde{n}^{(v)}}$, $v = 1, \dots, p$,

$\tilde{h}_k^{(p)} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \text{tr} \left\{ \mathbf{B}_k^{(p)} \mathbf{H}^{(p)} \mathbf{B}_{i,j}^{(p)T} \right\} \dot{q}_i^{(p)} \dot{q}_j^{(p)}$,

$\tilde{\mathbf{g}}_v^{(p)} = \left(\tilde{g}_{n^{(v-1)+l}}^{(p)} \right)_{l=1, \dots, \tilde{n}^{(v)}}$, dla $v = 1, \dots, p$,

$\tilde{g}_l^{(p)} = m^{(p)} g \theta_3 \mathbf{B}_l^{(p)} \tilde{\mathbf{r}}_{C^{(p)}}^{(p)}$,

$\frac{\partial V_e}{\partial \mathbf{q}^{(1)}} = \sum_{k=1}^4 \sum_{\alpha=\{x,y,z\}} c_{E^{(k)}}^\alpha \left(l_{E^{(k)}}^\alpha - l_{E^{(k)},0}^\alpha \right) \frac{1}{l_{E^{(k)}}^\alpha} \left[\left(\mathbf{U}_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} \right)^T \mathbf{U}_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} \mathbf{q}^{(1)} \right]$

$\frac{\partial D_e}{\partial \dot{\mathbf{q}}^{(1)}} = \sum_{k=1}^4 \sum_{\alpha=\{x,y,z\}} b_{E^{(k)}}^\alpha \left[\left(\mathbf{U}_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} \right)^T \mathbf{U}_{B_{E^{(k)},0}^\alpha}^{(E^{(k)})} \dot{\mathbf{q}}^{(1)} \right]$.

Ruch układu opisany jest zatem układem jedenastu nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu, które w implementacji komputerowej całkowano metodą Newmarka ze stałym krokiem całkowania.

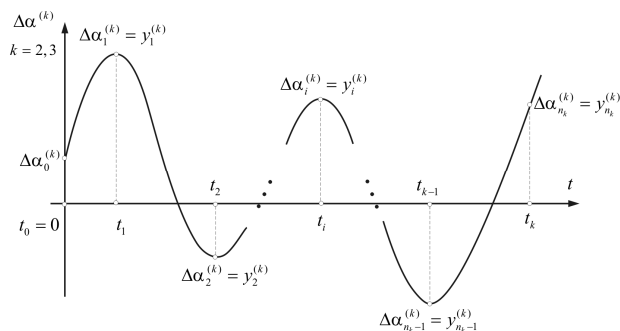
3. ZADANIE OPTIMALIZACJI DYNAMICZNEJ

Celem optymalizacji jest znalezienie korekt $\Delta \alpha^{(k)}$ ($k=2,3$) jakie należy dodać do początkowych (założonych)

przebiegów funkcji napędowych $\alpha_0^{(k)} = \psi^{(k)}$, aby zapewnić realizację założonej trajektorii (ruch po okręgu) i pozycjonowanie ładunku po zatrzymaniu, kompensując jednocześnie podatność podparcia. Przyjmuje się, że:

$$\alpha^{(k)} = \alpha_0^{(k)} + \Delta \alpha^{(k)}. \quad (9)$$

Korekty $\Delta \alpha^{(k)}$ wyznaczono stosując interpolację funkcjami sklejanymi trzeciego rzędu zdefiniowanymi przez n_k-1 wartości – Rys. 3.



Rys. 3. Interpolacja funkcjami trzeciego stopnia

Celem pojedynczego zadania optymalizacji dynamicznej jest minimalizacja funkcjonału:

$$F(\Delta \alpha^{(k)}) = c_1 \frac{1}{t_k} \sqrt{\int_0^{t_k} [r_L - r_0]^2 dt} + c_2 E(t_k) + c_3 \Delta(t_k), \quad (10)$$

gdzie: c_1, c_2, c_3 – współczynniki, $r_L^2 = x_L^2 + y_L^2$ – współrzędne ładunku, r_0 – promień założonej trajektorii (okręgu), $E(t_k)$ – energia kinetyczna po zatrzymaniu, $\mathbf{r}_E = [x_E \ y_E]^T$ – wymagana pozycja końcowa ładunku,

$$\Delta(t_k) = \sqrt{(x_L - x_E)^2 + (y_L - y_E)^2}$$

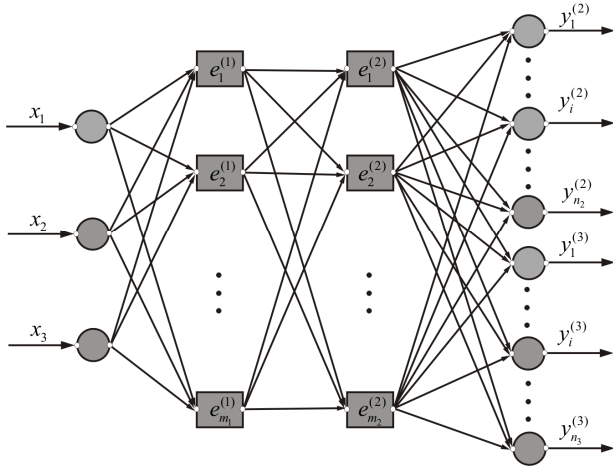
4. SZTUCZNA SIEĆ NEURONOWA

Model wielowarstwowej, sigmoidalnej sztucznej sieci neuronowej przedstawiono na Rys. 4. Na warstwie wejściowej założono trzy neurony, na które podaje się wartości wejściowe x_1, x_2, x_3 . Sieć posiada dwie warstwy ukryte, posiadające odpowiednio 20 i 50 neuronów. Liczba neuronów warstwy wyjściowej ustalana jest arbitralnie, w zależności od liczby punktów dyskretnych określających przebieg funkcji napędowych. Wartościami wejściowymi, przekazywanymi do wejść sieci, są: $x_1 = m^{(L)}$ – masa ładunku, $x_2 = c_{E^{(k)}}^z$ – sztywność podpór w kierunku pionowym, $x_3 = \alpha_{\max}^{(2)}$ – kąt obrotu żurawia

Natomiast wektor wyjściowy $\mathbf{y}$ zawiera dyskretne wartości obu funkcji napędowych $\Delta \alpha^{(k)}$:

$$\mathbf{y} = [y_1^{(2)} \ \dots \ y_{n_2}^{(2)} \mid y_1^{(3)} \ \dots \ y_{n_3}^{(3)}]^T, \quad (11)$$

gdzie: n_2, n_3 – liczba punktów definiujących funkcje $\Delta \alpha^{(2)}$ i $\Delta \alpha^{(3)}$.



Rys. 4. Architektura sieci neuronowej

Odpowiedź sieci neuronowej na zadany wektor wejściowy $\mathbf{x}$ może być obliczony jako:

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}(\mathbf{x}, \mathbf{W}^{(1)}, \mathbf{W}^{(2)}, \mathbf{W}^{(3)}) = \mathbf{e}^{(3)} \left\{ \mathbf{W}^{(3)} \mathbf{e}^{(2)} \left[\mathbf{W}^{(2)} \mathbf{e}^{(1)} (\mathbf{W}^{(1)} \mathbf{x}) \right] \right\} \quad (12)$$

gdzie: $\mathbf{e}^{(k)} = [e_1^{(k)} \dots e_{m_k}^{(k)}]^T$,

$$e_i^{(k)}(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 + e^{-\lambda x}} & \text{dla } k=1,2, \\ x & \text{dla } k=3 \end{cases}$$

$\mathbf{W}^{(k)} = (w_{i,j}^{(k)})_{\substack{i=1,\dots,m_k \\ j=1,\dots,J}}^{k=1,2,3}$ – macierz współczynników warstwy k ,

$w_{i,j}^{(k)}$ – waga połączenia neuronu i z wejściem j w k -tej warstwie, J , m_k – odpowiednio, liczba wejść i liczba neuronów (wyjść) warstwy k .

Wyznaczanie składowych macierzy współczynników wagowych $w_{i,j}^{(k)}$ dla wszystkich warstw odbywa się w procesie uczenia sieci neuronowej. Podobnie jak w przypadku klasycznej optymalizacji, iteracyjnie poszukuje się minimum dla następującego funkcjonału:

$$\Psi(\mathbf{W}^{(1)}, \mathbf{W}^{(2)}, \mathbf{W}^{(3)}) = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{m_p} [\mathbf{y}_s - \mathbf{p}_s]^2, \quad (13)$$

gdzie: $\mathbf{y}_s = \mathbf{y}_s(\mathbf{x}_s)$ jest odpowiedzią sieci na s -ty wektor wejściowy, $\mathbf{p}_s = [p_1^{(s)}, \dots, p_n^{(s)}]^T$ jest żądanym wyjściem dla zestawu wejściowego $\mathbf{x}_s$, m_p – liczba par wzorcowych w procesie uczenia

Spośród wielu dostępnych metod uczenia sieci, często stosowanym jest algorytm propagacji wstecznej (Ossowski, 1996), (Żurada i inni, 1996), używany również w tej pracy. Szczególnie efektywną metodą (dla problemu przedstawionego w pracy), okazał się algorytm Levenberg'a-Marquardt'a.

Dane uczące zostały wygenerowane, poprzez wykonanie obliczeń optymalizacyjnych dla ustalonych kombinacji poniższych parametrów, składowych wektora $\mathbf{x}$:

$$x_1 = m^{(L)} \in \{1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0\} \text{ kg},$$

$$x_2 = c_{E^{(k)}}^z \in \{0.3, 0.7, 1.1, 1.5, 1.9\} \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad k=1, \dots, 4, \quad (14)$$

$$x_3 = \alpha_{\max}^{(2)} \in \{80, 90, 100, 110, 120\} \text{ deg},$$

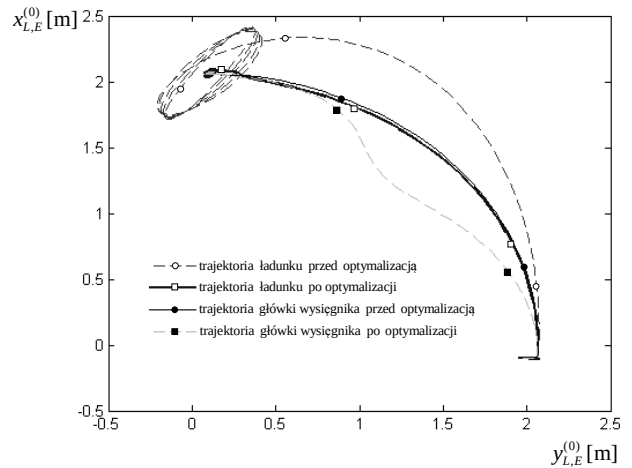
co daje 125 kombinacji.

4. WYNIKI OBLICZEŃ Z WYKORZYSTANIEM SIECI NEURONOWEJ

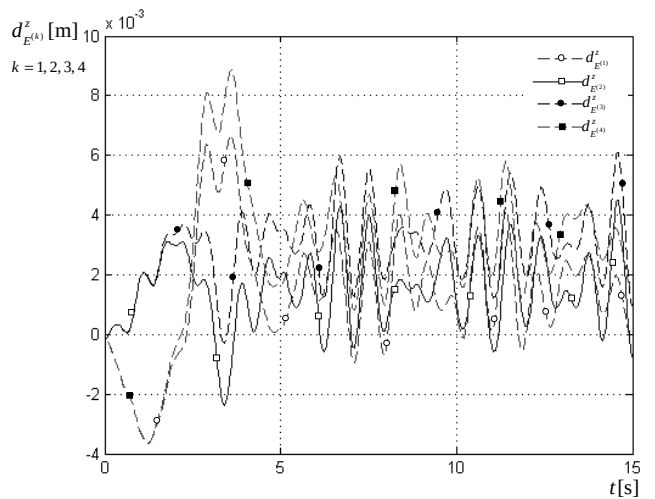
W tabeli 1 podano parametry układu przyjęte w prezentowanych dalej obliczeniach. Odpowiadają one własnościom rzeczywistego obiektu.

Na Rys. 5. przedstawiono przykładowe trajektorie ładunku oraz główki wysięgnika, dla obrotu żurawia o kąt 90deg.

Odształcenie podatnego podparcia przedstawiono na Rys. 6.

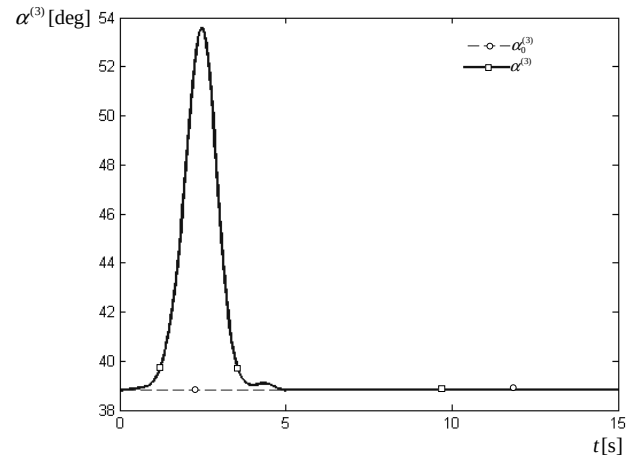
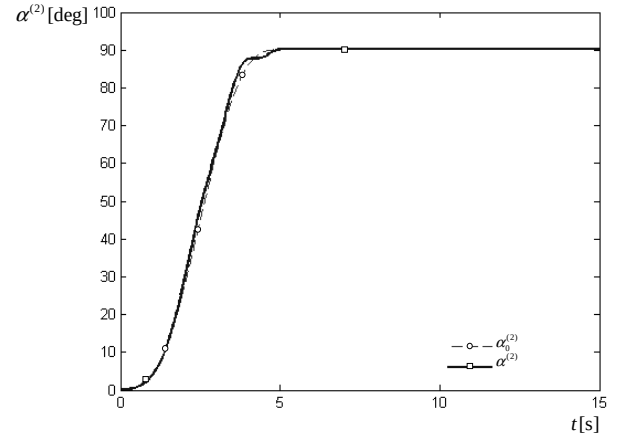
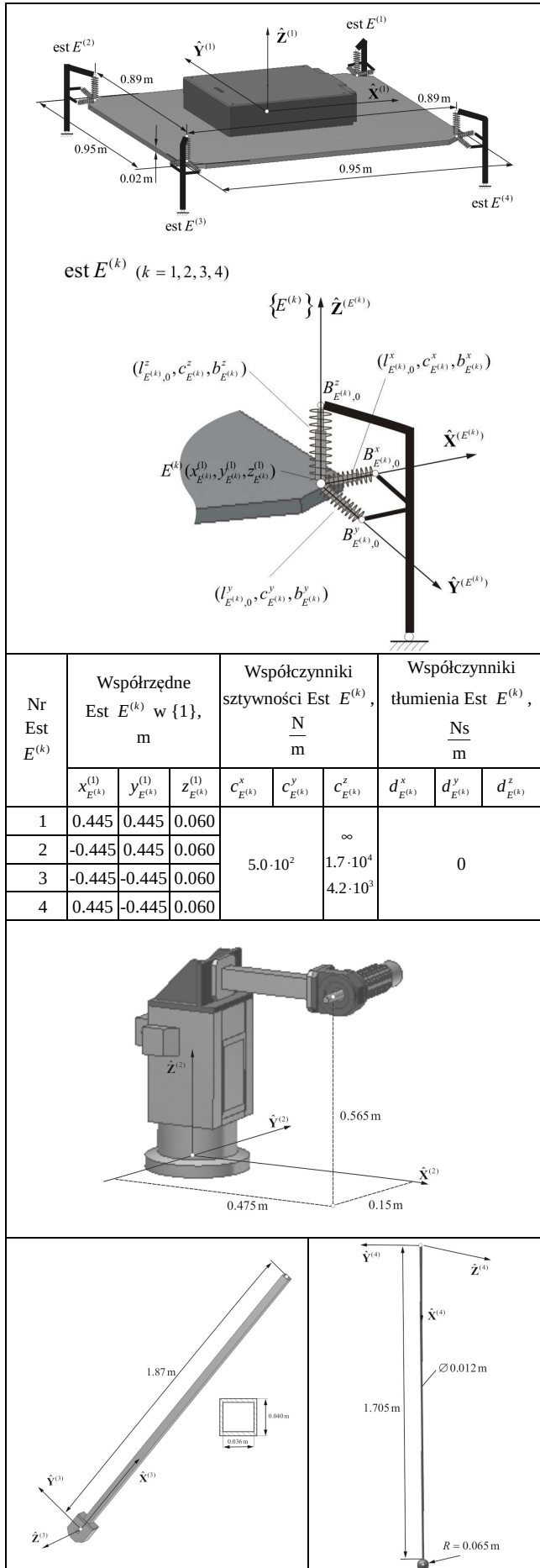


Rys. 5. Trajektoria ładunku i główki wysięgnika przed oraz po zastosowaniu sieci neuronowej



Rys. 6. Pionowe odształcenie sprężyn modelujących podpory

Tab. 1. Parametry układu



Rys. 7. Założone (początkowe) i optymalne przebiegi funkcji napędowych a) kąt obrotu, b) kąt pochylenia wysięgnika

Dla założonych domyślnie funkcji napędowych (obrotu i zmiany wysięgu), otrzymano znaczne oscylacje ładunku po zakończeniu obrotu. Po zastosowaniu sieci neuronowej do doboru funkcji napędowych, zarówno wahania ładunku po zakończeniu cyklu roboczego, jak i trajektoria w czasie obrotu, są bliskie założonym wartościom. Zmiana trajektorii główki wysięgnika po zastosowaniu optymalnych funkcji napędowych, wynika z realizacji zadanego kąta podniesienia w trakcie obrotu.

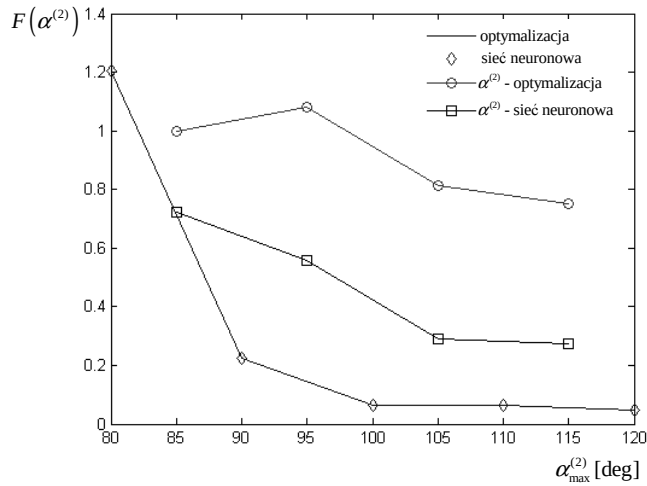
Na Rys. 7 przedstawiono przebiegi funkcji napędowych wyznaczonych w zadaniu optymalizacji.

Wykresy na Rys. 5 – Rys. 7. otrzymano dla danych:

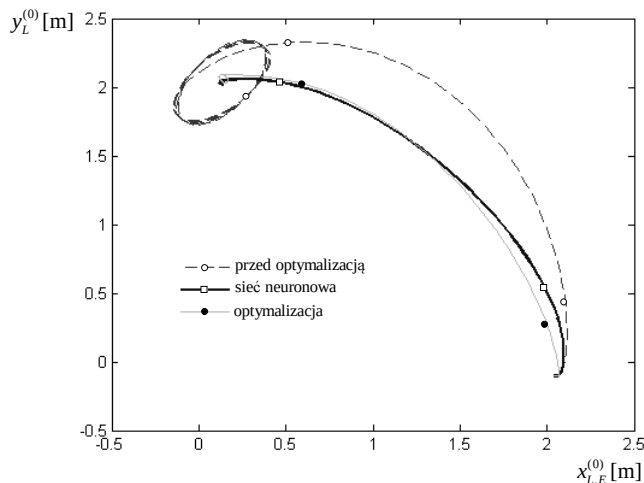
$$m^{(L)} = 1 \text{ kg}, \quad c_{E^{(k)}}^z = 0.3 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad \alpha_{\max}^{(2)} = 90 \text{ deg}.$$

Na Rys. 8. przedstawiono wartości funkcji celu określonej w (10) dla masy i sztywności pionowej jak powyżej. Funkcja celu wyznaczona w ostatnim kroku optymalizacji (obliczana dla wartości $\alpha_{\max}^{(2)}$ jak podano w (13)) oraz wartości funkcji celu uzyskane stosując sieć neuronową, pokrywają się. Różnica nie jest większa niż 0.5%, dla zestawu parametrów wejściowych będącymi składowymi zbioru uczącego sieci. Przyjmując jednak inne wartości kąta $\alpha_{\max}^{(2)} \in \{85, 95, 105, 115\} \text{ deg}$, oraz stosując uśrednianie funkcji uzyskanych w optymalizacji dla sąsiednich wartości kąta

$\alpha_{\max}^{(2)}$, wartości funkcji celu są wyższe, niż w przypadku stosowania funkcji napędowych uzyskanych z sieci neuronowej.



Rys. 8. Wartości funkcji celu dla parametrów wejściowych ze zbioru uczącego oraz wartości pośrednich



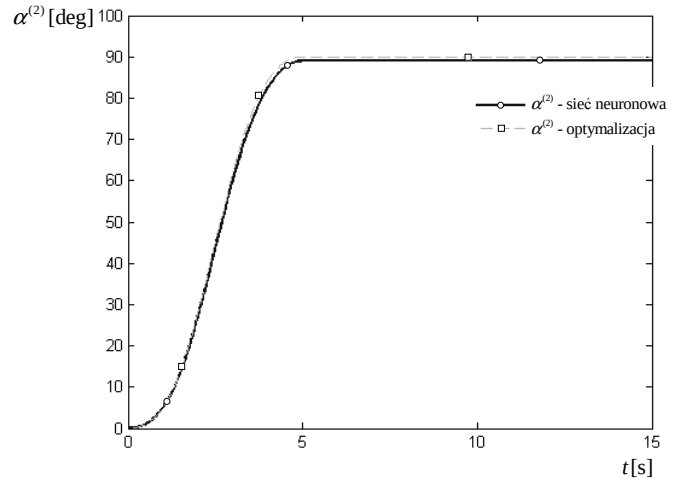
Rys. 9. Trajektorie ładunku dla parametrów wejściowych niezawartych w zbiorze uczącym oraz wynik po zastosowaniu optymalizacji

Zdolność uogólnienia sieci można wykorzystać do generowania odpowiednich funkcji napędowych w pewnym ciągłym przedziale, przyjmując dowolne wartości zmiennych wektora $\mathbf{x}$. Poprawnie skonstruowana i wytrenowana sieć może być stosowana do wyznaczania charakterystyk napędowych w czasie znacznie krótszym niż rzeczywisty. Trajektorja ładunku na Rys. 9 została wygenerowana dla wartości:

$$\begin{aligned} x_1 &= m^{(L)} = 2.75 \text{ kg}, \\ x_2 &= c_{E^{(k)}}^z = 1.7 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \\ x_3 &= \alpha_{\max}^{(2)} = 90 \text{ deg}. \end{aligned} \quad (15)$$

Wartości z (15) nie były uwzględnione w zbiorze uczącym. Zastosowanie przebiegu wyznaczonego przez sieć pozwala uzyskać znaczącą poprawę trajektorii ładunku.

Linia oznaczona jako „optymalizacja” odpowiada zoptymalizowanym funkcjom napędowym dla danych wejściowych jak w (15).

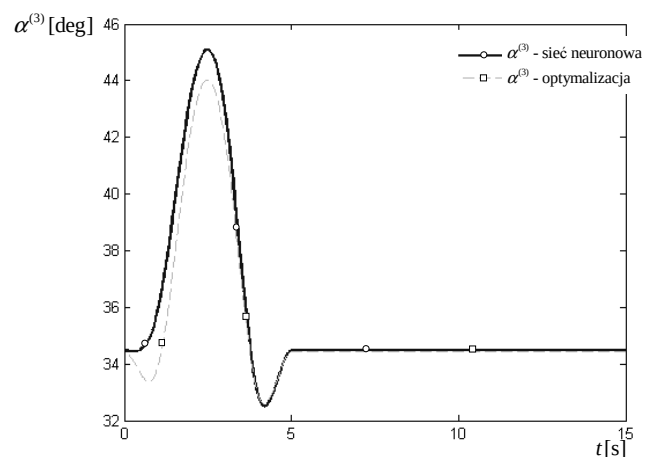


Rys. 10. Funkcja obrotu podstawy żurawia wygenerowana przez sieć oraz uzyskana w optymalizacji

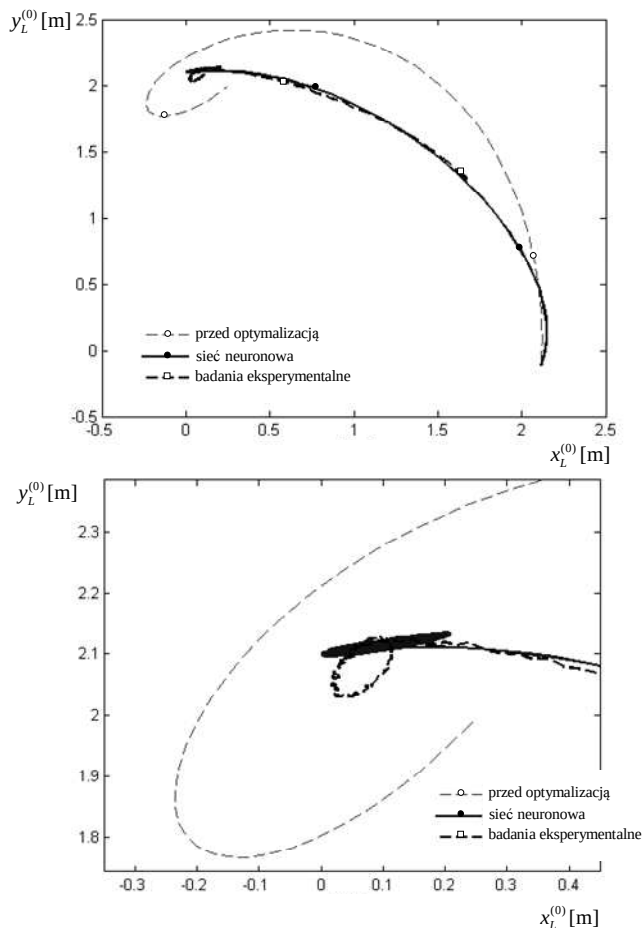
Jak przedstawiono na Rys. 10 i 11, funkcje napędowe wygenerowane przez sieć są zbliżone do optymalnych. Zatem sieć może być zastosowana do sterowania ruchem członów żurawia również przy dowolnych, innych kombinacjach parametrów wejściowych.

Wyniki obliczeń numerycznych zweryfikowano na stanowisku laboratoryjnym. Na Rys. 12 przedstawiono trajektorię ładunku. Przyjęto następujące dane:

$$\begin{aligned} x_1 &= m^{(L)} = 1.495 \text{ kg}, \\ x_2 &= c_{E^{(k)}}^z = 1.7 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \\ x_3 &= \alpha_{\max}^{(2)} = 90 \text{ deg}. \end{aligned} \quad (16)$$



Rys. 11. Funkcja przedstawiająca przebieg kąta pochylenia wóznika wygenerowana przez sieć i uzyskana w optymalizacji



Rys. 12. Weryfikacja pomiarowa trajektorii ładunku

3. PODSUMOWANIE

Głównymi zaletami stosowania sztucznych sieci neuronowych jest ich możliwość uogólnienia oraz, w przypadku zagadnień sterowania, szybkość obliczeń. W praktycznych zastosowaniach sterowania, wszędzie tam gdzie funkcja określająca napęd urządzenia musi być znana w czasie rzeczywistym, sieć neuronowa może być dobrym rozwiązaniem. Długi czas obliczeń optymalizacyjnych dla jednego zestawu danych wejściowych, praktycznie eliminuje je z zastosowania w układach rzeczywistych, także ze względu na zmienną liczbę iteracji dla każdego zestawu parametrów. Oczywistym mankamentem metody sztucznych sieci neuronowych wydaje się być znaczny nakład czasowy związany z generowaniem niezbędnych danych uczących (wykonanie szeregu obliczeń optymalizacyjnych), oraz uczeniem sieci i doбором jej architektury. Dobór odpowiedniej liczby warstw i liczby neuronów nie zawsze jest oczywisty i wymaga eksperymentów. Jednak po pozytywnym zakończeniu uczenia i weryfikacji wyników, sieć może być zapamiętana i użyta dla dowolnych, innych parametrów.

Sterowania w obecnej postaci jest układem otwartym, realizującym dobrane przebiegi funkcji napędowych. Jego zastosowanie jest możliwe przy braku istotnych zakłóceń, które wpłynęłyby na jakość otrzymywanych trajektorii.

W dalszych pracach przewiduje się połączenie sieci neuronowej z układem regulacji automatycznej opartym

na regulatorach PID, w postaci układu zamkniętego. Podejście takie, choć bardziej skomplikowane, pozwoliłoby na korygowanie błędów pozycjonowania spowodowanych zakłóceniami lub niedokładną odpowiedzią, generowaną przez sieć neuronową (np. gdy parametry wejściowe są spoza zakresu wartości danych uczących).

LITERATURA

1. **Maczyński A., Wojciech S.**, (2003), Dynamics of a mobile Crane and optimization of the slewing motion of its upper structure, *Nonlinear Dynamics*, No. 32, 259-290.
2. **Maczyński A., Wojciech S.**, (2009), Optymalizacja w planowaniu ruchu urządzeń dźwigowych, *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, 2009 Vol.55 Nr 6, 375-379.
3. **Fałat P., Brzozowska L., Brzozowski K.**, (2005), Application of object oriented neural network to control motion of the load of a sea crane, *International Scientific Journal Computing*, Vol.4 Iss.3, 30-36.
4. **Nakazano K., Ohnishi K., Kinjo H., Yamamoto T.**, Vibration control of load for rotary crane system using neural Network with GA-based training, *Artif Life Robotics* (2008), 13, 98-101
5. **Ossowski S.**, (1996), *Sieci neuronowe w ujęciu algorytmicznym*, WNT, 1996.
6. **Urbaś A.**, (2007), Analiza dynamiczna maszyn roboczych posadowionych podatnie, *Materiały I Kongresu Mechaniki Polskiej*, Warszawa, 2007.
7. **Urbaś A., Adamiec-Wójcik I., Wojciech S.**, (2009), Dynamics of a manipulator fixed on a flexibly supported base, *Proc. of Multibody Dynamics Conference*, Warsaw, 2009.
8. **Urbaś A., Augustynek K., Janusz J., Sidzina M.**, (2008), Badania doświadczalne uproszczonego modelu żurawia chwytakowego, *Materiały XXI Konferencji Teorii Maszyn i Mechanizmów*, Bielsko-Biała, 2008, 255-262.
9. **Urbaś A., Wojciech S.**, (2008), Analiza dynamiczna żurawia chwytakowego posadowionego podatnie, *Zeszyty Naukowe Ośrodka Badawczo-Rozwojowego „BOSMAL”*, Nr 39, Bielsko-Biała, 2008.
10. **Urbaś A., Wojciech S.**, (2009), Mathematical model of the crane fixed on a flexibly supported base, *Proc. of 10th Conference – Dynamical Systems Theory and Applications*, Łódź, 2009, 389-396.
11. **Żurada J., Barski M., Jędruch W.**, (1996), *Sztuczne sieci neuronowe*, PWN, 1996.

APPLICATION OF THE NEURAL NETWORK IN CONTROL OF A FLEXIBLY SUPPORTED CRANE

Abstract: The paper presents the application of the neural network to real-time control of drive characteristics. The mathematical model of the crane, which is flexibly supported, is considered. The problem of finding an optimal drive function can be solved by mean of the classic optimisation methods. However, due to long calculation time, this approach can not be applied in the crane control tasks in practice. Utilising the advantage of neural networks (fast response, ability to generalisation), we are able to obtain the courses of drive functions in the real-time. A well trained network can be then used also for other inputs, than those used during the training task. Some example of simulations have been presented in the article.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N N502 464934 finansowanego ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

ZASTOSOWANIE ROTORÓW WIELOSEGMENTOWYCH O ZMIENNYM SKOKU LINII ŚRUBOWEJ W SPRĘŻARCE Z CZTEREMA RÓWNOLEGLYMI WSPÓLBIEŻNYMI ROTORAMI

Andrzej ZNISZCZYŃSKI*

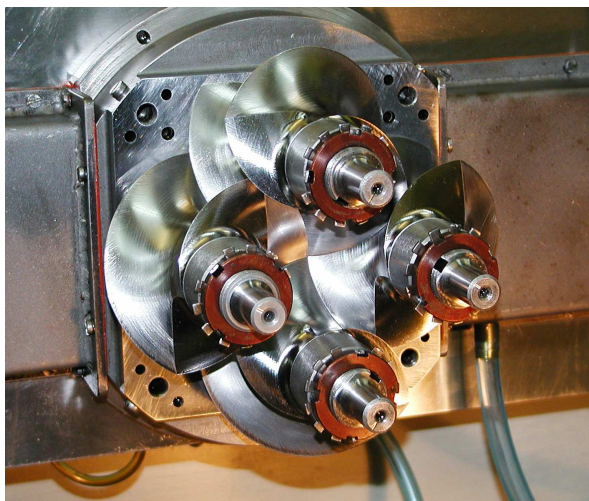
*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin

a.zniszczyński@pollub.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono koncepcję metody uzyskiwania sprężania wewnętrznego w sprężarce budowanej na bazie maszyny wyporowej z zespołem czterech współbieżnych rotorów śrubowych. Wcześniejsze prototypowe rozwiązanie konstrukcyjne tego typu sprężarki, przebadane laboratoryjnie, umożliwiała jedynie sprężanie zewnętrzne. W artykule objaśniono istotę nowego rozwiązania, wskazano na technologiczne ograniczenia jego realizacji.

1. WPROWADZENIE

Ogólnie znane i stosowane konstrukcje sprężarek z organami roboczymi o ruchu obrotowym (Brown, 2005; Hanleon, 2001; Zniszczyński, 2003a; The Museum of Retro Tech) nie obejmują rozwiązania, w którym cztery jednakowe równoległe organy robocze (rotory), obracając się współbieżnie, tworzą pomiędzy sobą komorę sprężania bez udziału ścianek bocznych korpusu. Prototyp sprężarki o takiej konstrukcji opracowano w katedrze PKM Politechniki Lubelskiej, gdzie w ramach grantu KBN (Zniszczyński, 2003b) został on wykonany i poddany badaniom doświadczalnym (Rys. 1).

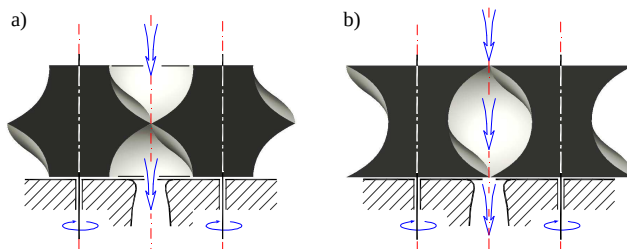


Rys. 1. Prototyp sprężarki z zespołem czterech współbieżnych rotorów śrubowych na stanowisku badawczym

W nowej, opatentowanej konstrukcji komora robocza zamykana jest pomiędzy śrubowymi powierzchniami czterech rotorów i rozgraniczana poprzecznymi przegrodami

tworzonymi przez zwoje ich płatów. Przegrody takie zawiązują się po jednej stronie rotorów od strony kanału wlotowego i wraz z obrotami rotorów przemieszczają wzdłuż osi sprężarki w stronę kanału wylotowego. Przed dojściem do powierzchni czołowej rotorów ulegają rozstąpieniu. Pomiedzy kolejnymi przegrodami powstają zamknięte przestrzenie robocze (komory), które oddzielają coraz to nowe porcje czynnika roboczego. Porcje te, wraz z przemieszczaniem przegród, przepychane są i wypierane do przestrzeni kanału wylotowego

W wykonanym i poddanym badaniom prototypie sprężarki (Zniszczyński, 2007; 2009) zastosowano rotory, których śrubowe płyty posiadały jednakowy stały skok, a wysokość części wyporowej rotora, realizującej przepychanie czynnika roboczego była tylko nieznacznie większa od połowy tego skoku. Przy takiej konstrukcji rotorów, przestrzeń kanału wylotowego od przestrzeni kanału wlotowego sprężarki, oddzielała zasadniczo tylko jedna przegroda tworzona przez płyty rotorów (Rys. 2a). Tuż przed rozstąpieniem się tej przegrody, przed otworem kanału wylotowego, zawiązywała się następna po drugiej stronie rotorów (Rys. 2b).



Rys. 2. Wymuszony przepływ powietrza w sprężarce w kolejnych fazach obrotu rotorów

Zamknięte między kolejnymi przegrodami porcje czynnika roboczego (powietrza), pozostawały pod ciśnieniem

początkowym, do momentu otwierania się komory w stronę kanału wylotowego. Następowo wtedy wyrównanie ciśnień, związane z cofnięciem pewnej objętości powietrza. Dopiero przy dalszym obrocie rotorów następowało całkowite wypieranie sprężonego już powietrza do kanału wylotowego sprężarki. Taki sposób realizacji sprężania, określany sprężaniem zewnętrznym, powodował zwiększony hałas sprężarki i dodatkowe pochłanianie energii.

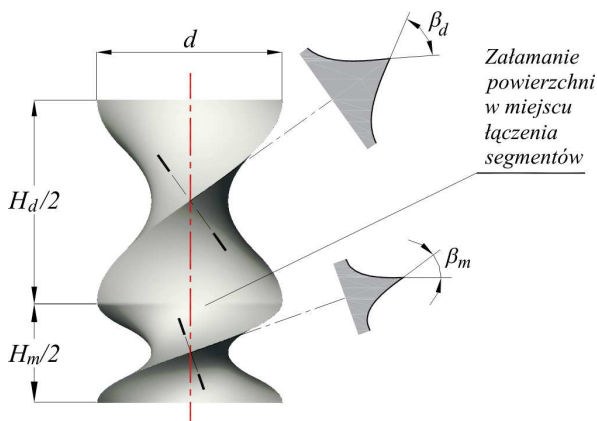
W poszukiwaniu rozwiązania alternatywnego opracowano koncepcję rotorów wielosegmentowych o zwiększonej wysokości, składających się z segmentów o różnym skoku linii śrubowej. Rotory takie przy odpowiednio dobranym skoku i wysokości poszczególnych segmentów umożliwiły sprężanie wewnętrzne. W niniejszym artykule przedstawiono istotę nowego rozwiązania.

2. REALIZACJA SPRĘŻANIA WEWNĘTRZNEGO

Wydłużenie rotorów ponad połowę długości skoku linii śrubowej krawędzi ich płatów powoduje, że długość komór tworzonych między rotorami, mierzona wzdłuż osi sprężarki, staje się mniejsza od wysokości rotorów. W takim przypadku powstające komory, po zamknięciu ich przez płaty rotorów od strony kanału wlotowego, przez krótki okres czasu przemieszczają się wraz z obrotami rotorów wzdłuż osi sprężarki, do momentu ich otwarcia w stronę kanału wylotowego. Ponieważ objętość pojedynczej komory V opisana wzorem,

$$V = d^2 \cdot H \cdot \frac{(4-\pi)}{8}, \quad (1)$$

jest proporcjonalna do skoku linii śrubowej krawędzi płatów rotorów H , to w przypadku rotorów o stałym skoku, przemieszczające się komory zachowują swoją objętość. Natomiast zmiana skoku na długości rotorów sprawia, że wraz z przemieszczaniem się komory następuje zmiana jej objętości, powodując wewnętrzne sprężanie bądź rozprężanie czynnika roboczego wypełniającego tę komorę.



Rys. 3. Rotor składający się z dwóch segmentów o dwóch różnych skokach linii śrubowej H_d , H_m i wysokości równej połowie sumy tych skoków (β_d , β_m – kąty wierzchołkowe płatów w poszczególnych segmentach)

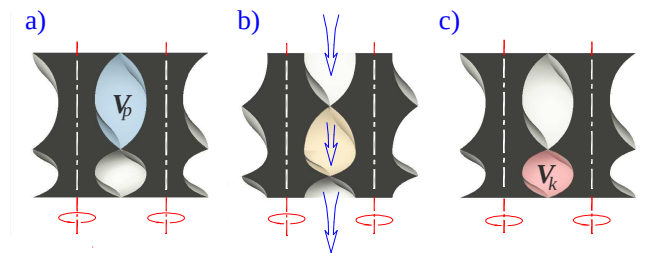
Najprostszym i zarazem najłatwiejszym w analizie rozwiązaniem konstrukcyjnym rotorów, zapewniającym sprę-

żanie wewnętrzne jest rozwiązanie, w którym rotory składają się z dwu segmentów wyporowych o stałym skoku linii śrubowej (segmenty stałoskokowe), ale o różnych wielkościach tego skoku H_m i H_d (Rys. 3).

Zakładając, że oba segmenty mają wysokość równą połowie skoku ich linii śrubowych, wysokość całkowita rotora h_c wynosi wówczas

$$h_c = \frac{H_m}{2} + \frac{H_d}{2} \quad (2)$$

Zmiany objętości zamkniętej przestrzeni roboczej sprężarki z rotorami składającymi się z dwóch segmentów wyporowych o różnych skokach linii śrubowej, w różnych fazach obrotu tych rotorów przedstawia Rys. 4. Można zauważyć, że przy obrotach rotorów świeżo zawiązana przegroda, utworzona z płatów górnego segmentu o większym skoku linii śrubowej, przemieszcza się do dołu nieco szybciej niż przegroda ją poprzedzająca, utworzona przez płaty segmentu o mniejszym skoku. Tym sposobem zamykana pomiędzy przegrodami komora wędrując do dołu, w kierunku otworu wylotowego sprężarki, zmniejsza swoją objętość.



Rys. 4. Zmiany objętości zamkniętej przestrzeni roboczej sprężarki z rotorami o kształcie jak na rysunku 2: a) zaraz po zamknięciu przestrzeni roboczej od strony wlotu, b) w położeniu pośrednim, c) tuż przed otwarciem przestrzeni roboczej w stronę kanału wylotowego

Teoretyczny stopień sprężania wewnętrznego, wykorzystany w sprężarce z tego typu rotorami, określa zależność

$$\varepsilon = \frac{H_d}{H_m} \quad (3)$$

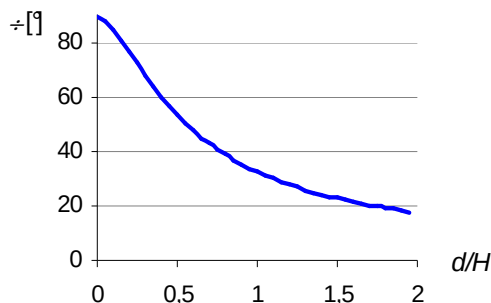
Uzyskanie określonego stopnia sprężania wiąże się więc z uzyskaniem odpowiednio dużego zróżnicowania skoków linii śrubowych w obu segmentach rotora. Ponieważ skok linii śrubowej powiązany jest z kątem wierzchołkowym płatów rotora β zależnością

$$\beta = 2 \cdot \arctg(\cos(\arctg \frac{\pi \cdot d}{H})), \quad (4)$$

której charakter obrazuje wykres na Rys. 4, jego zmniejszanie w segmencie o małym skoku jest ograniczone.

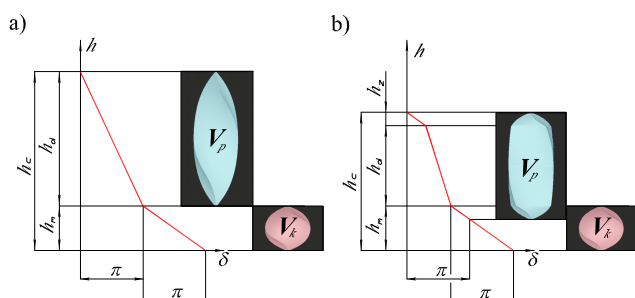
Powoduje bowiem osłabianie wytrzymałości płatów rotora i pogorszenie warunków technologicznych ich wykonania. Pozostaje więc zwiększanie skoku w segmentach o dużym skoku, a to skutkuje znacznym wzrostem wysokości rotorów. Zakładając przykładowo, minimalny kąt wierzchołkowy płata w segmencie o małym skoku równy 30° , stosunek skoku linii śrubowej w tym segmencie do średnicy

rotora wyniesie około $H_m/d = 1$ (wykres Rys. 5). Dla uzyskania teoretycznego stopnia sprężania $\varepsilon = 2$, stosunek całkowitej wysokości rotorów h_c do ich średnicy powinien wynosić ok. $h_c/d = 3$. Przy większym stopniu sprężania, stosunek ten musiałby być jeszcze większy. Rotory stają się wtedy wysokie i podatne na zginanie.



Rys. 5. Zależność kąta wierzchołkowego płyta rotora β od stosunku d/H

3. ZMNIEJSZANIE WYSOKOŚCI ROTORÓW



Rys. 6. Wpływ wprowadzenia trzeciego segmentu na kształt przestrzeni roboczej i wysokość rotorów: a) rotory dwusegmentowe, b) rotory trójsegmentowe posiadające dodatkowy segment zamykający i zwiększony skok linii śrubowej segmentu środkowego

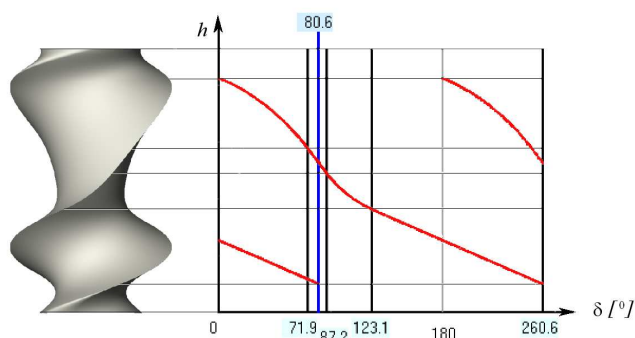
Zmniejszenie wysokości rotorów jest możliwe poprzez zmniejszanie wysokości poszczególnych ich segmentów poniżej połowy długości skoku ich linii śrubowych. Prowadzi to jednak do spadku stopnia sprężania ε . Dużo lepsze rezultaty można osiągnąć powiększając skok linii śrubowej w segmencie o dużym skoku, z jednoczesnym dodaniem kolejnego segmentu o małym skoku linii śrubowej. Segment o dużym skoku staje się wtedy segmentem środkowym. Wpływ takich zmian na kształt przestrzeni roboczej zamykanej pomiędzy rotorami, obrazuje rys. 6. Przedstawiono na nim rozwinięcia linii śrubowych rotorów i kształt przekroju osiowego przestrzeni zamykanej pomiędzy rotorami, dla dwóch rotorów dających taką samą objętość początkową V_p i ten sam stopień sprężania wewnętrznego ($\varepsilon = V_p/V_k$). Przy czym w przykładzie pierwszym (Rys. 6a), rotory składają się z dwóch segmentów o różnym skoku, natomiast w przykładzie drugim (Rys. 6b), rotory składają się z trzech segmentów – mają dodany segment o małym skoku i zwiększony skok segmentu o dużym skoku.

Analizując rozwinięcia linii śrubowej, można zauważyć,

że po dodaniu kolejnego segmentu o małym skoku linii śrubowej i zwiększeniu skoku segmentu środkowego, oraz przy odpowiednio dobranych wysokościach poszczególnych segmentów, te same parametry sprężania można uzyskać dla rotorów o mniejszej wysokości całkowitej h_c . Taki efekt uzyskuje się gdy na rozwinięciu linii śrubowej krawędzi płyta rotora (Rys. 6b), w zakresie początkowych wartości kąta rozwinięcia δ w przedziale $(0; \pi)$, wystąpią dwa odcinki rozwinięcia linii śrubowej segmentów o małym skoku, przedzielone odcinkiem rozwinięcia linii śrubowej segmentu o znacznie większym skoku. Wtedy zawężające się skrajne fragmenty zamykanej pomiędzy rotorami przestrzeni roboczej ulegają skróceniu, a wydłuża się odcinek centralny, o największym przekroju poprzecznym, dając taką samą objętość początkową V_p przy mniejszej wysokości rotorów.

4. ŁĄCZENIE SEGMENTÓW ROTORA O RÓŻNYM SKOKU LINII ŚRUBOWEJ

Wykonanie w postaci jednolitej części, rotora składającego się z kilku segmentów o różnych, ale stałych skokach linii śrubowej, jest trudne technologicznie. Trudności nastręcza wykonanie powierzchni rotora w miejscu łączenia segmentów, ze względu na powstające załamanie tej powierzchni (Rys. 3). Zespoleń osobno wykonywanych poszczególnych segmentów, wymaga natomiast dużej precyzji ich łączenia i osłabia wytrzymałość rotora na zginanie poprzeczne. Rozwiązaniem w tym przypadku może być wprowadzenie w konstrukcji rotora segmentów pośrednich zmiennoskokowych, łączących poszczególne segmenty o stałym skoku linii śrubowej. W segmentach tych skok linii śrubowej powinien zmieniać się wzdłuż ich osi, a zmiana ta powinna przebiegać w sposób ciągły, matematycznie gładki, od wartości skoku jaką posiada jeden z łączonych segmentów stałoskokowych, do wartości skoku jaką posiada drugi z łączonych segmentów. W ten sposób w miejscu łączenia poszczególnych segmentów ich powierzchnie osiągną wspólne płaszczyzny styczne, co znacznie ułatwi proces obróbki rotora.



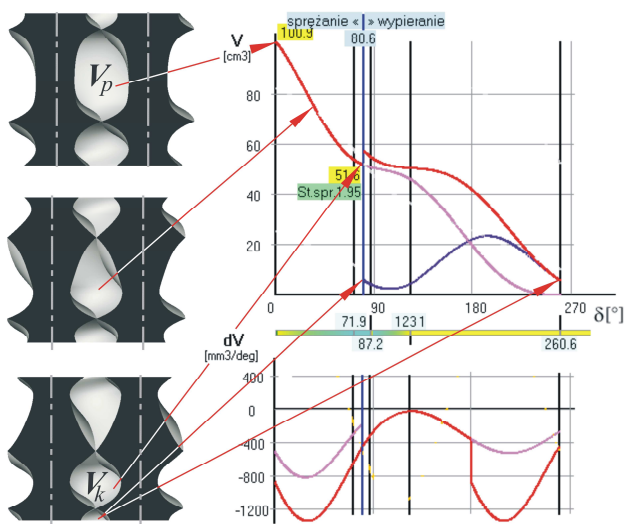
Rys. 7. Przykład rotora wielosegmentowego z rozwinięciem linii śrubowej krawędzi jego płyt

Przykład tak skonstruowanego rotora sprężarki, zapewniającego stopień sprężania wewnętrznego $\varepsilon = 1,95$, przedstawia Rys. 7. Z boku przedstawiono rozwinięcie linii śrubowej krawędzi jego płyt. Rotor ten składa się z dwóch segmentów stałoskokowych o różnych skokach linii śrubowej

wej, dwóch zmiennoskokowych. i z dwóch zewnętrznych segmentów domykających (Zniszczyński, 2003a). Zmiany objętości i zmiany przyrostu objętości komory roboczej sprężarki z takimi rotorami przedstawia Rys. 8.

5. WNIOSKI

- Zastosowanie rotorów wielosegmentowych z odpowiednio dobranym skokiem linii śrubowej w poszczególnych segmentach pozwala na uzyskanie sprężania wewnętrznego.
- Najkorzystniejszy stosunek stopnia sprężania wewnętrznego do wysokości rotorów można uzyskać w przypadku rotorów wielosegmentowych, w których segment o dużym skoku linii śrubowej umieszczony jest pomiędzy dwoma segmentami o małym skoku.
- Poszczególne segmenty stałoskokowe rotora posiadające różny skok linii śrubowej należy łączyć ze względów technologicznych segmentami zmiennoskokowymi, których skok linii śrubowej zmienia się w sposób ciągły, matematycznie gładki, od wartości skoku jednego z łączonych segmentów stałoskokowych, do wartości skoku segmentu drugiego.



Rys. 8. Zmiany objętości i zmiany przyrostu objętości komory roboczej w funkcji kąta obrotu rotorów w sprężarce z rotorami wielosegmentowymi.

LITERATURA

1. **Brown R. N.** (2005), *Compressors – selection and sizing*, Elsevier Gulf Professional Publishing.
2. **Hanleon P. C.** (2001), *Compressor handbook*, Professional Publishing, McGraw-Hill.
3. **Zniszczyński A.** (2003a), *Sprężarki wyporowe z wirującymi tłokami*, PAN, Teka Komisji Budowy i Eksploatacji Maszyn, Elektrotechniki, Budownictwa. Tom 1. Lublin.
4. **Zniszczyński A.** (2003b), *Badania weryfikacyjne nowych modeli sprężarek: wirnikowo-wyporowej i sprężarki wyporowej z tłokami owalnymi*, Sprawozdanie grantu KBN nr 8 T07C 002 10, Lublin. – praca nie publikowana.
5. **Zniszczyński A.** (2007), *Studium teoretyczno – doświadczalne maszyn wyporowych z zespołem czterech równoległych współbieżnych rotorów*, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin.
6. **Zniszczyński A.** (2009), *Displacement machines with four parallel synchronous rotors*, Elsevier, *Mechanism and Machine Theory* Nr 44, 1677-1688.
7. <http://www.dself.dsl.pipex.com/MUSEUM/museum.htm>
The Museum of Retro Tech.

APPLICATION OF MULTISEGMENT ROTORS ABOUT THE VARIABLE JUMP OF THE HELIX IN THE AIR-COMPRESSOR WITH FOUR PARALLEL SYNCHRONOUS ROTORS

Abstract: The article introduces the method of obtaining internal compression in compressors built on the basis of the displacement machine with a team of four synchronous helical rotors. Previous prototypal construction of this type of compressor, examined in research laboratory, permitted only external compression. In the article the essence of the new method is explained and technological restrictions of its realization are indicated.

MODELOWANIE RUCHU WYBRANEGO MANIPULATORA

Wiesław ŻYLSKI*, Piotr GIERLAK*

*Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa,
 Politechnika Rzeszowska, Al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów

wzylski@prz.edu.pl, pgierlak@prz.edu.pl

Streszczenie: Artykuł poświęcony jest modelowaniu ruchu nieliniowego obiektu dynamicznego na przykładzie manipulatora SCORBOT-ER 4pc. W artykule zaprezentowano równania kinematyki obiektu, dynamiczne równania ruchu wyprowadzone z zastosowaniem formalizmu Lagrange'a, równania wrażliwości oraz procedurę identyfikacji parametrycznej. W oparciu o rozwiązania równań wrażliwości dokonano uproszczenia modelu dynamiki manipulatora otrzymanego z formalizmu Lagrange'a. W celu określenia parametrów modelu zastosowano procedurę identyfikacji bazującą na zasadzie równowartości energii kinetycznej i pracy. Zaprezentowano wyniki identyfikacji parametrycznej modelu dynamiki. Podano parametry modelu dla przypadku manipulatora nieobciążonego oraz z maksymalnym obciążeniem chwytaka.

1. WPROWADZENIE

Manipulatory robotów to nieliniowe obiekty dynamiczne, zwykle o wielu stopniach swobody, posiadające zazwyczaj nieznane parametry jak np. masy, masowe momenty bezwładności, współczynniki tarcia. Znajomość opisu matematycznego takich obiektów jest potrzebna m.in. w projektowaniu układów sterowania. Modele matematyczne obiektów wykorzystuje się w celu symulacji ich ruchu oraz w algorytmach sterowania z kompensacją nieliniowości.

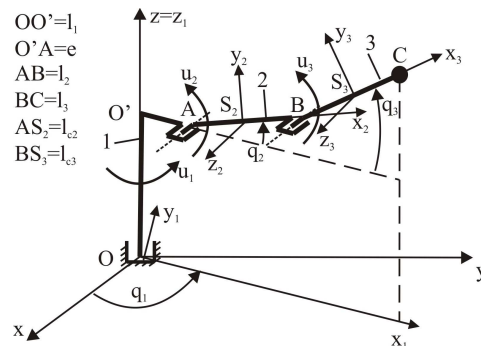
Modelowanie takich obiektów jest zagadnieniem złożonym. Obejmuje ono opis kinematyki i dynamiki układu, (Canudas de Wit i inni, 1996; Spong i Vidyasagar, 1997; Tchoń i inni, 2000; Żylski i Nawrocki, 2006), badanie wrażliwości modelu na zmianę parametrów (Cruz, 1977; Eykhoff, 1980; Żylski, 1996) i identyfikację parametryczną (Cruz, 1977; Eykhoff, Hendzel i Nawrocki, 2006, 2008; Slotine i Li, 1991; Söderström i Stoica, 1997; Żylski, 1996).

Badania symulacyjne procedury identyfikacji manipulatora SCORBOT-ER 4pc dla modelu z dyskretnym rozkładem masy i bez uwzględniania oporów ruchu zostały zaprezentowane przez Hendzla i Nawrockiego (2006). Symulację neuronowej identyfikacji manipulatora zaprezentowano w pracy Hendzel i Nawrocki (2008). Niniejsza praca poszerza tę tematykę o zastosowanie modelu z ciągłym rozkładem masy i z uwzględnieniem oporów ruchu manipulatora oraz prezentuje wyniki badań eksperymentalnych.

1.1. Opis obiektu

Jako obiekt wybrany został manipulator przeznaczony do pracy naukowej i dydaktycznej SCORBOT-ER 4pc (Rys.1). Jest to manipulator stacjonarny posiadający pary kinematyczne obrotowe. Końcówkę roboczą manipulatora stanowi chwytak zamodelowany w postaci masy skupionej (punkt C). W pracy rozpatrywany będzie ruch trzech członów

nów manipulatora, ruch chwytaka nie będzie modelowany. Napędy manipulatora to silniki elektryczne prądu stałego (12 [V]) z wbudowanymi przekładniami zębatymi o dużym przełożeniu redukującym ($i_1=1:65.5$, $i_2=i_3=1:127.7$). Ponadto silniki są wyposażone w optyczne enkodery, dzięki którym istnieje możliwość pomiaru prędkości kątowej członów i wyznaczenia położenia kątowych członów.



Rys. 1. Schemat manipulatora SCORBOT-ER 4pc: 1, 2, 3 – członny manipulatora o długościach l_j , q_j – współrzędne uogólnione, u_j – momenty napędowe, $j=1,2,3$, xyz – globalny układ odniesienia, $x_jy_jz_j$ – układ odniesienia związany z j -tym członem

Model matematyczny obiektu wykorzystywany będzie w algorytmach sterowania, zatem powinien być on możliwie najprostszy, tzn. musi uwzględniać tylko najistotniejsze zjawiska. Dlatego przyjęto kilka założeń uproszczających:

- członny manipulatora to bryły sztywne;
- człon 1 zamodelowano w postaci walca oraz przyjęto, że środki mas członów S_2 i S_3 leżą na odcinkach odpowiednio AB i BC;
- chwytak zamodelowano masą skupioną w punkcie C;
- dynamika napędów zostaje pominięta w opisie matematycznym ze względu na małe stałe czasowe silników;
- pomija się podatność i luzy w przekładniach.

2. KINETYKA OBIEKTU

2.1. Równania kinematyki

W praktyce równania kinematyki wykorzystywane będą do rozwiązywania zadania odwrotnego kinematyki tak, aby dla założonego toru i prędkości ruchu wybranego punktu manipulatora w układzie xyz określić zmiany współrzędnych uogólnionych w czasie. Niech wybranym punktem będzie punkt C. Jego współrzędne w układzie xyz to:

$$\begin{cases} x_C = (e + l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3) \cos q_1 \\ y_C = (e + l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3) \sin q_1, \\ z_C = l_1 + l_2 \sin q_2 + l_3 \sin q_3 \end{cases} \quad (1)$$

natomiast rzuty prędkości na osie układu xyz określone są równaniami:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_C \\ \dot{y}_C \\ \dot{z}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(e + l_2 c_2 + l_3 c_3) s_1 & -l_2 s_2 c_1 & -l_3 s_3 c_1 \\ (e + l_2 c_2 + l_3 c_3) c_1 & -l_2 s_2 s_1 & -l_3 s_3 s_1 \\ 0 & l_2 c_2 & l_3 c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

gdzie: $s_j = \sin q_j$, $c_j = \cos q_j$, $j=1, 2, 3$. Z analizy równania (2) wynika, że zbiór konfiguracji osobliwych (Spong i Vidyasagar, 1997; Tchoń i inni, 2000) to:

$$S = \begin{cases} e + l_2 c_2 + l_3 c_3 = 0, \\ q_2 = q_3 + k\pi, \end{cases} \quad (3)$$

przy czym w praktyce $k=0$. Aby rozwiązać zadanie odwrotne kinematyki, należy równanie (2) rozwiązać ze względu na wektor prędkości uogólnionych i po scałkowaniu można uzyskać współrzędne uogólnione.

2.2. Dynamiczne równania ruchu

Do opisu dynamiki manipulatora zastosowano równania Lagrange'a II rodzaju:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j, \quad (4)$$

Otrzymano następujące różniczkowe równania ruchu układu przedstawione w zapisie wektorowo-macierzowym:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau}_d(t) = \mathbf{u}, \quad (5)$$

gdzie: $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^3$ – wektor współrzędnych uogólnionych, $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ – macierz bezwładności, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \in \mathbf{R}^3$ – wektor momentów pochodzących od sił odśrodkowych i Coriolisa, $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^3$ – wektor oporów ruchu, $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^3$ – wektor momentów pochodzący od sił grawitacji, $\boldsymbol{\tau}_d(t) \in \mathbf{R}^3$ – wektor zakłóceń, $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^3$ – wektor wymuszeń. Wektory i macierze mają następującą postać:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) =$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} & -a_9 c_2 - a_{10} s_2 & -a_{12} c_3 - a_{13} s_3 \\ -a_9 c_2 - a_{10} s_2 & a_6 & l_2 a_2 \cos(q_3 - q_2) \\ -a_{12} c_3 - a_{13} s_3 & l_2 a_2 \cos(q_3 - q_2) & a_7 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

gdzie:

$$M_{11} = 2a_1 e c_2 + 2a_2 (e + l_2 c_2) c_3 + 0.5a_3 \cos(2q_2) + 0.5a_4 \cos(2q_3) + a_5 - a_8 \sin(2q_2) - a_{11} \sin(2q_3), \quad (8)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & 0 & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

gdzie:

$$C_{11} = -[a_1 e s_2 + a_2 l_2 s_2 c_3 + 0.5a_3 \sin(2q_2) + a_8 \cos(2q_2)]\dot{q}_2 - [a_2 (e + l_2 c_2) s_3 + 0.5a_4 \sin(2q_3) + a_{11} \cos(2q_3)]\dot{q}_3, \quad (10)$$

$$C_{12} = (a_9 s_2 - a_{10} c_2)\dot{q}_2 + -[a_1 e s_2 + a_2 l_2 s_2 c_3 + 0.5a_3 \sin(2q_2) + a_8 \cos(2q_2)]\dot{q}_1, \quad (11)$$

$$C_{21} = [a_1 e s_2 + a_2 l_2 s_2 c_3 + 0.5a_3 \sin(2q_2) + a_8 \cos(2q_2)]\dot{q}_1, \quad (12)$$

$$C_{13} = (a_{12} s_3 - a_{13} c_3)\dot{q}_3 + -[a_2 (e + l_2 c_2) s_3 + 0.5a_4 \sin(2q_3) + a_{11} \cos(2q_3)]\dot{q}_1, \quad (13)$$

$$C_{31} = [a_2 (e + l_2 c_2) s_3 + 0.5a_4 \sin(2q_3) + a_{11} \cos(2q_3)]\dot{q}_1, \quad (14)$$

$$C_{23} = -l_2 a_2 \sin(q_3 - q_2)\dot{q}_3, \quad (15)$$

$$C_{32} = l_2 a_2 \sin(q_3 - q_2)\dot{q}_2, \quad (16)$$

$$\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} a_{14}\dot{q}_1 + a_{17} \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) \\ a_{15}\dot{q}_2 + a_{18} \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) \\ a_{16}\dot{q}_3 + a_{19} \operatorname{sgn}(\dot{q}_3) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ a_1 g c_2 \\ a_2 g c_3 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\tau}_d(t) = \begin{bmatrix} \tau_{d1}(t) \\ \tau_{d2}(t) \\ \tau_{d3}(t) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Sens fizyczny parametrów a_i ($i=1,2,\dots,19$) jest następujący:

$$\left\{ \begin{aligned} a_1 &= l_{c2}m_2 + l_2m_3 + l_2m_C, \\ a_2 &= l_{c3}m_3 + l_3m_C, \\ a_3 &= l_{c2}^2m_2 + l_2^2m_3 + l_2^2m_C - I_{2xx} + I_{2yy}, \\ a_4 &= l_{c3}^2m_3 + l_3^2m_C - I_{3xx} + I_{3yy}, \\ a_5 &= 0.5(I_{2xx} + I_{2yy} + I_{3xx} + I_{3yy}) + I_{1zz} + \\ &+ (e^2 + 0.5l_{c2}^2)m_2 + (e^2 + 0.5l_2^2 + 0.5l_{c3}^2)m_3 + \\ &+ (e^2 + 0.5l_2^2 + 0.5l_3^2)m_C, \\ a_6 &= l_{c2}^2m_2 + l_2^2m_2 + l_2^2m_C + I_{2zz}, \\ a_7 &= l_{c3}^2m_3 + l_3^2m_C + I_{3zz}, \\ a_8 &= I_{2xy}, \\ a_9 &= I_{2yz}, \\ a_{10} &= I_{2xz}, \\ a_{11} &= I_{3xy}, \\ a_{12} &= I_{3yz}, \\ a_{13} &= I_{3xz}, \\ a_{14} &= f_1, \\ a_{15} &= f_2, \\ a_{16} &= f_3, \\ a_{17} &= \kappa_1, \\ a_{18} &= \kappa_2, \\ a_{19} &= \kappa_3, \end{aligned} \right. \quad (21)$$

gdzie: m_j – masa członu j , m_C – masa chwytaka, l_j – długość członu j , l_{cj} – odległość środka masy członu j od końca członu $j-1$, e – wielkość mimośrodowego odsunięcia członu 2, I_{jxx} , I_{jyy} , I_{jzz} – masowe momenty bezwładności członu j względem osi odpowiednio x_j , y_j i z_j , I_{jxy} , I_{jyz} , I_{jxz} – masowe momenty dewiacji członu j określone w układzie $x_jy_jz_j$, f_j – współczynniki tarcia wiskotycznego, κ_j – momenty tarcia suchego w parach kinematycznych.

Na podstawie wstępnych obliczeń oszacowano wartości parametrów a_i dla przypadku nieobciążonego chwytaka i dla przypadku maksymalnego obciążenia chwytaka. Wartości parametrów zestawiono w tabeli 1. Podane wartości są tylko wstępnym oszacowaniem dokonany na podstawie możliwych do wykonania pomiarów geometrii, przyjętego przybliżonego rozkładu masy, wiedzy o obiekcie.

Tab. 1. Przybliżone wartości parametrów manipulatora

parametr	jednostka	bez obc.	z obc.
a_1	kgm	0.0055	0.0077
a_2		0.0033	0.0055
a_3	kgm ²	0.0113	0.0161
a_4		0.0064	0.0113
a_5		0.0114	0.0163
a_6		0.0113	0.0161

a_7		0.0065	0.0113
a_8	kgm ²	$7.06 \cdot 10^{-5}$	
a_9		$9.68 \cdot 10^{-5}$	
a_{10}		$5.86 \cdot 10^{-5}$	
a_{11}		$7.06 \cdot 10^{-5}$	
a_{12}		$9.68 \cdot 10^{-5}$	
a_{13}		$5.86 \cdot 10^{-5}$	
a_{14}	Nms	0.5	
a_{15}			
a_{16}			
a_{17}	Nm	0.01	
a_{18}			
a_{19}			

3. WRAŻLIWOŚĆ UKŁADU

W równaniach ruchu manipulatora występują parametry a_i , których wartości zwykle nie są znane. Można je określić w drodze identyfikacji na podstawie danych pomiarowych. Wcześniej należy zbadać, czy wszystkie parametry w równaniach ruchu są istotne z punktu widzenia dokładności modelu. Dlatego ważne jest określenie, jak zmiana parametrów modelu wpływa na rozwiązanie dynamicznych równań ruchu. Wynika stąd potrzeba zbadania wrażliwości układu. Można tego dokonać przez analizę równań wrażliwości (Cruz, 1977; Eykhoff, 1980). Zastosowana w pracy metoda jest stosowana w układach nieliniowych przy założeniu małych zmian parametrów. Wpływ małych zmian parametrów w nieliniowym układzie może być oszacowanym z dokładnością do pierwszego rzędu rozwiązaniem równania różniczkowego.

Aby wyprowadzić równania wrażliwości wprowadzono tzw. współczynniki oddziaływań parametrów nazywane również funkcjami wrażliwości parametrów pierwszego rzędu, czyli:

$$\frac{\partial q_j}{\partial a_i} = z_{ji}, \quad j = 1, 2, 3, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (22)$$

gdzie: $r=19$. Funkcja wrażliwości z_{ji} niesie informację jaki jest wpływ parametru a_i na współrzędną uogólnioną q_j . Wariacja współrzędnej uogólnionej δq_j wynikająca z wariacji parametrów δa_i z dokładnością do pierwszej wariacji to:

$$\delta q_j = \sum_{i=1}^r \frac{\partial q_j}{\partial a_i} \delta a_i = \sum_{i=1}^r z_{ji} \delta a_i. \quad (23)$$

Rozpatrując wariację współrzędnej $\delta q_j^{(i)}$ wynikającą z wariacji i -tego parametru przy stałych wartościach pozostałych parametrów, równanie (23) uprości się do postaci:

$$\delta q_j^{(i)} = z_{ji} a_i \frac{\delta a_i}{a_i}. \quad (24)$$

Przyjmując w dynamicznych równaniach ruchu $\tau_d(t)=0$ i różniczkując je względem parametrów otrzymano równania wrażliwości. Ścisłe biorąc są to aproksymowane równania wrażliwości (Eykhoff, 1980), gdyż pochodne cząstkowe

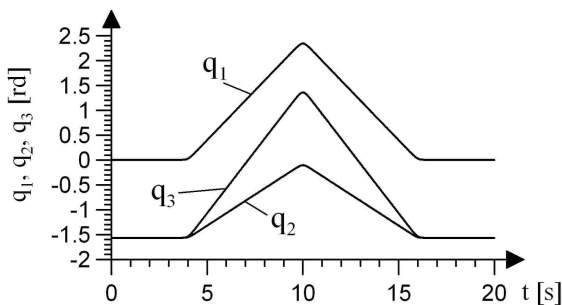
zastąpiono zwyczajnymi. Stąd aproksymacja równań wrażliwości jest dobra jeśli zmiany parametrów są małe.

W rozważanym przypadku liczba aproksymowanych równań wrażliwości to $3 \times 19 = 57$. Każde z równań to różniczkowe równanie drugiego rzędu, ponadto równania są ze sobą sprzężone po trzy. Struktura równań jest taka, że lewe strony równań opisujących wrażliwość j -tej współrzędnej są takie same bez względu na parametr, różne są natomiast ich prawe strony. Przykładowe aproksymowane równanie wrażliwości ma postać:

$$\begin{aligned} & -(c_3 a_{12} + s_3 a_{13}) \ddot{z}_{1i} + l_2 \cos(q_3 - q_2) a_2 \ddot{z}_{2i} + a_7 \ddot{z}_{3i} + \\ & + [2(e + l_2 c_2) s_3 a_2 + \sin(2q_3) a_4 + 2 \cos(2q_3) a_{11}] \dot{q}_1 \dot{z}_{1i} + \\ & + 2l_2 \sin(q_3 - q_2) \dot{q}_2 a_2 \dot{z}_{2i} + a_{16} \dot{z}_{3i} + \\ & + l_2 [\sin(q_3 - q_2) \ddot{q}_2 - \cos(q_3 - q_2) \dot{q}_2^2] a_2 z_{2i} + \\ & + [l_2 \cos(q_3 - q_2) \dot{q}_2^2 + (e + l_2 c_2) c_3 \dot{q}_1^2] a_2 z_{3i} + \\ & - [l_2 \sin(q_3 - q_2) \ddot{q}_2 + g s_3] a_2 z_{3i} + \\ & + [\cos(2q_3) a_4 - 2 \sin(2q_3) a_{11}] \dot{q}_1^2 z_{3i} + \\ & + (s_3 a_{12} - c_3 a_{13}) \dot{q}_1 z_{3i} = \pi_{3i}. \end{aligned} \quad (25)$$

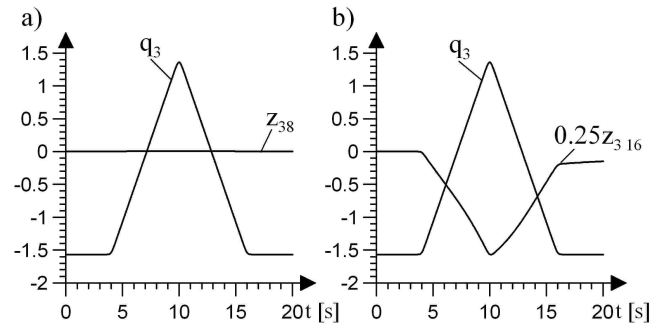
W zależności od parametru π_{3i} będzie przyjmować różne formy, np. $\pi_{38} = 0$, $\pi_{316} = -\dot{q}_3$.

W celu rozwiązania aproksymowanych równań wrażliwości przyjęto trajektorię ruchu manipulatora we współrzędnych uogólnionych (Rys. 2) oraz wartości parametrów wg tabeli 1 dla manipulatora nieobciążonego.



Rys. 2. Trajektoria ruchu manipulatora

Następnie przyjęto warunki początkowe $z_{ji}(0)=0$, $\dot{z}_{ji}(0)=0$ gdyż warunki początkowe dla współrzędnych uogólnionych są stałe i niezależne od parametrów (Eykhooff, 1980). Na Rys. 3 zaprezentowano przykładowe rozwiązania aproksymowanych równań wrażliwości. Rys. 3a przedstawia wpływ zmiany parametru a_8 , którego wartość zależy od momentu dewiacji I_{2xy} , na współrzędną uogólnioną q_3 . Funkcja wrażliwości z_{38} jest stała i wynosi 0, czyli współrzędna q_3 nie jest wrażliwa na zmiany parametru a_8 . Rys. 3b przedstawia wpływ zmiany parametru a_{16} , którego wartość zależy od tarcia wiskotycznego w parze kinematycznej, na współrzędną uogólnioną q_3 . Funkcja wrażliwości z_{316} przyjmuje największą wartość bezwzględną, gdy człon 3 wraca do położenia początkowego. Współrzędna q_3 jest wrażliwa na zmianę parametru a_{16} .



Rys. 3. Funkcje wrażliwości: a) z_{38} , b) z_{316}

Wygodnie jest analizować wrażliwość układu dla takich samych zmian procentowych parametrów. Przyjmijmy zmiany parametrów o 1 [%], wówczas na podstawie równania (24) wariacja współrzędnej będzie określona jako:

$$\delta q_j^{(i)} = z_{ji} a_i 0.01. \quad (26)$$

Maksymalne wartości bezwzględne wariacji współrzędnych uogólnionych pod wpływem wariacji i -tego parametru przedstawiono w tabeli 2.

Tab. 2. Wartości wariacji współrzędnych uogólnionych

i	$ \delta q_1^{(i)} $	$ \delta q_2^{(i)} $	$ \delta q_3^{(i)} $
1	$5.60 \cdot 10^{-5}$	$5.90 \cdot 10^{-3}$	$5.86 \cdot 10^{-6}$
2	$2.97 \cdot 10^{-5}$	$2.47 \cdot 10^{-5}$	$5.30 \cdot 10^{-3}$
3	$4.34 \cdot 10^{-5}$	$9.99 \cdot 10^{-5}$	$1.66 \cdot 10^{-7}$
4	$2.57 \cdot 10^{-5}$	$2.91 \cdot 10^{-7}$	$1.94 \cdot 10^{-5}$
5	$9.10 \cdot 10^{-5}$	$1.25 \cdot 10^{-7}$	$1.12 \cdot 10^{-7}$
6	$6.72 \cdot 10^{-7}$	$7.53 \cdot 10^{-5}$	$2.01 \cdot 10^{-7}$
7	$4.28 \cdot 10^{-7}$	$2.58 \cdot 10^{-7}$	$7.35 \cdot 10^{-5}$
8	$5.69 \cdot 10^{-7}$	$3.62 \cdot 10^{-7}$	$4.10 \cdot 10^{-9}$
9	$4.75 \cdot 10^{-7}$	$1.50 \cdot 10^{-6}$	$1.85 \cdot 10^{-9}$
10	$2.89 \cdot 10^{-7}$	$5.61 \cdot 10^{-7}$	$1.68 \cdot 10^{-9}$
11	$5.66 \cdot 10^{-7}$	$8.11 \cdot 10^{-9}$	$4.94 \cdot 10^{-7}$
12	$9.69 \cdot 10^{-7}$	$4.56 \cdot 10^{-9}$	$3.65 \cdot 10^{-7}$
13	$5.63 \cdot 10^{-7}$	$8.50 \cdot 10^{-9}$	$1.75 \cdot 10^{-6}$
14	$2.34 \cdot 10^{-2}$	$2.20 \cdot 10^{-4}$	$5.30 \cdot 10^{-5}$
15	$7.47 \cdot 10^{-5}$	$1.25 \cdot 10^{-2}$	$8.43 \cdot 10^{-6}$
16	$1.71 \cdot 10^{-4}$	$3.16 \cdot 10^{-5}$	$3.14 \cdot 10^{-2}$
17	$1.42 \cdot 10^{-3}$	$1.10 \cdot 10^{-5}$	$2.73 \cdot 10^{-6}$
18	$7.32 \cdot 10^{-6}$	$1.16 \cdot 10^{-3}$	$4.11 \cdot 10^{-7}$
19	$8.22 \cdot 10^{-6}$	$1.58 \cdot 10^{-6}$	$1.50 \cdot 10^{-3}$

Przedstawione dane liczbowe informują o wrażliwości modelu dynamiki manipulatora na zmiany parametrów, czyli o istotności parametrów w równaniach ruchu. Wyniki przeprowadzonej analizy wrażliwości należy traktować tylko jako sugestię co do możliwości uproszczenia modelu, a to ze względu na fakt, iż zastosowana metoda jest wiarygodna tylko dla małych zmian parametrów. W związku z tym poniższe wnioski wynikające z analizy tabeli 2 należy na tym etapie traktować jako wskazówki do podjęcia decyzji a nie ostateczne decyzje. Wnioski są następujące:

- największe znaczenie mają parametry a_1 i a_2 występujące w macierzy bezwładności oraz parametry a_{14} - a_{19} ,

czyli współczynniki tarcia wiskotycznego i momenty sił tarcia suchego;

- parametry $a_3 - a_7$ mają drugorzędne znaczenie;
- parametry $a_8 - a_{13}$, czyli masowe momenty dewiacji członów 2 i 3 mają marginalny wpływ na zmiany współrzędnych uogólnionych i można je pominąć w dynamicznych równaniach ruchu.

Ostateczną decyzję o ewentualnym uproszczeniu modelu będzie można podjąć po przeprowadzeniu identyfikacji parametrycznej.

4. IDENTYFIKACJA PARAMETRYCZNA

Aby model dynamiki manipulatora był kompletny, należy określić występujące w nim parametry. W celu identyfikacji parametrów (Cruz, 1977; Eykhoff, 1980; Slotine i Li, 1991) buduje się model estymacji pozwalający wyznaczyć wartości parametrów na podstawie danych uzyskanych z eksperymentu pomiarowego. Bardzo ważnym zagadnieniem jest odpowiednie pobudzenie układu podczas eksperymentu, aby dane pomiarowe zawierały jak najwięcej informacji o własnościach dynamicznych obiektu rzeczywistego.

W pracy zastosowano metodę, która wywodzi się z zasady równowartości energii kinetycznej i pracy (Hendzel i Nawrocki, 2006; Slotine i Li, 1991). Przyjętym kryterium identyfikacji jest błąd mocy, czyli różnica mocy modelu i obiektu rzeczywistego. W celu przeprowadzenia identyfikacji przyjęto model dynamiki (5), w którym przyjęto $\tau_a(t)=0$. Model jest liniowy względem parametrów, tzn. można go zapisać w postaci:

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\mathbf{a} = \mathbf{u}, \quad (27)$$

gdzie: $\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^{3 \times 19}$ – macierz znanych funkcji, $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^{19}$ – wektor parametrów manipulatora.

Występujący w równaniu (27) wektor przyspieszenia powoduje, że ta postać modelu nie jest wygodna, ze względu na trudności w pomiarze przyspieszeń. Stosując odpowiednią filtrację można równanie (27) zapisać jako (Hendzel i Nawrocki, 2006):

$$\mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{a} = \mathbf{y}, \quad (28)$$

gdzie: $\mathbf{y}$ – nowe wyjście modelu po filtracji wektora $\mathbf{u}$, $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^{1 \times 19}$ – przefiltrowany opis macierzy $\mathbf{Y}$.

Zapiszmy teraz energię mechaniczną manipulatora jako:

$$H = E + V, \quad (29)$$

gdzie: E – energia kinetyczna układu, V – potencjał układu.

W formie liniowej względem parametrów równanie (29) ma postać:

$$H = \mathbf{v}_H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T \mathbf{a}_H, \quad (30)$$

gdzie: $\mathbf{v}_H \in \mathbf{R}^{13}$ – wektor znanych funkcji, $\mathbf{a}_H \in \mathbf{R}^{13}$ – wektor parametrów manipulatora od których zależy energia mechaniczna układu (nie zawiera on parametrów związanych z oporami ruchu).

Moc układu wyrazić można jako:

$$\tau^T \dot{\mathbf{q}} = \frac{dH}{dt}, \quad (31)$$

gdzie: $\tau \in \mathbf{R}^3$ – wektor momentów pochodzących od sił zewnętrznych nie będących siłami pola potencjalnego:

$$\tau = \mathbf{u} - \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}). \quad (32)$$

Uwzględniając równania (30) i (32), zależność (31) zapisano w postaci:

$$\mathbf{u}^T \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{v}_H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T}{dt} \mathbf{a}_H + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})^T \dot{\mathbf{q}}. \quad (33)$$

Moc tracona na pokonanie oporów ruchu może być zapisana w formie liniowej względem parametrów jako:

$$\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})^T \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{v}_F(\dot{\mathbf{q}})^T \mathbf{a}_F, \quad (34)$$

i ostatecznie moc układu można zapisać w formie:

$$\mathbf{u}^T \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{v}_H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T}{dt} \mathbf{a}_H + \mathbf{v}_F(\dot{\mathbf{q}})^T \mathbf{a}_F, \quad (35)$$

gdzie: $\mathbf{v}_F \in \mathbf{R}^6$ – wektor znanych funkcji, $\mathbf{a}_F \in \mathbf{R}^6$ – wektor parametrów manipulatora od których zależą opory ruchu.

Konieczność wyznaczenia $\mathbf{v}_H$ i $\mathbf{v}_F$ implikuje wymaganie dostępności pomiarowej wektora stanu. W celu uniknięcia pomiaru przyspieszenia przy wyznaczaniu pochodnej $\mathbf{v}_H$ względem czasu, zależność (35) poddaje się filtracji przy pomocy filtru o transmitancji (Slotine i Li, 1991):

$$G(p) = \frac{1}{p + \lambda}, \quad (36)$$

gdzie: p – operator Laplace'a, λ – stała dodatnia wartość.

Zależność (35) po filtracji przyjmuje następującą postać:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p + \lambda} \mathbf{u}^T \dot{\mathbf{q}} = & \left(\mathbf{v}_H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{\lambda}{p + \lambda} \mathbf{v}_H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right)^T \mathbf{a}_H + \\ & + \frac{1}{p + \lambda} \mathbf{v}_F(\dot{\mathbf{q}})^T \mathbf{a}_F. \end{aligned} \quad (37)$$

Przyjęcie oznaczeń:

$$\mathbf{y} = \frac{1}{p + \lambda} \mathbf{u}^T \dot{\mathbf{q}}, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = & \left[\left(\mathbf{v}_H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{\lambda}{p + \lambda} \mathbf{v}_H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right)^T \quad \frac{1}{p + \lambda} \mathbf{v}_F(\dot{\mathbf{q}})^T \right], \end{aligned} \quad (39)$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_H^T & \mathbf{a}_F^T \end{bmatrix}^T, \quad (40)$$

prowadzi do opisu (28), czyli do modelu skalarnego. W tym równaniu $\mathbf{y}$ to sygnał predykcji mocy układu rzeczywistego, natomiast sygnał predykcji mocy modelu to:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\hat{\mathbf{a}}, \quad (41)$$

gdzie: $\hat{\mathbf{a}} \in \mathbf{R}^{19}$ – ocena parametrów.

Błąd predykcji mocy to:

$$e = \hat{y} - y = \mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{a} = \mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \tilde{\mathbf{a}}, \quad (42)$$

gdzie błąd oceny parametrów wyrażono jako:

$$\tilde{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}. \quad (43)$$

Na podstawie błędu predykcji mocy (41) zdefiniowano kryterium oceny parametrów:

$$I = 0.5e^2, \quad (44)$$

i zastosowano gradientową metodę estymacji parametrów, w wyniku czego uzyskano prawo estymacji parametrów:

$$\dot{\hat{\mathbf{a}}} = -\mathbf{C}e\mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T, \quad (45)$$

gdzie: $\mathbf{C} = \mathbf{C}^T > 0$, $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{19 \times 19}$ – macierz wzmocnień estymacji.

Przypomnijmy, że w rozważanym przypadku energia mechaniczna ma formę (30), w której:

$$\mathbf{v}_H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} ec_2 \dot{q}_1^2 + gs_2 \\ (e + l_2 c_2) c_3 \dot{q}_1^2 + l_2 \cos(q_3 - q_2) \dot{q}_2 \dot{q}_3 + gs_3 \\ 0.25 \cos(2q_2) \dot{q}_1^2 \\ 0.25 \cos(2q_3) \dot{q}_1^2 \\ 0.5 \dot{q}_1^2 \\ 0.5 \dot{q}_2^2 \\ 0.5 \dot{q}_3^2 \\ 0.5 \sin(2q_2) \dot{q}_1^2 \\ c_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ s_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ 0.5 \sin(2q_3) \dot{q}_1^2 \\ c_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 \\ s_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 \end{bmatrix}, \quad (46)$$

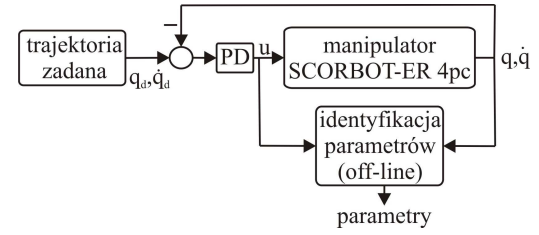
$$\mathbf{a}_H = [a_1 \quad \dots \quad a_{13}]^T. \quad (47)$$

Moc tracona ma formę (34), w której:

$$\mathbf{v}_F(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 & \dot{q}_2^2 & \dot{q}_3^2 & \dot{q}_1 \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) & \dot{q}_2 \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) & \dot{q}_3 \operatorname{sgn}(\dot{q}_3) \end{bmatrix}^T, \quad (48)$$

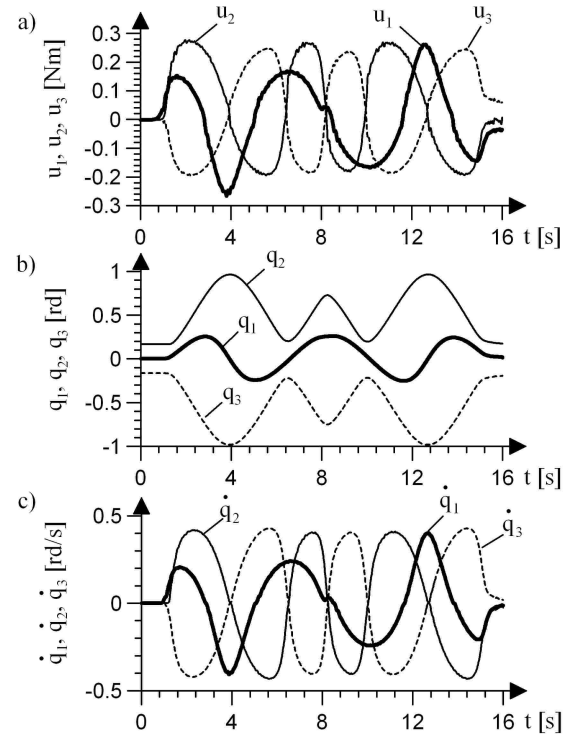
$$\mathbf{a}_F = [a_{14} \quad \dots \quad a_{19}]^T. \quad (49)$$

W celu sprawdzenia poprawności procedury identyfikacji parametrów przeprowadzono liczne badania symulacyjne. Przeprowadzono również badania, w których symulowano identyfikację z szumem pomiarowym. Z badań tych wynika, że procedura nie jest wrażliwa na szum pomiarowy. Następnie przeprowadzono badania weryfikacyjne z wykorzystaniem danych pomiarowych uzyskanych podczas eksperymentu z zastosowaniem manipulatora SCORBOT-ER 4pc. Schemat identyfikacji przedstawiono na Rys. 4.



Rys. 4. Schemat identyfikacji parametrów

Manipulator poruszał się bez obciążenia po zadanej trajektorii, która wynika z założenia, że punkt C manipulatora ma poruszać się po torze kołowym zadaną prędkością w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny xy. Sterowanie manipulatorem zostało zrealizowane z zastosowaniem regulatora proporcjonalno-różniczkującego (PD). Podczas ruchu mierzony był wektor sterowań i wektor stanu manipulatora. Zmierzone wartości zaprezentowano na Rys. 5.



Rys. 5. Dane z eksperymentu pomiarowego: a) sterowania, b) współrzędne uogólnione, c) prędkości uogólnione

Identyfikację parametryczną wykonano w kilku wariantach a w celu porównania wyników przyjęto wskaźnik jakości zdefiniowany następująco:

$$J_e = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e_k^2}, \quad (50)$$

gdzie: k – numer kroku iteracyjnego, n – całkowita liczba kroków.

Przebadane zostały następujące warianty identyfikacji:

- wariant 1: identyfikacja parametrów dla pełnego modelu w przypadku manipulatora nieobciążonego i z zerowymi warunkami początkowymi estymowanych parametrów – otrzymano $J_e = 0.01735$ [W];

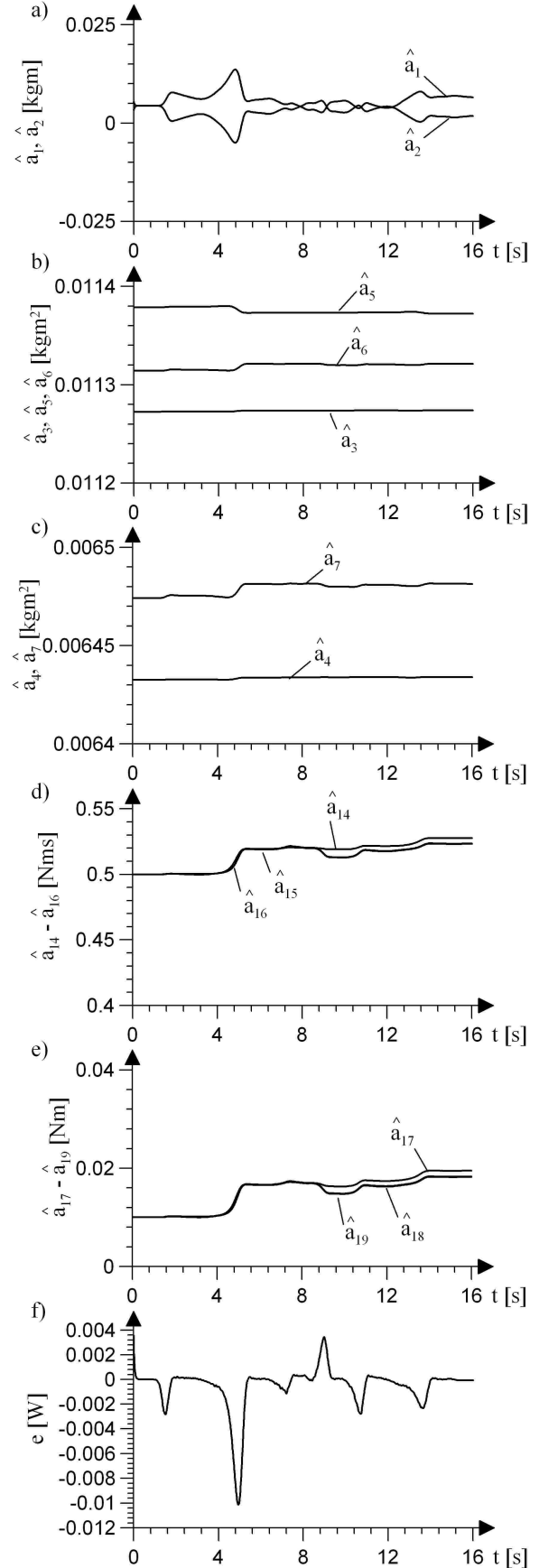
- wariant 2: identyfikacja parametrów dla modelu uproszczonego, tzn. bez uwzględniania parametrów $a_8 - a_{13}$, w przypadku manipulatora nieobciążonego i z zerowymi warunkami początkowymi estymowanych parametrów – otrzymano $J_e=0.01735$ [W];
- wariant 3: identyfikacja parametrów dla modelu uproszczonego, tzn. bez uwzględniania parametrów $a_8 - a_{13}$, w przypadku manipulatora nieobciążonego i z niezerowymi warunkami początkowymi estymowanych parametrów (jako wartości początkowe przyjęto wartości parametrów z tabeli 1 dla przypadku manipulatora nieobciążonego) – otrzymano $J_e=0.00178$ [W];
- wariant 4: identyfikacja parametrów dla modelu uproszczonego, tzn. bez uwzględniania parametrów $a_8 - a_{13}$, w przypadku manipulatora obciążonego (dane pomiarowe uzyskano podczas eksperymentu z wykorzystaniem manipulatora przenoszącego dodatkowy ciężar) i z niezerowymi warunkami początkowymi estymowanych parametrów (jako wartości początkowe przyjęto wartości parametrów z tabeli 1 dla przypadku manipulatora obciążonego) – otrzymano $J_e=0.00227$ [W];

Porównanie wskaźników jakości z wariantów 1 i 2 identyfikacji nasuwa wniosek, że model uproszczony, tzn. bez parametrów $a_8 - a_{13}$, których wartości zależą od masowych momentów dewiacji członów 2 i 3, jest tak samo dokładny jak model pełny. Z tego względu zdecydowano się uprościć model matematyczny i w związku z tym w kolejnych wariantach identyfikacji stosowano model uproszczony. W wariantcie 3 identyfikacji wykorzystano pewną wstępną wiedzę o obiekcie rzeczywistym i dlatego przyjęto niezerowe wartości początkowe estymowanych parametrów. Przebieg estymowanych parametrów i błąd mocy dla tego przypadku przedstawiono na Rys. 6. Widać, że największe zmiany estymat parametrów występują w początkowej fazie, gdy błąd mocy jest największy, a następnie ustalają się. Wartości końcowe estymat parametrów przyjęto jako parametry manipulatora. Podobnie postąpiono w wariantcie 4 identyfikacji, z tym że wyznaczono w nim parametry dla manipulatora z maksymalnym obciążeniem chwytaka. Ostatecznie w modelu matematycznym manipulatora SCORBOT-ER 4pc przyjęto wartości parametrów z wariantu 3 i 4 identyfikacji odpowiednio dla manipulatora nieobciążonego i obciążonego. Nowy wektor parametrów ma następującą formę:

$$\mathbf{p} = [p_1 \dots p_{13}]^T = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_{14} \ a_{15} \ a_{16} \ a_{17} \ a_{18} \ a_{19}]^T. \quad (51)$$

Wartości parametrów przedstawiono w tabeli 3.

Uzyskane parametry nie muszą być parametrami rzeczywistymi manipulatora (tak jest najczęściej), gdyż w układach nieliniowych istnieje wiele punktów w przestrzeni parametrów, które zapewniają minimalizację przyjętego kryterium identyfikacji, czyli zapewniają zgodność wyjść z modelu i z obiektu rzeczywistego w świetle przyjętego kryterium.



Rys. 6. Wyniki estymacji parametrów dla modelu uproszczonego w przypadku manipulatora nieobciążonego i z niezerowymi warunkami początkowymi estymat parametrów (wariant 3): a) – e) estymaty parametrów, f) błąd mocy

Tab. 3. Wartości parametrów manipulatora SCORBOT-ER 4pc uzyskane w procesie identyfikacji parametrycznej

parametr	jednostka	bez obc.	z obc.
$p_1=a_1$	kgm	0.0065	0.0082
$p_2=a_2$		0.0018	0.0041
$p_3=a_3$	kgm ²	0.0113	0.0161
$p_4=a_4$		0.0064	0.0113
$p_5=a_5$		0.0114	0.0163
$p_6=a_6$		0.0113	0.0162
$p_7=a_7$		0.0065	0.0113
$p_8=a_{14}$	Nms	0.5276	0.5345
$p_9=a_{15}$		0.5232	0.5340
$p_{10}=a_{16}$		0.5235	0.5342
$p_{11}=a_{17}$	Nm	0.0195	0.0221
$p_{12}=a_{18}$		0.0182	0.0216
$p_{13}=a_{19}$		0.0183	0.0217

W związku z przeprowadzonymi badaniami przyjęto ostatecznie model dynamiki manipulatora o strukturze danej równaniem (5), w którym wektory $\mathbf{q}$, $\mathbf{\tau}_d(t)$, $\mathbf{u}$ mają formę określoną równaniami odpowiednio (6), (19), (20), natomiast pozostałe macierze i wektory przyjmują formę:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & p_6 & l_2 p_2 \cos(q_3 - q_2) \\ 0 & l_2 p_2 \cos(q_3 - q_2) & p_7 \end{bmatrix}, \quad (52)$$

gdzie:

$$M_{11} = 2p_1 e c_2 + 2p_2 (e + l_2 c_2) c_3 + 0.5 p_3 \cos(2q_2) + 0.5 p_4 \cos(2q_3) + p_5, \quad (53)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) =$$

$$= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & 0 & -l_2 p_2 \sin(q_3 - q_2) \dot{q}_3 \\ C_{31} & l_2 p_2 \sin(q_3 - q_2) \dot{q}_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (54)$$

gdzie:

$$C_{11} = -[p_1 e s_2 + p_2 l_2 s_2 c_3 + 0.5 p_3 \sin(2q_2)] \dot{q}_2 - [p_2 (e + l_2 c_2) s_3 + 0.5 p_4 \sin(2q_3)] \dot{q}_3, \quad (55)$$

$$C_{12} = -C_{21} = -[p_1 e s_2 + p_2 l_2 s_2 c_3 + 0.5 p_3 \sin(2q_2)] \dot{q}_1, \quad (56)$$

$$C_{13} = -C_{31} = -[p_2 (e + l_2 c_2) s_3 + 0.5 p_4 \sin(2q_3)] \dot{q}_1, \quad (57)$$

$$\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} p_8 \dot{q}_1 + p_{11} \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) \\ p_9 \dot{q}_2 + p_{12} \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) \\ p_{10} \dot{q}_3 + p_{13} \operatorname{sgn}(\dot{q}_3) \end{bmatrix}, \quad (58)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = [0 \quad p_1 g c_2 \quad p_2 g c_3]^T. \quad (59)$$

Parametry występujące w modelu podane są w tabeli 3.

6. PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano sposób postępowania w przypadku modelowania nieliniowego obiektu dynamicznego na przykładzie manipulatora SCORBOT-ER 4pc. Podano sposób uproszczenia modelu dynamiki z wykorzystaniem równań wrażliwości. W wyniku przeprowadzonej identyfikacji uzyskano wartości parametrów modelu. Struktura modelu matematycznego posiada standardowe własności modelu manipulatora sztywnego z parami kinematycznymi obrotowymi (Canudas de Wit i inni, 1996).

LITERATURA

1. Canudas de Wit C., Siciliano B., Bastin G. (1996), *Theory of robot control*, Springer-Verlag, Londyn.
2. Cruz J.B. (1977), *Układy ze sprzężeniem zwrotnym*, PWN, Warszawa.
3. Eykhoff P. (1980), *Identyfikacja w układach dynamicznych*, PWN, Warszawa.
4. Hendzel Z., Nawrocki M. (2006), Identyfikacja parametryczna manipulatora SCORBOT, *Postępy Robotyki*, T. 1, 77-86.
5. Hendzel Z., Nawrocki M. (2008), Neuronowa identyfikacja manipulatora SCORBOT, *Modelowanie Inżynierskie*, Z. 36, 135-142.
6. Slotine J.J., Li W. (1991), *Applied nonlinear control*, Prentice Hall, New Jersey.
7. Söderström T., Stoica P. (1997), *Identyfikacja systemów*, PWN, Warszawa.
8. Spong M.W., Vidyasagar M. (1997), *Dynamika i sterowanie robotów*, WNT, Warszawa.
9. Tchoń K., Mazur A., Dułęba I., Hossa R., Muszyński R. (2000), *Manipulatory i roboty mobilne. Modele, planowanie ruchu, sterowanie*, AOW PLJ, Warszawa.
10. Żylski W. (1996), *Kinematyka i dynamika mobilnych robotów kołowych*, OWPRz, Rzeszów.
11. Żylski W., Nawrocki M. (2006), Model dyskretny manipulatora Scrobot, W: "Teoria Maszyn I Mechanizmów" Zielona Góra, OWUZ, T. 1, 317-322.

MODELLING OF MOVEMENT OF SELECTED MANIPULATOR

Abstract: In his paper modelling of movement of manipulator SCORBOT-ER 4pc is presented. Kinematics and dynamics equations, sensitivity equations and identification procedure are presented. Identification procedure based on principle of equivalence of kinetic energy and work. In identification signals from experiments are used. Results of verification of identification procedure and parameters of manipulator are presented.