

ABSTRACTS

Iwona Adamiec-Wójcik, Stanisław Wojciech

Numerical aspects in modelling vibrations of precipitators

The paper presents algorithms which enable us to shorten time of calculations when modeling dynamics of collecting electrodes of precipitators. In the case when subsystems (plates and top and bottom beams) are connected only in few places, computer program can be considerably accelerated. Results of calculations are presented and some conclusions are made.

Jacek Bałchanowski, Piotr Gąsieniec

Design and simulation researches of mobile walking robot

In the paper, the problem of conception and building 4-legged walking robot intended for transport cargo was presented. Starting from the structural synthesis of leg the kinematic chain was developed, and the computer calculation model was built. Considerations have been taken to develop programs and walking algorithms (straight, a curve, by obstacles). The analysis were finished by simulations testing the robot movement in order to verify the correctness of the solutions assumed.

Wojciech Blajer, Krzysztof Dziewiecki, Zenon Mazur

Remarks on human body movement modeling for the inverse dynamics analysis

In this article I present dynamic movement equation of the mobile robot, built by using Appell equation. As an example I chose the mobile robot Amigobot which characterized by physical size like moment of inertia, mass ect. used during modelling. The robot was given kinematic equation of movement which allowed to describe the speed and acceleration of characteristic points. Moreover, I eliminated unknown values a force dry friction from the model by using Maggi equations. In the research we used the program Maple for generating equations.

Andrzej Borawski, Franciszek Siemieniako

Influence of engine speed and load on process of voltage of impulses that controls LPG injectors

In article there were shown changes in process of voltage in LPG injectors depending on engine speed and load. The number of researches and analysis of the results has been made. New solution, that could make the quality of LPG inject better, were suggested.

Marcin Chrzanowski, Krzysztof Nowak

Description of mix-mode creep failure using cellular automata

The model of creep failure for polycrystalline materials in creep condition is proposed. The diffusional and creep-deformation damage growth mechanisms are implemented using cellular automaton. The two-dimensional simulations are performed for chosen microstructure of material for constant strain rate loading. The material structures at failure, times to failure and damage development rate are analysed. The results are compared with macro- and micro-mechanical models.

Grzegorz Dobrzyński, Włodzimierz Choromański

The mechatronic wheelchair with the function of overcoming physical obstructions

On the market there are only few offers of wheelchairs combining their motor function with the function of surmounting physical obstructions and ascending or descending stairs. Their prices are comparable to those of luxury cars. There are also few research papers concerning the dynamics of wheelchairs. Definitely too few considering the social demand for vehicles of this type. The authors of this paper are convinced that it is one of the first papers in the world dealing, in a comprehensive way, with wheelchairs. It presents the design process using CAX techniques together with the prototype construction and verification/validation studies conducted on the prototype.

Paweł Fałat

Application of neural network to define winch drive function

The paper presents the application of the neural network to controlling of the drive function of a sea crane winch. The function ensures the load stabilization on a proper depth. The base ship movements, caused by the sea waves, are taken into consideration. The author applied the neural network and the object oriented programming techniques which have been used to create own software applications.

Zdzisław Gosiewski, Piotr Kłoskowski, Mirosław Kondratiuk

Simulation analysis of selected constructions of magnetic circuits as stators of a flat linear impulse motor

This paper presents the analysis of different constructional solutions of the magnetic circuit which can be used as a stator of a flat linear impulse drive. The three configurations of magnetic circuits were considered. Each of magnetic circuits has four air gaps inside which the acceleration of windings of a driven element is possible. The analysis of each constructions of magnetic circuits were made by comparison of simulation results which were obtained by using the COMSOL Multiphysics software. The scope of works included the analysis of the magnetic flux density in the neighbourhood of each air gaps. The obtained data will be used to get the design concept of the magnetic launcher having the character of a flat linear motor.

Marcin Graba

The influence of material properties on the Q -stress value near the crack tip for elastic-plastic materials for center cracked plate in tension

In the paper the values of the Q -stress determined for various elastic-plastic materials for central cracked plate in tension (CC(T)) presented. The influence of the yield strength, the work-hardening exponent and the crack length on the Q -parameter was tested. The numerical results were approximated by the closed form formulas.

Zenon Hendzel, Magdalena Muszyńska

A neuro-fuzzy control of a wheeled mobile robot

This work analyses neuro-fuzzy algorithm adaptation conclusions and premise rule base, applied to approximation nonlinearity wheeled mobile robot. Computer simulation proposed solution was realized in emulator mobile robot.

Zenon Hendzel, Marcin Nawrocki

Identification of the robot model parameters

In this paper the identification algorithm with unknown parameters for manipulator was developed. This algorithm is based on the energy and work equilibrium principium. To the parameter evaluation the gradient estimator was used. Finally, presented algorithm was applied on laboratory stand and it is used to proper laboratory verification tests which are on the last part of the paper shown.

Jarosław Janusz, Jacek Kłosiński

Influence of the selected control strategies of mobile crane motions on its stability

The mathematical model of control of working motions of a mobile crane which can be used for checking the crane stability, is described in the paper. The admissible static loads of crane model have been determined. In the paper, results of research of slewing motion for conditions of thread of loss stability have been presented. The influence of the assumed strategies of the controlling of the slewing motion and the crane luffing on the values of reactions in the crane support system was investigated. The displacements of payload during the motions' realisation and after ending of the motions were calculated.

Robert Jastrzębski, Tadeusz Kowalski, Paweł Osówniak, Anna Szepeke

Diagnostics of machine tool spindles based on rotating axes error motions

We describe the measurement methodology of rotating axes error motions. We present the possibility of utilizing this methodology to assess and diagnose machine tool spindles in scope of geometrical accuracy of bearings and toolholders, displacement of rotating axis, displacement of vibrations, thermal deformation of spindle nose and to detect a malfunction in spindle operation. We present example results of CNC machine tool motor spindle diagnosis and detected errors that the source of machining abnormality (shape errors, breakage or increased wear of cutting inserts, increased roughness).

Aleksander Karolczuk, Artur Cichański

Averaging of strains over the critical plane in fatigue life assessments of notched specimens

The paper analyses the influence of the size of the area in averaging process of strains over critical plane on the calculated fatigue life. The averaged strain is used as nonlocal parameter in fatigue life calculation. The analysis is performed on experimental results obtained on specimens with different notch radius. Specimens were made of a vanadium-based microalloyed forging steel AISI 1141, in both as-forged (AF) and quenched and tempered (QT) conditions. Heat treatment has changed cyclic properties of the material. The change in the cyclic stress-strain curve by heat treatment has influenced the size of the averaging area.

Jerzy Krukowski, Andrzej Maczyński

Numerical efficiency of the modelling methods of a base's general motion in offshore equipments

In the paper a problem of modelling the movement of a base of an offshore equipment is considered. The influence of a method of modelling this movement on the numerical efficiency is discussed on the example of an offshore crane. Two manners are analysed. First - the motion of the base is assumed as known. The equations of crane motion are formulated with assumption that the transformations matrix from the base to the global coordinate system is a known function of time. Second - displacements and angles of rotation of the base are generalized coordinates of the system. The assumed movement of the base is obtained by means of suitable equations of constraints. The exemplary results of numerical calculation are presented.

Roman Kulczycki, Adam Bajkowski

On solutions of selected three-dimensional problems of elasticity theory for nonhomogeneous bodies

First and second problems of the elasticity theory is considered for a non-homogeneous half-space. The body was composed of a non-homogeneous surface layer and a homogeneous half-space. It is assumed that the mechanical properties of coating material are dependent on the depth. The algorithm of solutions to the equations of three-dimensional theory of elasticity is presented.

Adam Lipski, Robert Sołtysiak

Selected methods for estimation of a strain-controlled fatigue life curve to rely on the tension testing results for instance of 2024 T3 aluminium alloy

Seven methods for estimation of a strain controlled fatigue life curve is presented in this paper. These methods rely on the tension testing results. The described methods were put into use to determine of the Morrow's relation for a sheet of 2024-T3 aluminium alloy. The obtained diagrams were compared with an experimental low-fatigue diagram. It was found the significant differences between these diagrams in a shape and in a position. The considerable differences between calculated and experimentally determined values of the cyclic plastic strain coefficient and exponent have a significant influence on these differences. The coefficient and the exponent of the cyclic plastic strain have a connection with the percentage reduction of area in most cases presented in this paper. A measuring error of the percentage reduction of the specimen area significant impinge on a shape of Morrow's diagram.

Jan Marianowski, Marek Halwa

Stability analysis of a new drilling and loading truck destined for mining

In the article a prototype of a new self-propelled drilling and loading truck carried out within a purposeful draft has been presented. The truck was destined for operation: both in coal and ore mining. The particular attention has been given to stability procedures and analysis of this equipment. It was shown that an equipment stability depends on interacting positions of drill manipulator and loader shovel.

Tomasz Piątkowski

Experimental examination of dry friction of small-sized unit loads

The paper deals with the examination of dry friction in the handling process of unit loads (e.g. postal parcels) transported on belt conveyors. The experimental tests are performed on the laboratory stand, whose the main element is a system of two inversely driven belts. On the basis of the analysis of results of experimental investigation the nonlinear friction coefficient defined by a B-spline curve of third degree was worked out.

Przemysław Sperzyński, Jarosław Szrek, Antoni Gronowicz

Synthesis of a mechanism for generating straight line indexing trajectory

A lot of papers have considered the task of synthesis mechanisms generating straight line trajectory. This paper presents two methods of synthesis a mechanism that is driven by linear actuator. The coupler point, in a part of its trajectory, moves along straight line and at the same time the linear relation between its displacement and of the driver's elongation is fulfilled. The first method, however based on searching among possible solutions, uses some simplifications. The second method uses neural networks and is focused mainly on optimization of linear relation of a coupler point motion and elongation of linear actuators. Presented methods can be helpful in designing similar mechanisms.

Tadeusz Stefański, Łukasz Zawarczyński

Energy-saving hydraulic drive with voltage inverter-fed induction motor

The analysis of problems regarding mathematical modelling and flow control of hydraulic power station, where constant displacement pump is powered by inverter-fed brushless DC motor, was carried out. The motor is powered by voltage inverter. Direct torque and flux control method, bearing in mind minimization of power losses in the induction motor, was applied in the control system. The numerical Box's method of static optimisation was applied in parametric identification of the motor mathematical model. Energy loss evaluation was based on laboratory measurements of inverter-fed induction motor drive (2.2 kW).

Andrzej A. Stępniewski, Dariusz Kasperek

Feeding – cutting accessory's load analysis in round balers

There has been an attempt to identify workload which have influence on excessive energetic demand during cutting material (grass, hay or straw) in round balers. For geometrical parameters of the knife and endurance parameters of the material, the course of smashing and cutting the material has been determined. For the real geometrical measurements of the feeding-and-cutting unit there have been determined courses of elementary orthogonal reaction's values, acting along the blade's line and after that the values of the elementary moments of the forces loading the driving system of the unit and the course of smashing and cutting the material, as a function of an angle of the collector shaft's rotation. Material's basic strength parameters and cutting unit's geometrical parameters, which have main influence of the cutting process's have also been defined.

Anatolij Sviridenok, Irina Novik, Andrej Grigorev, Aleksandr Sechko

Thermocycling influence on the mechanism of polyamide nanocomposites destruction

It is exhibited, that directed thermocycling from cryogenic temperature up to heats allows to change noticeably structure and the mechanism of destruction of polyamide composites, filled with carbon nanoparticles and nanotubes.

Jacek Ziemba

Basic geometry synthesis method for drive systems with actuator

Basic geometry synthesis method for drive systems with actuator in paper is presented. The method allows to determine length of the arms and initial length and travel of the actuator. Also dimensions determination in dependence of kinematics and dynamics is possible. The presented method can be applied in the geometric synthesis of mechanical systems with actuators.

CONTENTS

Iwona Adamiec-Wójcik, Stanisław Wojciech <i>Numerical aspects in modelling vibrations of precipitators</i>	5
Jacek Bałchanowski, Piotr Gąsieniec <i>Design and simulation researches of mobile walking robot</i>	9
Wojciech Blajer, Krzysztof Dziewiecki, Zenon Mazur <i>Remarks on human body movement modeling for the inverse dynamics analysis</i>	17
Andrzej Borawski, Franciszek Siemieniako <i>Influence of engine speed and load on process of voltage of impulses that controls LPG injectors</i>	25
Marcin Chrzanowski, Krzysztof Nowak <i>Description of mix-mode creep failure using cellular automata</i>	29
Grzegorz Dobrzyński, Włodzimierz Choromański <i>The mechatronic wheelchair with the function of overcoming physical obstructions</i>	37
Paweł Fałat <i>Application of neural network to define winch drive function</i>	43
Zdzisław Gosiewski, Piotr Kłoskowski, Mirosław Kondratiuk <i>Simulation analysis of selected constructions of magnetic circuits as stators of a flat linear impulse motor</i>	49
Marcin Graba <i>The influence of material properties on the Q-stress value near the crack tip for elastic-plastic materials for center cracked plate in tension</i>	54
Zenon Hendzel, Magdalena Muszyńska <i>A neuro-fuzzy control of a wheeled mobile robot</i>	63
Zenon Hendzel, Marcin Nawrocki <i>Identification of the robot model parameters</i>	69
Jarosław Janusz, Jacek Kłosiński <i>Influence of the selected control strategies of mobile crane motions on its stability</i>	74
Robert Jastrzębski, Tadeusz Kowalski, Paweł Osówniak, Anna Szepke <i>Diagnostics of machine tool spindles based on rotating axes error motions</i>	81
Aleksander Karolczuk, Artur Cichański <i>Averaging of strains over the critical plane in fatigue life assessments of notched specimens</i>	86
Jerzy Krukowski, Andrzej Maczyński <i>Numerical efficiency of the modelling methods of a base's general motion in offshore equipments</i>	93
Roman Kulczycki, Adam Bajkowski <i>On solutions of selected three-dimensional problems of elasticity theory for nonhomogeneous bodies</i>	99
Adam Lipski, Robert Sołtysiak <i>Selected methods for estimation of a strain-controlled fatigue life curve to rely on the tension testing results for instance of 2024 T3 aluminium alloy</i>	107
Jan Marianowski, Marek Halwa <i>Stability analysis of a new drilling and loading truck destined for mining</i>	114
Tomasz Piątkowski <i>Experimental examination of dry friction of small-sized unit loads</i>	120

Przemysław Sperzyński, Jarosław Szrek, Antoni Gronowicz <i>Synthesis of a mechanism for generating straight line indexing trajectory</i>	124
Tadeusz Stefański, Łukasz Zawarczyński <i>Energy-saving hydraulic drive with voltage inverter-fed induction motor</i>	130
Andrzej A. Stępniewski, Dariusz Kasperek <i>Feeding – cutting accessory's load analysis in round balers</i>	137
Anatolij Sviridenok, Irina Novik, Andrej Grigorev, Aleksandr Sechko <i>Thermocycling influence on the mechanism of polyamide nanocomposites destruction</i>	142
Jacek Ziemba <i>Basic geometry synthesis method for drive systems with actuator</i>	147

SPIS TREŚCI

Iwona Adamiec-Wójcik, Stanisław Wojciech <i>Numeryczne aspekty w modelowaniu drgań elektrofiltrów</i>	5
Jacek Bałchanowski, Piotr Gąsieniec <i>Budowa i badania symulacyjne robota kroczącego</i>	9
Wojciech Blajer, Krzysztof Dziewiecki, Zenon Mazur <i>Aspekty modelowania dynamiki ruchu człowieka dla zadań symulacji odwrotnej</i>	17
Andrzej Borawski, Franciszek Siemieniako <i>Wpływ prędkości obrotowej i obciążenia silnika na przebieg napięcia impulsu sterującego wtryskiwaczami płynnego gazu ropopochodnego</i>	25
Marcin Chrzanowski, Krzysztof Nowak <i>Opis zniszczenia mieszanego w warunkach pełzania przy pomocy automatów komórkowych</i>	29
Grzegorz Dobrzyński, Włodzimierz Choromański <i>Wózek inwalidzki z opcją jazdy po schodach – metodyka konstruowania</i>	37
Paweł Fałat <i>Zastosowanie sieci neuronowej do sterowania pracą wciągarki</i>	43
Zdzisław Gosiewski, Piotr Kłoskowski, Mirosław Kondratiuk <i>Analiza symulacyjna wybranych konstrukcji obwodów magnetycznych jako stojanów płaskiego impulsowego napędu liniowego</i>	49
Marcin Graba <i>Wpływ stałych materiałowych na rozkład naprężeń Q przed wierzchołkiem pęknięcia w materiałach sprężysto-plastycznych dla płyty z centralną szczeliną poddanej rozciąganiu</i>	54
Zenon Hendzel, Magdalena Muszyńska <i>Sterowanie neuronowo-rozmyte mobilnym robotem kołowym</i>	63
Zenon Hendzel, Marcin Nawrocki <i>Identyfikacja parametrów modelu robota</i>	69
Jarosław Janusz, Jacek Kłosiński <i>Wpływ wybranych strategii sterowania ruchami roboczymi żurawia samojezdnego na jego stateczność</i>	74
Robert Jastrzębski, Tadeusz Kowalski, Paweł Osówniak, Anna Szepeke <i>Diagnostyka wrzecion obrabiarek na podstawie pomiarów błędnych ruchów wirujących osi</i>	81
Aleksander Karolczuk, Artur Cichański <i>Uśrednianie odkształceń w płaszczyźnie krytycznej materiału w ocenie trwałości zmęczeniowej elementów z karbem</i>	86
Jerzy Krukowski, Andrzej Maczyński <i>Efektywność obliczeniowa różnych sposobów modelowania ruchu ogólnego bazy urządzeń posadowionych na jednostkach pływających</i>	93
Roman Kulczycki, Adam Bajkowski <i>Konstruowanie rozwiązań wybranych trójwymiarowych zagadnień teorii sprężystości ośrodków niejednorodnych</i>	99
Adam Lipski, Robert Sołtysiak <i>Przybliżone wyznaczanie wykresu trwałości zmęczeniowej w ujęciu odkształceniowym bazujące na wynikach próby rozciągania na przykładzie stopu aluminium 2024-T3</i>	107

Jan Marianowski, Marek Halwa

Analiza stateczności nowego wozu wiercąco-ładującego przeznaczonego dla górnictwa 114

Tomasz Piątkowski

Badania doświadczalne tarcia suchego w procesie manipulowania małogabarytowymi ładunkami jednostkowymi 120

Przemysław Sperzyński, Jarosław Szrek, Antoni Gronowicz

Synteza geometryczna mechanizmu realizującego trajektorię prostoliniową odcelowaną 124

Tadeusz Stefański, Łukasz Zawarczyński

Energooszczędny napęd hydrauliczny z silnikiem indukcyjnym zasilanym z falownika napięcia 130

Andrzej A. Stępniewski, Dariusz Kasperek

Analiza obciążeń zespołu podająco-tnącego w prasie zwijającej 137

Anatolij Sviridenok, Irina Novik, Andrej Grigorev, Aleksandr Sechko

Wpływ cyklicznej obróbki termicznej na mechanizm zniszczenia nanokompozytów poliamidowych 142

Jacek Ziemba

Metoda syntezy geometrii podstawowej układów napędowych z siłownikiem 147

NUMERYCZNE ASPEKTY W MODELOWANIU DRGAŃ ELEKTROFILTRÓW

Iwona ADAMIEC-WÓJCIK*, Stanisław WOJCIECH*

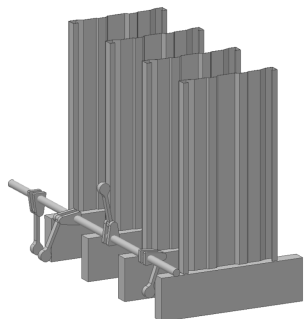
*Katedra Informatyki Stosowanej, Wydział Zarządzania i Informatyki,
Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała

i.adamiec@ath.eu, swojciech@ath.eu

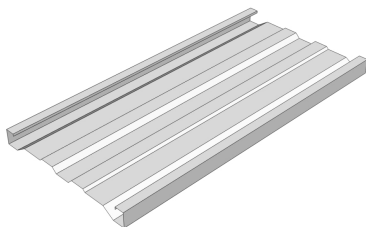
Streszczenie: W pracy przedstawiono algorytm umożliwiający znaczne skrócenie czasu obliczeń przy modelowaniu dynamiki płyt zbiorczych elektrofiltrów. W przypadku gdy podukłady (płyty oraz belka podtrzymująca i drąg strzepujący) łączą się w niewielu miejscach, można znacząco przyspieszyć działanie programu komputerowego. Przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń oraz sformułowano wnioski związane z planowanym wykorzystaniem techniki obliczeń równoległych.

1. WPROWADZENIE

Urządzenia służące do odpylania gazów przemysłowych cechują się bardzo dużą efektywnością (często przekraczającą 99%). Jednymi z najczęściej stosowanych są elektrofiltry, produkowane również w Polsce. Zanieczyszczony gaz przepływa pomiędzy elektrodami a cząsteczki pyłu osadzają się wskutek działania pola elektrostatycznego na płytach zbiorczych (Rys.1).



Rys. 1. Układ elektrod zbiorczych



Rys. 2. Elektroda typu Sigma

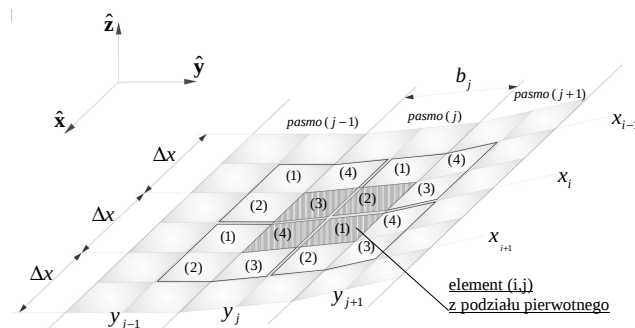
Co jakiś czas specjalne bijaki uderzają w drąg strzepujący wzbudzając drgania płyt z nim połączonych. W opinii konstruktorów o skuteczności strzepywania decydują przyspieszenia pojawiające się w płytach wskutek uderzenia. Wartości przyspieszeń zależą nie tylko od siły uderzenia ale również od kształtu i długości elektrod.

Autorzy niniejszej pracy od kilku lat zajmują się mode-

lowaniem dynamiki płyt zbiorczych przy zastosowaniu współczesnych metod obliczeniowych. Powstały dwa różne modele, krótko opisane poniżej. Wstępne wyniki dotyczące analizy drgań własnych i obliczania ugięć statycznych przedstawiono w pracach (Adamiec-Wójcik i inni, 2009; Nowak i Adamiec-Wójcik, 2009; Nowak i Brzozowski, 2010).

2. MODELE UKŁADU

Pierwszy z modeli, nazywany modelem hybrydowym, łączy MES (metodę elementów skończonych) (Rakowski i Kacprzyk, 2005; Zienkiewicz i inni, 2006) z MSES (metodą sztywnych elementów skończonych) (Kruszewski i inni, 1975; Wittbrodt i inni, 2006). Belka górna i drąg strzepujący są dyskretyzowane metodą sztywnych elementów skończonych. Natomiast płyty są modelowane w dwóch etapach. Do wyznaczania energii potencjalnej odkształcenia sprężystego płyt stosowany jest klasyczna metoda elementów skończonych (jest to tzw. podział pierwotny). W drugim etapie cechy bezwładnościowe płyty przejmują sztywne elementy skończone (ses) (Rys.3).



Rys. 3. Podział płyty na sztywne elementy skończone

Dzięki ściśle określonym regułom transformacji współrzędnych elastycznych (z podziału pierwotnego) do współrzędnych sztywnych (z podziału płyty na ses) uzyskuje się

podział wtórny, w którym stopniami swobody elementów są trzy przemieszczenia translacyjne i trzy rotacyjne ses.

W przypadku drugiego z modeli, belkę podtrzymującą i drąg strzepujący modelowano wykorzystując ses belkowe o sześciu stopniach swobody. Natomiast płyty modelowano metodą pasm płytowych (Zienkiewicz i Taylor, 2003), przyjmując że przemieszczenia tarczowe $u^{(j)}$, $v^{(j)}$ oraz płytowe $w^{(j)}$ w j -tym paśmie płytowym określają zależności:

$$u^{(j)}(x', y') = \sum_{i=-1}^{n+1} \varphi_i(x') [P_1(y') \quad P_2(y')] \begin{bmatrix} \alpha_i u_1^{(j)} \\ \alpha_i u_2^{(j)} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$$v^{(j)}(x', y') = \sum_{i=-1}^{n+1} \varphi_i(x') [P_1(y') \quad P_2(y')] \begin{bmatrix} \alpha_i v_1^{(j)} \\ \alpha_i v_2^{(j)} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

$$w^{(j)}(x', y') = \sum_{i=-1}^{n+1} \varphi_i(x') Q(y') \bar{w}^{(j)} \quad (1.3)$$

gdzie:

$$\varphi_k(x') = \begin{cases} 0 & x' < x_{k-2} \\ (x' - x_{k-2})^3 & x_{k-2} \leq x' \leq x_{k-1} \\ h^3 + 3h^2(x' - x_{k-1}) + 3h(x' - x_{k-1})^2 - 3(x' - x_{k-1})^3 & x_{k-1} \leq x' \leq x_k \\ h^3 - 3h^2(x' - x_{k+1}) + 3h(x' - x_{k+1})^2 + 3(x' - x_{k+1})^3 & x_k \leq x' \leq x_{k+1} \\ (x_{k+2} - x')^3 & x_{k+1} \leq x' \leq x_{k+2} \\ 0 & x_{k+2} < x' \end{cases}$$

odpowiednio dla $x_{k-2} \leq x' \leq x_{k-1}$, $x_{k-1} \leq x' \leq x_k$, $x_k \leq x' \leq x_{k+1}$, $x_{k+1} \leq x' \leq x_{k+2}$, $x_{k+2} < x'$, $x_k = kh$, $h = \frac{L}{n}$,

$k = -3, 0, 1, \dots, n-1, n, n+3, L$ – długość płyty,

$$P_1(y') = -\frac{y'}{b_j} + 1, P_2(y') = \frac{y'}{b_j}, \quad \bar{w}^{(j)} = \begin{bmatrix} \alpha_i w_1^{(j)} \\ \alpha_i \theta_1^{(j)} \\ \alpha_i w_2^{(j)} \\ \alpha_i \theta_2^{(j)} \end{bmatrix},$$

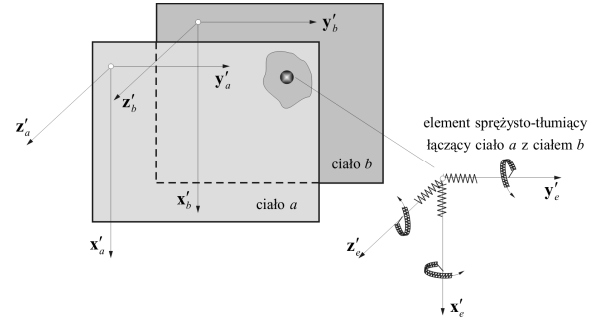
$$Q(y') = [Q_1(y') \quad Q_2(y') \quad Q_3(y') \quad Q_4(y')],$$

$$Q_1(y') = 1 - \frac{3y'^2}{b_j^2} + \frac{2y'^3}{b_j^3}, \quad Q_2(y') = y' - \frac{2y'^2}{b_j} + \frac{y'^3}{b_j^2},$$

$$Q_3(y') = \frac{3y'^2}{b_j^2} - \frac{2y'^3}{b_j^3}, \quad Q_4(y') = -\frac{y'^2}{b_j} + \frac{y'^3}{b_j^2},$$

b_j – szerokość j -tego pasma płyty.

Płyty łączono z belką górną i drągiem strzepującym przy pomocy elementów sprężystych przedstawionych na Rys. 4.



Rys. 4. Element łączący płyty i belki

W przypadku metody hybrydowej takie połączenie jest łatwo zrealizować, bowiem i belki i płyty są dzielone na sztywne elementy skończone. W przypadku metody pasm płytowych rozbudowano modele pojedynczej płyty do modułu zawierającego oprócz współrzędnych uogólnionych opisujących przemieszczenia wyrażone wzorami (1) również ciała sztywne (dodane w punktach potencjalnych połączeń pasm z płytami). Tak zdefiniowane moduły łączono następnie z ses belek elementami z Rys.4.

3. RÓWNANIA RUCHU UKŁADU

Równania ruchu wyprowadzono z równań Lagrange'a II rodzaju. W obu opisanych wyżej modelach mają one postać:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} \quad (2)$$

gdzie: $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ – odpowiednio macierz mas i sztywności o stałych elementach, $\mathbf{F}$ – wektor sił uogólnionych pochodzących od sił ciężkości i uderzenia bijaka, $\mathbf{q}$ – wektor współrzędnych uogólnionych.

Równania (2) całkowano metodą Newmarka (ze stałym krokiem) co prowadzi do konieczności wyznaczenia $\ddot{\mathbf{q}}_t = \ddot{\mathbf{q}}(t)$ jako rozwiązania układu równań algebraicznych liniowych:

$$[\mathbf{M} + \alpha h^2] \ddot{\mathbf{q}}_t = \mathbf{F}_t - \mathbf{C} \left[\mathbf{q}_{t-h} + h \dot{\mathbf{q}}_{t-h} + \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) h^2 \ddot{\mathbf{q}}_{t-h} \right] \quad (3)$$

a następnie $\dot{\mathbf{q}}_t$ i $\mathbf{q}_t$ ze wzorów:

$$\dot{\mathbf{q}}_t = \dot{\mathbf{q}}_{t-h} + (1 - \delta) h \ddot{\mathbf{q}}_{t-h} + \delta h \ddot{\mathbf{q}}_t \quad (4.1)$$

$$\mathbf{q}_t = \mathbf{q}_{t-h} + h \dot{\mathbf{q}}_{t-h} + \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) h^2 \ddot{\mathbf{q}}_{t-h} + \alpha h^2 \ddot{\mathbf{q}}_t \quad (4.2)$$

gdzie: α, δ – stałe, h – krok całkowania.

Przyjmowano ponadto następujące warunki początkowe:

$$\dot{\mathbf{q}}|_{t=0} = 0 \quad (5.1)$$

oraz $\mathbf{q}|_{t=0} = \mathbf{q}_0$ jako rozwiązanie układu równań:

$$\mathbf{C}\mathbf{q}_0 = \mathbf{F}_0 \quad (5.2)$$

Zasadniczą część czasu obliczeniowego zajmuje rozwiązywanie układów równań algebraicznych liniowych

postaci (3) i (5.2). Konstrukcja układu, narzuca jednak sposób postępowania, który zostanie opisany poniżej.

4. ROZWIĄZYWANIE RÓWNAŃ ALGEBRAICZNYCH LINIOWYCH

Równania odpowiadające zagadnieniu (3) i (5.2) można ogólnie zapisać w postaci:

$$\mathbf{A}_g \mathbf{X}_g + \sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(g)} \mathbf{X}_s = \mathbf{F}_g \quad (6.1)$$

$$\mathbf{A}_k^{(g)T} \mathbf{X}_g + \sum_{s=1}^p \mathbf{A}_{k,s}^{(p)} \mathbf{X}_s + \mathbf{A}_k^{(d)T} \mathbf{X}_d = \mathbf{F}_k^{(p)} \quad (6.2)$$

$$\sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(d)} \mathbf{X}_s + \mathbf{A}_d \mathbf{X}_d = \mathbf{F}_d \quad (6.3)$$

gdzie: $k=1,...,p$, $\mathbf{X}_g$ – wektor niewiadomych dotyczących belki górnej, $\mathbf{X}_s$ – wektor niewiadomych dotyczących płyty, $\mathbf{X}_d$ – wektor niewiadomych dotyczących belki dolnej (drga), p – liczba płyt.

W szczególnym przypadku, gdy płyty są jednakowe i nie są połączone ze sobą (jak to ma miejsce w konstrukcjach rzeczywistych) zachodzi:

$$\mathbf{A}_{k,s}^{(p)} = \mathbf{A}, \quad k,s=1,...,p \quad (7)$$

a układ (6) przyjmuje postać:

$$\mathbf{A}_g \mathbf{X}_g + \sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(g)} \mathbf{X}_s = \mathbf{F}_g \quad (8.1)$$

$$\mathbf{A}_k^{(g)T} \mathbf{X}_g + \mathbf{A} \mathbf{X}_k + \mathbf{A}_k^{(d)T} \mathbf{X}_d = \mathbf{F}_k^{(p)} \quad (8.2)$$

$$\sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(d)} \mathbf{X}_s + \mathbf{A}_d \mathbf{X}_d = \mathbf{F}_d \quad (8.3)$$

Z równania (8.2) można obliczyć:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{A}^{-1} \left[\mathbf{F}_k^{(p)} - \mathbf{A}_k^{(g)T} \mathbf{X}_g - \mathbf{A}_k^{(d)T} \mathbf{X}_d \right] \quad (9)$$

Wstawiając (9) do równań (8.1) i (8.3) otrzymuje się:

$$\left[\mathbf{A}_g - \bar{\mathbf{A}}^{(g)} \right] \mathbf{X}_g - \bar{\mathbf{A}}^{(d)} \mathbf{X}_d = \mathbf{F}_g - \bar{\mathbf{A}}_g^{(F)} \quad (10.1)$$

$$-\bar{\mathbf{A}}_d^{(g)} \mathbf{X}_g + \left[\mathbf{A}_d - \bar{\mathbf{A}}^{(d)} \right] \mathbf{X}_d = \mathbf{F}_d - \bar{\mathbf{A}}_d^{(F)} \quad (10.2)$$

gdzie:

$$\bar{\mathbf{A}}^{(g)} = \sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(g)} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_s^{(g)T}, \quad \bar{\mathbf{A}}_g^{(F)} = \sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(g)} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_s^{(d)T},$$

$$\bar{\mathbf{A}}_d^{(g)} = \sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(d)} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_s^{(g)T}, \quad \bar{\mathbf{A}}^{(d)} = \sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(d)} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_s^{(d)T},$$

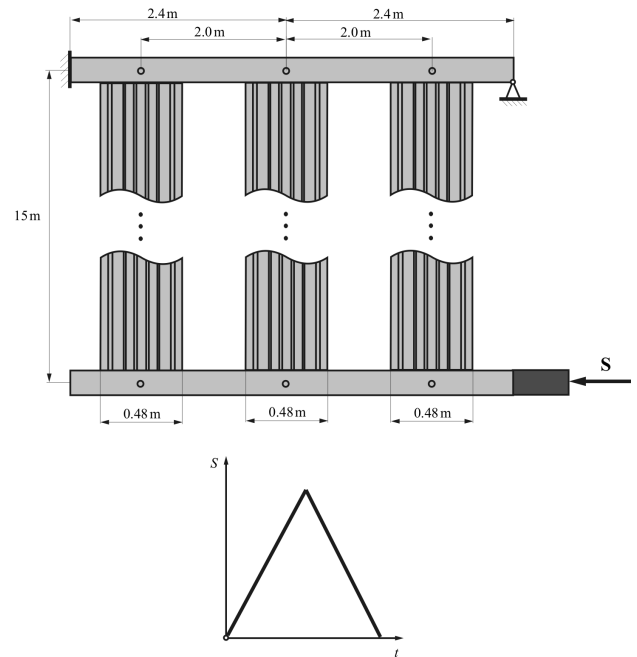
$$\bar{\mathbf{A}}_g^{(F)} = \sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(g)} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}_s^{(p)}, \quad \bar{\mathbf{A}}_d^{(F)} = \sum_{s=1}^p \mathbf{A}_s^{(d)} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}_s^{(p)}.$$

Rozwiązując układ równań (10) można wyznaczyć $\mathbf{X}_g$ i $\mathbf{X}_d$, a następnie z (9) $\mathbf{X}_k$ dla $k=1,...,p$. Warto w tym miejscu zaznaczyć, że macierz $\mathbf{A}$ jest macierzą o stałych elementach. Dlatego, dla potrzeb rozwiązywania układu równań (3) wystarczy macierz odwrotną $\mathbf{A}^{-1}$ obliczyć tylko raz (przy wspomnianym wcześniej stałym kroku całkowania). Liczba elementów wektorów $\mathbf{X}_g$ i $\mathbf{X}_d$ odpowiadających współrzędnym uogólnionym belki górnej i drga strzepującego jest rzędu kilkuset. Natomiast liczba elementów wektorów $\mathbf{X}_k$ jest rzędu kilku tysięcy. Do rozwiązywania układu równań (10) i odwracania macierzy $\mathbf{A}$ zastosowano algorytm rozkładu na czynniki trójkątne dla macierzy symetrycznych.

5. PRZYKŁADOWE WYNIKI OBLICZEŃ, WNIOSKI

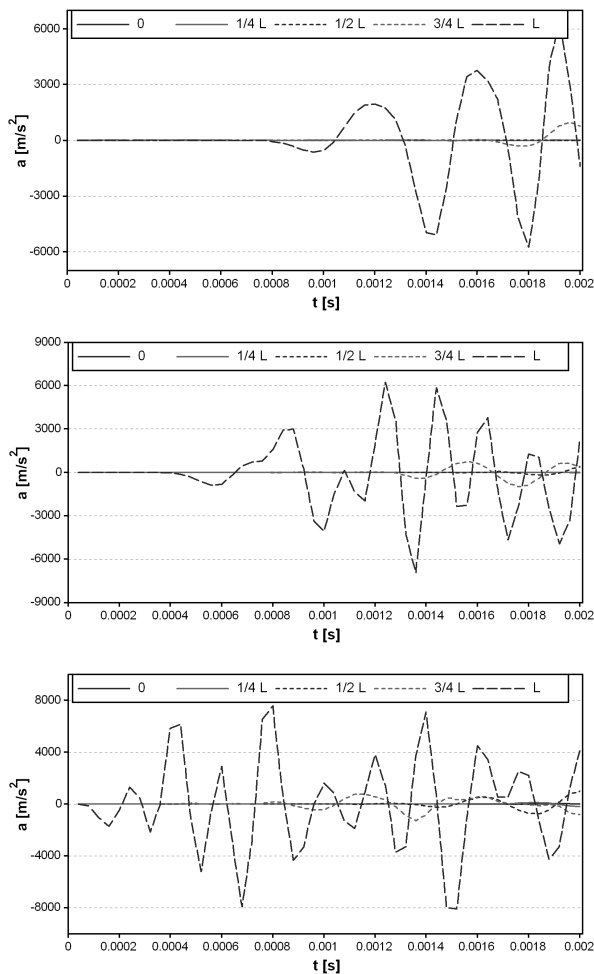
Obie wymienione wcześniej metody (hybrydowa i pasm płytowych) mają już swoje implementacje komputerowe. Obie przeszły już fazę weryfikacji poprawności numerycznej i są w fazie walidacji – porównania wyników obliczeń z pomiarami.

Przedstawione dalej wyniki obliczeń dotyczą przypadku, w którym na belce górnej zawieszono trzy jednakowe płyty o długości 15m. Założono trójkątny przebieg siły uderzenia (Rys. 5).

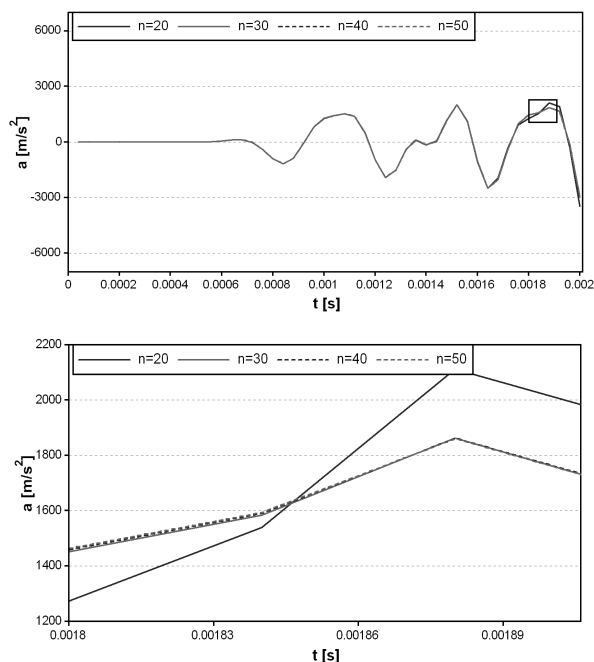


Rys. 5. Układ trzech płyt i przebieg siły uderzenia

Na Rys. 6 przedstawiono wyniki uzyskane metodą pasm płytowych. Pokazują one przebiegi przyspieszeń w punktach położonych odpowiednio w punktach połączeń płyt z belką dolną i górną oraz w $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ wysokości płyty. Pierwszy wykres pokazuje przyspieszenia w płycie położonej najbliżej młotka, następny w płycie środkowej i ostatni w płycie zewnętrznej. Przedstawione wykresy umożliwiają analizę rozprzestrzeniania się drgań w układzie płyt osadcznych.



Rys. 6. Przebiegi przyspieszeń normalnych do powierzchni płyt osadczych



Rys. 7. Wpływ liczby funkcji sklepanych na przebiegi przyspieszeń normalnych w punkcie znajdującym się w połowie długości płyty

Wpływ liczby funkcji sklepanych wykorzystanych w modelowaniu przemieszczeń płyt na dokładność wyników przedstawia Rys. 7.

Wykresy przedstawiają wartości przyspieszeń normalnych obliczanych dla płyty środkowej w połowie jej wysokości. Wyniki otrzymano dla układu płyt o długości 1m.

Autorzy mają nadzieję na pozytywne rezultaty walidacji obu modeli.

Wiążemy też duże oczekiwania z możliwością zastosowania obliczeń rozproszonych. W jednostce głównej rozwiązywany byłby układ równań (10), natomiast obliczenia wektorów $\mathbf{X}_k$ z równania (9) realizowane byłyby na jednostkach satelitarnych. Warto również zaznaczyć, że macierze $\mathbf{A}_s^{(g)}$ i $\mathbf{A}_s^{(d)}$, wobec przyjętego łączenia płyt z belkami, mają niezerowe tylko pojedyncze podmacierze 6x6 co wykorzystano w implementacji komputerowej.

LITERATURA

1. Adamiec-Wójcik I., Nowak A. P., Wojciech S. (2009), Dynamic analysis of electrostatic precipitators using finite strip method, W: *10th Conference on Dynamical Systems- Theory and Applications DSTA 2009 Łódź*: proceedings, Vol. 1, 889-896.
2. Kruszewski J., Gawroński W., Wittbrodt E., Najbar F., Grabowski S. (1975), *Metoda sztywnych elementów skończonych*, Arkady, Warszawa.
3. Nowak A.P., Adamiec-Wójcik I. (2009), Vibration analysis of collecting electrodes of precipitators by means of the hybrid finite element method, W: *Multibody Dynamics 2009: ECCOMAS Thematic Conference Warsaw*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
4. Rakowski G., Kacprzyk Z. (2005), *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
5. Wittbrodt E., Adamiec-Wójcik I., Wojciech S. (2006), *Dynamics of flexible multibody systems, Rigid finite element method*, Springer, Berlin.
6. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. (2003), *The finite element method, Vol.2 Solid Mechanics*, 5th ed. Elsevier Butterworth Heinemann, Oxford.
7. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. (2006), *The finite element method, Its basis and fundamentals*, 6th ed. Elsevier Butterworth Heinemann, Oxford.

NUMERICAL ASPECTS IN MODELLING VIBRATIONS OF PRECIPITATORS

Abstract: The paper presents algorithms which enable us to shorten time of calculations when modeling dynamics of collecting electrodes of precipitators. In the case when subsystems (plates and top and bottom beams) are connected only in few places, computer program can be considerably accelerated. Results of calculations are presented and some conclusions are made.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu rozwojowego nr NR03 0035 04 finansowanego ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.

BUDOWA I BADANIA SYMULACYJNE ROBOTA KROCZĄCEGO

Jacek BAŁCHANOWSKI*, Piotr GĄSIENIEC*

*Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn, Wydział Mechaniczny,
Politechnika Wrocławska, ul. Łukasiewicza 7/9, 50-371 Wrocław

jacek.balchanowski@pwr.wroc.pl, piotr.gasieniec@gmail.com

Streszczenie: W pracy podjęto problem opracowania koncepcji i budowy czterożnego robota kroczącego przeznaczonego do transportu ładunku. Wychodząc od syntezy strukturalnej kończyny został opracowany schemat kinematyczny oraz zbudowano komputerowy model obliczeniowy robota. Podjęto rozważania mające na celu opracowania programów i algorytmów chodu robota (po prostej, po łuku oraz przez przeszkody). Prace zostały zakończone przeprowadzeniem badań symulacyjnych przemieszczania robota w celu weryfikacji poprawności przyjętych rozwiązań.

1. WSTĘP

Według wielu prognoz najbliższe lata to dalszy postęp robotyki. Po latach rozwoju robotów przemysłowych można zaobserwować dynamiczny trend rozwoju w pełni autonomicznych mobilnych robotów osobistych i specjalistycznych (np. policyjnych, wojskowych, ratunkowych, medycznych).



Rys. 1. Robot BigDog firmy Boston Dynamics



Rys. 2. Adaptacyjny robot StarFish

Jednym z typów robotów mobilnych są maszyny kroczące. Zgodnie z definicją są to urządzenia techniczne, które przemieszczają się w sposób podobny do zwierząt,

czyli używając kończyn (Knapczyk i Morecki, 1999; Xu i inni, 2004; Zielińska 2003). Lokomocja maszyn kroczących jest dyskretna, jako że kontakt z podłożem ograniczony jest do szeregu odseparowanych śladów. Przykładem takiego robota jest układ BigDog (Rys. 1) firmy Boston Dynamics zbudowany dla amerykańskiej armii (Raibert i inni, 2008; <http://www.bostondynamics.com>). Zadaniem tego układu jest transport ciężkich ładunków oraz wsparcie kampanii militarnych. Maszyna potrafi poruszać się po złożonym terenie o nachyleniu nawet do 35°.

Robot StarFish (Rys. 2) jest przykładem autonomicznego układu, który potrafi adaptować się do zmiennych warunków otoczenia (<http://ccsl.mae.cornell.edu>). W przypadku utraty bądź uszkodzenia kończyny jest w stanie opracować nowy algorytm chodu i szybko powrócić do powierzonych mu zadań.

W poniższej pracy podjęto zadanie opracowania modelu czterożnego robota kroczącego przeznaczonego do transportu ładunku oraz opracowanie programów chodu i przeprowadzenie komputerowych weryfikujących badań symulacyjnych.

2. SYNTEZA ROBOTA KROCZĄCEGO

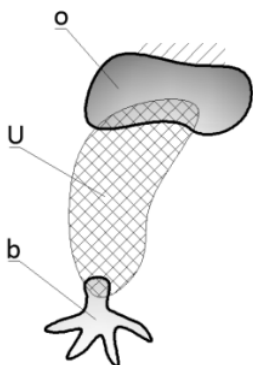
Przedmiotem badań w pracy jest czterożny mobilny robot kroczący. Problem syntezy strukturalnej dla takiego układu sprowadza się do doboru struktury poszczególnych kończyn. Przy założeniu symetrycznej budowy (wszystkie kończyny mają jednakową budowę) synteza ogranicza się do doboru struktury jednej kończyny. Schemat ideowy kończyny przedstawiono na (Rys. 3)

Określoną ruchliwość stopy b względem korpusu o ma zapewnić poszukiwany łańcuch członów pośredniczących U . Przyjęto, że pojedyncza kończyna ma trzy stopnie swobody (założenie oparto na podobieństwach do budowy kończyny u zwierząt) czyli ruchliwość $W = 3$. Do poszukiwania struktury użyto metodę łańcucha pośredniczącego (Gronowicz i Miller, 1977; Miller, 1988).

Dla przyjętych powyżej założeń ogólny związek strukturalny dla kończyny można wyrazić związkiem:

$$W = W_b + W_U \quad (1)$$

gdzie: W – ruchliwość całej kończyny, W_b – ruchliwość stopy (dla układu przestrzennego $W_b=6$), W_U – ruchliwość łańcucha pośredniczącego.



Rys. 3. Schemat ogólny kończyny robota kroczącego
(o – korpus robota, b – stopa, U – łańcuch pośredniczący)

Wyznaczając z powyższej zależności W_U otrzymamy:

$$W_U = W - W_b \quad (2)$$

Z kolei wiadomo, że związek na ruchliwość W_U można przedstawić także w postaci:

$$W_U = 6k - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 \quad (3)$$

gdzie: k – liczba członów łańcucha, p_i – liczba par kinematycznych i -tej klasy.

Porównując teraz równania (2) i (3) otrzymano zależność:

$$W - W_b = 6k - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 \quad (4)$$

Po podstawieniu przyjętych założeń liczbowych do (4) ostatecznie równanie strukturalne opisujące budowę kończyny można sprowadzić do wzoru:

$$6k + 3 = 5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5 \quad (5)$$

Powyższa zależność pozwala na wyznaczenie wszystkich możliwych struktur kończyny. Przy opracowaniu katalogu rozwiązań, w celu ograniczenia ich liczby, przyjęto założenia dotyczące liczby członów k i par kinematycznych p_i . Założono, że w budowie łańcucha pośredniczącego mogą wystąpić tylko pary I, II i III klasy oraz liczbę par II i III ograniczono do czterech ($p_2, p_3 < 5$). Łańcuch może być zbudowany z maksymalnie 4 członów ($k < 5$).

2.1. Synteza strukturalna kończyny robota

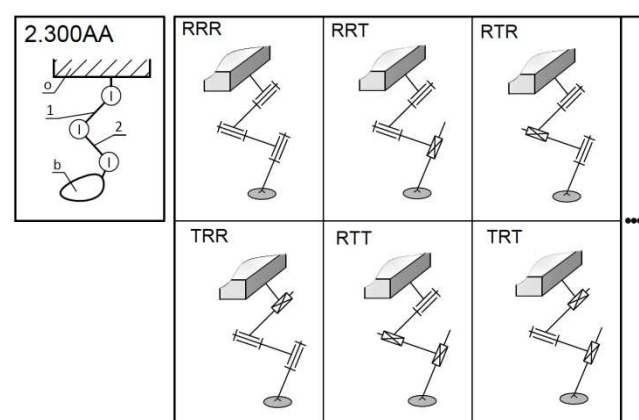
Po przyjęciu powyższych ograniczeń korzystając z równania (5) wygenerowano rozwiązania opisujące budowę strukturalną możliwych postaci łańcucha pośredniczącego. Część z nich przedstawiono w Tab. 1

Na podstawie opracowanych danych (Tab. 1) można wygenerować podstawowe schematy strukturalne poszukiwanych łańcuchów pośredniczących. Włączając opracowane łańcuchy pomiędzy korpus robota o a stopę b (zgodnie ze schematem ogólnym kończyny – Rys. 2) otrzymamy

wszystkie możliwe schematy strukturalne kończyny. Przykładowy schemat podstawowy kończyny wraz z odpowiadającymi mu schematami kinematycznymi opracowanymi na bazie łańcucha pośredniczącego 2,300 (Tab. 1) zamieszczono na Rys. 4.

Tab. 1. Możliwe postacie łańcucha pośredniczącego

Lp.	k	p_1	p_2	p_3	Symbol U
1	1	1	1	0	1,110
2	2	1	1	2	2,112
3	2	3	0	0	2,300
4	3	1	4	0	3,140
5	3	1	1	4	3,114
			...		

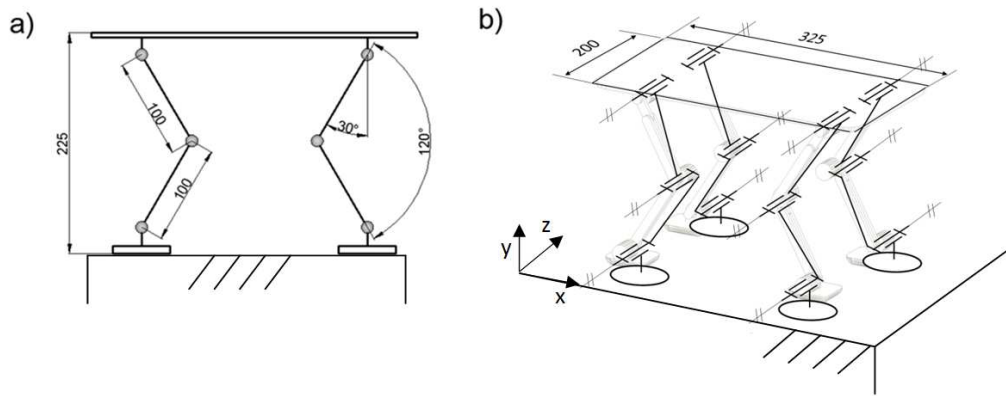


Rys. 4. Zestaw wybranych schematów kinematycznych kończyny robota zbudowanej na bazie łańcucha 2,300AA

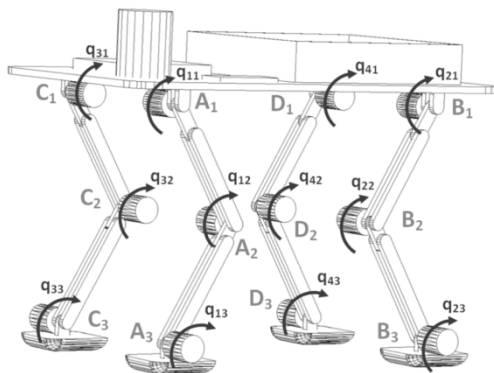
Powtarzając to postępowanie dla wszystkich łańcuchów z Tab. 1 można otrzymać katalog możliwych rozwiązań strukturalnych kończyny robota. Spośród tak otrzymanych schematów należy wybrać strukturę kończyny, która zostanie użyta w budowie robota kroczącego. W niniejszej pracy za schemat kończyny przyjęto rozwiązanie 2,300A-RRR (Rys. 4). Ta struktura ma prostą budowę (zawiera tylko pary obrotowe) oraz ma strukturę zbliżoną do budowy nóg zwierząt czworonożnych. Dwanaście napędów pozwoli na generowanie naturalnych chodów spotykanych w naturze.

2.2. Synteza geometryczna robota kroczącego

Po przyjęciu struktury kończyny należy opracować schemat kinematyczny robota kroczącego oraz przyjąć wymiary podstawowe. W tym przypadku sprowadza się to do przyjęcia rozstawu i usytuowania nóg robota. Widoczna na Rys. 5 pozycja maszyny jest pozycją spoczynkową robota. Przyjęta wysokość całkowita robota wynosi 225mm, szerokość 200mm, natomiast długość 325mm. W pozycji spoczynkowej kąt ugięcia nóg wynosi 30° (Rys. 5). Przyjęto także, iż osie wszystkich par obrotowych występujące w maszynie będą równoległe względem siebie oraz do osi poprzecznej robota.



Rys. 5. Schemat kinematyczny robota kroczącego; a) widok z boku, b) widok ogólny



Rys. 6. Przyjęte oznaczenia;

A_{1-3} , B_{1-3} , C_{1-3} , D_{1-3} - pary kinematyczne, q_{ij} - napędy

Opracowany robot ma dwanaście stopni swobody (ruchliwość kończyn względem korpusu $W = 12$) i potrzebuje 12 wymuszeń kinematycznych (napędów) do określania ruchów kończyn. Przyjęto, że układ będzie miał wymuszenia kinematyczne $q_{ij}(t)$ (gdzie: $i=1-4$ numer kończyny, $j=1-3$ numer pary w kończynie) przyłożone w parach obrotowych (Rys. 6).

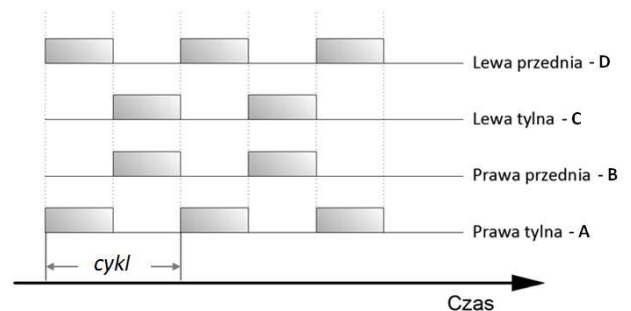
3. FUNKCJE I ALGORYTMY CHODU ROBOTA KROCZĄCEGO

Aby robot był w stanie się poruszać należy opracować funkcje przemieszczania kończyn $q_{ij}(t)$. Funkcje przemieszczania należy tak dobrać, aby wymuszały ruch robota po płaskim terenie (chód po prostej oraz chód po łuku) oraz po terenie w którym występują przeszkody (chód z pokonywaniem przeszkód). W wyniku licznych badań i analiz zostały opracowane funkcje przemieszczania (chodu) robota, których wzorce są spotykane w naturze (np. chód konia, psa) (Xu i inni, 2004; Zielińska, 2003). W dalszej części zostaną omówione podstawowe funkcje chodu: prostoliniowego oraz po łuku.

3.1. Chód prostoliniowy

Zaproponowany sposób poruszania się robota ruchem prostoliniowym opracowany został w oparciu o istniejący

w naturze rodzaj chodu – kłus konia. Polega on na naprzemiennym, symetrycznym unoszeniu przeciwnych nóg. Na Rys. 7 oznaczono szarymi prostokątami czasy podparcia poszczególnych nóg. Kontakt z podłożem zapewniony jest przez dwie stopy (wielobok podparcia jest linią), a co za tym idzie jest to chód dynamiczny. Dla przyjętego rodzaju chodu dobrano takie funkcje przemieszczenia $q_{ij}(t)$, aby chód był możliwie zbliżony do naturalnego. Funkcja chodu została sparametryzowana względem parametru *cykl*, który opisuje czas pełnego ruchu jednej nogi, jednego kroku. Na Rys. 8 przedstawiono opracowane przebiegi przemieszczeń q_{ij} w przegubach dla wybranej nogi w funkcji czasu.



Rys. 7. Schemat podparcia poszczególnych nóg podczas chodu prostoliniowego (kłus) w funkcji cyklu – kroku

Cykl – czas ruchu wykonania jednego kroku kończyny determinuje prędkość robota rozumianą jako prędkość środka ciężkości korpusu względem podłoża. Zmniejszając czas trwania *cyklu* zwiększa się prędkość robota, zwiększając czas trwania *cyklu* zmniejsza się prędkość robota. Wpływ parametru *cykl* na prędkość robota przedstawiono na Rys. 9.

3.2. Chód po łuku

Chód po łuku jest to ruch po trajektorii o stałym promieniu. Ruch po łuku daje robotowi możliwość zmiany kierunku przemieszczania. Opracowana funkcja skrętu zapewnia stały promień skrętu. Sama mechanika skręcania jest realizowana poprzez różnicę przemieszczeń kończyn lewych w stosunku do kończyn znajdujących się po prawej stronie robota. Zaletą tego rozwiązania jest łatwość parame-

tryzacji funkcji przemieszczeń, a co za tym idzie sterowania promieniem skrętu. Podobnie jak dla ruchu prostoliniowego opracowano funkcje przemieszczenia q_{ij}^s przegubów nogi dla jednego *cyklu* – kroku. Odpowiadające im przebiegi wymuszeń kinematycznych pokazano na Rys. 10.

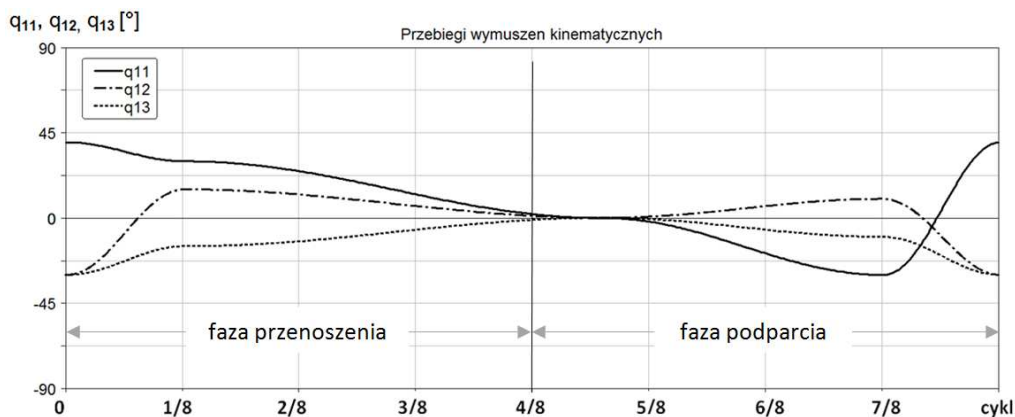
Różnicę przemieszczeniach strony lewej i prawej robota uzyskuje się wprowadzając parametr skrętu s . Występuje on w sześciu wymuszeniach kinematycznych (w kończynach po tej stronie, w którą maszyna skręca) i generuje różnicę w przemieszczeniach silników, w stosunku do silni-

ków w nogach po przeciwnej stronie. Różnica ta występuje podczas fazy podparcia (Rys. 10). Dla nóg po stronie skrętu funkcje przemieszczeń można opisać wzorem:

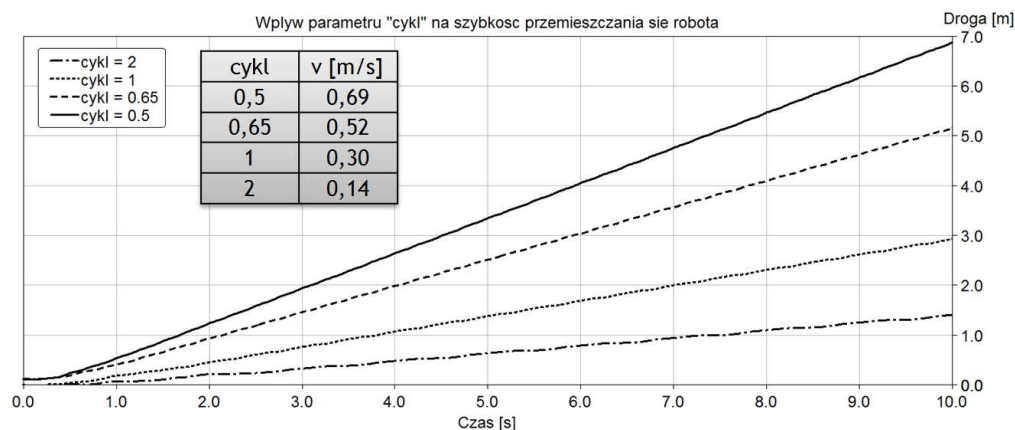
$$\text{– faza przenoszenia } q_{ij}^s(t) = q_{ii}(t) \quad (6)$$

$$\text{– faza podparcia } q_{ij}^s(t) = q_{ii}(t) - s \quad (7)$$

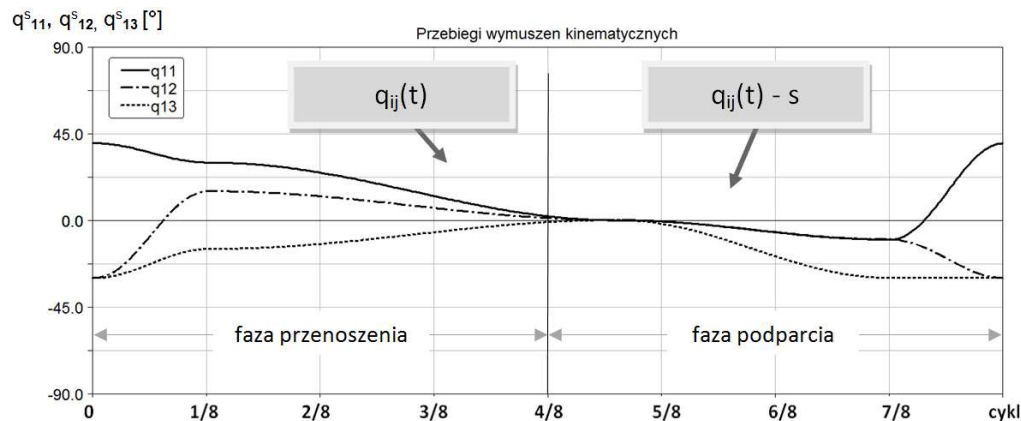
gdzie: $q_{ij}(t)$ – opracowane wcześniej funkcje wymuszeń kinematycznych (Rys. 8), $q_{ij}^s(t)$ – przebiegi wymuszeń kinematycznych po stronie skrętu, s – parametr skrętu.



Rys. 8. Przebiegi wymuszeń kinematycznych chodu prostoliniowego robota dla nogi A

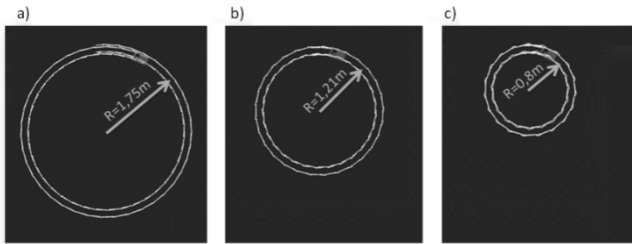


Rys. 9. Wpływ parametru *cykl* na prędkość robota



Rys. 10. Przebiegi wymuszeń kinematycznych ruchu robota po łuku dla nogi A

Czym większa ta różnica (im większa wartość parametru skreśu s) tym mniejszy promień skreśu, co z kolei zostało pokazane na Rys. 11.



Rys. 11. Wpływ parametru skreśu s na promień skreśu robota:
a) $s=10^\circ$, b) $s=20^\circ$, c) $s=30^\circ$

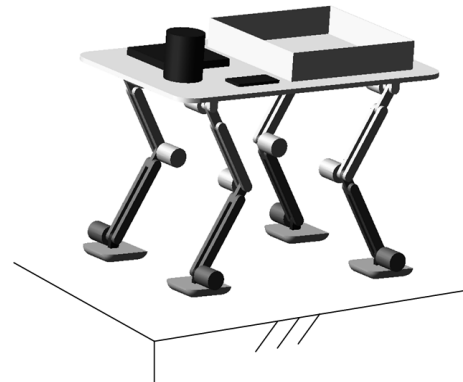
Jak wspomniano powyżej układ zachowuje stały promień skreśu podczas ruchu. Ta cecha jest istotna dla planowania trajektorii ruchu robota. Badania pokazały, że opracowane funkcje chodu po łuku są dokładne. Dla ruchu po łuku o promieniu $R = 1,75\text{m}$ (parametr skreśu $s=10^\circ$) po wykonaniu pełnego obrotu błąd powtarzalności jest mniejszy niż $0,02\text{m}$.

4. BADANIA SYMULACYJNE ROBOTA KROCZĄCEGO

Kolejnym etapem prac nad czworonożnym robotem krocącym były komputerowe badania symulacyjne (Haug, 1989) które miały zweryfikować poprawność rozwiązania, poznać zachowanie się robota podczas ruchu oraz sprawdzić jakość opracowanych funkcji chodu.

W celu ich przeprowadzenia zbudowano w pełni parametryczny model obliczeniowy (Rys. 12) w komputerowym systemie analizy dynamicznej układów wielocłonowych MD.ADAMS (2008). Zbudowany model robota ma 18 stopni swobody, z których 12 stopni swobody opisuje ruch kończyn względem korpusu robota, a pozostałe 6 stopni definiuje ruch robota względem podłoża – nieruchomego układu odniesienia. Oddziaływanie kończyn

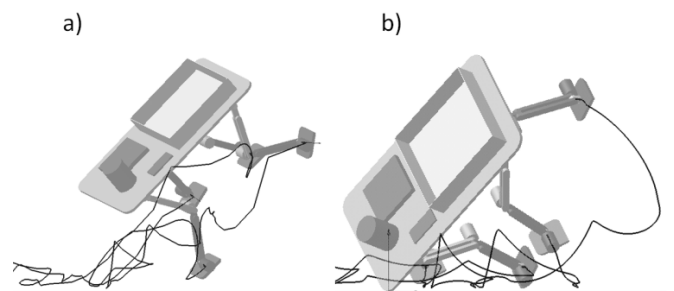
z podstawą zbudowano przy pomocy modeli sił kontaktowych.



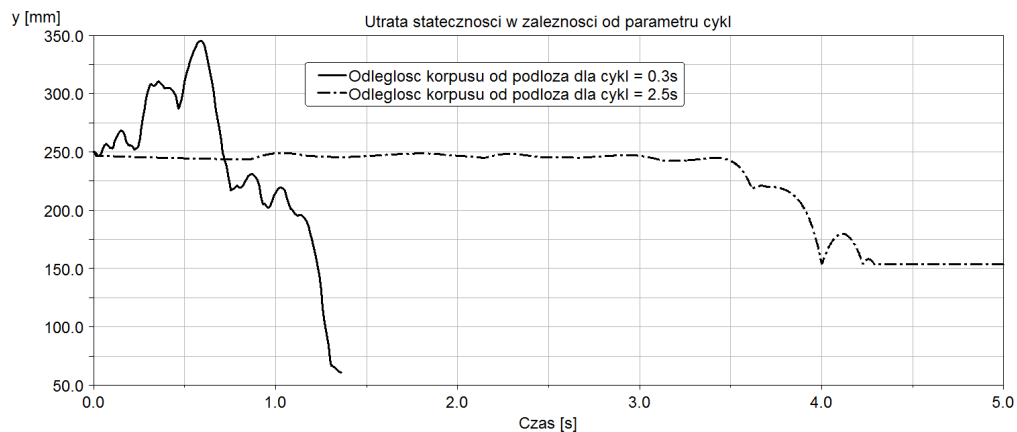
Rys. 12. Model obliczeniowy robota krocącego w środowisku MD.ADAMS

4.1. Określenie podstawowych parametrów robota

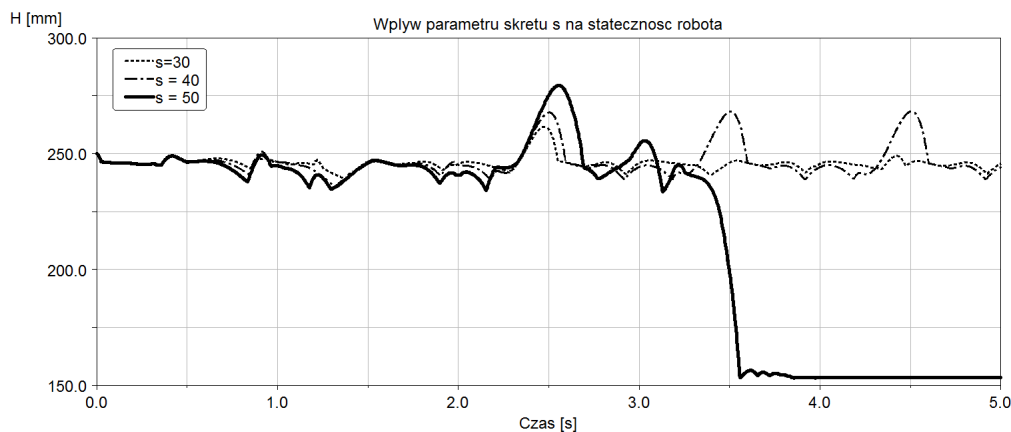
Opracowany chód robota jest chodem dynamicznym (w ruchu układ ma podparcie na dwóch punktach) bardzo ważne jest określenie stateczności, a co za tym idzie granicznych wartości podstawowych parametrów opracowanego chodu. Pozwoli to określić maksymalną oraz minimalną prędkość z jaką robot będzie w stanie się poruszać danym sposobem chodu.



Rys. 13. Utrata stateczności robota dla różnych wartości parametru cykl: a) cykl = $0,3\text{s}$, b) cykl = $2,5\text{s}$

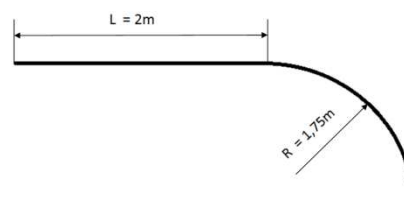


Rys. 14. Wpływ parametru cykl na stateczność robota

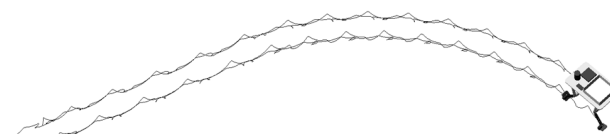


Rys. 15. Wpływ parametru s na stateczność robota przy chodzie po łuku

Dla chodu po łuku – skręcania, to przyjęty rodzaj realizacji skrętu determinuje pewną graniczną wartość parametru skrętu s przy której robot utraci stateczność. Wiąże się to z tym, iż zwiększając ten parametr uzyskuje się coraz większą różnicę w przemieszczeniach silników przeciwnych nóg. Poniżej przedstawiono wyniki badań dla parametru $cykl=1$ i płaskiego terenu. Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że robot traci stateczność przy wartości parametru skrętu $s=50^\circ$. Na wykresie (Rys. 15) przedstawiono wpływ zmiany tego parametru na wahania korpusu maszyny. Posiłkując się tym wykresem wstępnie ustalono bezpieczny zakres sterowania tym parametrem. Zaleca się by nie przekraczać wartości $s=30^\circ$ ze względów bezpieczeństwa, gdyż powyżej tej wartości występują cykliczne znaczne wahania korpusu, które mogą spowodować straty przenieszonego ładunku.



Rys. 16. Parametry założonej trajektorii ruchu robota kroczącego

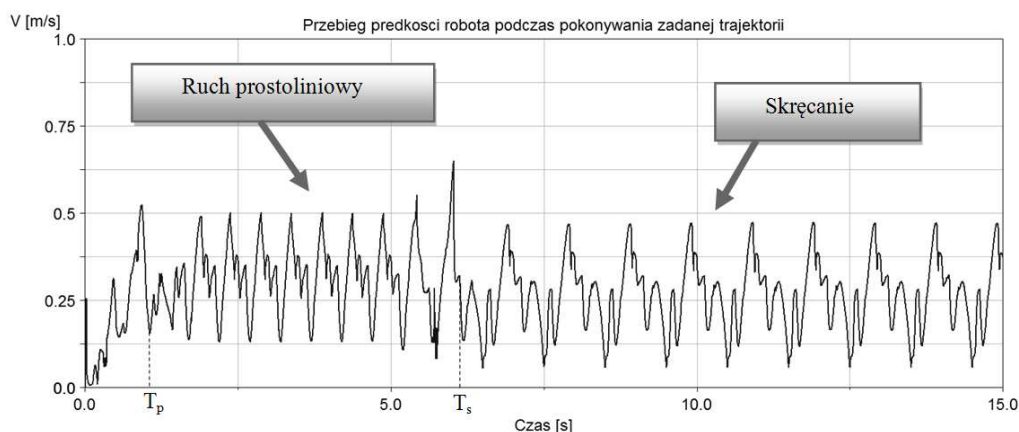


Rys. 17. Widok robota podczas ruchu po zadanej trajektorii

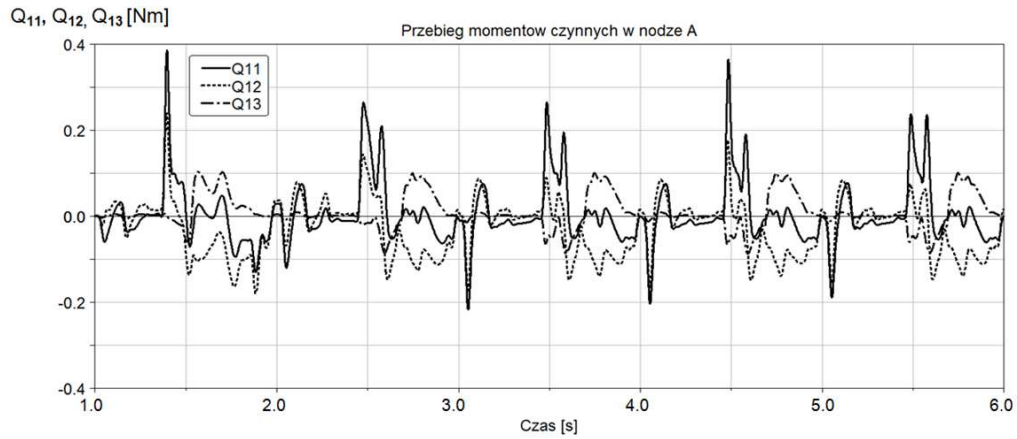
4.2. Badanie chodu robota po złożonej trajektorii

Kolejnym etapem, po określeniu warunków stateczności były badania ruchu robota po złożonych trajektoriach w celu określenia podstawowych parametrów kinematycznych (położeń, prędkości i przyspieszeń korpusu i kończyn) i dynamicznych (wartości momentów czynnych, sił kontaktowych w stopach oraz sił oddziaływania w przegubach).

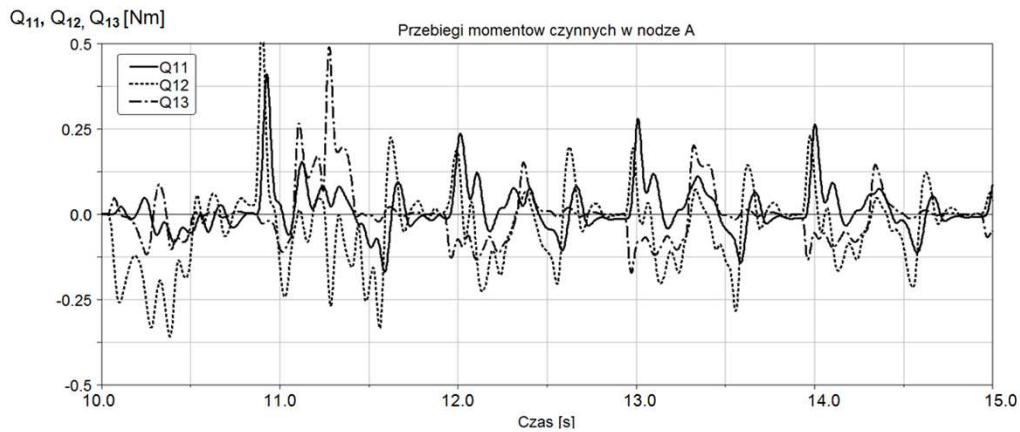
W pracy przedstawiono wyniki badań dla chodu po przykładowej trajektorii utworzonej z prostej i łuku (Rys. 16). Po ustawieniu parametrów początkowych ($cykl=1s$, $s=10^\circ$). Założono, że po przejściu 2m ruchem prostoliniowym robot zacznie poruszać się po łuku ($R=1,75m$) i wykona skręt o 90° . Przy zadanych parametrach czas trwania symulacji wyniósł 15s. Na Rys. 17 przedstawiono widok robota podczas ruchu po zadanej trajektorii.



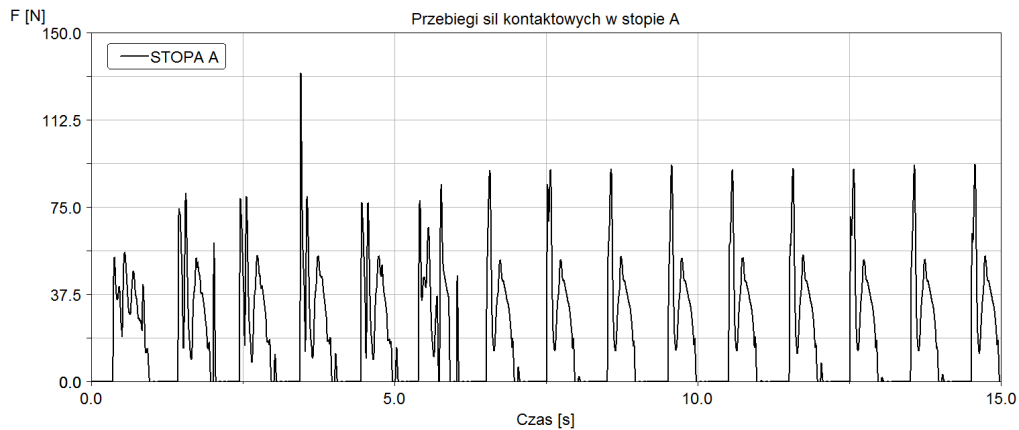
Rys. 18. Przebiegi prędkości korpusu robota podczas ruchu po złożonej trajektorii



Rys. 19. Przebiegi momentów czynnych Q_{11} , Q_{12} , Q_{13} w nodze A podczas ruchu po prostoliniowym fragmencie trajektorii



Rys. 20. Przebiegi momentów czynnych Q_{11} , Q_{12} , Q_{13} w nodze A podczas ruchu po łukowej części trajektorii



Rys. 21. Przebiegi sił kontaktowych F_A pomiędzy stopą kończyny A a podłożem podczas ruchu po zadanej trajektorii

Na kolejnych rysunkach przedstawiono przebiegi podstawowych parametrów kinematycznych i dynamicznych. Przebieg prędkości korpusu robota widoczny na Rys. 18 pokazuje, iż na początku każdej fazy ruchu następuje etap dochodzenia do prędkości nominalnej (0,30m/s) i ustabilizowanie ruchu wokół tej prędkości. Czasy ustalania są stosunkowo krótkie. Wyniki pokazują, jak dobrym, jeśli chodzi o zachowanie płynności ruchu, jest przyjęty wcześniej sposób realizacji ruchu prostoliniowego i skrętu.

Kolejnym aspektem badań było ustalenie przebiegów momentów czynnych Q_{ij} oraz sił kontaktowych pomiędzy stopami i podłożem podczas ruchu po trajektorii. Badania pokazały, że podczas ruchu średnie momenty czynne są

podobnego rzędu (Rys. 19, 20). Pojawiające się cyklicznie skoki wartości wynikają z pojawiającymi się oddziaływaniami kontaktowymi stopy z podłożem – kroczenie. Na Rys. 21 pokazano przykłady przebiegów sił kontaktowych dla kończyny A podczas ruchu po prostoliniowej i łukowej części przykładowej trajektorii. Zgodnie z oczekiwaniami, badania pokazują brak widocznej różnicy obciążenia układu podczas chodu prostoliniowego oraz skręcania. Określone wartości momentów czynnych silników i występujących sił oddziaływania mogą posłużyć do doboru odpowiednich jednostek napędowych maszyny i opracowania pod względem wytrzymałościowym konstrukcji.

5. ZAKOŃCZENIE

W pracy podjęto problem opracowania robota kroczącego. Roboty mobilne w niedalekiej przyszłości znajdą szersze zastosowania w życiu codziennym człowieka i w technice, zastąpią człowieka w wielu niebezpiecznych zadaniach. Aby stało się to możliwe, konieczne jest opracowanie metod projektowania i metodyki badań nad takimi układami. Niniejsza praca stanowi taką próbę.

Opracowany robot kroczący jest układem czteronożnym. Każda kończyna ma trzy stopnie swobody. W pracy pokazano ogólną metodę doboru struktury kończyny i robota. W kolejnym etapie prac opracowano funkcje i algorytmy chodu robota. Stworzono podstawowe funkcje i algorytmy dla różnych rodzajów chodu (chód prostoliniowy, skręcanie, chód przez przeszkody). Maszyna wyposażona w te 3 funkcje będzie w stanie poruszać się samodzielnie, przynajmniej w podstawowym zakresie. W przyszłości planowane jest rozszerzenie sterowania o bardziej złożone funkcje np. funkcję chodu z detekcją przeszkód.

Przedstawione w ostatnim etapie badania symulacyjne pokazały poprawność zaprogramowanych funkcji chodu, a ich wyniki mogą posłużyć do doboru odpowiednich napędów, materiałów, elektroniki w celu skonstruowania rzeczywistego prototypu. Kolejne badania, już na istniejącej maszynie, pozwolą zweryfikować wyniki badań komputerowych oraz pozwolą na dalsze testowanie oraz rozwój projektu.

LITERATURA

1. **Gronowicz A., Miller S.** (1977), *Mechanizmy*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
2. **Haug E. J.** (1989), *Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems*, Allyn and Bacon, Boston.
3. **Knapczyk J., Morecki A.** (1999), *Podstawy Robotyki. Teoria i elementy manipulatorów i robotów*, WNT, Warszawa.
4. **Miller S.** (1988), *Układy kinematyczne*, Podstawy projektowania. WNT Warszawa.
5. **Raibert M., Blankespoor K., Nelson G., Playter R. and the BigDog Team** (2008), *BigDog, the Rough-Terrain Quaduped Robot*, Summary of the BigDog program.
6. **Xu Guan, Haojun Zheng, Xiuli Zhang** (2004), Biologically inspired quadruped robot biospot: modeling, simulation and experiment, *2nd International Conference on Autonomous Robots and Agents*, December 13-15, 2004 Palmerston North, New Zealand.
7. **Zielińska T.** (2003), *Maszyny kroczące: podstawy, projektowanie, sterowanie i wzorce biologiczne*, Warszawa.
8. MD.ADAMS – User Manual, Msc.Software 2008.
9. <http://ccsl.mae.cornell.edu>
10. <http://www.bostondynamics.com>

DESIGN AND SIMULATION RESEARCHES OF MOBILE WALKING ROBOT

Abstract: In the paper, the problem of conception and building 4-legged walking robot intended for transport cargo was presented. Starting from the structural synthesis of leg the kinematic chain was developed, and the computer calculation model was built. Considerations have been taken to develop programs and walking algorithms (straight, a curve, by obstacles). The analysis were finished by simulations testing the robot movement in order to verify the correctness of the solutions assumed.

ASPEKTY MODELOWANIA DYNAMIKI RUCHU CZŁOWIEKA DLA ZADAŃ SYMULACJI ODWROTNEJ

Wojciech BLAJER*, Krzysztof DZIEWIECKI*, Zenon MAZUR*

*Instytut Mechaniki Stosowanej i Energetyki, Wydział Mechaniczny,
Politechnika Radomska, ul. Krasickiego 54, 26-600 Radom

w.blajer@pr.radom.pl, krzysztof.dziewiecki@pr.radom.pl, z.mazur.@pr.radom.pl

Streszczenie: W pracy omawiane są wybrane zagadnienia budowy modeli ciała człowieka dla zadań symulacji dynamicznej odwrotnej. Dyskusja prowadzona jest w odniesieniu do modelu płaskiego przeznaczonego do analizy skoków w płaszczyźnie strzałkowej, układu składającego się z 14 sztywnych segmentów połączonych za pomocą 13 przegubów. Omawia się dwa modele sterowania – deterministyczny (uproszczony), za pomocą wypadkowych momentów sił mięśniowych w stawach, oraz niedeterministyczny (uszczegółowiony) model mieszany, za pomocą sił mięśniowych (sterowanie nadmiarowe) w stawach kończyn dolnych i momentów sił mięśniowych w pozostałych stawach. Z zastosowaniem równań ruchu we współrzędnych absolutnych i niezależnych, dyskutuje się rozwiązania zadań symulacji dynamicznej odwrotnej dla obu modeli sterowania. Rozwiązaniem są przebiegi w czasie sterowania układem oraz reakcji modelu z podłożem (w fazie lotu z założenia równe zero). Omawia się też metody wyznaczania sił reakcji w stawach, zależnych od sił mięśniowych i reakcji zewnętrznych.

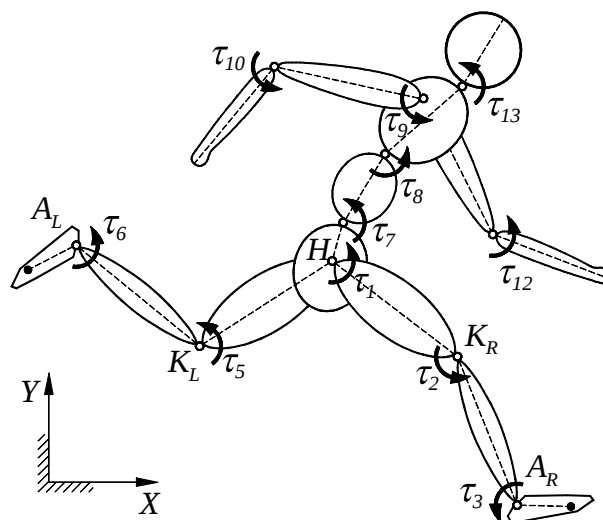
1. WSTĘP

Symulacja dynamiczna odwrotna czynności motorycznych człowieka, prowadzona z wykorzystaniem modeli mięśniowo-szkieletowych (wieloczłonowych) oraz danych z badań eksperymentalnych, jest podstawową techniką bezinwazyjnego szacowania sił mięśniowych oraz obciążeń wewnętrznych i zewnętrznych w trakcie tych czynności. Jakościowe i ilościowe wyniki takich badań znajdują szerokie wykorzystanie w biomechanice sportu, ergonomii, rehabilitacji medycznej, ortopedii i transplantologii, niezależnie od aspektów poznawczych – lepszego zrozumienia budowy i sterowania skomplikowanym aparatem ruchu człowieka, źródła inspiracji dla wielu maszyn i mechanizmów.

Zgromadzone doświadczenia i wiedza, wspomagane zaawansowanymi technikami komputerowymi i pomiarowymi, umożliwiają dziś analizę bardzo skomplikowanych ruchów człowieka, możliwą często z wykorzystaniem programów komercyjnych takich jak *AnyBody* (Damsgaard et al., 2006) czy *MusculoGraphics* (Arnold et al., 2009). Pomimo swoich ogromnych możliwości (m.in. baza danych antropometrycznych), programy te wykorzystywane są jednak często jak „czarne skrzynki”, co nie zawsze jest zasadne w badaniach podstawowych/specjalistycznych. Są to ponadto programy bardzo drogie. Z tych powodów w wielu ośrodkach naukowych prowadzone są intensywne badania w zakresie doskonalenia oraz poszukiwania własnych metod modelowania i symulacji układów biomechanicznych. (Ambrósio i Abrantes, 2007; Blajer i inni, 2007; Pandy, 2001; Potkonjak i inni, 2009; Vukobratović i inni, 2007; Yamaguchi, 2001; Zajac i Winters, 1990), wyspecjalizowanych często dla badania szczególnych przypadków ruchu.

Niniejsza praca wpisuje się w nurt badań podstawowych dotyczących modelowania i symulacji układów biomechanicznych. Dyskutowane są aspekty modelowania dynamiki

ciała człowieka na przykładzie płaskiego modelu pokazanego na Rys. 1, przeznaczonego do badania szerokiej gamy skoków sportowych typu wyskok pionowy, skok w dal z miejsca, zeskok z podwyższenia, „przeskok przez kałużę” czy trójskok, których analizę można (z pewnym przybliżeniem) prowadzić w płaszczyźnie strzałkowej (skoki bez obrotu/śruby). Model składa się z $N=14$ sztywnych segmentów połączonych przegubowo w $k=13$ stawach. W fazie lotu układ ma $n=3+k=16$ stopni swobody.



Rys. 1. Model ciała człowieka sterowany za pomocą wypadkowych momentów sił mięśniowych

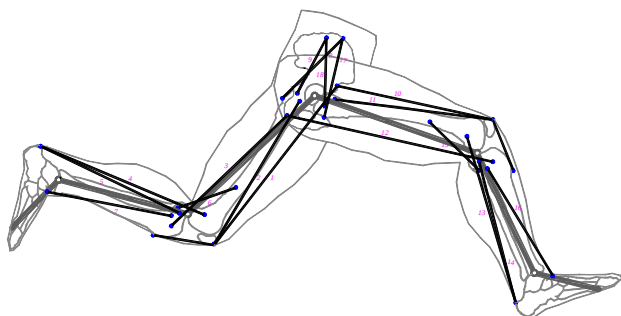
2. DYSKUSJA ZAŁOŻEŃ WSTĘPNYCH

Przeznaczenie budowanego modelu dla analizy skoków w sposób naturalny koncentruje uwagę na analizie pracy mięśni i obciążeniach w stawach kończyn dolnych. W niniejszej pracy

znajduje to odzwierciedlenie w uszczegółowieniu modelu aparatu ruchu kończyn dolnych i ich oddziaływania z podłożem. Pozostała część ciała może być zamodelowana bardziej zgrubnie lub wręcz potraktowana jako ruchome podparcie.

2.1. Modele sterowania ruchem

Wyróżnić można dwa podstawowe modele sterowania ruchem ciała człowieka: za pomocą wypadkowych momentów sił mięśniowych w stawach lub bezpośrednio za pomocą sił mięśniowych. Pierwszy, zdecydowanie uproszczony model sterowania zilustrowany jest na Rys. 1. Nie definiuje się w nim w ogóle mięśni ani sił mięśniowych, a ich działanie zastępuje momentami sterującymi, w rozważanym przypadku $k=13$ momentami $\mathbf{u}_\tau = [\tau_1 \dots \tau_{13}]^T$, w tym $k'=6$ momentami $\boldsymbol{\tau}' = [\tau_1 \dots \tau_6]^T$ w stawach kończyn dolnych i $k''=6$ momentami $\boldsymbol{\tau}'' = [\tau_7 \dots \tau_{13}]^T$ w pozostałych stawach, $\mathbf{u}_\tau = [\boldsymbol{\tau}'^T \boldsymbol{\tau}''^T]^T$. Z ważniejszych cech biomechanicznych, które nie są reprezentowane w tym modelu jest to, że momenty sterujące regulują wyłącznie ruchy względne w odpowiadających im stawach. Brak jest odzwierciedlenia cech działania mięśni wielostawowych, mogących wpływać jednocześnie na ruchy w wielu stawach. Siły mięśniowe mają ponadto istotny wpływ na obciążenia układu kostnego i siły reakcji w stawach, co jest zaniedbywane w modelach sterowanych za pomocą $\mathbf{u}_\tau$.



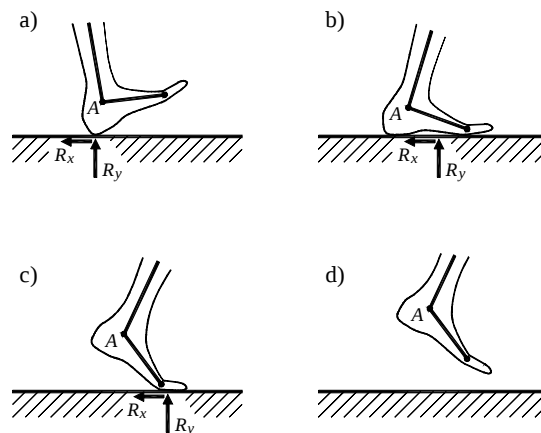
Rys. 2. Mięśnie aparatu ruchu kończyn dolnych

Sterowane za pomocą sił mięśniowych jest daleko lepszym przybliżeniem opisu aparatu ruchu człowieka. Sterowanie takie jest powszechnie wykorzystywane w modelach mięśniowo-szkieletowych kończyn dolnych i górnych (Pandy, 2001, Winter, 2005; Yamaguchi, 2001; Zajac i Winters, 2000). Budowa takich modeli dla tułowia wraz z odcinkiem szyjnym jest zdecydowanie trudniejsza ze względu na duże skomplikowanie budowy tych części ciała. Racjonalnym rozwiązaniem, zastosowanym we wcześniejszej pracy autorów (Blajer i inni, 2007), jest propozycja sterowania mieszanego – za pomocą sił mięśniowych w kończynach dolnych oraz momentów sił mięśniowych w stawach pozostałych części ciała. W rozważanym przypadku parametrami sterowania są $m'=18$ naprężenia mięśni kończyn dolnych (9 mięśni w każdej kończynie, Rys. 2), $\boldsymbol{\sigma}' = [\sigma_1 \dots \sigma_{18}]^T$, oraz $k''=7$ momentów sił mięśniowych $\boldsymbol{\tau}'' = [\tau_7 \dots \tau_{13}]^T$ w stawach górnej części ciała, przy czym $\sigma_i = F_i / A_i$, gdzie

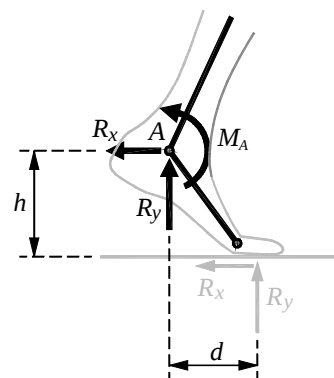
F_i jest siłą rozwijaną w i -tym mięśniu, a A_i jest wartością jego przekroju fizjologicznego. Wektor parametrów sterowania $\mathbf{u}_{\sigma\tau} = [\boldsymbol{\sigma}'^T \boldsymbol{\tau}''^T]^T$ ma teraz wymiar $m = m' + k'' = 25$. Podejście takie pozwala skoncentrować uwagę na uszczegółowionym modelu wyznaczania sił mięśniowych i obciążeń w stawach kończyn dolnych z uwzględnieniem dynamiki całego ciała człowieka.

2.2. Oddziaływanie z podłożem

Podłoże, z którym kontaktuje się stopa (lub stopy) modelowane jest w tej pracy jako nieskończenie sztywne. Kontakt stopy z podłożem przybierać może różne postacie (włączając w to brak kontaktu), zilustrowane na Rys. 3. Oddziaływanie na stopę zachodzi poprzez wypadkową reakcję $\bar{\mathbf{R}}$, rozłożoną na składowe R_x i R_y , a punkt przyłożenia tej siły nie jest stały. Z tego powodu $\bar{\mathbf{R}}$ wygodnie jest „przenieść równolegle” do punktu A (oś stawu skokowego), dodając moment siły $\bar{\mathbf{R}}$ względem A, $M_A = R_y d - R_x h$ (Rys. 4). Dla oszacowanych wartości R_x , R_y , M_A oraz h , zależność ta posłużyć może do wyznaczenia umiejscowienia składowej pionowej R_y reakcji $\bar{\mathbf{R}}$, czyli $d = (M_A + R_x h) / R_y$. Ostatecznie, wektor uogólnionej reakcji na stopę od podłoża zapisać można jako $\boldsymbol{\lambda}_r = [R_x \ R_y \ M_A]^T$ (w przypadku braku kontaktu stopy z podłożem jest założenie $\boldsymbol{\lambda}_r = \mathbf{0}$).



Rys. 3. Możliwe przypadki oddziaływania stopy z podłożem



Rys. 4. Oddziaływanie od podłoża zredukowane do stawu skokowego stopy

2.3. Możliwa redukcja modelu

Opisany model odwzorowuje całe ciało człowieka. Jak zostanie pokazane dalej, pozwala on na oszacowanie (symulacja dynamiczna odwrotna) przebiegów sił mięśniowych i reakcji w stawach kończyn dolnych podczas badanych skoków. Wyliczane są również momenty sił mięśniowych w pozostałych połączeniach modelu oraz reakcje z podłożem $\lambda_r = [R_x \ R_y \ M_A]^T$ (kontakt jedną stopą). W fazie lotu reakcje z podłożem powinny być oczywiście równe zeru, a w fazie kontaktu z podłożem można je zmierzyć (pomiar na platformie dynamometrycznej). Porównanie wyliczanych $\lambda_r(t)$ z pomiarowymi (kontakt z podłożem) i oczekiwanymi ($\lambda_r = \mathbf{0}$ w fazie lotu) może być dobrym kryterium oceny poprawności budowanym modeli obliczeniowych i jakości danych kinematycznych użytych do obliczeń.

Dla analizy skoków, koncentrując uwagę na obciążeniach kończyn dolnych, zastosować można również model uproszczony, składający się z członu 7 (dolna część tułowia) z zaczepionymi do niej kończynami dolnymi (Rys. 2). Znany (pomiar kinematyczny) ruch członu 7 traktowany jest wówczas jako ruchome podparcie dla kończyn dolnych, co rzutuje na sposób generowania i postać równań ruchu tak zamodelowanego układu o $n^* = 6$ stopniach swobody. Rozwiązanie zadania symulacji dynamicznej odwrotnej z użyciem tych równań, czyli wyznaczenie sił mięśniowych oraz reakcji w stawach kończyn dolnych podczas analizowanych skoków, wymaga znajomości (pomiaru na platformie dynamometrycznej) reakcji $\lambda_r(t)$ działających na stopę w fazie kontaktu z podłożem (reakcji tych nie można wyznaczyć). Model ten nie będzie omawiany w tej pracy.

3. GENEROWANIE RÓWNAŃ RUCHU

Ważną cechą budowanych modeli ciała człowieka jest możliwość ich stosowania do zadań symulacji dynamicznej odwrotnej zarówno w fazie lotu jak i w fazie kontaktu z podłożem. W symulacji tej zastosować można dynamiczne równania wygenerowane we współrzędnych absolutnych lub we współrzędnych niezależnych.

3.1. Równania ruchu we współrzędnych zależnych

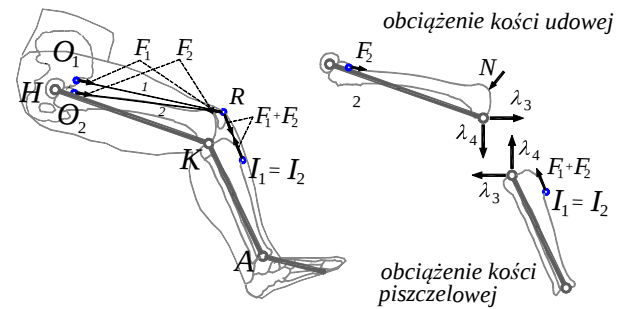
Współrzędnymi absolutnymi układu wielocłonowego z Rys. 1 są $\mathbf{p} = [x_{C1} \ y_{C1} \ \theta_1 \ \dots \ x_{CN} \ y_{CN} \ \theta_N]^T$, w liczbie $3N = 42$, na które składają się współrzędne środków mas i kąty obrotu członów względem inercjalnego układu odniesienia XY. Ruch członów skrępowany jest $l = 2k = 26$ więzami połączeń w stawach, a w fazie kontaktu z podłożem na stopę działają dodatkowo reakcje od podłoża λ_r . Równania więzów we współrzędnych absolutnych $\mathbf{p}$ mają postać uwikłaną $\mathbf{z} = \Phi(\mathbf{p}) = \mathbf{0}$, gdzie $\mathbf{z}$ wektorem współrzędnych więzów definiujących kierunki (poziome i pionowe) skrępowania w stawach (Blajer, 2004). Dynamiczne równaniu ruchu układu we współrzędnych $\mathbf{p}$ mają następującą symboliczną ogólną postać macierzową

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_g - \mathbf{C}^T(\mathbf{p})\lambda - \mathbf{C}_r^T(\mathbf{p})\lambda_r + \mathbf{f}_u(\mathbf{p}), \quad (1)$$

w których $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_g$ jest złożeniem niezależnych równań dla członów swobodnych pod działaniem tylko sił grawitacyjnych. Siły bierne wynikające z więzów połączeń w stawach reprezentuje $3N$ -wektor uogólnionych sił reakcji więzów $\mathbf{f}_\lambda = -\mathbf{C}^T\lambda$, gdzie $\mathbf{C} = \partial\Phi/\partial\mathbf{p}$ jest $l \times 3N$ -wymiarową macierzą więzów, a $\lambda = [\lambda_1 \ \dots \ \lambda_l]^T$ jest wektorem (fizycznych) sił reakcji w stawach. Analogiczne określenia dotyczą wektora uogólnionych sił reakcji w wyniku kontaktu z podłożem, $\mathbf{f}_r = -\mathbf{C}_r^T\lambda_r$, które działają na stopę lewą lub prawą, a w fazie lotu są założenia zerowe. Wektor uogólnionych sił sterujących, dla modeli sterowania omówionych w rozdziale 2.1, przyjmuje odpowiednio postać:

$$\mathbf{f}_u = \mathbf{B}_\tau \mathbf{u}_\tau \quad \text{lub} \quad \mathbf{f}_u = \mathbf{B}_{\sigma\tau}(\mathbf{p}) \mathbf{u}_{\sigma\tau} \quad (2)$$

gdzie $\mathbf{B}_\tau$ i $\mathbf{B}_{\sigma\tau}$ są macierzami dystrybucji parametrów sterowania $\mathbf{u}_\tau$ oraz $\mathbf{u}_{\sigma\tau}$ na kierunki $\dot{\mathbf{p}}$, o wymiarach odpowiednio $3N \times k$ i $3N \times m$. Ponieważ $\mathbf{u}_\tau = [\tau^T \ \tau'^T]^T$ oraz $\mathbf{u}_{\sigma\tau} = [\sigma'^T \ \tau'^T]^T$, macierze te przedstawić można również jako $\mathbf{B}_\tau = [\mathbf{B}'_\tau : \mathbf{B}''_\tau]$ oraz $\mathbf{B}_{\sigma\tau} = [\mathbf{B}'_{\sigma\tau} : \mathbf{B}''_{\sigma\tau}]$, z czego $\mathbf{B}'_\tau$ i $\mathbf{B}'_{\sigma\tau}$ mają wymiary, odpowiednio, $3N \times k'$ i $3N \times m'$, a wymiar 'wspólnej' macierzy $\mathbf{B}''$ jest $3N \times k''$.



Rys. 5. Model działania prostowników stawu kolanowego

Większość składników równań (1) wyprowadza się relatywnie prosto, włączając w to generowanie równań więzów połączeń w stawach $\Phi(\mathbf{p}) = \mathbf{0}$, a na tej podstawie wyznaczanie macierzy $\mathbf{C}$. Wysiłek modelowania skupia się na konstrukcji macierzy $\mathbf{B}_{\sigma\tau}$ dystrybucji parametrów sterowania mieszanego $\mathbf{u}_{\sigma\tau} = [\sigma'^T \ \tau'^T]^T$, w części odpowiadającej sterowaniu za pomocą sił mięśniowych (naprężeń σ') w stawach kończyn dolnych. Trudność polega na zdefiniowaniu linii działania sił mięśniowych poprzez określenie miejsc wprowadzenia tych sił do odpowiednich członów. Miejscami tymi mogą być bowiem zarówno anatomiczne miejsca przyczepów mięśni do odpowiednich członów (kości) jak również punkty wynikające z faktu oplatania niektórych stawów przez ścięgna mięśni, co skutkuje niezerowym promieniem działania sił mięśniowych względem tych stawów niezależnie od wartości kąta stawowego. Jako przykład złożoności problemu posłużyć może model mięśnia czworogłowego uda (*quadriceps femoris*) – prostownika stawu kolanowego (Rys. 5), rozdzielonego na dwa aktony: 1 (prosty uda) oraz 2 (skupiający głowy boczną, przysrodkową i pośrodkową). Aktony te, zaczepione w punktach O_1 i O_2 odpowiednio do miednicy i uda (przyczepy początko-

we), poprzez rzepkę i wspólne ścięgno (wiązadło rzepki) zaczepione są do podudzia w punkcie $I_1 = I_2$ (przyczepy końcowe). W pewnym uproszczeniu, wiązadło rzepki jest nierozciągliwe, a przy zginaniu/prostowaniu stawu kolanowego rzepka ślizga się (bez tarcia) po kłykcii kości udowej. Siły mięśniowe, poprzez rzepkę, oddziałują na kość udową siłą normalną N , będącą wypadkową sił $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ w aktach 1 i 2 oraz siła $\approx \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ w wiązadle rzepki. Na kość piszczelową działa siła $\approx \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (wzdłuż linii wiązadła rzepki) przyłożona w punkcie $I_1 = I_2$. Promień działania tej siły (prostującej) względem osi stawu kolanowego K jest zawsze większy od zera, niezależnie od wzajemnej konfiguracji uda i podudzia. Wyznaczenie linii działania siły $\vec{N}$ na kość udową oraz siły $\approx \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ na kość piszczelową jest zadaniem, które nie będzie tu szczegółowo omawiane.

3.2. Równania ruchu we współrzędnych niezależnych

Dynamiczne równania ruchu we współrzędnych niezależnych wygodnie jest wyprowadzić stosując *metodę rzutową* (Blajer, 1998). Punktem wyjścia dla tego sformułowania są składowe $\mathbf{M}$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{C}_r$ i $\mathbf{f}_u$ ($\mathbf{B}_r$ lub $\mathbf{B}_{\sigma r}$) równań ruchu (1) we współrzędnych absolutnych oraz zależności między $3N$ współrzędnymi absolutnymi $\mathbf{p}$ oraz n współrzędnymi niezależnymi $\mathbf{q}$, będące równaniami więzów połączeń w stawach w postaci rozwikłanej. W zastosowaniu do rozważanego modelu ciała człowieka, równania te, na poziomie położenia, prędkości i przyspieszeń, mają postaci:

$$\mathbf{p} = \mathbf{g}(\mathbf{q}) \Rightarrow \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{D}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \Rightarrow \ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \gamma(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (3)$$

gdzie $\mathbf{D} = \partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{q}$ jest macierzą o wymiarze $3N \times n$, a wektor $\gamma = \dot{\mathbf{D}}\dot{\mathbf{q}}$ ma wymiar $3N$. Poszukiwane równania ruchu we współrzędnych niezależnych $\mathbf{q}$ przyjmują postać

$$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \bar{\mathbf{f}}_g(\mathbf{q}) - \bar{\mathbf{C}}_r(\mathbf{q})\lambda_r + \bar{\mathbf{f}}_u \quad (4)$$

gdzie $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{D}^T \mathbf{M} \mathbf{D}$ jest $n \times n$ -wymiarową macierzą mas uogólnionych odpowiadających $\dot{\mathbf{q}}$, składnik $\bar{\mathbf{d}} = \mathbf{D}^T \mathbf{M} \gamma$, po przeniesieniu na prawą stronę równań ruchu, jest n -wektorem uogólnionych sił bezwładności, a $\bar{\mathbf{f}}_g = \mathbf{D}^T \mathbf{f}_g$ jest n -wektorem uogólnionych sił grawitacyjnych. Wektor uogólnionych sił sterujących, w odniesieniu do sterowania za pomocą $\mathbf{u}_r$ lub $\mathbf{u}_{\sigma r}$, ma postać:

$$\bar{\mathbf{f}}_u = \bar{\mathbf{B}}_r \mathbf{u}_r \quad \text{lub} \quad \bar{\mathbf{f}}_u = \bar{\mathbf{B}}_{\sigma r}(\mathbf{q}) \mathbf{u}_{\sigma r} \quad (5)$$

przy czym macierze $\bar{\mathbf{B}}_r = \mathbf{D}^T \mathbf{B}_r$ i $\bar{\mathbf{B}}_{\sigma r} = \mathbf{D}^T \mathbf{B}_{\sigma r}$ mają wymiary, odpowiednio, $n \times k$ (16×13) i $n \times m$ (16×25). Podobnie jak w przypadku sformułowań (2), ponieważ $\mathbf{u}_r = [\tau^T \tau'^T]^T$ i $\mathbf{u}_{\sigma r} = [\sigma^T \sigma'^T]^T$, macierze te przedstawić można jako $\bar{\mathbf{B}}_r = [\bar{\mathbf{B}}'_r : \bar{\mathbf{B}}''_r]$ i $\bar{\mathbf{B}}_{\sigma r} = [\bar{\mathbf{B}}'_\sigma : \bar{\mathbf{B}}''_\sigma]$, gdzie $\bar{\mathbf{B}}'_r$ i $\bar{\mathbf{B}}'_\sigma$ mają wymiary $n \times k'$ i $n \times m'$, a wymiar 'wspólnej' macierzy $\bar{\mathbf{B}}''_r$ jest $n \times k''$.

Wybór współrzędnych niezależnych $\mathbf{q}$ nie jest jednoznaczny. Dla rozważanego modelu racjonalnym wyborem jest $\mathbf{q} = [x_H \ y_H \ \varphi_1 \ \dots \ \varphi_{14}]^T$, gdzie x_H i y_H są współrzędnymi przegubu H (stawu biodrowego) w inercjalnym układzie odniesienia XY , a φ_i są kątami orientującymi poszczególne człony względem pionu, $i = 1, \dots, N$. Innym

wyborem może być zastąpienie współrzędnych kątowych φ_i przez kąty stawowe, orientujące człon następny względem poprzedniego. Możliwy jest też wybór $\mathbf{q}$ zawierający współrzędne absolutne jednego członu (współrzędne środka masy i kąt orientujący ten człon względem układu inercjalnego) oraz kąty orientujące położenia pozostałych członów.

Niezależnie od wyboru współrzędnych niezależnych, dynamiczne równania ruchu (4) formułowane są z wykorzystaniem opisanego prostego algorytmu, wygodnego w zastosowaniach komputerowych. Analitycznego sformułowania wymagają: $\mathbf{M}$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{C}_r$ oraz $\mathbf{B}_r / \mathbf{B}_{\sigma r}$ w odniesieniu do $\mathbf{p}$, a następnie $\mathbf{D}$ oraz γ będące konsekwencją równań więzów (3), $\mathbf{p} = \mathbf{g}(\mathbf{q})$. Wszystkie składniki równań dynamicznych (5) formułowane są następnie za pomocą łatwych do skomputeryzowania operacji mnożenia macierzy.

4. SYMULACJA DYNAMICZNA ODWROTNA

Pod pojęciem *symulacji dynamicznej odwrotnej* rozumie się wyznaczanie sterowania układem wymaganego dla realizacji znanego/zadanego w czasie ruchu układu (i ewentualnie innych obciążeń układu, na przykład reakcji zewnętrznych), prowadzone z użyciem modelu dynamicznego układu. W przypadku układów biomechanicznych charakterystyki kinematyczne dla danego ruchu, $\mathbf{p}_d(t)$ lub $\mathbf{q}_d(t)$, są określane na podstawie pomiarów (filmowanie + obróbka numeryczna), skąd wyznacza się również $\dot{\mathbf{p}}_d(t) / \dot{\mathbf{q}}_d(t)$ oraz $\ddot{\mathbf{p}}_d(t) / \ddot{\mathbf{q}}_d(t)$. W zależności od wyboru $\mathbf{u}_r$ lub $\mathbf{u}_{\sigma r}$ jako parametry sterowania (rozdział 2.1), rozważany w tej pracy problem symulacji dynamicznej odwrotnej jest zagadnieniem deterministycznym lub niedeterministycznym.

4.1. Zagadnienie deterministyczne

Problem dotyczy symulacji dynamicznej odwrotnej przy wyborze $\mathbf{u}_r = [\tau_1 \ \dots \ \tau_{13}]^T$ jako parametry sterowania. W odniesieniu do równań ruchu (1) we współrzędnych absolutnych $\mathbf{p}$, wykorzystując charakterystyki kinematyczne dla analizowanego skoku, $\mathbf{p}_d(t)$, $\dot{\mathbf{p}}_d(t)$ oraz $\ddot{\mathbf{p}}_d(t)$, równania te przekształcają się w układ $3N = 42$ algebraicznych równań liniowych względem $l = 26$ mnożników Lagrange'a λ , $l_r = 3$ składowych λ_r oddziaływania na stopę od podłoża oraz $k = 13$ wypadkowych momentów sił mięśniowych $\mathbf{u}_r$ w stawach, $l + l_r + k = 3N$. Przebiegi tych zmiennych podczas analizowanego ruchu, $\lambda_d(t)$, $\lambda_{rd}(t)$ oraz $\mathbf{u}_{rd}(t)$, wyznaczyć można zatem jednoznacznie z zależności

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \lambda_r \\ \mathbf{u}_r \end{bmatrix} = [\mathbf{C}^T(\mathbf{p}_d) : \mathbf{C}_r^T(\mathbf{p}_d) : \mathbf{B}_r]^T (\mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}}_d - \mathbf{f}_g) \quad (6)$$

gdzie $3N \times 3N$ -wymiarowa macierz $[\mathbf{C}^T : \mathbf{C}_r^T : \mathbf{B}_r]$ jest z założenia odwracalna. Rozwiązanie (6) obowiązuje zarówno dla fazy kontaktu z podłożem (poprzez jedną stopę) jak i dla fazy lotu, gdy żadna ze stóp nie kontaktuje się z podłożem. Jest oczywiste, że w fazie lotu otrzymane tą

drogą $\lambda_{rd}(t)$ powinny być zerowe, z niedokładnością wynikającą z nieściśłości modelu matematycznego oraz ograniczonej dokładności użytych do obliczeń charakterystyk kinematycznych i parametrów masowo-geometrycznych modelu. Zauważmy ponadto, że wyznaczone z zależności (6) przebiegi reakcji w stawach $\lambda_d(t)$ nie uwzględniają wpływu sił mięśniowych, który to wpływ może być znaczny.

Wychodząc z równań ruchu (4) we współrzędnych niezależnych $\mathbf{q}$, po podstawieniu charakterystyk kinematycznych $\mathbf{q}_d(t)$, $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$ i $\ddot{\mathbf{q}}_d(t)$, zadanie symulacji dynamicznej odwrotnej sprowadzi się do zależności

$$\begin{bmatrix} \lambda_r \\ \mathbf{u}_r \end{bmatrix} = [\bar{\mathbf{C}}_r^T(\mathbf{q}_d) : \bar{\mathbf{B}}_r]^{-1} (\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}_d) \ddot{\mathbf{q}}_d + \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) - \bar{\mathbf{f}}_g(\mathbf{q}_d)) \quad (7)$$

na wyznaczanie $\lambda_{rd}(t)$ oraz $\mathbf{u}_{rd}(t)$, a odwracalna macierz $[\bar{\mathbf{C}}_r^T : \bar{\mathbf{B}}_r]$ ma tym razem wymiar $n \times n$, $n = l_r + k = 16$.

4.2. Zagadnienie niedeterministyczne

Problem dotyczy symulacji dynamicznej odwrotnej przy wyborze $\mathbf{u}_{\sigma r} = [\boldsymbol{\sigma}'^T \boldsymbol{\tau}'^T] = [\sigma_1 \dots \sigma_{18} \tau_7 \dots \tau_{13}]^T$ jako parametry sterowania. Sterowanie ruchem kończyn dolnych jest w tym wypadku nadmiarowe – liczba mięśni $m' = 18$ biorąca udział w realizacji ruchu jest większa od liczby $k' = 6$ stopni swobody w stawach, $m' > k'$, co odnosi się ogólnie do wszystkich stawów kończyn dolnych jak i każdego stawu indywidualnie (niektóre mięśnie oddziałują też na więcej niż jeden staw). Dystrybucji wyliczanych jednoznacznie wypadkowych momentów sił mięśniowych $\boldsymbol{\tau}'_d(t)$ (zagadnienie deterministyczne) na poszczególne mięśnie (naprężenia $\boldsymbol{\sigma}'_d(t)$) dokonuje się zwykle z zastosowaniem odpowiednich kryteriów optymalizacyjnych (Tsirakos i inni, 1997; Erdemir i inni, 2007). W rozważanym przypadku nadmiarowość zlokalizowana jest jednak tylko lokalnie w stawach kończyn dolnych, a globalnie układ jest nie w pełni sterowany ($k = 13$ momentów sterujących w stawach przy $n = 16$ stopniach swobody układu). Rodzi to odpowiednie implikacje w modelowaniu tak postawionego zadania symulacji dynamicznej odwrotnej (Błajer i inni, 2007). Wymagany jest rzut dynamicznych równań ruchu do podprzestrzeni sterowanej. Dla równań ruchu (1) we współrzędnych absolutnych efekt ten uzyskuje się przez lewostronne przemnożenie tych równań przez $\mathbf{B}_r^T \mathbf{M}^{-1}$. Z porównania prawych stron tak przemnożonych równań ruchu, dla sterowania za pomocą $\mathbf{u}_r = [\boldsymbol{\tau}'^T \boldsymbol{\tau}'^T]$ i $\mathbf{u}_{\sigma r} = [\boldsymbol{\sigma}'^T \boldsymbol{\tau}'^T]$, otrzymuje się

$$\mathbf{B}_r^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B}_r \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}' \\ \boldsymbol{\tau}'' \end{bmatrix} = \mathbf{B}_r^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B}_{\sigma r} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}' \\ \boldsymbol{\tau}'' \end{bmatrix} \quad (8)$$

z czego $k' = 6$ pierwszych zależności opisuje warunki równoważności sterowania za pomocą k' momentów sterujących $\boldsymbol{\tau}'$ i za pomocą m' sił mięśniowych (naprężeń $\boldsymbol{\sigma}'$). Z pomocą wprowadzonych w równaniu (2) sformułowań, $\mathbf{B}_r = [\mathbf{B}'_r : \mathbf{B}''_r]$ oraz $\mathbf{B}_{\sigma r} = [\mathbf{B}'_{\sigma} : \mathbf{B}''_{\sigma}]$, k' warunki równoważności sterowania w kończynach dolnych mają postać

$$\bar{\mathbf{G}}'_r \boldsymbol{\tau}' = \bar{\mathbf{H}}'_{\sigma} \boldsymbol{\sigma}' \quad (9)$$

gdzie $\mathbf{G}'_r = \mathbf{B}_r^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B}'_r$ i $\mathbf{H}'_{\sigma} = \mathbf{B}_r^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B}'_{\sigma}$ są macierzami o wymiarach, odpowiednio, $k' \times k'$ i $k' \times m'$.

Podobnie, lewostronne przemnożenie równań ruchu (4) we współrzędnych niezależnych przez $\bar{\mathbf{B}}_r^T \mathbf{M}^{-1}$, prowadzi do

$$\bar{\mathbf{B}}_r^T \mathbf{M}^{-1} \bar{\mathbf{B}}_r \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}' \\ \boldsymbol{\tau}'' \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{B}}_r^T \mathbf{M}^{-1} \bar{\mathbf{B}}_{\sigma r} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}' \\ \boldsymbol{\tau}'' \end{bmatrix} \quad (10)$$

a po uwzględnieniu $\bar{\mathbf{B}}_r = [\bar{\mathbf{B}}'_r : \bar{\mathbf{B}}''_r]$ i $\bar{\mathbf{B}}_{\sigma r} = [\bar{\mathbf{B}}'_{\sigma} : \bar{\mathbf{B}}''_{\sigma}]$ opisanych w równaniu (5), otrzymujemy ostatecznie

$$\bar{\mathbf{G}}'_r \boldsymbol{\tau}' = \bar{\mathbf{H}}'_{\sigma} \boldsymbol{\sigma}' \quad (11)$$

gdzie $\bar{\mathbf{G}}'_r = \bar{\mathbf{B}}_r^T \mathbf{M}^{-1} \bar{\mathbf{B}}'_r$ i $\bar{\mathbf{H}}'_{\sigma} = \bar{\mathbf{B}}_r^T \mathbf{M}^{-1} \bar{\mathbf{B}}'_{\sigma}$ są macierzami o wymiarach, odpowiednio, $k' \times k'$ i $k' \times m'$. Jest oczywiste, że sformułowania (9) i (11) są sobie tożsame, a więc również $\mathbf{G}'_r = \bar{\mathbf{G}}'_r$ i $\mathbf{H}'_{\sigma} = \bar{\mathbf{H}}'_{\sigma}$. Dowód tych ostatnich równości sprowadza się do wykazania, że $\mathbf{D}(\mathbf{D}^T \mathbf{M} \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T = \mathbf{M}^{-1}$, co łatwo pokazać, bo prawostronne przemnożenie tej zależności macierzowej przez $\mathbf{M} \mathbf{D}$ prowadzi do $\mathbf{D} = \mathbf{D}$.

Wykorzystując warunki (9) lub (11) równoważności sterowania w stawach kończyn dolnych za pomocą momentów sterujących $\boldsymbol{\tau}'$ i za pomocą naprężeń $\boldsymbol{\sigma}'$ w mięśniach, zagadnienie optymalizacyjne dystrybucji wyliczanych jednoznacznie wypadkowych momentów sił mięśniowych $\boldsymbol{\tau}'_d(t)$ (zagadnienie deterministyczne) na poszczególne mięśnie można zapisać w postaci:

$$\begin{cases} \text{minimalizuj} & J(\boldsymbol{\sigma}) \\ \text{tak, by} & \mathbf{H}'_{\sigma}(\mathbf{p}_d) \boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{G}'_r \boldsymbol{\tau}'_d \\ \text{oraz} & \boldsymbol{\sigma}'_{\min} \leq \boldsymbol{\sigma}' \leq \boldsymbol{\sigma}'_{\max} \end{cases} \quad (12)$$

co odpowiada sformułowaniu równań ruchu we współrzędnych absolutnych, a dla sformułowania we współrzędnych niezależnych zagadnienie optymalizacyjne ma postać

$$\begin{cases} \text{minimalizuj} & J(\boldsymbol{\sigma}) \\ \text{tak, by} & \bar{\mathbf{H}}'_{\sigma}(\mathbf{q}_d) \boldsymbol{\sigma}' = \bar{\mathbf{G}}'_r(\mathbf{q}_d) \boldsymbol{\tau}'_d(t) \\ \text{oraz} & \boldsymbol{\sigma}'_{\min} \leq \boldsymbol{\sigma}' \leq \boldsymbol{\sigma}'_{\max} \end{cases} \quad (13)$$

W sformułowaniach tych $J(\boldsymbol{\sigma})$ jest zadaną funkcją celu, a $\boldsymbol{\sigma}'_{\min}$ i $\boldsymbol{\sigma}'_{\max}$ są fizjologicznie dopuszczalnymi minimalnymi i maksymalnymi naprężeniami w poszczególnych mięśniach. W ten sposób wyznaczane są przebiegi $\boldsymbol{\sigma}'_d(t)$, które minimalizują $J(\boldsymbol{\sigma})$, spełniają warunki (9) lub (11) oraz mieszczą się w dopuszczalnym zakresie $\boldsymbol{\sigma}'_{\min} \leq \boldsymbol{\sigma}' \leq \boldsymbol{\sigma}'_{\max}$.

Dystrybucja $\boldsymbol{\tau}'_d(t) \rightarrow \boldsymbol{\sigma}'_d(t)$ nie jest jednoznaczna, zależy między innymi od wyboru funkcji celu $J(\boldsymbol{\sigma})$ (Tsirakos i inni, 1997; Erdemir i inni, 2007). Powszechnie stosowane (i fizjologicznie uzasadnione) jest kryterium Crowninshielda i Branda (1981), minimalizujące sumę podniesionych do potęgi p naprężeń w mięśniach

$$J = \sum_i \sigma_i^p \quad (14)$$

a wartość wykładnika p jest zwykle równa dwa lub trzy. Yamaguchi i inni (1995) oraz Yamaguchi (2001) dowodzą też, że rozwiązanie zadania optymalizacyjnego (12)/(13) dla funkcji celu Crowninshielda i Branda (14) przy $p = 2$ (bez ograniczenia $\boldsymbol{\sigma}'_{\min} \leq \boldsymbol{\sigma}' \leq \boldsymbol{\sigma}'_{\max}$) jest równoważne (jed-

noznacznemu) rozwiązaniu analitycznemu, odpowiednio

$$\sigma'_d(t) = \mathbf{H}_\sigma'^T(\mathbf{p}_d) \mathbf{G}'_\tau \tau'_d \quad \text{lub} \quad \sigma'_d(t) = \bar{\mathbf{H}}_\sigma'^T(\mathbf{q}_d) \bar{\mathbf{G}}'_\tau(\mathbf{q}_d) \tau'_d \quad (15)$$

gdzie $\mathbf{H}_\sigma'^T = \mathbf{H}_\sigma'^T (\mathbf{H}'_\sigma \mathbf{H}_\sigma'^T)^{-1}$ jest $m' \times k'$ -wymiarową macierzą pseudo-odwrotną do $k' \times m'$ -wymiarowej macierzy $\mathbf{H}'_\sigma$ (analogicznie $\bar{\mathbf{H}}_\sigma'^T = \bar{\mathbf{H}}_\sigma'^T (\bar{\mathbf{H}}'_\sigma \bar{\mathbf{H}}_\sigma'^T)^{-1}$). Wadą tego prostego i numerycznie efektywnego rozwiązania jest to, że otrzymywane rozwiązania $\sigma'_d(t)$ mogą mieć zarówno dodatnie jak i ujemne wartości, co przeczy zasadzie działania sił mięśniowych jako skracających mięsień. Problem ten rozwiązuje się przez kolejne eliminowanie ujemnych składowych $\sigma'_d(t)$, zastępując je wartościami zerowymi/minimalnymi, a następnie uruchamiając procedurę obliczeń (15) kolejny raz tak długo aż wszystkie składowe $\sigma'_d(t)$ będą nieujemne.

W omówionych rozwiązaniach procedury optymalizacyjne bazują na warunkach (9) i (11) równoważności działania momentów sił mięśniowych i bezpośrednio sił mięśniowych w stawach kończyn dolnych. Wykorzystywane są też przebiegi $\tau'_d(t)$ otrzymane z rozwiązania zagadnienia deterministycznego. W poprzedniej pracy autorów (Blajer i inni, 2007), dla sformułowania we współrzędnych niezależnych, $\sigma'_d(t)$ wyznaczano bezpośrednio z dynamicznych równań ruchu (zrzutowanych do podprzestrzeni sterowanej), bez wcześniejszego określania $\tau'_d(t)$. Zagadnienia optymalizacyjne (13) zmodyfikować należy wówczas do postaci

$$\begin{cases} \text{minimalizuj} & J(\sigma) \\ \text{tak, by} & \bar{\mathbf{H}}'_\sigma(\mathbf{q}_d) \sigma' = \bar{\mathbf{h}}'_\tau(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d, \lambda_{rd}) \\ \text{oraz} & \sigma'_{\min} \leq \sigma' \leq \sigma'_{\max} \end{cases} \quad (16)$$

gdzie $\bar{\mathbf{h}}'_\tau = \bar{\mathbf{B}}_\tau'^T [\ddot{\mathbf{q}}_d + \bar{\mathbf{M}}^{-1}(\bar{\mathbf{d}} - \bar{\mathbf{f}}_g + \bar{\mathbf{C}}_r \lambda_{rd})]$. Zależność analityczna (15)₂ przyjmie natomiast kształt

$$\sigma'_d(t) = \bar{\mathbf{H}}_\sigma'^T(\mathbf{q}_d) \bar{\mathbf{h}}'_\tau(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d, \lambda_{rd}) \quad (17)$$

Jak widać, dla wyznaczenia $\sigma'_d(t)$ ze sformułowań (16) i (17) wymagana jest znajomość $\lambda_{rd}(t)$ – reakcji od podłoża podczas wykonywanego skoku. Jeśli nie są one mierzone, można je wyznaczyć analitycznie z zależności będącej konsekwencją rzutu równań ruchu do podprzestrzeni niesterowanej, a mianowicie (Blajer i inni, 2007)

$$\lambda_{rd}(t) = [\bar{\mathbf{A}}_\tau \bar{\mathbf{C}}_\tau^T(\mathbf{q}_d)]^{-1} \bar{\mathbf{A}}_\tau [\bar{\mathbf{f}}_g(\mathbf{q}_d) - \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}_d) \ddot{\mathbf{q}}_d - \bar{\mathbf{d}}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)] \quad (18)$$

gdzie $\bar{\mathbf{A}}_\tau$ jest $n \times l_r$ -wymiarową macierzą uzupełnienia ortogonalnego do $n \times k$ -wymiarowej macierzy sterowania $\bar{\mathbf{B}}_\tau$, czyli $\bar{\mathbf{A}}_\tau \bar{\mathbf{B}}_\tau = \mathbf{0}$ oraz $n = k + l_r = 13 + 3 = 16$. Analogiczne podejście dla sformułowania we współrzędnych absolutnych jest nieco bardziej złożone.

5. WYZNACZANIE REAKCJI W STAWACH KOŃCZYN DOLNYCH

Siły reakcji w stawach $\lambda_d(t)$ otrzymywane jako rozwiązanie zadania deterministycznego (6), w którym sterowanie modelem realizowane jest za pomocą wypadkowych momentów sił mięśniowych $\mathbf{u}_r = [\tau_1 \dots \tau_{13}]^T$, obarczone są niedoszacowaniem wynikającym z nieuwzględnienia wpływu

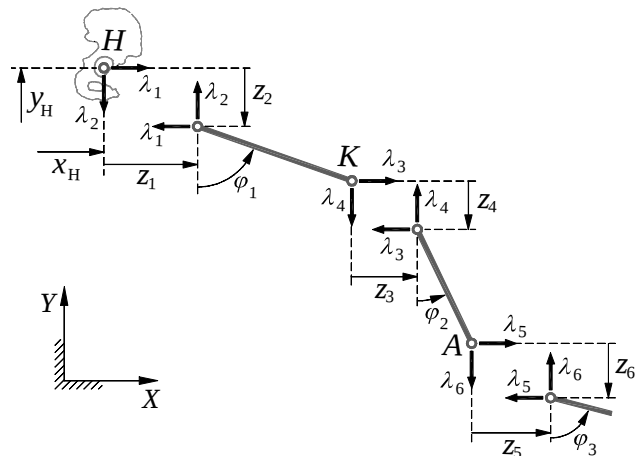
wu sił mięśniowych ma te reakcje. Wpływ ten jest w rzeczywistości bardzo istotny (Yamaguchi, 2001; Zajac i Winters, 1990; Zatsiorsky, 2002), co wymusza wyznaczanie reakcji w stawach z użyciem modeli sterowanych za pomocą sił mięśniowych, po wcześniejszym oszacowaniu tych sił. Dla rozważanego w tej pracy sterowania mieszanego, za pomocą sił mięśniowych w stawach kończyn dolnych oraz momentów sił mięśniowych w pozostałych stawach modelu, $\mathbf{u}_{\sigma\tau} = [\sigma'^T \tau'^T] = [\sigma_1 \dots \sigma_{18} \tau_7 \dots \tau_{13}]^T$, realne szacowanie reakcji w stawach dotyczy więc tylko stawów kończyn dolnych: skokowego (A), kolanowego (K) i biodrowego (H).

Wyróżnić można co najmniej trzy sposoby algebraicznego (zautomatyzowanego) wyznaczania reakcji w stawach (Blajer, 2004). Założeniem wspólnym jest, że znane są przebiegi $\lambda_{rd}(t)$ (reakcje od podłoża) oraz $\mathbf{u}_{\sigma\tau d}(t)$ (sterowanie układem). W odniesieniu do równań ruchu (1) we współrzędnych absolutnych $\mathbf{p}$, po zrzutowaniu tych równań do podprzestrzeni skrępowania (lewostronnym ich przemnożeniu przez $\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}$), zależność na liczenie reakcji we wszystkich stawach ma ogólną postać (Blajer, 1998)

$$\lambda(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}, \lambda_r, \mathbf{u}_{\sigma\tau}) = (\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}^T)^{-1} [\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{f}_g - \mathbf{C}_r^T \lambda_r + \mathbf{B}_{\sigma\tau} \mathbf{u}_{\sigma\tau}) - \xi] \quad (19)$$

gdzie $\xi(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}) = -\ddot{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{p}}$ otrzymuje się po dwukrotnym zróżniczkowaniu względem czasu uwikłanych postaci równań więzów połączeń w stawach, tzn. $\Phi(\mathbf{p}) = \mathbf{0} \Rightarrow \dot{\Phi} \equiv \mathbf{C}\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \Rightarrow \ddot{\Phi} \equiv \mathbf{C}\ddot{\mathbf{p}} - \xi = \mathbf{0}$. Zależność ta, wyrażona we współrzędnych niezależnych przez wprowadzenie równań więzów w postaci rozwikłanej (3), tzn. $\mathbf{C}[\mathbf{g}(\mathbf{q})]$, $\mathbf{C}_r[\mathbf{g}(\mathbf{q})]$, $\mathbf{B}_{\sigma\tau}[\mathbf{g}(\mathbf{q})]$ oraz po zastosowaniu $\mathbf{C}\gamma = \xi$, modyfikuje się do postaci

$$\lambda(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \lambda_r, \mathbf{u}_{\sigma\tau}) = (\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{C} [\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{f}_g - \mathbf{C}_r^T \lambda_r + \mathbf{B}_{\sigma\tau} \mathbf{u}_{\sigma\tau}) - \gamma] \quad (20)$$



Rys. 6. Współrzędne więzów i siły reakcji w stawach kończyn dolnych

Wadą obu powyższych schematów jest to, że liczone są reakcje we wszystkich stawach (w stawach sterowanych za pomocą τ'' z niedoszacowaniem wpływu sił mięśniowych), a ich efektywność numeryczną obniża konieczność

generowania i odwracania $l \times l$ -wymiarowej (26×26) macierzy $\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}^T$. Schematy te są też niewygodne dla analizy prowadzonej we współrzędnych niezależnych $\mathbf{q}$. Dla sformułowania dynamicznych równań (4) w tych współrzędnych nie jest bowiem konieczne wprowadzanie równań więzów połączeń w postaci uwikłanej, $\Phi(\mathbf{p}) = \mathbf{0}$, na podstawie których generowane są $\mathbf{C}$ i ξ stosowane w schematach (19) i (20). Dla sformułowań we współrzędnych niezależnych wygodniejszym sposobem wyznaczania reakcji w stawach jest metoda rozszerzonych współrzędnych złączowych (Blajer, 2004). Pozwala ona, w sposób szczególnie efektywny w zastosowaniu do układów biomechanicznych (Blajer i inni, 2007), na selektywne wyznaczanie reakcji tylko w wybranych stawach. Idea metody polega na tym, że tradycyjne równania więzów połączeń w postaci rozwikłanej (3)₁, czyli związki między współrzędnymi absolutnymi i niezależnymi, $\mathbf{p} = \mathbf{g}(\mathbf{q})$, uzupełnia się o zależność również od współrzędnych więzów $\mathbf{z}$ (Rys. 6), czyli

$$\mathbf{p} = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \mathbf{z}) \quad (21)$$

gdzie $\mathbf{z} = [z_1 \dots z_l]^T$ oznaczają „zablokowane” kierunki przemieszczeń względnych w połączeniach, uzupełniające definiowane przez $\mathbf{q}$ kierunki „dopuszczane” przez więzy. Zależność (21) jest oczywiście równoważna (3)₁, bo z założenia $\mathbf{z} = \mathbf{0}$, a zależność od $\mathbf{z}$ jest wprowadzana tylko dla wygenerowania $n \times l$ -wymiarowej macierzy $\mathbf{E}$ takiej, że

$$\dot{\mathbf{p}} = \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{q}} \right)_{\mathbf{z}=\mathbf{0}} \dot{\mathbf{q}} + \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}} \right)_{\mathbf{z}=\mathbf{0}} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{E}\dot{\mathbf{z}} \quad (22)$$

co też jest równoważne sformułowaniu tradycyjnemu (3)₂, $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}$, bo z założenia $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$. Generowana tak macierz $\mathbf{E}$ ma bardzo użyteczną własność – posiada cechy macierzy pseudo-odwrotnej do (prostokątnej) macierzy $\mathbf{C}$, czyli

$$\mathbf{C}\mathbf{E} = \mathbf{E}^T\mathbf{C}^T = \mathbf{I} \quad (23)$$

gdzie $\mathbf{I}$ jest $l \times l$ -wymiarową macierzą jednostkową. Inną użyteczną własnością omawianego podejścia jest możliwość wprowadzenia współrzędnych $\mathbf{z}$ tylko w tych połączeniach, w których chce się wyznaczyć reakcje (pozostałe połączenia pozostawiając „domknięte”). W rozważanym przypadku są to stawy kończyn dolnych (Rys. 6 dotyczy kończyny lewej). Oznaczając $\mathbf{z} = [\mathbf{z}'^T \ \mathbf{z}''^T]^T$, gdzie $\mathbf{z}' = [z_1 \dots z_{12}]^T$ odnoszą się do $l' = 12$ współrzędnych więzów w kończynach dolnych, a $\mathbf{z}'' = [z_{13} \dots z_{26}]^T$ są współrzędnymi $l'' = 14$ więzów w pozostałych stawach, zapisać można odpowiednio $\mathbf{C} = [\mathbf{C}'^T : \mathbf{C}''^T]^T$ i $\mathbf{E} = [\mathbf{E}' : \mathbf{E}'']$. Konsekwencją (23) jest następnie $\mathbf{C}'\mathbf{E}'' = \mathbf{0}$ oraz $\mathbf{C}''\mathbf{E}' = \mathbf{0}$, a następnie

$$\mathbf{E}'^T\mathbf{C}^T = [\mathbf{I}' : \mathbf{0}] \quad (24)$$

gdzie $\mathbf{I}'$ jest macierzą jednostkową o wymiarze $l' \times l'$.

Zależność na wyznaczanie reakcji w stawach kończyn dolnych, $\lambda' = [\lambda_1 \dots \lambda_{12}]^T$, uzyskuje się przez zrzutowanie równań ruchu (1) do l' -wymiarowej podprzestrzeni definiowanej przez kolumny $\mathbf{E}'$, czyli przez lewostronne przemnożenie tych równań przez $\mathbf{E}'^T$. Wykorzystując własność (24) oraz równania więzów połączeń w postaci rozwikłanej (3), otrzymuje się ostatecznie

$$\begin{aligned} \lambda'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \lambda_r, \mathbf{u}_{\sigma r}) = \\ = \mathbf{E}'^T [\mathbf{f}_g - \mathbf{C}_r^T \lambda_r + \mathbf{B}_{\sigma r} \mathbf{u}_{\sigma r} - \mathbf{M}(\mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \gamma)] \end{aligned} \quad (25)$$

gdzie $\mathbf{C}_r[\mathbf{g}(\mathbf{q})]$ oraz $\mathbf{B}_{\sigma r}[\mathbf{g}(\mathbf{q})]$. Dla otrzymania $\lambda'_d(t)$ wymagane są zatem otrzymane z pomiarów $\mathbf{q}_d(t)$, $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$ i $\ddot{\mathbf{q}}_d(t)$ oraz obliczone wcześniej $\lambda_{rd}(t)$ i $\mathbf{u}_{\sigma rd}(t)$.

6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Modelowanie ciała człowieka (istot żywych) jest zadaniem niezmiernie trudnym, głównie ze względu na złożoną strukturę i sposób realizacji ruchu, trudnymi do opisanía adekwatnym modelem fizycznym. Złożone jest też samo modelowanie matematyczne (na bazie modelu fizycznego), nawet wówczas, gdy rzeczywistą strukturę ciała człowieka przybliżymy tylko bardzo zgrubnym modelem fizycznym. Niektóre aspekty tego modelowania omówione zostały w niniejszej pracy.

Na sposób modelowania układów biomechanicznych wpływa wiele różnych czynników. Modelować można całe ciało człowieka lub jego fragment (kończynę górną/dolną). Sterowanie modelować można z użyciem wypadkowych momentów sił mięśniowych w stawach (prosty model deterministyczny) lub bezpośrednio za pomocą sił mięśniowych (sterowanie nadmiarowe) z zastosowaniem różnych modeli działania mięśni (co nie było przedmiotem dyskusji w tej pracy). Model sterowania z uwzględnieniem specyfiki działania mięśni, w tym linii działania sił mięśniowych, ma fundamentalnie znaczenie dla adekwatności prowadzonych symulacji numerycznych. Zaproponowany w pracy (Blajer i inni, 2007) model sterowania mieszanego – za pomocą sił mięśniowych w stawach kończyn dolnych oraz momentów sił mięśniowych w pozostałych stawach – łączy cechy uszczegółowionej analizy obciążeń w kończynach dolnych z prostotą analizy dynamiki całego ciała z wykorzystaniem modelu deterministycznego. Połączenie tych dwu różnych modeli sterowania wymaga odpowiednich metod modelowania matematycznego, omówionych w zarysie w tej pracy.

Na sposób modelowania matematycznego układów biomechanicznych, oprócz struktury modelu fizycznego ciała człowieka, wpływ mają również czynniki stricte techniczne, na przykład wybór współrzędnych, w których prowadzona jest analiza czy potrzeba (lub nie) wyznaczania sił reakcji w stawach. W niniejszej pracy omówiono modelowanie ciała człowieka z zastosowaniem dwu klasycznych rodzajów współrzędnych – absolutnych (zależnych) i niezależnych. Możliwe są jednak również inne wybory, na przykład tzw. współrzędnych naturalnych, których zastosowanie omawiane zostało szczegółowo przez Czaplickiego (2009). Złożony jest również problem wyznaczania reakcji w stawach. Opisany w tej pracy schemat (25) z zastosowaniem metody rozszerzonych współrzędnych złączowych (Blajer, 2004) wydaje się szczególnie użyteczny w zastosowaniu do symulacji dynamicznej odwrotnej układów biomechanicznych. Na sposób modelowania pewien wpływ może mieć rodzaj (i jakość) danych pomiarowych, wykorzystywanych do zadań symulacji dynamicznej odwrotnej. Oprócz charakterystyk kinematycznych badanego ruchu bardzo pomocne są zwykle również pomiary sił reakcji z otocze-

niem. Dysponowanie tymi dodatkowymi danymi pomiarowymi pozwala często zastosować uproszczone (zredukowane) modele matematyczne, o czym nadmieniono krótko w rozdziale 2.3.

Niniejsza praca koncentruje się wyłącznie na (wybranych) zagadnieniach modelowania układów biomechanicznych. Wyniki symulacji dynamicznej odwrotnej z zastosowaniem proponowanych modeli omówione zostaną w przyszłych publikacjach autorów. W ograniczonym zakresie, z użyciem jakościowo podobnych modeli, wyniki takie prezentowane były też już w (Blajer i inni, 2007, 2009), gdzie oceniano również wrażliwość rozwiązań numerycznych na zmiany różnych parametrów modelu, sposobów modelowania oraz metod symulacji (optymalizacji przy rozwiązywaniu zagadnienia sterowania nadmiarowego). Bardzo wartościowe są też próby weryfikacji (jakościowej i ilościowej) poprawności wyników symulacji. Prosty sposób takiej weryfikacji może być porównanie wyliczanych sił reakcji z podłożem (co umożliwia opisywany w tej pracy model) z wartościami mierzonymi z użyciem platformy dynamometrycznej oraz sprawdzenie czy wyliczane tak reakcje w fazie lotu są bliskie zeru. Wartościowe mogą być ponadto pomiary EMG, weryfikujące rzeczywiste okresy aktywacji mięśni w trakcie badanych czynności na tle otrzymywanych z obliczeń. Są to wszystko wnioski i inspiracje dla dalszych badań autorów w zakresie modelowania i symulacji układów biomechanicznych.

LITERATURA

1. **Ambrósio J. A. C., Abrantes J. M. C. S.** (2007), Developments in biomechanics of human motion for health and sports, w: Pereira M. S. (ed.), *A Portrait of State-of-the-Art Research at the Technical University of Lisbon*, Springer, Netherlands, pp. 531-553.
2. **Arnold E. M., Ward S. R., Lieber R. L., Delp S. L.** (2009), A model of the lower limb for analysis of human movement, *Annals of Biomechanical Engineering*, (published online).
3. **Blajer W.** (1998), *Metody dynamiki układów wieloczłonowych*, Wyd. Politechniki Radomskiej, Radom.
4. **Blajer W.** (2004), On the determination of joint reactions in multibody mechanisms, *Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol. 126, 341-350.
5. **Blajer W., Dziewiecki K., Mazur Z.** (2007), Multibody modeling of human body for the inverse dynamics analysis of sagittal plane movements, *Multibody System Dynamics*, Vol. 18, 217-232.
6. **Blajer W., Dziewiecki K., Mazur Z.** (2009), Sensitivity of muscle force estimates to selected modeling and computational aspects, *Proceedings of ECCOMAS Thematic Conference, Multibody Dynamics 2009*, 29.06–2.07 2009, Warsaw, Poland.
7. **Crowninshield R. D., Brand R. A.** (1981), A physiologically based criterion of muscle force prediction in locomotion, *Journal of Biomechanics*, Vol. 14, 793-801.
8. **Czaplicki A.** (2009), *Modelowanie we współrzędnych naturalnych w biomechanice*, Monografie i opracowania, nr 7, AWF w Warszawie, Zamiejscowy Wydział Wychowania w Białej Podlaskiej, Biała Podlaska.
9. **Damsgaard M., Rasmussen J., Christensen S. T., Egidijus Surma E., de Zee M.** (2006), Analysis of musculoskeletal systems in the AnyBody Modeling System, *Simulation Modeling Practice and Theory*, Vol. 14, No. 8, 1100-1111.
10. **Erdemir A., McLean S., Herzog W., van den Bogert A.** (2007), Model-based estimation of muscle forces exerted during movements, *Clinical Biomechanics*, Vol. 22, 131-154.
11. **Pandy M. G.** (2001), Computer modeling and simulation of human movement, *Annual Review of Biomedical Engineering*, Vol. 3, 245-273.
12. **Potkonjak V., Vukobratović M., Babković K., Borovac B.** (2009), Dynamics and simulation of general human and humanoid motion in sports, w: Pope N., Kuhn K.-A. L., Forster J. J. H. (eds.), *Digital Sport for Performance Enhancement and Competitive Evolution: Intelligent Gaming Technologies*, IGI Global, 36-62.
13. **Tsirakos D., Baltzopoulos V., Bartlett R.** (1997), Inverse optimization: functional and physiological considerations related to the force-sharing problem, *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, Vol. 25, 371-407.
14. **Vukobratović M., Potkonjak V., Babković K., Borovac B.** (2007), Simulation model of general human and humanoid motion, *Multibody System Dynamics*, Vol. 17, 71-96.
15. **Winter D. A.** (2005), *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*, Wiley, Hoboken.
16. **Yamaguchi G. T.** (2001), *Dynamic Modeling of Musculoskeletal Motion. A Vectorized Approach for Biomechanical Analysis in Three Dimensions*, Kluwer, Dordrecht.
17. **Yamaguchi G. T., Moran D. W., Si J.** (1995), A computationally efficient method for solving the redundant problem in biomechanics, *Journal of Biomechanics*, Vol. 28, 999-1005.
18. **Zajac F. E., Winters J. M.** (1990), Modeling musculoskeletal movement systems: joint and body segmental dynamics, musculoskeletal actuation, and neuromuscular control, w: Winters J. M., Woo S. L.-Y. (eds.), *Multiple Muscle Systems: Biomechanics and Movement Organizations*, Springer, New York, 121-148.
19. **Zatsiorsky V. M.** (2002), *Kinetics of Human Motion*, Human Kinetics, Champaign.

REMARKS ON HUMAN BODY MOVEMENT MODELING FOR THE INVERSE DYNAMICS ANALYSIS

Abstract: The paper deals with some aspects of mathematical modeling of human body for the inverse dynamics analysis. The discussion is related to a sample planar model composed of 14 rigid segments connected by 13 hinge joints, branching from the hip joint in the open loop linkages. Two ways of control are considered: a simplified (determinate) model with joint torques as control parameters that represent the muscle action in the joints, and hybrid (indeterminate) control model with a mix set of muscle stresses in the lower extremity joints and joint torques in the upper part of the body. Using dynamic equations of motion derived both in absolute and independent coordinates, a discussion is provided on possible solutions to the inverse dynamics analysis related to the mentioned two models of control. Possibilities for determination of reaction forces in the lower extremity joints, which involves the influence of muscle forces and external reactions from the ground, are also discussed.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N N501 156438 finansowanego ze środków na naukę w latach 2010-2012.

WPLYW PRĘDKOŚCI OBROTOWEJ I OBCIĄŻENIA SILNIKA NA PRZEBIEG NAPIĘCIA IMPULSU STERUJĄCEGO WTRYSKIWACZAMI PŁYNNEGO GAZU ROPOPOCHODNEGO

Andrzej BORAWSKI*, Franciszek SIEMIENIAKO*

*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

andrzejb830616@wp.pl, frank@pb.edu.pl

Streszczenie: W tekście pokazano zmiany przebiegu napięcia na wtryskiwaczach LPG w zależności od prędkości obrotowej silnika i jego obciążenia. Wykonano szereg badań i dokonano analizy otrzymanych wyników. Zaproponowano rozwiązania mogące wpłynąć na poprawę jakości pracy wtryskiwaczy LPG.

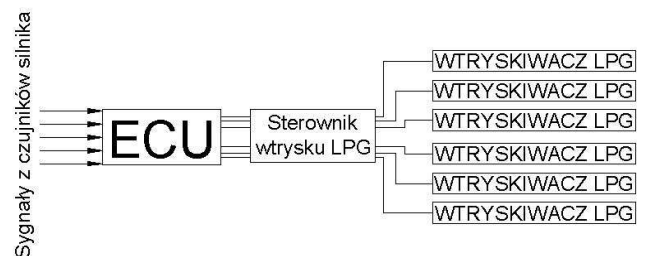
1. WPROWADZENIE

Już od dłuższego czasu, z racji ciągłego wzrostu kosztów oraz kończących się zasobów paliw konwencjonalnych (m.in. benzyny oraz oleju napędowego) inżynierowie poszukują substancji zastępczych. Jedną z nich to LPG, które jest obecnie najczęściej stosowanym paliwem alternatywnym wykorzystywanym do zasilania silników spalinyowych.

Pojazd zasilany tym rodzajem paliwa wymaga zamontowania dodatkowego układu paliwowego, przystosowanego do spalania paliwa alternatywnego. Obecnie, w zdecydowanej większości przypadków, w samochodach osobowych montowane są sekwencyjne instalacje gazowe (czwartej generacji). Rzadziej, ale nadal, montowane są instalacje starszych generacji, nowsze natomiast, nie cieszą się jak na razie dużą popularnością, głównie ze względu na koszt montażu. Instalacja sekwencyjna różni się od poprzednich generacji tym, iż zastosowane w niej zostały wtryskiwacze (oddzielny dla każdego cylindra) oraz dodatkowa jednostka sterująca ich pracą, wykorzystująca w tym celu komputer sterujący wtryskiem benzyny. Komputer sterujący wtryskiem gazu umieszczony jest pomiędzy ECU (ang. Engine Control Unit) a wtryskiwaczami benzynowymi. Dzięki temu, sterownik gazu „przechwytuje” impuls wysyłany na wtryskiwacze benzynowe, mogąc go odciąć od nich i wykorzystać do stworzenia impulsu sterującego wtryskiem gazu, który to generowany może być na dwa sposoby. Sposób pierwszy polega na sterowaniu w czasie rzeczywistym, czyli otwarciu wtryskiwaczy LPG następuje dopiero po wygenerowaniu przez komputer sterujący pracą silnika (podczas zasilania benzyną) impulsu rozpoczynającego wtrysk benzyny. Czas otwarcia wtryskiwaczy gazu jest wyliczany indywidualnie dla każdego cyklu działania silnika. Rozwiązanie takie wymaga zastosowania szybkich sterowników, co jest szczególnie ważne przy dużych prędkościach obrotowych silnika, gdy czasy pomiędzy poszczególnymi wtryskami są bardzo małe. Sposób drugi opiera się na przewidywaniu czasu wtrysku LPG. Sterownik gazowy mierzy kilka poprzednich czasów otwarcia wtryskiwaczy benzyny i na podstawie uzyskanych danych wylicza przybliżony czas wtrysku gazu dla następnego cyklu. Rozwią-

zanie takie daje możliwość wprowadzania korekty przed pojawieniem się impulsu otwierającego wtryskiwacz benzyny, co jest ważne w przypadku gdy zastosowany sterownik nie jest wystarczająco „szybki” oraz gdy wtryskiwacze LPG nie mają najlepszych właściwości dynamicznych.

Sterowanie dawką paliwa w instalacji gazowej czwartej generacji jest dużo bardziej precyzyjne niż w instalacjach 1,2 i 3 generacji. Uproszczony schemat powstawania impulsu otwierającego wtryskiwacz gazowy pokazano na Rys. 1.



Rys. 1. Schemat powstawania impulsu otwierającego wtryskiwacze LPG

2. SCENARIUSZ BADAŃ

Badania eksperymentalne przeprowadzono z wykorzystaniem samochodu marki BMW z silnikiem M50B20 o pojemności skokowej 1991 cm³, przebiegu około 180000 km wyposażonego w instalację gazową czwartej generacji (Rys. 2). W skład tej instalacji wchodzi m.in.: sterownik Vector 6, reduktor Zavoli Zeta N, czujnik ciśnienia PS01 oraz wtryskiwacze Valtek 3ohm. Do badań wykorzystano oscyloskop firmy HD-Scope.

Badania przeprowadzono dla różnych prędkości obrotowych silnika i przy różnym jego obciążeniu.

Dla niewielkich obciążeń silnika (otwarcie przepustnicy około 20%), pomiary wykonano przy prędkości obrotowej silnika równej 1550 i 2100 obr/min. Przy obciążeniu mak-

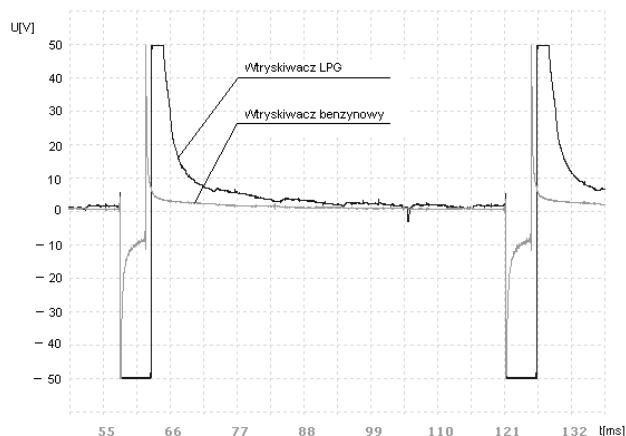
symalnym (pełne otwarcie przepustnicy), przebieg impulsu przebadano co 1000 obr/min zaczynając od 2000 obr/min.



Rys. 2. Silnik M50B20 wyposażony w sekwencyjną instalację LPG

3. WYNIKI BADAŃ

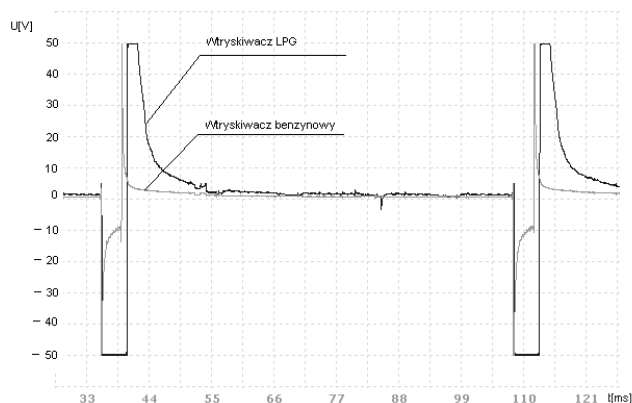
Przy ustalonej jeździe miejskiej (prędkości pojazdu około 50 km/h, bieg trzeci, prędkość obrotowa silnika około 2100 obr/min) przebieg napięcia na wtryskiwaczu LPG pokazano na Rys. 3. Jak widać, w momencie gdy ECU wysła impuls na wtryskiwacz benzynowy, sterownik gazu odcina go, i wysła impuls na wtryskiwacz gazowy. Trwa on nieco dłużej niż impuls wysyłany z komputera sterującego pracą wtryskiwaczy benzynowych, co jest wynikiem wprowadzenia współczynników korygujących przez komputer gazu, koniecznych z racji odmiennych właściwości LPG. Wtrysk następuje co około 64 ms i trwa około 7 ms.



Rys. 3. Przebieg napięcia na wtryskiwaczu benzynowym (kolor szary) i LPG (kolor czarny) przy jeździe ustalonej (trzeci bieg, 50 km/h)

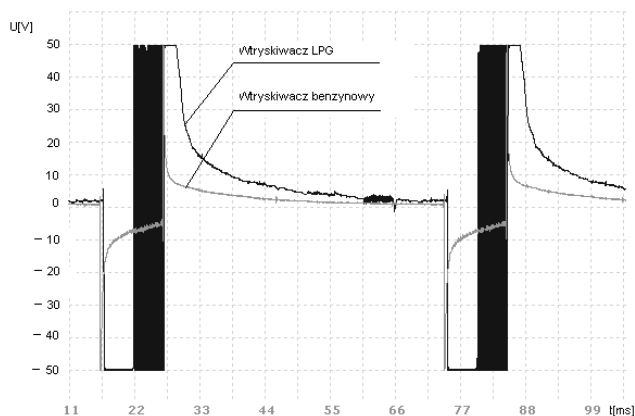
Po zmianie biegu na czwarty i zachowaniu tej samej prędkości obrotowej nastąpiło zmniejszenie prędkości obrotowej silnika do około 1550 obr/min. Jak widać na rysunku 4, zmianie uległ jedynie czas pomiędzy poszczególnymi wtryskami, a mianowicie uległ wydłużeniu do około 76 ms. Zarówno przebieg napięcia, jak i długość trwania impulsu otwierającego wtryskiwacz są zbliżone do przedstawionego na rysunku 3. Czas trwania impulsu wtrysku gazu jest

w obu przypadkach dłuższy o około 3 ms niż w przypadku układu zasilania benzyną.



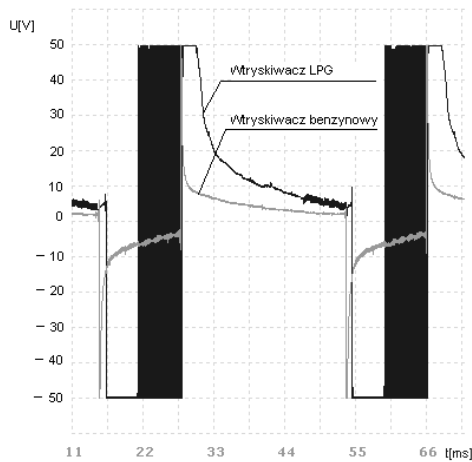
Rys. 4. Przebieg napięcia na wtryskiwaczu benzynowym (kolor szary) i LPG (kolor czarny) przy jeździe ustalonej (czwarty bieg, 50 km/h)

Przebiegi napięcia przy 2000 obr/min oraz przy maksymalnym obciążeniu silnika pokazano na Rys. 5. Można zauważyć, iż czas trwania impulsu znacznie się wydłużył, do około 13 ms. Odstęp pomiędzy poszczególnymi impulsami wynosi około 59 ms. Różni się również przebieg napięcia w końcowej fazie, czyli w fazie zanikania impulsu. Jest on bardziej „płaski”, czyli wartość napięcia maleje wolniej niż w przypadku mniejszego obciążenia silnika. Można zaobserwować też minimalną zwłokę (około 1 ms) pomiędzy początkiem impulsu wysyłanego na wtryskiwacz benzynowy a gazowy.



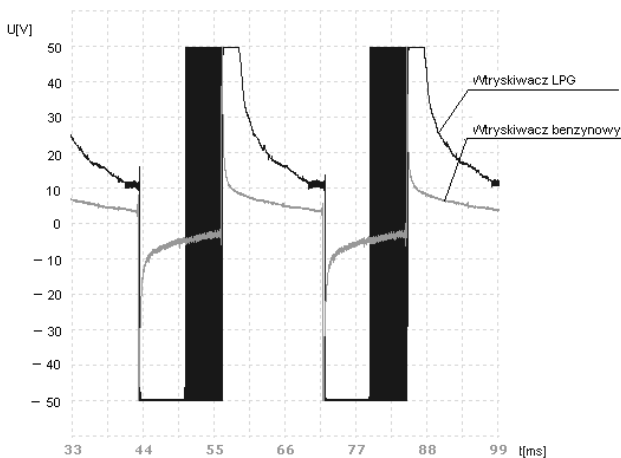
Rys. 5. Przebieg napięcia na wtryskiwaczu benzynowym (kolor szary) i LPG (kolor czarny) przy maksymalnym obciążeniu silnika i prędkości obrotowej 2000 obr/min

Gdy silnik osiągnął prędkości obrotową około 3000 obr/min (Rys. 6) nastąpiły dalsze zmiany w przebiegu napięć. Czas trwania impulsu otwierającego wtryskiwacz gazowy wydłużył się do około 14÷15 ms, natomiast czas pomiędzy poszczególnymi wtryskami uległ skróceniu do około 39 ms. Zwiększył się również odstęp pomiędzy początkiem impulsu wysyłanego na wtryskiwacz benzynowy a gazowy, bez zmian pozostaje natomiast różnica pomiędzy czasem trwania impulsu na wtryskiwaczu benzynowym a gazowym, która wynosi około 3 ms.



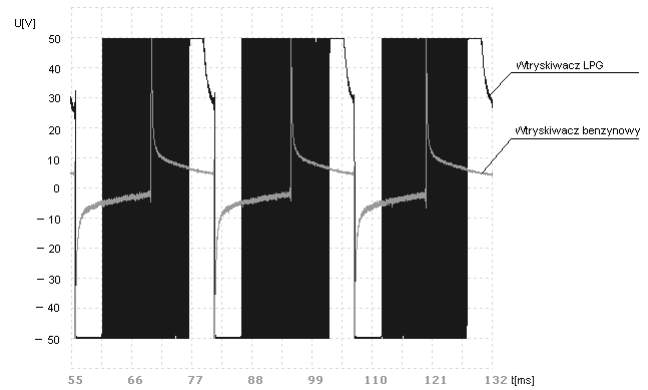
Rys. 6. Przebieg napięcia na wtryskiwaczu benzynowym (kolor szary) i LPG (kolor czarny) przy maksymalnym obciążeniu silnika i prędkości obrotowej 3000 obr/min

Po zwiększeniu prędkości obrotowej o kolejny 1000 obr/min, można zauważyć, iż napięcie na wtryskiwaczu gazowym nie spada do wartości zerowej (Rys. 7). Czas pomiędzy poszczególnymi wtryskami (28 ms) zmalał na tyle, że napięcie kolejnego cyklu wtrysku jest podawane na wtryskiwacz zanim nastąpi zanik napięcia cyklu wtrysku poprzedzającego. Do takiego stanu rzeczy przyczynia się również wydłużenie czasu trwania impulsu do około 16 ms.



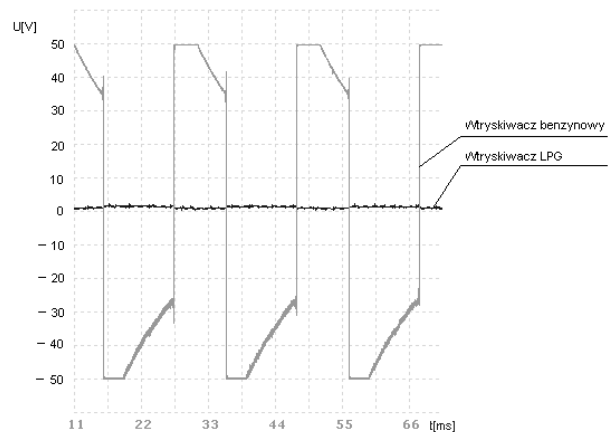
Rys. 7. Przebieg napięcia na wtryskiwaczu benzynowym (kolor szary) i LPG (kolor czarny) przy maksymalnym obciążeniu silnika i prędkości obrotowej 4000 obr/min

Przy 5000 obr/min impulsy następujących po sobie cykli prawie „nakładają się na siebie” (Rys. 8). Czas pomiędzy zakończeniem poprzedzającego impulsu a wysłaniem przez komputer instalacji gazowej następnego to zaledwie około 2÷3 ms. Przyczyną tego jest znaczne wydłużenie czasu trwania impulsu (do około 23÷24 ms) oraz skrócenie czasu pomiędzy początkami kolejnych cykli procesu wtrysku paliwa (do około 26 ms). Korekta wydłużająca czas otwarcia wtryskiwacza gazowego względem benzynowego również uległa zmianie, i wynosi ona aż około 10 ms. Wynikiem takiego przebiegu napięcia jest ciągłe otwarcie wtryskiwacza, czyli paliwo gazowe jest podawane w sposób ciągły do przewodów dolotowych silnika.



Rys. 8. Przebieg napięcia na wtryskiwaczu benzynowym (kolor szary) i LPG (kolor czarny) przy maksymalnym obciążeniu silnika i prędkości obrotowej 5000 obr/min

Jeżeli prędkość obrotową zwiększymy o kolejny 1000 obr/min zachowując pełne obciążenie silnika (Rys. 9) okazuje się, iż następuje zanik napięcia na wtryskiwaczach gazowych, a samochód zaczyna być zasilany benzyną. Oznacza to, że komputer sterujący zasilaniem gazowym nie jest w stanie prawidłowo sterować pracą układu paliwowego w powyższych warunkach działania silnika i odcina dopływ paliwa gazowego.



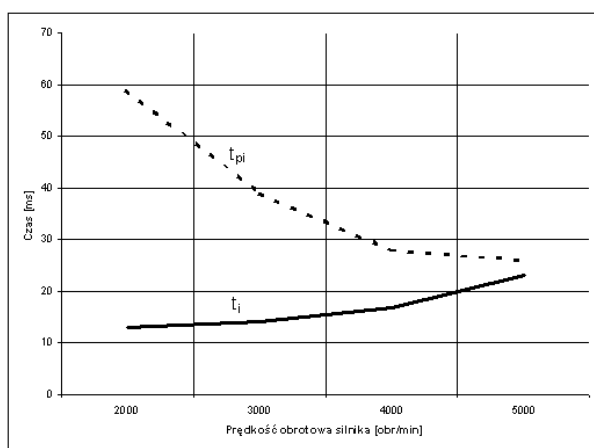
Rys. 9. Przebieg napięcia na wtryskiwaczu benzynowym (kolor szary) i LPG (kolor czarny) przy maksymalnym obciążeniu silnika i prędkości obrotowej 6000 obr/min

4. PODSUMOWANIE

Wyniki uzyskane z przeprowadzonych badań, pokazują wpływ zarówno prędkości obrotowej silnika jak i jego obciążenia na przebieg napięcia na wtryskiwaczach gazowych. W przypadku niewielkich obciążeń silnika, nawet przy jego dużych prędkościach obrotowych, jakość pracy komputera sterującego pracą wtryskiwaczami gazowymi jest zadowalająca. Inaczej rzecz się ma jeżeli obciążenie silnika jest zbliżone do maksymalnego lub maksymalne. Przy prędkościach obrotowych poniżej 4000 obr/min sterowanie można uznać za prawidłowe, natomiast przy wyższych prędkościach pojawia się problem zachodzących na siebie kolejnych cykli wtrysku LPG, i przy prędkości około 5000 obr/min można założyć, że wtryskiwacze gazowe są cały czas otwarte. Zjawisko takie ma zdecydowanie negatywny wpływ zarówno na trwałość instalacji gazo-

wej, zużycie gazu, jak i na parametry jezdne pojazdu. Częste i długie impulsy podawane na wtryskiwacze gazowe powodują, iż cewki wtryskiwaczy generują duże ilości ciepła, które doprowadzić może do trwałego uszkodzenia wtryskiwacza. Nie zamykanie się iglicy wtryskiwacza LPG powoduje również spadek ciśnienia gazu w instalacji, co z kolei skutkuje zubożeniem mieszanki paliwowo-powietrznej dostarczanej do komory spalania i w efekcie zmniejszenie mocy silnika.

Czas pomiędzy wysłanymi przez komputer instalacji gazowej impulsami oraz czas trwania impulsów w funkcji prędkości obrotowej silnika, przy pełnym jego obciążeniu, pokazano na Rys. 10.



Rys. 10. Zależność czasu pomiędzy impulsami (t_{pi}) oraz czasu trwania impulsu (t_i) a prędkością obrotową silnika przy pełnym obciążeniu

Pomiędzy prędkością 5000 obr/min a prędkością 6000 obr/min następuje zrównanie się czasu trwania impulsu otwierającego wtryskiwacz gazowy z czasem pomiędzy poszczególnymi cyklami wtrysku i następuje wyłączenie instalacji gazowej. Silnik zasilany jest wówczas benzyną, o czym kierowca nie jest informowany.

Aby rozwiązać owe problemy konieczna jest modyfikacja konstrukcji instalacji gazowej. Modyfikacja ta mogłaby polegać np. na zastosowaniu dodatkowej pompy gazu, przez co możliwe byłoby skrócenie czasu wtrysku, lub zastosowaniu układu chłodzenia wtryskiwaczy odprowadzającego ciepło powstające w cewkach. Chłodzenie umożliwiłoby wyposażenie wtryskiwaczy w inne cewki, generujące większe pole elektromagnetyczne, a co za tym idzie, mogłyby one szybciej otwierać wtryskiwacz. W rozwiązaniu takim wykorzystano by również sprężyny o większej sztywności, pozwalające dużo szybciej zamknąć wtryskiwacz. Paliwo gazowe można by wtedy dostarczać szybciej i dużo bardziej precyzyjnie.

LITERATURA

1. Borawski A., Wituszyński K. (2010), *Problemy sterowania pracą wtryskiwaczy LPG*, Konferencja Silniki Gazowe 2010, Częstochowa.
2. Majerczyk A., Taubet S. (2006), *Układy zasilania gazem propan-butan*. WKŁ, W-wa.
3. Merksiz J., Pielacha I. (2004), *Alternatywne paliwa i układy napędowe pojazdów*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2004.
4. Informator techniczny BOSCH, Sterowanie silników o zapłonie iskrowym, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 2004.

INFLUENCE OF ENGINE SPEED AND LOAD ON PROCESS OF VOLTAGE OF IMPULSES THAT CONTROLS LPG INJECTORS

Abstract: In article there were shown changes in process of voltage in LPG injectors depending on engine speed and load. The number of researches and analysis of the results has been made. New solution, that could make the quality of LPG inject better, were suggested.

OPIS ZNISZCZENIA MIESZANEGO W WARUNKACH PEŁZANIA PRZY POMOCY AUTOMATÓW KOMÓRKOWYCH

Marcin CHRZANOWSKI*, Krzysztof NOWAK*

*Katedra Wytrzymałości Materiałów, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków

mc@limba.wil.pk.edu.pl, kn@limba.wil.pk.edu.pl

Streszczenie: W pracy zaproponowano model opisu zniszczenia dla materiałów polikrystalicznych w warunkach pełzania. Przy pomocy automatu komórkowego zaimplementowano mieszany dyfuzyjno-odkształceniowy mechanizm rozwoju uszkodzeń. Przeprowadzone zostały symulacje dwuwymiarowe dla wybranej mikrostruktury materiału, dla różnych obciążeń zadawanych przez stałą prędkość odkształcenia. Przeanalizowano otrzymane obrazy struktur przy zniszczeniu, czasy do zniszczenia, a także prędkość rozwoju uszkodzenia. Wyniki zostały porównane ze znanymi modelami makro- i mikroskopowymi.

1. WPROWADZENIE

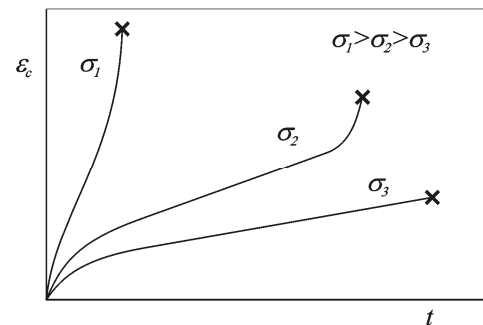
W warunkach pełzania, to jest w temperaturze pomiędzy 0.3 a 0.7 temperatury topnienia, metale i ich stopy ulegają zniszczeniu. Obserwacje makroskopowe wyróżniają dwa podstawowe typy zniszczenia: ciągłe i kruche. Na poziomie mikroskopowym zaobserwować można, że spowodowane ono jest przez pustyki, które łączą się poprzez ziarna krystaliczne, albo wzdłuż granic tych ziaren. Zniszczenie ciągłe spowodowane jest przez pustyki transkrystaliczne, a zniszczenie kruche przez międzykrystaliczne. Analiza mechanizmów, które doprowadziły do powstania i rozwoju tych pustek doprowadza do jeszcze jednego podziału: na pustyki rosnące na skutek odkształcenia materii otaczającej pustyki i na pustyki rosnące na skutek dyfuzji wakansów. Pustyki transkrystaliczne są kojarzone głównie z mechanizmem odkształceniowym, a pustyki międzykrystaliczne z mechanizmem dyfuzyjnym.

Granica pomiędzy tymi rodzajami/mechanizmami zniszczenia nie jest ostra. Zaobserwować można przypadki, gdy ścieżka zniszczenia jest mieszana trans- i międzykrystaliczna. Nazywane są one zniszczeniem mieszanym. W obszarze tym oba mechanizmy wzrostu pustek są równoważne i dochodzi do sprzężenia między nimi. Opis tej strefy przejściowej dla przypadku jednoosiowego rozciągania przy pomocy modelu zbudowanego przy pomocy automatu komórkowego, opisującego zniszczenie na poziomie mikro, jest celem niniejszej pracy.

2. OPIS MAKROSKOPOWY

Na poziomie makroskopowym zniszczenie mieszane jest opisane jako stan przejściowy pomiędzy zniszczeniem ciągłym i kruchym. Zniszczenie ciągłe charakteryzuje się przede wszystkim dużą wartością odkształcenia przy zniszczeniu (rzędu kilkudziesięciu procent), charakterystyczne jest też duże przewężenie zniszczonego przekroju tak zwa-

na szyjka. Zniszczenie ciągłe powstaje przy niskich temperaturach (do 0.5 temperatury topnienia) i dużych prędkościach odkształcenia. Czas do zniszczenia w tym wypadku jest krótki.



Rys. 1. Przykładowy wygląd krzywych pełzania dla zniszczenia ciągłego (σ_1), mieszanego (σ_2) i kruchego (σ_3)

Zniszczenie kruche charakteryzuje się przede wszystkim małą wartością odkształcenia przy zniszczeniu (rzędu kilku procent). Warunki sprzyjające rozwojowi zniszczenia kruchego to podwyższona temperatura (pow. 0.5 temperatury topnienia) i mała prędkość wzrostu odkształcenia. Czas do zniszczenia w tym przypadku jest bardzo duży.

Ze zniszczeniem mieszanym mamy do czynienia, gdy opisane wielkości przyjmują wartości pośrednie. Przykładowy wygląd krzywej pełzania (zależność odkształcenia pełzania od czasu przy stałym obciążeniu dla jednoosiowego rozciągania) przedstawiono na Rys. 1.

2.1. Zniszczenie ciągłe

Opis zniszczenia ciągłego został przedstawiony przez Hoffa (1953). Założył on, że próbka jest rozciągana ze stałą siłą, a odkształcenie zmienia się zgodnie z prawem Nortona:

$$\dot{\epsilon}_c = B\sigma^n, \quad (1)$$

gdzie: B , n to stałe materiałowe, ε_c to odkształcenie pełzania, a σ naprężenie rzeczywiste. Czas do zniszczenia wyznaczył jako czas, w którym przekrój próbki zmaleje do zera, uwzględniając nieściśliwość materiału:

$$t_{fH} = \frac{1}{nB\sigma_0^n}, \quad (2)$$

gdzie: t_{fH} to czas do zniszczenia według Hoffa, σ_0 to naprężenie nominalne.

2.2. Zniszczenie kruche

Makroskopowy opis zniszczenia kruchego podał Kaczanow (1958). Wprowadził on parametr opisujący rozwój uszkodzenia i zaproponował prawo jego rozwoju:

$$\dot{\omega} = C \left(\frac{\sigma_0}{1-\omega} \right)^m, \quad (3)$$

gdzie C , m są stałymi materiałowymi, ω jest parametrem uszkodzenia. Parametr uszkodzenia przyjmuje wartości od 0, co oznacza brak uszkodzenia, do 1 oznaczające zniszczenie w danym punkcie materialnym.

Czas do zniszczenia kruchego wyznaczyć można całkując równanie (3) dla ω od 0 do 1. Otrzymuje się wtedy zależność:

$$t_{fK} = \frac{1}{(m+1)C\sigma_0^m}. \quad (4)$$

2.3. Zniszczenie mieszane

Makroskopowy opis zniszczenia mieszanego można otrzymać poprzez zastąpienie w równaniu (3) naprężenia nominalnego przez naprężenie rzeczywiste. Uwzględniając zmniejszanie się przekroju, zgodnie z założeniami Hoffa, stała siła rozciągająca powoduje zwiększanie się naprężenia rzeczywistego. Otrzymany zatem czas do zniszczenia mieszanego jest mniejszy (w stosunku do zniszczenia kruchego Kaczanowa):

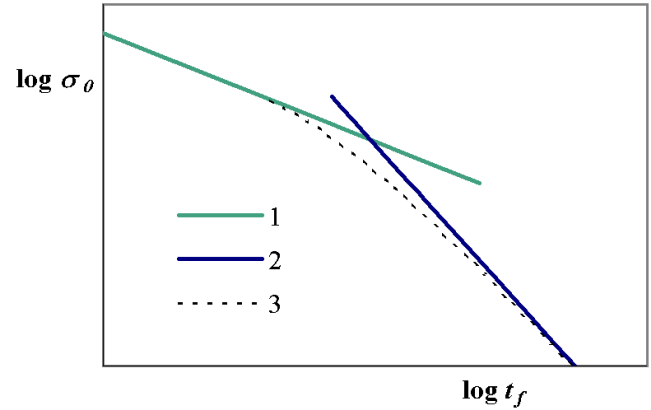
$$t_{fM} = \frac{1}{nB} \left(\frac{1}{\sigma^n} - \left(\frac{1}{\sigma^{n-m}} - \frac{(n-m)B}{(m+1)C} \right)^{\frac{n}{n-m}} \right). \quad (5)$$

Czas do zniszczenia mieszanego nie jest natomiast zawsze mniejszy niż czas wyznaczony z równania (2). Przekrój może szybciej osiągnąć zero niż parametr uszkodzenia. Dlatego można wyznaczyć naprężenie graniczne $\hat{\sigma}_0$, poniżej którego czas do zniszczenia jest zawsze czasem według Hoffa:

$$\hat{\sigma}_0 = \left(\frac{(m+1)C}{(n-m)B} \right)^{\frac{1}{n-m}}. \quad (6)$$

Naprężenie to wyznacza górną teoretyczną granicę zniszczenia mieszanego.

Czasy do zniszczenia w zależności od przyłożonego naprężenia nominalnego wyznaczone według równań (2), (4) i (5) zostały przedstawione na wykresie logarytmicznym na Rys. 2.



Rys. 2. Czasy do zniszczenia w zależności od przyłożonego naprężenia nominalnego dla zniszczenia ciągłego (1), kruchego (2) i mieszanego (3)

3. OPIS MIKROSKOPOWY

Opis makroskopowy pokazuje, że w obszarze przejściowym zachodzi zmiana w mechanizmie zniszczenia, jednak nie wyjaśnia przyczyny jej powstania. W tym celu konieczne jest zbadanie zjawisk zachodzących na poziomie struktury materiału.

Obserwacje mikroskopowe zachodzące przy zniszczeniu zostały zebrane w postaci tzw. map zniszczenia Ashby'ego (zob. Ashby, Gandhi i inni, 1979; Gandhi i Ashby, 1979; Fields, Weerasooriya i inni, 1980). Przedstawiony jest na nich rodzaj zniszczenia w zależności od przyłożonego naprężenia i temperatury. Odczytać z nich można, że zniszczenie ciągłe w warunkach pełzania dokonuje się głównie na skutek pęknięcia transkrystalicznego, natomiast zniszczenie kruche przy pełzaniu poprzez pęknięcie międzykrystaliczne. W interesującym nas obszarze przejściowym występują równocześnie oba rodzaje pęknięcia – ścieżka pęknięcia jest mieszana (zob. Rys. 3).

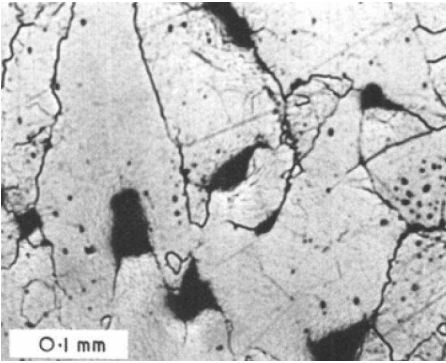
3.1. Mechanizmy wzrostu pustek

Za rozwój uszkodzeń w warunkach pełzania odpowiedzialne są głównie pustki rozwijające się na granicach lub wewnątrz ziaren.

Pustki rozwijające się na granicach tworzą się głównie na granicach prostopadłych do kierunku rozciągania i rosną na skutek ruchu dyfuzyjnego atomów z powierzchni pustki w kierunku granicy ziarna. Przy równoczesnej szybkiej dyfuzji powierzchniowej (po powierzchni pustki) formują równowagowy, soczewkowaty kształt. W dalszym etapie rozwoju pustki międzykrystaliczne łączą się ze sobą po powierzchni granicy ziaren doprowadzając do powstania szczelin. Wzrost dyfuzyjny pustek jest dominujący w warunkach podwyższonej temperatury i przy małej prędkości odkształcenia. Mechanizm ten odpowiada za kruche pęka-

nie międzykrystaliczne.

W warunkach sprzyjających zniszczeniu ciągliwemu wzrost pustek odbywa się na skutek odkształcenia materii otaczającej pustki. Mogą to być pustki utworzone na granicy ziaren, a także w ich wnętrzu. Pustki rosną w kształcie elipsoid wydłużonych w kierunku rozciągania. Odmienny jest mechanizm łączenia się (koalescencji) pustek. Jeżeli długość pustek jest porównywalna z odległością pomiędzy nimi mogą się one połączyć na skutek tzw. wewnętrznego szybkowania – zniszczenia mostków łączących pustki. Możliwe jest także połączenie przez ścięcie większej płaszczyzny tzw. *voids sheeting*. Niektórzy dopuszczają także niezależny wzrost pustek, aż do ich bezpośredniego połączenia.



Rys. 3. Przykład zniszczenia mieszanego trans- i międzykrystalicznego dla żelaza obciążonego w kierunku pionowym w temperaturze 973 K naprężeniem 50 MPa (Fields, Weerasooriya i inni, 1980)

3.2. Modele wzrostu pustek

Podstawowy model dyfuzyjnego wzrostu pustek został opracowany przez Hulla i Rimmera (1959). Wykazali oni, że wzrost pustki jest proporcjonalny do strumienia atomów wzdłuż granicy ziarna, a ten z kolei zależy od przyłożonego naprężenia. Dodatkowo z bilansu energetycznego wynika, że poniżej naprężenia progowego $2\gamma/r$ (gdzie γ jest energią powierzchniową na granicy pustki, r promieniem pustki) pustka będzie maleć. Późniejsze udoskonalenia wzoru Hulla i Rimmera uwzględniające kształt pustek i inne efekty doprowadziły do następującego wzoru na dyfuzyjny wzrost promienia pustki (Riedel, 1987):

$$\dot{r} = \frac{\Omega \delta D_b \left(\sigma - \frac{2\gamma \sin(\psi)}{r} \right)}{2kTh(\psi)r^2q}, \quad (7)$$

gdzie Ω jest objętością atomową, δ grubością granicy, D_b współczynnikiem dyfuzji po granicach ziaren, ψ połową kąta przy wierzchołku pustki, k stałą Boltzmana, T temperaturą, $h(\psi)$ proporcją pomiędzy objętością pustki, a objętością kuli o tym samym promieniu, natomiast q jest parametrem zależnym od relacji promienia pustki do połowy odległości między pustkami:

$$q = \ln\left(\frac{\lambda}{2r}\right) + \left(\frac{2r}{\lambda}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{4}\left(\frac{2r}{\lambda}\right)^2\right) - \frac{3}{4}, \quad (8)$$

gdzie λ jest odległością między pustkami. Prędkość wzrostu promienia pustki dla mechanizmu dyfuzyjnego jest proporcjonalna do przyłożonego naprężenia σ . Jest ona odwrotnie proporcjonalna do kwadratu promienia, czyli dla małych pustek jest duża, natomiast dla dużych względnie mała.

Modele odkształceniowego wzrostu pustek oparte są na modelu wzrostu pustek plastycznych McClintocka (1968). W warunkach pełzania stosowany jest głównie model Hancocka (1976), opracowany oryginalnie dla liniowej lepkości dla pustki sferycznej:

$$\dot{r} = r\dot{\epsilon} - \frac{3\gamma}{2\sigma}\dot{\epsilon}. \quad (9)$$

W modelu tym względna zmiana promienia pustki jest proporcjonalna do prędkości odkształcenia, czyli zgodnie z prawem Nortona, do naprężenia do potęgi n . Podobnie jak dla pustek dyfuzyjnych występuje tu też naprężenie progowe, które wynosi $3\gamma/2r$.

W obszarze przejściowym występują równocześnie oba mechanizmy, dlatego wzrost pustek opisuje model sprzężony dyfuzyjno-odkształceniowy. Pierwszy taki model opisali Beere i Speight (1978). Założyli oni, że pustka rośnie dyfuzyjnie wewnątrz pola dyfuzyjnego, otoczonego z kolei przez pełzającą materię. Model ten został poprawiony przez Chena i Argona (1981), którzy w równaniu (8) zastąpili połowę odległości między pustkami $\lambda/2$ przez promień pustki i pola dyfuzyjnego $r + \Lambda$:

$$\dot{r} = \frac{\Lambda^3 \dot{\epsilon}}{2h(\psi)r^2q_s}, \quad (10)$$

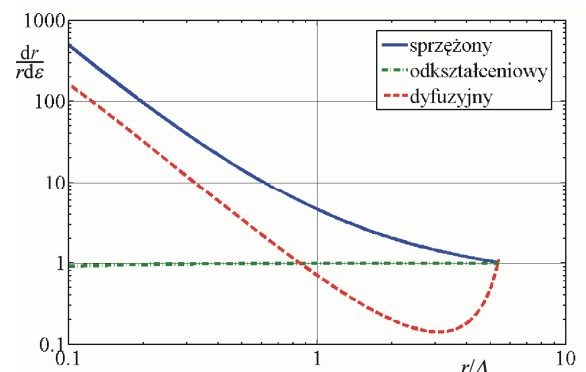
gdzie Λ oznacza rozmiar pola dyfuzyjnego, który wynosi:

$$\Lambda = \left(\frac{\Omega \delta D_b \sigma}{kT\dot{\epsilon}} \right)^{1/3}, \quad (11)$$

natomiast parametr q_s wynosi:

$$q_s = \ln\left(\frac{r + \Lambda}{r}\right) + \left(\frac{r}{r + \Lambda}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{r + \Lambda}\right)^2\right) - \frac{3}{4}. \quad (12)$$

W powyższych wzorach założono, że naprężenie progowe jest pomijalnie małe.



Rys. 4. Zależność względnej prędkości wzrostu pustki od względnego promienia dla modeli dyfuzyjnego, odkształceniowego i sprzężonego

Wzrost pustek według modelu sprzężonego dla małych pustek jest podobny do wzrostu według modelu dyfuzyjnego. Natomiast dla dużych pustek model sprzężony zachowuje się podobnie jak model odkształceniowy. Dla wartości pośrednich ($r \approx 1$) w modelu sprzężonym oba mechanizmy dodają się i wzrost jest szybszy niż byłby dla każdego z nich z osobna. Zostało to pokazane na wykresie na Rys. 4, gdzie porównano względną prędkość wzrostu promienia wyliczoną według równań (7), (9) i (10) dla miedzi w temperaturze 673K i naprężeniu 50 MPa. Odległość między pustkami przyjęto 10 μm , pozostałe dane materiałowe przyjęto według Riedla (1987) oraz Felthama i Meakina (1959).

3.3. Czas do zniszczenia

Wyznaczenie czasu do zniszczenia na podstawie modeli wzrostu pustek nie jest prostym zadaniem. Najprostsze podejście polega na scałkowaniu równania wzrostu promienia pustki od promienia pustki minimalnej do koalescencji z sąsiednimi pustkami, czyli do połowy odległości pomiędzy nimi. Podejście to ma szereg wad. Pomija się czas nukleacji pustek, a także czas od koalescencji pustek do zniszczenia przekroju.

Badania doświadczalne pokazują, że nukleacja pustek zachodzi w sposób ciągły podczas odkształcania próbki, a jej prędkość jest proporcjonalna do prędkości odkształcania (Dyson, 1983). Wyznaczenie czasu do zniszczenia tylko na podstawie równania wzrostu pustek dyfuzyjnych ($\sim \sigma$) dawałoby czas do zniszczenia odwrotnie proporcjonalny do przyłożonego naprężenia ($\sim \sigma^{-1}$). Połączenie wzrostu pustek z ciągłą nukleacją powoduje, że czas do zniszczenia $t_f \sim \sigma^{-m}$, gdzie $1 < m < n$. Dla pustek rosnących w sposób odkształceniowy, gdzie zarówno nukleacja i wzrost jest proporcjonalny do odkształcania, czas do zniszczenia jest odwrotnie proporcjonalny do prędkości odkształcania $t_f \sim \sigma^{-n}$.

Dużo trudniejszy do oszacowania jest wpływ na czas do zniszczenia ostatniego etapu rozwoju uszkodzenia, szczególnie dla pustek międzykrystalicznych. Dla pustek transkrystalicznych można z dobrą dokładnością założyć, że czas do koalescencji jest czasem do zniszczenia. W przypadku pustek międzykrystalicznych istotną rolę zaczyna odgrywać wielkość ziarna. Nie wszystkie ścianki ziaren kawitują w tym samym czasie i zniszczenie pojedynczej ścianki nie jest równoznaczne ze zniszczeniem przekroju. Czas propagacji uszkodzenia z jednej ścianki na drugą może być dużo większy, niż czas do zniszczenia pojedynczej ścianki, czy czas do koalescencji pustek.

W przypadku zniszczenia mieszanego pustki rosną głównie poprzez mechanizm sprzężony odkształceniowo-dyfuzyjny, natomiast ich koalescencja odbywa się głównie poprzez szczeliny międzykrystaliczne (por. Rys. 3), dlatego oszacowanie czasu do zniszczenia napotyka podobne trudności jak w przypadku zniszczenia międzykrystalicznego.

4. ZASTOSOWANIE AUTOMATÓW KOMÓRKOWYCH

Analiza wyników uzyskanych przy pomocy wyników mikromechanicznych i porównanie ich z modelami empi-

rycznymi wykazuje, że dla poprawnego oszacowania czasu do zniszczenia mniej istotna jest dokładność modelu wybranego fragmentu procesu (np. wzrostu pustek), a ważniejsza jest poprawna korelacja pomiędzy różnymi mechanizmami i ich oddziaływanie ze strukturą materiału. Dlatego w ostatnich latach rozwijają się metody, które w sposób niestandardowy opisują zjawiska zachodzące w mikrostrukturze materiału (metody probabilistyczne, dynamiki molekularnej, automaty komórkowe, zob. Delph, 2002), a także wiążą ze sobą zjawiska zachodzące na różnych poziomach (modele wieloskalowe).

Spośród tych metod szczególnie wygodne są automaty komórkowe. Należą one do metod dyskretnych, gdzie przy pomocy wartości dyskretnych opisana jest przestrzeń, czas, a także zmienne stanu. Cechą charakterystyczną automatów komórkowych jest możliwość opisu złożonych zjawisk poprzez zastosowanie prostej reguły zmiany stanu w złożonej strukturze (zob. Wolfram, 2002). Zmiana stanu komórki jest opisana jako funkcja zależna od stanów tej samej komórki i jej otoczenia w chwili poprzedniej. Jeżeli funkcja ta jest funkcją losową automat jest automatem probabilistycznym.

Automaty komórkowe są z powodzeniem stosowane do opisu różnych zjawisk związanych z mikrostrukturą materiału, głównie rekrytalizacji (Raabe, 2002), ale także do opisu zniszczenia (Matic i Geltmacher, 2001; Shterenliht i Howard, 2006).

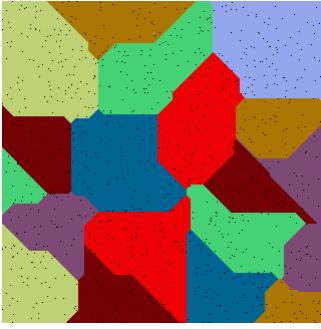
4.1. Model struktury materiału

Model struktury materiału został oparty na koncepcji reprezentatywnego elementu objętościowego (RVE ang. *Representative Volume Element*).

Zaimplementowano dwuwymiarowy automat komórkowy z sąsiedztwem Moore'a. Zmienne stanu przyjmują wartości od -1 do G , gdzie G jest dodatnią liczbą całkowitą oznaczającą maksymalny numer ziarna. Dodatni stan komórki oznacza komórkę reprezentującą element masy, a numer oznacza przynależność do konkretnego ziarna. Stan równy 0 oznacza pustkę, natomiast stan -1 służy do określania komórek poza RVE.

Do zamodelowania polikrystalicznej struktury materiału wykorzystana została dyskretna teselacja Voronia (Adamatzky, 1996). W stanie początkowym wewnątrz RVE, będące kwadratem o rozmiarach $N_0 \times N_0$ zostaje wypełnione komórkami o stanie 0, a zewnątrz komórkami o stanie -1. Następnie losowanych jest n_{seed} punktów zarodkowych o losowych numerach z przedziału $<1, G>$, wokół których następnie rosną ziarna, aż do wypełnienia całego wnętrza RVE. Powstaje w ten sposób homogeniczna struktura ziaren odpowiadająca schematowi wysycenia miejsc zarodkowania (por. Gawąd, 2007). Ostatni krok generacji struktury polega na wylosowaniu $f_{v0} \times N_0 \times N_0$ pustych komórek, gdzie f_{v0} jest początkową gęstością pustek.

Przykładowa struktura początkowa dla $N_0=321$, $n_{seed}=20$, $f_{v0}=0.01$ została pokazana na Rys. 5.



Rys. 5. Przykładowa struktura początkowa dla $N_0=321$, $n_{seed}=20$, $f_{v0}=0.01$ (komórki puste oznaczone są na czarno)

4.2. Model procesu rozwoju uszkodzeń

Na wzór mechanizmu wzrostu pustek, który łączy wpływ odkształcenia i dyfuzji wakansów, zbudowany jest algorytm rozwoju uszkodzenia przy pomocy automatu komórkowego. Złożony on jest z dwóch podstawowych kroków odkształcenia i dyfuzji. Podstawową wielkością, która steruje przebiegiem procesu jest gęstość pustek f_v . Została ona zadana jako potęgowa funkcja odkształcenia, której parametry są wyznaczone doświadczanie na podstawie pomiarów gęstości masy podczas próby pełzania (Belloni, Bernasconi i inni, 1977):

$$\rho = \rho_0 (1 - H \varepsilon^\gamma), \quad (13)$$

gdzie ρ , ρ_0 są gęstością masy i gęstością początkową, ε to odkształcenie, natomiast H i γ to parametry materiałowe.

W kroku odkształcenia zmieniane są wymiary RVE. Wymiar w kierunku rozciągania jest zadana funkcją odkształcenia, natomiast drugi wymiar jest wyliczany, tak aby zachować stałą objętość elementu. W kroku odkształcenia wyliczana jest liczba pustych komórek, która powinna pozostać na koniec iteracji, zgodnie ze wzorem:

$$E(t_i) = f_{v0} V_0 + (1 - f_{v0}) V_0 H \varepsilon(t_i)^\gamma, \quad (14)$$

gdzie $E(t_i)$ jest ilością pustych komórek w chwili t_i , $V_0 = N_0 \times N_0$ jest objętością początkową RVE.

Sam krok odkształcenia został oparty na algorytmie zaproponowanym przez Matica i Geltmachera (2001). Polega on na równomiernym rozciągnięciu struktury RVE (w celu uniknięcia korelacji pomiędzy komórkami, ta równomierność jest w sposób losowy zaburzona), a następnie rzutowaniu tej rozciągniętej struktury na siatkę komórek automatu. Podczas rzutowania wyznaczana jest chwilowa wartość masy komórki $m(x, t_{i+1})$, która jest liczbą rzeczywistą z przedziału $<0,1>$, a następnie masa ta jest porównywana z wartością progową m_{th} . Jeżeli masa chwilowa jest większa od wartości progowej, stan komórki w kroku t_{i+1} przyjmuje wartość odpowiadającą temu ziarnu, którego udział procentowy w masie chwilowej jest największy. Jeżeli wartość masy chwilowej jest mniejsza lub równa wartości progowej, stan komórki przyjmuje wartość 0. Wartość progowa wyznaczana jest w taki sposób, by ilość komórek pustych po tym kroku przyjęła określoną wartość:

$$E^1(t_{i+1}) = E(t_i) + \alpha_{new} (E(t_{i+1}) - E(t_i)), \quad (15)$$

gdzie α_{new} jest parametrem metody wyznaczającym proporcję, ile nowych pustych komórek ma powstać w kroku odkształcenia w stosunku do wszystkich nowo powstałych pustych komórek. W algorytmie tym, w przeciwieństwie do modelu zniszczenia kruchego (zob. Chrzanowski i Nowak, 2007), wytrzymałość granicy podczas odkształcenia jest porównywalna z wytrzymałością wnętrza ziarna.

Liczba pustych komórek jest następnie uzupełniana poprzez losowe wyznaczenie pustych komórek w całej objętości RVE.

Krok dyfuzji polega na swobodnym ruchu pustych komórek i ich agregacji w pustki i szczeliny. Ruch pustej komórki oparty został na koncepcji sąsiedztwa blokowego Margolusa (1984), która pozwala budować automat zachowujący stałą liczbę komórek o danej właściwości. Cała powierzchnia automatu dzielona jest na bloki o wymiarach 2×2 . Położenie pustych komórek może się zmienić wewnątrz bloku, przy czym zachowywana jest ich liczba. W następnej iteracji położenie bloków jest przesuwane o jedną komórkę w losowym kierunku. Mechanizm agregacji pustek został wprowadzony przy pomocy kryterium energetycznego. Nowe położenie pustych komórek zostaje zachowane (w ramach bloku) tylko wtedy, gdy wartość energii powierzchniowej jest taka sama lub mniejsza jak w pozycji wyjściowej:

$$J = w_{e-m} l_{e-m} + w_{g-g} l_{g-g}, \quad (16)$$

gdzie J jest miarą energii, l_{e-m} , l_{g-g} są to długości granic pomiędzy pustką i masą oraz pomiędzy dwoma sąsiednimi ziarnami, natomiast w_{e-m} , w_{g-g} to współczynniki wagowe dla tych rodzajów granic. Aby zwiększyć stabilność metody długości granic liczone są w bloku powiększonym o jedną komórkę (czyli w bloku 4×4). W niniejszej pracy przyjęto $w_{e-m}=1$, $w_{g-g}=0$, tak by pustki dyfuzyjne rozwijały się wzdłuż granicy ziaren.

4.3. Skala czasowa

W zaproponowanym modelu występują dwa mechanizmy bezpośrednio związane z czasem. Są to odkształcenie i dyfuzja. Rozmiar automatu w komórkach ogranicza możliwość zadawania deformacji. Rozmiary liniowe RVE w jednej iteracji mogą się zmienić o co najmniej 2 komórki. Aby więc zmniejszyć prędkość odkształcenia krok odkształcenia wykonywany jest nie w każdej iteracji. Parametr T_{def} określa, co którą iterację wykonywany jest krok odkształcenia. Dlatego początkowa prędkość odkształcenia wynosi:

$$\dot{\varepsilon}_0 = \frac{2}{N_0 T_{def} \Delta t} \quad (17)$$

gdzie Δt jest długością kroku czasowego automatu. Ponieważ $2 \ll N_0$ prędkość tę można uznać za stałą w trakcie całego procesu.

Krok dyfuzji wykonywany jest w każdej iteracji automatu.

4.4. Miara uszkodzenia i stan zniszczenia

W każdej iteracji automatu wyznaczana jest wartość parametru uszkodzenia ω . Liczony jest rozmiar liniowy każdej pustki (czyli klastera połączonych pustych komórek) i następnie jest on dzielony przez bieżący rozmiar RVE w danym kierunku. Największa z tak otrzymanych wartości przyjmowana jest za wartość parametru uszkodzenia w danej chwili. Gdy wartość parametru uszkodzenia osiągnie 1, stan ten uznawany jest za zniszczenie elementu. Największa pustka łączy wtedy przeciwległe krawędzie RVE.

Zdefiniowana w ten sposób miara uszkodzenia jest proporcjonalna do promienia największej pustki i może być użyta do porównania z modelami mikromechanicznymi rozwoju pusty.

5. WYNIKI SYMULACJI

Przy pomocy automatu komórkowego opisanego w rozdz. 4. została przebadana struktura przedstawiona na Rys. 5. Poprzez zmianę parametru T_{def} w zakresie od 1 do 100 iteracji uzyskano obciążenie elementu w przybliżeniu stałą prędkością odkształcenia od $6.2E-3$ do $6.2E-5$ (iteracja⁻¹). Pozostałe użyte parametry wynosiły $H=1.17$, $\gamma=2.3$ (zgodnie z wynikami dla miedzi, uzyskanymi przez Belloniego, Bernasconiego i inni, 1977), $\alpha_{new}=0.25$.

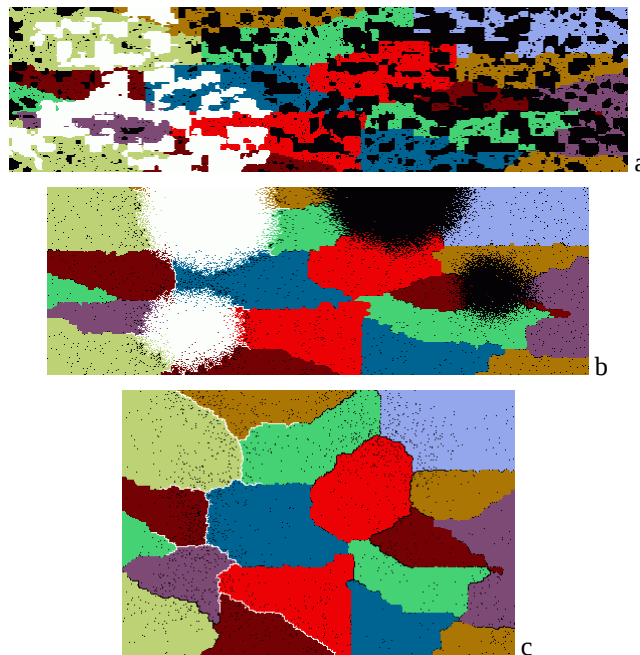
5.1. Obrazy struktury po zniszczeniu

Struktury końcowe otrzymane w wyniku symulacji przedstawiono na Rys. 6.

Dla dużej prędkości odkształcenia (Rys. 6a) wpływ dyfuzji jest pomijalny. Pustki rosną wyłącznie na skutek mechanizmu odkształceniowego. Kształt pustek jest wydłużony w kierunku rozciągania. Jest on zbliżony do prostokąta, gdyż kwadratowa siatka automatu preferuje ten kształt. Widoczny jest brak mechanizmu koalescencji pustek, które łączą się wyłącznie na skutek bezpośredniego połączenia. W wyniku tego odkształcenie przy zniszczeniu jest stosunkowo duże.

Przy zmniejszaniu prędkości odkształcenia, wpływ dyfuzji staje się coraz większy. Dyfuzja powoduje, że większe pustki rosną kosztem mniejszych, a kształt pustek jest bardziej kulisty (zob. Rys. 6b). Pustki takie mogą połączyć się przez bezpośrednie zetknięcie, albo poprzez szczelinę międzykrystaliczną (jak na Rys. 6b). W wyniku tego powstaje zniszczenie o charakterze mieszanym.

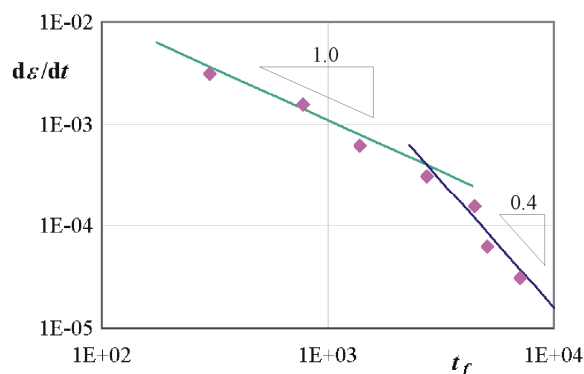
Dalsze zmniejszanie prędkości odkształcenia powoduje, że bezpośredni wpływ odkształcenia na mechanizm zniszczenia maleje. Uszkodzenia rozwijają się wyłącznie na granicach ziaren, zgodnie z założonym dążeniem do minimalizacji energii określonej równaniem (16). Ścieżka zniszczenia ma charakter wyłącznie międzykrystaliczny. Istnieje natomiast pośredni wpływ odkształcenia poprzez równanie (14). Wielkość odkształcenia przy zniszczeniu można oszacować wstawiając do równania (14) liczbę pustek konieczną do otrzymania ścieżki łączącej krawędzie elementu.



Rys. 6. Obraz stanów końcowych dla zniszczenia ciągłego (a) $T_{def}=1$, $d\epsilon/dt=6.2E-3$, $\epsilon_f=66\%$; mieszanego (b) $T_{def}=20$, $d\epsilon/dt=3.1E-4$, $\epsilon_f=53\%$; kruchego (c) $T_{def}=100$, $d\epsilon/dt=6.2E-5$, $\epsilon_f=20\%$ (na biało zaznaczone są puste komórki tworzące szczelinę łączącą krawędzie RVE, na czarno pozostałe puste komórki)

5.2. Czas do zniszczenia

Otrzymane czasy do zniszczenia w zależności od prędkości odkształcenia zostały przedstawione na wykresie logarytmicznym na Rys. 7. Punkty uzyskane w wyniku symulacji układają się wzdłuż dwóch linii prostych. Zniszczeniu wywołanemu mechanizmem odkształceniowym odpowiada prosta o współczynniku kierunkowym 1, natomiast dla mechanizmu dyfuzyjnego 0.4. Ta ostatnia wielkość jest stosunkowo mała w porównaniu z współczynnikami otrzymywanymi doświadczalnie (por. Evans, 1984). Wynika to z przyjętego stosunkowo dużego uszkodzenia początkowego 0.01, które zwiększa kruchość, a tym samym i nachylenie odpowiedniej prostej na wykresie czasu do zniszczenia.

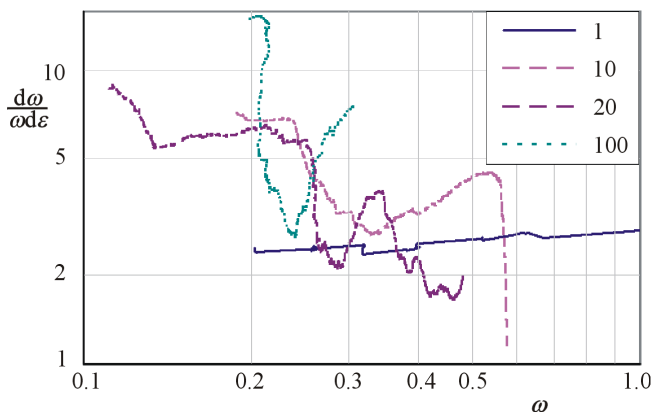


Rys. 7. Czasy do zniszczenia (w iteracjach) otrzymane dla różnych prędkości odkształcenia dla struktury z Rys. 5

W przeciwieństwie do modelu makroskopowego (równanie 5) nie jest widoczna strefa przejściowa pomiędzy zniszczeniem transkrystalicznym i międzykrystalicznym. Zmiana mechanizmu odbywa się w sposób skokowy, pomimo, że mechanizm mieszany jest widoczny na obrazie stanów końcowych.

5.3. Prędkość wzrostu uszkodzenia

Dokładne zrozumienie zamodelowanego mechanizmu rozwoju uszkodzenia daje wykres zmian względnej prędkości parametru uszkodzenia ($d\omega/d\varepsilon$) w zależności od wartości parametru uszkodzenia (Rys. 8). Jest on pewną analogią do teoretycznego wykresu zmian względnej prędkości wzrostu promienia pustki (Rys. 4). Na Rys. 8 przedstawione zostały wyniki odnoszące się do czterech wybranych przebiegów, które zostały wcześniej uśrednione, aby odfiltrować duże lokalne skoki wartości parametru uszkodzenia. Tam, gdzie to było możliwe usunięto część wykresu odpowiadającą koalescencji pustek, choć ustalenie granicy pomiędzy wzrostem pojedynczej pustki a koalescencją z sąsiednimi pustkami nie jest nigdy precyzyjne.



Rys. 8. Względna prędkość wzrostu parametru uszkodzenia w zależności od wielkości parametru uszkodzenia dla różnych prędkości odkształcenia ($T_{def}=1, 10, 20$ i 100)

Dla wzrostu odkształceniowego ($T_{def}=1$) otrzymano prawie poziomą linię, podobnie jak dla modelu teoretycznego (Rys. 4). Prędkość wzrostu jest jednak dwa razy większa od teoretycznej. Wynikać to może z nałożenia się efektu koalescencji pustek, gdyż dla tego przypadku nie ma widocznej granicy pomiędzy wzrostem a koalescencją.

Dla przebiegów o charakterze mieszanym ($T_{def}=10$ i 20) widoczne są obszary wzrostu dyfuzyjnego, charakteryzujące się dużym spadkiem względnej prędkości, a także obszary wzrostu odkształceniowego o przebiegu poziomym lub lekko wznoszącym się. Duże wzrosty prędkości wynikają z łączenia się sąsiednich pustek. Mechanizm mieszany, rozważany w niniejszej pracy, prowadzi więc do innych wyników niż otrzymywane na podstawie modelu sprzężonego dyfuzyjno-odkształceniowego wzrostu pustek. Wpływ obu mechanizmów nie sumuje się, a następują skokowe zmiany pomiędzy jednym mechanizmem a drugim.

6. WNIOSKI

Zaproponowany model mieszanego dyfuzyjno-odkształceniowego rozwoju uszkodzenia zbudowany przy użyciu automatu komórkowego został porównany z modelami makro- i mikroskopowymi. Otrzymane obrazy stanów zniszczenia odpowiadają obrazom otrzymywanym doświadczalnie. Widoczna jest jednak różnica we współdziałaniu obu mechanizmów, które nie zachodzi na zasadzie sprzężenia, lecz równoległego rozwijania się obu mechanizmów i przeskoków pomiędzy jednym a drugim. Ponieważ doświadczenia potwierdzają zarówno istnienie mechanizmu sprzężonego jak i równoległego wzrostu, potrzebne są dokładniejsze badania, który mechanizm, w jakich warunkach jest dominujący.

LITERATURA

1. Adamatzky A. I. (1996), Voronoi-Like Partition of Lattice in Cellular Automata, *Math. Comput. Modelling*, Vol. 23, No. 4, 51-66.
2. Ashby M. F., Gandhi C., Taplin D.M.R. (1979), Fracture-Mechanism Maps and Their Construction for F.C.C. Metals and Alloys, *Acta Metall.*, Vol. 27, No. 5, 699-729.
3. Beere W., Speight M.V. (1978), Creep cavitation by vacancy diffusion in plastically deforming solid, *Met. Sci.*, Vol. 12, No. 4, 172-176.
4. Belloni G., Bernasconi G. Piatti G. (1977), Creep damage and rupture in AISI 310 austenitic steel, *Meccanica*, Vol. 12, No. 2, 84-96.
5. Chen I.W., Argon A.S. (1981), Diffusive growth of grain-boundary cavities, *Acta Metall.*, Vol. 29, No. 10, 1759-1768.
6. Chrzanowski M., Nowak K. (2007), Cellular Automata in Damage Mechanics: Brittle Creep Rupture Case, *Arch. Mech.*, Vol. 59, No. 4-5, 329-339.
7. Delph T.J. (2002), Some Selected Topics in Creep Cavitation, *Metall. and Materials Trans. A*, Vol. 33A, No. 2, 383-390.
8. Dyson B.F. (1983), Continuous cavity nucleation and creep fracture, *Scr. Metall.*, Vol. 17, No. 1, 31-37.
9. Evans H.E. (1984), *Mechanisms of Creep Fracture*, Elsevier Applied Science Publishers, London New York
10. Feltham P., Meakin J.D. (1959), Creep in Face-Centred Cubic Metals with Special Reference to Copper, *Acta Metall.*, Vol. 7, No. 9, 614-627.
11. Fields R.J., Weerasooriya T., Ashby M. F. (1980), Fracture Mechanisms in Pure Iron, Two Austenitic Steels and One Ferritic Steel, *Metallurgical Transactions A*, Vol. 11A, No. 2, 333-347.
12. Gandhi C., Ashby M. F. (1979), Fracture-mechanism maps for materials which cleave - F.C.C., B.C.C. and H.C.P. metals and ceramics, *Acta Metall.*, Vol. 27, No. 10, 1565-1602.
13. Gawąd J. (2007), *Modelowanie wieloskalowe metodą automatów komórkowych własności materiałów odkształcanych plastycznie*, praca doktorska, AGH, Kraków.
14. Hancock J.W. (1976), Creep cavitation without a vacancy flux, *Met. Sci.*, Vol. 10, No. 9, 319-325.
15. Hoff N.J. (1953), The Necking and the Rupture of Rods Subjected to Constant Tensile Loads, *J. Appl. Mech.*, Vol. 20, No. 1, 105-108.
16. Hull D., Rimmer D.E. (1959), The growth of grain-boundary voids under stress, *Philosophical Magazine*, Vol. 4, No. 42, 673-687.
17. Kachanov L.M. (1958), O vremieni rozruschenia w usloviach polzutchectwi, *Izv. Akad. Nauk. SSR*, No. 8, 26-31.

18. **Margolus N.H.** (1984), Physics-like models of computation, *Physica D*, Vol. 10, No. 1-2, 81-95.
19. **Matic P., Geltmacher A.B.** (2001), A cellular automaton-based technique for modeling mesoscale damage evolution, *Comp. Mat. Sci.*, Vol. 20, No. 1, 120-141.
20. **McClintock F.A.** (1968), A criterion for ductile fracture by the growth of holes, *J. Appl. Mech.*, Vol. 35, No. 2, 363-371.
21. **Raabe D.** (2002), Cellular Automata in Materials Science with Particular Reference to Recrystallization Simulation, *Ann. Review of Materials Research*, Vol. 32, No. 1, 53-76.
22. **Riedel H.** (1987), *Fracture at High Temperatures*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo.
23. **Shterenlikht A., Howard I.C.** (2006), The CAFE model of fracture - application to a TMCR steel, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, Vol. 29, No. 9-10, 770-787.
24. **Wolfram S.** (2002), *A New Kind of Science*, Wolfram Media, Inc, Champaign.

DESCRIPTION OF MIX-MODE CREEP FAILURE USING CELLULAR AUTOMATA

Abstract: The model of creep failure for polycrystalline materials in creep condition is proposed. The diffusional and creep-deformation damage growth mechanisms are implemented using cellular automaton. The two-dimensional simulations are performed for chosen microstructure of material for constant strain rate loading. The material structures at failure, times to failure and damage development rate are analysed. The results are compared with macro- and micro-mechanical models.

WÓZEK INWALIDZKI Z OPCJĄ JAZDY PO SCHODACH METODYKA KONSTRUOWANIA

Grzegorz DOBRZYŃSKI*, Włodzimierz CHROMAŃSKI*

*Politechnika Warszawska, Wydział Transportu, ul. Koszykowa 75., 00-662, Warszawa

dobrzynski.grzegorz@gmail.com, wch@it.pw.edu.pl

Streszczenie: Wózków inwalidzkich łączących cechy użytkowe z funkcją pokonywania przeszkód i poruszania się po schodach jest na świecie tylko kilka ofert rynkowych, a ich cena zbliżona jest do ceny luksusowego samochodu osobowego. Prac naukowych dotyczących zagadnień konstruowania i badania dynamiki wózków inwalidzkich jest bardzo mało. Niewspółmiernie mało, w stosunku do zapotrzebowania społecznego na tego typu pojazdy. Praca pokazuje w sposób kompleksowy badania nad koncepcją własną wózka inwalidzkiego poruszającego się również po schodach. Zaprezentowano proces projektowania z wykorzystaniem technik CAX, budowy prototypu oraz badań weryfikacyjnych i walidacyjnych na prototypie.

1. WSTĘP

Współczesne warunki cywilizacyjne powodują szeroko rozumiane usprawnienie i ułatwienie życia społeczeństwa, kreując zarazem nową jakość bytu dla każdej jednostki ludzkiej. Jednocześnie jednak ten dynamiczny rozwój stwarza istotne zagrożenia dla życia i zdrowia. Rozwój motoryzacji, choroby cywilizacyjne i wojny to tylko niektóre przykłady. Prowadzą one często do śmierci lub trwałego kalectwa, w tym również do niesprawności układu ruchowego człowieka. W tym miejscu trzeba podkreślić jeszcze jeden istotny element, a mianowicie ogólnoswiatowy tendencję do „starzenia” się społeczeństw. Udział ludzi starszych, wyłączonych ze strefy produkcyjnej, często z silną dysfunkcją układu ruchowego staje się problemem społecznym. Z drugiej strony, w miarę poprawy jakości i czasu trwania życia, rosną oczekiwania społeczne na dokonanie kolejnych odkryć w zakresie medycyny, technicznych urządzeń wspomagających leczenie oraz opiekę nad osobami chorymi i niepełnosprawnymi. Z kolei osoby niepełnosprawne emancypują się społecznie i zawodowo, czemu na przeszkodzie stają często prozaiczne i niedostrzegalne dla osób zdrowych przeszkody. Wspomniane powyżej kwestie były inspiracją podjęcia tematyki budowy zaawansowanych technicznie, tanich, pojazdów przeznaczonych dla osób z dysfunkcją układu ruchowego. Jedną z istotniejszych funkcji realizowanych przez wózek inwalidzki będący przedmiotem pracy jest opcja pokonywania przeszkód. Słowo „mechatroniczny” użyte w tytule, związane jest z faktem, iż wózek wyposażony będzie w zintegrowane układy sterowania pozwalające na pokonywanie przeszkód typu próg oraz schody. Podstawowe wymagania dotyczące pojazdu – wózka inwalidzkiego zostały sformułowane następująco:

- Umożliwienie ruchu po różnych nawierzchniach (nawierzchnia nierówna, piasek, śnieg, itd.);
- Możliwie małe gabaryty;
- Możliwość jazdy po schodach prostych;

- Możliwość samodzielnego wjazdu do autobusu niskopodłogowego;
- Możliwość podnoszenia oraz opuszczania osoby niepełnosprawnej (celem np. zdjęcia towaru z górnej półki w supermarkecie lub załatwienie formalności przy wysokim okienku pocztowym);
- Niska cena.

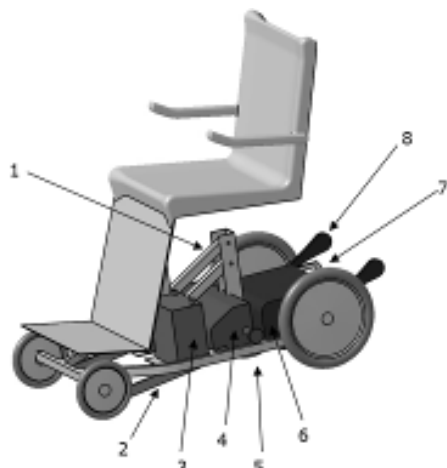
Wózków inwalidzkich łączących te cechy jest na świecie tylko kilka ofert rynkowych, a ich cena zbliżona jest do ceny luksusowego samochodu osobowego.

Praca ta pokazuje w sposób kompleksowy badania pojazdów typu wózek inwalidzki, tzn. badania poprzez proces projektowania z wykorzystaniem technik CAX, budowy prototypu oraz badań weryfikacyjnych i walidacyjnych na prototypie.

2. OPIS AUTORSKIEJ KONSTRUKCJI WÓZKA INWALIDZKIEGO PORUSZAJĄCEGO SIĘ PO SCHODACH

W niniejszym rozdziale przedstawiono ogólną koncepcję autorskiej metody pokonywania przeszkód i schodów przez wózek inwalidzki. Z uwagi na wciąż trwającą procedurę patentowania ograniczono się do zaprezentowania najistotniejszych cech funkcjonalnych opracowanej konstrukcji. Na Rys. 1 przedstawiono model ogólny funkcjonalny wózka inwalidzkiego WEKTOR. Na bazie tej koncepcji omówiono główne założenia konstrukcyjne i funkcjonalne. Wózek ma możliwość poruszania się zarówno po powierzchniach płaskich jak i schodach, stopniach i krawężnikach. Pojazd ten ma układ napędowy składający się z dwóch silników elektrycznych (4) napędzających koła tylne. Poprzez różnicowanie prędkości pomiędzy nimi będzie zmieniany kierunek jazdy. Układy wózka będą zasilane przez dwa bezobsługowe akumulatory żelowe – 12V, 2x17Ah. Są one umieszczone możliwie w miejscu pozwalającym uzyskać najkorzystniejsze położenie środka ciężkości (3). Pod siedziskiem znajduje się układ unoszenia sie-

dziska (1). Powiązany z nim jest układ korekcji pochylenia siedziska w trakcie pokonywania przeszkody. W tylnej części wózka znajduje się ramię schodowe (8) unoszące wózek na przeszkodę. Napędzane jest ono przez moduł silnika z przekładnią (6). W trakcie pokonywania przeszkód dużą rolę odgrywają układy rozpoznawania odległości od krawędzi: przedni (5) oraz tylny (7). Na etapie wjazdu i zjazdu z przeszkody pomocna jest również płoza ślizgowa (2).



Rys. 1. Model ogólny koncepcji konstrukcji wózka inwalidzkiego

Wózek posiada dwa tryby jazdy: *normalny* i *przeszkoda*. Tryb normalny służy do poruszania się po powierzchniach płaskich i niewielkich nierównościach. Mamy do wyboru dwa biegi: I i II. Na biegu pierwszym wózek osiąga prędkość maksymalną 3km/h i jest przewidziany do używania w niedużych pomieszczeniach. Jego zaletą jest ułatwienie starowanie kierunkiem jazdy. Bieg II używany jest do pokonywania dłuższych odcinków. Wymaga większej precyzji w posługiwaniu się manetką sterowania kierunkiem jazdy.

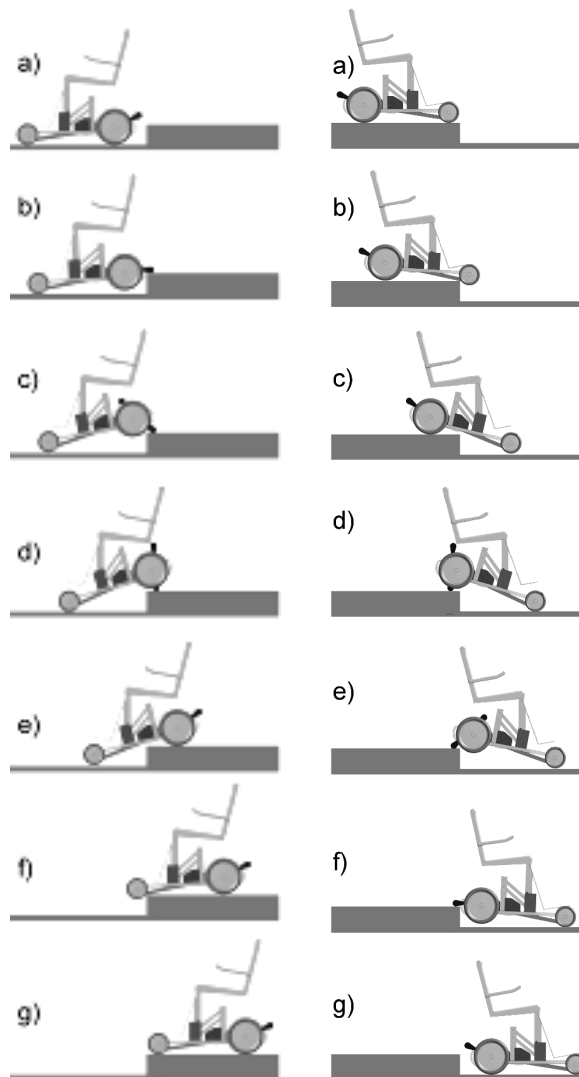
Wózek posiada też funkcję podnoszenia siedziska na wyższy poziom. W trakcie tego procesu koła wózka zostają zablokowane i nie ma możliwości jazdy. Przewidywany jest również system sygnalizacji dźwiękowej przypominający o tym trybie pracy.

Założenia parametrów eksploatacyjnych dokonano na podstawie analizy potrzeb osób niepełnosprawnych. Na wstępnym etapie projektu dokonano założeń dotyczących głównych parametrów eksploatacyjnych:

- Wysokość stopnia 0,05/0,2m;
- Głębokość stopnia 0,27/∞ m;
- Akumulator 12V, 2x17Ah;
- Masa akumulatorów 16kg;
- Autonomia (czas pracy) 5h;
- Maksymalny udźwig 90kg;
- Waga 70kg;
- Minimalna przestrzeń wymagana do manewru 1,1*1,1m;
- Prędkość na pierwszym biegu 0,8m/s;
- Prędkość na drugim biegu 2m/s;
- Średnia prędkość jazdy po schodach 0,05m/s;
- Minimalna szerokość schodów 0,8m;
- Maksymalna pochyłość do pokonania 35°;
- Wysokość unoszenia siedziska 0,45m.

Przedstawiony na Rys. 2 algorytm pokonywania przeszkody jest wyjaśnieniem zasady działania autorskiej koncepcji konstrukcji. Zaprezentowane etapy wjazdu (Rys. 2) będą realizowane w identyczny sposób przy pokonywaniu wielu schodów, z tym że po osiągnięciu fazy e) nastąpi wykonywanie fazy a) w powtarzającej się pętli, aż do momentu pokonania schodów. Etap zjazdu ze schodów (Rys. 2 prawa część schematu) będzie realizowany identycznie jak zjazd z pojedynczego progu w powtarzającym się cyklu, z tym że po ostatniej fazie g) realizowana będzie faza c).

2.1. Wjazd na przeszkodę



Rys. 2. Sekwencja obrazująca algorytm wjazdu i zjazdu z przeszkody

Do wjazdu na wszelkiego rodzaju przeszkodę wyższe niż 5cm podjeżdżamy tyłem. Zbliżając się do wjazdu na przeszkodę, krawężnik lub schody kierujący przełącza sterowanie na tryb jazdy „przeszkoda”. Prędkości głównych silników zostaną zredukowane, a układy rozpoznawania odległości rozpoczną działanie (Rys. 2, faza a). System sterowania zbliży wózek do krawędzi przeszkody na odpowiednią odległość i ustawi go prostopadłe. Rozpocznie się faza b). Główne silniki napędowe zostaną wyłączone,

a koła napędowe zostaną zablokowane. Pracę rozpocznie napęd ramienia unoszącego. Przechodząc do kolejnych faz c) i d) układ sterownia utrzymuje siedzisko w poziomie. Faza e) rozpocznie się po wykonaniu obrotu o 180° przez ramię unoszące. Zostaną uruchomione główne silniki napędowe i ze zredukowaną prędkością będą wprowadzały wózek na przeszkodę. Działające układy rozpoznawania odległości będą monitorowały czy przed wózkiem stoi zadanie pokonania kolejnego stopnia. Jeśli tak ponownie rozpocznie się cykl od fazy a). Jeżeli był to ostatni stopień przeszkody wózek ze zredukowaną prędkością będzie poruszał się do tyłu. W fazie f) krawędź przeszkody przesuwana się po szynie poślizgowej i następuje wprowadzenie przednich kół na przeszkodę. W końcowej fazie g) użytkownik przełącza tryb sterownia na „normalny”.

2.2. Zjazd z przeszkody

Przygotowując się do zjazdu z różnego rodzaju przeszkód wózek należy kierować przodem możliwie prostopadłe do jej krawędzi. Z trybu jazdy „przeszkoda” korzystamy dla pokonywania stopni wyższych niż 5cm. O momencie załączenia tego trybu decyduje użytkownik. Z chwilą załączenia trybu „przeszkoda” (Rys. 2 faza a) nastąpi redukcja prędkości silników głównych a układy rozpoznawania odległości, umieszczone pomiędzy osią przednią i tylną wózka, rozpoczną działanie. System sterowania, śledząc położenia płóz wózka na krawędzi, wykona korektę kierunku jazdy (faza b). Kontynuując zjeżdżanie układ rozpoznawania odległości w odpowiednim momencie zatrzyma główne silniki napędowe (faza c). Rozpocznie się faza d). Koła napędowe zostaną zablokowane. Pracę rozpocznie napęd ramienia unoszącego. Przechodząc do kolejnych faz e) i f) układ sterownia utrzymuje siedzisko w poziomie. Faza g) rozpocznie się po wykonaniu obrotu o 180° przez ramię unoszące. Zostaną uruchomione główne silniki napędowe i ze zredukowaną prędkością będą sprowadzały wózek z przeszkody. Działające układy rozpoznawania odległości będą monitorowały czy przed wózkiem stoi zadanie pokonania kolejnego stopnia. Jeśli tak ponownie rozpocznie się cykl od fazy d). Jeżeli był to ostatni stopień przeszkody wózek ze zredukowaną prędkością będzie poruszał się do przodu. Po zakończeniu fazy g) użytkownik przełącza tryb sterownia na „normalny”.

3. BADANIA SYMULACYJNE

W dobie rozwijającej się komputeryzacji, w coraz większym stopniu przed zbudowaniem modelu fizycznego (prototypu), wykonuje się szereg symulacji komputerowych. Symulacje te pozwalają – już we wczesnym etapie projektowania – wykryć ewentualne błędy, rozwiązać różnego rodzaju problemy konstrukcyjne, które do niedawna jeszcze wymagały zaangażowania wielkich środków finansowych, zasobów ludzkich oraz czasu, aby zbudować model rzeczywisty i dodatkowe stanowisko badawcze. Prace nad modelem symulacyjnym prowadzono łącząc budowę modelu CAD z systemem MBS.

Z uwagi na przyjęte uproszczenia model ciała człowieka można zredukować do jednej bryły o parametrach masowych i bezwładnościowych odpowiadających ciału czło-

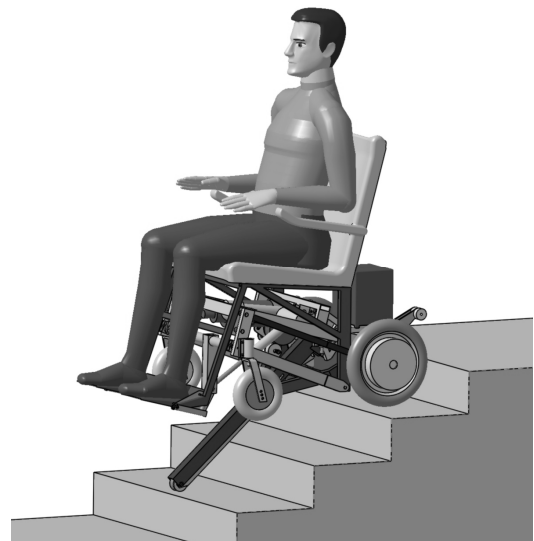
wieka. Dla uproszczenia tego zabiegu wykorzystano możliwości programu Catia.



Rys. 3. Położenie środka ciężkości układu wózek-użytkownik dla prezentowanego modelu symulacyjnego



Rys. 4. Model symulacyjny wózka inwalidzkiego wykonany w systemie ADAMS

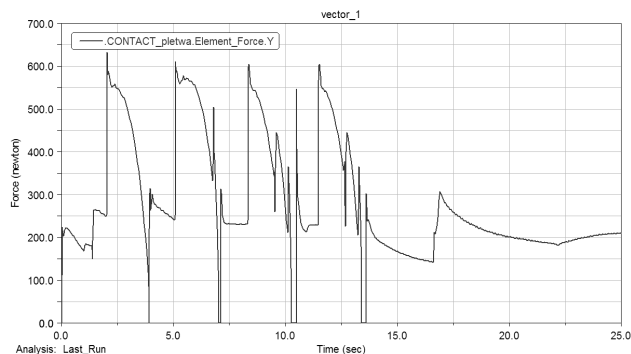


Rys. 5. Model projektu konstrukcyjnego CAD3D-CATIA

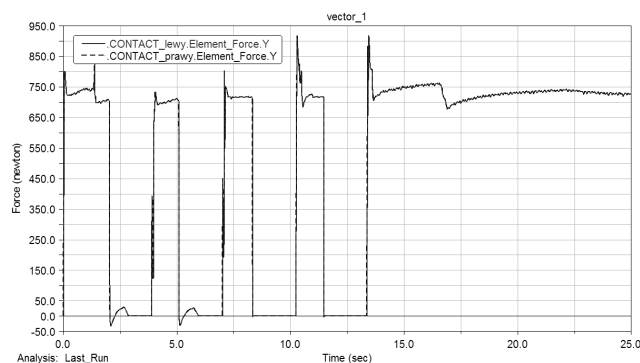
Opierając się na danych literaturowych, wygenerowany został wielocłonowy układ przedstawiający człowieka w pozycji siedzącej, następnie otrzymano masę, środek ciężkości oraz momenty bezwładności tego układu. Szczegółowy opis modelu symulacyjnego układu człowiek – wózek inwalidzki – schody został zaprezentowany w pracy Dobrzyńskiego i innych (2008). Na Rys. 4 zaprezentowano

widok modelu symulacyjnego, a na Rys. 5 model projektu konstrukcyjnego CAD3D - CATIA.

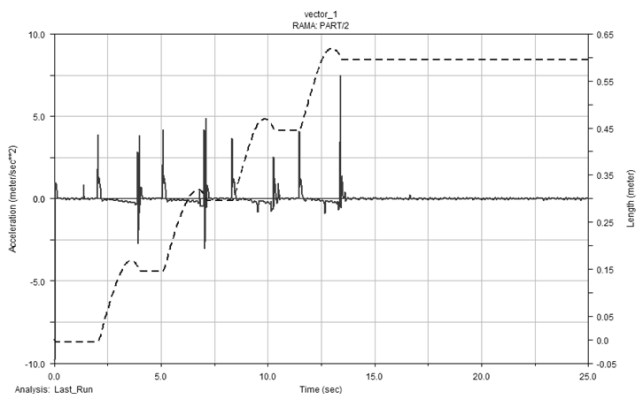
Przedstawiony powyżej model, poddany został badaniom symulacyjnym. Poniżej, na Rys. 6 oraz na Rys. 7 przedstawiono wykresy zmienności sił występujących w obszarze kontaktu, przy pokonywaniu przez wózek inwalidzki, czterech schodów. Przedstawiono proces wjazdu. Można przyjąć, że jest to wielokrotnie powtórzony algorytm przedstawiony na Rys. 2.



Rys. 6. Siły wypadkowe występujące w kontakcie ramienia wlezonego z podłożem



Rys. 7. Siły wypadkowe występujące w kontakcie kół z podłożem



Rys. 8. Przebieg zmian przyspieszenia, w kierunku pionowym, jakim podlega przewożona osoba

Na Rys. 8 pokazano zestawienie przebiegu zmian przyspieszenia, jakim podlega przewożona osoba. Pozwala to ocenić rodzaj oraz parametry zastosowanych elementów amortyzujących między siedziskiem a ramą wózka.

4. BADANIA LABORATORYJNE

W badaniach laboratoryjnych podjęto próbę wyznaczenia wartości współczynnika określającego energię drgań przenoszoną na osobę poruszającą się na wózku inwalidzkim. Do prób wykorzystano dwie konstrukcje:

- EXPLORER - wózek gaśienicowy produkcji TGR-Italy;
- WEKTOR – konstrukcja, prototyp laboratoryjny - opracowana przez Zakład Teorii Konstrukcji Urządzeń Transportowych, Wydział Transportu PW.

Na Rys. 9 przedstawiono wózek „Explorer”, na którym przeprowadzono serię badań doświadczalnych. Wózek ten został zakupiony przez Wydział Transportu PW i skierowany do badań w Międzyzakładowym Laboratorium Badań Doświadczalnych i Symulacyjnych Układu Człowiek-Środki Transportu-Otoczenie. W dalszej części pracy zostaną zaprezentowane wyniki tych badań.

Pojazd ten ma dwa układy jezdne. Do poruszania się po równym terenie wykorzystuje układ trzech kół gdzie dwa tylne są napędzane, zaś przednie odpowiada za nadawanie kierunku jazdy. Po schodach natomiast przemieszcza się za pomocą gaśienic z niezależnym napędem na każdą z nich, co pozwala na pokonanie każdego typu schodów.



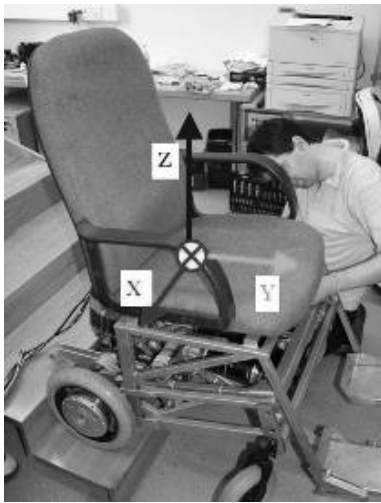
Rys. 9. Wózek samojezdny EXPLORER

Ponieważ w dalszej części pracy będą czynione odniesienia do tej konstrukcji, poniżej przedstawiono jej najważniejsze cechy eksploatacyjne. Wózek może być używany przez osobę posiadającą zdolność psychomotoryczną do samodzielnego użytkowania technicznych urządzeń jezdnych. Posiada dwie funkcje jazdy: na kołach lub na gaśienicach. Jest zaprojektowany i wytworzony, jako urządzenie zapewniające kompleksowo funkcję zjazdu i wjazdu po schodach, oraz funkcję swobodnego przemieszczania się po powierzchniach płaskich. Zalecana jest eksploatacja urządzenia w powietrzu o niewielkiej wilgotności w temperaturze -10°C do $+40^{\circ}\text{C}$. Do najważniejszych parametrów eksploatacyjnych należy zaliczyć:

- Minimalna/maksymalna wysokość stopnia 6/18cm;
- Minimalna/maksymalna głębokość stopnia 27cm/32 cm;
- Akumulator 12V, 2x40Ah;
- Autonomia (czas pracy) 5 godzin;

- Maksymalny udźwig 110kg;
- Waga 118kg;
- Minimalny promień skrętu na gąsienicach 68cm;
- Minimalny promień skrętu na kołach 100cm;
- Minimalna przestrzeń wymagana do manewru 115x115cm;
- Prędkość na pierwszym biegu 3km/h;
- Prędkość na drugim biegu 6km/h;
- Prędkość jazdy po schodach (na gąsienicach) 0,5km/h;
- Minimalna szerokość schodów 80cm;
- Maksymalna pochyłość do pokonania 33°.

Do rejestracji drgań wykorzystano akcelerometry trójosiowe połączone z układem rejestracji. Czujnik trójosiowy został umieszczony w obszarze środkowym siedziska, w miejscu przyjmowanym jako miejsce wypadkowej reakcji siedzenia na pasażera. Usytuowanie tego akcelerometru wraz z kierunkami działania pokazano na Rys. 10.



Rys. 10. Lokalizacja i kierunki działania trójosiowego czujnika przyspieszeń

Z uwagi na charakter ruchu, do dalszych analiz wykorzystano sygnały zarejestrowane z kierunków Y i Z, gdzie na kierunku Z pojawiają się największe wartości parametru energii drgań. Po umieszczeniu czujnika w wskazanym powyżej miejscu wózki poddano obciążeniu o masie 76 kg. Rozmieszczenie obciążników w przybliżony sposób pozwoliło zastąpić model człowieka. Ten etap przygotowań zaprezentowano na Rys. 11.

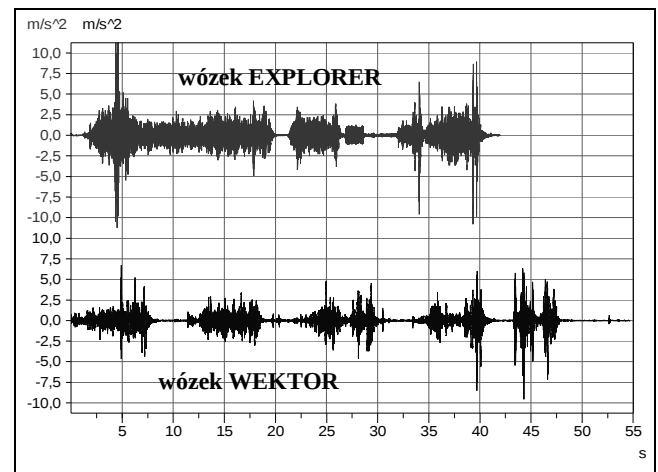
Dla każdego z wózków rejestrowano oddzielnie etap wjazdu i zjazdu. Badane wózki mają różną metodę pokonywania schodów i czas tego zadania jest uzależniony od wielu czynników. W celu porównania wyników otrzymanych dla badanych konstrukcji przyjęto jako podstawę zakres zadania rozumiany, jako praca do wykonania, czyli możliwości pokonania 4 schodów pokazanych na rysunkach powyżej.

Sygnał pomiarowy rejestrowany był od chwili przełączenia się wózków w tryb jazdy po schodach, aż do momentu wjechania na część końcową schodów i przełączenia się w tryb jazdy po powierzchniach poziomych.



Rys. 11. Sposób obciążenia wózków inwalidzkich

Poniżej na Rys. 12 przedstawiono przebiegi czasowe drgań dla wózków podczas wjazdu na schody. Wózek Explorer do pokonania tych schodów potrzebował 42s, zaś wózek Wektor 54s. Już pobieżna ocena tych wykresów wskazuje na mniejszą wartość energii drgań siedziska dla wózka Wektor.

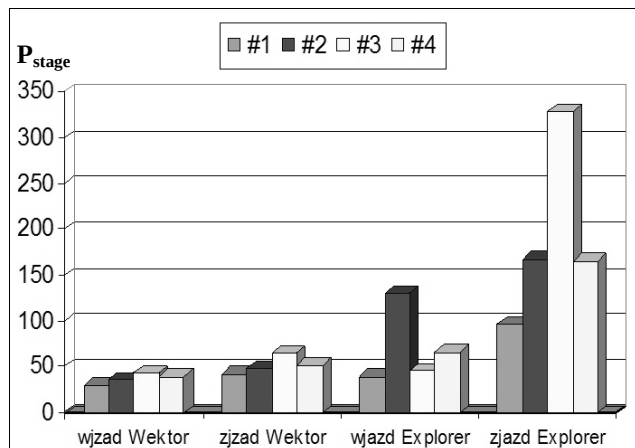


Rys. 12. Przebiegi czasowe drgań dla wózków podczas wjazdu na schody

W celu lepszego porównania wyników, dla wielu prób, przygotowano algorytm wyznaczający bezwymiarowy parametr określający liczbowo wartość energii drgań P_{stage} w czasie T jednego powtórzenia wjazdu lub zjazdu ze schodów (wzór nr 1).

$$P_{stage} = \frac{1}{T} \int_0^T (Y_{(t)}^2 + Z_{(t)}^2) dt \quad (1)$$

Wyznaczone wartości zobrazowano na wykresie poniżej (Rys. 13).



Rys. 13. Wykres wartości parametru energii drgań dla kolejnych prób oznaczonych przez: #1, #2, #3, #4.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawione wyniki badań laboratoryjnych wskazują na poprawność założeń metody pokonywania schodów zastosowanej w konstrukcji wózka Wektor. Ta autorska metoda daje lepsze efekty niż handlowa i znana konstrukcja wózka Explorer. Niniejszy artykuł jest udokumentowaniem procesu projektowania z wykorzystaniem technik CAx, budowy prototypu oraz badań weryfikacyjnych i walidacyjnych na prototypie. Zaprezentowane własne rozwiązania konstrukcyjne są częścią zgłoszenia patentowego i są chronione prawem autorskim.

LITERATURA

1. Dobrzyński G., Choromański W., Kowara J. (2008), A Simulation Study of the New Concept of a Stair-Climbing Wheelchair - Concept of Construction, *Proceedings of BIO-DEVICES 2008 – International Conference on Biomedical Electronics and Devices*, INSTICC Press, Funchal, Madeira - Portugal; 28 - 31 January, CD, volume I, 143-146;
2. Engstrom B. (2002), *Ergonomic seating. A true challenge*. Wheelchair Seating & Mobility Principles, Medio Druck & Logistik GmbH, Germany.
3. Frączek J. (2002), *Modelowanie mechanizmów przestrzennych metodą układów wieloczłonowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, (assistant professor thesis), Warszawa.
4. Kim S. K., White S. W., Bajaj A. K. (2003), Simplified models of the vibration of mannequins in car seats, *Journal of Sound and Vibration* 264, 49–90.
5. Seireg A., Arvikar R. (1989), *Biomechanical Analysis of the Musculoskeletal Structure for Medicine and Sport*, Hampshire Publishing Co, New York.
6. Zabłocki M. (2002), *Metodyka projektowania urządzeń technicznych dla osób niepełnosprawnych*, WMRI, (doctoral thesis), Politechnika Poznańska.

THE MECHATRONIC WHEELCHAIR WITH THE FUNCTION OF OVERCOMING PHYSICAL OBSTRUCTIONS

Abstract: On the market there are only few offers of wheelchairs combining their motor function with the function of surmounting physical obstructions and ascending or descending stairs. Their prices are comparable to those of luxury cars. There are also few research papers concerning the dynamics of wheelchairs. Definitely too few considering the social demand for vehicles of this type. The authors of this paper are convinced that it is one of the first papers in the world dealing, in a comprehensive way, with wheelchairs. It presents the design process using CAx techniques together with the prototype construction and verification/validation studies conducted on the prototype.

Pracę zrealizowano przy wsparciu środkami finansowymi pochodzącymi z Ministerstwa Szkolnictwa Wyższego i Nauki (grant nr 513 G 1160 4470, kierownik W. Choromański) oraz Państwowego Funduszu Rehabilitacji Osób Niepełnosprawnych (grant nr 501S / 4630, kierownik W. Choromański, G. Dobrzyński)

ZASTOSOWANIE SIECI NEURONOWEJ DO STEROWANIA PRACĄ WCIĄGARKI

Paweł FAŁAT*

*Wydział Zarządzania i Informatyki, Akademia Techniczno – Humanistyczna, ul Willowa 9, 43-309 Bielsko – Biała

fałat@ath.bielsko.pl

Streszczenie: Często spotykanym zadaniem stawianym przed żurawiami typu offshore jest utrzymanie ładunku na zadanej głębokości pomimo ruchów bazy żurawia wywołanych falowaniem morza. W niniejszym artykule przedstawiono zastosowanie sieci neuronowej do wyznaczania funkcji napędowej wciągarki zapewniającej stabilizację pionową ładunku. Analizy przeprowadzono dla żurawia typu A-rama. Opracowano jego model matematyczny, przy czym korzystając z wcześniejszych doświadczeń autora, przyjęto, że jedynym elementem podatnym w układzie jest lina. W poprzednich pracach autor proponował użycie metod optymalizacji do wyznaczenia poszukiwanej funkcji napędowej. Optymalizacja dynamiczna jest jednak na tyle czasochłonna obliczeniowo, że jej zastosowanie w czasie rzeczywistym nie jest możliwe. Stąd podjęto próbę wykorzystania do rozwiązania tego problemu sieci neuronowej. Optymalizację zastosowano natomiast do przygotowania odpowiedniego zbioru uczącego dla sieci neuronowej.

1. WSTĘP

Współcześnie konstruowanym urządzeniom *offshore*, to znaczy urządzeniom pracującym na pokładach statków lub platform morskich, stawiane są coraz większe wymagania. Względny ekonomiczny powodują, że dąży się do stworzenia możliwości ich pracy w coraz trudniejszych warunkach pogodowych. Chodzi tu głównie o wysokość falowania morza. Dlatego, obok prac konstrukcyjnych, prowadzone są prace badawczo-rozwojowe, których jednym z celów jest poszukiwanie strategii sterowania napędami urządzeń *offshore* zapewniających ich poprawną, a przede wszystkim bezpieczną pracę, w coraz bardziej ekstremalnych warunkach. Pojawia się więc potrzeba dokładnej symulacji i analizy pracy takich konstrukcji podczas falowania (Fałat, 2004; Maczyński, 2005). Następnie można przystąpić do definiowania algorytmów sterujących ruchami roboczymi urządzenia. Często stosowaną metodą poszukiwania odpowiednich funkcji napędowych jest optymalizacja. Zazwyczaj jednak obliczenia optymalizacyjne, wymagające wielokrotnego całkowania równań ruchu układu, są zbyt czasochłonne aby możliwa była ich implementacja w czasie rzeczywistym (Fałat i inni, 2009). Dlatego coraz powszechniej proponuje się rozwiązania bazujące na sztucznej inteligencji, na przykład sterowanie rozmyte lub sztuczne sieci neuronowe. Warto zauważyć, że metody te często wspomagane są przez typową optymalizację, bądź to na etapie opracowywania (np. tworzenie zbioru uczącego dla sieci neuronowej) bądź na etapie jej testowania (obliczenia porównawcze).

Prezentowany artykuł przedstawia takie właśnie podejście. Klasyczna metoda optymalizacji wykorzystana została do przygotowania zbioru uczącego dla sieci neuronowej, oraz do sprawdzenia jakości otrzymanych z niej rozwiązań.

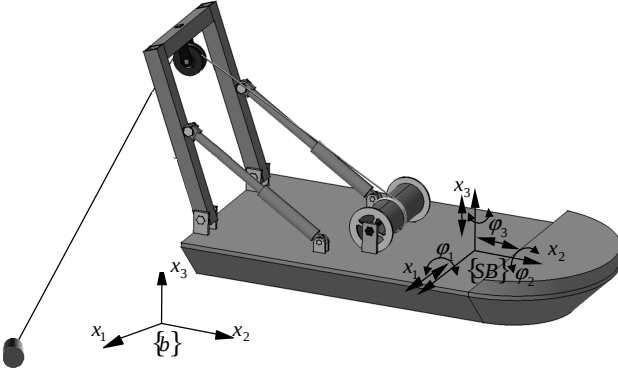
2. ISTOTA ZAGADNIENIA

Szereg prac wykonywanych z użyciem żurawi *offshore* wymaga stabilizacji (utrzymania) ładunku na zadanej głębokości pomimo ruchów bazy (jednostki pływającej, platformy) wywołanych falowaniem morza. Niezbędne jest to w przypadku niektórych prac montażowych, pracy sonaru czy na pewnych etapach wodowania batyskafów lub podwodnych pojazdów. Utrzymanie ładunku na zadanej głębokości można uzyskać poprzez odpowiednie sterowanie pracą wciągarki żurawia. Jednak prace podwodne są prowadzone często przy znacznych długościach liny, dochodzących zwykle do kilkuset, a w skrajnych przypadkach nawet do dwóch, trzech tysięcy metrów). Powoduje to, że podczas wyznaczania funkcji napędowych wciągarki należy uwzględnić podatność układu linowego.

Zagadnienie poszukiwania funkcji napędowej wciągarki, zapewniającej stabilizację ładunku na zadanej głębokości, klasyczną metodą optymalizacji (pełzającego sympleksu) było przedmiotem szeregu wcześniejszych prac autora i zostało dokładnie przedstawione w pracy (Fałat, Wojciech 2003). Jak już wspomniano klasyczne metody optymalizacji charakteryzują się znaczną czasochłonnością obliczeń. Dlatego też podjęto próbę wykorzystania do rozwiązania przedstawionego zadania sztucznej sieci neuronowej (Tadeusiewicz, 1993). Taka sieć mogłaby sterować pracą wciągarki w czasie rzeczywistym na podstawie pomiarów ruchu bazy żurawia. Oczywiście wymaga ona przeprowadzenia wcześniej procesu uczenia na podstawie odpowiednio przygotowanego zbioru uczącego. W niniejszej pracy zaproponowano opracowanie takiego zbioru uczącego przy zastosowaniu wspomnianej wcześniej optymalizacji dynamicznej.

3. MODEL MATEMATYCZNY A-RAMY I ZADANIE OPTIMALIZACJI

Prezentowane w dalszej części pracy analizy przeprowadzono dla żurawia offshore typu A-Rama (Rys. 1). Głównymi jego elementami są: rama, układ siłowników wychylających ramę, wciągarka i układ linowy.

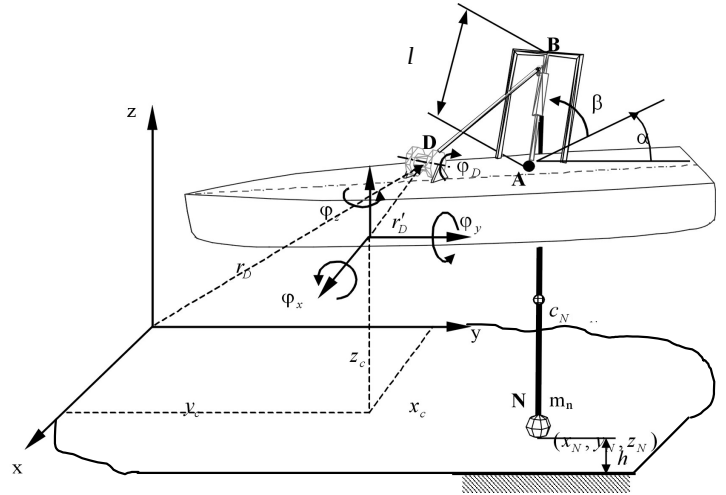


Rys. 1. Żuraw typu A-rama

Jednym z podstawowych założeń, przyjętych na etapie budowy modelu matematycznego A-ramy, było potraktowanie konstrukcji nośnej żurawia jako sztywnej. W szczególności chodzi tu o samą ramę oraz siłowniki hydrauliczne. W swoich wcześniejszych pracach (między innymi w Fałat 2004), autor badał wpływ podatności konstrukcji na dynamikę A-ramy podczas jej pracy w warunkach falowania morskiego. Podatność tę modelowano przy użyciu metody sztywnych elementów skończonych (Kruszewski i inni, 1999). W wyniku przeprowadzonych analiz stwierdzono, że w zadaniu optymalizacji (to znaczy w zadaniu poszukiwania funkcji napędowej wciągarki stabilizującej położenie ładunku na zadanej głębokości) podatność konstrukcji może być pominięta. Założenie takie radykalnie ogranicza liczbę stopni swobody układu dzięki czemu wyraźnie wzrasta efektywność obliczeniowa procesu optymalizacji. Nie można natomiast pominąć podatności układu linowego, szczególnie wówczas, gdy prace podwodne prowadzone są przy znacznych długościach liny. Wówczas jej podatność może być o kilka rzędów większa niż podatność samej konstrukcji żurawia.

Przyjęto ponadto, że znany jest ruch statku bazy (Rys. 2), na którym znajduje się urządzenie i opisany jest on współrzędnymi będącymi funkcjami czasu (1). W wielu publikacjach dotyczących dynamiki urządzeń offshore przyjmuje się, że funkcje te są funkcjami harmonicznymi (Paszkievicz i inni, 1999; Fossen, 1994; Mosoud, 2000).

$$\begin{cases} x_c = x_c(t) = A_{x_c} \sin(\omega_{x_c} + \phi_{x_c}) \\ y_c = y_c(t) = A_{y_c} \sin(\omega_{y_c} + \phi_{y_c}) \\ z_c = z_c(t) = A_{z_c} \sin(\omega_{z_c} + \phi_{z_c}) \\ \varphi_x = \varphi_x(t) = A_{\varphi_x} \sin(\omega_{\varphi_x} + \phi_{\varphi_x}) \\ \varphi_y = \varphi_y(t) = A_{\varphi_y} \sin(\omega_{\varphi_y} + \phi_{\varphi_y}) \\ \varphi_z = \varphi_z(t) = A_{\varphi_z} \sin(\omega_{\varphi_z} + \phi_{\varphi_z}) \end{cases} \quad (1)$$



Rys. 2. Schemat modelu

Równania ruchu ładunku traktowanego jako masa skupiona mają postać:

$$\begin{cases} m_N x_N + C_l \cdot \frac{\Delta l}{|BN|} (x_N - a_x - lb_x) = 0 \\ m_N y_N + C_l \cdot \frac{\Delta l}{|BN|} (y_N - a_y - lb_y) = 0 \\ m_N z_N + C_l \cdot \frac{\Delta l}{|BN|} (z_N - a_z - lb_z) + m_N g - F_w = 0, \end{cases} \quad (2)$$

gdzie: m_N – masa ładunku, $[x_N, y_N, z_N]^T$ – wektor współrzędnych ładunku, l – długość odcinka AB, g – przyspieszenie ziemskie, C_l – sztywność liny, φ_D – kąt obrotu bębna wciągarki, R_D – promień bębna wciągarki, $\Delta l = |DB| + |BN| - l_0 + \varphi_D \cdot R_D$, l_0 – długość liny bez obciążenia, $|DB|$ – długość liny na odcinku bęben wciągarki – krążek zamontowany na A-ramie,

$|BN|$ – długość liny na odcinku krążek–ładunek,

F_w – siła wyporu działająca na ładunek.

Wektory **a** i **b** są zdefiniowane następująco:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} x'_A - \varphi_z y'_A + \varphi_y z'_A + x_C \\ \varphi_z x'_A + y'_A - \varphi_x z'_A + y_C \\ -\varphi_y x'_A + \varphi_x y'_A + z'_A + z_C \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -C_\beta S_\alpha - \varphi_z C_\beta S_\alpha + \varphi_y S_\alpha \\ -\varphi_z C_\beta S_\alpha + C_\beta S_\alpha - \varphi_x S_\alpha \\ \varphi_y C_\beta S_\alpha + \varphi_x C_\beta S_\alpha + S_\alpha \\ 1 \end{bmatrix},$$

$[x'_A, y'_A, z'_A]^T$ – wektor współrzędnych punktu A w układzie pokładu

$C_\beta = \cos(\beta)$,

$S_\alpha = \sin(\alpha)$.

Zadanie optymalizacji zostało sformułowane następująco: *znaleźć funkcję napędową określającą przebieg czasowy kąta obrotu bębna wciągarki dla znanych funkcji:*

$$\begin{aligned} x_C(t) & \varphi_x(t) \\ y_C(t) & \varphi_y(t) \\ z_C(t) & \varphi_z(t) \end{aligned} \quad (3)$$

opisujących ruch statku bazy, tak by zminimalizować funkcjonal F opisany równaniem:

$$F = \int_0^{t_k} [z_N - h]^2 \rightarrow \min \quad (4)$$

gdzie: t_k – czas obserwacji, h – zadane położenie ładunku.

W każdym kroku optymalizacji całkowane są równania ruchu (2).

Do rozwiązania zadania optymalizacji wykorzystany został algorytm Nelder'a-Mead'a (pełzającego sympleksu) w połączeniu z metodą Powella do znajdowania minimum kierunkowego (Chapra i Canale, 2002). Dokładny opis modelu matematycznego A-ramy oraz rozwiązanie zadania optymalizacji zostały przedstawione w pracy (Fałat, Wojciech 2003).

4. SZTUCZNA SIEĆ NEURONOWA

Ponieważ zaprezentowana w poprzednim rozdziale metoda znajdowania stosownej funkcji napędowej stabilizującej ładunek na zadanej głębokości na drodze optymalizacji jest zbyt czasochłonna aby mogła zostać zastosowana w czasie rzeczywistym, postanowiono podjąć próbę wykorzystania sztucznej sieci neuronowej.

4.1. Budowa sieci

Obliczenia związane ze sztuczną siecią neuronową przeprowadzono przy wykorzystaniu autorskiego programu napisanego w języku C#. W odróżnieniu od typowych implementacji komercyjnych, program napisany w języku C# wykorzystuje programowanie obiektowe również do konstrukcji sieci. Istota takiego rozwiązania została przedstawiona w (Fałat i inni. 2000). We wspomnianym programie, do nauki sieci wykorzystywana jest metoda wstecznej propagacji błędów. Dobór konfiguracji sieci przeprowadzono metodą prób i błędów. Także testowanie sieci przeprowadzane jest „ręcznie” poprzez przeliczenie konkretnych przypadków.

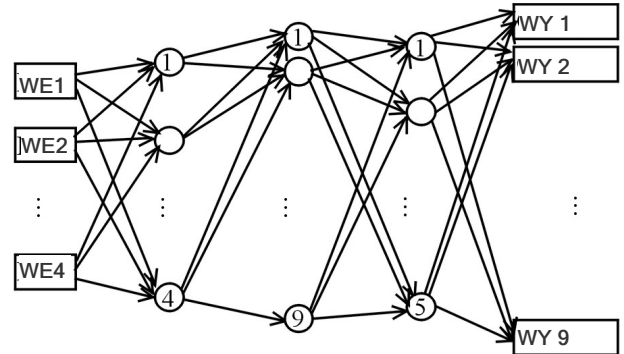
W wyniku szeregu testów zdecydowano się na zastosowanie, sieci składającej się z 4 wejść, 3 warstw ukrytych i 9 wyjść (Rys. 3).

Dane na wejściach sieci stanowią wybrane parametry opisujące ruch statku. Są to:

- amplituda ruchu statku wzdłuż osi z ;
- częstość ruchu statku wzdłuż osi z ;
- amplituda obrotów wokół osi y ;
- częstość obrotów wokół osi y .

Jak wskazują wcześniejsze doświadczenia autora, parametry te mają największy wpływ na ruch ładunku

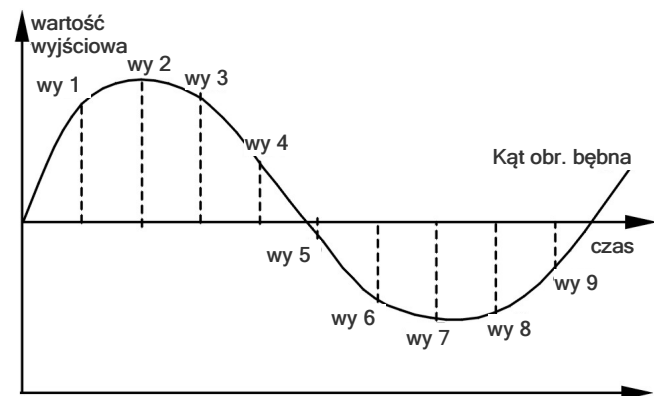
w kierunku pionowym, a więc są najistotniejsze ze względu na stabilizację jego głębokości w przypadku gdy A-rama umiejscowiona jest na burcie statku. Ograniczono zatem ruchy statku do dwóch spośród 6 funkcji (1). Uproszczenie takie zdecydowanie ułatwia proces uczenia, co nie jest bez znaczenia na wstępnym etapie analiz.



Rys. 3. Budowa sieci

W neuronach, z których zbudowana została sieć, zaimplementowano funkcję aktywacji w postaci funkcji sigmoidalnej i połączono z obiektem typu bias (Tadeusiewicz, 1993).

Wielkościami wyjściowymi z sieci są kolejne wartości definiujące funkcję napędową (Rys. 4), to znaczy wartości kąta obrotu bębna wciągarki dla dyskretnych, zdefiniowanych wcześniej, chwil czasu. Ciągła postać tej funkcji jest następnie wyznaczana przy zastosowaniu interpolacji funkcjami sklejanymi.



Rys. 4. Funkcja napędowa wciągarki

Ponieważ zarówno w procesie optymalizacji jak w budowie sieci neuronowej przyjmowano jednakową liczbę równo odległych punktów wewnętrznych w przedziale $<0, t_k>$ łatwo można wyznaczyć błąd na wyjściu sieci neuronowej jako:

$$\varepsilon_i = wy_{iPS} - wy_{iN} \quad (5)$$

gdzie: wy_{iPS} – wartość na wyjściu i w pojedynczym zadaniu optymalizacji, wy_{iN} – wartość na wyjściu i sieci neuronowej.

4.2. Proces uczenie sieci

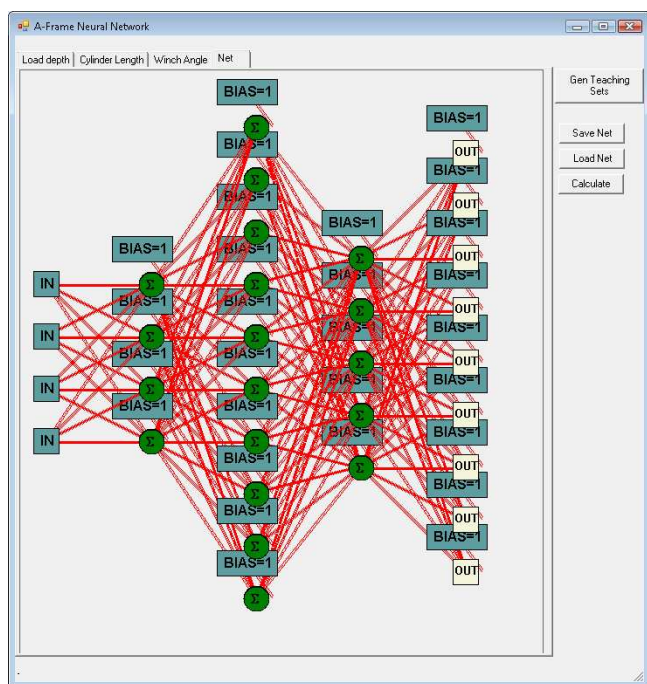
Ze względu na skuteczność i poprawność działania sztucznej sieci neuronowej bardzo istotny jest proces jej uczenia. Ważna jest przy tym zarówno liczba danych uczących jak i ich charakter. W omawianym przypadku, wykorzystując „klasyczną” metodę optymalizacji (pełzający sympleks), przygotowano 1440 zbiorów uczących uwzględniających zmiany parametrów wejściowych. Zakres zmian tych parametrów przedstawia tabela 1:

Tab. 1. Zakres zmian parametrów

Parametr		Wartość początkowa	Wartość końcowa	Krok
Amplituda Z [m]	Z	0.5	3	0.5
Omega [rad/s]	Z	0,261799388	0,523598776	0,087266463
Amplituda φ_y [rad]	φ_y	0,008726646	0,130899694	0,008726646
Omega φ_y [rad/s]	φ_y	0,261799388	0,523598776	0,087266463

Do uczenia zastosowano algorytm wstecznej propagacji błędów (Tadeusiewicz 1993) będący jedną z podstawowych metod uczenia sztucznych sieci neuronowych.

4.3. Pakiet komputerowy



Rys. 5. Przykładowy ekran pakietu komputerowego

Jak już wspomniano pakiet komputerowy wykonano z wykorzystaniem języka C#. Składa się z dwóch modułów (programów): Pierwszy służył do wyznaczania wartości funkcji napędowej wciągarki jako rozwiązania pojedynczego zadania optymalizacji. Drugi umożliwiał stworzenie i nauczanie sieci neuronowej. Część zawierająca algorytm

optymalizacyjny była wykorzystana w pierwszym etapie do przygotowania zbiorów uczących. Wykonano symulacje, zmieniając wybrane parametry (Tab. 1). Wyuczona sieć była następnie zapisywana do pliku z wykorzystaniem mechanizmu serializacji (Duffy J. 2007). Mechanizm ten zastosowano z uwagi na obiektowe podejście do tworzenia sieci neuronowej. Taki sposób umożliwia bowiem dokonanie operacji zapisu szeregu powiązanych ze sobą obiektów.

Otrzymana sieć mogła być następnie wczytywana do pierwszego programu, zmodyfikowanego tak, że potrafił wykonać zarówno klasyczną optymalizację jak i porównać jej wyniki z wynikami otrzymanymi z sieci neuronowej.

5. WYNIKI OBLICZEŃ

Po fazie nauki, uzyskaną sztuczną sieć neuronową wczytano do programu umożliwiającego symulację dynamiki modelu A-ramy. Następnie przeprowadzono szereg obliczeń porównawczych. Analizowano zachowanie się ładunku i funkcje napędowe uzyskane przy zastosowaniu metody optymalizacji oraz z sieci neuronowej. Czas obliczeń nie był parametrem porównywanym. Ze swojej istoty sztuczna sieć neuronowa jest bowiem wielokrotnie szybsza niż algorytmy optymalizacyjne. Poniżej zaprezentowane zostaną wyniki dla trzech przypadków (Tab. 2) danych wejściowych, pokazujące zarówno poprawne działanie sieci neuronowej jak i jej niezadawalającą odpowiedź. Przypadki A i B ilustrują poprawne działanie sieci neuronowej. Przypadek C obrazuje niewłaściwe zachowanie sieci, nie zapewniające stabilizacji ładunku na zadanej głębokości.

Tab. 2. Dane testowe

Parametr	Przypadek A	Przypadek B	Przypadek C
Amplituda Z [m]	2.25	2.5	2.6
Omega Z [rad/s]	0.52359	0.52359	0.50614
Amplituda φ_y [rad]	0.05934	0.12915	0.12915
Omega φ_y [rad/s]	0.366519	0.52359	0.52359

Kolejne rysunki przedstawiają wyniki obliczeń, przy czym rozważano przypadki:

- bez optymalizacji (to znaczy przy nieruchomym bębnie wciągarki);
- z optymalizacją (funkcja napędowa bębna wciągarki wyznaczona metodą pełzającego sympleksu);
- z siecią neuronową (funkcja napędowa bębna wciągarki wyliczona poprzez sieć).

Rys. 6 i Rys. 7 prezentuje wyniki dla Przypadku A z (Tab. 2), Rys. 8 i Rys. 9 to wyniki w Przypadku B, natomiast Rys. 10 i Rys. 11 dotyczą Przypadku C.

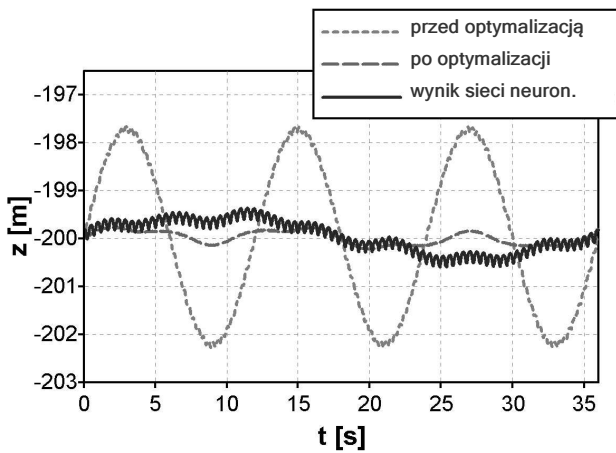


Fig. 6. Przypadek A: Zmiana położenia ładunku w kierunku pionowym

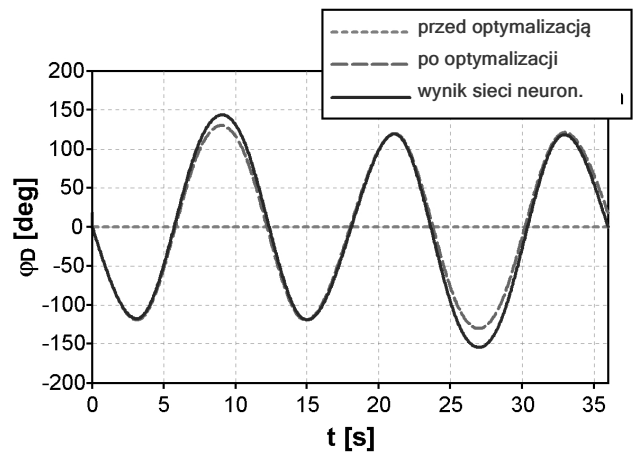


Fig. 9. Przypadek B: Kąt obrotu bębna wciągarki

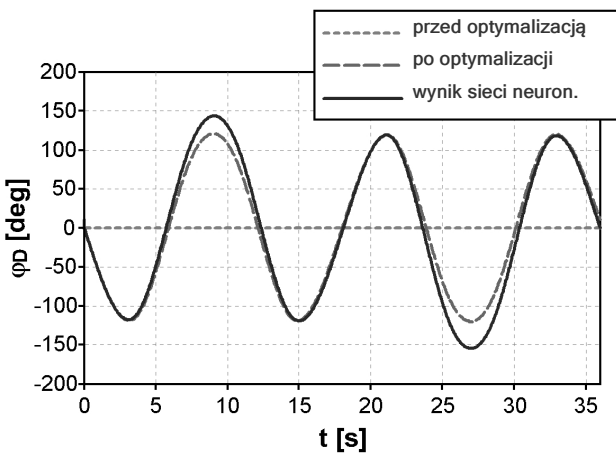


Fig. 7. Przypadek A: Kąt obrotu bębna wciągarki

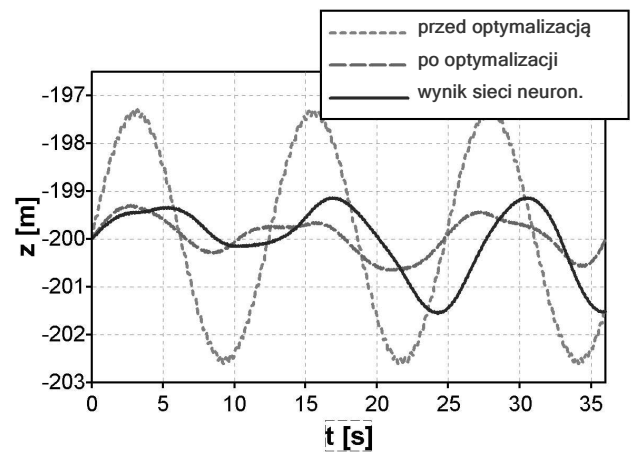


Fig. 10. Przypadek C: Zmiana położenia ładunku w kierunku pionowym

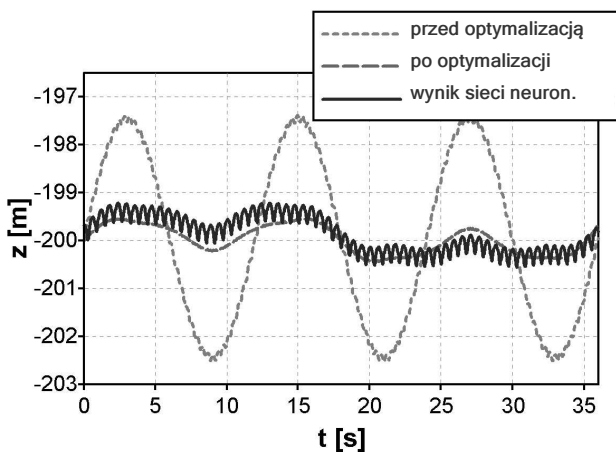


Fig. 8. Przypadek B: Zmiana położenia ładunku w kierunku pionowym

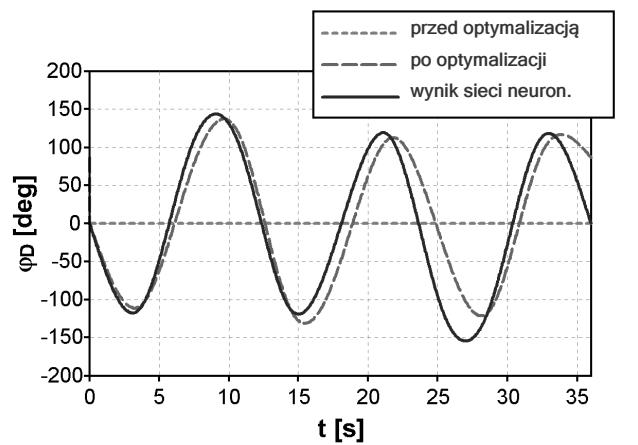


Fig. 11. Przypadek C: Kąt obrotu bębna wciągarki

Warto zwrócić uwagę, że w przypadku C wszystkie parametry były bliskie maksymalnym. Poprzez poszerzenie zakresu obliczeń dotyczących określenia zbioru uczącego możliwe byłoby uzyskanie stabilizacji i w tym przypadku

6. PODSUMOWANIE

Niniejszy artykuł przedstawia wyniki wstępnych prac autora związanych z zagadnieniem poszukiwania funkcji napędowej wciągarki żurawia offshore, zapewniającej stabilizację położenia ładunku na zadanej głębokości, za pomocą sieci neuronowych. Uzyskane wyniki potwierdzają możliwość stosowania takiej metody.

Jakość wyników można by znacznie poprawić poprzez poszerzenie zbioru uczącego (zwiększenie wartości w Tab. 1), lub poprzez zbudowanie sieci o innej strukturze (fizycznej i z innymi funkcjami aktywacji). Mimo, że poszukiwanie innej struktury sieci jest procesem bardzo pracochłonnym, wymagającym wielu obliczeń, to obiektowa budowa sieci, jaką zastosowano w programie komputerowym, umożliwia łatwą implementację takich zmian, w tym budowę sieci o różnych strukturach (niekoniecznie standardowych). Również implementacja innych algorytmów uczenia jest w podejściu obiektowym łatwa do realizacji.

Innym czynnikiem, który wydaje się że może pozytywnie wpłynąć na uzyskiwane rozwiązania, jest zmiana funkcji wyjściowej w zadaniu optymalizacji (klasycznej i siecią neuronową). Ponieważ przyjęte wymuszenia ruchu bazy żurawia są funkcjami harmonicznymi, więc celowa wydaje się próba wykorzystania do opisu ruchu wciągarki funkcji w postaci:

$$\varphi_D = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (6)$$

zamiast stosowanych dotychczas funkcji sklepanych (Rys. 4). W takim przypadku sieć neuronowa szukałaby tylko parametrów A , ω , φ_0 , co znacznie uprościłoby zadanie, skróciło czas niezbędny na przygotowanie sieci neuronowej oraz, być może, pozwoliłoby na uzyskanie lepszych wyników. Powyższe uwagi wskazują na kierunki dalszych prac.

LITERATURA

1. **Adamiec-Wójcik I., Fałat P., Gancarczyk T.** (2003), Computer Analysis of static loads of an A-Frame, *Zeszyty Naukowe Akademii Techniczno – Humanistycznej w Bielsku – Białej*, Zeszyt nr 6, 7-25.
2. **Duffy J.** (2007), *.NET Framework 2.0*, Zaawansowane programowanie, Helion.
3. **Chapra S.C., Canale R.P.** (2002), *Numerical methods for engineers*, McGraw-Hill Higher Education, New York.
4. **Fałat P.** (2004), *Analiza dynamiczna żurawia okrętowego typu A-rama*, rozprawa doktorska, ATH Bielsko-Biała.
5. **Fałat P., Wojciech S.** (2003), Application of non-linear optimisation methods to stabilise motion of a sea probe, *Zeszyty Naukowe Akademii Techniczno – Humanistycznej w Bielsku – Białej*, Zeszyt nr 6, pp. 29-40.
6. **Fałat P., Brzozowska L., Brzozowski K.** (2000), Application of object oriented neural network to control motion of the load of a sea crane, *International Scientific Journal of Computing*.
7. **Fałat P. Maczyński A. Wojciech S.** (2009), Optymalizacja w planowaniu ruchu urządzeń dźwigowych - część II, *Pomiary Automatyka Kontrola*, Nr 6/2009.
8. **FOSSSEN T.I.** (1994), *Guidance and Control of ocean vehicles*, John Wiley and sons Chichester England.
9. **Kruszewski J., Sawiak S., Wittbrodt E.** (1999), *Metoda sztywnych elementów skończonych w dynamice konstrukcji*, WNT – Warszawa.
10. **Maczyński A.** (2005), *Pozycjonowanie i stabilizacja położenia ładunku żurawia wysięgnikowych*, Wydawnictwo Akademii Techniczno – Humanistycznej.
11. **Mosoud Z.N.** (2000), *A control system for the reduction of cargo pendulation of ship mounted cranes*, Virginia Polytechnic Institute and State University, Doctoral Thesis, Balcsburg, Virginia USA.
12. **Paszkiewicz T., Osiński M., Wojciech S.** (1999), Dynamic Analysis of an Offshore Crane on Offshore Installations, *The 4th International Offshore Cranes Conference Stavanger*, Norway.
13. **Tadeusiewicz, R.** (1993), *Sieci neuronowe*, Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa.

APPLICATION OF NEURAL NETWORK TO DEFINE WINCH DRIVE FUNCTION

Abstract: The paper presents the application of the neural network to controlling of the drive function of a sea crane winch. The function ensures the load stabilization on a proper depth. The base ship movements, caused by the sea waves, are taken into consideration. The author applied the neural network and the object oriented programming techniques which have been used to crate own software applications.

ANALIZA SYMULACYJNA WYBRANYCH KONSTRUKCJI OBWODÓW MAGNETYCZNYCH JAKO STOJANÓW PŁASKIEGO IMPULSOWEGO NAPĘDU LINIOWEGO

Zdzisław GOSIEWSKI*, Piotr KŁOSKOWSKI*, Mirosław KONDRATIUK*

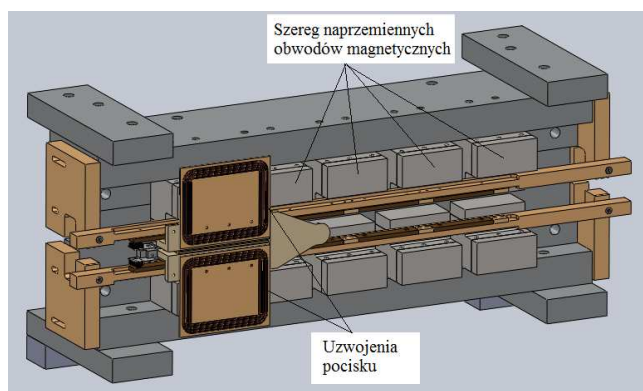
*Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

gosiewski@pb.edu.pl, kloskowski@o2.pl, m.kondratiuk@pb.edu.pl

Streszczenie: Praca przedstawia analizę różnych rozwiązań konstrukcyjnych obwodów magnetycznych jako stojanów płaskiego impulsowego napędu liniowego. Zaproponowane zostały trzy konfiguracje obwodów magnetycznych. Każdy z obwodów magnetycznych charakteryzuje się czterema szczelinami powietrznymi, wewnątrz których znajdują się będą uzwojenia odpowiedzialne za przyspieszanie elementu napędzanego. Analiza poszczególnych obwodów magnetycznych została przeprowadzona na podstawie wyników symulacyjnych uzyskanych przy użyciu oprogramowania COMSOL Multiphysics, dla każdej z zaproponowanych konstrukcji. Zakres badań dotyczył rozkładu indukcji magnetycznej w otoczeniu każdej ze szczelin powietrznych. Otrzymane dane posłużą do opracowania konstrukcji wyrzutni magnetycznej mającej charakter płaskiego napędu liniowego.

1. WPROWADZENIE

Wyrzutnie magnetyczne są obecnie obiektami licznych badań i doświadczeń naukowych. Wiele ośrodków zajmuje się badaniami zarówno szynowych jak i cewkowych wyrzutni magnetycznych. W przypadku wyrzutni szynowych istnieje szereg problemów stojących na przeszkodzie szerszemu upowszechnieniu tej technologii. Jednym z głównych problemów jaki występuje przy tego typu wyrzutniach jest bardzo wysoki prąd (rzędu kilkudziesięciu kA) potrzebny do ich zasilania (Fair, 2007). Duże natężenie prądu, jaki musi przepływać przez styk łączący szyny z przewodzącą częścią pocisku, prowadzi do powstania wysokich temperatur i szybkiego zużycia poszczególnych podzespołów (Iwao i inni, 2005).



Rys. 1. Schemat impulsowej wyrzutni magnetycznej z magnetycznym napędem liniowym

Niniejszy artykuł dotyczy koncepcji budowy wyrzutni magnetycznej wykorzystującej cechę płaskiego napędu liniowego (Rys. 1). Rozwiązanie to polega na zastosowaniu zewnętrznego źródła pola magnetycznego oraz odpowied-

nie ukształtowanych uzwojeń umieszczonych wewnątrz szczeliny powietrznej obwodu magnetycznego. Stojan napędu liniowego składa się z szeregu umieszczonych po sobie obwodów magnetycznych. Uzwojenia będące integralną częścią elementu napędzanego zbudowane są w taki sposób, aby siła nadająca mu przyspieszenie pochodziła od dwóch sąsiednich obwodów magnetycznych (Rys. 1). Dzięki temu rozwiązaniu możliwe jest ograniczenie wartości prądu zasilającego wyrzutnię a przez to uzyskanie większej trwałości i powtarzalności urządzenia.

2. OBWODY MAGNETYCZNE ZE SZCZELINĄ POWIETRZNĄ

Siła napędowa nadająca przyspieszenie elementowi napędzanemu w przypadku wyrzutni magnetycznej z płaskim napędem liniowym jest siłą Lorentza (Bolkowski, 2007):

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \times \vec{B}), \quad (1)$$

gdzie: I – prąd przepływający przez przewód umieszczony w polu magnetycznym, $\vec{L}$ – wektor kolinearny z prądem, $\vec{B}$ – indukcja magnetyczna oddziałująca na przewód.

W przypadku klasycznej wyrzutni magnetycznej typu szynowego głównym parametrem odpowiedzialnym za generowanie wysokiej wartości siły napędowej jest natężenie prądu przepływającego przez obwód elektryczny.

Przepływ prądu, zgodnie z prawem Ampera, powoduje powstanie silnego pola magnetycznego wokół szyn. W układzie dwóch szyn z prądem (klasyczna wyrzutnia rail gun) wartość indukcji magnetycznej osiąga maksimum w bezpośrednim sąsiedztwie szyn a minimum w centrum obszaru pomiędzy szynami (Gosiewski i Kłoskowski, 2009). Zewnętrzne źródło pola magnetycznego pozwala na

utrzymanie siły napędowej przy proporcjonalnym zmniejszeniu wartości prądu elektrycznego (Gosiewski i Kłoskowski, 2008). Kolejnym sposobem na zwiększenie wartości siły Lorentza jest zastosowanie wielokrotnego przepływu prądu przez daną przestrzeń, w której występuje pole magnetyczne (szczelinę powietrzną). Można to zrealizować za pomocą odpowiednio ukształtowanych uzwojeń znajdujących się w „skrzydłach” elementu napędzanego (Rys. 1). Aby zrealizować w/w założenia konieczna jest konstrukcja odpowiednich obwodów magnetycznych zapewniających dostateczną wartość wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej.

Mając dane parametry magnesu trwałego takie jak indukcja remanencji oraz wymiary geometryczne zarówno magnesów jak i magnetowodów wykonanych z materiałów ferromagnetycznych o znanej przenikalności magnetycznej możemy wyznaczyć wartość indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej obwodu. W tym celu można wykorzystać prawo Kirchhoffa dla obwodów magnetycznych (Bolkowski, 2007).

$$H_{Fe} l_{Fe} + H_m l_m + H_p l_p = 0, \quad (2)$$

gdzie: H_{Fe} – natężenie pola magnetycznego w magnetowodzie, l_{Fe} – średnia długość linii pola magnetycznego przebiegających przez magnetowód, $H_p l_p$ – wartości odnoszące się do szczeliny powietrznej, $H_m l_m$ – wartości odnoszące się do magnesu trwałego.

W przypadku, obwodów magnetycznych, w których długość szczeliny powietrznej jest pięciokrotnie mniejsza od krótszego boku przekroju poprzecznego szczeliny, równanie (2) można rozwiązać wykorzystując zasadę ciągłości strumienia, co jest jednoznaczne z pominięciem strumienia rozproszenia (Bolkowski, 2007).

$$B_n S_n = const, \quad (3)$$

gdzie: B_n – indukcja magnetyczna danego elementu, S_n – pole przekroju poprzecznego danego elementu.

W przypadku, gdy wymagana jest zarówno analiza strumienia rozproszenia dla danego obwodu magnetycznego jak i dokładny rozkład indukcji magnetycznej w pewnym obszarze otaczającym badany obwód, obliczenia analityczne stają się znacznie bardziej skomplikowane. Aby rozwiązać dany problem można posłużyć się specjalistycznym oprogramowaniem bazującym na metodzie elementów skończonych (np.: COMSOL Multiphysics).

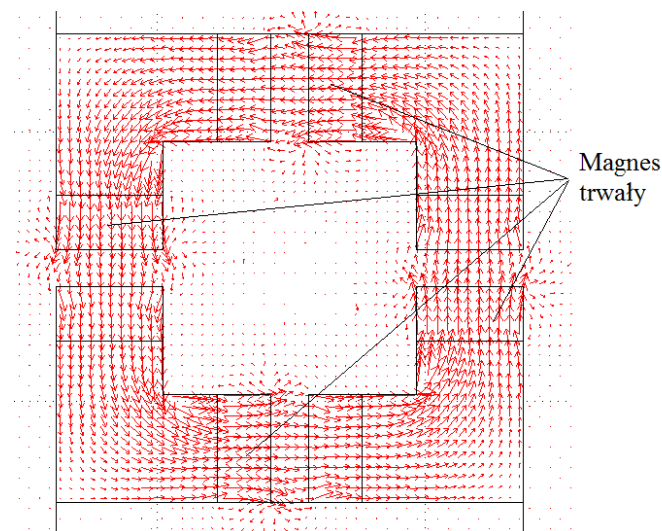
3. ANALIZA SYMULACYJNA

Badania symulacyjne przeprowadzono dla trzech rozwiązań konstrukcyjnych obwodów magnetycznych z uwzględnieniem ograniczeń wymagających montażu całości konstrukcji oraz jej zamocowania.

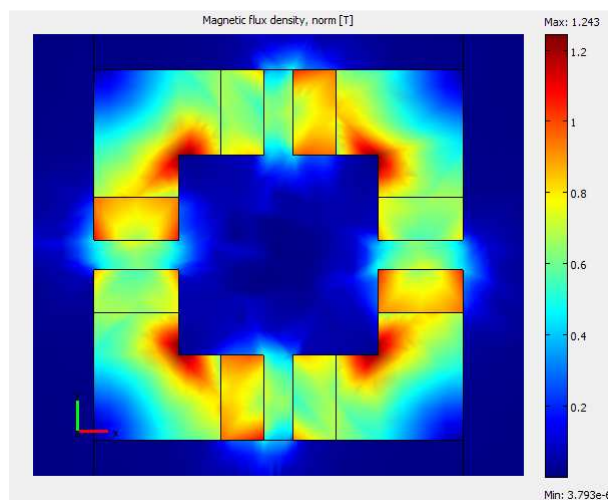
Analizie porównawczej poddano wartości indukcji magnetycznej w określonych punktach szczeliny powietrznej. Do analiz wykorzystano następujące obwody magnetyczne:

- pojedynczy obwód magnetyczny – magnesy i magnetowody tworzą w przekroju zarys kwadratu, wzdłuż którego przebiega strumień magnetyczny (Rys. 2÷3);

- podwójny obwód magnetyczny – obwód rozgałęziony, gdzie strumień magnetyczny przechodzący przez pierwszy magnes ulega rozgałęzieniu w dwóch prostopadłych do siebie kierunkach, a następnie skupieniu przed drugim magnesem (Rys. 4÷5);
- poczwórny obwód magnetyczny – cztery oddzielne obwody magnetyczne, każdy z niezależnym magnesem trwałym (Rys. 6÷7).



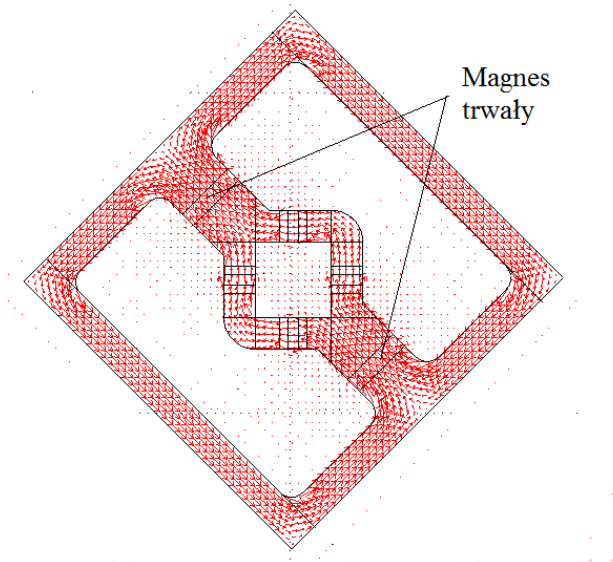
Rys. 2. Przebieg linii pola magnetycznego pojedynczego obwodu magnetycznego



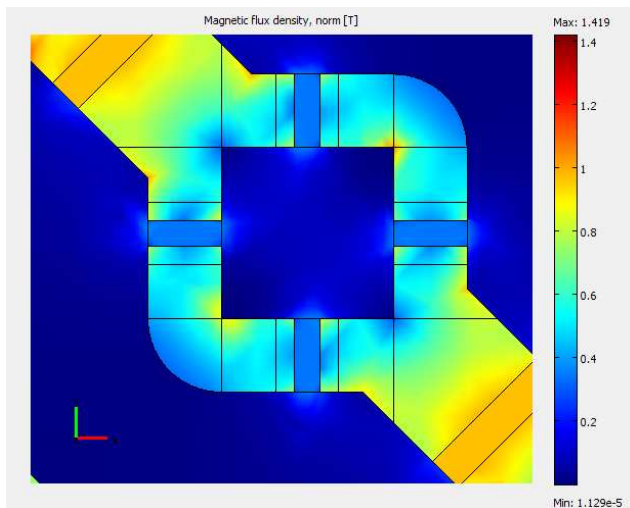
Rys. 3. Rozkład indukcji magnetycznej wokół pojedynczego obwodu magnetycznego

Aby warunki analizy były porównywalne wymiary i rozkład szczelin powietrznych jest jednakowy dla każdej konstrukcji. Zastosowano również porównywalne źródła strumienia magnetycznego jakimi są neodymowe magnesy płytkowe wykonane z materiału N38 o indukcji remanencji $B_r=1,2$ [T] oraz następujących wymiarach:

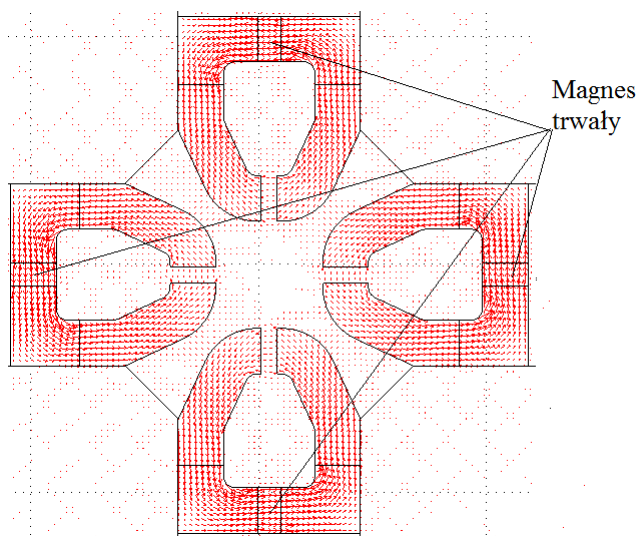
- pojedynczy obwód magnetyczny – 4 magnesy 80x20x10mm;
- podwójny obwód magnetyczny – 2 magnesy 80x40x10mm;
- poczwórny obwód magnetyczny – 4 magnesy 80x20x10mm.



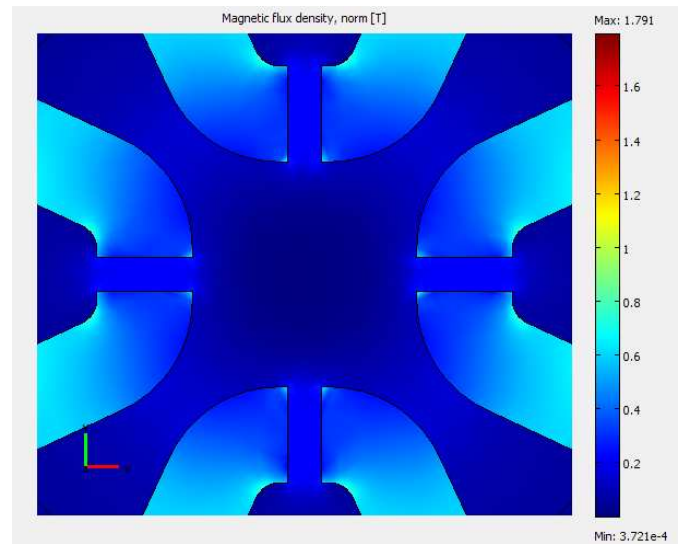
Rys. 4. Przebieg linii pola magnetycznego podwójnego obwodu magnetycznego



Rys. 5. Rozkład indukcji magnetycznej wokół szczelin powietrznych podwójnego obwodu magnetycznego

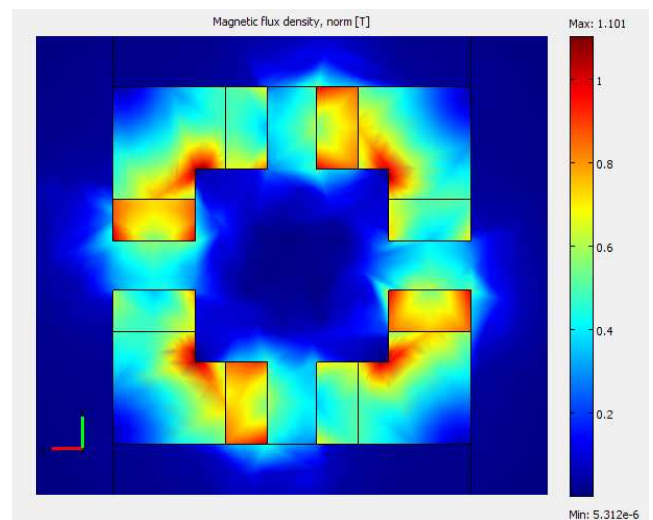


Rys. 6. Przebieg linii pola magnetycznego poczwórnego obwodu magnetycznego



Rys. 7. Rozkład indukcji magnetycznej wokół szczelin powietrznych poczwórnego obwodu magnetycznego

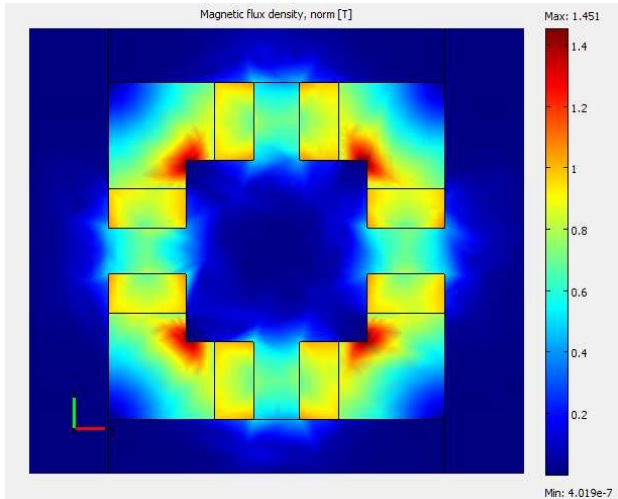
Każda z czterech szczelin powietrznych miała wysokość 7mm oraz przekrój 80x20mm. Pozostała część obwodu magnetycznego stanowi czyste żelazo techniczne o założonej stałej względnej przenikalności magnetycznej $\mu_r=4000$. Szerokość i długość magnetowodu odpowiada wymiarom geometrycznym magnesu trwałego.



Rys. 8. Rozkład indukcji magnetycznej wokół pojedynczego obwodu magnetycznego dla szczeliny powietrznej o długości 15mm i czterech magnesów trwałych

Na podstawie przedstawionych powyżej analiz można stwierdzić, że pojedynczy obwód magnetyczny charakteryzuje się najwyższą wartością pola magnetycznego wewnątrz szczelin powietrznych (Tab. 1). Kolejną zaletą pojedynczego obwodu magnetycznego jest stosunkowo łatwy sposób na dodatkowe zwiększenie pola magnetycznego w szczelinie powietrznej poprzez zastosowanie kolejnych czterech magnesów. Następnym etapem analiz pojedynczego obwodu magnetycznego było sprawdzenie, w jakim stopniu możliwe jest zwiększenie długości szczeliny powietrznej przy zastosowaniu dodatkowych magnesów trwałych. Zwiększona wysokość szczeliny powietrznej pozwala

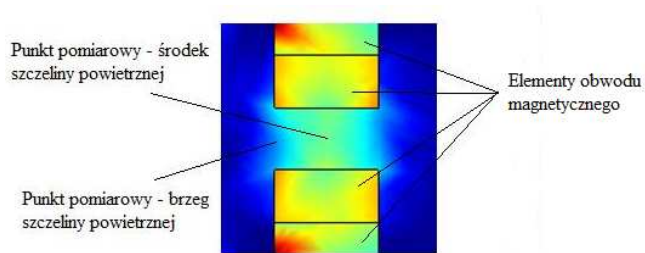
na umieszczeniu wewnątrz niej elementu nieferromagnetycznego (np. ceownika aluminiowego) służącego do dodatkowego przytwierdzenia magnesów do magnetowodu oraz jednoznacznego określenia przestrzeni, w której może poruszać się pocisk. Symulację tej konfiguracji obwodu przedstawiają Rys. 8÷9.



Rys. 9. Rozkład indukcji magnetycznej wokół pojedynczego obwodu magnetycznego dla szczeliny powietrznej o długości 15mm oraz ośmiu magnesów trwałych

4. INTERPRETACJA UZYSKANYCH WYNIKÓW

Na podstawie przeprowadzonych analiz poszczególnych obwodów magnetycznych wyznaczone zostały wartości indukcji magnetycznej w założonych punktach pomiarowych. Dodatkowo wyznaczona została składowa indukcji magnetycznej o kierunku prostopadłym do kierunku prądu płynącego przez uzwojenia pocisku. Odczyt poszczególnych wartości dokonano w środku szczeliny tzn. połowie jej wysokości dla środka i brzegu przekroju szczeliny (Rys. 10).



Rys. 10. Miejsca wyznaczenia wartości indukcji magnetycznej

Na podstawie wyników przedstawionych w Tab. 1 można wywnioskować, że zastosowanie pojedynczego obwodu magnetycznego pozwala na uzyskanie znacznie wyższych wartości indukcji magnetycznej w poszczególnych punktach pomiarowych w porównaniu do pozostałych konfiguracji (Tab. 1).
Wprowadzenie dodatkowych magnesów, w przypadku obwodów ze zwiększoną szczeliną powietrzną, znacząco zwiększyło indukcję w środkowym punkcie pomiarowym,

natomiast indukcja na brzegu szczeliny pozostała na porównywalnym poziomie (Tab. 2). Należy również zwrócić uwagę na fakt, iż konfiguracja pojedynczego obwodu magnetycznego ze szczeliną 7 mm i czterema magnesami trwałymi charakteryzuje się podobnymi własnościami jak obwód ze zwiększoną szczeliną powietrzną oraz ośmioma magnesami.

Tab. 1. Wyniki analiz indukcji magnetycznej zaproponowanych konstrukcji obwodów magnetycznych

Rodzaj obwodu magnetycznego	Pojedynczy obwód magnetyczny	Podwójny obwód magnetyczny	Poczwórny obwód magnetyczny
Badana wielkość oraz miejsce odczytu			
Indukcja magnetyczna w środku szczeliny [T]	0,64	0,341	0,21
Indukcja magnetyczna na brzegu szczeliny [T]	0,41	0,340	0,17
Składowa indukcji magnetycznej prostopadła do przepływu prądu w środku szczeliny [T]	0,64	0,341	0,21
Składowa indukcji magnetycznej prostopadła do przepływu prądu na brzegu szczeliny [T]	0,37	0,340	0,17

Tab. 2. Wyniki analiz indukcji magnetycznej pojedynczego obwodu magnetycznego ze zwiększoną szczeliną i dodatkowymi magnesami

Rodzaj obwodu magnetycznego	Pojedynczy obwód magnetyczny ze zwiększoną szczeliną	Pojedynczy obwód magnetyczny ze zwiększoną szczeliną oraz dodatkowymi magnesami
Badana wielkość oraz miejsce odczytu		
Indukcja magnetyczna w środku szczeliny [T]	0,46	0,70
Indukcja magnetyczna na brzegu szczeliny [T]	0,39	0,39
Składowa indukcji magnetycznej prostopadła do przepływu prądu w środku szczeliny [T]	0,46	0,69
Składowa indukcji magnetycznej prostopadła do przepływu prądu na brzegu szczeliny [T]	0,36	0,37

5. PODSUMOWANIE

Biorąc pod uwagę uzyskane rezultaty można stwierdzić, że konstrukcja oparta na pojedynczym obwodzie magnetycznym w najlepszym stopniu spełnia wymagania stawiane stojanowi impulsowego napędu liniowego. Wartość indukcji magnetycznej w obranych punktach pomiarowych jest w tym przypadku największa spośród rozpatrywanych konfiguracji, co przy porównywalnych wartościach źródeł strumienia magnetycznego świadczy o najmniejszej skłonności do rozpraszania strumienia. Wynika to z najkrótszej drogi jaką przebiegają linie pola magnetycznego oraz braku rozgałęzień, w których dochodzi do największego rozproszenia strumienia magnetycznego. Konstrukcja pojedynczego obwodu magnetycznego wymaga stosowania oddzielnych pętli uzwojeń dla każdej szczeliny powietrznej. Powyższy układ przedstawia Rys. 1. Dalsze prace prowadzone będą w kierunku wyznaczenia dokładnych wymiarów geometrycznych pojedynczego obwodu magnetycznego poprzez analizę wytrzymałościową poszczególnych elementów tworzących obwód magnetyczny oraz obiekt wyrzucany.

LITERATURA

1. **Bolkowski S.** (2007), Teoria obwodów elektrycznych, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
2. **Fair H. D.** (2007), Progress in Electromagnetic Launch Science and Technology, *IEEE Transaction on Magnetism*, Vol/ 43, No. 1.
3. **Gosiewski Z, Kłoskowski P.** (2008) – Wspomaganie Działania Wyrzutni Magnetycznej Magnesami Trwałymi, *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej*, Vol. LVII 3 (651).
4. **Gosiewski Z, Kłoskowski P.** (2009), Static Model of a Rail Launcher, *Solid State Phenomena*, Vol. 147÷149.
5. **Iwao T., Nemoto A, Yumoto M., Inaba T.** (2005), Plasma Image Processing of High Speed Arc Movement in a Rail-Gun, *IEEE Transaction on Magnetism*, Vol. 33, No. 2.
6. **COMSOL**, Multiphysics User's Guide, (2008), Ver. 3.5a.

SIMULATION ANALYSIS OF SELECTED CONSTRUCTIONS OF MAGNETIC CIRCUITS AS STATORS OF A FLAT LINEAR IMPULSE MOTOR

Abstract: This paper presents the analysis of different constructional solutions of the magnetic circuit which can be used as a stator of a flat linear impulse drive. The three configurations of magnetic circuits were considered. Each of magnetic circuits has four air gaps inside which the acceleration of windings of a driven element is possible. The analysis of each constructions of magnetic circuits were made by comparison of simulation results which were obtained by using the COMSOL Multiphysics software. The scope of works included the analysis of the magnetic flux density in the neighbourhood of each air gaps. The obtained data will be used to get the design concept of the magnetic launcher having the character of a flat linear motor.

WPŁYW STAŁYCH MATERIAŁOWYCH NA ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ Q PRZED WIERZCHOŁKIEM PĘKNIĘCIA W MATERIAŁACH SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNYCH DLA PŁYTY Z CENTRALNĄ SZCZELINĄ PODDANEJ ROZCIĄGANIU

Marcin GRABA*

*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Świętokrzyska, ul. 1000-lecia PP 7, 25-314 Kielce

mgraba@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy przedstawione zostaną wartości naprężeń Q wyznaczone dla szeregu materiałów sprężysto-plastycznych dla płyt zawierających centralną szczelinę na wskroś poddawanych rozciąganiu (CC(T)). Te elementy konstrukcyjne często są wykorzystywane w analizie inżynierskiej jako uproszczenie złożonego obiektu konstrukcyjnego – np. procedury FITNET. Omówiony zostanie wpływ granicy plastyczności i wykładnika umocnienia na wartość naprężeń Q , a także wpływ długości pęknięcia. Wyniki obliczeń numerycznych aproksymowano formułami analitycznymi. Rezultaty pracy stanowią podręczny katalog krzywych J - Q dla próbek CC(T), możliwy do wykorzystania w praktyce inżynierskiej.

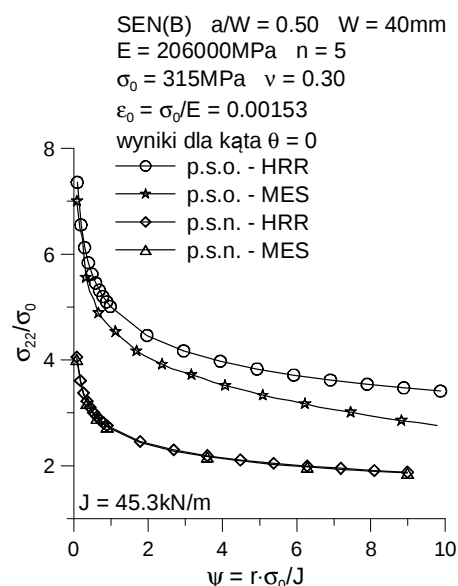
1. WSTĘP TEORETYCZNY

Budując kryteria pęknięcia dla materiałów sprężysto-plastycznych opiera się je na całce J , zakładając, że parametr ten kontroluje obszar, w którym zachodzi proces pęknięcia. Rozkład naprężeń w takiej sytuacji opisuje się podanym w 1968 roku rozwiązaniem HRR (Hutchinson, 1968), (Rice, Rosengren, 1968):

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{1+n}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) \quad (1)$$

gdzie: i, j – oznaczają kolejne elementy tensora naprężeń, J – całka J , σ_0 – granica plastyczności, ε_0 – odkształcenie odpowiadające granicy plastyczności ($\varepsilon_0 = \sigma_0/E$), E – moduł Young'a, n – wykładnik potęgowy w prawie Ramberga-Osgood'a (R-O), α – stała materiałowa w związku R-O, I_n – wielkość zależna od materiału poprzez wykładnik n oraz od sposobu obciążenia oraz grubości próbki decydującej o tym, czy mamy do czynienia z płaskim stanem naprężeń (p.s.n.) lub płaskim stanem odkształcenia (p.s.o.), $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n)$ – funkcje zależne od materiału przez wykładnik potęgowy n i kąt θ oraz od grubości próbki w zależności od faktu czy rozważa się p.s.n. czy p.s.o.

Rozwiązanie to zawiera jedynie pierwszy człon nieskończonego szeregu, ponieważ podczas analizy z pełną świadomością zrezygnowano z członów wyższego rzędu. Obliczenia numeryczne pokazały jednak, że wyniki uzyskane na podstawie pola HRR mogą się znacznie różnić od rzeczywistości (Rys. 1). Najprostszym uzasadnieniem różnicy było nieuwzględnienie wpływu członów wyższego rzędu. Aby ją zlikwidować należało wykorzystać większą ilość elementów w rozwinięciu HRR.



Rys. 1. Porównanie rozkładów naprężeń rozwierających powierzchnie pęknięcia określonych rozwiązaniem HRR z wynikami MES dla obliczeń dwuwymiarowych na przykładzie próbki SEN(B) dla przypadku p.s.o. oraz p.s.n.

Krok dalej w porównaniu do Hutchinson'a wykonany został przez Li i Wang (Li, Wang, 1985), którzy wykorzystali funkcję Airy'ego złożoną z pierwszych dwóch członów. W efekcie uzyskali oni drugi człon dla dwóch materiałów o $n=3$ i $n=10$, a następnie wyniki porównali z polem HRR i obliczeniami MES. Analiza ich dowiodła, że uwzględnienie drugiego członu przybliża wyniki do obliczeń numerycznych i nawet, jeśli pojawiają się rozbieżności to są one w odległości większej niż w przypadku jednoczłonowego opisu. Pierwsze dwa człony rozwinięcia znacznie

dokładniej opisują pole naprężenia w okolicy samego wierzchołka pęknięcia, a wartość drugiego członu dość silnie zależy od własności materiału i geometrii próbki.

Pełną formę rozwiązania, a właściwie pierwsze najbardziej znaczące i fizycznie uzasadnione elementy rozwinięcia i sposób ich uzyskania zaprezentowali Yang, Chao i Sutton (Yang i inni, 1993). Autorzy przyjęli podobnie jak Hutchison funkcję Airy'ego o rozdzielonych zmiennych, jednak ich funkcja była nieskończonym szeregiem. W tej sytuacji naprężenia przed wierzchołkiem pęknięcia przedstawia się w postaci szeregu:

$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0} = \sum_{k=1}^{+\infty} A_k \bar{r}^{s_k} \tilde{\sigma}_{ij}^{(k)}(\theta), \quad (2)$$

gdzie: σ_{ij} – kolejne składowe tensora naprężenia, $\tilde{\sigma}_{ij}^{(k)}$ – funkcje naprężeń uzyskiwane z rozwiązania równania różniczkowego dla kolejnych członów rozwinięcia asymptotycznego, s_k – wykładniki potęgowe dla kolejnych członów rozwinięcia asymptotycznego uzyskiwane w wyniku rozwiązania równania różniczkowego, $\bar{r}$ – znormalizowana odległość od wierzchołka pęknięcia ($\bar{r} = r/(J/\sigma_0)$), A_k – amplitudy dla kolejnych członów rozwinięcia asymptotycznego wyznaczone poprzez dopasowanie wyrażenia (2) do wyników uzyskanych drogą obliczeń numerycznych w obszarze bliskim wierzchołkowi pęknięcia, w którym znany jest rozkład naprężeń.

Ograniczając się jedynie do trzech pierwszych członów (takie podejście jest zazwyczaj stosowane), naprężenia wyraża się jako:

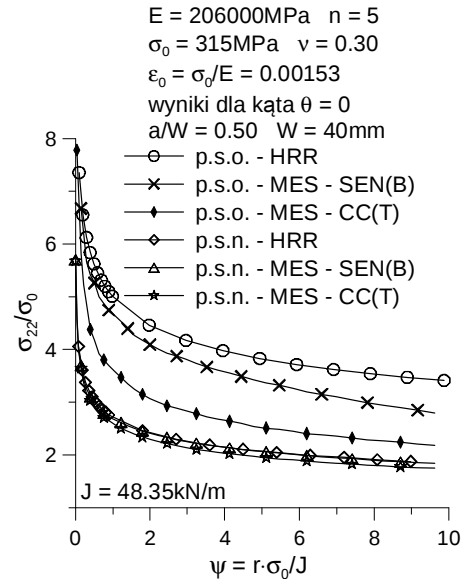
$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0} = A_1 \bar{r}^s \tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}(\theta) + A_2 \bar{r}^t \tilde{\sigma}_{ij}^{(2)}(\theta) + \frac{A_2^2}{A_1} \bar{r}^{2t-s} \tilde{\sigma}_{ij}^{(3)}(\theta), \quad (3)$$

gdzie: σ_{ij} – kolejne składowe tensora naprężenia, $\tilde{\sigma}_{ij}^{(k)}$ – funkcje naprężeń uzyskiwane z rozwiązania równania różniczkowego kolejno dla trzech członów rozwinięcia asymptotycznego, s – teoretycznie znany wykładnik potęgowy znany z rozwiązania HRR dla pierwszego członu rozwinięcia asymptotycznego (oblicza się go jako $s = -1/(n+1)$), t – wykładnik potęgowy wyznaczany numerycznie podczas rozwiązywania równania różniczkowego dla drugiego członu rozwinięcia asymptotycznego, $\bar{r}$ – znormalizowana odległość od wierzchołka pęknięcia ($\bar{r} = r/(J/\sigma_0)$), A_1 – amplituda pierwszego członu rozwinięcia asymptotycznego ($A_1 = (\alpha \epsilon_0 I_n)^{-1/(n+1)}$), A_2 – amplituda charakterystyczna dla drugiego członu rozwinięcia, wyznaczana poprzez dopasowanie wyrażenia (3) do wyników uzyskanych drogą obliczeń numerycznych w obszarze bliskim wierzchołkowi pęknięcia, w którym znany jest rozkład naprężeń.

Uproszczone w stosunku do pomysłu Yanga, Chao i Sutton'a podejście, zastosowali Shih, O'Dowd i Kirk (Shih i inni, 1993). Uznali oni, że wyniki uzyskane za pomocą MES są dokładne i porównali różnice między nim, a polem HRR. Bazując na równaniu Sharpy i Aravas'a (Sharma i Aravas, 1991), zaproponowali oni opis pola naprężeń w postaci wzoru:

$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0} = \left(\frac{J}{\alpha \epsilon_0 \sigma_0 I_n r} \right)^{1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta; n) + Q \left(\frac{r}{J/\sigma_0} \right)^q \hat{\sigma}_{ij}(\theta; n), \quad (4)$$

gdzie: $\hat{\sigma}(\theta; n)$ – funkcje kąta i stałej materiałowej n określane numerycznie, q – wykładnik potęgowy, którego zmienność zawiera się w przedziale (0; 0.071), Q – parametr Q , będący amplitudą sumy wszystkich członów rozwinięcia poza członem HRR (powszechnie okreśłany mianem naprężen Q).



Rys. 2. Porównanie rozkładów naprężeń rozwierających powierzchnię pęknięcia określonych rozwiązaniem HRR z wynikami MES dla obliczeń dwuwymiarowych na przykładzie próbek CC(T) oraz SEN(B) dla przypadku p.s.o. oraz p.s.n.

W cyklu prac, O'Dowd i Shih (1991, 1992) przeprowadzili dokładne badania parametru Q w zakresie odległości od wierzchołka pęknięcia $J/\sigma_0 < r < 5J/\sigma_0$. Okazało się, że w badanym zakresie odległości od wierzchołka, element zawierający parametr Q słabo zależy od odległości oraz w zakresie kątów $\pm\pi/2$ zmienia się bardzo słabo. W rezultacie O'Dowd i Shih zaproponowali do opisu pola naprężeń przed frontem szczeliny w materiałach sprężysto-plastycznych równanie postaci:

$$\sigma_{ij} = (\sigma_{ij})_{HRR} + Q \sigma_0 \hat{\sigma}_{ij}(\theta). \quad (5)$$

Aby uniknąć niejednoznaczności przy wyznaczaniu wartości Q autorzy ustalili, w którym miejscu należy wyznaczyć wartość Q , zależy on bowiem nieznacznie od odległości. Stwierdzili, że najbardziej odpowiednim miejscem będzie punkt położony w odległości $r = 2J/\sigma_0$ na kierunku $\theta = 0$. Wybór kierunku, na którym dokonuje się pomiaru wartości Q również nie jest przypadkowy, aczkolwiek podyktowany przede wszystkim względami praktycznymi. O'Dowd i Shih zapostulowali aby funkcja $\hat{\sigma}_{\theta\theta}(\theta = 0)$ na kierunku $\theta = 0$ była równa jedności. Dzięki temu wartość Q można wyznaczyć z równania:

$$Q = \frac{(\sigma_{\theta\theta})_{MES} - (\sigma_{\theta\theta})_{HRR}}{\sigma_0} \text{ przy } \theta=0 \text{ i } \frac{r\sigma_0}{J} = 2 \quad (6)$$

gdzie: $(\sigma_{\theta\theta})_{MES}$ – wartość naprężeń wyznaczona numerycznie, $(\sigma_{\theta\theta})_{HRR}$ – wartość naprężeń wynikająca z rozwiązania HRR.

Badania O'Dowda i Shih obejmujące wszystkie składowe tensora naprężenia (przy założeniu p.s.o) pokazały inną właściwość naprężeń Q . Okazało się bowiem, że w badanym obszarze w zakresie $\theta=\pm\pi/4$ zachodzą równości $Q\hat{\sigma}_{\theta\theta} \approx Q\hat{\sigma}_{rr}$ i $\hat{\sigma}_{\theta\theta}/\hat{\sigma}_{rr} \approx 1$ natomiast $Q\hat{\sigma}_{r\theta} \ll Q\hat{\sigma}_{\theta\theta}$, a właściwie $Q\hat{\sigma}_{r\theta} \approx 0$, co oznacza, że wartość Q wyznacza poziom trójosiowości naprężeń.

W przypadku p.s.n. parametr Q przyjmuje wartości równe lub bardzo bliskie zeru, natomiast dla przypadku p.s.o. parametr ten przyjmuje wartości na ogół mniejsze od zera (Rys. 2).

2. ZAKRES STOSOWALNOŚCI OPISU J - Q

Opisując rozkład naprężeń przed wierzchołkiem pęknięcia w materiałach sprężysto-plastycznych można skorzystać z powszechnie stosowanego rozwiązania HRR (1), jednakże otrzymany wynik będzie dość zawyżony w stosunku do wyników numerycznych. Wykorzystując obliczenia numeryczne, można wyznaczyć parametr Q , a naprężenia przed wierzchołkiem pęknięcia wyznaczyć zgodnie z formułą (5). Wynik dzięki temu stanie się dokładniejszy, a inżynier uwzględni wpływ płaskich więzów na rozkład i wartość naprężeń przed wierzchołkiem szczeliny. O ile wpływ ten w p.s.o. odkształcenia okazuje się być dość duży, to w p.s.n. go nie ma, bądź jest wręcz znikomy, pomijalnie mały.

Wykorzystując rozwiązanie HRR lub podejście O'Dowd'a i jego naprężenia Q , należy pamiętać, że prowadzone modelowanie jest w dużym stopniu konserwatywne. Modelując próbkę, zakłada się, że jest ona bardzo cienka i spełnia wtedy wymogi p.s.n., albo jest bardzo gruba i spełnia wymogi p.s.o ($B=1m$).

Podobnie rzecz się ma w przypadku wieloczołowego opisu pól naprężeń przed wierzchołkiem szczeliny (wzór (3), gdzie również modelowanie opiera się na stanach płaskich, jednak jest nieco bardziej skomplikowanej wymaga nieco dłuższej analizy (Yang i inni, 1993).

Przeprowadzone w latach 90 analizy dowiodły przewagi wieloczołowego opisu pól naprężeń przed wierzchołkiem pęknięcia nad podejściem O'Dowd'a z wykorzystaniem naprężeń Q . Jak pokazano to w szeregu prac, wyznaczana w rozwiązaniu wieloczołowym amplituda A_2 jest w przeciwieństwie do naprężeń Q prawie niezależna od miejsca jej wyznaczania. Jednak jak wspomniano powyżej, stosowanie tego typu opisu może być uciążliwe. Teoria zaproponowana przez O'Dowd'a okazuje się być „przyjemniejsza” w stosowaniu, o ile zna się wartość naprężeń Q przed wierzchołkiem pęknięcia. Owa łatwość w użyciu przemawia na korzyść teorii O'Dowd'a, która znalazła zastosowanie w takich programach europejskich jak SINTAP (1999) i FIT-NET (2006) w budowie kryteriów pęknięcia i ocenie odpor-

ności na pękanie elementów konstrukcyjnych. Teoria O'Dowd'a znalazła zatem praktyczne zastosowanie w zagadnieniach inżynierskich.

Jednakże czasami stosowalność jej okazuje się być ograniczona, ze względu na brak wartości naprężeń Q dla danego materiału i próbki. Stosując proponowane przez O'Dowd'a (1995) lub innych autorów (Neimitz i inni, 2007) kryteria pęknięcia wykorzystujące naprężenia Q , szybko można oszacować wytrzymałość na pękanie danego elementu konstrukcyjnego. Jednak w tym celu niezbędna jest znajomość naprężeń Q .

Literatura nie podaje katalogów i wartości naprężeń Q w funkcji zewnętrznego obciążenia, rodzaju materiału lub geometrii próbki. W nielicznych pracach można znaleźć jedynie wykresy krzywych $Q=f(J)$ dla pewnej grupy materiałów. Najlepszym rozwiązaniem byłoby stworzenie katalogu krzywych $Q=f(J)$ dla materiałów opisanych różną granicą plastyczności σ_0 oraz wykładnikiem potęgowym n w prawie R-O. Katalog taki powinien uwzględniać także wpływ obciążenia zewnętrznego, rodzaj tego obciążenia (próbka zginana czy próbka rozciągana), a także geometrię próbki. Autor niniejszego opracowania, w ramach przygotowywania własnej dysertacji, stworzył katalog trajektorii J - Q dla próbek trójpunktowo zginanych (SEN(B)), wykorzystywanych w warunkach laboratoryjnych do wyznaczenia krytycznych wartości całki J , która może być przy spełnieniu pewnych warunków uznawana za stałą materiałową. Katalog ten zaprezentowano w szeregu prac autora niniejszego opracowania: Graba (2007a, b, c, 2008). Jednakże, jak wiadomo, w zagadnieniach inżynierskich mamy do czynienia z elementami konstrukcyjnymi z przewagą zginania (modelem może być tu właśnie próbka SEN(B)) oraz z elementami z przewagą rozciągania (co można modelować w postaci płyty z centralną szczeliną CC(T) lub płyty z jednostronną szczeliną - SEN(T)).

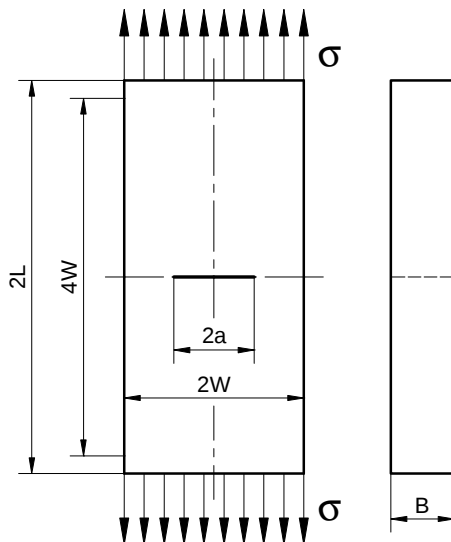
Niniejsze opracowanie, praca stanowi próbę stworzenia takiego katalogu lub przedstawienia wyników w postaci graficznej, dla próbek z przewagą rozciągania, a także o ile okaże się to możliwe opisu uzyskanych wyników wzorami analitycznymi.

3. SZCZEGÓŁY OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

W analizie numerycznej wykorzystano płytę z centralną szczeliną na wskroś poddawaną rozciąganiu (CC(T)) – Rys. 3, których wymiary były zgodne z powszechnie zakładanym w obliczeniach MES warunkiem $L \geq 2W$. Podobnie jak miało to miejsce w przypadku próbek SEN(B) wszystkie obliczenia prowadzono przy założeniu p.s.o. i małych odkształceń. Modelowaniu poddawano próbki o czterech względnych długościach pęknięcia i szerokości $2W=80mm$ (Tab. 1). Wybór próbki z centralną szczeliną na wskroś poddawanej rozciąganiu podyktowany był faktem częstej idealizacji złożonych elementów konstrukcyjnych zawierających defekt do takiej właśnie postaci.

Obliczenia numeryczne dla próbek CC(T) wykonano również przy pomocy programu ADINA SYSTEM 8.4 (ADINA 8.4.1, 2006a) oraz (ADINA 8.4.1. 2006b), a obciążenie przykładano do powierzchni swobodnej płyty.

Ze względu na symetrię modelowano ćwiartkę próbki, przykładając do wybranych krawędzi odpowiednie warunki brzegowe. W modelowaniu wykorzystano standardowe dziewięciowęzłowe elementy typu „PLANE STRAIN”. Obszar przywierzchołkowy o promieniu równym około 5 mm, podzielono na 36 elementów skończonych (ES), z których najmniejszy położony przy wierzchołku pęknięcia był 20 razy mniejszy od ostatniego. Oznaczało to, że element ten stanowił 1/2000 szerokości próbki W , a największy modelujący obszar przywierzchołkowy stanowił 1/100 szerokości próbki. Wierzchołek pęknięcia zamodelowano w postaci ćwiartki łuku o promieniu wynoszącym $r_w = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Okazał się on zatem 8000 razy mniejszy od szerokości próbki. Łuk ten podzielono na 7 równych części. Rys. 4 prezentuje model numeryczny próbki CC(T) wykorzystanej w programie badawczym wraz ze sposobem przyłożenia obciążenia i zadanymi warunkami brzegowymi. W sumie próbkę CC(T) zamodelowano z wykorzystaniem 323 ES, na które składało się 1353 węzłów. Całkowity czas obliczeń jednego modelu na komputerze wyposażonym w procesor INTEL PENTIUM IV HT 3,06GHz i pamięci operacyjnej 1024MB zajmował około 15 sekund.



Rys. 3. Geometria próbki z centralną szczeliną na wskroś poddanej rozciąganiu – CC(T)

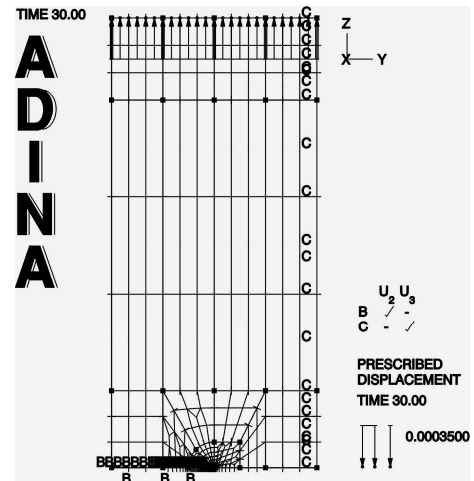
Tab. 1. Wymiary geometryczne próbek CC(T) stosowanych w programie badawczym

2W [mm]	4W [mm]	2L [mm]	a/W	a [mm]	b = (W - a) [mm]
80	160	176	0,20	8	32
			0,50	20	20
			0,70	28	12

W obliczeniach skorzystano z modelu materiału jednorodnego, izotropowego z warunkiem plastyczności Hubera–Missesa–Henckyego. Związek konstytutywny, opisujący poddany analizie materiał, opisany jest zależnością:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \begin{cases} \sigma/\sigma_0 & \text{dla } \sigma \leq \sigma_0 \\ \alpha(\sigma/\sigma_0)^n & \text{dla } \sigma > \sigma_0 \end{cases}, \quad (6)$$

założono, że stała $\alpha=1$.



Rys. 4. Przykładowy model próbki CC(T) wykorzystanej w analizie numerycznej

Analizę wykonano dla czterech grup materiałów, różniących się granicą plastyczności σ_0 . W każdej grupie wyróżniono cztery materiały różniące się wykładnikiem umocnienia n w prawie R-O, którego wartość ustalono tak, by obliczenia i analizę przeprowadzić dla materiałów silnie, średnio i słabo się umacniających (Tab. 2). Całkę J w trakcie obliczeń wyznaczano dwoma metodami. Pierwsza z nich związana jest z definicją całki J , a druga wykorzystuje wirtualny przyrost długości pęknięcia. Ostateczny wynik, jaki wykorzystano w obliczeniach był taki sam zarówno dla metody wirtualnego przyrostu jak i metody opartej na definicji całki J .

Tab. 2. Charakterystyka materiałów wykorzystanych w analizie numerycznej wraz z parametrami pola HRR dla p.s.o.

σ_0 [MPa]	E [MPa]	ν	$\varepsilon_0 = \sigma_0/E$	α	n	$\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta=0)$	I_n
315	206000	0.3	0,00153	1	3	1,94	5,51
500			0,00243		5	2,22	5,02
1000			0,00485		10	2,50	4,54
1500			0,00728		20	2,68	4,21

Łącznie w programie numerycznym wykorzystano 48 próbek CC(T) różniące się opisem materiału (różne σ_0 , różny n w prawie R-O) oraz długością pęknięcia (różna względna długość pęknięcia a/W).

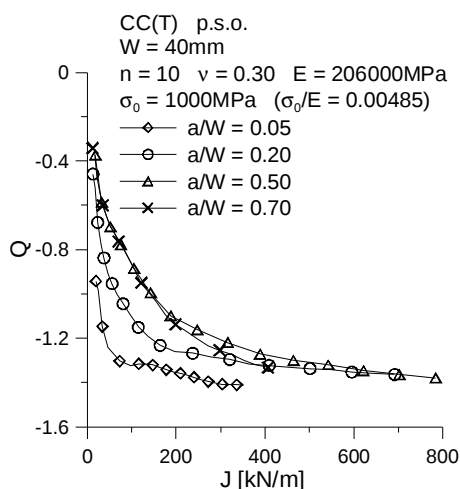
4. REZULTATY OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Analizę uzyskanych wyników numerycznych dla próbek CC(T) przeprowadzono dla zakresu odległości od wierzchołka pęknięcia $r=(1+6)J/\sigma_0$, a także w jak największym z możliwych zakresie zmian długości pęknięcia. Podsumowując uzyskane wyniki dla próbek z centralną szczeliną CC(T), można stwierdzić, że:

- wraz z oddaleniem się od wierzchołka pęknięcia naprężenia Q dla próbek CC(T) przyjmują coraz bardziej ujemne wartości (Rys. 5), jednakże różnice te są mniej-

sze niż było to widoczne dla próbek SEN(B) (Graba, 2008);

- wzrost obciążenia zewnętrznego zwiększa różnice pomiędzy wartościami naprężeń Q mierzonymi w kolejnych odległościach pomiarowych (Rys. 5);
- wraz ze wzrostem obciążenia zewnętrznego w pierwszym etapie trajektorii J - Q obserwuje się szybkie zmiany naprężeń Q , które są łagodniejsze dla dużych wartości obciążeń zewnętrznych (Rys. 5); w niektórych przypadkach dla dalszego wzrostu obciążenia zewnętrznego można obserwować nasycenie krzywych J - Q (Rys. 7).



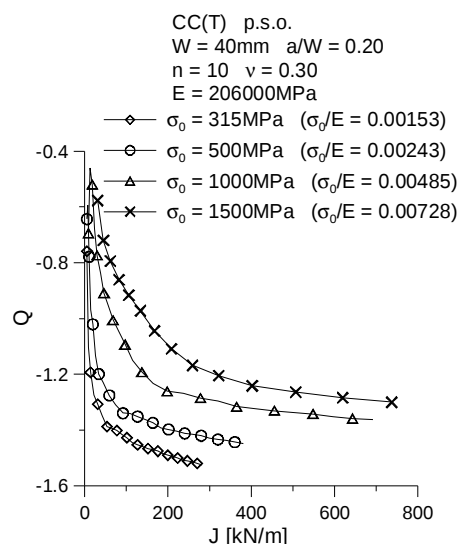
Rys. 5. „Rodzina krzywych Q ” dla próbek CC(T) zawierających pęknięcie o różnej długości

Ze względu na fakt, że w opisie pól naprężeń oraz w kryteriach pęknięcia wykorzystuje się wartości Q wyznaczone dla odległości $r=2J/\sigma_0$, dla próbek CC(T) można wysunąć podobne wnioski co dla próbek SEN(B):

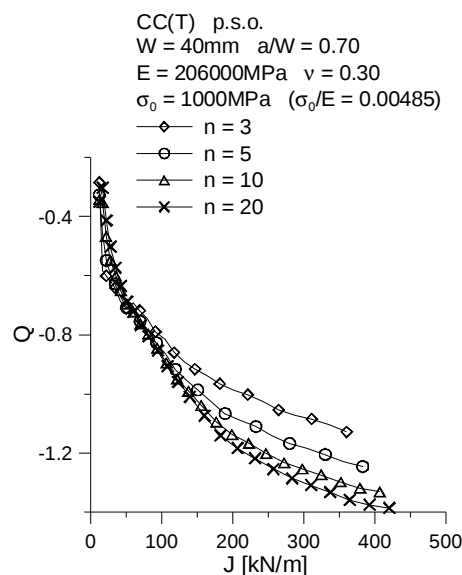
- wzrostowi granicy plastyczności towarzyszy wzrost wartości naprężeń Q (Rys. 7); znajduje to odzwierciedlenie w każdej grupie próbek o różnym stosunku a/W ;
- im mniejsza granica plastyczności, tym krzywe J - Q układają się niżej i obserwuje się szybsze zmiany naprężeń Q wraz ze wzrostem obciążenia zewnętrznego (Rys. 7);
- w przypadku mniejszej granicy plastyczności, nasycenie krzywych J - Q w próbkach CC(T) ma miejsce przy większym poziomie obciążenia zewnętrznego w stosunku do obciążenia;
- porównując rozkłady J - Q dla próbek CC(T) przy różnym ilorazie σ_0/E , daje się zauważyć, że największe różnice w przebiegu tych krzywych są charakterystyczne dla materiałów silnie się umacniających ($n=3$), a najmniejsze dla materiałów bardzo słabo się umacniających ($n=20$); wzrost długości pęknięcia sprawia, że różnice te nieco się zwiększają;
- dla próbek CC(T) obserwuje się inne zachowanie trajektorii J - Q w zależności od wartości wykładnika potęgowego n , niż dla próbek SEN(B) (Graba, 2008); w większości przypadków (różnej względnej długości pęknięcia a/W oraz różnej granicy plastyczności $\sigma_0/E \geq 0.00364$) im materiał silnie się umacnia (mniej-

sza wartość n), tym naprężenia Q przyjmują większą wartość (Rys. 8); dla małych granic plastyczności ($0.00153 \leq \sigma_0/E \leq 0.00200$) wraz ze wzrostem umocnienia materiału, poziom naprężeń Q maleje (Rys. 9); dla materiałów opisanych granicą plastyczności na poziomie $\sigma_0/E=0.00243$ różnice pomiędzy trajektoriami J - Q dla różnych wartości wykładnika umocnienia są stosunkowo niewielkie i obserwuje się wzajemne krzyżowanie i pokrywanie trajektorii J - Q (Rys. 10);

- im mniejsza długość pęknięcia, tym krzywe J - Q dla próbek CC(T) charakteryzują się szybszymi zmianami wraz ze wzrostem obciążenia zewnętrznego wyrażonego poprzez całkę J (Rys. 8);
- w przypadku próbek CC(T) z krótkimi pęknięciami, obserwuje się szybsze osiągnięcie poziomu nasycenia niż ma to miejsce dla próbek ze szczelinami normatywnymi ($a/W=0,50$) oraz szczelinami długimi ($a/W=0,70$).



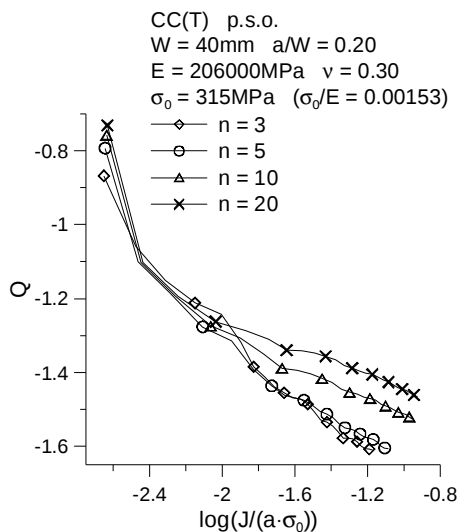
Rys. 6. Wpływ granicy plastyczności na rozkład krzywych J - Q w próbkach CC(T) ($a/W=0,20$, $n=10$)



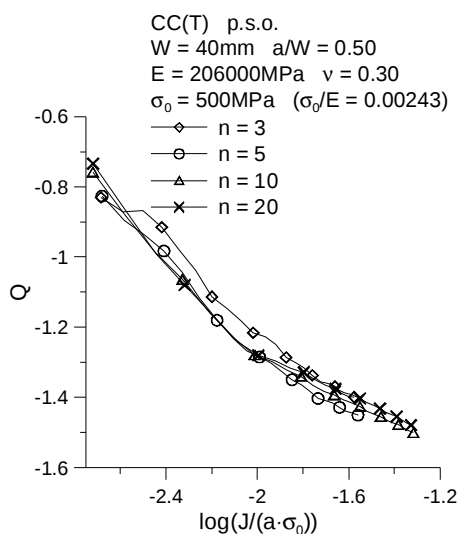
Rys. 7. Wpływ wykładnika umocnienia na rozkład krzywych J - Q w próbkach CC(T) ($a/W=0,70$, $\sigma_0/E=0,0485$)

5. APROKSYMACJA WYNIKÓW OBLICZEŃ

Jak już wspomniano powyżej, literatura nie podaje empirycznych zależności jak obliczyć naprężenia Q , uwzględniając poziom obciążenia zewnętrznego, charakterystykę materiałową, czy geometrię próbki. Przedstawiony w pracy program badawczy, dostarcza katalog w ogólnym wzorze (7) pozwalającym obliczyć naprężenia Q , które uwzględniają wszystkie wymienione czynniki, decydujące o poziomie parametru Q . Uzyskane w programie przebiegi $Q=f(\log(J/(a \cdot \sigma_0)))$ zostały opisane prostymi wzorami analitycznymi uwzględniającymi zarówno geometrię próbki, poziom obciążenia zewnętrznego oraz charakterystykę materiału. Aproksymacji poddano wartości parametru Q wyznaczone w odległości $r=2J/\sigma_0$.



Rys. 8. Wpływ wykładnika umocnienia n w prawie R-O na rozkład trajektorii $Q=f(\log(J/(a \cdot \sigma_0)))$ w próbkach CC(T) ($a/W=0,20$; $\sigma_0=315\text{MPa}$)



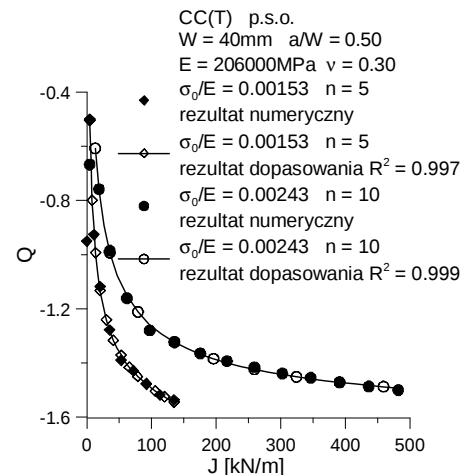
Rys. 9. Wpływ wykładnika umocnienia n w prawie R-O na rozkład trajektorii $Q=f(\log(J/(a \cdot \sigma_0)))$ w próbkach CC(T) ($a/W=0,50$; $\sigma_0=500\text{MPa}$)

Każdy z uzyskanych przebiegów $Q=f(\log(J/(a \cdot \sigma_0)))$, aproksymowano wielomianem III-go stopnia:

$$Q(J, a, \sigma_0) = A + B \cdot \left(\log \left(\frac{J}{a \cdot \sigma_0} \right) \right) + C \cdot \left(\log \left(\frac{J}{a \cdot \sigma_0} \right) \right)^2 + D \cdot \left(\log \left(\frac{J}{a \cdot \sigma_0} \right) \right)^3 \quad (7)$$

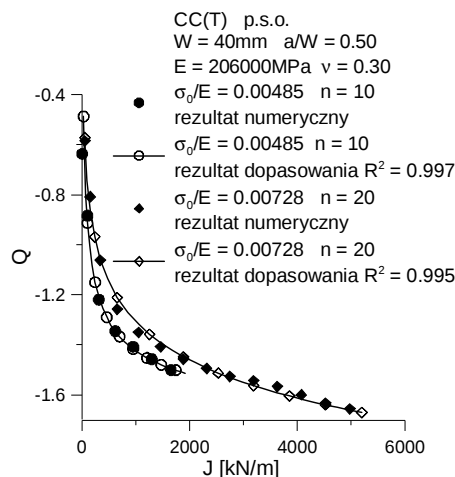
gdzie współczynniki A, B, C, D są funkcją wykładnika n , granicy plastyczności σ_0 oraz względnej długości pęknięcia oznaczanej przez a/W .

Wyniki aproksymacji przedstawiono w tabelach 3-5. O ile w przypadku próbek SEN(B) (Graba, 2008) można w trakcie aproksymacji wyników numerycznych obserwować identyczną tendencję zmian wartości współczynników wielomianu dla różnych długości pęknięcia i granic plastyczności, to w przypadku omawianych teraz próbek CC(T) nie jest możliwe proste opisanie zmian współczynników wraz ze zmianą wykładnika potęgowego n bądź granicy plastyczności σ_0 . Z tego względu w niniejszej pracy autor nie podaje dalszych formuł opisujących zmiany współczynników wielomianu w zależności od stałych materiałowych, czy geometrii próbki.



Rys. 11. Porównanie rezultatów obliczeń numerycznych i ich aproksymacji wzorami analitycznymi dla przebiegu trajektorii J - Q dla próbek CC(T): $a/W=0,50$, $\sigma_0=\{315, 500\}\text{MPa}$, $n=\{5, 10\}$

Stopień dopasowania krzywych w najgorszym przypadku wynosił $R^2=0,94$ i charakteryzował próbki CC(T) z bardzo krótkimi szczelinami, tj. $a/W=0,05$, dla których wyniki nie są prezentowane w niniejszej pracy. Dla pozostałych próbek CC(T), zawierających szczeliny o względnej długości a/W ze zbioru $\{0,20; 0,50; 0,70\}$, współczynnik korelacji R^2 opisujący stopień dopasowania był większy od 0,99. Prowadząc opis matematyczny uzyskanych wyników numerycznych zwracano uwagę na fakt zachowania charakteru jakościowego trajektorii $Q=f(\log(J/(a \cdot \sigma_0)))$, ze względu na możliwość wykorzystania proponowanych formuł do wyznaczenia naprężeń Q dla obciążeń nie uwzględnionych w programie badawczym.



Rys. 11. Porównanie rezultatów obliczeń numerycznych i ich aproksymacji wzorami analitycznymi dla przebiegu trajektorii J - Q dla próbek CC(T): $a/W=0,50$, $\sigma_0=\{1000, 1500\}\text{MPa}$, $n=\{10, 20\}$

Chcąc wyznaczyć naprężenia Q dla próbki CC(T) opisanej stałymi materiałowymi nie uwzględnionymi w programie badawczym, lub zawierającej pęknięcie o długości spoza zbioru wybranych do analizy, można wykorzystać podane w dysertacji wyniki numeryczne lub wielomiany aproksymacyjne dla dwóch lub więcej przypadków pasujących do zadanego, a poszukiwaną wartość wyznaczyć wykorzystując liniową lub kwadratową aproksymację uzyskanych danych.

Tab. 3. Współczynniki dopasowania równania (7) do wyników numerycznych dla próbek SEN(B) o $a/W=0,20$

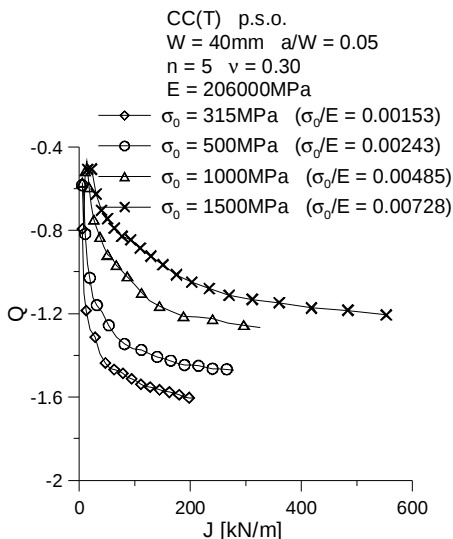
$\sigma_0 = 315\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00153$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-3,40016	-2,97172	-1,63678	-0,33292	0,995
5	-2,81279	-2,11444	-1,22345	-0,26738	0,990
10	-2,23934	-1,40529	-0,89907	-0,21962	0,999
20	-2,13638	-1,32808	-0,84394	-0,20595	1,000
$\sigma_0 = 500\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00243$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-2,27413	-1,18967	-0,58590	-0,13421	0,992
5	-2,29981	-1,38659	-0,81232	-0,19438	0,997
10	-2,42665	-1,88288	-1,19659	-0,27781	0,998
20	-2,57462	-2,29845	-1,48745	-0,33839	0,997
$\sigma_0 = 1000\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00485$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-3,65130	-3,39214	-1,55538	-0,26722	0,973
5	-1,67933	-0,35103	-0,11710	-0,05261	0,995
10	-1,49619	-0,12541	-0,07218	-0,05963	0,997
20	-1,53751	-0,18282	-0,11915	-0,07285	0,991
$\sigma_0 = 1500\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00728$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-1,27982	0,01996	0,14503	0,01481	0,989
5	-1,41550	-0,01120	0,11191	-0,00153	0,994
10	-1,54844	-0,25319	-0,11256	-0,06390	0,993
20	-1,67907	-0,45441	-0,25880	-0,10071	0,994

Tab. 4. Współczynniki dopasowania równania (7) do wyników numerycznych dla próbek SEN(B) o $a/W=0,50$

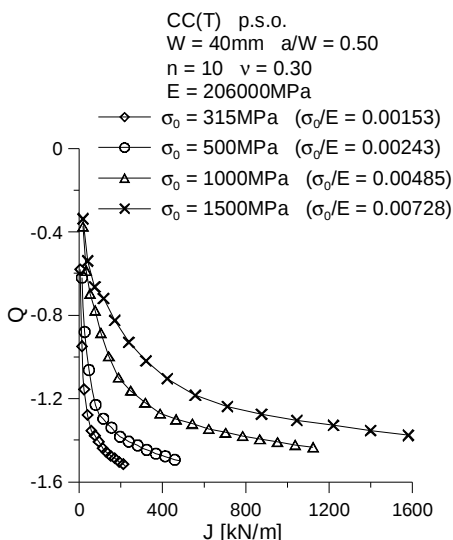
$\sigma_0 = 315\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00153$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-3,85021	-2,64950	-1,05024	-0,17336	0,990
5	-2,54684	-1,13625	-0,51015	-0,11358	0,997
10	-2,24656	-0,98456	-0,50146	-0,11605	0,997
20	-3,18413	-2,55066	-1,29798	-0,24468	0,996
$\sigma_0 = 500\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00243$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-3,55938	-2,47891	-0,95900	-0,15488	0,983
5	-0,96124	1,06111	0,56236	0,05471	0,998
10	-1,61943	-0,06732	-0,04079	-0,04818	0,999
20	-2,39669	-1,42289	-0,78360	-0,17829	0,999
$\sigma_0 = 1000\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00485$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-3,42176	-2,52110	-0,90895	-0,13071	0,977
5	-1,63674	0,01781	0,19411	0,01940	0,994
10	-1,68070	-0,08345	0,05407	-0,02520	0,997
20	-1,88835	-0,39917	-0,13029	-0,06196	0,996
$\sigma_0 = 1500\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00728$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-1,27394	-0,01699	0,04887	-0,01944	0,997
5	-1,57516	-0,02788	0,20193	0,03045	0,994
10	-1,94130	-0,43244	0,01182	-0,00341	0,994
20	-2,07357	-0,56398	-0,06157	-0,02087	0,995

Tab. 5. Współczynniki dopasowania równania (7) do wyników numerycznych dla próbek SEN(B) o $a/W=0,70$

$\sigma_0 = 315\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00153$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-3,39313	-1,86453	-0,70116	-0,12257	0,991
5	-1,86720	-0,11810	-0,07379	-0,05049	0,998
10	-3,70437	-2,86445	-1,35357	-0,24114	0,997
20	-5,11211	-4,87495	-2,27736	-0,37934	0,997
$\sigma_0 = 500\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00243$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-6,77352	-5,84374	-2,12683	-0,28448	0,981
5	-2,14513	-0,20561	0,07296	-0,00700	0,997
10	-2,09694	-0,47913	-0,18855	-0,06352	0,998
20	-2,21086	-0,88306	-0,48750	-0,12529	0,999
$\sigma_0 = 1000\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00485$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-2,93370	-1,54934	-0,40487	-0,04995	0,986
5	-2,16067	-0,26326	0,17639	0,02853	0,997
10	-2,42945	-0,26930	0,25072	0,04251	0,998
20	-2,39733	-0,11232	0,32626	0,05005	0,998
$\sigma_0 = 1500\text{MPa}$			$\sigma_0/E = 0,00728$		
n	A	B	C	D	R^2
3	-2,02517	-0,78494	-0,17842	-0,02840	0,992
5	-2,05092	-0,46715	0,02955	0,00524	0,989
10	-2,10385	-0,19800	0,21559	0,03379	0,992
20	-2,31937	-0,32264	0,19251	0,03093	0,996



Rys. 12. Wpływ granicy plastyczności σ_0 na rozkład $Q=f(J)$ w próbkach CC(T) $a/W=0,20$; $n=5$



Rys. 13. Wpływ granicy plastyczności σ_0 na rozkład $Q=f(J)$ w próbkach CC(T) $a/W=0,50$; $n=10$

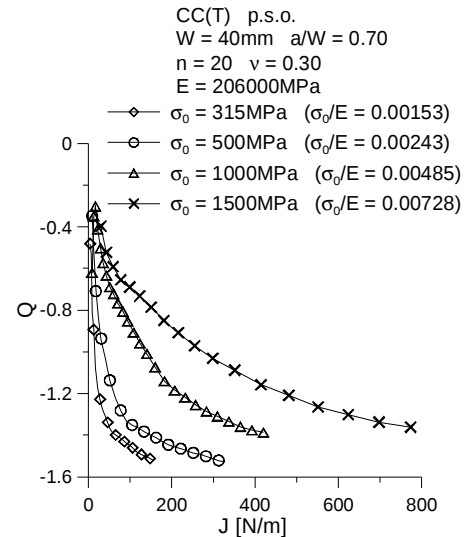
6. WNIOSKI KOŃCOWE

Jak się zatem okazuje naprężenia Q zależą od wielu czynników:

- od geometrii i sposobu obciążenia próbki; inne wartości i inne charakterystyczne przebiegi uzyskuje się dla próbek z przewagą rozciągania (CCT) i inne dla próbek z przewagą zginania (np. SEN(B)) przy tej samej charakterystyce materiałowej;
- naprężenia Q zależą od rodzaju materiału, który powszechnie opisuje się granicą plastyczności σ_0 i modułem Young'a E oraz wykładnikiem umocnienia n ;
- wpływ na wartość naprężeń Q ma także długość pęknięcia; to poprzez zmianę długości i „miejsca występowania” pęknięcia próbka „czuje” poziom płaskich więzów i ich wpływ na rozkład naprężeń. Inaczej zachowywać się będą zatem przebiegi $Q = f(J)$ dla próbek z przewagą zginania (takich jak SEN(B), C(T)), inaczej dla próbek

z przewagą rozciągania (takich jak DEN(T), CCT, SEN(T));

- zaprezentowany w pracy katalog krzywych J - Q dla próbek z centralną szczeliną na wskroś poddawanych rozciąganiu, wraz z aproksymacją krzywych $Q=f(\log(J/(a \cdot \sigma_0)))$ może okazać się przydatny w analizach inżynierskich i stanowi pewnego rodzaju uzupełnienie podanych w 2007 roku na IV Sympozjum w Augustowie rozwiązań dla próbek SEN(B).



Rys. 14. Wpływ granicy plastyczności σ_0 na rozkład $Q=f(J)$ w próbkach CC(T) $a/W=0,70$; $n=20$

LITERATURA

1. **ADINA 8.4.1** (2006a), ADINA: User Interface Command Reference Manual - Volume I: ADINA Solids & Structures Model Definition, Report ARD 06-2, ADINA R&D, Inc.
2. **ADINA 8.4.1** (2006b), ADINA: Theory and Modeling Guide - Volume I: ADINA, Report ARD 06-7, ADINA R&D, Inc.
3. **FITNET** (2006), FITNET Report, (European Fitness-for-service Network), Edited by M. Kocak, S. Webster, J. J. Janosch, R. A. Ainsworth, R. Koers, Contract No. G1RT-CT-2001-05071.
4. **Graba M.** (2007a), Wpływ stałych materiałowych na rozkład naprężeń Q przed wierzchołkiem pęknięcia w materiałach sprężysto - plastycznych, IV MSMZMiK - Augustów 2007, materiały konferencyjne, 109-114;
5. **Graba M.** (2007b), The Influence of Material Properties on the Q -stress Value near the Crack Tip for Elastic-Plastic Materials, Theoretical Backgrounds, Transcom 2007, proceedings of the section 7 - Machines and Equipment, Applied Mechanics, 53-57.
6. **Graba M.** (2007c), The Influence of Material Properties on the Q -stress Value near the Crack Tip for Elastic-Plastic Materials. Numerical Results and their Approximation, Transcom 2007, proceedings of the section 7 - Machines and Equipment, Applied Mechanics, 59-63.
7. **Graba M.** (2008), The Influence of Material Properties on the Q -stress Value near the Crack Tip for Elastic-Plastic Materials, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 46, No. 2, 269-290.
8. **Hutchinson J.W.** (1968), Singular Behaviour at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 16, 13-31.

9. **Li Y., Wang Z.** (1985), High-Order Asymptotic Field of Tensile Plane-Strain Nonlinear Crack Problems, *Scientia Sinica (Series A)*, Vol. XXIX, No. 9, pp. 941-955.
10. **Neimitz A., Graba M., Dzioba I., Molasy R.** (2004), Wpływ więzów na odporność na pękanie materiałów kruchych, *Materiały XX Sympozjum Zmęczenia i Mechaniki Pękania*, Bydgoszcz – Pieczyska, 265-272.
11. **Neimitz A., Graba M., Gałkiewicz J.** (2007), An Alternative Formulation of the Ritchie-Knott-Rice Local Fracture Criterion, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, 1308–1322.
12. **O'Dowd N.P.** (1995), Applications of two parameter approaches in elastic-plastic fracture mechanics, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 52, No. 3, 445-465.
13. **O'Dowd N. P., Shih C. F.** (1991), Family of Crack-Tip Fields Characterized by a Triaxiality Parameter – I. Structure of Fields, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 39, No. 8, -1015.
14. **O'Dowd N. P., Shih C. F.** (1992), Family of Crack-Tip Fields Characterized by a Triaxiality Parameter – II. Fracture Applications, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 40, No. 5, 939-963.
15. **Rice J. R., Rosengren G. F.** (1968), Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power-law Hardening Material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16, 1-12.
16. **Sharma, S.M., Aravas, N.** (1991), Determination of Higher Order Terms in Asymptotic Elastoplastic Crack Tip Solutions, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39, pp. 1043-1072.
17. **Shih C. F., O'Dowd N. P., Kirk M. T.** (1993), A Framework for Quantifying Crack Tip Constraint, *Constraint Effects in Fracture*, ASTM STP 1171, E.M. Hackett, K.-H. Schwalbe, R. H. Dodds, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 2-20.
18. **SINTAP** (1999), SINTAP: Structural Integrity Assessment Procedures for European Industry. Final Procedure, *Brite-Euram Project No BE95-1426* – Rotherham: British Steel.
19. **Yang S., Chao Y.J., Sutton M.A.** (1993), Higher Order Asymptotic Crack Tip in a Power-Law Hardening Material, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 45, No. 1, 99. 1 – 20.

THE INFLUENCE OF MATERIAL PROPERTIES ON THE Q -STRESS VALUE NEAR THE CRACK TIP FOR ELASTIC-PLASTIC MATERIALS FOR CENTER CRACKED PLATE IN TENSION

Abstract: In the paper the values of the Q -stress determined for various elastic-plastic materials for central cracked plate in tension (CC(T)) are presented. The influence of the yield strength, the work-hardening exponent and the crack length on the Q -parameter was tested. The numerical results were approximated by the closed form formulas.

Pracę wykonano w ramach pracy własnej realizowanej w Politechnice Świętokrzyskiej na WMiBM – nr 1.22 / 8.57.

Autor pracy, Marcin Graba, uczestniczy w roku akademickim 2010 w stypendium stażowym dla młodych doktorów w ramach projektu „Program Rozwojowy Potencjału Dydaktycznego Politechniki Świętokrzyskiej: kształcenie w nowoczesnych obszarach techniki” współfinansowanego z Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki, Priorytet IV, Działanie 4.1, Poddziałanie 4.1.1, nr umowy: UDA-POKL.04.01.01-00-395/09-00.

STEROWANIE NEURONOWO-ROZMYTE MOBILNYM ROBOTEM KOŁOWYM

Zenon HENDZEL*, Magdalena MUSZYŃSKA*

*Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska,
ul. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów

zenhen@prz.edu.pl, magdaw@prz.edu.pl

Streszczenie: W niniejszej pracy do rozwiązania problemu sterowania ruchem mobilnego robota kołowego zastosowano inteligentny układ sterowania, rozumiany jako sterowanie hybrydowe łączące logikę rozmytą i sztuczne sieci neuronowe. Układ ten został zaprojektowany w taki sposób, aby na bieżąco modyfikować swoje właściwości przy zmieniających się warunkach pracy mobilnego robota. Badania symulacyjne zostały przeprowadzone dla przypadku kiedy wybrany punkt mobilnego robota przemieszcza się po trajektorii w kształcie pętli.

1. WPROWADZENIE

Rozwój technik dla autonomicznej nawigacji robota tworzy jeden z głównych trendów w aktualnych badaniach nad robotyką. Trend ten jest umotywowany występowaniem luki między dostępną technologią a nowymi wymaganiami. Z jednej strony roboty przemysłowe pozbawione są możliwości dostosowania się do danego środowiska i autonomii. Zwykle roboty te wykonują wcześniej zaprogramowany ciąg instrukcji działań w bardzo ograniczonym środowisku i nie są zdolne do pracy w nowym otoczeniu czy też wychodzeniu naprzeciw nowym sytuacjom. Z drugiej strony powstający rynek potrzebuje inteligentnych robotów do pracy w biurach, szpitalach, fabrykach. Roboty te mają możliwość pracy w niebezpiecznych lub trudno dostępnych obszarach. Wbrew imponującym postępom w dziedzinie autonomicznej robotyki w ostatnich latach pozostaje kilka problemów, które wymagają rozwiązań. Do problemów tych możemy zaliczyć uwzględnienie niedokładności modelowania. Niepewności te wynikają ze zmiennych warunków pracy przy realizacji różnych zadań przez mobilne roboty kołowe. Dlatego też, niezbędne jest opracowanie odpowiednich algorytmów sterowania w czasie rzeczywistym (Antonelli i inni, 2007; Hendzel i Wereszczak, 2008). W syntezie wcześniej wspomnianych algorytmów sterowania może być zastosowane między innymi podejście klasyczne bazujące na teorii układów o zmiennej strukturze (Slotine i Sastry, 1983). Wśród metod stosowanych do projektowania układów sterowania w warunkach niepewności bardzo dużym zainteresowaniem cieszą się techniki stosowane w obszarze sztucznej inteligencji – sieci neuronowe i układy z logiką rozmytą (Piegat, 1999; Rutkowski, 2005). Układy te stosowane są ze względu na możliwość uzyskania prostych ale odpornych rozwiązań, które obejmują szeroki zakres zmian parametrów obiektu. Ponadto układy te posiadają zdolność do aproksymacji dowolnych odwzorowań nieliniowych oraz w przypadku sieci neuronowych możliwość uczenia się i adaptacji (Piegat, 1999; Rutkowski, 2005). W niniejszej pracy został opracowany

inteligentny sterownik ruchu nadążnego bazujący na sieciach neuronowych i układach z logiką rozmytą zadaniem którego jest kompensacja nieliniowości i niedokładności modelowania mobilnego robota kołowego. Powstały układ hybrydowy nazywany jest układem neuronowo-rozmytym. Łączy on zarówno zalety sieci neuronowych i układów z logiką rozmytą. Pozostała część referatu jest zorganizowana następująco. W rozdziale drugim zawarte są dynamiczne równania ruchu mobilnego robota 2-kołowego. W rozdziale trzecim omówiono zastosowany układ hybrydowy i właściwości kompensatora neuronowo-rozmytego. Rozdział 4 zawiera wyniki testu numerycznego a rozdział 5 podsumowuje rezultaty przeprowadzonych badań.

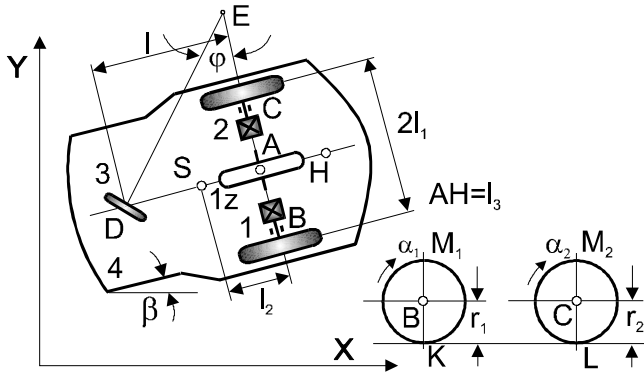
2. OPIS RUCHU MOBILNEGO ROBOTA

Obiektem sterowania jest 2-kołowy mobilny robot, którego schemat pokazano na (Rys. 1) (Giergiel i inni, 2002). Dynamiczne równania ruchu 2-kołowego mobilnego robota można przedstawić w postaci następującego równania:

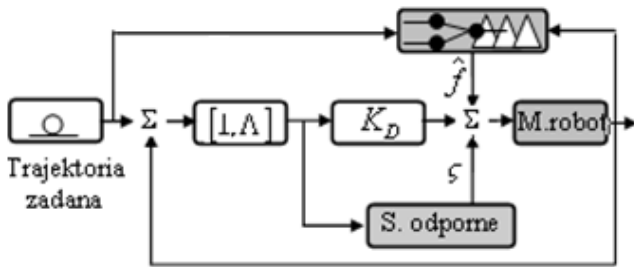
$$\begin{bmatrix} a_1 + a_2 + a_3 & a_1 - a_2 \\ a_1 - a_2 & a_1 + a_2 + a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha}_1 \\ \ddot{\alpha}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2a_4(\dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_1) \\ -2a_4(\dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_5 \operatorname{sgn} \dot{\alpha}_1 \\ a_6 \operatorname{sgn} \dot{\alpha}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie a_i to parametry wynikające z geometrii układu, rozkładu mas oraz oporów ruchu analizowanego układu a M_1 i M_2 to momenty napędzające koła, lub w zapisie wektorowo macierzowym w postaci równania (2):

$$M\ddot{\alpha} + C(\dot{\alpha})\dot{\alpha} + F(\dot{\alpha}) = u, \quad (2)$$



Rys. 1. Schemat mobilnego robota Pioneer 2-DX



Rys. 2. Schemat układu sterowania

Dla zadanej trajektorii ruchu

$\alpha_d = [\alpha_1, \alpha_2]^T$, $\dot{\alpha}_d = [\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2]^T$, $\ddot{\alpha}_d = [\ddot{\alpha}_1, \ddot{\alpha}_2]^T$ definiujemy błąd nadążania

$$e = \alpha_d - \alpha, \quad (3)$$

oraz uogólniony błąd nadążania w postaci:

$$s = \dot{e} + \Lambda e, \quad (4)$$

gdzie Λ to macierz projektowa odpowiedniego wymiaru, diagonalna dodatnio określona. Różniczkując równanie (4) oraz uwzględniając dynamiczne równania mobilnego robota (2), otrzymujemy opis układu sterowania w funkcji uogólnionego błędu s

$$M\dot{s} = -C(\dot{\alpha})s + f(x) - u, \quad (5)$$

a nieliniowa funkcja $f(x)$ dana jest zależnością

$$f(x) = M\dot{v} + C(\dot{\alpha})v + F(\dot{\alpha}) \quad (6)$$

gdzie $v = \dot{\alpha}_d + \Lambda e$, $\dot{v} = \ddot{\alpha}_d + \Lambda \dot{e}$.

Ogólna postać sygnału sterowania z uwzględnieniem kompensacji nieliniowości modelu mobilnego robota kołowego jest następująca (Giergiel i inni, 2002):

$$u = \hat{f} + K_D s - \zeta, \quad (7)$$

gdzie ζ to sterowanie odporne, $\hat{f}$ to funkcja aproksymująca nieliniową zależność (6) (sterowanie kompensacyjne), natomiast

$$K_D s = K_D \Lambda e + K_D \dot{e}, \quad (8)$$

to równanie regulatora PD ze współczynnikami wzmocnienia regulatora D, K_D oraz regulatora proporcjonalnego

$K_D \Lambda$.

W układzie sterowania jak pokazano na (Rys.2) możemy wyróżnić takie elementy jak mobilny robot, regulator PD, sterowanie odporne oraz kompensator neuronowo-rozmyty generujący sygnał $\hat{f}$.

Rozpisując zależność (6) otrzymamy:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{v}_1 + \dot{v}_2)a_1 + (\dot{v}_1 - \dot{v}_2)a_2 + \dot{v}_1 a_3 + \\ 2(\ddot{\alpha}_2 - \ddot{\alpha}_1)v_2 a_4 + a_5 \operatorname{sgn} \dot{\alpha}_1 \\ (\dot{v}_1 + \dot{v}_2)a_1 + (\dot{v}_2 - \dot{v}_1)a_2 + \dot{v}_2 a_3 + \\ 2(\ddot{\alpha}_2 - \ddot{\alpha}_1)v_1 a_4 + a_6 \operatorname{sgn} \dot{\alpha}_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Zgodnie z twierdzeniem mówiącym o dokładności aproksymacji nieliniowej funkcji modelem neuronowo-rozmytym (Piegat, 1999), ze wzrostem stopnia złożoności modelu (ilość reguł, liczba zbiorów rozmytych) rośnie jego możliwość do dokładnego odwzorowania. Jakkolwiek, przy większej ilości wejść modelu neuronowo-rozmytego pojawia się problem eksplozji rozwiązań. Aby uniknąć tego typu zjawisk wprowadzmy strukturalne sterowanie neuronowo-rozmyte poprzez zastąpienie modelu złożonego, modelami prostymi. Takie podejście upraszcza problem projektowania, wprowadza nową strukturę sterowania neuronowo-rozmytego i przyspiesza proces obliczeniowy. Elementy wektora sterowania kompensującego nieliniowości mobilnego robota, można zapisać jako:

$$\begin{aligned} f_{nr1} &= g_1 + g_2 + g_3 \\ f_{nr2} &= g_4 + g_5 + g_6, \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie składowe elementów w których zastosowano aproksymację oporów ruchu funkcją tangens hiperboliczny, wynoszą

$$\begin{aligned} g_1 &= (\dot{v}_1 + \dot{v}_2)a_1 + (\dot{v}_1 - \dot{v}_2)a_2 + \dot{v}_1 a_3 \\ g_2 &= 2\ddot{\alpha}_2 v_2 a_4 \\ g_3 &= -2\ddot{\alpha}_1 v_2 a_4 + a_5 (1 - e^{-\beta \dot{\alpha}_1}) / (1 + e^{-\beta \dot{\alpha}_1}) \\ g_4 &= (\dot{v}_1 + \dot{v}_2)a_1 + (\dot{v}_2 - \dot{v}_1)a_2 + \dot{v}_2 a_3 \\ g_5 &= 2\ddot{\alpha}_1 v_1 a_4 \\ g_6 &= -2\ddot{\alpha}_2 v_1 a_4 + a_6 (1 - e^{-\beta \dot{\alpha}_2}) / (1 + e^{-\beta \dot{\alpha}_2}), \end{aligned} \quad (11)$$

$\beta = \text{const.}$

3. NEURONOWO - ROZMYTY KOMPENSATOR NIELINIOWOŚCI

W niniejszej pracy do aproksymacji nieliniowości mobilnego robota zastosowano układ neuronowo-rozmyty. Układy te są pewnym podzbiorem układów z logiką rozmytą. Uczniowi w tym układzie podlegają parametry konkluzji i przesłanek bazy reguł modelu Sugeno. Do aproksymacji nieliniowości zastosowano model rozmyty w postaci bazy reguł:

$$\begin{aligned} R_j : IF (x_1 = A_{j1}) AND (x_2 = B_{j1}) THEN (g = w_j) \\ j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (12)$$

gdzie x_1, x_2 to sygnały wejściowe, A_{j1} i B_{j1} to zbiory rozmyte które reprezentowane są przez funkcje Gaussa, uczone są

parametry tych zbiorów tzn. szerokość i środek, w_j to konkluzje bazy reguł. Model rozmyty z uwzględnieniem bazy reguł (12) zapiszemy w postaci równania (13):

$$g_k = \sum_{j=1}^N w_{kj} \phi_j, k = 1, 2, \dots, 6 \quad (13)$$

Dalsze rozważania przeprowadzimy dla dowolnej funkcji g_k występujących w zależności (10) opuszczając indeks k , otrzymamy:

$$g = \sum_{j=1}^N w_j \phi_j \quad (14)$$

lub

$$g = W^T \phi \quad (15)$$

W zależności (14) i (15) stopień spełnienia przesłanki danej reguły przyjęto w postaci:

$$\phi_j = \mu_{A_j}(x_1) \cdot \mu_{B_j}(x_2), j = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

gdzie $\mu_{A_j}(x_1)$ i $\mu_{B_j}(x_2)$ to zbiory rozmyte opisane poniższą funkcją Gaussa:

$$\mu_{A_{ji}}(x_i) = e^{-r_{ji}^2 (x_i - c_{ji})^2} \quad (17)$$

r_{ji} oraz c_{ji} to odpowiednio odwrotność szerokości i środek funkcji Gaussa. Uwzględniając (17) stopień spełnienia przesłanki danej reguły (16) zapiszemy jako:

$$\phi_j = e^{-r_{j1}^2 (x_1 - c_{j1})^2 - r_{j2}^2 (x_2 - c_{j2})^2} \quad (18)$$

Zapiszmy część kompensującą algorytm sterowania w postaci:

$$f = \begin{bmatrix} f_{nr1} \\ f_{nr2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^{(1)T} \cdot \phi^{(1)} + W^{(2)T} \cdot \phi^{(2)} + \\ + W^{(3)T} \cdot \phi^{(3)} \\ W^{(4)T} \cdot \phi^{(4)} + W^{(5)T} \cdot \phi^{(5)} + \\ + W^{(6)T} \cdot \phi^{(6)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

gdzie

$$W^{(1)T} \cdot \phi^{(1)} = \begin{bmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} & \dots & w_{19}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1^{(1)} \\ \phi_2^{(1)} \\ \vdots \\ \phi_9^{(1)} \end{bmatrix} \quad (20)$$

a pozostałe wyrażenia określono podobnie. W zależności (20) $W^{(1)T}$ to wektor konkluzji bazy reguł a $\phi^{(1)}$ to wektor oceny przesłanek w bazie reguł modelu neuronowo-rozmytego aproksymującego funkcje g_i . Biorąc pod uwagę powyższe oznaczenia aproksymację nieliniowej funkcji modelu neuronowo-rozmytego zapiszemy jako:

$$f = W_{nr} \cdot \phi_{nr} = \begin{bmatrix} W^{(1)T} & W^{(2)T} & W^{(3)T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W^{(4)T} & W^{(5)T} & W^{(6)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi^{(1)} \\ \phi^{(2)} \\ \vdots \\ \phi^{(6)} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Przyjmujemy oznaczenia:

$$\tilde{W}_{nr} = W_{nr} - \hat{W}_{nr} \quad (22)$$

$$\tilde{\phi}_{nr} = \phi_{nr} - \hat{\phi}_{nr} \quad (23)$$

gdzie $\hat{W}_{nr}, \hat{\phi}_{nr}$ to estymaty odpowiednio konkluzji bazy reguł i oceny przesłanek. Zależność (23) wynika z faktu wprowadzenia adaptacji parametrów (r_{ji}) i (c_{ji}) funkcji Gaussa. Estymacja tych parametrów zbiorów rozmytych jest złożona ze względu na występowanie ich w zależnościach nieliniowych co znacznie utrudnia syntezę neuronowo-rozmytego algorytmu sterowania tym robotem. Jedną z metod rozwiązania tego problemu jest linearyzacja wektora $\tilde{\phi}_{nr}$ opisanego zależnością (23), która prowadzi do formy liniowej ze względu na estymowane parametry, co jest warunkiem implementacji tego rozwiązania w czasie rzeczywistym. Można ją zapisać w postaci równania (24)

$$\tilde{\phi}_{nr} = A^T \tilde{r}_{ji} + B^T \tilde{c}_{ji} + h \quad (24)$$

h to niedokładności wynikające z linearyzacji funkcji (18) w celu uzyskania liniowej formy estymowanej funkcji Gaussa. Będą one kompensowane z zastosowaniem algorytmu odpornego ς , A i B to macierze wynikające z rozpisania równania (23) w szereg Taylora. W wyniku tak przeprowadzonej linearyzacji równanie układu zamkniętego zapiszemy jako:

$$M\dot{s} = -[K_D + C(\dot{\alpha})]s + \tilde{W}_{nr}^T \begin{bmatrix} \hat{\phi}_{nr} - A^T \hat{r}_{ji} + \\ -B^T \hat{c}_{ji} \end{bmatrix} + \hat{W}_{nr}^T (A^T \tilde{r}_{ji} + B^T \tilde{c}_{ji}) + d_f + \varsigma \quad (25)$$

gdzie

$$d_f = \tilde{W}_{nr}^T [A^T r_{ji} + B^T c_{ji}] + W_{nr}^T h + \varepsilon + \tau_d \quad (26)$$

Natomiast ε to błąd aproksymujący nieliniową funkcję g_i przez model neuronowo-rozmyty. Do uczenia środków, szerokości funkcji Gaussa oraz konkluzji bazy reguł przyjęto zależności które zostały wyprowadzone na podstawie stabilności Lapunowa, a mianowicie prawo uczenia:

$$\dot{\hat{W}}_{nr} = F_w \hat{\phi}_{nr} s^T - F_w (A^T \hat{r}_{ji} + B^T \hat{c}_{ji}) s^T - F_w \cdot \|s\| \hat{W}_{nr} \quad (27)$$

$$\dot{\hat{r}}_{ji}^k = F_r A \hat{W}_{nr} s - F_r \|s\| \hat{r}_{ji} \quad (28)$$

$$\dot{\hat{c}}_{ji}^k = F_c B \hat{W}_{nr} s - F_c \|s\| \hat{c}_{ji} \quad (29)$$

gdzie F_w, F_r, F_c to macierze współczynników wzmocnień procesu uczenia. Sterowanie odporne przyjęto w postaci równania (30):

$$\varsigma = -\frac{s}{\|s\|} K_D^T Y \quad (30)$$

Wektory K_D i Y wynikają z unormowania wektora d_f (26) i mają postać:

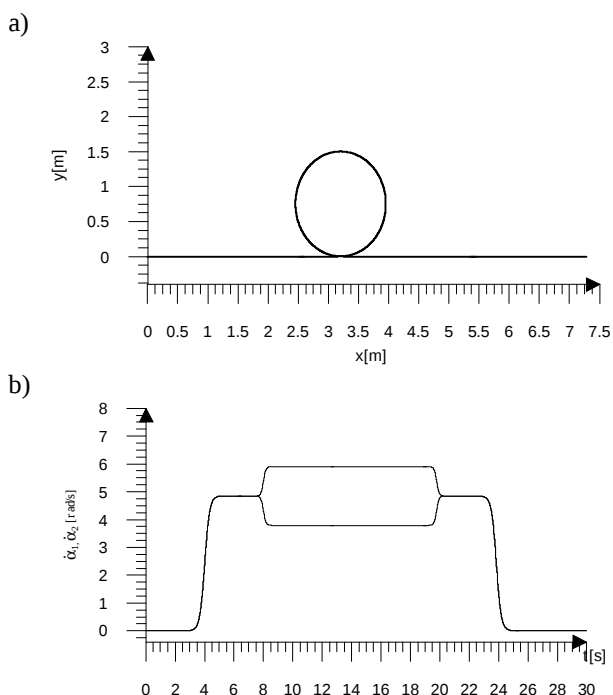
$$K_D = [d_1, d_2, d_3, d_4]^T \quad (31)$$

$$Y = [1, \|\hat{w}\|, \|\hat{r}\|, \|\hat{c}\|] \quad (32)$$

gdzie elementy wektora K_D to stałe wartości.

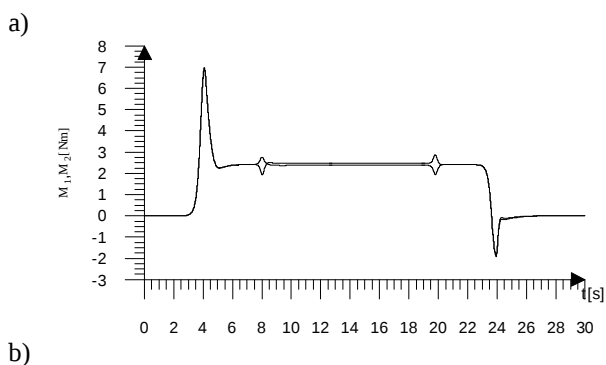
4. WYNIKI TESTU NUMERYCZNEGO

Na podstawie rozważań teoretycznych przeprowadzono analizę numeryczną analizowanych rozwiązań. Badania zostały przeprowadzone w pakiecie Matlab/Simulink. Zadana trajektorię do neuronowo-rozmytego sterowania ruchem nadążnym mobilnego robota przyjęto w kształcie pętli pokazanej na (Rys. 3a), natomiast na (Rys. 3b) przedstawiono zadane przebiegi prędkości kątowych kół robota.

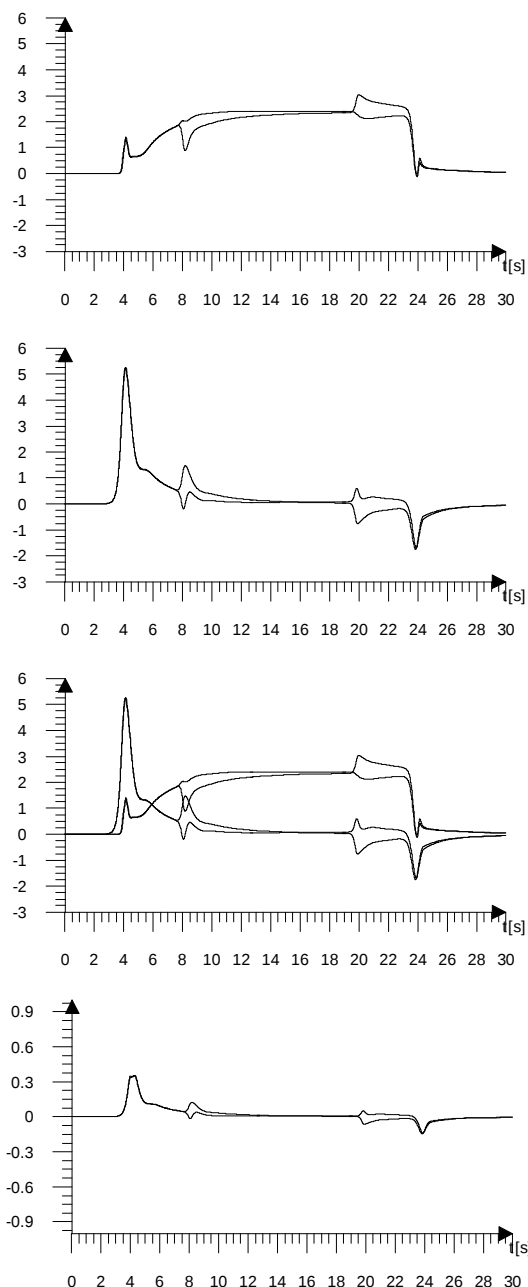


Rys. 3. a) Zadana trajektoria ruchu punktu, b) prędkości kątowe kół napędzających

Symulację zaproponowanych rozwiązań przeprowadzono dla następujących danych $V_A=0.4[m/s]$, $K_D=\text{diag}[3,3]$, $\Lambda=\text{diag}[2,2]$. Parametry Λ i K_D zostały tak dobrane aby zapewnić małą wrażliwość na zmiany parametrów układu oraz inne zakłócenia, a jednocześnie umożliwić realizację sterowania na obiekcie rzeczywistym.

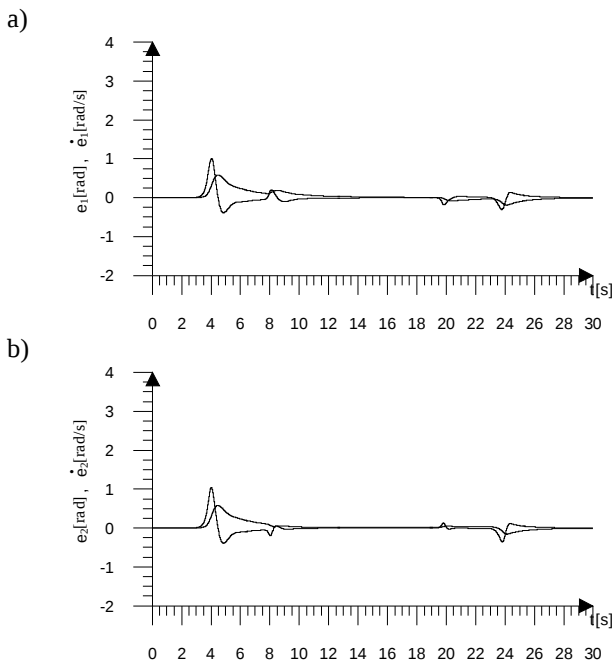


b)

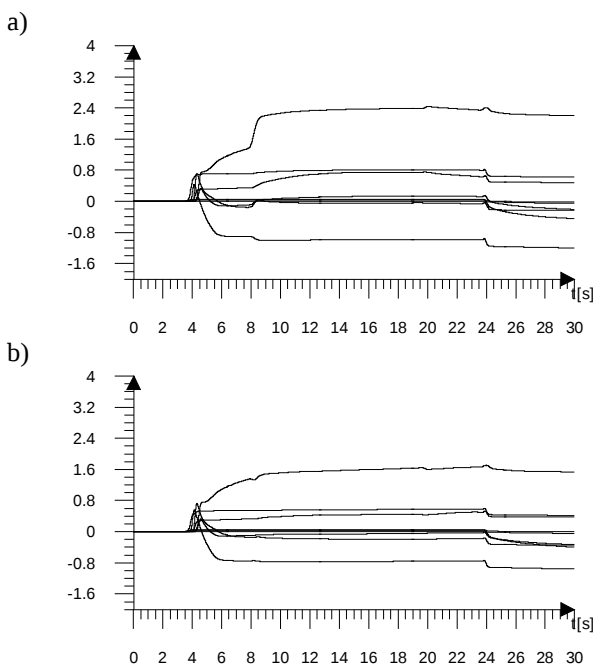


Rys. 4. Wyniki symulacji ruchu punktu mobilnego robota, a) sterowanie całkowite b) sterowanie kompensacyjne c) sterowanie PD d) zestawienie sterowanie kompensacyjnego i PD e) sterowanie odporne

Stosując algorytm sterowania (7) i algorytm uczenia zarówno konkluzji (27) jak i przesłanki bazy reguł (28,29), otrzymano wartości momentów kół napędzających 1 i 2, które pokazano na (Rys. 4a). Na (Rys. 4d) zestawiono sterowanie kompensacyjne i sterowanie za pomocą regulatora PD.



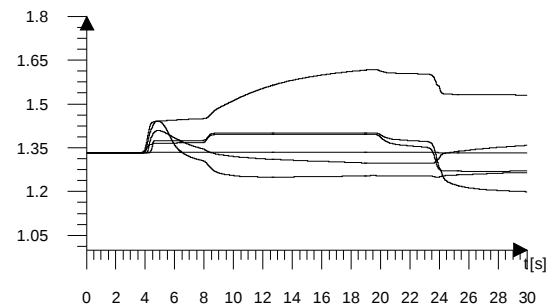
Rys. 5. Przebieg błędów nadążania oraz błędów prędkości nadążania dla a) koła 1 i b) koła 2



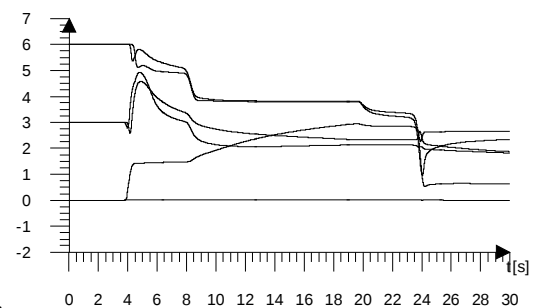
Rys. 6. Przebieg wybranych wag konkluzji bazy reguł dla funkcji a) g_2 i b) g_5

Jak wynika z przebiegów przedstawionych na Rys. 4 na początku ruchu realizowane jest sterowanie PD, w miarę uczenia sterowanie konwencjonalne zostaje zastąpione sterowaniem kompensacyjnym. Przedstawione sygnały błędów nadążania oraz prędkości nadążania na Rys. 5 wskazują iż największe błędy można zauważyć w okresie rozruchu i hamowania. Błędy podczas rozruchu wynikają z faktu, iż dopiero zaczynał się proces adaptacji parametrów obiektu. Natomiast występowanie błędów w okresie hamowania, wynika ze zmieniającej się trajektorii zadanej. Błąd ten jest szybko kompensowany przez algorytm sterowania neuronowo-rozmytego. Błędy te są zbieżne do zera. Otrzy-

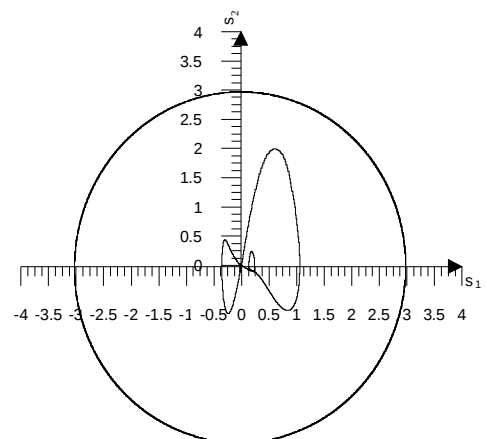
mane błędy sterowania można zmniejszyć przez odpowiedni dobór macierzy K_D oraz założenie niezerowych warunków początkowych w procesie uczenia. Na Rys. 6 zamieszczone wybrane oceny wag sieci konkluzji bazy reguł. Oceny te dążą do stałych wartości.



Rys. 7. Przebieg uczenia szerokości funkcji Gaussa znajdujących się w przesłankach bazy reguł układu neuronowo-rozmytego



Rys. 8. Przebieg uczenia środków funkcji Gaussa znajdujących się w przesłankach bazy reguł układu neuronowo-rozmytego



Rys. 9. Płaszczyzna uogólnionych błędów nadążania

Na Rys. 7 i 8 przedstawiono przebiegi uczenia parametrów przesłanki bazy reguł układu neuronowo-rozmytego. Uczone były zarówno szerokości jak i środki funkcji Gaussa.

Na początku procesu uczenia założono równomierny rozkład zbiorów rozmytych. Z przebiegów tych zauważalna jest zmiana szerokości i środków podczas realizacji ruchu. Na Rys.9 zamieszczono przebiegi uogólnionych błędów nadążania z którego wynika ich ograniczoność. Z przepro-

wadzonej symulacji widać iż testowany algorytm sterowania neuronowo-rozmytego (7) zapewnia stabilność badanego układu sterowania.

5. WNIOSKI

W referacie tym przeanalizowano tematykę związaną z adaptacją konkluzji i przesłanki bazy reguł układu neuronowo-rozmytego, zastosowanego do aproksymacji nieliniowości występujących w sterowaniu ruchem nadążnym mobilnego robota kołowego. Zastosowany inteligentny układ sterowania łączył w sobie zalety sieci neuronowych i układów z logiką rozmytą. Oba podejścia doskonale nadają się do rozwiązywania problemów z którymi tradycyjne układy regulacji nie najlepiej sobie radzą. Uczzone były konkluzje bazy reguł oraz parametry przesłanki czyli szerokości i środki funkcji Gaussa. Na początku procesu uczenia założone były zerowe wartości początkowe wag konkluzji oraz równomierny podział przestrzeni rozważań. Dla każdej zmiennej wejściowej założono 3 zbiory rozmyte. Z przeprowadzonych badań wynika iż układy te mogą stanowić jeden ze sposobów aproksymacji nieliniowych odwzorowań. Proces uczenia był krótki a zastosowane podejście umożliwiło odwzorowanie nieliniowości robota z dużą dokładnością. Błędy nadążania są zbieżne do zera. Przeprowadzone badania są próbą zastosowania w mechanice nowoczesnych technologii informatycznych rozumianych jako sterowanie w czasie rzeczywistym, uwzględniające parametryczne i nieparametryczne niedokładności modelowania nieliniowego obiektu. Uzyskane wyniki potwierdzają poprawność przyjętej metody kompensacji nieliniowości.

LITERATURA

1. **Antonelli G., Chiaverini S., Fusco G.** (2007), A Fuzzy-Logic-Based Approach for Mobile Robot Path Tracking, *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, Vol. 15, No 2.
2. **Giergiel M. J., Hendzel Z., Żylski W.** (2002), *Modelowanie i sterowanie mobilnych robotów kołowych*, PWN, Warszawa.
3. **Hendzel Z., Wereszczak M.** (2008), *Rozmyto-neuronowy algorytm sterowania mobilnym robotem kołowym*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Prace Naukowe, Elektronika z.166, Warszawa, 463-472.
4. **Piegat A.** (1999), *Modelowanie i sterowanie rozmyte*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
5. **Rutkowski L.** (2005), *Metody i techniki sztucznej inteligencji*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
6. **Slotine J.J., Sastry S.S.** (1983), Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators, *International Journal of Control*, Vol. 38, 465.

A NEURO-FUZZY CONTROL OF A WHEELED MOBILE ROBOT

Abstract: This work analyses neuro-fuzzy algorithm adaptation conclusions and premise rule base, applied to approximation nonlinearity wheeled mobile robot. Computer simulation proposed solution was realized in emulator mobile robot.

IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MODELU ROBOTA

Zenon HENDZEL*, Marcin NAWROCKI*

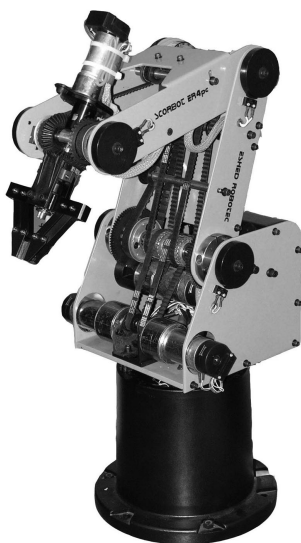
* Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa,
Politechnika Rzeszowska, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

zenhen@prz.edu.pl, marcin.nawrocki@prz.edu.pl

Streszczenie: Artykuł przedstawia algorytm identyfikacji nieznanych parametrów modelu manipulatora Scorbot opracowany na podstawie zasady równowartości energii kinetycznej i pracy. Do oceny parametrów zastosowano estymator gradientowy. W niniejszym artykule przedstawiono weryfikację eksperymentalną działania algorytmu na obiekcie rzeczywistym.

1. WPROWADZENIE

Zaawansowane algorytmy sterowania wymagają przyjęcia odpowiedniego opisu matematycznego sterowanego obiektu w celu kompensacji występujących nieliniowości. Z reguły, model matematyczny manipulatora nie jest dokładnie znany. Jednym z elementów układu sterowania tego typu obiektami jest algorytm estymujący w czasie rzeczywistym nieznane parametry obiektu. Są to tzw. rekurencyjne (adaptacyjne) algorytmy identyfikacji (Åström i Wittenmark, 1989; Eykhoff, 1980; Giergiel i Uhl, 1990; Giergiel i inni, 2002; Kozłowski i Dutkiewicz, 1996; Söderström i Stoica, 1997; Slotine i Li, 1991; Tchoń i inni, 2000). Ocenę parametrów identyfikatora uzyskuje się na podstawie sterowań i bieżących pomiarów stanu identyfikowanego obiektu. Stosowane techniki identyfikacji oparte są o założenie liniowości opisu matematycznego własności dynamicznych obiektów ze względu na estymowane parametry (Åström i Wittenmark, 1989; Eykhoff, 1980; Söderström i Stoica, 1997; Slotine i Li, 1991).

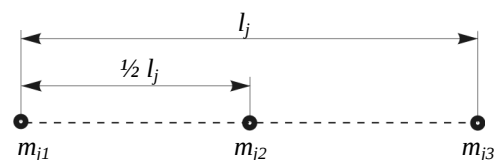


Rys. 1. Manipulator SCORBOT

W pracy tej rozwinięto ideę zaproponowanego w artykule Hendzla i Nawrockiego (2006) algorytmu identyfikacji z zastosowaniem liniowego opisu manipulatora względem estymowanych parametrów oraz przeprowadzono weryfikację eksperymentalną jego działania wykorzystując pakiet Matlab/Simulink oraz kartę pomiarową dSpace 1104. Linearyzację modelu matematycznego analizowanego manipulatora względem jego parametrów przeprowadzono na podstawie zasady równowartości energii kinetycznej i pracy. Rozważania dotyczące opisu ruchu przeprowadzono na przykładzie manipulatora SCORBOT przedstawionego na zdjęciu (Rys. 1).

2. MODEL MANIPULATORA

Do opisu ruchu manipulatora założono, że Scorbot jest manipulatorem o sztywnych ramionach i sztywnych przegubach (*manipulator sztywny*) (Craig (1989), Spong, Vidyasagar (1997)). Pierwszy człon modelowano jako bryłę o momencie bezwładności $I_z^{(1)}$, natomiast człon drugi i trzeci zastąpione trzema masami dyskretnymi zgodnie z Rys. 2. Natomiast chwytak uproszczono do punktu materialnego.



Rys. 2. Sposób dyskretyzacji masy 2. i 3. członu manipulatora

W celu wyznaczenia wartości mas dyskretnych przyjęto, że $m_j = m_{j1} + m_{j2} + m_{j3}$; $m_{j1} = m_{j3}$, $j = 2, 3$, założono moment bezwładności względem środka j -tego członu będzie odpowiadał momentowi bezwładności pręta, wówczas $1/12 m_j (l_j)^2 = m_{j1} (l_j/2)^2 + m_{j3} (l_j/2)^2$.

Jako współrzędne uogólnione przyjęto kąty obrotu poszczególnych członów w sposób przedstawiony na rysunku 1 i oznaczono jako q_1, q_2, q_3 .

Powyższe założenia wynikają z celu budowy modelu matematycznego, jakim jest kompensacja nieliniowości obiektu rzeczywistego w układach sterowania ruchem manipulatora.

Energię kinetyczną układu wyznaczono jako sumę energii poszczególnych członów:

$$E = E^{(1)} + E^{(2)} + E^{(3)}, \quad (1)$$

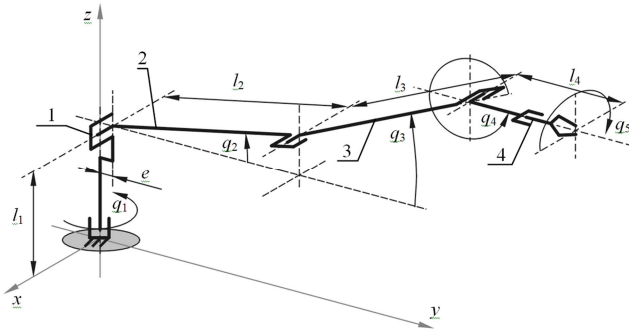
$$E^{(1)} = \frac{1}{2} \cdot I_z^{(1)} \cdot \omega_1^2, \quad (2)$$

$$E^{(2)} = \frac{1}{2} \cdot m_{21} \cdot v_{21}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{22} \cdot v_{22}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{23} \cdot v_{23}^2, \quad (3)$$

$$E^{(3)} = \frac{1}{2} \cdot m_{31} \cdot v_{31}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{32} \cdot v_{32}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{33} \cdot v_{33}^2, \quad (4)$$

gdzie: m_2, m_3 – masy odpowiednio członów 2, 3, $I_z^{(1)}$ – moment bezwładności bryły 1 względem osi z.

Zamieszczone w opisie energii kinetycznej prędkości wyznaczono na podstawie geometrii modelu przedstawionego na Rys. 3.



Rys. 3. Struktura kinematyczna analizowanego robota

Energię potencjalną poszczególnych mas w polu ziemskim opisano zależnościami (5-7), założono, że poziom porównawczy odpowiada położeniu ramion manipulatora dla zerowej wartości kąta obrotu q_j .

$$V = V^{(2)} + V^{(3)}, \quad (5)$$

$$V^{(2)} = m_{22} \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot l_2 \cdot \sin q_2 + m_{23} \cdot g \cdot l_2 \cdot \sin q_2, \quad (6)$$

$$V^{(3)} = m_{31} \cdot g \cdot l_2 \cdot \sin q_2 + m_{32} \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot l_3 \cdot \sin q_3 + m_{33} \cdot g \cdot l_3 \cdot \sin q_3, \quad (7)$$

gdzie $l_{(i)}$ – długości członów.

Siły uogólnione zapisano w postaci (8):

$$Q_j \delta q_j = (\tau_{wj} - \tau_{oj}) \delta q_j$$

$$\Downarrow, \quad j = 1, 2, 3,$$

$$Q_j = \tau_{wj} - \tau_{oj} \quad (8)$$

gdzie: τ_{wj} – moment siły napędzający odpowiedni człon, τ_{oj} – moment sił oporowych w odpowiedniej parze kinematycznej złączu opisanej równaniem:

$$\tau_{oj} = \tau_{sj} \cdot \text{sgn}(\tau_{wj} - (C(\dot{q}, q)\dot{q})_j - G_j(q)) + \tau_{vj} \quad (9)$$

Równanie (9) jest opisem oporów ruchu występujących w parach kinematycznych manipulatora. Przyjęto, że wartość sił tarcia statycznego i suchego jest jednakowa oraz że siły oporowe zawsze przeszkadzają w założonym ruchu.

W pracy nie przytoczono pełnego matematycznego modelu manipulatora ponieważ wyznaczenie energii kinetycznej i potencjalnej oraz podane równanie sił uogólnionych jest wystarczające do realizacji celu niniejszej pracy.

3. IDENTYFIKACJA PARAMETRYCZNA

W celu wyprowadzenia modelu manipulatora w postaci liniowej ze względu na nieznane (estymowane) parametry rozpatrzmy opisywany układ korzystając z zasady równowartości energii kinetycznej i pracy. Zapiszmy równanie opisujące wspomnianą zasadę:

$$dE = dL \quad (10)$$

W analizowanym przypadku lewa strona równania (10) opisuje elementarną energię kinetyczną układu natomiast prawa strona równania będzie sumą elementarnych prac wykonanych przez momenty napędowe $dL^{(w)}$, momenty oporów ruchu $dL^{(o)}$ oraz momenty pochodzące od sił ciężkości $dL^{(p)}$:

$$dL = dL^{(w)} - dL^{(p)} - dL^{(o)} \quad (11)$$

Podstawiając (11) do równania (10) po przekształceniu otrzymamy

$$dE + dL^{(p)} = dL^{(w)} - dL^{(o)} \quad (12)$$

Jeżeli zamiast elementarnej pracy wykonanej przez siły ciężkości wprowadzimy energię potencjalną oraz zróżnicujemy powyższe równanie względem czasu otrzymamy równanie bilansu mocy w postaci (13).

$$\frac{d}{dt}(E + V) = \tau_w^T \dot{q} - \tau_o^T \dot{q} \quad (13)$$

gdzie: τ_w – wektor momentów wymuszających, τ_o – wektor momentów oporowych, ponieważ

$$dL_j^{(o)} = \tau_{oj} \delta q_j \quad (14)$$

$$N_j^{(o)} = \tau_{oj} \delta \dot{q}_j \quad (15)$$

Oznaczając $D^T b_1 = E + V$ gdzie

$$b_1 = [I_1 \quad m_2 \quad m_3]^T$$

$$P = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \text{sgn}(F_{s1}) & \dot{q}_1^2 & \dot{q}_2 \text{sgn}(F_{s2}) & \dots \\ \dots & \dot{q}_2^2 & \dot{q}_3 \text{sgn}(F_{s3}) & \dot{q}_3^2 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{b}_2 = [F_{s1} \ F_{v1} \ F_{s2} \ F_{v2} \ F_{s3} \ F_{v3}]^T,$$

ostatecznie podstawiając uzyskujemy:

$$\left(\frac{d}{dt}\mathbf{D}^T\right)\mathbf{b}_1 + \mathbf{P}^T\mathbf{b}_2 = \boldsymbol{\tau}_w^T\dot{\mathbf{q}} \quad (16)$$

Występujące w równaniu (16) przyspieszenie $\ddot{\mathbf{q}}$ powoduje, że nie jest to wygodna postać do rozwiązania zadania identyfikacji parametrycznej. W celu wyeliminowania tej niedogodności należy przeprowadzić filtrację, która pozwoli nam przekształcić równanie (16) do postaci:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T \cdot \mathbf{a} \quad (17)$$

gdzie: $\mathbf{y}$ – jest nowym wyjściem modelu po filtracji wektora $\boldsymbol{\tau}$, $\mathbf{a}$ – wektorem parametrów: $\mathbf{a} = [\mathbf{b}_1^T \ \mathbf{b}_2^T]^T \in \mathbb{R}^9$, $\mathbf{W}$ – jest przefiltrowanym opisem wektorów $\mathbf{D}$ i $\mathbf{P}$.

W tym celu korzystne będzie zastosowanie filtru pierwszego rzędu o transmitancji opisanej zależnością (18) (Slotine i Li, 1991).

$$G(p) = \frac{1}{p + \lambda}, \quad (18)$$

gdzie p jest operatorem Laplace'a, a λ znaną wartością dodatnią. Filtrując równanie (16) w celu wyeliminowania „przyspieszeń” otrzymamy:

$$\lambda \left(\mathbf{D} - \frac{\lambda \mathbf{D}}{p + \lambda} \right)^T \mathbf{b}_1 + \frac{\lambda \mathbf{P}^T}{p + \lambda} \mathbf{b}_2 = \frac{\lambda}{p + \lambda} \boldsymbol{\tau}_w^T \dot{\mathbf{q}} \quad (19)$$

Po podstawieniu

$$\mathbf{y} = \frac{\lambda}{p + \lambda} \boldsymbol{\tau}_w^T \dot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{W}^T = \left[\lambda \left(\mathbf{D} - \frac{\lambda \mathbf{D}}{p + \lambda} \right)^T \quad \frac{\lambda \mathbf{P}^T}{p + \lambda} \right] \in \mathbb{R}^9$$

otrzymano liniowy opis ze względu na estymowane parametry (17).

Estymata wartości wyjściowej będzie opisana wzorem:

$$\hat{\mathbf{y}} = \frac{\lambda}{p + \lambda} \boldsymbol{\tau}_w^T \dot{\mathbf{q}} \quad (20)$$

Po przekształceniu otrzymujemy

$$\dot{\hat{\mathbf{y}}} + \lambda \hat{\mathbf{y}} = \boldsymbol{\tau}_w^T \dot{\mathbf{q}} \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{y}}} = \boldsymbol{\tau}_w^T \dot{\mathbf{q}} - \lambda \hat{\mathbf{y}} \quad (22)$$

a

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{W}^T \hat{\mathbf{a}} \quad (23)$$

będzie sygnałem predykcji modelu (17) wówczas można zdefiniować błąd:

$$\mathbf{e} = \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}, \quad (24)$$

lub

$$\mathbf{e} = \mathbf{W}^T \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{W}^T \mathbf{a} = \mathbf{W}^T \tilde{\mathbf{a}}, \quad (25)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}$ jest błędem oceny parametrów.

Szybkość i poprawność estymacji parametrów wektora $\mathbf{a}$ zależy od wyboru metody estymacji oraz od jakości informacji zawartej w zbiorze danych koniecznych do wyznaczenia wyjścia $\mathbf{y}$ oraz wektora $\mathbf{W}$.

Jedną z najprostszych metod estymacji parametrów jest metoda gradientowa (Åström i Wittenmark, 1989; Eykhoff, 1980; Söderström i Stoica, 1997; Slotine i Li, 1991), w której zmiana wartości estymowanych parametrów powinna prowadzić do minimalizowania błędu. Dla metody tej kryterium oceny parametrów zdefiniowano jako:

$$I = \frac{1}{2} \mathbf{e}^2, \quad (26)$$

wówczas ocenę wektora parametrów wyznaczmy z równania

$$\dot{\hat{\mathbf{a}}} = -\mathbf{c} \frac{\partial \mathbf{e}^2}{\partial \hat{\mathbf{a}}}, \quad (27)$$

gdzie $c > 0$ jest wzmocnieniem uczenia. Na podstawie równań (25) i (26), prawo oceny parametrów (27) zapiszemy jako

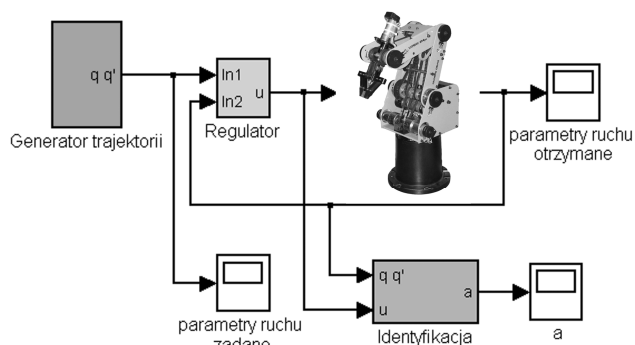
$$\dot{\hat{\mathbf{a}}} = -\mathbf{c} \mathbf{W} \mathbf{e}. \quad (28)$$

W tym przypadku istotny staje się wybór wartości elementów macierzy wzmocnienia uczenia $\mathbf{c}$, od którego w głównej mierze zależy zbieżność estymatora. Ogólnie mówiąc zwiększenie wartości wzmocnienia uczenia spowoduje szybszą zbieżność parametrów. Istotną własnością estymacji gradientowej jest zależność jej zbieżności od warunku początkowego zależności (28). Zatem zbyt duże wzmocnienie uczenia może powodować oscylacje wartości estymowanych parametrów, co za tym idzie wolniejszą zbieżność.

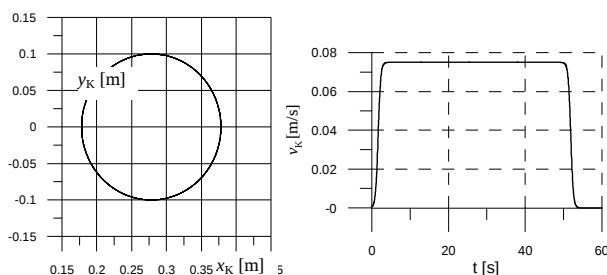
4. WYNIKI EKSPERYMENTU

W celu wstępnej weryfikacji zaproponowanego algorytmu identyfikacji przeprowadzono symulację jego działania na drodze rozwiązania numerycznego w środowisku programowym Matlab/Simulink. Ze względów objętości niniejszego opracowania wyniki symulacji będą pominięte, jednak należy podkreślić, że na ich podstawie podjęto decyzję o przyjęciu modelu do eksperymentalnej weryfikacji.

Ten etap pozwala potwierdzić praktycznie przydatność zaproponowanego podejścia. Eksperyment przeprowadzony był z wykorzystaniem karty pomiarowej dSpace1104, która w połączeniu z oprogramowaniem Matlab/Simulink tworzy bardzo wydajne środowisko szybkiego prototypowania. Na rysunku 4 przedstawiono ogólny schemat układu identyfikacji parametrycznej zaproponowanej dla analizowanego manipulatora.

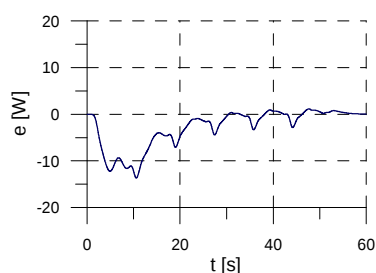


Rys. 4. Ogólny schemat przyjętego układu identyfikacji



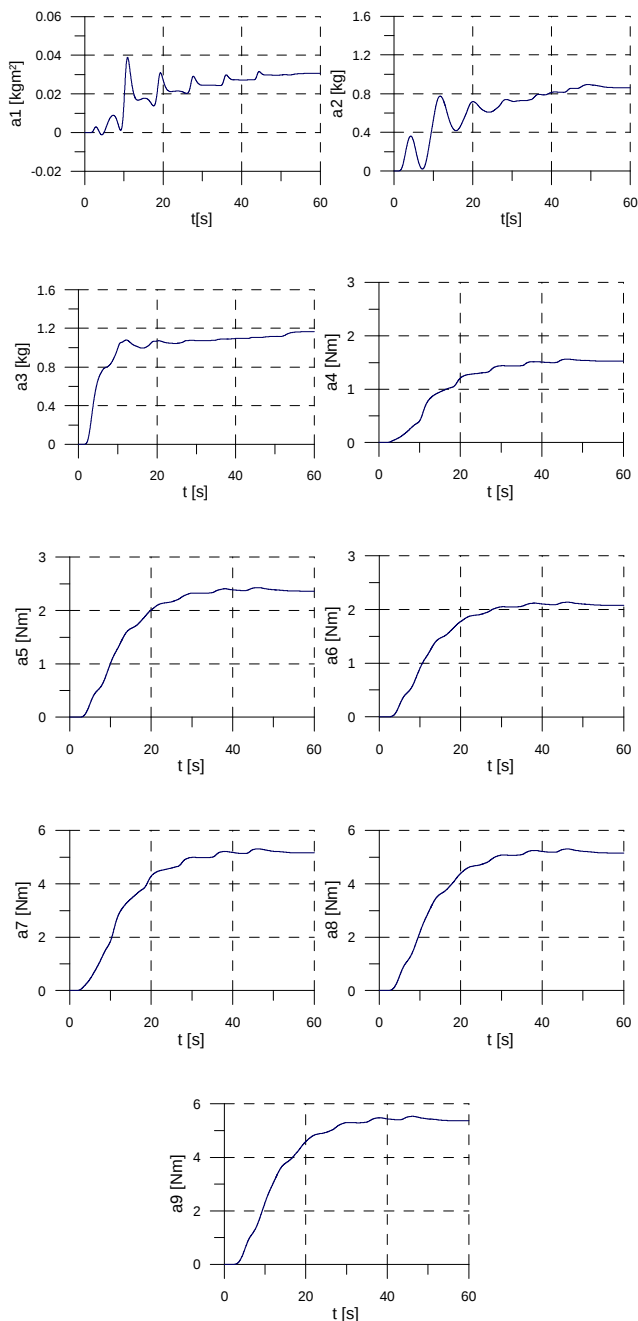
Rys. 5. Tor ruchu oraz prędkość punktu K

W przypadku analizowanego układu istnieje konieczność dostarczenia danych pomiarowych o dostatecznie dużej ilości informacji jak i odpowiednio długiego okresu czasu. Do wygenerowania parametrów ruchu, poszczególnych członów manipulatora, przyjęto tor ruchu punktu charakterystycznego K w postaci okręgu o promieniu $R = 0,1\text{m}$ leżącym w płaszczyźnie xy co pokazano na Rys. 5. Punkt charakterystyczny K manipulatora poruszał się po zadanej trajektorii z prędkością liniową v_K (Rys. 5). Procesowi estymacji podlegają parametry zawarte w wektorze $\mathbf{a}$.



Rys. 6. Przebieg zmienności błędu mocy w trakcie identyfikacji

Z analizy rysunku 6 przedstawiającego błąd mocy układu identyfikacji można zauważyć, że w trakcie trwania eksperymentu błąd ten zmierza do wartości bliskiej zeru i jest ograniczony. Na tej podstawie można stwierdzić, że algorytm pracuje zgodnie z założeniami, to jest minimalizuje błąd mocy. Analizując pozostałe przebiegi (Rys. 7) łatwo zauważyć, że oceny parametrów zawartych w wektorze $\mathbf{a}$ zmierzają do stałych wartości. Można zatem z całą pewnością stwierdzić, że algorytm identyfikacji został opracowany prawidłowo i jego działanie jest zgodne z założeniami.



Rys. 7. Przebieg zmienności oceny elementów wektora $\mathbf{a}$

5. WNIOSKI

Zaproponowane podejście do syntezy algorytmu identyfikacji nieznanymi parametrami manipulatora, wynikające z zasady równowartości energii mechanicznej i pracy umożliwiło otrzymanie modelu manipulatora liniowego ze względu na estymowane parametry. Ponadto zastosowanie filtra prędkości umożliwiło pozbycie się sygnału przyspieszeń, niewygodnych z punktu widzenia pomiarów. Należy zauważyć, że otrzymaliśmy model skalarny, co znacznie upraszcza problem estymacji parametrów a_i (Hendzel, Nawrocki (2006)).

Na podstawie rozwiązań symulacyjnych algorytm został przyjęty do etapu weryfikacji eksperymentalnej. Uzyskane wyniki w rozwiązaniu eksperymentalnym potwierdziły,

że algorytm jest zbieżny i może być stosowany do estymacji nieznanymi parametrów w trybie *on-line*, co jest jedną z głównych cech charakteryzujących metody strojonego modelu (Giergiel, Uhl (1990)). Metody te mogą być bezpośrednio stosowane do syntezy adaptacyjnych układów sterowania.

LITERATURA

1. **Åström K. J., Wittenmark B.** (1989), *Adaptive Control*, Addison-Wesley, New York .
2. **Craig J. J.** (1989), *Introduction to Robotics Machines and Control*, Addison-Wesley, New York.
3. **Eykhoﬀ P.** (1980), *Identyfikacja układów dynamicznych*, PWN, Warszawa.
4. **Giergiel J., Uhl T.** (1990), *Identyfikacja układów mechanicznych*, PWN, Warszawa.
5. **Giergiel M., Hendzel Z., Żylski W.** (2002), *Modelowanie i sterowanie mobilnych robotów kołowych*, PWN, Warszawa.
6. **Hendzel Z., Nawrocki M.** (2006), Identyfikacja parametryczna manipulatora SCORBOT, *Postępy robotyki*, 77-86, WKŁ, Warszawa.
7. **Kozłowski K., Dutkiewicz P.** (1996), *Modelowanie i identyfikacja w robotyce*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań.
8. **Slotine J. J., Li W.** (1991), *Applied nonlinear control*, Prentice Hall, New Jersey.
9. **Söderström T., Stoica P.** (1997), *Identyfikacja systemów*, PWN, Warszawa.
10. **Spong M. W., Vidyasagar M.** (1997), *Dynamika i sterowanie robotów*, WNT, Warszawa.
11. **Tchoń K. i inni** (2000), *Manipulatory i roboty mobilne. Modele, planowanie ruchu, sterowanie*, Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa.

IDENTIFICATION OF THE ROBOT MODEL PARAMETERS

Abstract: In this paper the identification algorithm with unknown parameters for manipulator was developed. This algorithm is based on the energy and work equilibrium principium. To the parameter evaluation the gradient estimator was used. Finally, presented algorithm was applied on laboratory stand and it is used to proper laboratory verification tests which are on the last part of the paper shown.

WPŁYW WYBRANYCH STRATEGII STEROWANIA RUCHAMI ROBOCZYMI ŻURAWIA SAMOJEZDNEGO NA JEGO STATECZNOŚĆ

Jarosław JANUSZ*, Jacek KŁOSIŃSKI*

*Katedra Podstaw Budowy Maszyn, Akademia Techniczno-Humanistyczna, ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała

jjanusz@ath.bielsko.pl, jklosinski@ath.bielsko.pl

Streszczenie: W pracy zaprezentowano model matematyczny układu sterowania ruchami roboczymi żurawia teleskopowego umożliwiające badanie jego stateczności. Badano wpływ stosowanych strategii sterowania ruchem obrotowym na wartości reakcji w podporach żurawia oraz przemieszczenia ładunku w trakcie oraz po zakończeniu ruchu.

1. WPROWADZENIE

Wykorzystanie automatycznego sterowania ruchami roboczymi żurawi znacznie skraca czas procesu przeładunku i transportu ładunku. Przenoszenie dużych ładunków przy pomocy żurawi samochodowych może w pewnych warunkach doprowadzić do zagrożenia utraty stateczności. Możliwość utraty stateczności żurawia w trakcie jego pracy spowodowana zmianą wartości sił dynamicznych w wyniku występowania dużych przyspieszeń ładunku, na przykład dośrodkowego i Coriolisa, stanowi poważne zagrożenie dla bezpieczeństwa obsługi i maszyny (Balkan, 1996; Kiliçaslan i inni, 1999). Miarą zagrożenia przewrócenia się maszyny może być wartość siły nacisku na podłoże najmniej obciążonej podpory żurawia oraz wartość zmian tej siły w czasie.

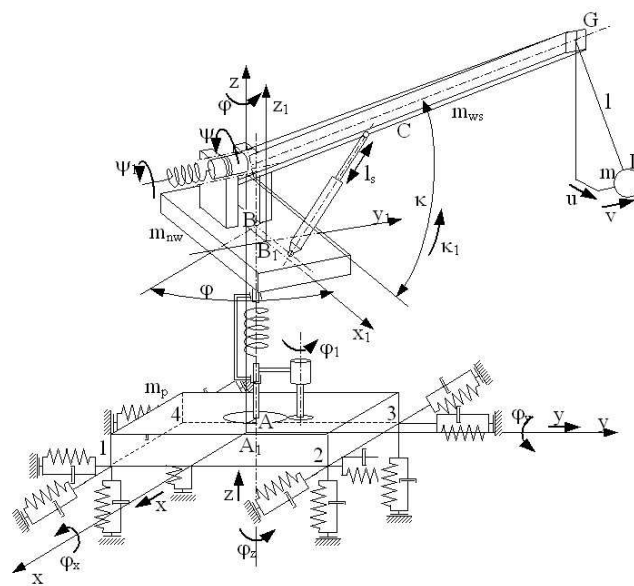
Warunki zapewniające stateczność żurawi określa norma (PN-ISO 4305:1998). Warunki te dotyczą głównie obciążeń statycznych i mają na celu wyznaczenie obciążenia użytkowego dla różnych konfiguracji żurawia i warunków pracy tak, aby żuraw był stateczny. Obciążenie żurawia musi być tak dobrane, aby moment wywracający żuraw nie był większy niż moment ustalający.

2. MODEL MATEMATYCZNY

W badaniach symulacyjnych wykorzystano model matematyczny prezentowany w pracach (Kłosiński, 2000; Kłosiński i Janusz, 2002; Janusz, 2004). Sterowanie odbywa się przez zmianę prądów przetworników elektrohydraulicznych służących do sterowania prędkościami obrotowymi silników hydraulicznych zastosowanych do realizacji ruchu obrotowego nadwozia i nawijania lub odwijania liny z bębna wciągarki oraz prędkością liniową siłownika zmiany wysięgu (Rys. 1). Sterowanie może być realizowane w torze otwartym lub w układzie zamkniętym regulacji wybranego parametru kinematycznego ruchu, na przykład przemieszczenia lub prędkości określonego punktu modelu.

Zbudowany model matematyczny pozwala również na wyznaczenie dopuszczalnych obciążeń żurawia o określo-

nych parametrach. Wyznacznikiem statycznych dopuszczalnych obciążeń żurawia wynikającym z warunku utrzymania stateczności (bez uwzględnienia wytrzymałości maszyny) są wartości reakcji podłoża na układ podporowy oraz położenie punktu przyłożenia składowej pionowej wypadkowej reakcji podłoża.



Rys. 1. Uproszczony schemat modelu żurawia

Model żurawia został wyprowadzony z równań Lagrange'a II rodzaju i zamieszczony w pracy (Janusz, 2005). Ma on postać:

$$\ddot{q} = f(\dot{q}, q) + Bq_u + B_1\dot{q}_u \quad (1)$$

gdzie: q – wektor współrzędnych uogólnionych modelu, $f(\cdot)$ – wektor nieliniowych funkcji mas, momentów bezwładności, współczynników sztywności i tłumienia oraz sił i wzajemnych powiązań współrzędnych i ich pochodnych, q_u – wektor wymuszeń kinematycznych i rozważanych ruchów roboczych modelu; obejmuje kąt obrotu wału silnika hydraulicznego obrotu nadwozia, kąt pochylenia wysięgnika wskutek działania siłownika zmiany wysięgu i długość liny nawiniętej na bęben wciągarki, B , B_1 – ma-

cierze współczynników. Wektor współrzędnych uogólnionych q ma postać:

$$q = [x, y, z, u, v, \varphi, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \kappa, l]^T \quad (1a)$$

gdzie: x, y, z - przemieszczenia liniowe środka masy podwozia względem bazowego układu odniesienia;

u, v - składowe poziome wahań ładunku w kierunku odpowiednio promieniowym i stycznym do łuku zataczanego przez główkę wysięgnika;

φ - kąt obrotu nadwozia i wysięgnika względem osi pionowej;

$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ - kąty obrotu żurawia względem osi związanych ze środkiem masy podwozia;

κ - kąt pochylenia osi wysięgnika przechodzącej przez punkt zawieszenia ładunku i punkt jego obrotu w płaszczyźnie pionowej względem płaszczyzny nadwozia;

l - odległość od główki wysięgnika do środka ciężkości ładunku;

B, B_1 - macierze, których elementami są współczynniki wynikające z równań dynamiki hydraulicznych układów napędowych (Janusz J. 2005).

W celu monitorowania wartości pionowych sił nacisku podpór żurawia na podłoże wyprowadzono równania umożliwiające wyznaczenie tych sił w funkcji współrzędnych uogólnionych:

$$R_z = f_1(q) \quad (2)$$

gdzie: R_z - wektor pionowych składowych sił nacisku układu podporowego na podłoże.

Wyprowadzono również wzory umożliwiające obliczenie składowych poziomych nacisku podpór w funkcji współrzędnych uogólnionych:

$$R_{xy} = f_2(q) \quad (3)$$

gdzie: R_{xy} - wektor składowych poziomych sił oddziaływania układu podporowego na podłoże.

Maksymalna siła tarcia podpory o podłoże wynosi zatem:

$$T_{xy} = \mu R_z \quad (4)$$

gdzie: T_{xy} - wektor maksymalnych sił tarcia podpór o podłoże, μ - statyczny średni współczynnik tarcia podpory o podłoże.

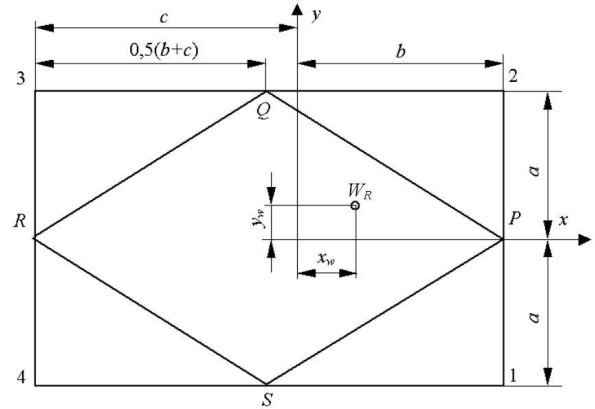
Porównując wartości składowych poziomych sił układu podporowego z siłami tarcia uzyskuje się zależność:

$$T_{xy} \geq R_{xy} \quad (5)$$

Na Rys. 2 przedstawiono krawędzie względem, których może nastąpić wywrócenie żurawia, wyznaczone na bazie punktów rozmieszczenia podpór żurawia (Suwaj, 1999).

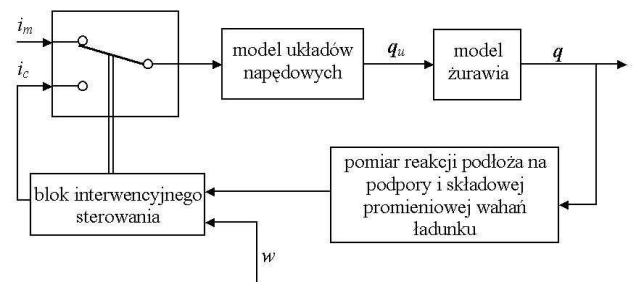
Na bazie płaszczyzny podstawy żurawia można określić krawędzie wywrótu żurawia: odcinki 1-2, 2-3, 3-4, 4-1 (prostokąt 1234) oraz obszar stateczności żurawia. Jeśli prosta działania wypadkowej pionowych sił nacisku podpór na podłoże przechodzi przez punkt W_R na płaszczyźnie podłoża określony (Rys. 2) współrzędnymi (x_w, y_w) i punkt ten leży wewnątrz rombu PQRS, to żuraw stoi na wszystkich podporach. Jeśli punkt W_R znajduje się w obszarze

trójkąta PQ2, to oderwaniu od podłoża ulega przeciwna podpora nr 4. Analogicznie dzieje się w pozostałych przypadkach. Nie powoduje to jednak wywrócenia się żurawia. Jednak ze względów bezpieczeństwa należy unikać takich sytuacji. Jeśli wypadkowa reakcji pionowych przechodzi przez którąkolwiek z krawędzi wywrótu, to oderwaniu od podłoża ulegają dwie przeciwnie podpory i żuraw traci stateczność.



Rys. 2. Płaszczyzna podstawy żurawia wyznaczona punktami rozmieszczenia podpór

Prezentowany model matematyczny żurawia wyposażono również w interwencyjny układ zmiany wysięgu (Rys. 3).



Rys. 3. Schemat działania układu sterowania zapobiegającego utracie stateczności: i_m - prąd sterowania ruchami roboczymi żurawia w trakcie jego pracy, i_c - interwencyjny prąd sterowania zmianą wysięgu zapobiegającą przewróceniu się żurawia, w - przyjęte warunki zadziałania bloku sterowania

Praca układu polega na korygowaniu kąta pochylenia wysięgnika w przypadku zaistnienia zagrożenia utraty stateczności. Interwencyjny blok regulacji rozpoczyna swoją pracę po zaistnieniu warunków świadczących o zagrożeniu utratą stateczności.

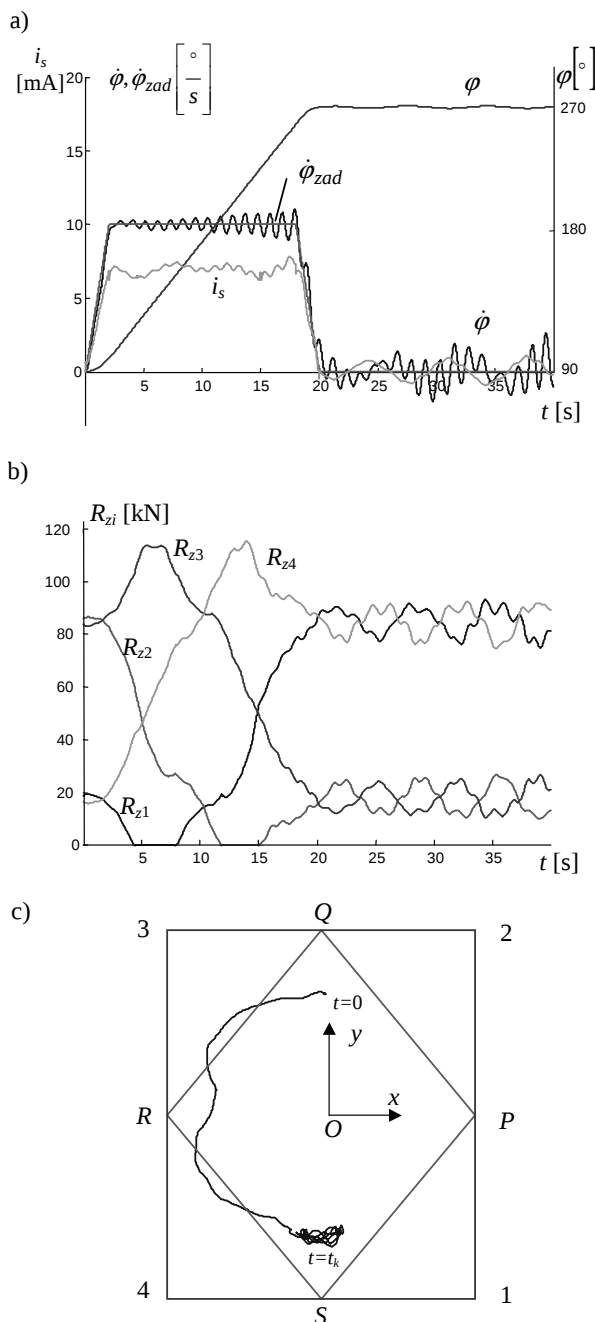
3. WYNIKI SYMULACJI NUMERYCZNYCH MODELU ŻURAWIA

Wykonano szereg badań symulacyjnych różnych struktur układów sterowania i regulacji dla różnych przypadków bez

lub z interwencją zapobiegającą utracie stateczności żurawia.

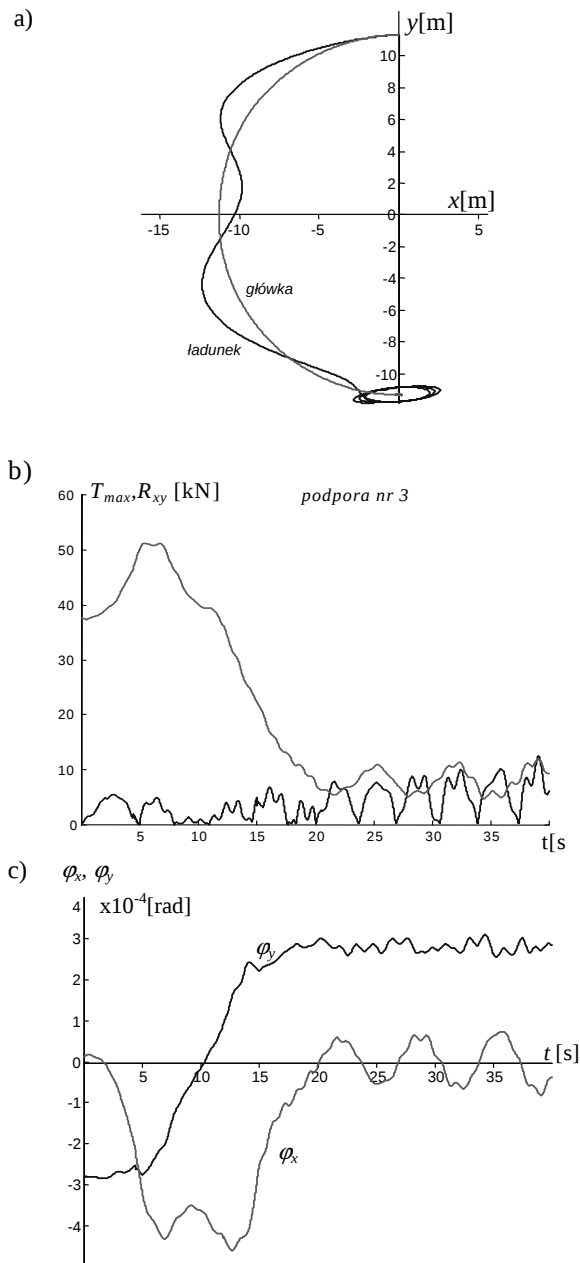
3.1. Regulacja ruchu obrotowego nadwozia

Do realizacji ruchu obrotowego nadwozia wykorzystano układ regulacji z regulatorem typu PID. Na wejście regulatora wprowadza się różnicę pomiędzy sygnałem zadanej prędkości kątowej obrotu nadwozia żurawia z wysięgnikiem $\dot{\phi}_{zad}(t)$, a sygnałem pomiarowym określającym aktualną wartość prędkości kątowej $\dot{\phi}(t)$.



Rys. 4. Wyniki symulacji układu regulacji prędkości kątowej ruchu obrotowego nadwozia (przypadek A): a) przebiegi czasowe zadanej $\dot{\phi}_{zad}$ i uzyskanej prędkości kątowej $\dot{\phi}$

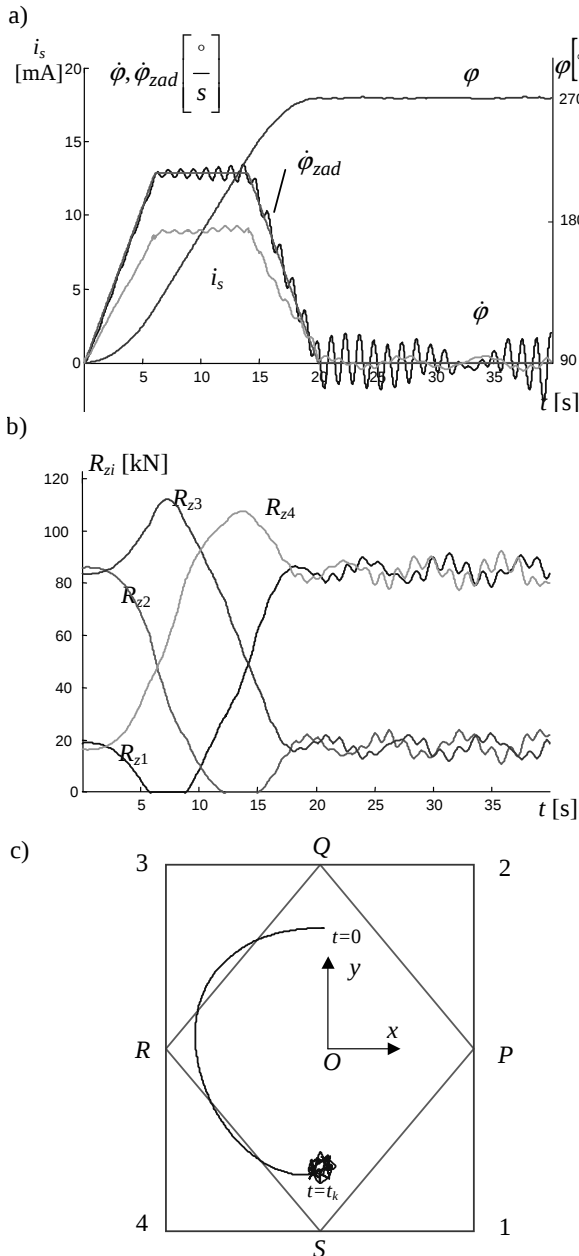
oraz kąta obrotu nadwozia z wysięgnikiem, prąd i_s elektrozaworu sterującego silnikiem ruchu obrotowego nadwozia, b) reakcje podłoża na układ podporowy, c) trajektorie ruchu punktu przyłożenia składowej pionowej wypadkowej reakcji podłoża



Rys. 5. Wyniki symulacji układu regulacji prędkości kątowej ruchu obrotowego nadwozia (przypadek A): a) rzut na płaszczyznę poziomą trajektorii ruchu ładunku w odniesieniu do przemieszczenia końca wysięgnika (głównika), b) przebiegi czasowe składowej poziomej reakcji podłoża oraz maksymalna siła tarcia pomiędzy podporą nr 3 a podłożem, c) przebiegi czasowe kątów obrotu podwozia żurawia ϕ_x , ϕ_y .

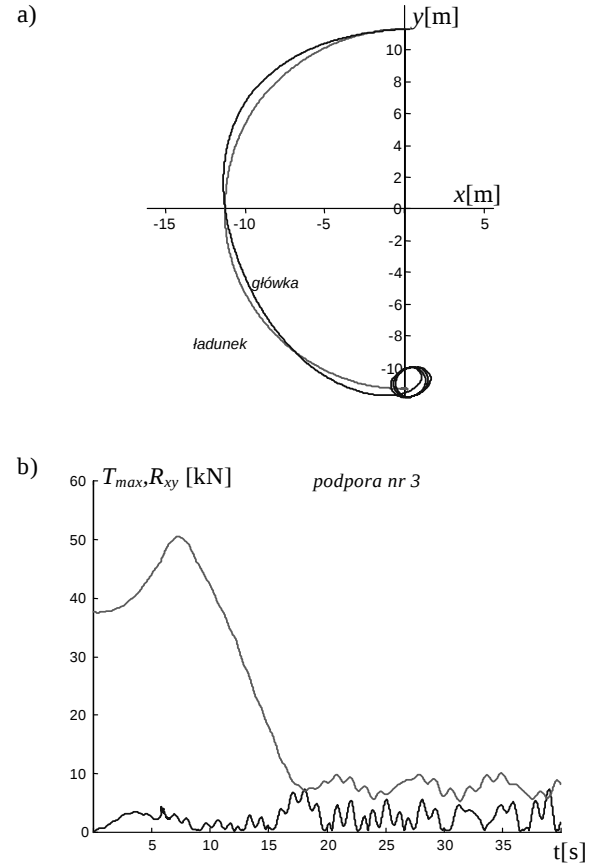
Założono obrót nadwozia o kąt $\varphi=180^\circ$ z położenia początkowego $\varphi_0=90^\circ$ w czasie 20s. Jako sygnał zadany na wejście regulatora PID przyjęto trapezowy przebieg czasowy

wy prędkości kątowej $\dot{\varphi}_{zad}$ dla obrotu nadwozia (Rys. 4a, Rys. 6a), przy czym czasy przyspieszania i hamowania nadwozia $t_A=t_C=2s$ dla przypadku A oraz $t_A=t_C=6s$ dla przypadku B. Przyjęto ładunek o masie $m=2200kg$ – jest to obciążenie statyczne niepowodujące utraty stateczności wyznaczone jak w pracy (Janusz, 2004). Na kolejnych wykresach przedstawiono wybrane wyniki badań symulacyjnych modelu matematycznego żurawia pracującego w zamkniętym układzie regulacji prędkości kątowej obrotu nadwozia z wysięgnikiem.



Rys. 6. Wyniki symulacji układu regulacji prędkości kątowej ruchu obrotowego nadwozia (przypadek B): a) przebiegi czasowe zadanej $\dot{\varphi}_{zad}$ i uzyskanej prędkości kątowej $\dot{\varphi}$ oraz kąta obrotu nadwozia z wysięgnikiem, prąd i_s elektrozaworu sterującego silnikiem ruchu obrotowego nadwozia, b) reakcje podłoża na układ podporowy, c) trajektorie ruchu punktu przyłożenia składowej pionowej wypadkowej reakcji podłoża

Analizując przedstawione przebiegi można stwierdzić, że pomimo zapewnienia stateczności statycznej żurawia, może dojść do zagrożenia utraty stateczności (Rys. 4b, c). Między 4 a 8 sekundą ruchu kontakt z podłożem traci podpora nr 1, natomiast między 12 a 15 sekundą podpora nr 2. Nie powoduje to jednak wywrócenia maszyny (Rys. 5c).



Rys. 7. Wyniki symulacji układu regulacji prędkości kątowej ruchu obrotowego nadwozia (przypadek B): a) rzut na płaszczyznę poziomą trajektorii ruchu ładunku w odniesieniu do przemieszczenia końca wysięgnika (główki), b) przebieg czasowy składowej poziomej reakcji podłoża oraz maksymalna siła tarcia pomiędzy podporą nr 3 a podłożem.

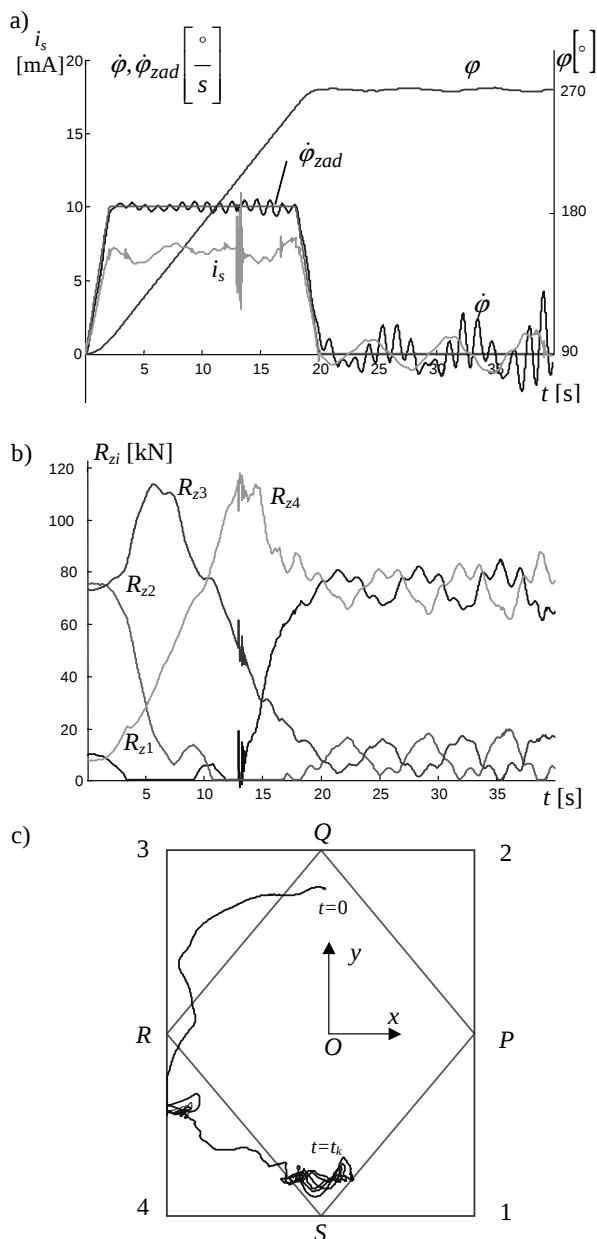
Podpora nr 3 również jest zagrożona chwilową utratą kontaktu z podłożem, gdyż po zakończeniu ruchu dochodzi do chwilowego przekroczenia przez składową poziomą reakcji podłoża wartości maksymalnej siły tarcia możliwego do przeniesienia między podporą a podłożem (Rys. 5b).

W przypadku symulacji ruchu oznaczonej symbolem B podobnie jak w przypadku A dochodzi do chwilowego oderwania najpierw podpory nr 1 a następnie podpory nr 2 (Rys. 6b, c). Nie dochodzi jednak do poziomego przesuwania się podpory nr 3, gdyż pozioma składowa reakcji podłoża na podporę jest mniejsza od możliwej do przeniesienia siły tarcia rozwiniętego (Rys. 7b).

Na podstawie rzutu na płaszczyznę trajektorii ruchu ładunku w odniesieniu do przemieszczenia główki wysięgnika (Rys. 5a, Rys. 7a) można stwierdzić, że istnieje współzależność między składowymi wahaniami ładunku a możliwością utraty stateczności.

3.2. Regulacja ruchu obrotowego nadwozia – przypadek utraty stateczności

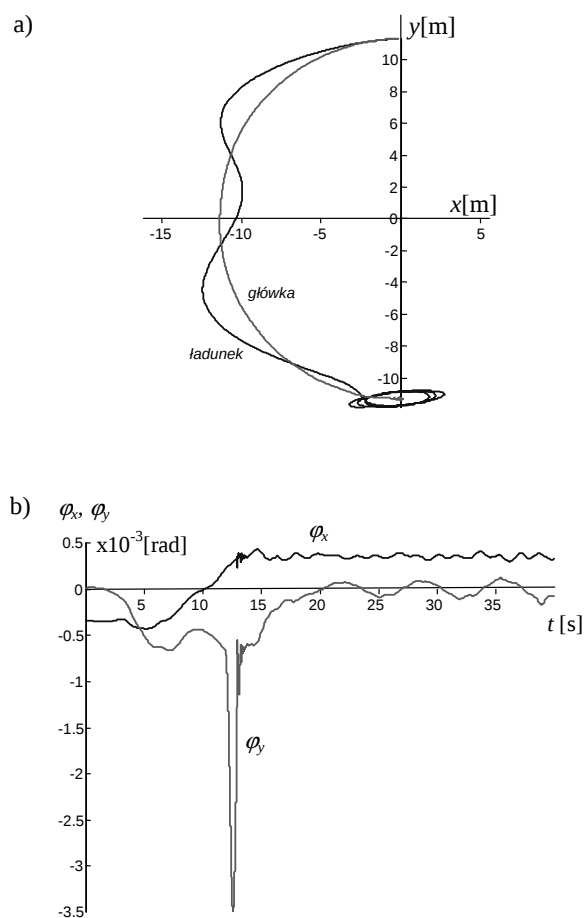
Poniżej przedstawiono wyniki symulacji obliczeń numerycznych dla przypadku, w którym dochodzi do utraty stateczności żurawia w trakcie wykonywania ruchu obrotowego. Żuraw pracuje w zamkniętym układzie regulacji. Przyjęto parametry ruchu jak w przypadku A analizowanym w rozdziale 3.1. Założono masę przenoszonego ładunku $m=3000\text{kg}$.



Rys. 8. Wyniki symulacji układu regulacji prędkości kątowej ruchu obrotowego nadwozia: a) przebiegi czasowe zadanej $\dot{\phi}_{zad}$ i uzyskanej prędkości kątowej $\dot{\phi}$ oraz kąta obrotu nadwozia z wysięgnikiem, prąd i_s elektrozaworu sterującego silnikiem ruchu obrotowego nadwozia, b) reakcje podłoża na układ podporowy, c) trajektoria ruchu punktu przyłożenia składowej pionowej wypadkowej reakcji podłoża

W chwili rozpoczęcia ruchu żuraw stał na wszystkich podporach, ale w trakcie wykonywania ruchu obrotowego nadwozia kontakt z podłożem utracił podpora nr 1 (Rys. 8b, c). Żuraw ponownie oparł się na 4 podporach w 9 sekundzie, jednak w 11 sekundzie podpora nr 1 ponownie utracił kontakt z podłożem a w 12 s podpora nr 2. Wówczas punkt W_R przyłożenia składowej pionowej wypadkowej reakcji podłoża znajduje się na krawędzi wywrotu 3-4. Żuraw przez około 2 sekundy stoi na dwóch podporach, w 14 sekundzie kontakt z podłożem uzyskuje podpora nr 1 a w 17 s podpora nr 2.

Zaistniałą chwilową utratę stateczności żurawia można również zaobserwować na Rys. 9b. Wówczas wzrasta kąt obrotu podwozia żurawia. W chwili ponownego kontaktu podpór z podłożem występuje uderzenie i zaburzenie pracy modelu (widoczny impuls prądu i_s na Rys. 8a).



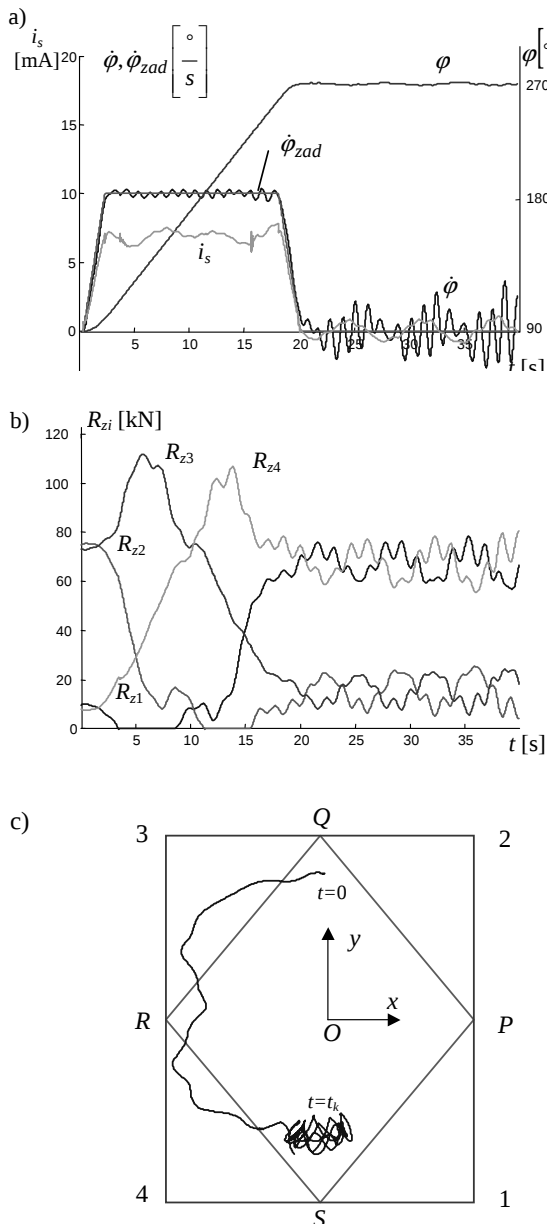
Rys. 9. Wyniki symulacji układu regulacji prędkości kątowej ruchu obrotowego nadwozia: a) rzut na płaszczyznę poziomą trajektorii ruchu ładunku w odniesieniu do przemieszczenia końca wysięgnika (główki), b) przebiegi czasowe kątów obrotu podwozia żurawia ϕ_x , ϕ_y .

3.3. Regulacja ruchu obrotowego nadwozia z włączonym układem zapobiegania utraci stateczności

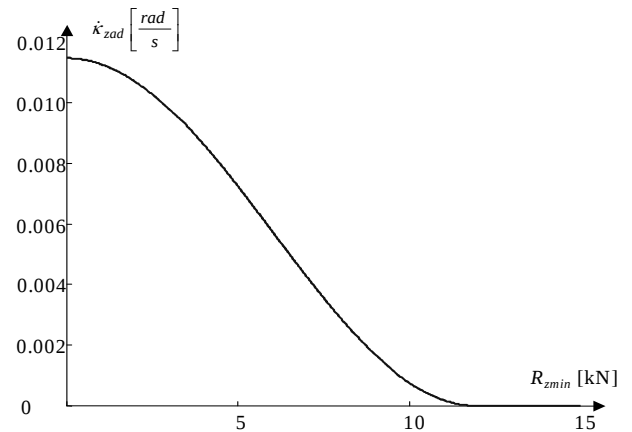
Poniżej przedstawiono wyniki symulacji numerycznych modelu matematycznego żurawia wyposażonego w układ

interwencyjnego sterowania zmianą wysięgu z wybranym korektorem nieliniowym. Funkcję sterującą w głównym torze przyjęto tak samo jak w rozdziale 3.2 (Rys. 10a), kiedy to dochodzi do oderwania dwóch podpór maszyny od podłoża. Korektor interwencyjnego sterowania zmianą wysięgu ma za zadanie korygować kąt pochylenia wysięgnika (zmniejszać wysięg) w celu zapewnienia stateczności żurawia.

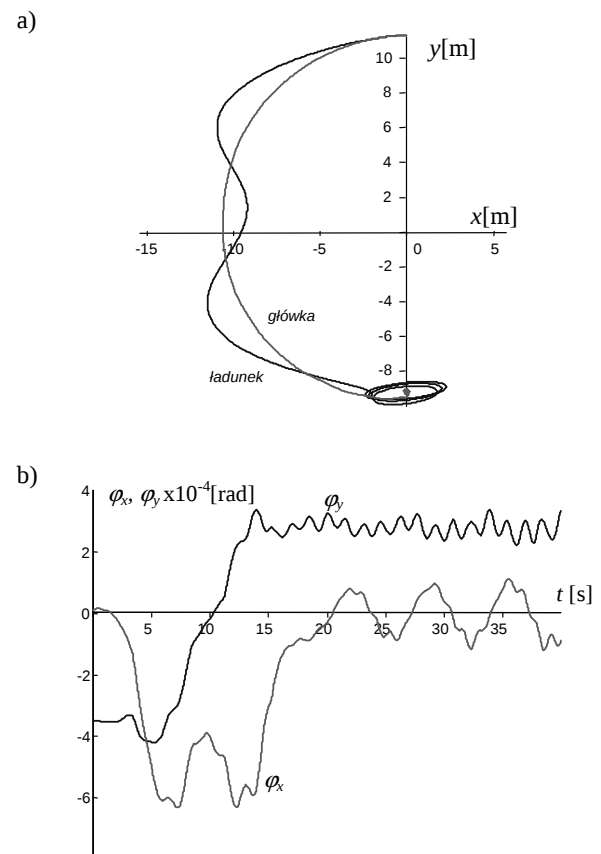
Charakterystykę statyczną korektora nieliniowego, działającego w torze interwencyjnego sterowania zmianą wysięgu przedstawiono na Rys. 11.



Rys. 10. Wyniki symulacji układu regulacji prędkości kątowej ruchu obrotowego nadwozia z korekcyjnym układem zmiany wysięgu: a) przebiegi czasowe zadanej $\dot{\varphi}_{zad}$ i uzyskanej prędkości kątowej $\dot{\varphi}$ oraz kąta obrotu nadwozia z wysięgnikiem, prąd i_s elektrozaworu sterującego silnikiem ruchu obrotowego nadwozia, b) reakcje podłoża na układ podporowy, c) trajektoria ruchu punktu przyłożenia składowej pionowej wypadkowej reakcji podłoża



Rys. 11. Charakterystyka statyczna regulatora interwencyjnej zmiany wysięgu ($\dot{\kappa}_{zad}$ - zadana prędkość korekcyjnej zmiany kąta pochylenia wysięgnika; R_{zmin} - składowa pionowa reakcji najmniej obciążonej podpory żurawia)



Rys. 12. Wyniki symulacji układu regulacji prędkości kątowej ruchu obrotowego nadwozia z korekcyjnym układem zmiany wysięgu: a) rzut na płaszczyznę poziomą trajektorii ruchu ładunku w odniesieniu do przemieszczenia końca wysięgnika (główki), b) przebiegi czasowe kątów obrotu podwozia żurawia φ_x, φ_y .

Do realizacji ruchu zmiany kąta pochylenia wysięgnika wykorzystano układ regulacji z regulatorem typu PID podobnie jak w pracy (Kłosiński i Janusz, 2009). Wartością zadaną dla układu jest zadana prędkość zmiany kąta pochy-

lenia wysięgnika wynikająca z pracy interwencyjnego korektora zmiany wysięgu.

Porównując przebiegi składowych poziomych i pionowych reakcji podłoża na poszczególne podpory dla przypadku realizacji ruchu bez i z korekcją zmiany wysięgu, można stwierdzić, że istnieje możliwość zmniejszenia zagrożenia utraty stateczności przez odpowiednie sterowanie pochyleniem wysięgnika żurawia. Aby jednak można było stosować tą metodę, potrzebne jest "monitorowanie" reakcji podłoża na układ podporowy. Znajomość wartości reakcji pozwala na odpowiednio wczesną interwencję, polegającą na korekcji istniejącej strategii sterowania w celu zminimalizowania zagrożenia utraty stateczności.

4. WNIOSKI

Uzyskane wyniki symulacji numerycznych pozwalają ocenić wpływ stosowanych strategii sterowania ruchami roboczymi żurawia na jego stateczność. Dobór odpowiedniej strategii sterującej pozwala na zmniejszenie zagrożenia utraty stateczności. Zastosowanie korekcji kąta zmiany wysięgu pozwala na zapobieganie odrywania się podpór w przypadku realizacji strategii sterującej ruchem obrotowym. Wpływa to również na zmniejszenie możliwości wystąpienia poślizgu na styku podpory z podłożem. Wystąpienie poślizgu podpory jest bardzo niebezpieczne podczas pracy żurawia w pobliżu budynków, innych maszyn lub uskoków terenu. Modyfikacje i zastosowanie przedstawionej metody zapobiegania utraty stateczności mogą znacznie obniżyć ryzyko wystąpienia tego zjawiska w trakcie wykonywania ruchów roboczych.

LITERATURA

1. **Balkan T.** (1996), A load control system for mobile cranes, *Mechanics Research Communications*, Vol. 23, No 4, 395-400.
2. **Janusz J.** (2004), *Wpływ wybranych parametrów sterowania ruchami roboczymi żurawia samojezdnego na jego stateczność*, ZN ATH, Publikacje, Z. 12, Bielsko-Biała, 45-58.
3. **Janusz J.** (2005), *Analiza dynamiczna układu sterowania ruchami roboczymi żurawia w warunkach zagrożenia utraty stateczności*, Praca Doktorska, Bielsko-Biała.
4. **Kilicaslan S., Balkan T., Ider S. K.** (1999), Tipping loads of mobile cranes with flexible booms, *Journal of Sound and Vibration*, 223(4), 645-657.
5. **Kłosiński J.** (2000), Sterowanie ruchami roboczymi żurawia samojezdnymi zapewniające pozycjonowanie przenoszonego ładunku, ZN, *Budowa i eksploatacja Maszyn*, Rozprawy Naukowe nr 55, Bielsko-Biała.
6. **Kłosiński J., Janusz J.** (2002), Model matematyczny żurawia samojezdnego przeznaczony do badania jego stateczności dynamicznej, *Prace Naukowe Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn*, 85, *Mat. XVIII Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Dydaktycznej TMiM*, Wrocław, 239-244.
7. **Kłosiński J., Janusz J.** (2009), Control of Operational Motions of a Mobile Crane under a Threat of Loss of Stability, *Solid State Phenomena*, Vol. 144, 77-82.
8. **Suwaj S.** (1999), Próba diagnozowania warunków utraty stateczności żurawia teleskopowego, *Mat. XII Konferencji: Rozwój podstaw budowy, eksploatacji i badań maszyn roboczych ciężkich, w tym budowlanych*, Zakopane, 249-256.
9. **PN-ISO 4304:1998**, *Żurawie samojezdne. Wyznaczanie stateczności*.

INFLUENCE OF THE SELECTED CONTROL STRATEGIES OF MOBILE CRANE MOTIONS ON ITS STABILITY

Abstract: The mathematical model of control of working motions of a mobile crane which can be used for checking the crane stability, is described in the paper. The admissible static loads of crane model have been determined. In the paper, results of research of slewing motion for conditions of threat of loss stability have been presented. The influence of the assumed strategies of the controlling of the slewing motion and the crane luffing on the values of reactions in the crane support system was investigated. The displacements of payload during the motions' realisation and after ending of the motions were calculated.

DIAGNOSTYKA WRZECION OBRABIAREK NA PODSTAWIE POMIARÓW BŁĘDNYCH RUCHÓW WIRUJĄCYCH OSI

Robert JASTRZĘBSKI*, Tadeusz KOWALSKI**, Paweł OSÓWNIAK*, Anna SZEPKE*

*Centrum Badawczo-Konstrukcyjne Obrabiarek Sp. z o.o., ul. Staszica 1, 05-800 Pruszków

**Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Produkcji, ul. Narbutta 86, 02-524 Warszawa

jastrzebski@cbko.pl, kowalski.tad@gmail.com, osowniak@cbko.pl, obic@cbko.pl

Streszczenie: Opisano metodykę pomiarów błędnych ruchów wirujących osi. Przedstawiono możliwości wykorzystania tej metodyki do oceny i diagnostyki pracy wrzecion obrabiarek w zakresie dokładności geometrycznej łożysk i oprawek narzędzi, przemieszczeń wirującej osi, przemieszczeń drgań i przemieszczeń temperaturowych końcówki narzędzia oraz wykrywania nieprawidłowości pracy wrzecion. Przedstawiono przykładowe wyniki diagnostyki elektrowrzecion obrabiarek CNC i wykrytych błędów będących przyczyną nieprawidłowej obróbki (błędów kształtu, podwyższonej chropowatości, łamania i szybkiego zużycia ostrzy płytek skrawających).

1. OPIS METODYKI

Stosowane zazwyczaj do oceny wrzecion obrabiarek metody badań opierają się na pomiarach dokładności geometrycznej: bicia promieniowego i osiowego, równoległości i prostopadłości osi wrzeciona do osi maszyny). Stosuje się również diagnostykę wibracyjną poprzez pomiar prędkości i przyspieszeń drgań korpusów, w których osadzone jest wrzeciono. Metody te nie odpowiadają na pytania, jak zachowuje się obracająca się końcówka narzędzia, jakie są dokładności łożysk przy obrotach po zmontowaniu, jak błędy te przekładają się na dokładność obróbki.

Dostępne obecnie systemy akwizycji danych oraz dokładność i szybkość działania bezstykowych czujników przemieszczeń umożliwiają szersze zastosowanie opisanej metodyki do oceny precyzyjnych szybkoobrotowych wrzecion obrabiarek.

Przy określaniu osi obrotu elementów wirujących można wyznaczyć obliczeniowo statyczne osie poszczególnych powierzchni walcowych jako prostą określoną przez minimum sumy kwadratów odległości punktów powierzchni walcowej od tej prostej. Reprezentuje ona wtedy teoretyczną oś obrotu dla określonej powierzchni walcowej. Natomiast oś obrotu wrzeciona określona przez osie czopów łożysk jest wyznaczana najczęściej przez różne powierzchnie walcowe. Odchyłki kształtu tych powierzchni powodują, że oś ta przyjmuje różne położenia chwilowe w zależności od pozycji kątowej i prędkości obrotowej.

Dodatkowo powstające przy obrotach siły (tarcia, niewyważenia, itp.) powodują drgania korpusu, w którym osadzone jest wrzeciono. Wskutek tego, podczas ruchu, nawet w tym samym położeniu kątowym, oś chwilowa może nie być w tym samym położeniu względem przyjętej bazy – najczęściej przedmiotu obrabianego. Chwilowe zmiany położenia osi podczas obrotu nazywane dalej błędnymi ruchami osi są trudne do wyodrębnienia, gdyż nakładają się na nie błędy geometrii (wykonania i montażu poszczególnych elementów). Mierząc bicia promieniowe

mierzymy sumę różnych błędów, w tym geometrycznych, jak mimośrodowość powierzchni pomiarowej względem osi obrotu, błędy nieokrągłości powierzchni pomiarowej oraz zmiany statyczne położenia osi obrotu na kierunku pomiaru podczas ustawiania wrzeciona w różnych pozycjach kątowych. Opisowana metodyka przedstawiona w pracy Jemielniaka (2004) została także wdrożona do przepisów badań obrabiarek (ISO 230-7, 2006). Polega na takim sposobie pomiaru całkowitych ruchów promieniowych i osiowych wirującej osi, który eliminuje błędy geometryczne oraz pozwala na pomiar tych ruchów dla dowolnej prędkości obrotowej. Mierzone są całkowite przemieszczenia promieniowe i osiowe w wybranym punkcie wzdłuż osi obrotowej w trzech prostopadłych kierunkach. Pomiaru dokonuje się bezstykowymi czujnikami przemieszczeń o dużej szybkości działania, względem wirującego trzpienia wzorcowego (Rys.1).

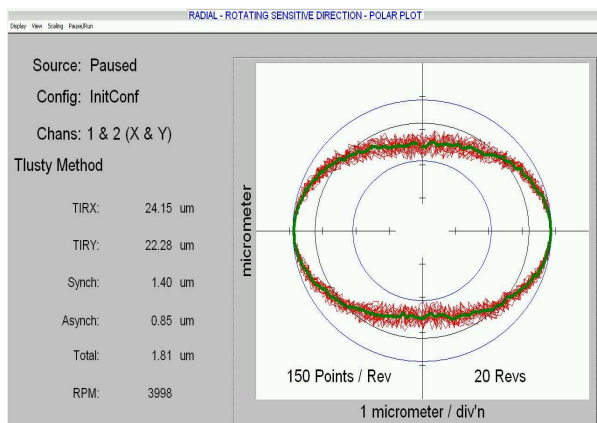


Rys. 1. Pomiar błędów wirującego wrzeciona

Aby określić błędne ruchy osi wrzeciona w czasie obrotu, należy wyeliminować z pomiaru błędy geometryczne, których głównymi składnikami są nieokrągłość powierzchni, względem której wykonujemy pomiary i mimośrodowość tej powierzchni względem osi obrotu. Nieokrągłość powierzchni pomiarowej eliminowana jest przez stosowa-

nie trzpieni wzorcowych o wysokiej okrągłości. Błąd okrągłości kulistej końcówki trzpienia wzorcowego, widocznej na Rys.1, wynosi 18nm, co redukuje błąd nieokrągłości powierzchni do wartości w praktyce pomijalnych. Natomiast mimośródowość powierzchni pomiarowej względem osi obrotu jest eliminowana obliczeniowo – wynikiem pomiaru błędu mimośrodu osi powierzchni pomiarowej względem osi obrotu jest sinusoida – każda odchyłka od tej sinusoidy, pomijając błędy techniki pomiarowej, oznacza zmianę pozycji osi obrotu wrzeciona, dla danego położenia kąтового.

Na Rys.2 przedstawiono symulowany wykres ruchów osi wrzeciona we współrzędnych biegunowych oraz wyznaczone błędy ruchu osi na podstawie używanego przez Laboratorium CBKO oprogramowania.



Rys. 2. Wykres dynamicznych błędów promieniowych w ruchu obrotowym wrzeciona

Algorytm postępowania przy eliminacji mimośrodu i wyznaczaniu błędów ruchu osi jest następujący:

1. Z wyników wskazań czujników (X' , Y') (jako wektorów X' i Y') wyznaczany jest okrąg odpowiadający średniemu ruchowi osi wrzeciona w ten sposób, by suma kwadratów odchyłeń punktów od okręgu była minimalna (tzw. okrąg najmniejszych kwadratów):

$$\sum_{i=1}^N [(x'_i - x_0)^2 + (y'_i - y_0)^2 - r_0^2] = \min \quad (1)$$

gdzie: r_0 – promień okręgu odpowiadający mimośródowości powierzchni pomiarowej, x_0, y_0 – współrzędne środka okręgu, x'_i, y'_i – wyniki kolejnych pomiarów (wskazania czujników przeliczone na μm).

Współrzędne środka okręgu wynikają z ustawienia czujników i nie są błędem, lecz wyznaczają rzeczywisty środek układu współrzędnych, względem którego zostają przeliczone wyniki pomiarów.

$$X = X' - x_0 \quad Y = Y' - y_0,$$

gdzie: X' – wektor wskazań czujnika w osi x , Y' – wektor wskazań czujnika w osi y , X – wektor przemieszczeń osi wrzeciona w kierunku x , Y – wektor przemieszczeń osi wrzeciona w kierunku y .

Jest to środkowy okrąg na Rys. 2. Przy bezbłędnym ruchu obrotowym wrzeciona (i braku błędów wynikających

z techniki pomiarowej) wykres ruchów promieniowych osi pokrywałby się z wyliczonym okręgiem, reprezentującym mimośród. Skalę wykresu dobiera się tak, aby uwidocznienie odchyłki od tego okręgu – przy rzeczywistych pomiarach mimośród jest najczęściej znacznie większy od występujących błędów ruchów osi. Podstawą do wyznaczania promieniowych błędów ruchu osi jest kołowy wykres chwilowych odchyłeń odległości osi wrzeciona od środka układu współrzędnych. (Warto zwrócić uwagę, że odchylenia prostopadłe do chwilowego promienia powinny być ignorowane, jako nie mające wpływu na dokładność obróbki, a zakłócające obraz przebiegu ruchów promieniowych).

2. Po określeniu środka układu współrzędnych reprezentującego teoretyczną oś obrotu, sposób wyznaczania błędnych ruchów promieniowych wirującej osi jest następujący:

Dla każdego pomiaru wyznaczana jest odległość osi wrzeciona od środka układu, mierzona wzdłuż aktualnego promienia:

$$r_{ij}(\varphi_i) = X_{ij}(\varphi_i) \cos \varphi_i + Y_{ij}(\varphi_i) \sin \varphi_i \quad (2)$$

gdzie: $i = 1..i_{\max}$ – numer położenia kąowego w danym obrocie, $j = 1..j_{\max}$ – numer obrotu dla ilości obrotów $j_{\max}$, φ_i – kąt obrotu wrzeciona (reprezentuje chwilowe położenie wrzeciona podczas ruchu względem przyjętego zera położenia kąowego), $X_{ij}(\varphi_i)$ – wskazanie czujnika x w i -tym położeniu kąowym, w j -tym obrocie, $Y_{ij}(\varphi_i)$ – wskazanie czujnika y w i -tym położeniu kąowym, w j -tym obrocie.

Wzór (2) opisuje tzw. biegunowy wykres chwilowych położen osi powierzchni pomiarowej względem wyznaczonego wg wzoru (1) środka okręgu, reprezentującego położenie „idealne” osi. Różnica promieni okręgu opisanego na tym przebiegu i okręgu wpisanego w ten przebieg, wykreślone na Rys. 2 jako okrąg zewnętrzny i wewnętrzny definiowana jest jako Błąd Całkowity Ruchów poprzecznych osi (Total Error Motion). Błąd ten reprezentuje maksymalną różnicę chwilowych odchyłeń odległości osi wrzeciona od środka układu współrzędnych zdefiniowanego w (1). Różnica promieni eliminuje mimośród. Na Rys. 2 wartość tego błędu wynosi 1,81 μm .

3. Określenie błędu asynchronicznego. Metodyka zakłada ocenę powtarzalności chwilowych położen osi, stąd wynik jest uśredniany z co najmniej z kilku obrotów. Jeśli dla każdego położenia kąowego (φ_i) obliczymy maksymalną i minimalną wartość promienia: $r_{\max}(\varphi_i)$, $r_{\min}(\varphi_i)$, otrzymamy minimalne i maksymalne odchylenia osi wrzeciona odpowiadające każdemu położeniu kąowemu. Linie poprowadzone przez zbiory tych odchyłeń w każdym położeniu kąowym mają pewien rozrzut od $r_{\min}(\varphi_i)$ do $r_{\max}(\varphi_i)$ (Na Rys. 2 widoczne jako rozrzut cienkich linii, stanowią chwilowe położenia ruchów asynchronicznych – nie związanych z obrotami wrzeciona). Maksymalna szerokość tego rozrzutu jest definiowana jako Błąd Asynchroniczny Ruchów promieniowych osi (Asynchronous Error Motion). Można go też interpretować jako maksymalną amplitudę drgań poprzecznych wirującej osi odniesioną do położenia kąowego. Na Rys. 2 wartość tego błędu wynosi 0,89 μm .

4. Określenie błędu synchronicznego. Jeśli dla każdego położenia kąowego (φ_i) obliczymy średnią wartość promienia $r_{is}(\varphi_i)$, to zbiór tych wartości określi synchroniczne

(skorelowane z obrotami) przemieszczanie się osi wrzeciona. Na Rys. 2 wykreślono je grubą linią. Różnica promieni okręgów opisanego i wpisanego na średniej wartości odległości osi wrzeciona od środka układu, definiowana jest jako Błąd Synchroniczny Ruchów promieniowych osi (Synchronous Error Motion). Na Rys. 2 jego wartość wynosi $1,40\mu\text{m}$. Podobnie wyznaczane są błędy ruchów wzdlużnych osi.

5. Przy pomiarach błędów ruchu osi bezpośrednio mierzony jest parametr nazywany TIR (Total Indicator Reading), na podstawie którego wyznaczamy błędy ruchu. Pomocny jest on także do sumarycznej analizy dokładności i diagnostyki wrzecion. Reprezentuje maksymalne zarejestrowane przemieszczenia na kierunku ustawienia czujnika przemieszczeń. Wyznaczony parametr TIR zawiera w sobie:

- mimośród powierzchni pomiarowej względem wyliczonej osi wrzeciona;
- błędy geometryczne powierzchni pomiarowej;
- błędy ruchów osi, na kierunku pomiaru;
- przemieszczenia dynamiczne korpusu wrzeciennika wynikające z niewyważenia, sztywności, właściwości dynamicznych (częstotliwość drgań własnych);
- szумы pomiarowe.

Przy odpowiedniej analizie i znajomości niektórych składników TIR (np. stosując trzpienie wzorcowe o znanej geometrii), można uzyskać informacje o przemieszczeniach końcówki narzędzia, błędach geometrycznych oprawek, a także wykorzystać TIR do pomiaru prędkości obrotowej.

W Laboratorium CBKO wdrożono tę metodykę do stosowania dla potrzeb badań prototypów elektrowrzecion obrabiarek (Jastrzębski, 2006; Jastrzębski i Szepeke, 2009).

2. DIAGNOSTYKA WRZECION NA PODSTAWIE OPISANEJ METODYKI

Wg opisywanej metodyki wyznaczane są następujące błędy:

- błąd synchroniczny, asynchroniczny i całkowity osi wirującej w płaszczyźnie prostopadłej do osi wirowania (promieniowe błędy ruchu osi wrzeciona),
- błąd synchroniczny, asynchroniczny i całkowity wzdluż wirującej osi,
- błąd przemieszczania się (drgań) końcówki narzędzia na kierunkach X, Y i Z (z TIR).
- błąd przemieszczania się w czasie końcówki narzędzia na kierunkach X, Y i Z – odkształcenia cieplne.

Wyznaczane błędy pozwalają powiązać błędy pracy wrzeciona z dokładnością obróbki oraz z problemami źródłowymi mogącymi powodować błędy obróbki. Wytyczne przedstawiono w Tab. 1. Jakość obrabianej powierzchni rozumiana jest najczęściej jako chropowatość.

Przedstawiono 3 przykłady diagnostyki i badań wrzecion.

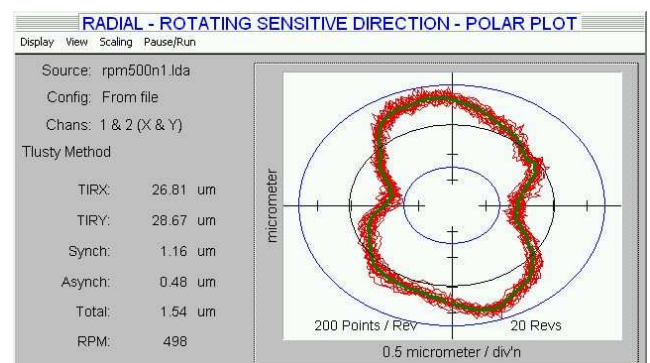
Przykład 1. Badania odbiorcze wrzeciona frezarki

Stwierdzono poprawność montażu i niewielkie błędy ruchów osi, spełniające wymagania WOT. Wyniki badań były podobne w całym zakresie sprawdzanych prędkości obrotowych. Z wykresu poniżej wynika, że błąd owalności

np. wytaczanych otworów wynikający z dokładności osi obrotu wrzeciona (błąd synchroniczny) nie powinien znacznie przekraczać ok. $1\mu\text{m}$, a uzyskiwana chropowatość powierzchni powinna być wysoka (błąd asynchroniczny wskazuje, że wysokość nierówności $R_z < 0,5\mu\text{m}$). Parametr TIR wskazuje na błąd mimośrodowości oprawki zaciskowej narzędzia na poziomie ok. $25\mu\text{m}$.

Tab. 1. Wytyczne do diagnostyki wrzecion na podstawie opisanej metodyki

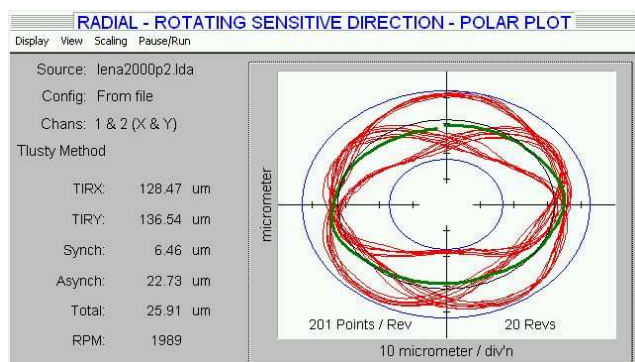
Wyznaczane parametry ruchu wrzeciona wg opisanej metodyki	Powiązane błędy dokładności i jakości obróbki	Powiązane problemy źródłowe
Błąd synchroniczny promieniowy	Błąd okrągłości obrabianej powierzchni	Błąd okrągłości - bieżni łożysk, - obsady łożysk Błąd ustawienia obsady łożysk
Błąd asynchroniczny promieniowy	Pogorszenie jakości obrabianej powierzchni przy niektórych prędkościach	Niedostateczna sztywność lub niewyważenie, częstotliwości rezonansowe maszyny, luzy promieniowe
Błąd asynchroniczny osiowy	Błąd jakości obrabianej powierzchni	Zużycie łożysk, niewłaściwe napięcie wstępne, drgania własne, luzy osiowe
Błąd asynchroniczny osiowy	Pogorszenie jakości obrabianej powierzchni przy niektórych prędkościach	Niedostateczna sztywność lub niewyważenie, częstotliwości rezonansowe maszyny
Całkowite mierzone przemieszczenie promieniowe lub osiowe (TIR)	Pogorszenie jakości obrabianej powierzchni, błędy dokładności obróbki	Znaczna mimośrodowość oprawek lub szczeń uchwytów względem osi obrotu wrzecion
Znaczne zmiany całkowitego mierzonego przemieszczenia promieniowego lub osiowego (TIR) w funkcji obrotów	Pogorszenie jakości obrabianej powierzchni, szybsze zużycie płytek skrawających, błędy dokładności obróbki	Luz osiowe i promieniowe w obsadach łożysk
Zmiana w czasie pozycji osi wrzeciona względem przedmiotu obrabianego	Błędy dokładności i powtarzalności obrabianych powierzchni od odkształceń cieplnych	Za duże napięcie wstępne łożysk, za ciasne pasowania łożysk, zbyt mała efektywność chłodzenia elektrowrzecion



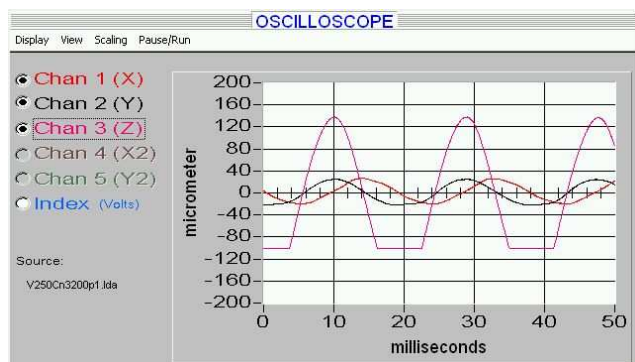
Rys. 3. Typowe błędy promieniowe osi wrzeciona frezarskiego z łożyskami wysokiej dokładności

Przykład 2. Błędy dokładności wrzeciona tokarki

Zgłoszono błędy geometrii toczonej powierzchni jako powstające w jednym miejscu wybrzuszenie w przekroju toczonego wałka ok. 0,02mm. Na podstawie wykresów dla różnych prędkości, stwierdzono luzy poprzeczne w łożyskach. Występowały w zależności od prędkości obrotowej znaczne różnice wyznaczanych błędów synchronicznych i asynchronicznych w zależności od prędkości obrotowej. Jednocześnie stwierdzono bardzo duże bicie promieniowe szczęk uchwytu (znaczny TIR), co mogło być jedną z przyczyn przyspieszonego zużycia łożysk i powstania luzów. Na Rys. 4 zamieszczono przykładowy wykres ruchów osi diagnozowanego wrzeciona dla nastawionej prędkości 2000 obr/min. Naprawa – wymiana uszkodzonych łożysk.



Rys. 4. Przykładowy wykres błędnych ruchów promieniowych osi przy luzach w łożysku



Rys. 5. Wykresy czasowe parametru TIR dla trzech kierunków ruchów, pokazujący nietypowo wysokie ruchy wzdłuż osi wrzeciona (Z)

Przykład 3. Błędy jakości obróbki tokarki

Zgłoszono znaczny wzrost drgań wrzeciona przy wzroście prędkości, oraz znacznie szybsze zużywanie się płytek skrawających, niż wcześniej, kłopoty z utrzymaniem odpowiedniej jakości powierzchni obrabianej. Przy wolnych obrotach błędy obrotu wrzeciona były niewielkie, przy wzroście prędkości stwierdzono (max. dla prędkości ok. 3200obr/min) nawet stukrotny wzrost ruchów wzdłuż osi wrzeciona, z 3 do ok. 300µm, z częstotliwością obrotów wrzeciona. Po analizie konstrukcji wrzeciona stwierdzono, że przyczyną wzrostu drgań wrzeciona może być luz wzdłużny na zewnętrznym pierścieniu oporowym łożyska. Pierścień odkształcił się i wgniótł częściowo

(po kolizji) w miękki korpus wrzeciennika. Błąd ujawniał się dopiero przy znacznym wzroście sił dynamicznych przewyższających masę wrzeciona i opory tarcia w obudowie. Nie było potrzeby wymiany łożysk, wystarczyło wymienić pierścien na grubszy i odpowiednio napiąć łożyska. Na Rys. 5 przedstawiono wykresy rejestrowanego parametru TIR dla n=3200obr/min (na osi Z przekroczony ustalony zakres pomiarowy czujnika – 0,25mm).

3. SZACOWANA NIEDOKŁADNOŚĆ POMIARÓW I WERYFIKACJA METODYKI W LABORATORIUM

Bardzo duże znaczenie dla jakości i dokładności wyników badań błędnych ruchów wirujących osi ma stosowane wyposażenie. Wynika to z faktu, że dla dokładnych łożysk odchyłki te są bardzo często mniejsze od 1µm, oraz szczególnie przy dużych prędkościach obrotowych, mierzone są przemieszczenia o dużych częstotliwościach rzędu kilku kHz. Wysokie wymagania dotyczą zarówno dokładności trzpieni wzorcowych, bezstykowych czujników przemieszczeń, jak i szybkości działania i rozdzielczości układu rejestracji sygnałów pomiarowych.

Stosowany w Laboratorium CBKO zestaw pomiarowy ma następujące parametry:

- trzpień wzorcowy kulowy o okrągłości 0,018µm,
- trzpień wzorcowe walcowe o okrągłości do 0,25µm i współosiowości powierzchni chwytowej i pomiarowej do 0,15µm;
- czujniki pomiarowe pojemnościowe o dokładności do 0,03µm/zakres pomiarowy i paśmie przenoszenia częstotliwości 15kHz;
- zestaw rejestrujący, pozwalający na pomiary z rozdzielczością do 0,001µm (dla zakresu 50µm) i > 200 punktów/obrót dla prędkości obrotowej do 50000obr/min.



Rys. 6. Jednoczesne pomiary przemieszczeń drgań korpusu i przemieszczeń wirującej osi

Wyznaczona niepewność całkowita pomiaru parametrów określających błędne ruchy, dla opisanego zestawu pomiarowego, nie przekracza $0,1\mu\text{m}$, przy stosowaniu trzpienia kulowego. Przy ocenie błędów geometrycznych chwytów narzędzi lub przedmiotu względem osi obrotu, niepewność pomiaru nie przekracza $0,5\mu\text{m}$.

W ramach weryfikacji wytycznych do diagnostyki wg Tab. 1, wykonano (poza próbami obróbki) badania porównawcze drgań korpusu wrzeciennika frezarki i przemieszczeń wirującej osi (Rys. 6).

W Tab. 2 zestawiono wyniki wykonanych jednocześnie pomiarów przemieszczeń drgań korpusu na kierunku Y (interferometrem laserowym) z wybranymi błędami ruchu wrzeciona (parametrem TIR i błędami asynchronicznymi osi wrzeciona), dla różnych prędkości obrotowych. Na trzpieniu wzorcowym ustawiono mimośród na $25\mu\text{m}$. Sumaryczne bicie promieniowe statyczne wynosiło $28\mu\text{m}$.

Tab. 2. Porównanie amplitud (peak to peak) błędów drgań korpusu wrzeciennika, końcówki narzędzia i wybranych błędów ruchu osi

Prędkość obrotowa wrzeciona	Amplituda drgań korpusu wrzeciennika w kierunku Y	Całkowite mierzone przemieszczenie promieniowe końcówki narzędzia (TIR)	Błąd promieniowy osi wrzeciona	
			Całkowity	Asynchroniczny
[obr/min]	[μm]	[μm]	[μm]	[μm]
500	0,7	28,67	1,54	0,48
1000	1,0	28,89	1,74	0,80
3000	1,4	29,97	2,08	1,12
4000	4,4	30,10	1,62	1,31
5000	2,6	30,24	2,88	1,64
6000	4,2	31,96	5,63	2,75
7000	1,4	30,73	5,85	2,53
8000	1,6	30,39	4,93	2,29
9000	2,1	31,94	5,92	2,90
10000	1,9	32,81	5,45	2,48
11000	7,8	34,59	6,49	2,75
12000	28,0	38,76	6,49	2,71

Z zestawienia w tabeli 2 widać, że ruchy końcówki narzędzia reprezentowane przez TIR związane są z wypadkową nakładających się na siebie błędów mimośrodowości, drgań korpusu wynikających z sił od obrotów, ale również drgań własnych konstrukcji, a także przemieszczeń wirującej osi. Wzrost błędu asynchronicznego wraz z rosnącymi obrotami potwierdza udział wpływu w ruchach osi względem przedmiotu obrabianego drgań korpusu nie związanych z obrotami. Błąd asynchroniczny promieniowy w praktyce jest taki sam, niezależnie od kierunku w którym rozpatrujemy drgania. Dla błędów całkowitego i synchronicznego promieniowego nie określamy kierunku, w którym jest największy. Błędy te rosną wraz z obrotami najczęściej w kierunku, gdzie sztywność jest najmniejsza.

Wyniki potwierdzają przedstawione w Tab. 1 wytyczne do diagnostyki problemów występujących podczas pracy wrzecion.

4. PODSUMOWANIE

- Przedstawiona metodyka badań i oceny dokładności wirujących wrzecion, poza bezpośrednią oceną dokładności jest wyjątkowo przydatna do diagnostyki problemów związanych z pracą wrzecion.
- W porównaniu z diagnostyką wibracyjną związaną z analizą drgań korpusów ułatwia wnioskowanie, gdyż uzyskiwane wyniki bezpośrednio przekładają się na wzajemne przemieszczenia przedmiotu i narzędzia.
- Na podstawie uzyskiwanych wyników można wnioskować o spodziewanej dokładności i jakości obróbki, przy zadanej prędkości obrotowej wrzeciona.
- Metodyka przeznaczona jest do oceny pracy precyzyjnych wrzecion obrabiarek, ale nie wyklucza to innych podobnych zastosowań w zakresie diagnostyki ruchu obrotowego (np. stołów obrotowych).

LITERATURA

1. **ISO 230-7: 2006** Test code for machine tools – Part 7: geometric accuracy of axes of rotation.
2. **Dzierżek K.** (2009), *Analiza mechatronicznych układów pomiaru położenia*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok.
3. **Jastrzębski R.** (2006), *Metodyka badań elektro-wrzeciennika zabudowanego na obrabiarce*, Sprawozdanie NH/B-05-2006, Centrum Badawczo-Konstrukcyjne Obrabiarek.
4. **Jastrzębski R., Szepe A.** (2009), *Badanie wpływu wybranych czynników na dokładność i stabilność pracy elektrowrzeciennika na przykładzie centrum obróbkowego frezarskiego DIANA 1000*, Sprawozdanie NH/B-01-2009, Centrum Badawczo-Konstrukcyjne Obrabiarek Sp. z o.o.
5. **Jemieliński K.** (2004), *Analiza błędnych ruchów wrzecion szybkoobrotowych*, Archiwum Technologii Maszyn i Automatyzacji, Wydział Inżynierii Produkcji, Politechnika Warszawska, Vol. 24, Nr 2.

DIAGNOSTICS OF MACHINE TOOL SPINDLES BASED ON ROTATING AXES ERROR MOTIONS

Abstract: We describe the measurement methodology of rotating axes error motions. We present the possibility of utilizing this methodology to assess and diagnose machine tool spindles in scope of geometrical accuracy of bearings and toolholders, displacement of rotating axis, displacement of vibrations, thermal deformation of spindle nose and to detect a malfunction in spindle operation. We present example results of CNC machine tool motor spindle diagnosis and detected errors that the source of machining abnormality (shape errors, breakage or increased wear of cutting inserts, increased roughness).

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr ID 58967 finansowanego z Funduszu Nauki i Techniki Polskiej

UŚREDNIANIE ODKSZTAŁCEŃ W PŁASZCZYŹNIE KRYTYCZNEJ MATERIAŁU W OCENIE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ELEMENTÓW Z KARBEM

Aleksander KAROLCZUK*, Artur CICHAŃSKI**

*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny,
Politechnika Opolska, ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole

**Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, Wydział Mechaniczny, ul. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

a.karolczuk@po.opole.pl, arci@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy przeanalizowano wpływ wielkości pola powierzchni uśredniania odkształcenia normalnego w płaszczyźnie krytycznej na ocenę trwałości zmęczeniowej próbek z karbem obrączkowym o dwóch promieniach zaokrąglenia dna karbu. W weryfikacji wykorzystano wyniki badań eksperymentalnych, zaczerpniętych z literatury, przeprowadzonych na materiale AISI 1141 w dwóch stanach bez i po obróbce cieplnej. Obróbka cieplna zmieniła charakterystyki cykliczne materiału. Zmiana charakterystyki cyklicznej krzywej odkształcenia wyraźnie wpłynęła na wielkość obszaru uśredniania.

1. WPROWADZENIE

Występowanie niejednorodnych pól naprężeń (odkształceń) w elementach maszyn utrudnia w dużym stopniu obliczenia trwałości zmęczeniowej. Złożone kształty elementów maszyn, a często sam sposób ich obciążenia, powoduje powstawanie obszarów w materiale o niejednakowych wartościach naprężeń, a tym samym o różnym stopniu uszkodzenia. Badania doświadczalne wykazują, że trwałości takich elementów wyznaczone na podstawie przebiegów naprężeń (odkształceń) z jednego punktu (krytycznego) w materiale nie zawsze są właściwe (Papadopoulos i Panoskaltsis, 1996). Celem pracy jest analiza metody nielokalnej obliczeń zmęczeniowych polegającej na uśrednianiu wybranej składowej stanu odkształcenia w płaszczyźnie krytycznej materiału. Analizowana metoda jest rozwinięciem koncepcji zaproponowanej w pracy (Karolczuk, 2008).

2. PRZEGLĄD NIELOKALNYCH METOD OBLICZEŃ ZMĘCZENIOWYCH

Nielokalne metody obliczeń, dotyczące wyznaczania trwałości zmęczeniowej, czy też granicznych obciążeń elementów, uwzględniają procesy zmęczeniowe, zachodzące w wybranej przestrzeni geometrycznej materiału. W obliczeniach wykorzystuje się zmienne w czasie pola naprężeń lub odkształceń, które są uśredniane (całkowane po przestrzeni geometrycznej materiału) do parametru, pozwalającego na oszacowanie trwałości.

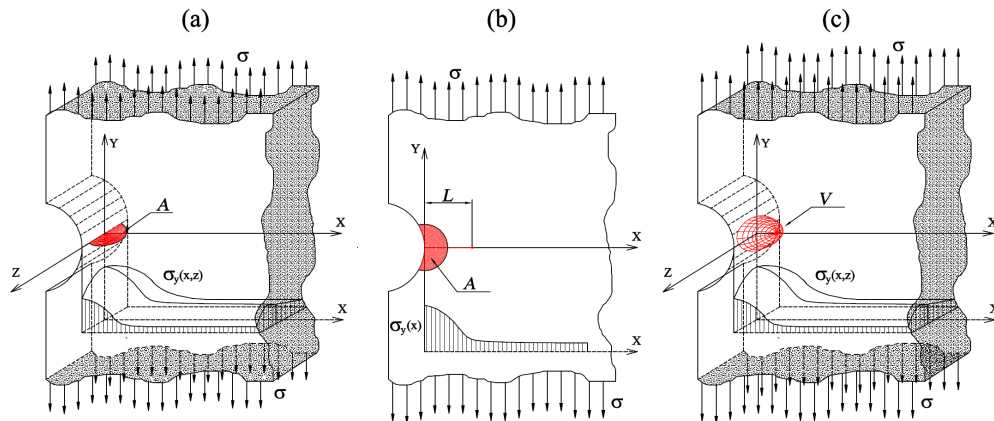
Uśrednianie niejednorodnych pól naprężeń (odkształceń) jest przeprowadzane bezpośrednio na wybranych składowych tensora naprężenia (odkształcenia), albo na pewnych funkcjach (miarach uszkodzenia), których argumentami są składowe tensora naprężenia (odkształcenia). Proces

sprowadza się do wyznaczenia wartości średniej z naprężeń (odkształceń) lub z wartości wspomnianych funkcji. W zależności od przyjętych dominujących mechanizmów zmęczenia danego elementu, metody nielokalne można podzielić na dwie główne grupy, tj.: metody deterministyczne i probabilistyczne.

2.1. Metody deterministyczne

Nielokalne metody deterministyczne przyjmują, że zniszczenie zmęczeniowe elementu odpowiada procesy zachodzące w ograniczonej przestrzeni geometrycznej materiału. Wybrana strefa uśredniania jest obszarem wokół punktu o największym uszkodzeniu (punkt krytyczny). Przy takim założeniu, przyjmuje się również, że pęknięcie zmęczeniowe powstaje w wyniku wzajemnej interakcji uszkodzonych zmęczeniowo elementarnych obszarów (dV , dA) w materiale. W zależności od przyjętej liczby wymiarów przestrzeni geometrycznej materiału, deterministyczne metody nielokalne dzielą się na objętościowe, powierzchniowe, liniowe i punktowe (Rys.1).

Formalnie metoda punktowa nie kwalifikuje się do metod nielokalnych, ponieważ parametr uszkodzenia nie jest wyznaczany z procesu uśredniania, ale z wartości naprężeń (odkształceń) dla wybranego punktu. Mimo tego, metoda punktowa jest zaliczana do metod nielokalnych, ponieważ bazuje na założeniach tych metod. Wybrany punkt nie jest punktem o największych wartościach naprężeń (odkształceń), ale punktem, w którym naprężenia (odkształcenia) odpowiadają naprężeniom (odkształceniom) uśrednionym w wybranej przestrzeni geometrycznej materiału. Zatem, metoda punktowa jest uproszczeniem metody objętościowej lub powierzchniowej, w której głównym problemem jest ustalenie położenia punktu, pozwalającego na prawidłową ocenę trwałości całego elementu.



Rys. 1. Obszary uśredniania: (a) powierzchnia typu I, (b) powierzchnia typu II, (c) objętość V

Metoda objętościowa

Metoda objętościowa zakłada, że za zniszczenie zmęczeniowe całego elementu odpowiada proces uszkodzenia zachodzący w objętości materiału. Wartość średnia z lokalnych miar uszkodzenia w objętości V (np. ekwiwalentne naprężenie, odkształcenie, itp.) jest porównywalna do wartości krytycznej, której przekroczenie prowadzi do zniszczenia elementu.

Yao (1995) zaproponował uśrednianie naprężeń zredukowanych według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego z uwzględnieniem funkcji wagowej, której wartość zależy od położenia punktu od dna karbu oraz gradientu naprężenia zredukowanego. Yao założył, że wielkość obszaru uśredniania V jest cechą materiałową (wielkości kilku ziaren metalograficznych), której kształt można aproksymować sferą o środku zlokalizowanym w dnie karbu.

Palin-Luc i Lasserre (1998) nadali fizyczne znaczenie obszarowi V, odmienne od koncepcji Yao, w którym wielkość obszaru V nie jest stałą materiałową. Objętość V jest zdefiniowana przez punkty, dla których ekwiwalentny poziom naprężenia przekracza wartość progową. Zatem, wielkość obszaru uśredniania zależy od wartości naprężeń i nie jest wielkością stałą.

Metoda powierzchniowa

Metoda powierzchniowa zakłada, że za wytrzymałość zmęczeniową odpowiada wartość średnia z lokalnych parametrów uszkodzenia, położonych na pewnej powierzchni w materiale. Dotychczas proponowane deterministyczne nielokalne metody zawężają rozpatrywane powierzchnie do płaszczyzn o różnej orientacji względem powierzchni swobodnej rozważanego elementu (Rys. 1a i 1b).

Seweryn i Mróz (1995) zaproponowali nielokalny warunek inicjacji i propagacji pęknięcia bazujący na uśrednianiu funkcji zniszczenia $R_\sigma(\sigma_n, \tau_{ns})$ w płaszczyźnie potencjalnego pęknięcia (Rys.1a), gdzie σ_n i τ_{ns} to naprężenia normalne i styczne w tej płaszczyźnie. Według Seweryna i Mroza inicjacja i propagacja pęknięcia nastąpi, kiedy maksymalna wartość uśrednionej funkcji zniszczenia R_σ w płaszczyźnie materiału osiągnie wartość krytyczną $R_{f\sigma}$. Położenie i orientacja pęknięcia są zdeterminowane przez maksymalną wartość uśrednionej funkcji zniszczenia R_σ . Powierzchnia uśredniania A odpowiada strefie dużej kumulacji uszkodzeń, której wielkość jest określona wzorem

$$A = d_0 \times d_0, \quad d_0 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (1)$$

gdzie K_{Ic} jest krytyczną wartością współczynnika intensywności naprężeń dla I sposobu obciążenia, σ_c jest naprężeniem krytycznym. Wielkość d_0 jest związana z mikrostrukturalnymi parametrami, np. z wielkością ziarna.

Susmel i Taylor (2006) zaproponowali model powierzchniowy do wyznaczania zakresu granicy zmęczenia $\Delta\tau_{af}$ elementów poddanych wahadłowemu skręcaniu. Założenia modelu Susmela i Taylora są odmienne od założeń modelu Mroza i Seweryna. Model powierzchniowy Susmela i Taylora jest uproszczeniem modelu objętościowego. Zamiast uśredniania naprężeń w pewnej objętości materiału autorzy proponują uśrednianie naprężeń w płaszczyźnie materiału, której położenie nie jest identyfikowane z potencjalną płaszczyzną pęknięcia (Rys.1b).

Metoda liniowa

Metoda liniowa bazuje na założeniu, że inicjacja pęknięcia zmęczeniowego może być efektywnie oszacowana za pomocą procesu uśredniania parametru zmęczeniowego zmieniającego się wzdłuż linii prostej, mierzac od dna karbu.

Kuhn i Hardrath (1952 cyt. za Qyłaflu i Azari 1998) zaproponowali przeprowadzenie procesu uśredniania na jednej składowej tensora naprężenia σ_y (y jest kierunkiem przyłożenia sił zewnętrznych). Uśredniona wartość naprężeń w stanie granicznym jest równa granicy zmęczenia materiału dla wahadłowego rozciągania σ_{af} . Proces uśredniania przeprowadza się na odcinku o długości L (Rys.1b), którego wielkość jest interpretowana jako stała materiałowa związana z doraźną granicą wytrzymałości materiału. Autorzy przyjęli, że wielkość L zmienia się w zakresie od 0,0025 mm do 0,510 mm. Według Cornettiiego i innych (2006) przyjęcie założeń liniowej mechaniki pęknięcia i asymptotycznego rozkładu naprężeń wokół szczeliny pozwala na wyznaczenie krytycznego wymiaru L według

$$L = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (2)$$

czyli analogicznie do wymiaru krytycznego według Sewe-

ryna i Mroza (równanie 1).

Qylaflu i inni (1999) zredukowali koncepcję Yao do jednowymiarowego procesu uśredniania naprężeń. Według autorów strefa uszkodzeń zmęczeniowych zawsze zawiera małą strefę odkształceń plastycznych, która wpływa na rozkład naprężeń. Jedna składowa tensora naprężenia σ_y jest uśredniana z funkcją wagową w postaci

$$w = 1 - \chi x, \quad \chi = \frac{1}{\sigma_y} \frac{d\sigma_y}{dx}, \quad (3)$$

gdzie y jest kierunkiem przyłożenia sił zewnętrznych, x kierunkiem uśredniania. Proces uśredniania przeprowadza się na odcinku o początku w dnie karbu a końcu oddalonym o tzw. efektywną odległość L_{eff} , która uwzględnia efekt relaksacji materiału w wyniku powstałych odkształceń plastycznych. Punkt, w którym względny gradient naprężenia χ osiąga minimum, wyznacza odległość L_{eff} .

2.2. Metody probabilistyczne

Procesy zmęczeniowe zachodzące w materiale w dużej mierze zależą od struktury materiału, która w skali mikroskopowej nie jest jednorodna. Mikroskopowa niejednorodność materiału, mając charakter losowy, warunkuje losowy charakter zmęczenia materiału. Identyczne, w skali makroskopowej, próbki poddane takim samym obciążeniom zmiennym wykazują rozrzut trwałości zmęczeniowej wokół wartości średniej. Fenomen ten może być wyjaśniony przez koncepcję najsłabszego ogniwa, która pierwotnie została wykorzystana do wyjaśnienia tzw. efektu skali i rozrzutów statycznej granicy wytrzymałości materiału (Bazant i Novak, 2000). Wykorzystanie koncepcji najsłabszego ogniwa w obliczeniach zmęczeniowych dla elementów z niejednorodnym polem naprężenia sprowadza się do wyznaczenia prawdopodobieństwa powstania pęknięcia P_z w elemencie jako

$$P_z = 1 - e^{-\frac{1}{\Omega_0} \int_{\Omega} f(\sigma_{eq}) d\Omega}, \quad (4)$$

gdzie σ_{eq} jest naprężeniem ekwiwalentnym wynikającym z zastosowanego lokalnego kryterium wieloosiowego zmęczenia, Ω jest objętością lub powierzchnią swobodną analizowanego elementu, Ω_0 jest objętością lub powierzchnią referencyjną, f jest funkcją, tzw. „ryzyka zniszczenia” (Weibull 1939). Istniejące modele probabilistyczne wykorzystujące koncepcję najsłabszego ogniwa różnią się przyjętą funkcją f i obszarem całkowania, tzn. modele powierzchniowe, objętościowe lub mieszane. Modele probabilistyczne nie są głębiej analizowane w niniejszej pracy, ponieważ proponowana metoda obliczeń zalicza się do metod deterministycznych.

2.3. Podsumowanie

Z uwagi na ułatwioną implementację, najczęściej stosowana jest metoda punktowa (Taylor, 2005). Cechuje się ona

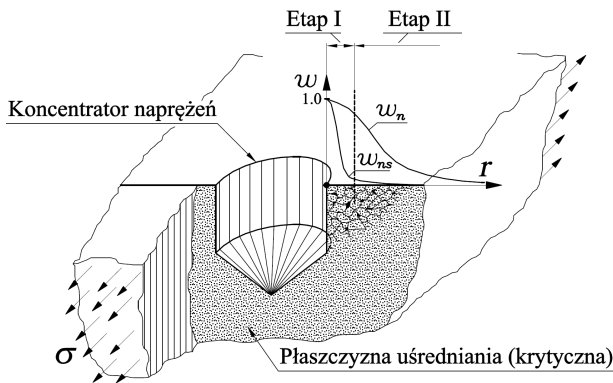
jednak poważną wadą, jaką jest zastosowanie tej metody głównie do konkretnych kształtów elementów i określonego obciążenia. Różnorodność rozkładu naprężeń w zależności od kształtu elementu i jego obciążenia dla tego samego materiału powoduje rozbieżności w ocenie położenia analizowanego punktu (Naik i inni, 2005). Podobne wady przedstawia metoda liniowa. W metodzie objętościowej zakłada się, że inicjacja pęknięcia powstaje w wyniku łączenia się mikropęknięć, znajdujących się w krytycznej objętości materiału. Wadą tej metody jest brak uwzględnienia charakteru pęknięć zmęczeniowych prowadzących do zniszczenia. Charakter ten objawia się występowaniem pęknięć w określonych płaszczyznach, których rozwój prowadzi do zniszczenia. Z tego też względu metody powierzchniowe przy zastosowaniu odpowiednich kryteriów zmęczeniowych, zależnych od materiału i warunków badań są najbardziej obiecujące w ocenie trwałości zmęczeniowej. Za wyjątkiem metody proponowanej przez Qylaflu i współpracowników (1999) rozkład naprężeń jest obliczany przy założeniu ciała idealnie sprężystego, z czym w ogólnym przypadku nie można się zgodzić. Natomiast w przypadku modelu Qylaflu zastosowano quasi-statyczną krzywą umocnienia do modelowania rozkładów naprężeń zmiennych, co zasadniczo podważa prawidłowość otrzymanych wyników.

3. KONCEPCJA PŁASZCZYZNY KRYTYCZNEJ W NIEJEDNORODNYM POLU NAPRĘŻEŃ

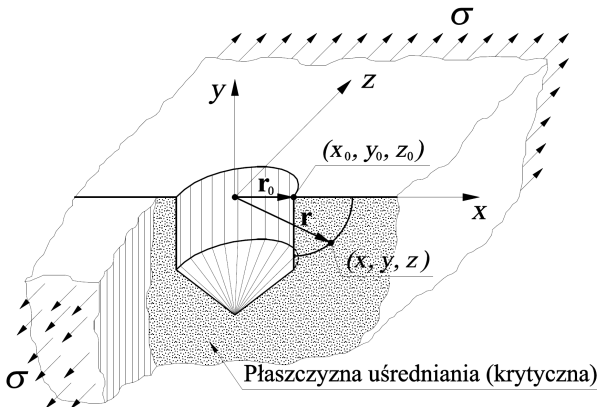
Podstawą proponowanej koncepcji uwzględniania wpływu gradientów naprężeń na trwałość zmęczeniową elementów maszyn i konstrukcji jest powiązanie idei płaszczyzny krytycznej, stosowanej w redukcji wieloosiowego stanu naprężenia z metodami nielokalnymi uśredniającymi niejednorodne pola naprężeń. Koncepcja płaszczyzny krytycznej jest szeroko stosowana do redukcji wieloosiowego stanu naprężenia (odkształcenia) do stanu jednoosiowego - ekwiwalentnego pod względem trwałości zmęczeniowej (Karolczuk i Macha, 2005). Redukcja polega na założeniu, że tylko wybrane składowe tensora naprężenia (odkształcenia) działające w pewnej (krytycznej) płaszczyźnie materiału są odpowiedzialne za pojawienie się pęknięcia zmęczeniowego. Dotychczasowe zastosowanie idei płaszczyzny krytycznej koncentruje się na redukcji przestrzennego stanu naprężenia (odkształcenia), ale działającego w jednym punkcie materiału. Uwzględnienie w obliczeniach niejednorodnego pola naprężeń/odkształceń jest zadaniem bardziej skomplikowanym. Jednakże, poziom rozwoju metod numerycznych pozwala na stworzenie metody wyznaczania trwałości zmęczeniowej uwzględniającej explicite zmienne w czasie pola naprężeń bez względu na kształt elementu. Opisywana w niniejszej pracy metoda płaszczyznowa została zaproponowana w celu uwzględnienia niejednorodnych rozkładów naprężeń (odkształceń) w płaszczyźnie krytycznej materiału; rozszerzając w ten sposób zakres stosowności koncepcji opartej na płaszczyźnie krytycznej.

Przeprowadzona w pracach (Karolczuk, 2008 oraz Karolczuk i inni, 2008) analiza wyróżniła dwa obszary uśredniania: pierwszy, w którym zjawisko ścinania ma dominujący wpływ na proces uszkodzenia i drugi obszar, w którym

niejednorodne zmienne pole naprężeń normalnych musi zapewnić rozwój pęknięcia. Jeśli w kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału zakłada się, że naprężenia normalne przyspieszają proces inicjacji pęknięcia (np. jak w kryterium Findleya, gdzie miarą uszkodzenia jest $\sigma_{eq,a} = \tau_{ns,a} + k\sigma_{n,max}$) to jeden obszar (pola w płaszczyźnie materiału) zawiera się w drugim, przy czym zakres wpływu składowych stycznych $\tau_{ns,a}$, ujętych funkcją wagową w_{ns} , jest mniejszy od zakresu wpływu składowych normalnych $\sigma_{n,max}$ ujętych funkcją wagową w_n (Rys. 2).



Rys. 2. Schematyczny rozkład wartości funkcji wagowych w_{ns} i w_n



Rys. 3. Przykładowe położenie płaszczyzny uśredniania i punktu bazowego r_0

Proponowana ogólna postać operacji uśredniania jest następująca:

$$\hat{\kappa}_{ns}(r_0) = \frac{1}{\hat{w}_{ns}(r_0)} \int_A \kappa_{ns}(r) w_{ns}(r - r_0) dA, \quad (5)$$

$$\hat{\kappa}_n(r_0) = \frac{1}{\hat{w}_n(r_0)} \int_A \kappa_n(r) w_n(r - r_0) dA$$

gdzie κ jest parametrem (naprężenie lub odkształcenie) uszkodzenia zmęczeniowego; r_0 wektorem określającym położenie punktu bazowego (Rys. 3); r jest wektorem określającym położenie punktu, dla którego lokalna wartość $\kappa(r)$ jest znana; indeksy n i ns oznaczają odpowiednio składową normalną i styczną (postaciową) parametru κ w płaszczyźnie krytycznej o normalnej n i kierunku stycznym s ; w jest odpowiednią funkcją wagową ujmującą odmienny wpływ składowych stycznych i normalnych na trwałość zmęczeniową; A jest powierzchnią zgodną z płaszczyzną krytyczną;

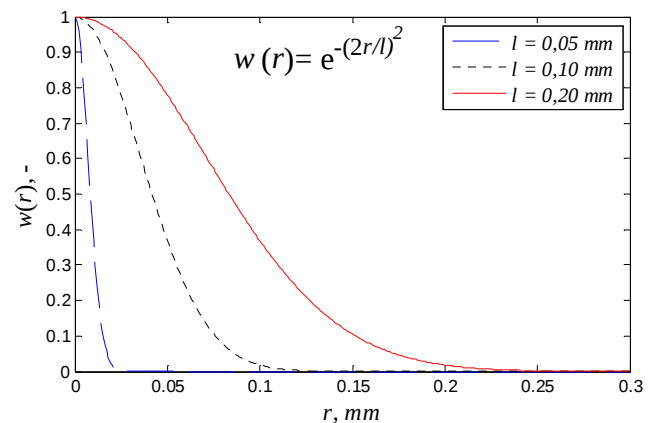
$$\hat{w}_{ns}(r_0) = \int_A w_{ns}(r - r_0) dA, \quad \hat{w}_n(r_0) = \int_A w_n(r - r_0) dA.$$

Postać wzorów (5) jest ogólna, w zależności od analizowanego materiału i obciążenia (kryterium), przy czym dla niejednorodnego pola naprężeń postać ta redukuje się do uśredniania, np. tylko składowych normalnych (Karolczuk, 2008, Karolczuk i Cichański, 2008) lub pozostaje w najogólniejszej formie (Karolczuk, Nadot i Dragon, 2008).

Funkcja wagowa w_n (w_{ns}) ma na celu odzwierciedlenie wpływu, na trwałość zmęczeniową, lokalnych wartości naprężeń (odkształceń) znajdujących się w pewnej odległości r od punktu bazowego (x_0, y_0, z_0), w którym rozpocznie się proces pęknięcia. Wykorzystanie tylko maksymalnych, spośród lokalnych, wartości naprężeń (odkształceń) w obliczeniach trwałości zmęczeniowej prowadzi do błędnych obliczeń, w których obliczeniowa trwałość jest zaniżona w stosunku do trwałości eksperymentalnej. Efekt ten (efekt gradientu) można wytłumaczyć tym, że o trwałości zmęczeniowej nie decyduje zniszczenie wiązań w jednym punkcie, ale wiązań w pewnym obszarze materiału. W pracy (Cichański i Karolczuk, 2008) zaproponowano następującą postać funkcji wagowej

$$w_i(r) = e^{-(2r/l_i)^2}, \quad (6)$$

gdzie r jest odległością punktu (x, y, z) od punktu bazowego (x_0, y_0, z_0); i jest wskaźnikiem ($i = n, ns$) oznaczającym uśrednianie składowej stycznej (postaciowej) lub normalnej tensora naprężeń (odkształceń) w płaszczyźnie krytycznej; l_i jest stałą charakteryzującą wpływ składowych i na trwałość zmęczeniową. Na rysunku 4 przedstawiono przykładowy rozkład funkcji wagowej typu (6) w zależności od wartości parametru l_i .



Rys. 4. Przykładowe rozkłady funkcji wagowej typu (6) dla różnych wartości parametru l_i

4. OPIS BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Do analizy zaproponowanego modelu redukcji niejednorodnych pól naprężeń (odkształceń) wykorzystano dane eksperymentalne zaczerpnięte z pracy (Fatemi i inni, 2004).

Przebadane próbki wykonano ze stali AISI 1141 (Tab. 1) w dwóch stanach: bez obróbki cieplnej (AF) i po obróbce

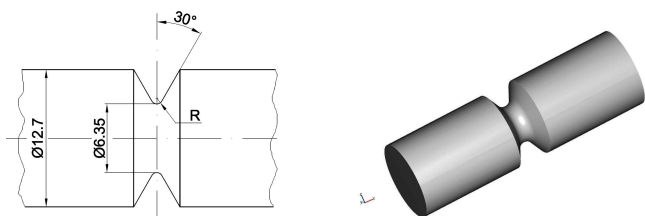
cieplnej (QT - hartowanie i odpuszczanie).

Próbki z karbem obrączkowym (Rys. 5) o dwóch promieniach zaokrąglenia dna karbu $R=\{0,529; 1,588\}$, mm poddano jednoosiowemu obciążeniu o zerowej wartości średniej. Teoretyczne współczynniki działania karbu wynosiły odpowiednio: $K_t=2,8$ i $K_t=1,8$. Trwałość zmęczeniowa to liczba cykli do całkowitego zniszczenia próbki w zakresie $N_{exp}=\{6991 - 756000\}$, (19 próbek). Dominującym okresem trwałości zmęczeniowej był okres inicjacji pęknięcia (według autorów pracy Fatemi i inni, 2004).

Tab. 1. Właściwości stali AISI 1141 wykorzystane w obliczeniach

Stan	$\varepsilon_a = \sigma_f' / E \cdot (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c$						$\varepsilon_a^p = (\sigma_a / K')^{1/n'}$
	E , GPa	σ_f' , MPa	ε_f' , -	b , -	c , -	K' , MPa	n' , -
AF	200	1296	1,026	-0,088	-0,686	1205	0,122
QT	212	765	1,664	-0,041	-0,704	1133	0,134

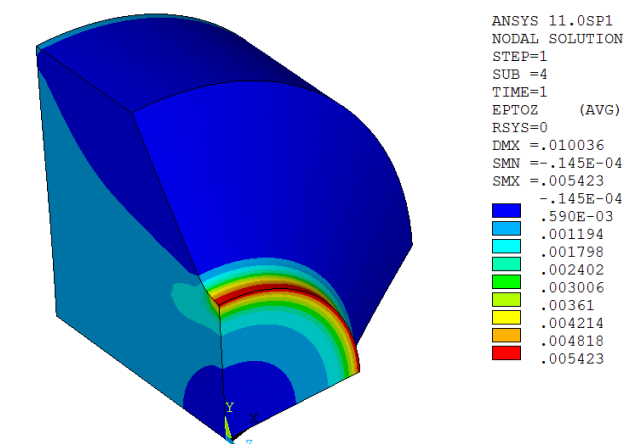
gdzie ε_a , ε_a^p to amplitudy odkształcenia całkowitego i plastycznego, N_f to liczba cykli do zniszczenia, σ_a to amplituda naprężenia



Rys. 5. Kształt próbki z karbem obrączkowym, wykonanej ze stali AISI 1141 (Fatemi i inni, 2004)

5. MODELOWANIE ROZKŁADÓW NAPRĘŻEŃ I ODKSZTAŁCEŃ

Przeprowadzane obliczenia wymagały wyznaczenia rozkładów naprężeń i odkształceń w analizowanych próbkach. Proces modelowania przeprowadzono metodą elementów skończonych w środowisku programu ANSYS.



Rys. 6. Rozkład amplitud odkształceń całkowitych w próbce z karbem $R=0.529$ mm dla $S_a=400$ MPa (materiał sprężysto-plastyczny)

Dla badanej stali wykonano nieliniowe analizy strukturalne modelując oba stany materiału odmiennymi krzywymi

σ_a - ε_a . Do obliczeń przyjęto obciążenia powodujące powstanie średnich naprężeń w przekroju netto próbki o nominalnej amplitudzie $S_a=\{225\div 500\}$ MPa, adekwatnie do warunków prowadzenia badań doświadczalnych opisanych w pracy (Fatemi i inni, 2004). Z analiz numerycznych wyznaczano rozkłady amplitud odkształceń $\varepsilon_{z,a}$ w objętości próbek (Rys. 6).

Tak uzyskane rozkłady zredukowano do płaszczyzny krytycznej uzyskując pole amplitud odkształceń całkowitych. W następnym kroku w polu tym wykonano całkowanie z uwzględnieniem funkcji wagowej (6).

6. WYNIKI OBLICZEŃ I ICH ANALIZA

W niniejszej pracy skupiono się na analizie wpływu tylko funkcji wagowej w_n na trwałość zmęczeniową. Z tego względu do obliczeń wybrano dane eksperymentalne dotyczące tylko wahadłowego rozciągania-ściskania próbek gładkich i próbek z karbem. Taki sam stan obciążenia zastosowany zarówno dla próbek referencyjnych (gładkich) jak i z karbem pozwala na zawężenie analizy tylko do metod nielokalnych. Problem wyboru kryterium wieloosiowego zmęczenia został rozwiązany poprzez użycie takiej samej miary uszkodzenia zarówno dla charakterystyki zmęczeniowej (ε_a - $2N_f$, tab. 1) jak dla próbek z karbem. W związku z tym, dla próbek wykonanych ze stali AISI 1141 zastosowano miarę uszkodzenia w postaci maksymalnego odkształcenia normalnego w płaszczyźnie krytycznej

$$\varepsilon_n(t) = \varepsilon_{ij}(t)n_i n_j, \quad (7)$$

gdzie ε_{ij} to składowe tensora odkształcenia ($i, j = x, y, z$), n_i , n_j to składowe wektora jednostkowego normalnego do płaszczyzny krytycznej. Płaszczyzna krytyczna to płaszczyzna o maksymalnej amplitudzie odkształcenia normalnego $\varepsilon_n(t)$, czyli w naszym przypadku płaszczyzna normalna do kierunku przyłożonych sił zewnętrznych ($\varepsilon_n = \varepsilon_{zz}$).

Niejednorodne pola odkształceń w ustalonych płaszczyznach krytycznych (uśredniania) materiału, zmieniają się w czasie cyklu obciążenia. W zasadzie proces uśredniania można przeprowadzić dla każdej zmiennej czasowej t , jakkolwiek wymaga to żmudnych obliczeń numerycznych. Z wyznaczonych przebiegów nielokalnej miary uszkodzenia $\hat{\varepsilon}_n(t)$ oblicza się amplitudę $\hat{\varepsilon}_{n,a}$, a z niej na podstawie charakterystyki zmęczeniowej (tab.1) liczbę cykli do zniszczenia $N_{cal}=N_f$. W analizowanych przypadkach obciążenia obliczenia przeprowadzono dla zmiennej czasu t , kiedy nielokalna miara uszkodzenia osiąga wartość maksymalną.

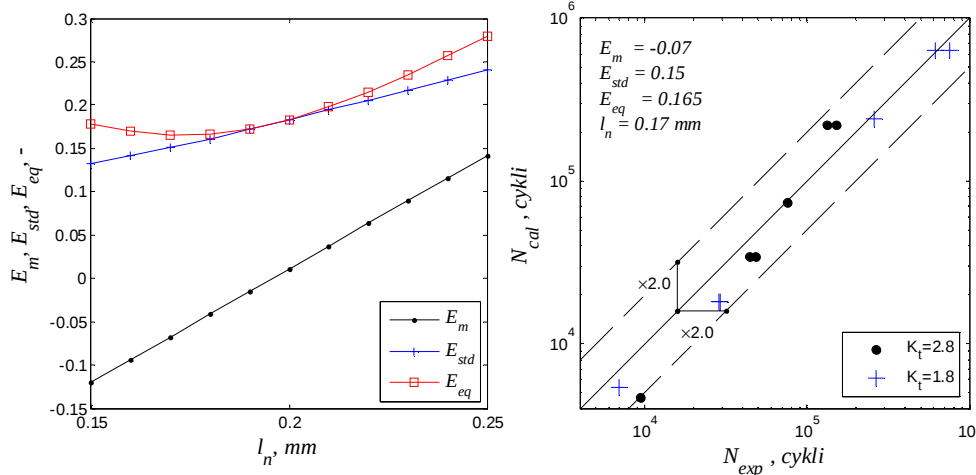
W nielokalnej metodzie oceny trwałości zmęczeniowej posłużono się następującymi estymatorami

$$E_r^{(i)} = \log \frac{N_{cal}^{(i)}}{N_{exp}^{(i)}}, \quad E_m = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j E_r^{(i)}, \quad (8)$$

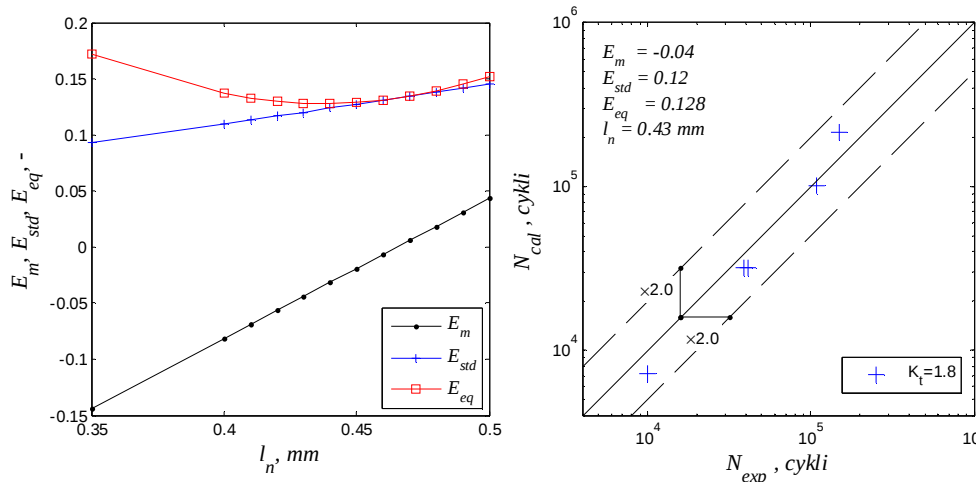
$$E_{std} = \sqrt{\frac{1}{j-1} \sum_{i=1}^j (E_r^{(i)} - E_m)^2}, \quad E_{eq} = \sqrt{E_m^2 + E_{std}^2}$$

gdzie wskaźnik górny (i) oznacza kolejną próbkę, a j jest liczbą wszystkich próbek. Estymator E_m określa ogólną orientację punktów w przestrzeni $N_{exp}-N_{cal}$. Jeżeli $E_m > 0$ to trwałości obliczeniowe są statystycznie większe od eksperymentalnych (stan niebezpieczny). Zerowa wartość estymatora E_m nie oznacza jednak idealnej zgodności wyników. Drugim ważnym estymatorem jest odchylenie standardowe estymatora E_r oznaczony przez E_{std} . Estymator ten wyznacza rozproszenie wyników obliczeniowych. Estymatory tj. E_m i E_{std} zostały użyte do wyznaczenia ekwiwalentnego estymatora dopasowania E_{eq} . W pierwszym etapie przeanalizowano szeroki zakres zmienności parametru l_n .

Dla każdej wartości l_n obliczono estymatory dopasowania (8). W drugim kroku zawężono zakres zmienności parametru l_n do zakresu gdzie zaobserwowano minimum estymatora E_{eq} . Niewielkie wartości parametru l_n wypuklają silniejszy wpływ naprężeń (odkształceń) znajdujących się w niewielkiej odległości od punktu bazowego (Rys. 4). Ponieważ odpowiada to większym wartościom miar uszkodzenia, trwałość obliczeniowa N_{cal} maleje wraz ze zmniejszaniem wartości parametru l_n . Na rysunkach 7 i 8 przedstawiono zmienność estymatorów dopasowania w funkcji wartości parametru l_n dla stali AISI 1141 w stanie (AF) oraz (QT).



Rys. 7. Wartości estymatorów dopasowania dla stali AISI 1141 (AF) w funkcji parametru l_n oraz porównanie trwałości eksperymentalnej N_{exp} z obliczoną N_{cal} dla $l_n = 0,17$ mm



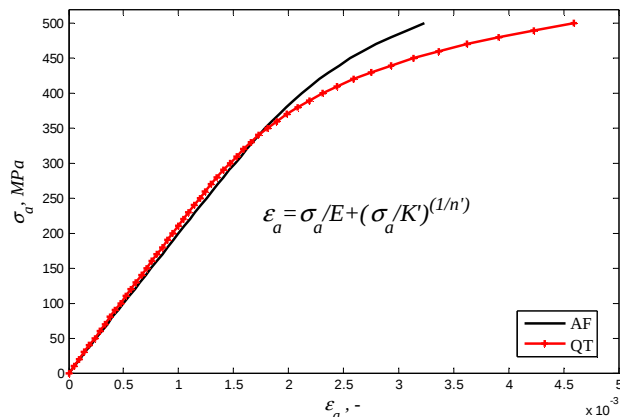
Rys. 8. Wartości estymatorów dopasowania dla stali AISI 1141 (QT) w funkcji parametru l_n oraz porównanie trwałości eksperymentalnej N_{exp} z trwałością N_{cal} dla $l_n = 0,43$ mm

Najmniejszą wartość estymatora E_{eq} dla stali AISI 1141 w stanie (AF) otrzymano dla $l_n = 0,17$ mm i to zarówno dla karbu o współczynniku spiętrzenia naprężeń $K_t = 2,8$ i $K_t = 1,8$. Natomiast dla stanu (QT), w którym materiał charakteryzuje się innymi właściwościami (tab.1), najlepsze dopasowanie uzyskano dla $l_n = 0,43$ mm.

Krzywe cyklicznego odkształcenia ($\varepsilon_a - \sigma_a$) dla stali AISI 1141 w stanie (AF) i (QT) różnią się. Przy tym samej amplitudzie naprężenia stal AISI 1141 w stanie (QT) wykazuje większe odkształcenia całkowite niż w stanie (AF), (Rys. 9).

Wynika z tego, że w stanie (QT) stal AISI 1141 charakteryzuje się większą zdolnością do rozpraszania energii poprzez odkształcenia plastyczne. Występowanie odkształceń plastycznych zwiększa liczbę mikropęknięć, które łącząc się powodują zniszczenie elementu. Oznacza to, że za trwałość zmęczeniową odpowiadają procesy nielocalne. W przypadku jednorodnych pól naprężeń stan naprężenia w jednym punkcie materiału jest wystarczającym parametrem opisującym stan uszkodzenia całego elementu. Natomiast w przypadku niejednorodnego pola naprężeń w ocenie stopnia

uszkodzenia elementu należy uwzględnić pewną przestrzeń geometryczną w materiale. Obszar uśredniania jest większy dla materiałów o większej zdolności do rozpraszania energii poprzez odkształcenia plastyczne. Z tego względu stała l_n jest większa dla materiału AISI 1141 w stanie (QT) niż w stanie (AF).



Rys. 9. Krzywe cyklicznego odkształcenia dla stali AISI 1141 według zależności $\epsilon_a^p = (\sigma_a / K')^{1/n'}$ (Tab. 1)

7. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i analiz wynika, że wielkość obszaru uśredniania odkształcenia normalnego w płaszczyźnie krytycznej zależy od zdolności materiału do rozpraszania energii poprzez odkształcenia plastyczne. Dla stali AISI 1141 o większej zdolności kumulacji energii odkształcenia plastycznego, czyli w stanie (QT) parametr l_n wynosi 0,43 mm a dla stanu (AF) $l_n=0,17$ mm. Większe wartości parametru l_n poprzez postać funkcji wagowej (6) rozszerzają obszar uśredniania.

LITERATURA

1. Bazant Z.P., Novak D. (2000), Probabilistic nonlocal theory for quasibrittle fracture initiation and size effect. I theory, *J. Engng Mech.*, 126(2), 166-174.
2. Cichański A., Karolczuk A. (2008), Nielokalna metoda szacowania trwałości zmęczeniowej elementów z defektami, *XXII Sympozjum Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji*, Bydgoszcz-Pieczyska, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, 53-62.
3. Cornetti P., Pugno N., Carpinteri A., Taylor D. (2006), Finite fracture mechanics: A coupled stress and energy failure criterion, *Engng Fract. Mech.*, 73, 2021-2033.
4. Fatemi A., Zeng Z., Plaseied A. (2004), Fatigue behavior and life predictions of notched specimens made of QT and forged microalloyed steels, *Int. J. Fatigue*, 26, 663-672.
5. Karolczuk A. (2008), Non-local area approach to fatigue life evaluation under combined reversed bending and torsion, *Int. J. Fatigue*, 30, 1985-1996.
6. Karolczuk A., Macha E. (2005), A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials, *Int. J. Fracture*, 134, 267-304.
7. Karolczuk A., Nadot Y., Dragon A. (2008), Non-local stress gradient approach for multiaxial fatigue of defective material, *Computational Materials Science* 44, 464-475.
8. Naik R.A., Lanning D.B., Nicholas T., Kallmeyer A.R. (2005), A critical plane gradient approach for the prediction of notched HCF life, *Int. J. Fatigue*, 27, 481-492.
9. Palin-Luc T., Lasserre S. (1998), An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue, *Eur. J. Mech., A/Solids*, 17(2), 237-251.
10. Papadopoulos I.V., Panoskaltsis V.P. (1996), Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion, *Engng Fract. Mech.*, 55(4), 513-528.
11. Qylafku G., Azari Z., Gjonaj M., Pluinage G. (1998), On the fatigue failure and life prediction for notched specimens, *Mater. Sci.* 34(5), 604-618.
12. Qylafku G., Azari Z., Kadi N., Gjonaj M., Pluinage G. (1999), Application of a new model proposal for fatigue life prediction on notches and key-seats, *Int. J. Fatigue*, 21, 753-760.
13. Seweryn A., Mróz Z. (1995), A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading, *Engng Fract. Mech.*, 51(6), 955-973.
14. Susmel L., Taylor D. (2006), A simplified approach to apply the theory of critical distances to notched components under torsional fatigue loading, *Int. J. Fatigue*, 28, 417-430.
15. Taylor D. (2005), Analysis of fatigue failures in components using the theory of critical distances, *Engng Fail. Anal.*, 12, 906-914.
16. Weibull W. (1939), A statistical theory of the strength of materials, *Royal Swed Inst Engng Res*, No 151, 45.
17. Yao W., Xia K., Gu Y. (1995), On the fatigue notch factor, K_f , *Int. J. Fatigue*, 17, 245-251.

AVERAGING OF STRAINS OVER THE CRITICAL PLANE IN FATIGUE LIFE ASSESSMENTS OF NOTCHED SPECIMENS

Abstract: The paper analyses the influence of the size of the area in averaging process of strains over critical plane on the calculated fatigue life. The averaged strain is used as nonlocal parameter in fatigue life calculation. The analysis is performed on experimental results obtained on specimens with different notch radius. Specimens were made of a vanadium-based microalloyed forging steel AISI 1141, in both as-forged (AF) and quenched and tempered (QT) conditions. Heat treatment has changed cyclic properties of the material. The change in the cyclic stress-strain curve by heat treatment has influenced the size of the averaging area.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego habilitacyjnego nr N N501 1432 33 finansowanego w latach 2007-2009.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA ROZWOJU

Artykuł współfinansowany przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



EFEKTYWNOŚĆ OBLICZENIOWA RÓŻNYCH SPOSOBÓW MODELOWANIA RUCHU OGÓLNEGO BAZY URZĄDZEŃ POSADOWIONYCH NA JEDNOSTKACH PŁYWAJĄCYCH

Jerzy KRUKOWSKI*, Andrzej MACZYŃSKI**

*National Oilwell Poland, ul. Marynarki Polskiej 96, 80-955 Gdańsk

**Katedra Informatyki Stosowanej, Akademia Techniczno-Humanistyczna, ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała

Jerzy.Krukowski@nov.com, amaczynski@ath.bielsko.pl

Streszczenie: W pracy podjęto problem modelowania ruchów bazy urządzeń offshore. Na przykładzie żurawia badano wpływ sposobu modelowania ruchów bazy na efektywność obliczeniową modelu matematycznego. Rozważano dwa sposoby modelowania ruchów bazy. W pierwszym z nich przyjmuje się, że znany jest ruch bazy, a równania ruchu żurawia formułuje się zakładając, że macierz przejścia od bazy do układu bezwładnościowego jest znaną funkcją czasu. W drugim przypadku zakłada się, że współrzędnymi uogólnionymi są przemieszczenia i kąty obrotu bazy, a jej ruch, zgodny z założonym, wymusza się poprzez odpowiednie równania więzów. Przedstawiono przykładowe wyniki symulacji numerycznych.

1. WPROWADZENIE

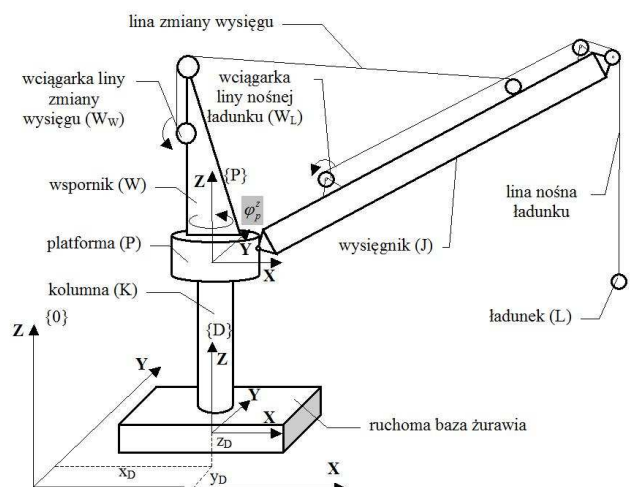
Z uwagi na rosnące znaczenie eksploracji podwodnych złóż surowców naturalnych oraz liczbę podwodnych rurociągów oraz różnego rodzaju kabli, rośnie zainteresowanie urządzeniami offshore. Są to urządzenia montowane na platformach morskich bądź na jednostkach pływających. Służą one zarówno do budowy podwodnej (i nie tylko) infrastruktury, jak i jej bieżącej obsługi. Jedną z głównych cech odróżniających zarządzania offshore od urządzeń lądowych są znaczne ruchy bazy wywołane falowaniem morskim.

W niniejszej pracy podjęto problem modelowania ruchów bazy urządzeń offshore. Rozważano dwa sposoby modelowania ruchów bazy. W pierwszym z nich, przyjmuje się, że znany jest ruch bazy, a równania ruchu żurawia formułuje się zakładając, że macierz przejścia od bazy do układu bezwładnościowego jest znaną funkcją czasu. W drugim przypadku zakłada się, że współrzędnymi uogólnionymi są przemieszczenia i kąty obrotu bazy, a jej ruch, zgodny z założonym, wymusza się poprzez odpowiednie równania więzów. Ocenę sposobów modelowania przeprowadzono pod kątem ich efektywności numerycznej. Czas obliczeń jest bowiem bardzo istotny w wielu zagadnieniach związanych z dynamiką maszyn, w szczególności dotyczących ich sterowania. W pierwszym sposobie modelowania uzyskuje się co prawda układ o mniejszej liczbie stopni swobody, lecz wraz ze wzrostem całkowitej liczby stopni swobody układu znacznie rośnie liczba mnożeń, z udziałem macierzy opisującej ruch bazy, niezbędnych do obliczenia operatorów Lagrange'a. Stąd zasadne jest pytanie czy istnieje taka całkowita liczba stopni swobody układu, dla których druga metoda byłaby efektywniejsza.

2. MODEL ŻURAWIA TYPU OFFSHORE

Na Rys. 1 przedstawiono model żurawia offshore, dla którego przeprowadzono poniższe analizy, przy czym założono że:

- kolumna (K) i wspornik (W) są ciałami sztywnymi, a ich własności masowe dodano odpowiednio do bazy i do platformy (P),
- wysięgnik (J) może być traktowany jako człon sztywny lub podatny,
- liny zmiany wyciągu i podnoszenia są podatne,
- ładunek (L) modelowany jest jako masa skupiona,
- obroty: platformy (P) oraz wciągarek (W_w) i (W_l) wymuszone są kinematycznie.



Rys. 1. Model żurawia offshore ($\{0\}$ – bezwładnościowy układ współrzędnych, $\{D\}$ – układ współrzędnych związany z bazą, $\{P\}$ – układ współrzędnych związanych z platformą obrotową)

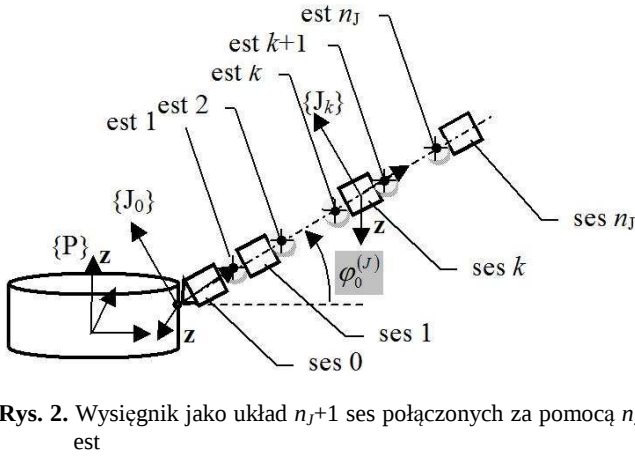
Do wyprowadzenia równań ruchu żurawia zastosowano metodę współrzędnych złączowych i transformacji jednorodnych opisaną szczegółowo w (Wittbrodt i inni, 2006; Adamiec-Wójcik i inni, 2008). Ruch względny platformy (P) względem bazy (D) określa kąt:

$$q^{(P)} = \varphi_P^z, \quad (1)$$

a macierz transformacji z układu {P} do {D} przyjmuje postać:

$${}^D\mathbf{B}_P = \begin{bmatrix} \cos q^{(P)} & -\sin q^{(P)} & 0 & {}^0x_P \\ \sin q^{(P)} & \cos q^{(P)} & 0 & {}^0y_P \\ 0 & 0 & 1 & {}^0z_P \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

gdzie 0x_P , 0y_P , 0z_P określają współrzędne początku układu współrzędnych {P} w układzie {D}.



Rys. 2. Wysięgnik jako układ n_J+1 ses połączonych za pomocą n_J est

Do dyskretyzacji wysięgnika zastosowano metodę sztywnych elementów skończonych (Kruszewski i inni, 1975; Wittbrodt i inni, 2006) w odmianie zwaną zmodyfikowaną, która umożliwia analizę odkształceń giętych i skrętnych wysięgnika przy pominięciu odkształceń wzdłużnych (osiowych) oraz efektów ścinania (Adamiec –Wójcik, 2003). Na Rys. 2 przedstawiono wysięgnik modelowany jako układ n_J+1 sztywnych elementów skończonych (ses) połączonych za pomocą n_J bezmasowych i bezwymiarowych elementów sprężysto-tłumiących (est). Jak wynika z rysunku, ses 0 w ruchu względem platformy ma jeden stopień swobody określony kątem φ_0^z :

$$q_0^{(J)} = \varphi_0^z, \quad (3)$$

a macierz transformacji z układu współrzędnych ses 0 do układu współrzędnych platformy {P} przyjmuje postać:

$$\mathbf{A}_0^{(J)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_0^z & \sin \varphi_0^z & 0 & {}^Px_0 \\ 0 & 0 & -1 & {}^Py_0 \\ -\sin \varphi_0^z & \cos \varphi_0^z & 0 & {}^Pz_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

gdzie Px_0 , Py_0 , Pz_0 określają współrzędne położenia połączenia obrotowego członów (P) i ses 0 w układzie współrzędnych {P}.

Przyjmuje się, że ses k ma względem ses $k-1$ trzy stopnie swobody określone kątami:

$$\mathbf{q}_k^{(J)} = [\varphi_k^x \quad \varphi_k^y \quad \varphi_k^z]^T, \quad (5)$$

a macierz transformacji z układu współrzędnych ses k do układu współrzędnych ses $k-1$ ma (przy założeniu, że kąty φ_k^x , φ_k^y , φ_k^z są małe) postać:

$$\mathbf{A}_k^{(J)} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_k^z & \varphi_k^y & {}^{k-1}x_k \\ \varphi_k^z & 1 & -\varphi_k^x & {}^{k-1}y_k \\ -\varphi_k^y & \varphi_k^x & 1 & {}^{k-1}z_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Warto zwrócić uwagę, że proponowana metoda dyskretyzacji wysięgnika umożliwia otrzymanie przypadku sztywnego wysięgnika po przyjęciu $n_J=0$.

Macierze transformacji z układu współrzędnych ses k do układu {D} związanego z bazą żurawia mają postacie:

$${}^D\mathbf{B}_k = {}^D\mathbf{B}_P \cdot \prod_{i=0}^k \mathbf{A}_i^{(J)}. \quad (7)$$

Zatem, jeśli wektor współrzędnych lokalnych ses k ma postać:

$$\tilde{\mathbf{r}}_k^{(J)} = [\tilde{x}_k^{(J)} \quad \tilde{y}_k^{(J)} \quad \tilde{z}_k^{(J)} \quad 1]^T \quad (8)$$

to jego współrzędne w układzie {D} wyrażają się wzorem:

$${}^D\mathbf{r}_k^{(J)} = {}^D\mathbf{B}_k \cdot \tilde{\mathbf{r}}_k^{(J)}. \quad (9)$$

Można zauważyć, że zgodnie z (2), (4) oraz (7) macierz transformacji współrzędnych z układu {J_k} do układu {D} jest zależna od współrzędnych uogólnionych platformy, ses 0 oraz ses 1,..., k , to znaczy:

$$\begin{aligned} {}^D\mathbf{B}_k &= {}^D\mathbf{B}_k(\varphi_P^z, \varphi_0^z, \varphi_1^x, \varphi_1^y, \varphi_1^z, \dots, \varphi_k^x, \varphi_k^y, \varphi_k^z) = \\ &= {}^D\mathbf{B}_k(q^{(P)}, q_0^{(J)}, q_1^{(J)}, \dots, q_k^{(J)}). \end{aligned} \quad (10)$$

Współrzędne ładunku określa wektor współrzędnych uogólnionych:

$$\mathbf{q}^{(L)} = [x_L \quad y_L \quad z_L]^T. \quad (11)$$

Uwzględniając wcześniejsze oznaczenia, można stwierdzić, że ruch wszystkich wyróżnionych członów elementów żurawia w układzie {D} jest znany gdy znane są składowe wektora:

$$\mathbf{q}^{(C)} = [q^{(P)}, q_0^{(J)}, q_1^{(J)}, \dots, q_{n_J}^{(J)}, q_L^T]^T \quad (12)$$

o liczbie składowych równej:

$$n_D = 1 + 1 + n_J \cdot 3 + 3 = 5 + 3n_J. \quad (13)$$

3. MODELOWANIE RUCHU BAZY

W niniejszej pracy porównano dwa sposoby modelowania ruchu bazy urządzeń offshore:

1. Jako wymuszenie kinematyczne;
2. Ruch bazy żurawia określają współrzędne uogólnione, a zgodność z wymuszeniem kinematycznym zapewniają równania więzów.

Ad 1)

W tym przypadku ruch bazy jest dany wprost jako wymuszenie kinematyczne, a więc znana jest macierz transformacji z układu {D} do układu bazowego {0}:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}(t). \quad (14)$$

Jeśli współrzędne początku układu {D} w {0} określają zależności:

$$\begin{cases} x_D = x_D(t) = \alpha_1(t) \\ y_D = y_D(t) = \alpha_2(t), \\ z_D = z_D(t) = \alpha_3(t) \end{cases} \quad (15.1)$$

a kąty obrotu $\varphi_D^x, \varphi_D^y, \varphi_D^z$ zależnościami:

$$\begin{cases} \varphi_D^x = \varphi_D^x(t) = \alpha_4(t) \\ \varphi_D^y = \varphi_D^y(t) = \alpha_5(t), \\ \varphi_D^z = \varphi_D^z(t) = \alpha_6(t) \end{cases} \quad (15.2)$$

to macierz $\mathbf{D}$ przyjmuje postaci:

$$\mathbf{D}(t) = \begin{bmatrix} c\alpha_6^{(1)}c\alpha_5^{(1)} & c\alpha_6^{(1)}s\alpha_5^{(1)}s\alpha_4^{(1)} - s\alpha_6^{(1)}c\alpha_4^{(1)} & c\alpha_6^{(1)}s\alpha_5^{(1)}c\alpha_4^{(1)} + s\alpha_6^{(1)}s\alpha_4^{(1)} & \alpha_1^{(1)} \\ s\alpha_6^{(1)}c\alpha_5^{(1)} & s\alpha_6^{(1)}s\alpha_5^{(1)}s\alpha_4^{(1)} + c\alpha_6^{(1)}c\alpha_4^{(1)} & s\alpha_6^{(1)}s\alpha_5^{(1)}c\alpha_4^{(1)} - c\alpha_6^{(1)}s\alpha_4^{(1)} & \alpha_2^{(1)} \\ -s\alpha_5^{(1)} & c\alpha_5^{(1)}s\alpha_4^{(1)} & c\alpha_5^{(1)}c\alpha_4^{(1)} & \alpha_3^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

natomiast macierze transformacji z układu dowolnego członu żurawia do układu bezwładnościowego {0} można zapisać jako:

$$\mathbf{B}_s^{(0)} = \mathbf{D}(t) \cdot {}^D\mathbf{B}_s \quad (17)$$

gdzie $s \in \{p, 0, 1, \dots, n_J\}$.

Wyjątkiem jest ładunek (L), którego położenie określono nie w układzie {D}, a bezpośrednio w układzie bezwładnościowym {0}.

Ad 2)

W tym przypadku przyjmuje się, że ruch bazy urządzenia offshore określają składowe wektora współrzędnych uogólnionych:

$$\mathbf{q}^{(D)} = [x_D \quad y_D \quad z_D \quad \varphi_D^x \quad \varphi_D^y \quad \varphi_D^z]^T, \quad (18)$$

a zgodność ruchu z założonym wymuszeniem kinematycznym zapewnia spełnienie równań więzów:

$$q_i^{(D)} = \alpha_i(t) \quad \text{dla } i=1, \dots, 6, \quad (19)$$

gdzie $\alpha_i(t)$ określone są w (15).

Wektor współrzędnych uogólnionych całego układu ma w tym przypadku postać:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(D)} \\ \mathbf{q}^{(C)} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

gdzie: $\mathbf{q}^{(D)}$ – określone w (18), $\mathbf{q}^{(C)}$ – określone w (12), a macierze transformacji z układu członu do układu bezwładnościowego {0} przyjmują postacie:

$$\mathbf{B}_s = \begin{cases} \mathbf{B}^{(D)} & \text{gdzie } s = D \\ \mathbf{B}^{(D)} \cdot {}^D\mathbf{B}_s & \text{gdzie } s \in \{p, 0, 1, \dots, n_J\} \end{cases}, \quad (21)$$

gdzie macierz $\mathbf{B}^{(D)}$ ma, przy założeniu małych kątów $\varphi_D^x, \varphi_D^y, \varphi_D^z$, postać:

$$\mathbf{B}^{(D)} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_D^z & \varphi_D^y & x_D \\ \varphi_D^z & 1 & -\varphi_D^x & y_D \\ -\varphi_D^y & \varphi_D^x & 1 & z_D \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Warto zaznaczyć, że w tym przypadku układ ma:

$$n = 6 + n_D \quad (23)$$

stopni swobody. Ponadto, nieznane są wartości sił F_D^x, F_D^y, F_D^z oraz momentów M_D^x, M_D^y, M_D^z będących składowymi wektora reakcji więzów:

$$\mathbf{R} = [F_D^x \quad F_D^y \quad F_D^z \quad M_D^x \quad M_D^y \quad M_D^z]^T, \quad (24)$$

wywołujących zadany ruch bazy.

Dla obu rozważanych przypadków równania ruchu układu wyprowadzono z równań Lagrange'a II rodzaju. Po określeniu odpowiednich energii kinetycznych i potencjalnych, funkcji dysypacji energii oraz stosownych pochodnych, równania ruchu całego żurawia można zapisać dla przypadku 1)

$$\mathbf{A}^{(I)} \cdot \ddot{\mathbf{q}}^{(I)} = \mathbf{f}^{(I)}, \quad (25)$$

gdzie: $\mathbf{A}^{(I)}$ – macierz mas, $\mathbf{f}^{(I)}$ – wektor prawych stron uwzględniający między innymi wyrazy pochodzące od energii potencjalnej, funkcji dysypacji oraz wymuszeń,

$$\mathbf{q}^{(I)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(C)} \\ \mathbf{q}^{(L)} \end{bmatrix},$$

dla przypadku 2)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{U} \\ -\mathbf{U} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

gdzie: $\mathbf{A}$ – macierz mas, $\mathbf{U}$ – macierz współczynników reakcji, $\mathbf{f}$ – macierz współczynników reakcji, $\boldsymbol{\alpha}$ – wektor wymuszeń ruchu bazy o elementach zdefiniowanych w (19),

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(D)} \\ \mathbf{q}^{(C)} \\ \mathbf{q}^{(L)} \end{bmatrix} - \text{wektor współrzędnych uogólnionych.}$$

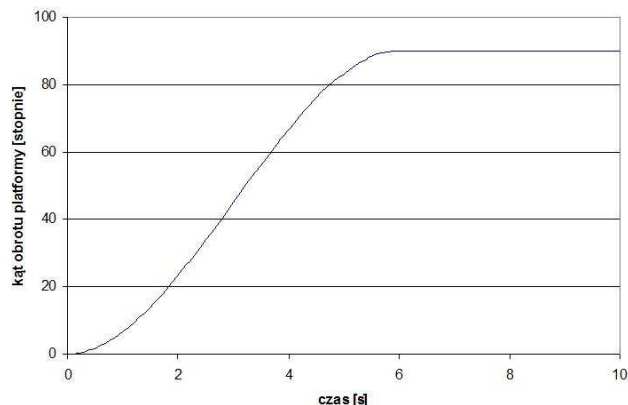
Więcej informacji związanych z agregacją równań ruchu dla obu przypadków znajduje się w Maczyński i Wojciech (2009a, b).

4. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Obliczenia numeryczne przeprowadzano dla przykładowego żurawia offshore z linowym układem zmiany wysięgu. Podstawowe jego wymiary to: wysokość kolumny 5 m, wysokość wspornika 2 m, długość wysięgnika 6 m, kołowy przekrój poprzeczny wysięgnika, średnica zewnętrzna 0,1 m, średnica wewnętrzna 0,08 m, masa ładunku 200 kg. Założono, że wysięgnik ustawiony jest poziomo, a w chwili początkowej (w chwili startu obliczeń) ładunek znajduje się na wysokości około 1 m. Pewne zmniejszenie tej wartości spowodowane jest statycznym ugięciem konstrukcji. Przyjęto, że ruch unoszenia bazy żurawia jest ruchem ogólnym:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1(t) = x_D(t) = 0,5 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [m] \\ \alpha_2(t) = y_D(t) = 0,5 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [m] \\ \alpha_3(t) = z_D(t) = 1,5 \sin\left(\frac{2\pi}{4}t\right) [m] \\ \alpha_4(t) = \varphi_D^x(t) = 0,06 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [rad] \\ \alpha_5(t) = \varphi_D^y(t) = 0,075 \sin\left(\frac{2\pi}{4}t\right) [rad] \\ \alpha_6(t) = \varphi_D^z(t) = 0,06 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [rad] \end{array} \right. , \quad (27)$$

a zatem poszczególne jego składowe opisano funkcjami harmonicznymi. Jest to często stosowany sposób definiowania ruchu bazy urządzeń offshorowych (Osiński i Wojciech, 1998; Osiński i inni, 2004; Das i Das, 2005).



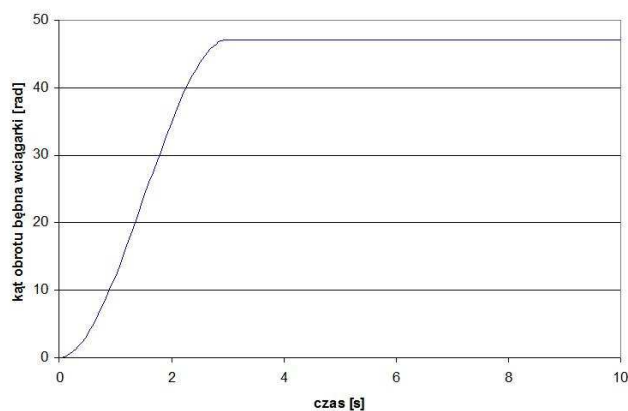
Rys. 3. Przebieg czasowy kąta obrotu platformy

Założono, że żuraw wykonuje dwa ruchy robocze równocześnie tj.:

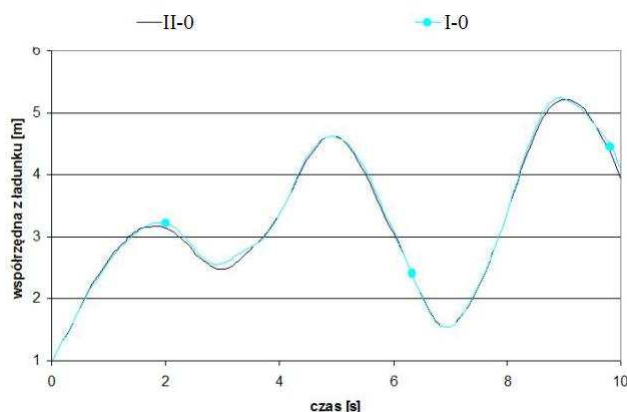
- obrót platformy w ciągu 6 s o kąt 90° - Rys. 3;
- podnoszenie ładunku przy wykorzystaniu wciągarki liny nośnej. Bęben wciągarki obraca się o 15π radianów w ciągu 3 sekund (Rys. 4), co powoduje podniesienie ładunku o około 2,35m.

Funkcje napędowe zostały zdefiniowane z zastosowaniem splajnów, dzięki czemu uzyskano ciągły przebieg

zarówno samych funkcji jak i ich pierwszych oraz drugich pochodnych. Czas analiz wynosił 10s. Równania ruchu całkowano metoda Rungego-Kutty IV rzędu z ustalonym krokiem całkowania $\Delta t=h$.



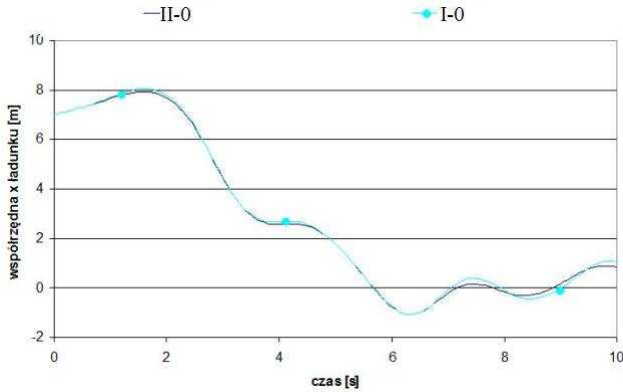
Rys. 4. Przebieg czasowy kąta obrotu bębna wciągarki



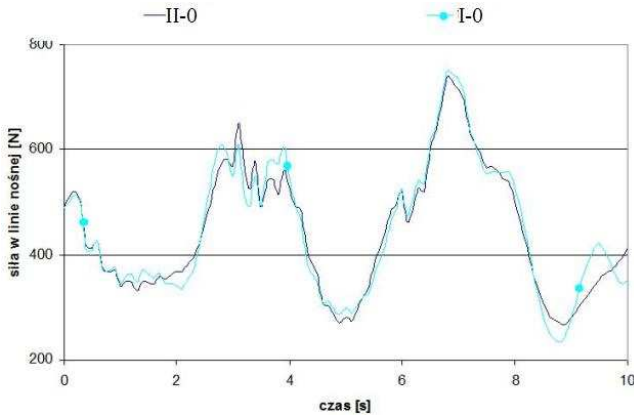
Rys. 5. Przebieg czasowy współrzędnej z ładunku

Obliczenia przeprowadzano przy przyjęciu różnej liczby sztywnych elementów skończonych n_f+1 modelujących wysięgnik. Dzięki temu możliwe było określenie efektywności obu sposobów modelowania ruchu bazy żurawia dla układów o zróżnicowanej liczbie stopni swobody. Zakładając $n_f=0$ otrzymuje się sztywny model wysięgnika, a całkowita liczba stopni swobody całego układu wynosi 5 dla pierwszego sposobu modelowania ruchu bazy oraz 11 dla sposobu drugiego. Symulacje przeprowadzono ponadto dla $n_f=2,3,6,8$. Gdy $n_f=8$ to liczba stopni swobody wynosi odpowiednio 29 dla pierwszego i 35 dla drugiego przypadku. Układy o większej liczbie stopni swobody wymagają mniejszego kroku całkowania. Najpierw przeprowadzono więc wstępne obliczenia testowe dla $n_f=8$, na podstawie których przyjęto krok całkowania równy 0,0005s. Aby zachować te same warunki obliczeń krok ten zastosowano także w pozostałych przypadkach. Warto zauważyć, że dla mniejszych n_f krok ten mógłby być większy, co dodatkowo zmniejszyłoby czasy obliczeń. Symulacje przeprowadzono na standardowym komputerze osobistym wyposażonym w procesor Intel(R) Core™2 Duo CPU P8600 @ 2,40GHz, 4,0GB pamięci RAM i 32-bitowy system operacyjny. Na prezentowanych dalej wykresach pierwszy

przypadek modelowania ruchu bazy, to jest przypadek gdy ruch ten jest dany wprost jako wymuszenie kinematyczne będzie oznaczany jako I natomiast drugi – w którym ruch bazy określają dodatkowe współrzędne uogólnione – jako II. Liczba po „-” określa liczbę n_I elementów sprężysto-tłumiących przyjętych w modelu wysięgnika.

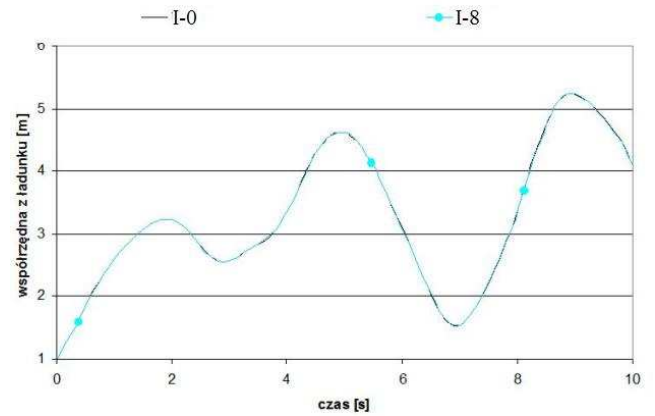


Rys. 6. Przebieg czasowy współrzędnej x ładunku

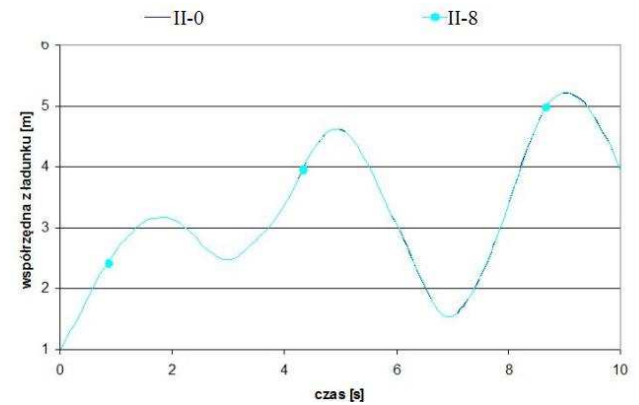


Rys. 7. Przebieg czasowy siły w linie nośnej

Na powyższych wykresach porównano przebiegi czasowe wybranych parametrów modelu dla obu sposobów modelowania ruchu bazy urządzenia offshore, przy czym n_I było równe 0 to znaczy, że założono sztywny wysięgnik. Pewne niewielkie różnice między przebiegami wynikają z innej postaci macierzy transformacji z układu {D} do układu bazowego {0} przyjętej dla obu sposobów modelowania. Ponieważ można założyć, że kąty φ_D^x , φ_D^y , φ_D^z są małe więc przy drugim sposobie modelowania przyjęto liniową postać tej macierzy (22). W pierwszym przypadku nie dokonano linearyzacji macierzy (16) gdyż podczas wyprowadzania równań ruchu układu wielokrotnie stosowana jest jej pierwsza i druga pochodna.



Rys. 8. Przebieg czasowy współrzędnej z ładunku dla pierwszego przypadku modelowania i różnych wartości n_I



Rys. 9. Przebieg czasowy współrzędnej z ładunku dla drugiego przypadku modelowania i różnych wartości n_I

Analizując wykresy z Rys. 8 i 9, przedstawiające wpływ przyjętej do modelowania liczby elementów sprężysto-tłumiących n_I , łatwo zauważyć, że podatność wysięgnika żurawia ma niewielki wpływ na uzyskane przebiegi czasowe współrzędnej z ładunku. Podobne wyniki uzyskano dla innych współrzędnych i wielkości charakteryzujących dynamikę układu.

W celu porównania efektywności obliczeniowej obu sposobów modelowania ruchu bazy urządzenia offshore zmierzono czasy potrzebne na przeprowadzenie obliczeń numerycznych związanych z dynamiką układu. Dla każdego przypadku przeprowadzono obliczenia kilkakrotnie, dzięki czemu w Tabeli 1 zestawiono czasy średnie.

Tab. 1. Średni czas obliczeń dla obu przypadków modelowania i różnych wartości n_I

Liczba n_I	Średni czas obliczeń [g:mm:ss]	
	I	II
0	0:02:39	0:06:45
2	0:07:16	0:29:33
4	0:23:15	0:38:54
6	0:58:30	1:23:44
8	2:06:37	2:47:23

Na podstawie przedstawionych w Tab. 1 czasów można stwierdzić, że modelowanie ruchów bazy żurawia offshore wprost jako wymuszenie kinematyczne jest efektywniejsze obliczeniowo. W przypadku modeli o najmniejszych liczbach stopni swobody ($n_f=0$) czas obliczeń dla tego sposobu modelowania jest ponad dwa i półkrotnie krótszy niż gdy wprowadzono do modelu dodatkowe stopnie swobody związane z ruchem. Wraz ze wzrostem liczby stopni swobody układu (wzrostem n_f) różnica ta malała, jednakże dla $n_f=8$ dalej czas obliczeń w przypadku II był ponad 32% dłuższy niż w przypadku I. Zmniejszanie się różnicy czasów obliczeń wraz ze wzrostem liczby stopni swobody związane jest między innymi z rosnącą liczbą operacji potrzebnych, w przypadku I, do wyznaczenia niezbędnych pochodnych macierzy przekształceń jednorodnych.

5. PODSUMOWANIE

Niniejszy artykuł miał dać odpowiedź na pytanie, który z przedstawionych sposobów modelowania ruchów bazy urządzeń offshore jest efektywniejszy obliczeniowo. Jedną z najistotniejszych cech dobrego modelu matematycznego układu dynamicznego jest bowiem, poza poprawnym odzwierciedleniem jego najistotniejszych cech, krótki czas obliczeń. Analizowano dwa sposoby modelowania ruchu bazy. Pierwszy, w którym założono, że macierz przejścia od bazy do układu bezwładnościowego jest znaną funkcją czasu, oraz drugi, w którym przyjęto że baza posiada sześć współrzędnych uogólnionych, a jej ruch, zgodny z założonym, wymusza się poprzez odpowiednie równania więzów. Z przedstawionych wyników obliczeń numerycznych jednoznacznie wynika, że dla analizy dynamiki przykładowego żurawia, bardziej efektywna obliczeniowo jest metoda pierwsza, choć, zgodnie z przewidywaniami, wraz ze wzrostem liczby stopni swobody układu jej przewaga maleje. W przypadku analizy układów o znacznie większej liczbie stopni swobody (np. analizy urządzenia do układania rur na dnie morza przeprowadzanej przy zastosowaniu metody sztywnych elementów skończonych) może jednak zajść sytuacja odwrotna. Dodatkowo należy jednak pamiętać, że dla układów o mniejszej liczbie stopni swobody możliwe jest przeprowadzanie obliczeń przy większym kroku całkowania. Wykorzystanie tej cechy i zróżnicowanie kroku całkowania spowodowałoby dodatkowe zwiększenie „przewagi” pierwszej metody modelowania, szczególnie dla mniejszych wartości n_f .

Warto także zwrócić uwagę, że w przypadku rozważanego żurawia offshore wpływ podatności wysięgnika na uzyskiwane wyniki był pomijalnie mały. Wniosek ten pozwala na sformułowanie tezy, że w wielu zagadnieniach związanych z dynamiką maszyn (szczególnie w zagadnieniach dotyczących ich sterowania) można stosować proste, autorskie modele obliczeniowe zamiast modeli wykonywanych w profesjonalnych pakietach.

LITERATURA

1. **Adamiec-Wójcik I.** (2003), *Modelling dynamics of multibody systems using homogenous transformations*, Wydawnictwo Akademii Techniczno-Humanistycznej, Seria Rozprawy Naukowe, Nr 3, Rozprawa habilitacyjna, Bielsko-Biała.
2. **Adamiec-Wójcik I., Maczyński A., Wojciech S.** (2008), *Zastosowanie metody przekształceń jednorodnych w modelowaniu dynamiki urządzeń offshore*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa.
3. **Das S. N., Das S. K.** (2005), Mathematical model for coupled roll and yaw motions of a floating body in regular waves under resonant and non-resonant conditions, *Applied Mathematical Modelling*, 29, 19-34.
4. **Kruszewski J. i inni** (1975), *Metoda sztywnych elementów skończonych*, Arkady, Warszawa.
5. **Maczyński A., Wojciech S.**, (2009), Wpływ sposobu modelowania ruchów bazowych na efektywność numeryczną obliczeń – część I, *Zeszyty Naukowe OBRSM Bosmal*, Z. 43, 21-36.
6. **Maczyński A., Wojciech S.**, (2009), Wpływ sposobu modelowania ruchów bazowych na efektywność numeryczną obliczeń – część II, *Zeszyty Naukowe OBRSM Bosmal*, Z. 44, 7-17.
7. **Osiński M., Maczyński A., Wojciech S.** (2004), The influence of ship's motion in regular wave on dynamics of an offshore crane, *The Archive of Mechanical Engineering*, Vol. 51, No. 2, 131-163.
8. **Osiński M., Wojciech S.** (1998), Application of nonlinear optimisation methods to input shaping of the hoist drive of an off-shore crane, *Nonlinear Dynamics*, 17, 369-386.
9. **Wittbrodt E., Adamiec-Wójcik I., Wojciech S.** (2006) *Dynamics of flexible multibody systems: rigid finite element method*, Springer, Berlin - Heidelberg - New York.

NUMERICAL EFFICIENCY OF THE MODELLING METHODS OF A BASE'S GENERAL MOTION IN OFFSHORE EQUIPMENTS

Abstract: In the paper a problem of modelling the movement of a base of a offshore equipment is considered. The influence of a method of modelling this movement on the numerical efficiency is discussed on the example of an offshore crane. Two manners are analysed. First - the motion of the base is assumed as known. The equations of crane motion are formulated with assumption that the transformations matrix from the base to the global coordinate system is a known function of time. Second - displacements and angles of rotation of the base are generalized coordinates of the system. The assumed movement of the base is obtained by means of suitable equations of constraints. The exemplary results of numerical calculation are presented.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N N502 464934 finansowanego ze środków MNiSW

KONSTRUOWANIE ROZWIĄZAŃ WYBRANYCH TRÓJWYMIAROWYCH ZAGADNIENI TEORII SPRĘŻYSTOŚCI OŚRODKÓW NIEJEDNORODNYCH

Roman KULCZYCKI*, Adam BAJKOWSKI*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

r.kulczycki@pb.edu.pl, a.bajkowski@doktoranci.pb.edu.pl

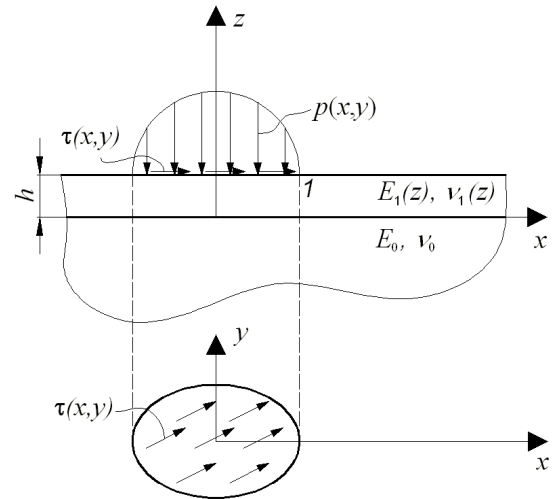
Streszczenie: Rozpatrzono pierwsze i drugie zagadnienie teorii sprężystości dotyczące półprzestrzeni niejednorodnej składającej się z jednorodnego podłoża i niejednorodnej warstwy wierzchniej o zmieniających się wzdłuż grubości warstwy właściwościach mechanicznych. Zaproponowano algorytm konstruowania rozwiązań trójwymiarowych równań teorii sprężystości.

1. WPROWADZENIE

Rozwój technologii powłokowej doprowadził do wzrostu zainteresowania zagadnieniami kontaktowymi teorii sprężystości dotyczącymi jednorodnego liniowo sprężystego ośrodka izotropowego połączonego z niejednorodną izotropową liniowo sprężystą warstwą wierzchnią. Rozpatrywane w literaturze zagadnienia są zagadnieniami dwuwymiarowymi (Giannakopoulos i Pallot, 2000; Guler i Erdogan, 2004, 2006; 2007; Ke i Wang, 2006, 2007) lub osiowosymetrycznymi (Aizikovich i inni, 2002; Fischer-Cripps, 2003; Giannakopoulos i Suresh, 1997; Liu i Wang, 2008; Liu i inni, 2008). W niniejszej pracy przedyskutujemy możliwości konstruowania rozwiązań trójwymiarowych zagadnień teorii sprężystości dotyczących półprzestrzeni niejednorodnej o wyżej opisanych właściwościach mechanicznych.

2. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA

Rozważmy dwa podstawowe zagadnienia teorii sprężystości (Nowacki, 1970) dotyczące niejednorodnej liniowo sprężystej półprzestrzeni izotropowej. Pierwsze zagadnienie polega na obciążeniu powierzchni półprzestrzeni znanymi naciskami normalnymi $p(x,y)$ i stycznymi $\tau(x,y) = \tau_x(x,y)\mathbf{i} + \tau_y(x,y)\mathbf{j}$ określonymi w obszarze Ω . Poza tym obszarem powierzchnia półprzestrzeni jest nieobciążona ($p(x,y) = \tau_x(x,y) = \tau_y(x,y) = 0, (x,y) \notin \Omega$). W zagadnieniu drugim w obszarze Ω znane są przemieszczenia punktów powierzchni półprzestrzeni $u_{x0}(x,y)$, $u_{y0}(x,y)$, $u_{z0}(x,y)$, które są różne od zera jedynie w obszarze Ω . Ośrodek składa się z jednorodnej liniowo sprężystej półprzestrzeni izotropowej o module Younga E_0 i współczynniku Poissona ν_0 oraz niejednorodnej izotropowej warstwy sprężystej, której moduł Younga $E_1(z)$ i współczynnik Poissona $\nu_1(z)$ są dwukrotnie różniczkowalnymi funkcjami odległości od powierzchni podłoża (Rys. 1). Pomiędzy warstwą a podłożem są spełnione warunki idealnego kontaktu mechanicznego.



Rys. 1. Schemat zagadnienia

Wprowadzone na rysunku 1 współrzędne kartezjańskie są współrzędnymi bezwymiarowymi odniesionymi do charakterystycznego liniowego wymiaru a obszaru Ω . Rozwiązując powyższe zagadnienie należy spełnić (Nowacki, 1970):

– równania równowagi:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(i)}}{\partial z} = 0, \quad i = 0, 1, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}^{(i)}}{\partial z} = 0, \quad i = 0, 1, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(i)}}{\partial z} = 0, \quad i = 0, 1; \quad (1c)$$

– związki geometryczne:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}^{(i)} &= \frac{\partial u_x^{(i)}}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy}^{(i)} = \frac{\partial u_y^{(i)}}{\partial y}, \\
\varepsilon_{zz}^{(i)} &= \frac{\partial u_z^{(i)}}{\partial z}, \quad \varepsilon_{xy}^{(i)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial u_y^{(i)}}{\partial x} \right), \\
\varepsilon_{xz}^{(i)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(i)}}{\partial x} \right), \\
\varepsilon_{yz}^{(i)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(i)}}{\partial y} \right), \quad i = 0, 1;
\end{aligned} \tag{2}$$

– zależności konstytutywne:

$$\sigma_{kl}^{(i)} = \lambda_i(z) \left(\varepsilon_{xx}^{(i)} + \varepsilon_{yy}^{(i)} + \varepsilon_{zz}^{(i)} \right) \delta_{kl} + 2\mu_i(z) \varepsilon_{kl}^{(i)}, \tag{3}$$

$k, l = x, y, z, i = 0, 1;$

– warunki brzegowe na powierzchni półprzestrzeni niejednorodnej ($z=h$):
– zagadnienie I:

$$\begin{aligned}
\sigma_{zz}^{(1)}(x, y, h) &= -p(x, y), \\
\sigma_{xz}^{(1)}(x, y, h) &= -\tau_x(x, y), \\
\sigma_{yz}^{(1)}(x, y, h) &= -\tau_y(x, y);
\end{aligned} \tag{4a}$$

– zagadnienie II:

$$\begin{aligned}
u_x^{(1)}(x, y, h) &= u_{x0}(x, y), \\
u_y^{(1)}(x, y, h) &= u_{y0}(x, y), \\
u_z^{(1)}(x, y, h) &= u_{z0}(x, y);
\end{aligned} \tag{4b}$$

– warunki brzegowe idealnego kontaktu mechanicznego na powierzchni rozdziału warstwy i podłoża ($z=0$):

$$\begin{aligned}
\sigma_{zz}^{(0)}(x, y, 0) &= \sigma_{zz}^{(1)}(x, y, 0), \\
\sigma_{xz}^{(0)}(x, y, 0) &= \sigma_{xz}^{(1)}(x, y, 0), \\
\sigma_{yz}^{(0)}(x, y, 0) &= \sigma_{yz}^{(1)}(x, y, 0),
\end{aligned} \tag{5a}$$

$$\begin{aligned}
u_x^{(0)}(x, y, 0) &= u_x^{(1)}(x, y, 0), \\
u_y^{(0)}(x, y, 0) &= u_y^{(1)}(x, y, 0), \\
u_z^{(0)}(x, y, 0) &= u_z^{(1)}(x, y, 0);
\end{aligned} \tag{5b}$$

– warunki w nieskończoności:

$$\mathbf{u}^{(i)}(x, y, z) \rightarrow 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty, \quad i = 0, 1. \tag{5c}$$

W równaniach (1)-(6) wprowadziliśmy oznaczenia: $\sigma^{(i)}$ – tensor naprężenia, $\varepsilon^{(i)}$ – tensor odkształcenia, $\mathbf{u}^{(i)}$ – wektor przemieszczenia, δ_{kl} – symbol Kroneckera, λ_i i μ_i – współczynniki Lamégo:

$$\lambda_i = \frac{E_i \nu_i}{(1 + \nu_i)(1 - 2\nu_i)}, \quad \mu_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)}, \quad i = 0, 1. \tag{6}$$

W powyższych wzorach oraz w kolejnych rozdziałach parametry i funkcje stanu z indeksem 0 odnoszą się do podłoża. Natomiast parametry i funkcje stanu z indeksem 1 opisują warstwę wierzchnią.

3. METODA ROZWIĄZYWANIA

Podstawiając związki geometryczne do zależności konstytutywnych, a te do równań równowagi, otrzymamy równania teorii sprężystości w przemieszczeniach, znane w przypadku jednorodnego ośrodka izotropowego jako równania Lamégo (Nowacki, 1970):

$$\begin{aligned}
\lambda_i \frac{\partial \theta_1^{(i)}}{\partial x} + \lambda_i \frac{\partial^2 u_z^{(i)}}{\partial x \partial z} + 2\mu_i \frac{\partial^2 u_x^{(i)}}{\partial x^2} + \mu_i \frac{\partial^2 u_x^{(i)}}{\partial y^2} + \\
+ \mu_i \frac{\partial^2 u_y^{(i)}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \mu_i \left(\frac{\partial u_x^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(i)}}{\partial x} \right) = 0, \quad i = 0, 1,
\end{aligned} \tag{7a}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_i \frac{\partial \theta_1^{(i)}}{\partial y} + \lambda_i \frac{\partial^2 u_z^{(i)}}{\partial y \partial z} + 2\mu_i \frac{\partial^2 u_y^{(i)}}{\partial y^2} + \mu_i \frac{\partial^2 u_x^{(i)}}{\partial x \partial y} + \\
+ \mu_i \frac{\partial^2 u_y^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} \mu_i \left(\frac{\partial u_y^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(i)}}{\partial y} \right) = 0, \quad i = 0, 1,
\end{aligned} \tag{7b}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_i \theta_1^{(i)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial u_z^{(i)}}{\partial z} + \\
+ \mu_i \Delta_1 u_z^{(i)} + \mu_i \frac{\partial \theta_1^{(i)}}{\partial z} = 0, \quad i = 0, 1,
\end{aligned} \tag{7c}$$

gdzie

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \tag{8a}$$

$$\theta_1^{(i)} = \frac{\partial u_x^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial u_y^{(i)}}{\partial y}, \quad i = 0, 1. \tag{8b}$$

W celu uproszczenia równań (7) wykorzystamy ideę algorytmu przedstawionego w pracy Halazjuka (1985). Różniczkując równanie (7a) względem zmiennej y , a równanie (7b) względem zmiennej x i odejmując od pierwszego równania - drugie, otrzymamy:

$$\mu_i \Delta_1 \chi^{(i)} + \frac{\partial}{\partial z} \mu_i \frac{\partial \chi^{(i)}}{\partial z} = 0, \quad i = 0, 1, \tag{9a}$$

gdzie

$$\chi^{(i)} = \frac{\partial u_x^{(i)}}{\partial y} - \frac{\partial u_y^{(i)}}{\partial x}, \quad i = 0, 1. \tag{9b}$$

Po zróżniczkowaniu równania (7a) względem zmiennej x , a równania (7b) względem zmiennej y , i po dodaniu równań uzyskamy natomiast

$$(\lambda_i + 2\mu_i)\Delta_1\theta_1^{(i)} + \frac{\partial}{\partial z}\mu_i\frac{\partial\theta_1^{(i)}}{\partial z} + \lambda_i\Delta_1\frac{\partial u_z^{(i)}}{\partial z} + \Delta_1\frac{\partial}{\partial z}(\mu_i u_z^{(i)}) = 0, \quad i = 0, 1. \quad (9c)$$

Rozwiązanie zagadnień konstruujemy za pomocą dwuwymiarowej całkowej transformacji Fouriera (Sneddon, 1972)

$$\begin{bmatrix} \tilde{\chi}^{(i)}(\xi, \eta, z) \\ \tilde{\theta}_1^{(i)}(\xi, \eta, z) \\ \tilde{u}_z^{(i)}(\xi, \eta, z) \end{bmatrix} = \mathcal{F} \left[\begin{bmatrix} \chi^{(i)}(x, y, z) \\ \theta_1^{(i)}(x, y, z) \\ u_z^{(i)}(x, y, z) \end{bmatrix}; x \rightarrow \xi, y \rightarrow \eta \right] \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \chi^{(i)}(x, y, z) \\ \theta_1^{(i)}(x, y, z) \\ u_z^{(i)}(x, y, z) \end{bmatrix} \exp(-ix\xi - iy\eta) dx dy, \quad i = 0, 1. \quad (10)$$

W przestrzeni transformat Fouriera zamiast równań w pochodnych cząstkowych (9a), (9c) i (7c) otrzymamy zwyczajne liniowe równania różniczkowe o zmiennych współczynnikach

$$\frac{d^2 \tilde{\chi}^{(i)}}{dz^2} + \tilde{\mu}_i \frac{d \tilde{\chi}^{(i)}}{dz} - s^2 \tilde{\chi}^{(i)} = 0, \quad i = 0, 1, \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{\theta}_1^{(i)}}{dz^2} + \tilde{\mu}_i \frac{d \tilde{\theta}_1^{(i)}}{dz} - \frac{2s^2}{1-t_i^2} \tilde{\theta}_1^{(i)} + \\ - \frac{(1+t_i^2)s^2}{1-t_i^2} \frac{d \tilde{u}_z^{(i)}}{dz} - \tilde{\mu}_i s^2 \tilde{u}_z^{(i)} = 0, \quad i = 0, 1, \end{aligned} \quad (11b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{u}_z^{(i)}}{dz^2} + \tilde{\lambda}_{i1} \frac{d \tilde{u}_z^{(i)}}{dz} - \frac{(1-t_i^2)s^2}{2} \tilde{u}_z^{(i)} + \\ + \frac{(1+t_i^2)}{2} \frac{d \tilde{\theta}_1^{(i)}}{dz} + \tilde{\lambda}_{i2} \tilde{\theta}_1^{(i)} = 0, \quad i = 0, 1, \end{aligned} \quad (11c)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_i &= \mu_i^{-1} \frac{d\mu_i}{dz}, \\ \tilde{\lambda}_{i1} &= (\lambda_i + 2\mu_i)^{-1} \frac{d(\lambda_i + 2\mu_i)}{dz}, \\ \tilde{\lambda}_{i2} &= (\lambda_i + 2\mu_i)^{-1} \frac{d\lambda_i}{dz}, \quad i = 0, 1, \end{aligned} \quad (11d)$$

$$t_i^2 = \frac{v_i}{1-v_i}, \quad i = 0, 1, \quad s^2 = \xi^2 + \eta^2. \quad (11e)$$

Przyjmując w równaniach (11a)-(11c) $\tilde{\mu}_0 = \tilde{\lambda}_{01} = \tilde{\lambda}_{02} = 0$, otrzymamy równania dla jednorodnej półprzestrzeni opisaną indeksem $i=0$:

$$\frac{d^2 \tilde{\chi}^{(0)}}{dz^2} - s^2 \tilde{\chi}^{(0)} = 0, \quad (12a)$$

$$\frac{d^2 \tilde{\theta}_1^{(0)}}{dz^2} - \frac{2s^2}{1-t_0^2} \tilde{\theta}_1^{(0)} - \frac{(1+t_0^2)s^2}{1-t_0^2} \frac{d \tilde{u}_z^{(0)}}{dz} = 0, \quad (12b)$$

$$\frac{d^2 \tilde{u}_z^{(0)}}{dz^2} - \frac{(1-t_0^2)s^2}{2} \tilde{u}_z^{(0)} + \frac{(1+t_0^2)}{2} \frac{d \tilde{\theta}_1^{(0)}}{dz} = 0, \quad (12c)$$

które są liniowymi równaniami różniczkowymi o stałych współczynnikach. Poszukując rozwiązania równania (12a) w postaci $\tilde{\chi}^{(0)}(\xi, \eta, z) = b(\xi, \eta) \exp(mz)$, otrzymujemy równanie charakterystyczne $m^2 - s^2 = 0$ do wyznaczenia parametru m . Pierwiastkom tego równania odpowiadają liniowo niezależne rozwiązania (Arnold, 1983): $\exp(sz)$ i $\exp(-sz)$. Drugie rozwiązanie w półprzestrzeni $z \leq 0$ jest nieograniczone, wskutek czego funkcję $\tilde{\chi}^{(0)}(\xi, \eta, z)$ zapiszemy w postaci:

$$\tilde{\chi}^{(0)}(\xi, \eta, z) = b_0(\xi, \eta) \exp(sz), \quad (13a)$$

Rozwiązania układu równań (12b) i (12c) szukamy w postaci:

$$\tilde{\theta}_1^{(0)}(\xi, \eta, z) = c(\xi, \eta) \exp(mz),$$

$$\tilde{u}_z^{(0)}(\xi, \eta, z) = a(\xi, \eta) \exp(mz).$$

Otrzymamy równanie charakterystyczne $(m^2 - s^2)^2 = 0$, którego pierwiastki $m=s$ i $m=-s$ są dwukrotne. Odpowiadają im liniowo niezależne rozwiązania (Arnold, 1983): $\exp(sz)$, $z \exp(sz)$, $\exp(-sz)$ i $z \exp(-sz)$. Tylko pierwsze dwa rozwiązania są ograniczone w półprzestrzeni $z \leq 0$. Zapisując funkcję $\tilde{u}_z^{(0)}(\xi, \eta, z)$ w postaci:

$$2\tilde{u}_z^{(0)} = (d_0 z a_{-1}(\xi, \eta) + 2a_0(\xi, \eta)) \exp(sz), \quad (13b)$$

gdzie

$$d_0 = \frac{1+t_0^2}{1-t_0^2} = \frac{1}{1-2\nu_0},$$

otrzymujemy następującą postać dla funkcji $\tilde{\theta}_1^{(0)}(\xi, \eta, z)$:

$$\begin{aligned} 2\tilde{\theta}_1^{(0)}(\xi, \eta, z) = -((2+d_0)a_{-1}(\xi, \eta) + \\ + d_0 s z a_{-1}(\xi, \eta) + 2a_0(\xi, \eta)s) \exp(sz). \end{aligned} \quad (13c)$$

Rozwiązanie równań (11) w warstwie wierzchniej ma postać:

$$\tilde{\chi}^{(1)}(\xi, \eta, z) = \sum_{j=1}^2 b_j(\xi, \eta) \chi_j(s, z), \quad (13d)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^{(1)}(\xi, \eta, z) \\ \tilde{u}_z^{(1)}(\xi, \eta, z) \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^4 a_j(\xi, \eta) \begin{bmatrix} \varphi_j(s, z) \\ \psi_j(s, z) \end{bmatrix}, \quad (13e)$$

gdzie funkcje $\chi_1(\xi, \eta, z)$ i $\chi_2(\xi, \eta, z)$ są liniowo niezależnymi rozwiązaniami równania różniczkowego (11a). Natomiast pary funkcji $(\varphi_j(\xi, \eta, z), \psi_j(\xi, \eta, z))$, $j = 1, 2, 3, 4$ są liniowo niezależnymi rozwiązaniami układu równań różniczkowych (11b,c). Funkcje $a_j(\xi, \eta)$, $j = -1, 0, \dots, 4$ oraz $b_j(\xi, \eta)$,

$j = 0, 1, 2$, wprowadzone we wzorach (13) są nieznanymi funkcjami parametrów dwuwymiarowego przekształcenia całkowego Fouriera, które należy obliczyć, spełniając warunki brzegowe (4a) (lub 4b) oraz (5).

Przechodząc w zależnościach (8b) i (9b) do przestrzeni transformat Fouriera, uzyskujemy wzory:

$$i\xi\tilde{u}_x^{(i)} + i\eta\tilde{u}_y^{(i)} = \tilde{\theta}_1^{(i)}, i\eta\tilde{u}_x^{(i)} - i\xi\tilde{u}_y^{(i)} = \tilde{\chi}^{(i)}, i = 0, 1, \quad (14a)$$

na których podstawie obliczamy transformaty Fouriera pierwszych dwóch składowych wektora przemieszczenia sprężystego:

$$is^2\tilde{u}_x^{(i)} = \xi\tilde{\theta}_1^{(i)} + \eta\tilde{\chi}^{(i)}, is^2\tilde{u}_y^{(i)} = \eta\tilde{\theta}_1^{(i)} - \xi\tilde{\chi}^{(i)}, i = 0, 1. \quad (14b)$$

Podstawiając wzory (14b) do związków geometrycznych (2) i zależności konstytutywnych (3), zapisanych w przestrzeni transformat Fouriera, otrzymujemy wzory do obliczenia transformat Fouriera składowych tensora naprężeń:

$$\frac{\tilde{\sigma}_{xx}^{(i)}}{2\mu_i} = \frac{t_i^2}{1-t_i^2} \left(\tilde{\theta}_1^{(i)} + \frac{d\tilde{u}_z^{(i)}}{dz} \right) + \frac{\xi^2}{s^2} \tilde{\theta}_1^{(i)} + \frac{\xi\eta}{s^2} \tilde{\chi}^{(i)}, i = 0, 1, \quad (15a)$$

$$\frac{\tilde{\sigma}_{yy}^{(i)}}{2\mu_i} = \frac{t_i^2}{1-t_i^2} \left(\tilde{\theta}_1^{(i)} + \frac{d\tilde{u}_z^{(i)}}{dz} \right) + \frac{\eta^2}{s^2} \tilde{\theta}_1^{(i)} - \frac{\xi\eta}{s^2} \tilde{\chi}^{(i)}, i = 0, 1, \quad (15b)$$

$$\frac{\tilde{\sigma}_{zz}^{(i)}}{2\mu_i} = \frac{t_i^2}{1-t_i^2} \tilde{\theta}_1^{(i)} + \frac{1}{1-t_i^2} \frac{d\tilde{u}_z^{(i)}}{dz}, i = 0, 1, \quad (15c)$$

$$\frac{\tilde{\sigma}_{xy}^{(i)}}{2\mu_i} = \frac{\xi\eta}{s^2} \tilde{\theta}_1^{(i)} + \frac{\eta^2 - \xi^2}{2s^2} \tilde{\chi}^{(i)}, i = 0, 1, \quad (15d)$$

$$\frac{is^2\tilde{\sigma}_{xz}^{(i)}}{\mu_i} = \xi \left(\frac{d\tilde{\theta}_1^{(i)}}{dz} - s^2\tilde{u}_z^{(i)} \right) + \eta \frac{d\tilde{\chi}^{(i)}}{dz}, i = 0, 1, \quad (15e)$$

$$\frac{is^2\tilde{\sigma}_{yz}^{(i)}}{\mu_i} = \eta \left(\frac{d\tilde{\theta}_1^{(i)}}{dz} - s^2\tilde{u}_z^{(i)} \right) - \xi \frac{d\tilde{\chi}^{(i)}}{dz}, i = 0, 1. \quad (15f)$$

Zapisując warunki brzegowe (5) w przestrzeni transformat Fouriera, a następnie podstawiając do nich zależności (14) i (15), otrzymujemy następującą postać warunków brzegowych idealnego kontaktu mechanicznego:

$$\tilde{u}_z^{(1)}|_{z=0} = \tilde{u}_z^{(0)}|_{z=0}, \tilde{\theta}_1^{(1)}|_{z=0} = \tilde{\theta}_1^{(0)}|_{z=0}, \quad (16a)$$

$$\left(\frac{t_1^2}{1-t_1^2} \tilde{\theta}_1^{(1)} + \frac{1}{1-t_1^2} \frac{d\tilde{u}_z^{(1)}}{dz} \right) \Big|_{z=0} = \left(\frac{t_0^2}{1-t_0^2} \tilde{\theta}_1^{(0)} + \frac{1}{1-t_0^2} \frac{d\tilde{u}_z^{(0)}}{dz} \right) \Big|_{z=0}, \quad (16b)$$

$$\left(\frac{d\tilde{\theta}_1^{(1)}}{dz} - s^2\tilde{u}_z^{(1)} \right) \Big|_{z=0} = \frac{\mu_0}{\mu_1|_{z=0}} \left(\frac{d\tilde{\theta}_1^{(0)}}{dz} - s^2\tilde{u}_z^{(0)} \right) \Big|_{z=0}, \quad (16c)$$

$$\tilde{\chi}^{(1)}|_{z=0} = \tilde{\chi}^{(0)}|_{z=0}, \frac{d\tilde{\chi}^{(1)}}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{\mu_0}{\mu_1|_{z=0}} \frac{d\tilde{\chi}^{(0)}}{dz} \Big|_{z=0}. \quad (16d)$$

W podobny sposób uzyskujemy warunki brzegowe określone w zagadnieniu I, które opisują obciążenie półprzestrzeni niejednorodnej:

$$\left(t_1^2 \tilde{\theta}_1^{(1)} + \frac{d\tilde{u}_z^{(1)}}{dz} \right) \Big|_{z=h} = -\frac{1-t_1^2}{2\mu_1|_{z=h}} \tilde{p}(\xi, \eta), \quad (17a)$$

$$\left(\frac{d\tilde{\theta}_1^{(1)}}{dz} - \tilde{u}_z^{(1)} \right) \Big|_{z=h} = -\frac{\tilde{\tau}_1(\xi, \eta)}{\mu_1|_{z=h}}, \quad (17b)$$

$$\frac{d\tilde{\chi}^{(1)}}{dz} \Big|_{z=h} = -\frac{\tilde{\tau}_2(\xi, \eta)}{\mu_1|_{z=h}}, \quad (17c)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_1(\xi, \eta) &= i\xi\tilde{\tau}_x(\xi, \eta) + i\eta\tilde{\tau}_y(\xi, \eta), \\ \tilde{\tau}_2(\xi, \eta) &= i\eta\tilde{\tau}_x(\xi, \eta) - i\xi\tilde{\tau}_y(\xi, \eta), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{p}(\xi, \eta) \\ \tilde{\tau}_x(\xi, \eta) \\ \tilde{\tau}_y(\xi, \eta) \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Omega} \begin{bmatrix} p(x, y) \\ \tau_x(x, y) \\ \tau_y(x, y) \end{bmatrix} \exp(-ix\xi - iy\eta) dx dy. \quad (19)$$

Warunki brzegowe określone na powierzchni półprzestrzeni niejednorodnej w zagadnieniu II mają postać:

$$\theta_1^{(1)}(\xi, \eta, h) = \tilde{u}_1(\xi, \eta), \tilde{u}_z^{(1)}(\xi, \eta, h) = \tilde{u}_{z0}(\xi, \eta), \quad (20a)$$

$$\chi^{(1)}(\xi, \eta, h) = \tilde{u}_2(\xi, \eta), \quad (20b)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1(\xi, \eta) &= i\xi\tilde{u}_{x0}(\xi, \eta) + i\eta\tilde{u}_{y0}(\xi, \eta), \\ \tilde{u}_2(\xi, \eta) &= i\eta\tilde{u}_{x0}(\xi, \eta) - i\xi\tilde{u}_{y0}(\xi, \eta), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_{x0}(\xi, \eta) \\ \tilde{u}_{y0}(\xi, \eta) \\ \tilde{u}_{z0}(\xi, \eta) \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Omega} \begin{bmatrix} u_{x0}(x, y) \\ u_{y0}(x, y) \\ u_{z0}(x, y) \end{bmatrix} \exp(-ix\xi - iy\eta) dx dy. \quad (22)$$

Jak wynika ze struktury rozwiązań (13) oraz warunków brzegowych (16)-(17) określonych w zagadnieniu I (lub (16) i (20) – w zagadnieniu II), zarówno w pierwszym jak i drugim zagadnieniu teorii sprężystości funkcje $a_j(\xi, \eta)$, $j = -1, 0, \dots, 4$ i $b_j(\xi, \eta)$, $j = 0, 1, 2$ wyznaczamy z dwóch niezależnych układów równań liniowych. Pierwszy układ zawiera sześć równań, które powstają na skutek spełnienia warunków brzegowych (16a)-(16c), (17a) i (17b) określonych w zagadnieniu I (lub (16a)-(16c) i (20a) – w zagadnieniu II). Służy on do obliczenia funkcji $a_j(\xi, \eta)$, $j = -1, 0, \dots, 4$. Ponieważ opisywany układ zawiera tylko dwa równania niejednorodne, jego rozwiązanie zapiszemy w postaci:

– zagadnienie I:

$$a_j(\xi, \eta) = -\frac{1-\eta^2}{2\mu_1|_{z=h}} \tilde{p}(\xi, \eta), \quad (23a)$$

$$a_{j1}^*(s) = -\frac{1}{\mu_1|_{z=h}} \tilde{t}_1(\xi, \eta) a_{j2}^*(s), \quad j = -1, 0, \dots, 4,$$

– zagadnienie II:

$$a_j(\xi, \eta) = \tilde{u}_{z0}(\xi, \eta), \quad (23b)$$

$$a_{j1}^*(s) = \tilde{u}_1(\xi, \eta) a_{j2}^*(s), \quad j = -1, 0, \dots, 4,$$

gdzie funkcje $a_{j1}^*(s)$ i $a_{j2}^*(s)$ są rozwiązaniami układu sześciu równań liniowych z tą samą macierzą, co i układ równań do wyznaczenia funkcji $a_j(\xi, \eta)$ i wyrazem wolnym, w którym wyrazy, występujące w prawej części równań (17a) i (17b) określonych w zagadnieniu I (lub równań (20a) – w zagadnieniu II) zastąpiono stałymi 1 i 0 (przy wyznaczeniu $a_{j1}^*(s)$) lub stałymi 0 i 1 (przy wyznaczeniu $a_{j2}^*(s)$). We wzorach (23) uwzględniliśmy, że elementy macierzy opisywanego układu równań zależą jedynie od promieniowej współrzędnej s ($s^2 = \xi^2 + \eta^2$) wprowadzonej w płaszczyźnie parametrów przekształcenia całkowego. Powyższy wniosek jest ważny ze względu na obliczanie całek, które powstaną przy stosowaniu odwrotnego przekształcenia całkowego Fouriera.

Drugi układ równań zawiera trzy równania odwzajemniające warunki brzegowe (16d) i (17c) określone w zagadnieniu I (lub (16d) i (20b) – w zagadnieniu II). Tylko jedno równanie tego układu jest niejednorodne. Znaczący to, że funkcje $b_j(\xi, \eta)$, $j=0,1,2$ możemy zapisać w postaci:

– zagadnienie I:

$$b_j(\xi, \eta) = -\frac{1}{\mu_1|_{z=h}} \tilde{t}_2(\xi, \eta) b_j^*(s), \quad j = 0, 1, 2, \quad (24a)$$

– zagadnienie II:

$$b_j(\xi, \eta) = \tilde{u}_2(\xi, \eta) b_j^*(s), \quad j = 0, 1, 2, \quad (24b)$$

gdzie funkcje $b_j^*(s)$ są rozwiązaniami układu trzech równań liniowych z tą samą macierzą, co i układ równań do wyznaczenia funkcji $b_j(\xi, \eta)$ i wyrazem wolnym, w którym wyraz, występujący w prawej części równania (17c) określonego w zagadnieniu I (lub równania (20b) – w zagadnieniu II) zastąpiono stałą równą 1.

Stosując do wzorów (13)-(15) odwrotną transformację Fouriera, otrzymamy wzory do obliczenia oryginałów składowych wektora przemieszczenia i tensora naprężenia:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}^{(i)}(x, y, z) \\ \boldsymbol{\sigma}^{(i)}(x, y, z) \end{bmatrix} = \mathcal{F}^{-1} \left[\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}^{(i)}(\xi, \eta, z) \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(i)}(\xi, \eta, z) \end{bmatrix}; \xi \rightarrow x, \eta \rightarrow y \right] \equiv \\ \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}^{(i)}(\xi, \eta, z) \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(i)}(\xi, \eta, z) \end{bmatrix} \exp(ix\xi + iy\eta) d\xi d\eta, \quad i = 0, 1. \quad (25)$$

4. PRZYPADKI SZCZEGÓLNE WŁAŚCIWOŚCI MECHANICZNYCH WARSTWY WIERZCHNIEJ

W zależnościach (13d) i (13e) wprowadziliśmy liniowo niezależne rozwiązania $\chi_j(s, z)$, $j = 1, 2$ oraz $\phi_j(s, z)$ i $\psi_j(s, z)$, $j = 1, 2, 3, 4$ równań różniczkowych (11) opisujących pole przemieszczeń i naprężeń w warstwie wierzchniej. Nie podaliśmy jednak żadnego algorytmu obliczania tych funkcji. W przypadku, gdy wiadomo jedynie, że funkcje $\tilde{\mu}_1(z)$, $\tilde{\lambda}_{11}(z)$ i $\tilde{\lambda}_{12}(z)$ opisane wzorami (11d) są funkcjami różniczkowalnymi zmiennej z , brak jest efektywnego algorytmu analitycznego konstruowania takich rozwiązań. Dlatego też rozpatrzmy kilka przypadków szczególnych, w których funkcje $\chi_j(s, z)$, $\phi_j(s, z)$, $\psi_j(s, z)$ możemy wyrazić przez znane funkcje elementarne i specjalne.

4.1. Jednorodna warstwa wierzchnia

Jeśli warstwa wierzchnia jest warstwą jednorodną, otrzymujemy $\tilde{\mu}_0 = \tilde{\lambda}_{01} = \tilde{\lambda}_{02} = 0$, czyli warstwa wierzchnia jest opisywana równaniami (12) określonymi przy $0 < z < h$. Liniowo niezależnymi rozwiązaniami tych równań, jak zaznaczaliśmy wyżej, są funkcje: $\exp(sz)$, $\exp(-sz)$ i $\exp(-sz)$. Skorzystamy jednak z następujących liniowych kombinacji tych funkcji:

$$2 \sinh(s(h-z)) = \exp(sh) \exp(-sz) - \exp(-sh) \exp(sz), \quad (26a)$$

$$2 \cosh(s(h-z)) = \exp(sh) \exp(-sz) + \exp(-sh) \exp(sz), \quad (26b)$$

$$2(h-z) \sinh(s(h-z)) = 2h \sinh(s(h-z)) + \\ - \exp(sh) z \exp(-sz) + \exp(-sh) z \exp(sz), \quad (26c)$$

$$2(h-z) \cosh(s(h-z)) = 2h \cosh(s(h-z)) + \\ - \exp(sh) z \exp(-sz) - \exp(-sh) z \exp(sz). \quad (26d)$$

Rozwiązania zapiszemy w postaci:

$$\chi_1(s, z) = \sinh(s(h-z)), \quad \chi_2(s, z) = \cosh(s(h-z)); \quad (27a)$$

$$2\phi_1(s, z) = (2 + d_1) \sinh(s(h-z)) + \\ + d_1 s(h-z) \cosh(s(h-z)), \\ 2\phi_1(s, z) = (2 + d_1) \cosh(s(h-z)) + \\ + d_1 s(h-z) \sinh(s(h-z)), \quad (27b)$$

$$\phi_3(s, z) = s \cosh(s(h-z)), \\ \phi_4(s, z) = s \sinh(s(h-z)); \\ 2\psi_1(s, z) = d_1(h-z) \sinh(s(h-z)), \\ 2\psi_2(s, z) = d_1(h-z) \cosh(s(h-z)), \\ \psi_3(s, z) = \sinh(s(h-z)), \\ \psi_4(s, z) = \cosh(s(h-z)), \quad (27c)$$

gdzie

$$d_1 = \frac{1+t_1^2}{1-t_1^2} = \frac{1}{1-2\nu_1}.$$

W pracach Kołodziejczyka i Kulchytsky-Zhyhailo, (2007) wykazano, że zależności (27) można łatwo uogólnić na przypadek pakietu, który składa się z określonej liczby jednorodnych izotropowych warstw.

4.2. Niejednorodna warstwa wierzchnia o module Younga zmieniającym się według zależności wykładniczej

Przyjmijmy teraz, że współczynnik Poissona warstwy wierzchniej jest stały, a moduł Younga zmienia się wzdłuż grubości warstwy według zależności wykładniczej:

$$E_1(z) = E_1^* \exp(\beta z), \quad (28)$$

gdzie E_1^* i β – znane parametry. Podstawiając wzór (28) do wzorów (6) a te do zależności (11d), otrzymamy:

$$\bar{\mu}_1 = \beta, \quad \bar{\lambda}_{11} = \beta, \quad \bar{\lambda}_{12} = t_1^2 \beta. \quad (29)$$

Uwzględniając wzory (29), przekształcamy równania (11a-11c) do równań różniczkowych o stałych współczynnikach:

$$\frac{d^2 \tilde{\chi}^{(1)}}{dz^2} + \beta \frac{d \tilde{\chi}^{(1)}}{dz} - s^2 \tilde{\chi}^{(1)} = 0, \quad (30a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{\theta}_1^{(1)}}{dz^2} + \beta \frac{d \tilde{\theta}_1^{(1)}}{dz} - \frac{2s^2}{1-t_1^2} \tilde{\theta}_1^{(1)} + \\ - \frac{(1+t_1^2)s^2}{1-t_1^2} \frac{d \tilde{u}_z^{(1)}}{dz} - \beta s^2 \tilde{u}_z^{(1)} = 0, \end{aligned} \quad (30b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{u}_z^{(1)}}{dz^2} + \beta \frac{d \tilde{u}_z^{(1)}}{dz} - \frac{(1-t_1^2)s^2}{2} \tilde{u}_z^{(1)} + \\ + \frac{(1+t_1^2)}{2} \frac{d \tilde{\theta}_1^{(1)}}{dz} + \beta t_1^2 \tilde{\theta}_1^{(1)} = 0. \end{aligned} \quad (30c)$$

Rozwiązania równania (30a) poszukujemy, jak i poprzednio, w postaci: $\tilde{\chi}^{(1)}(\xi, \eta, z) = b(\xi, \eta) \exp(mz)$. Otrzymujemy równanie charakterystyczne: $m^2 + \beta m - s^2 = 0$, którego pierwiastkom odpowiadają rozwiązania:

$$\begin{aligned} \chi_1(s, z) &= \exp\left(\left(-\tilde{\beta} - \sqrt{\tilde{\beta}^2 + s^2}\right)z\right), \\ \chi_2(s, z) &= \exp\left(\left(-\tilde{\beta} + \sqrt{\tilde{\beta}^2 + s^2}\right)z\right), \quad 2\tilde{\beta} = \beta. \end{aligned} \quad (31a)$$

Rozwiązania układu równań (30b) i (30c) szukamy w postaci:

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_1^{(1)}(\xi, \eta, z) &= c(\xi, \eta) \exp(mz), \\ \tilde{u}_z^{(1)}(\xi, \eta, z) &= a(\xi, \eta) \exp(mz). \end{aligned}$$

Otrzymamy równanie charakterystyczne (Ozturk i Erdogan, 1996):

$$(m^2 - s^2)^2 + 2m\beta(m^2 - s^2) + \beta^2(m^2 + t_1^2 s^2) = 0, \quad (32)$$

którego zespolone pierwiastki zapiszemy w postaci:

$$\begin{aligned} m_1 &= -\tilde{\beta} - \sqrt{\tilde{\beta}^2 + (s^2 + i|\beta|t_1 s)}, \\ m_2 &= -\tilde{\beta} - \sqrt{\tilde{\beta}^2 + (s^2 - i|\beta|t_1 s)}, \\ m_3 &= -\tilde{\beta} + \sqrt{\tilde{\beta}^2 + (s^2 + i|\beta|t_1 s)}, \\ m_4 &= -\tilde{\beta} + \sqrt{\tilde{\beta}^2 + (s^2 - i|\beta|t_1 s)}. \end{aligned} \quad (33)$$

We wzorach (33) założyliśmy, że:

$$\operatorname{Re} \sqrt{\tilde{\beta}^2 + (s^2 \pm i|\beta|t_1 s)} > 0.$$

Funkcje $\phi_j(s, z)$ i $\psi_j(s, z)$ otrzymamy w postaci:

$$\begin{aligned} \phi_j(s, z) &= (s^2 + \beta^2 - m_j^2) \exp(m_j z), \\ \psi_j(s, z) &= m_j^{-1} (m_j^2 - s^2 - t_1^2 \beta^2) \exp(m_j z), \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (34)$$

4.3. Niejednorodna warstwa wierzchnia o module Younga zmieniającym się według zależności potęgowej

W kolejnym przypadku szczególnym pozostajemy przy założeniu, że współczynnik Poissona jest stały. Natomiast moduł Younga zmienia się wzdłuż grubości warstwy według zależności potęgowej:

$$E_1(z) = E_1^* (c + z)^\alpha, \quad \alpha = (1 - 2\nu_1)/\nu_1, \quad (35)$$

gdzie E_1^* i c – znane parametry. Podstawiając wzór (35) do wzorów (6) a te do zależności (11d), otrzymamy:

$$\bar{\mu}_i = \frac{\alpha}{\zeta}, \quad \bar{\lambda}_{i1} = \frac{\alpha}{\zeta}, \quad \bar{\lambda}_{i2} = \frac{\alpha t_1^2}{\zeta}, \quad \zeta = c + z. \quad (36)$$

Uwzględniając wzory (36), przekształcamy równania (11a)-(11c) do postaci:

$$\frac{d^2 \tilde{\chi}^{(1)}}{d\zeta^2} + \frac{\alpha}{\zeta} \frac{d \tilde{\chi}^{(1)}}{d\zeta} - s^2 \tilde{\chi}^{(1)} = 0, \quad (37a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{\theta}_1^{(1)}}{d\zeta^2} + \frac{\alpha}{\zeta} \frac{d \tilde{\theta}_1^{(1)}}{d\zeta} - \frac{2s^2}{1-t_1^2} \tilde{\theta}_1^{(1)} + \\ - \frac{(1+t_1^2)s^2}{1-t_1^2} \frac{d \tilde{u}_z^{(1)}}{d\zeta} - \frac{\alpha s^2}{\zeta} \tilde{u}_z^{(1)} = 0, \end{aligned} \quad (37b)$$

$$\frac{d^2 \tilde{u}_z^{(1)}}{d\zeta^2} + \frac{\alpha}{\zeta} \frac{d\tilde{u}_z^{(1)}}{d\zeta} - \frac{(1-t_1^2)s^2}{2} \tilde{u}_z^{(1)} + \frac{(1+t_1^2)}{2} \frac{d\tilde{\theta}_1^{(1)}}{d\zeta} + \frac{\alpha t_1^2}{\zeta} \tilde{\theta}_1^{(1)} = 0. \quad (37c)$$

Szukając rozwiązanie równania (37a) w postaci:

$$\chi^{(1)}(\xi, \eta, z) = \zeta^p \chi_1^{(1)}(\xi, \eta, z), \quad 2p + \alpha = 1, \quad (38)$$

otrzymamy równanie Bessela (Lebedev, 1963):

$$\frac{d^2 \tilde{\chi}_1^{(1)}}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{d\tilde{\chi}_1^{(1)}}{d\zeta} + \left(\frac{p^2}{\zeta^2} - s^2 \right) \tilde{\chi}_1^{(1)} = 0, \quad (39)$$

którego liniowo niezależnymi rozwiązaniami są modyfikowane funkcje Bessela: $I_p(s\zeta)$ i $K_p(s\zeta)$. Znaczą to, że

$$\chi_1(s, z) = \zeta^p I_p(s\zeta), \quad \chi_2(s, z) = \zeta^p K_p(s\zeta), \quad (40)$$

Można wykazać, że równania (37b) i (37c) powstają także w osiowo-symetrycznym zagadnieniu dotyczącym rozpatrywanego powyżej ośrodka sprężystego. Rozpatrując w pracy (Kassir, 1974) osiowosymetryczne zagadnienie kontaktowe dotyczące półprzestrzeni sprężystej z właściwościami mechanicznymi opisanymi zależnościami (35), jej autorzy skonstruowali dwa liniowo niezależne rozwiązania równań (37b) i (37c), które są ograniczone przy $z \rightarrow \infty$:

$$\varphi_1(s, \zeta) = \zeta s^2 K_p(\zeta s), \quad (41a)$$

$$\psi_1(s, \zeta) = K_p(\zeta s) + \zeta s K_{p-1}(\zeta s),$$

$$\varphi_2(s, \zeta) = s K_p(\zeta s) - t_1^2 \zeta s^2 K_{p-1}(\zeta s), \quad (41b)$$

$$\psi_2(s, \zeta) = -t_1^2 \zeta s K_p(\zeta s).$$

Uwzględniając strukturę rozwiązań opartych na modyfikowanych funkcjach Bessela drugiego rodzaju, uzyskujemy pozostałe dwa liniowo niezależne rozwiązania oparte na modyfikowanych funkcjach Bessela pierwszego rodzaju:

$$\varphi_3(s, \zeta) = \zeta s^2 I_p(\zeta s), \quad (41c)$$

$$\psi_3(s, \zeta) = I_p(\zeta s) - \zeta s I_{p-1}(\zeta s),$$

$$\varphi_4(s, \zeta) = s I_p(\zeta s) + t_1^2 \zeta s^2 I_{p-1}(\zeta s), \quad (41d)$$

$$\psi_4(s, \zeta) = -t_1^2 \zeta s I_p(\zeta s).$$

5. PRZYPADKI SZCZEGÓLNE PRZYŁOŻONEGO OBCIĄŻENIA

Ze wzorów (13), (23a) i (23b) wynika, że rozwiązanie zagadnienia I zależy od transformat Fouriera $\tilde{p}(\xi, \eta)$, $\tilde{\tau}_1(\xi, \eta)$ i $\tilde{\tau}_2(\xi, \eta)$. Uwzględniając strukturę funkcji $\tilde{\tau}_1(\xi, \eta)$ i $\tilde{\tau}_2(\xi, \eta)$ opisaną zależnościami (18), wnioskujemy, że są one transformacjami Fouriera funkcji:

$$\tau_1(x, y) = \frac{\partial \tau_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_y}{\partial y} \quad \text{ i } \quad \tau_2(x, y) = \frac{\partial \tau_x}{\partial y} - \frac{\partial \tau_y}{\partial x}. \quad (42)$$

Ze wzorów (13), (23a) i (23b) wynika także, że funkcje $\chi^{(i)}(x, y, z)$, $i = 0, 1$ są równe zeru, gdy $\tau_2(x, y) = 0$. Natomiast funkcje $\theta_1^{(i)}(x, y, z)$ i $u_z^{(i)}(x, y, z)$, $i = 0, 1$ są zerowe, gdy $p(x, y) = 0$ i $\tau_1(x, y) = 0$. Z powyższego wynika, że w zagadnieniu, w którym powierzchnia półprzestrzeni jest obciążona jedynie naciskami normalnymi, funkcje $\chi^{(i)}(x, y, z) \equiv 0$, $i = 0, 1$.

W przypadku zagadnienia płaskiego stanu odkształcenia (Timoshenko i Goodier, 1951), w którym obszarem obciążenia jest pasmo o szerokości $2a$ ($\Omega = \{-a \leq x \leq a, -\infty < y < \infty\}$) a funkcje $p(x, y)$ i $\tau_x(x, y)$ zależą jedynie od zmiennej x ($\tau_y(x, y) = 0$), ponownie uzyskujemy $\chi^{(i)}(x, y, z) \equiv 0$, $i = 0, 1$. Natomiast w zagadnieniu antypłaskim (Timoshenko i Goodier, 1951), w którym w obszarze ($\Omega = \{-a \leq x \leq a, -\infty < y < \infty\}$) są określone jedynie naciski $\tau_x(x)$ ($p = 0$ i $\tau_x = 0$) możemy przyjąć: $\theta_1^{(i)}(x, y, z) = 0$ i $u_z^{(i)}(x, y, z) = 0$, $i = 0, 1$.

W zagadnieniu osiowosymetrycznym, w którym w obszarze pierścieniowym $\Omega = \{b \leq r \leq a\}$, gdzie r ($r^2 = x^2 + y^2$) jest współrzędną promieniową, są określone naciski normalne $p(r)$ i styczne $\tau(r)$ ($\tau_\varphi = 0$, φ - współrzędna obwodowa), składowe obciążenia stycznego τ_x i τ_y są równe:

$$\tau_1(x, y) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_r) \quad \text{ i } \quad \tau_2(x, y) = 0. \quad (43)$$

Znaczą to, że funkcje $\chi^{(i)}(x, y, z) \equiv 0$, $i = 0, 1$, a funkcje $\theta_1^{(i)}(x, y, z)$ i $u_z^{(i)}(x, y, z)$, $i = 0, 1$ zależą od funkcji $p(r)$ i $r^{-1} \partial(r \tau(r)) / \partial r$.

Jeśli, natomiast przyjmujemy, że w obszarze pierścieniowym jest określone jedynie obciążenie $\tau_\varphi(r)$ ($p = \tau_r = 0$), otrzymamy:

$$\begin{aligned} \tau_1(x, y) = 0 \wedge \tau_2(x, y) &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_\varphi) \Rightarrow \\ \Rightarrow \theta_1^{(i)}(x, y, z) &= u_z^{(i)}(x, y, z) = 0, \quad i = 0, 1. \end{aligned} \quad (44)$$

Porównując zależności (17) i (18) określone w zagadnieniu I z zależnościami (20) i (21) opisującymi zagadnienie II, możemy stwierdzić, że wnioski formułowane w niniejszym rozdziale dotyczące zagadnienia I są prawdziwe także w przypadku zagadnienia II.

6. PODSUMOWANIE

W niniejszej pracy zaproponowano algorytm konstruowania rozwiązań trójwymiarowej teorii sprężystości dotyczącej jednorodnej izotropowej półprzestrzeni liniowo sprężystej połączonej z niejednorodną warstwą, której właściwości mechaniczne zależą od odległości do powierzchni rozważanej półprzestrzeni niejednorodnej. Proponowane

podejście oparto na wprowadzeniu potencjałów sprężystych opisanych zależnościami (8b) i (9b), które umożliwiają rozseparowanie trójwymiarowych równań teorii sprężystości. Do wyznaczenia potencjału χ opisanego wzorem (9b) otrzymujemy zarówno niezależne równanie różniczkowe jak i niezależne warunki brzegowe. Drugi wprowadzony potencjał i pionowa składowa wektora przemieszczenia sprężystego są obliczane niezależnie od potencjału χ . Do ich określenia służy układ dwóch równań różniczkowych i sześciu warunków brzegowych. Wykazano, że w przypadku, gdy rozważane zagadnienie jest zagadnieniem antypłaskim lub zagadnieniem skręcania, spośród trzech wyznaczanych funkcji tylko potencjał χ jest różny od zera. Natomiast, gdy rozpatrywane zagadnienie jest zagadnieniem płaskiego stanu odkształcenia lub zagadnieniem osiowosymetrycznym, potencjał χ jest równy zeru.

W zagadnieniach, w których warstwa wierzchnia jest jednorodna, lub jej współczynnik Poissona jest stały, a zależność modułu Younga od odległości do powierzchni półprzestrzeni niejednorodnej jest opisywana funkcją wykładniczą lub potęgową, konstruowano rozwiązania równań różniczkowych zwyczajnych o zmiennych współczynnikach, które powstają na skutek stosowania do trójwymiarowych równań teorii sprężystości dwuwymiarowego przekształcenia całkowitego Fouriera.

LITERATURA

1. **Aizikovich S. M., Alexandrov V. M., Kalker J. J. et al.** (2002), Analytical solution of the spherical indentation problem for a half-space with gradients with the depth elastic properties, *Int. J. Solids Struct.*, 39, 2745–2772.
2. **Arnold V. I.** (1983), *Teoria równań różniczkowych*, Warszawa, PWN.
3. **Fischer-Cripps A. C.** (2003), Analysis of instrumented indentation test data for functionally graded materials, *Surface & Coatings Technology*, 168, 136–141.
4. **Giannakopoulos A. E., Pallot P.** (2000), Two-dimensional contact analysis of elastic graded materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 48, 1597–1631.
5. **Giannakopoulos A. E., Suresh S.** (1997), Indentation of solids with gradients in elastic properties: part II. Axisymmetric indentors, *Int. J. Solids Structures*, 2393–2428.
6. **Guler M. A., Erdogan F.** (2004), Contact mechanics of graded coatings, *Int. J. Solids Struct.*, 41, 3865–3889.
7. **Guler M. A., Erdogan F.** (2006), Contact mechanics of two deformable elastic solids with graded coatings, *Mechanics of Materials*, 38, 633–647.
8. **Guler M. A., Erdogan F.** (2007), The frictional sliding contact problems of rigid parabolic and cylindrical stamps on graded coatings, *Int. J. Mech. Sci.*, 49, 161–182.
9. **Halazjuk V. A.** (1985), O naprężonno-deformirovannom sostojanii uprugoj plastiny s nekrugovym cilindričeskim vyrezom, *Dokl. AN USSR*, ser. A, No. 3, 20–24.
10. **Kassir M. K., Chuaprasert M. F.** (1974), A rigid punch in contact with a non-homogeneous elastic solid, *Trans. ASME, J. of Appl. Mech.*, 41, 1019–1024.
11. **Ke L. L., Wang Y. S.** (2006), Two-dimensional contact mechanics of functionally graded materials with arbitrary spatial variations of material properties, *Int. J. Solids Struct.*, 43, 5779–5798.
12. **Ke L. L., Wang Y. S.** (2007), Two-dimensional sliding frictional contact of functionally graded materials, *Eur. J. of Mech. A/Solids*, 26, 171–188.
13. **Kolodziejczyk W., Kulchitsky-Zhyhailo R.** (2007), Pressure of the Lateral Surface of a Cylinder on a Periodically Layered Half Space, *Materials Science*, 43, No. 3, 351–360.
14. **Kulchitsky-Zhyhailo R., Kolodziejczyk W.** (2007), On axisymmetrical contact problem of pressure of a rigid sphere into a periodically two-layered semi-space, *Int. J. Mech. Sci.*, 49, 704–711.
15. **Lebedev N. N.** (1963), *Specialnyje funkcii i ich prilozhenia*, Fizmatgiz, Moskwa, druga edycja. (Istnieje tłumaczenie na język polski: **Lebedev N. N.** (1957), *Funkcje specjalne i ich zastosowania*, PWN, Warszawa).
16. **Liu T. J., Wang Y. S.** (2008), Axisymmetric frictionless contact problem of a functionally graded coating with exponentially varying modulus, *Acta Mechanica*, 199, 151–165.
17. **Liu T. J., Wang Y. S., Zhang C.** (2008), Axisymmetric frictionless contact of functionally graded materials, *Archive of Appl. Mech.*, 78, 267–282.
18. **Nowacki W.** (1970), *Teoria sprężystości*, PWN, Warszawa.
19. **Ozturk M., Erdogan F.** (1996), Axisymmetric crack problem in bonded materials with a graded interfacial region, *Int. J. Solids Structures*, 33, 193–219.
20. **Ozturk M., Erdogan F.** (1996), Axisymmetric crack problem in a nonhomogeneous medium, *Trans. ASME, J. of Appl. Mech.*, 60, No 2, 406–413.
21. **Sneddon I. N.** (1972), *The use of integral transforms*, McGraw-Hill, New York.
22. **Timoshenko S., Goodier J. N.** (1951), *Theory of elasticity*, McGraw-Hill Book Company, New York. (Istnieje tłumaczenie na język polski: **Timoshenko S., Goodier J. N.** (1962), *Teoria sprężystości*, Wydawnictwo Arkady, Warszawa).

ON SOLUTIONS OF SELECTED THREE-DIMENSIONAL PROBLEMS OF ELASTICITY THEORY FOR NONHOMOGENEOUS BODIES

Abstract: First and second problems of the elasticity theory is considered for a non-homogeneous half-space. The body was composed of a non-homogeneous surface layer and a homogeneous half-space. It is assumed that the mechanical properties of coating material are dependent on the depth. The algorithm of solutions to the equations of three-dimensional theory of elasticity is presented.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr W/WM/12/2010.

PRZYBLIŻONE WYZNACZANIE WYKRESU TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ W UJĘCIU ODKSZTAŁCENIOWYM BAZUJĄCE NA WYNIKACH PRÓBY ROZCIĄGANIA NA PRZYKŁADZIE STOPU ALUMINIUM 2024-T3

Adam LIPSKI*, Robert SOŁTYSIAK*

* Zakład Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Inżynierii Mechanicznej,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz

adlippkm@utp.edu.pl, robsol@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy opisano siedem metod przybliżonego wyznaczania wykresu trwałości zmęczeniowej w ujęciu odkształceniowym bazujących na wynikach próby rozciągania. Metody te zastosowano do wyznaczenia wykresu Morrowa dla stopu aluminium 2024-T3 w postaci blachy. Otrzymane wykresy porównano z wykresem doświadczalnym otrzymanym na podstawie badań niskocyklowych. Stwierdzono istotne różnice pomiędzy tymi wykresami zarówno w kształcie, jak i położeniu. Wskazano, że istotny wpływ na to ma znaczna różnica pomiędzy obliczoną i wyznaczoną doświadczalnie wartością współczynnika i wykładnika cyklicznego odkształcenia plastycznego. Wielkości te w większości przedstawionych metod powiązane są z przewężeniem próbki i błąd pomiaru tej wielkości istotnie rzutuje na kształt wykresu Morrowa.

1. WPROWADZENIE

Wykresy zmęczeniowe stanowią podstawę obliczeń trwałości zmęczeniowej (Kocańda i Szala, 1997; Szala, 1998). Ze względu na bardzo dużą pracochłonność, czasochłonność i koszty nie zawsze istnieje możliwość przeprowadzenia pełnych badań zmęczeniowych lub też, np. dla celów porównawczych, wystarczy przybliżone wyznaczenie wykresu zmęczeniowego bazujące np. na stosunkowo prostej i szybkiej do wykonania próbie monotonicznego rozciągania. Takie podejście wprowadzane jest między innymi do systemów eksperckich szacujących własności zmęczeniowe (Jeon i Song, 2002).

Jedne z pierwszych propozycji przybliżonego wyznaczania wykresu zmęczeniowego w ujęciu odkształceniowym opisanego zależnością Morrowa

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N_f)^b + \varepsilon'_f \cdot (2N_f)^c \quad (1)$$

na podstawie próby monotonicznego rozciągania zaproponował Manson (1965). Pierwsza z nich - metoda czterech punktów (*four-point-correlation-method*) została później zmodyfikowana przez Onga (1993b) (*modified four-point-correlation-method*). Metoda druga - uniwersalnego nachylenia (*universal slopes method*) została zmodyfikowana przez Muralidharan'a i Mansona (1988) (*modified universal slopes method*).

Socie i inni (1977) przedstawili zależności do wyznaczania współczynników we wzorze (1) dla stali. Inną metodę, szczególnie przeznaczoną dla stali o twardości poniżej 500 HB, zaproponował Mitchell (1979). Bäuml i Seeger (1990) przedstawili uniwersalną zależność odpowiednią dla metali (*uniform material law*), której współczynniki są bardzo zbliżone do zmodyfikowanej metody uniwersalnego nachylenia. Roessle i Fatemi (2000) zaproponowali dla stali

metodę bazującą jedynie na twardości i module Younga. Metodę zmiennego nachylenia (*variable slopes method*) doświadczalnie zweryfikowaną dla blach stalowych przedstawili Hatscher i inni (2003). W literaturze polskiej próby znalezienia zależności pomiędzy wybranymi własnościami statycznymi i cyklicznymi znaleźć można w pracy Flasińskiej i Łagody (2005).

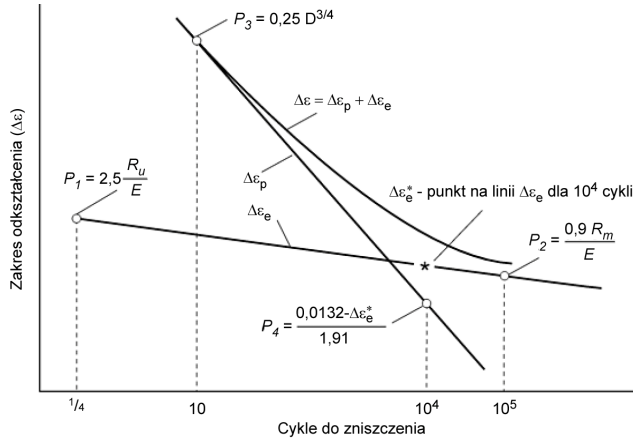
Doświadczalną analizę metod przybliżonego wyznaczania wykresu zmęczeniowego w ujęciu odkształceniowym zawierają m.in. prace Onga (1993a) (dla 49 stali) oraz Kim'a i innych (2002) (dla 8 stali). Park i Song (1995) przeanalizowali kilka metod dla 138 materiałów (116 stali, 16 stopów aluminium i 6 stopów tytanu) wskazując, że metody zaproponowane przez Bäumela i Seegera (1990), Muralidharana i Mansona (1988) oraz Onga (1993b) lepiej przybliżają dane eksperymentalne niż pozostałe. Song i Park (1996) przeanalizowali 6 metod dla 5 grup materiałów wskazując, że dla stali najlepiej sprawdza się metoda uniwersalnego nachylenia, w przypadku braku wśród własności monotonicznych przewężenia satysfakcjonujące wyniki daje metoda Bäumela i Seegera. Jednocześnie zaproponowali nową metodę lepiej przybliżającą własności zmęczeniowe stopów aluminium stanowiącą modyfikację metody Mitchella (1979). Metodę median (*medians method*) opartą na statystycznej analizie parametrów w zależności (1) przeprowadzonej na podstawie 724 stali i 81 stopów aluminium przedstawili Meggiolaro i Castro (2004).

W niniejszej pracy przedstawiono porównanie wykresu zmęczeniowego w ujęciu odkształceniowym otrzymanego na podstawie badań doświadczalnych zgodnych z normą ASTM E 606-04 z wykresami zmęczeniowymi otrzymanymi na podstawie wyników badań monotonicznych zgodnych z normą ASTM E 8M - 4 i wybranych metod przybliżonego wyznaczania wykresu zmęczeniowego. Porównania tego dokonano dla stopu aluminium 2024-T3.

2. OPIS WYBRANYCH METOD

2.1. Metoda czterech punktów (Manson, 1965)

Metoda czterech punktów (*four-point-correlation-method*) została zaproponowana przez Mansona (1965). Bazuje ona na wartościach odkształcenia plastycznego i sprężystego opisanych liniami $\Delta\epsilon_p$ oraz $\Delta\epsilon_e$ (Rys. 1).



Rys. 1. Schematyczne przedstawienie zasady wyznaczania wykresu zmęczeniowego w metodzie czterech punktów (Manson, 1965) (na podst. ASM Metals Handbook, 1996)

Linie odkształcenia sprężystego $\Delta\epsilon_e$ w tej metodzie wyznacza się za pomocą dwóch punktów P_1 oraz P_2 opisanych wzorami:

$$P_1 = 2,5 \cdot \frac{R_u}{E}, \quad (2)$$

$$P_2 = 0,9 \cdot \frac{R_m}{E}. \quad (3)$$

Linie odkształcenia plastycznego $\Delta\epsilon_p$ wyznacza się za pomocą dwóch punktów P_3 oraz P_4 opisanych wzorami:

$$P_3 = 0,25 \cdot D^{3/4}, \quad (4)$$

$$P_4 = \frac{0,0132 - \Delta\epsilon_e^*}{1,91}, \quad (5)$$

gdzie D zależy od przewężenia próbki Z :

$$D = \ln\left(\frac{1}{1-Z}\right), \quad (6)$$

natomiast $\Delta\epsilon_e^*$ stanowi zakres odkształcenia sprężystego dla 10 000 cykli obciążenia, który może być opisany zależnością:

$$\Delta\epsilon_e^* = 10^{b \cdot \log(4 \cdot 10^4) + \log\left[\frac{2,5 R_m (1+D)}{E}\right]}. \quad (7)$$

Uwzględniając powyższe wzory współczynnik we wzorze (1) opisać można następującymi zależnościami:

$$\sigma'_f = \frac{E}{2} \cdot 10^{b \cdot \log 2 + \log\left[\frac{2,5 R_m (1+D)}{E}\right]}, \quad (8)$$

$$b = \frac{\log\left[\frac{2,5 \cdot (1+D)}{0,9}\right]}{\log\left(\frac{1}{4 \cdot 10^5}\right)}, \quad (9)$$

$$\epsilon'_f = \frac{1}{2} \cdot 10^{c \cdot \log \frac{1}{20} + \log\left(\frac{1}{4} \cdot D^{3/4}\right)}, \quad (10)$$

$$c = \frac{1}{3} \log\left(\frac{0,0132 - \Delta\epsilon_e^*}{1,91}\right) - \frac{1}{3} \log\left[\frac{1}{4} \cdot D^{3/4}\right]. \quad (11)$$

2.2. Metoda uniwersalnego nachylenia (Manson, 1965)

Metoda uniwersalnego nachylenia (*universal slopes method*) zakłada, że nachylenie linii $\Delta\epsilon_p$ oraz $\Delta\epsilon_e$ opisane wykładnikami b oraz c nie zależy od materiału. Zależności na współczynniki we wzorze (1) przyjmują następującą postać:

$$\sigma'_f = 1,9018 \cdot R_m, \quad (12)$$

$$b = -0,12, \quad (13)$$

$$\epsilon'_f = 0,7579 \cdot D^{0,6}, \quad (14)$$

$$c = -0,6. \quad (15)$$

2.3. Modyfikowana metoda uniwersalnego nachylenia (Muralidharan i Manson, 1988)

Modyfikowana metoda uniwersalnego nachylenia (*modified universal slopes method*) zakłada, podobnie jak oryginalna, że wykładniki b oraz c nie zależą od materiału. Współczynniki we wzorze (1) wyznaczyć można na podstawie zależności:

$$\sigma'_f = E \cdot 0,623 \cdot \left(\frac{R_m}{E}\right)^{0,832}, \quad (16)$$

$$b = -0,09, \quad (17)$$

$$\epsilon'_f = 0,0196 \cdot D^{0,155} \cdot \left(\frac{R_m}{E}\right)^{-0,53}, \quad (18)$$

$$c = -0,56. \quad (19)$$

2.4. Metoda Bäuml'a i Seeger'a (1990)

Metoda ta (*uniform material law*) zakłada stałą wartość wykładnika wytrzymałości zmęczeniowej b i wykładnika cyklicznego odkształcenia plastycznego c oraz współczynnika cyklicznego odkształcenia plastycznego ϵ'_f dla całej grupy materiałów. Zależny od własności materiałowych jest jedynie współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej σ'_f . Współczynniki we wzorze (1) dla tej metody dla stopów aluminium i tytanu określono następująco:

$$\sigma'_f = 1,67 \cdot R_m, \quad (20)$$

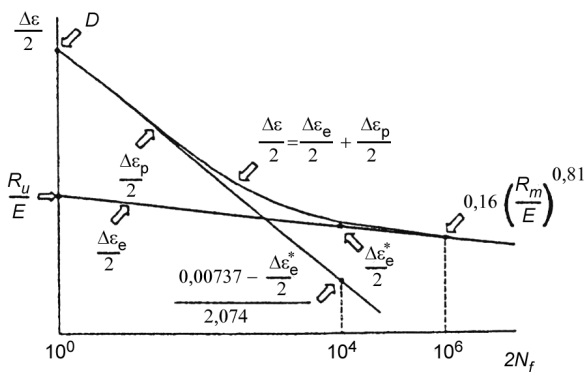
$$b = -0,095, \quad (21)$$

$$\varepsilon'_f = 0,35, \quad (22)$$

$$c = -0,69. \quad (23)$$

2.5. Modyfikacja metody czterech punktów (Ong, 1993)

Modyfikacja metody czterech punktów zaproponowana przez Onga (1993b) nieznacznie różni się od oryginalnej metody zaproponowanej przez Mansona (1965). Wyznaczanie wykresu trwałości zmęczeniowej w ujęciu odkształceniowym wg modyfikacji metody czterech punktów polega na wyznaczeniu amplitudy odkształcenia sprężystego na poziomie 10^0 i 10^6 nawrotów obciążenia oraz plastycznego na poziomie 10^0 i 10^4 nawrotów (Rys. 2).



Rys. 2. Schematyczne przedstawienie zasady wyznaczania wykresu zmęczeniowego w modyfikowanej metodzie czterech punktów (na podst. Ong, 1993b)

Linie odkształcenia sprężystego $\Delta\varepsilon_e/2$ wyznacza się za pomocą dwóch punktów. Pierwszy punkt odpowiada odkształceniu sprężystemu, które przy $2N_f = 10^0$ nawrotów obciążenia prowadzi do zniszczenia

$$P_1 = \frac{R_u}{E}, \quad (24)$$

natomiast drugi punkt prostej amplitudy odkształcenia sprężystego wyznacza się dla $2N_f = 10^6$

$$P_2 = 0,16 \cdot \left(\frac{R_m}{E} \right)^{0,81}. \quad (25)$$

Podobnie jak linie odkształcenia sprężystego również linie odkształcenia plastycznego $\Delta\varepsilon_p/2$ wyznacza się za pomocą dwóch punktów. Pierwszy punkt odpowiada odkształceniu plastycznemu, które przy $2N_f = 10^0$ prowadzi do zniszczenia

$$P_3 = D = \ln \left(\frac{1}{1-Z} \right), \quad (26)$$

natomiast drugi punkt prostej amplitudy odkształcenia plastycznego wyznacza się dla $2N_f = 10^4$

$$P_4 = \frac{0,00737 - \frac{\Delta\varepsilon_e^*}{2}}{2,074}. \quad (27)$$

$\Delta\varepsilon_e^*$ stanowi zakres odkształcenia sprężystego dla $2N_f = 10\ 000$ nawrotów, który może być opisany zależnością:

$$\frac{\Delta\varepsilon_e^*}{2} = \frac{R_u}{E} \cdot 10^{\frac{2}{3} \left[\log \left(0,16 \cdot \left(\frac{R_m}{E} \right)^{0,81} \right) - \log \left(\frac{R_u}{E} \right) \right]}. \quad (28)$$

Współczynniki we wzorze (1) przyjmują w tej metodzie następującą postać:

$$\sigma'_f = R_m \cdot (1 + D), \quad (29)$$

$$b = \frac{1}{6} \cdot \left[\log \left(0,16 \cdot \left(\frac{R_m}{E} \right)^{0,81} \right) - \log \left(\frac{R_u}{E} \right) \right], \quad (30)$$

$$\varepsilon'_f = D, \quad (31)$$

$$c = \frac{1}{4} \cdot \log \left(\frac{0,00737 - \frac{\Delta\varepsilon_e^*}{2}}{2,074} \right) - \frac{1}{4} \cdot \log D. \quad (32)$$

2.6. Modyfikacja metody Mitchella (Song i Park, 1996)

Song i Park zmodyfikowali metodę Mitchella (1979) dostosowując ją specjalnie do stopów aluminium. Metoda ta zakłada, że współczynniki we wzorze (1) wyznaczyć można na podstawie zależności:

$$\sigma'_f = R_m + 335, \quad (33)$$

$$b = -\frac{1}{6} \cdot \log \left(\frac{R_m + 335}{0,446 \cdot R_m} \right), \quad (34)$$

$$\varepsilon'_f = D, \quad (35)$$

$$c = -0,664. \quad (36)$$

2.7. Metoda median (Meggiolaro i Castro, 2004)

Na podstawie własności 81 stopów aluminium współczynniki we wzorze (1) ustalono następująco:

$$\sigma'_f = 1,9 \cdot R_m, \quad (37)$$

$$b = -0,11, \quad (38)$$

$$\varepsilon'_f = 0,28, \quad (39)$$

$$c = -0,66. \quad (40)$$

3. BADANIA EKSPERYMENTALNE

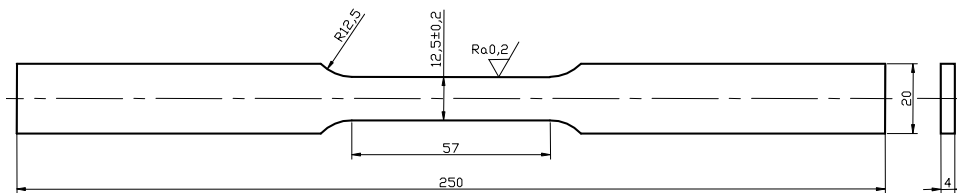
Badania eksperymentalne zostały przeprowadzone w akredytowanym przez Polskie Centrum Akredytacji Laboratorium Katedry Podstaw Konstrukcji Maszyn UTP w Bydgoszczy (Certyfikat Akredytacji Nr AB 372). Zakres akredytacji obejmuje m.in. zastosowane w niniejszej pracy metody badawcze: próbę statycznego rozciągania oraz próby niskocyklowego zmęczenia metali.

3.1. Próba monotonicznego rozciągania

Podstawowe własności wytrzymałościowe stopu aluminium 2024-T3 w postaci arkusza blachy o grubości 4 mm

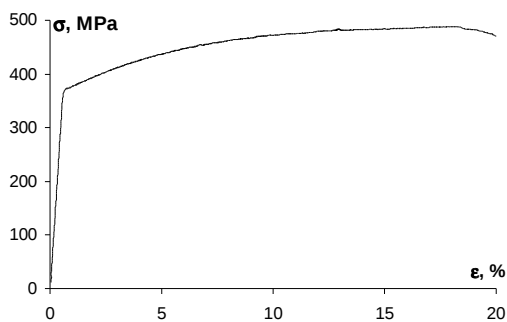
wyznaczono zgodnie z normą ASTM E 8M - 04 *Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials*.

Geometrię próbek zastosowanych w próbach przedstawiono na Rys. 3.



Rys. 3. Próbkę do próby monotonicznego rozciągania

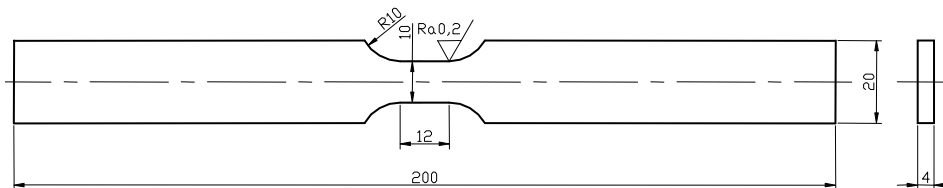
Przykładowy wykres monotonicznego rozciągania przedstawiono na Rys. 4.



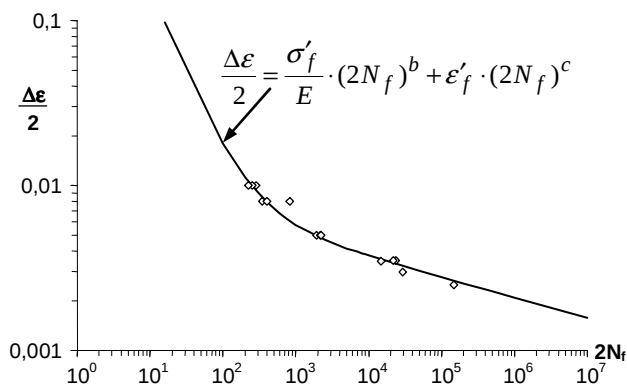
Rys. 4. Wykres monotonicznego rozciągania próbki ze stopu aluminium 2024-T3

Parametry wytrzymałościowe, na których bazują opisane w punkcie 2 metody przybliżonego wyznaczania wykresu zmęczeniowego, wynoszą:

- moduł Younga: $E = 67\,560$ MPa;
- wytrzymałość doraźna na rozciąganie: $R_m = 488,3$ MPa;
- naprężenie zrywające: $R_u = 616$ MPa;
- przewężenie: $Z = 0,233$.



Rys. 5. Próbkę do próby monotonicznego rozciągania



Rys. 6. Wykres zmęczeniowy w ujęciu odkształceniowym dla stopu aluminium 2024-T3 otrzymany na podstawie badań doświadczalnych

3.2. Badania niskocyklowe

Badania niskocyklowe stopu aluminium 2024-T3 w postaci arkusza blachy o grubości 4 mm przeprowadzono zgodnie z normą ASTM E 606 – 04 *Standard Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing*.

Geometrię próbek zastosowanych w próbach przedstawiono na Rys. 5.

Parametry wykresu zmęczeniowego w ujęciu odkształceniowym (Rys. 6) opisanego zależnością (1) otrzymane na podstawie badań doświadczalnych wynoszą:

- współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej: $\sigma'_f = 777$ MPa;
- wykładnik wytrzymałości zmęczeniowej: $b = -0,1234$;
- współczynnik cyklicznego odkształcenia plastycznego: $\epsilon'_f = 2,002$;
- wykładnik cyklicznego odkształcenia plastycznego: $c = -1,1203$.

4. WYKRESY ZMĘCZENIOWE WYZNACZONE WEDŁUG OPISYWANYCH METOD

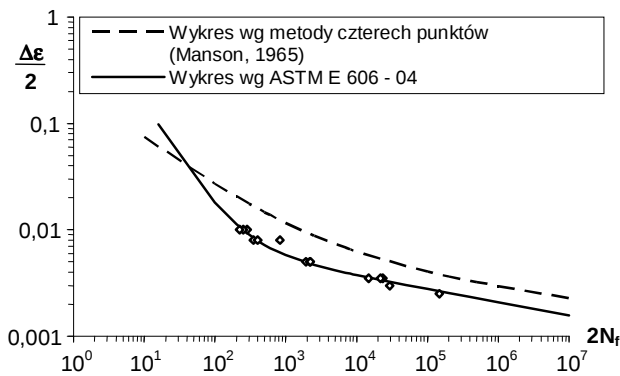
Wykresy zmęczeniowe wyznaczone wg opisywanych w punkcie 2 metod w zestawieniu z wykresem eksperymentalnym zamieszczono na Rys. 7-13. Parametry tych wykresów zestawiono w Tab. 1.

Przedstawione przybliżone wykresy zmęczeniowe we wszystkich przypadkach są przesunięte w stosunku do wykresu otrzymanego doświadczalnie. O ile w zakresie większej liczby cykli, gdzie dominuje sprężysta składowa odkształcenia całkowitego, kształt obu wykresów jest zbliżony, to w przypadku mniejszej liczby cykli, gdzie dominuje odkształcenie plastyczne, wykresy charakteryzują się

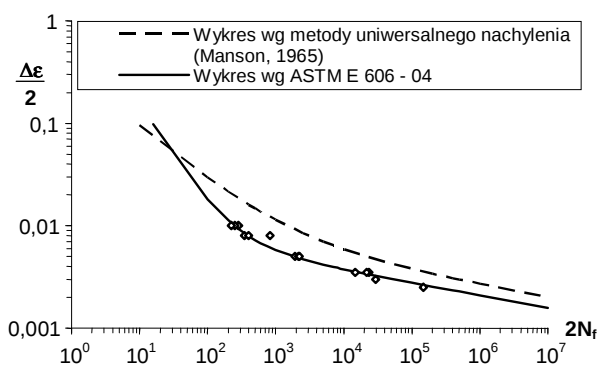
zdecydowanie innym przebiegiem. Powyższe potwierdza analiza wyznaczonych na podstawie opisanych wcześniej metod współczynników wykresu Morrowa.

Tab. 1. Zestawienie współczynników wykresów zmęzeniowych

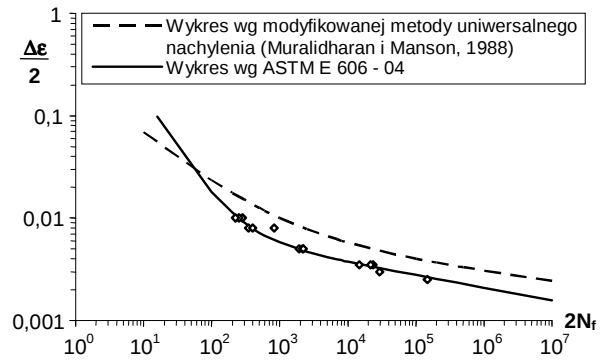
Parametry wykresu zmęzeniowego	σ'_f , MPa	b	ε'_f	c
Metoda czterech punktów	721,6	-0,0974	0,2153	-0,5141
Metoda uniwersalnego nachylenia	928,6	-0,12	0,3416	-0,6
Modyfikowana metoda uniwersalnego nachylenia	696,4	-0,09	0,2176	-0,56
Metoda Bäuml'a i Seeger'a	815,5	-0,095	0,35	-0,69
Modyfikacja metody czterech punktów	617,6	-0,0817	0,2649	-0,5631
Modyfikacja metody Mitchella	823,3	-0,0963	0,2649	-0,664
Metoda median	927,8	-0,11	0,28	-0,66
Eksperyment	777,0	-0,1234	2,002	-1,1203



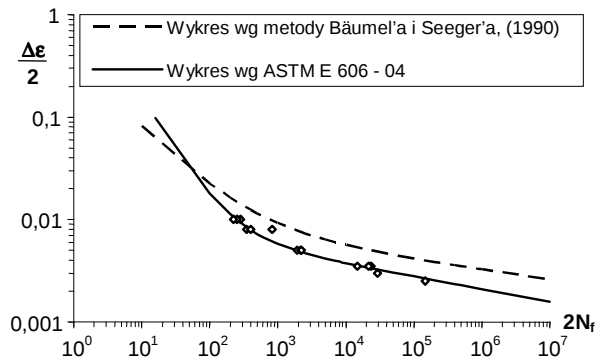
Rys. 7. Wykres zmęzeniowy wg metody czterech punktów



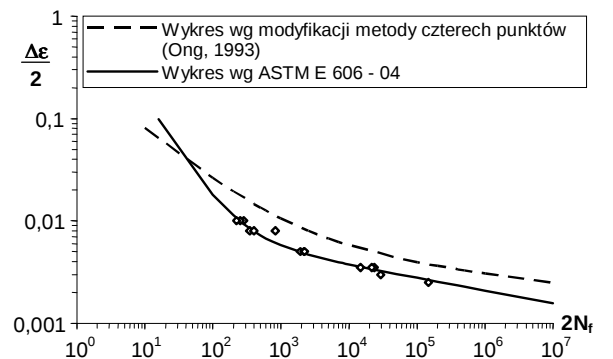
Rys. 8. Wykres zmęzeniowy wg metody uniwersalnego nachylenia



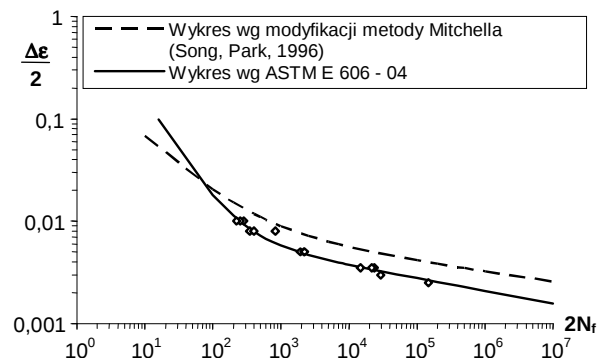
Rys. 9. Wykres zmęzeniowy wg modyfikowanej metody uniwersalnego nachylenia



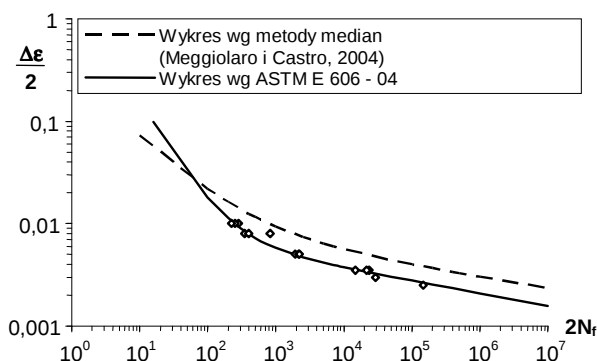
Rys. 10. Wykres zmęzeniowy wg metody Bäuml'a i Seeger'a



Rys. 11. Wykres zmęzeniowy wg modyfikacji metody czterech punktów



Rys. 12. Wykres zmęzeniowy wg modyfikacji metody Mitchella



Rys. 13. Wykres zmęczeniowy wg metody median

Na Rys. 14 przedstawiono wartość współczynnika wytrzymałości zmęczeniowej σ'_f w zależności od metody wyznaczania wykresu zmęczeniowego. Wartości tego współczynnika mieszczą się w zakresie $\pm 20\%$ wartości otrzymanej na podstawie badań eksperymentalnych. Najbardziej zgodne z eksperymentem są wartości otrzymane na podstawie metody Bäumela i Seegera oraz modyfikacji metody Mitchella.

W przypadku wykładnika wytrzymałości zmęczeniowej b wartości obliczone są niższe niż wartość otrzymana doświadczalnie (Rys. 15) i wynoszą od 66% do 97% jej wartości. W tym przypadku najbliższa eksperymentowi jest wartość obliczona na podstawie metody uniwersalnego nachylenia.

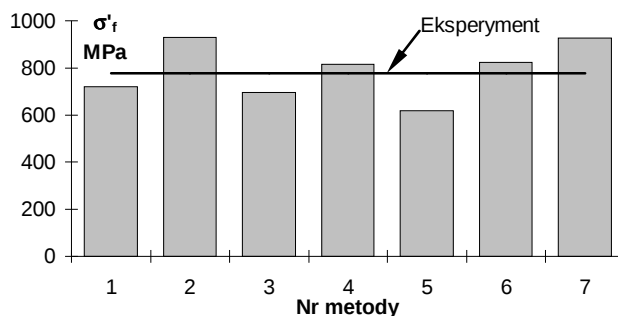
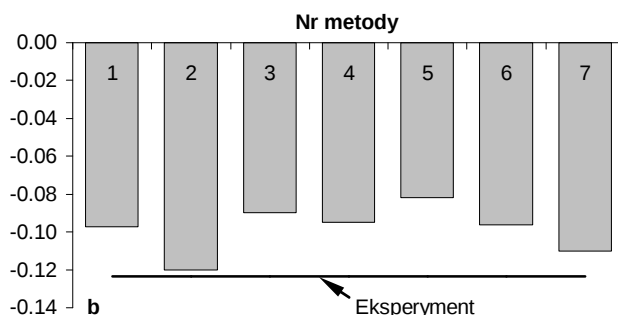
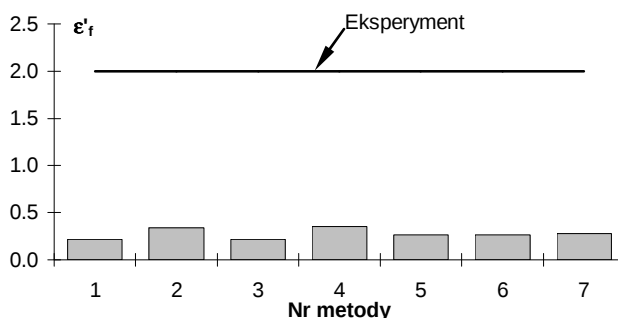
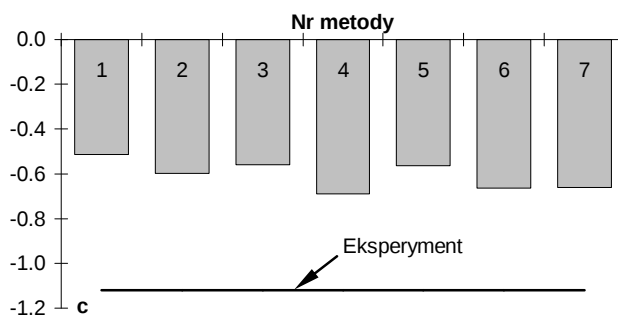
Zarówno w przypadku współczynnika cyklicznego odkształcenia plastycznego ϵ'_f (Rys. 16), jak i wykładnika cyklicznego odkształcenia plastycznego c (Rys. 17) występują znaczne różnice pomiędzy wartościami obliczonymi a wyznaczoną doświadczalnie. W przypadku ϵ'_f różnica ta jest największa, gdyż wartości obliczone są mniejsze od eksperymentalnej od prawie 6 razy (dla metody Bäumela i Seegera) do ponad 9 razy (dla metody czterech punktów i modyfikowanej metody uniwersalnego nachylenia). W przypadku c różnica pomiędzy wartościami obliczonymi a doświadczalną wynosi dużo mniej, bo wartości obliczone są mniejsze od ok. 1,6 razy (dla metody Bäumela i Seegera) do prawie 2,2 razy (dla metody czterech punktów).

Dosyć dobra zbieżność współczynnika i wykładnika wytrzymałości zmęczeniowej odpowiada za równoległość wykresów w zakresie większej liczby cykli. Zbyt małe wartości współczynnika i wykładnika cyklicznego odkształcenia plastycznego odpowiadają za zbyt małe nachylenie wykresu w zakresie mniejszej liczby cykli.

Zaznaczyć należy, że współczynnik ϵ'_f oraz wykładnik c w większości metod powiązane są z przewężeniem próbki Z i błąd pomiaru tej wielkości istotnie rzutuje na kształt przybliżonej charakterystyki zmęczeniowej.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawione w niniejszej pracy wybrane metody przybliżonego wyznaczania wykresu Morrowa bazujące na wynikach próby monotonicznego rozciągania dla analizowanego materiału w postaci blachy wykonanej ze stopu aluminium 2024-T3 szacują wykres istotnie różniący się od wykresu wyznaczonego doświadczalnie.

Rys. 14. Wartość współczynnika wytrzymałości zmęczeniowej σ'_f w zależności od metody wyznaczania wykresu zmęczeniowegoRys. 15. Wartość wykładnika wytrzymałości zmęczeniowej b w zależności od metody wyznaczania wykresu zmęczeniowegoRys. 16. Wartość współczynnika cyklicznego odkształcenia plastycznego ϵ'_f w zależności od metody wyznaczania wykresu zmęczeniowegoRys. 17. Wartość wykładnika cyklicznego odkształcenia plastycznego c w zależności od metody wyznaczania wykresu zmęczeniowego

Oznaczenia na rysunkach 14-17:

1 – Metoda czterech punktów, 2 – Metoda uniwersalnego nachylenia, 3 – Modyfikowana metoda uniwersalnego nachylenia, 4 – Metoda Bäumel’a i Seeger’a, 5 – Modyfikacja metody czterech punktów, 6 – Modyfikacja metody Mitchella, 7 – Metoda median

Ze względu na położenie wykresów przybliżonych względem wykresu doświadczalnego w każdym z przedstawionych przypadków trwałość zmęczeniowa wyznaczana wg wykresu przybliżonego będzie wyższa niż w przypadku wykresu otrzymanego na podstawie badań niskocyklowych.

Na kształt przybliżonego wykresu zmęczeniowego w analizowanych przypadkach szczególnie istotny wpływ ma znaczna różnica pomiędzy obliczoną i wyznaczoną doświadczalnie wartością współczynnika i wykładnika cyklicznego odkształcenia plastycznego. Wielkości te w większości przedstawionych metod powiązane są z przewężeniem próbki Z i błąd pomiaru tej wielkości istotnie rzutuje na kształt przybliżonej charakterystyki zmęczeniowej.

Spośród przedstawionych w niniejszej pracy metod najbliższe wartości współczynników wykresu Morrowa do otrzymanych na podstawie badań niskocyklowych szacuje metoda Bäumela i Seegera.

Dla materiału w postaci blachy wykonanej z wysokowytrzymałego stopu aluminium 2024-T3 istnieje konieczność poszukiwania innych metod przybliżonego wyznaczania wykresu zmęczeniowego w ujęciu odkształceniowym pozwalających na uzyskanie większej zbieżności z wynikami badań niskocyklowych.

LITERATURA

1. **Bäumel A. Jr., Seeger T.** (1990), *Materials data for cyclic loading*, Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
2. **Flasińska K., Łagoda T.** (2005), Zależności pomiędzy wybranymi właściwościami statycznymi i cyklicznymi stopów aluminium, *Materiały X Konferencji Mechaniki Pękania*, Tom 1, *Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej*, Nr 304/2005, z. 82, 279-288.
3. **Hatscher A., Marquardt C., Zenner H.** (2003), Estimation of fatigue material properties for the lifetime prediction of sheet metal structures, *Proceedings of LCF 5 2003*, Berlin, Germany, 409-414.
4. **Jeon W.-S., Song J.-H.** (2002), An expert system for estimation of fatigue properties of metallic materials, *International Journal of Fatigue*, Vol.24, No. 6, 685-698.
5. **Kim K.S., Chen X., Han C., Lee H.W.** (2002), Estimation methods for fatigue properties of steels under axial and torsional loading, *International Journal of Fatigue*, Vol. 24, 783-793.
6. **Kocańda S., Szala J.** (1997), *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, PWN, Warszawa.
7. **Manson S. S.** (1965), Fatigue: A Complex Subject – Some Simple Approximations, *Experimental Mechanics*, Vol. 5,

No. 7, 193-226.

8. **Meggiolaro M.A., Castro J.T.P.** (2004), Statistical evaluation of strain-life fatigue crack initiation predictions, *International Journal of Fatigue*, Vol. 26, No. 5, 463-476.
9. **Mitchell M.R.** (1979), Fundamental of modern fatigue analysis for design, *Fatigue and microstructure*, American Society for Metals, Metals Pack, Ohio, 385-437.
10. **Muralidharan U., Manson S.S.** (1988), Modified universal slopes equation for estimation of fatigue characteristics. *Journal of Engineering Materials and Technology*, Transactions of the ASME, Vol. 110, No. 1, 55-58.
11. **Ong J. H.** (1993a), An evaluation of existing methods for the prediction of axial fatigue life from tensile data, *International Journal of Fatigue*, Vol. 15, No. 1, 13-19.
12. **Ong J. H.** (1993b), An improved technique for the prediction of axial fatigue life from tensile date, *International Journal of Fatigue*, Vol. 15, No. 3, 213-219.
13. **Park J., Song J.** (1995), Detailed evaluation of methods for estimation of fatigue properties. *International Journal of Fatigue*, Vol. 17, No. 5, 365-373.
14. **Roessle M.L., Fatemi A.** (2000), Strain-controlled fatigue properties of steels and some simple approximations. *International Journal of Fatigue*, Vol. 22, No. 6, 495-511.
15. **Socie D.F., Mitchell M.R., Caulfield E.M.** (1977), Fundamentals of modern fatigue analysis, *Fracture Control Program Report*, No. 26, University of Illinois, USA.
16. **Song J.H., Park J.H.** (1996) New Proposal or Estimation of Fatigue Characteristics of Metals, *FATIGUE'96, Proceedings of the Sixth International Fatigue Congress*, Vol. II, Berlin, Germany, 1359-1364.
17. **Szala J.** (1998), *Hipotezy sumowania uszkodzeń zmęczeniowych*, Wydawnictwa Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy.

SELECTED METHODS FOR ESTIMATION OF A STRAIN-CONTROLLED FATIGUE LIFE CURVE TO RELY ON THE TENSION TESTING RESULTS FOR INSTANCE OF 2024-T3 ALUMINIUM ALLOY

Abstract: Seven methods for estimation of a strain-controlled fatigue life curve is presented in this paper. These methods rely on the tension testing results. The described methods were put into use to determine of the Morrow's relation for a sheet of 2024-T3 aluminium alloy. The obtained diagrams were compared with an experimental low-fatigue diagram. It was found the significant differences between these diagrams in a shape and in a position. The considerable differences between calculated and experimentally determined values of the cyclic plastic strain coefficient and exponent have a significant influence on these differences. The coefficient and the exponent of the cyclic plastic strain have a connection with the percentage reduction of area in most cases presented in this paper. A measuring error of the percentage reduction of the specimen area significant impinge on a shape of Morrow's diagram.

Praca naukowa finansowana ze środków finansowych na naukę w latach 2006-2009 jako projekt badawczy nr 61/EUR/2006/02.

ANALIZA STATECZNOŚCI NOWEGO WOZU WIERCĄCO-ŁADUJĄCEGO PRZEZNACZONEGO DLA GÓRNICTWA

Jan MARIANOWSKI*, Marek HALWA**

*Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Akademia Górniczo-Hutnicza, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

**SOFIR Polska Sp.z o.o., ul. Lędzińska 18, 43-140 Łędziny

janmar@agh.edu.pl, marek.halwa@sofir-group.com

Streszczenie: W artykule przedstawiono wykonany w ramach projektu celowego prototyp nowego samojezdnego wozu wiercąco-ładującego przeznaczonego do prac w górnictwie węglowym i w górnictwie rud. Szczególną uwagę poświęcono procedurom i analizie stateczności urządzenia. Wykazano, że o stateczności urządzenia decydują wzajemne położenia manipulatora wiertniczego oraz łyżki ładowarki.

1. WPROWADZENIE

Coraz trudniejsze warunki eksploatacji górniczej związane ze schodzeniem na coraz większe głębokości eksploatacji pokładów i związane z tym spektakularne wypadki w ostatnich latach, przy jednoczesnym nacisku na ekonomiczną stronę procesu pozyskiwania kopalin spowodowały konieczność stosowania bardzo mobilnych urządzeń górniczych. Górnicze urządzenie wiercąco-ładujące spełnia wszystkie normy bezpieczeństwa budowy przeciwybuchowej i inne, posiada niewielkie rozmiary (aby móc manewrować w wąskich i niskich chodnikach górniczych) oraz dysponuje dużą mocą niezbędną do:

- wiercenia długich otworów strzałowych w najtwardszych skałach z bardzo dużą prędkością;
- oraz załadunku, transportu i wyładunku urobku.

Jednocześnie zapewnia duży komfort i bezpieczeństwo pracy operatora.



Rys.1. Wóz wiercąco-ładujący (widok z boku)

Cykl prac badawczo-rozwojowych (Halwa, 2009; Kalukiewicz i Marianowski, 2007a, b, c), dzięki którym powstało urządzenie, obejmował trzy fazy.

1. W pierwszej fazie kolejne zadania związane były z identyfikacją szczegółowych warunków pracy konstruowanej maszyny, opracowaniem wariantów i koncepcji konstrukcji maszyny. W oparciu o w/w analizę i wybór optymalnego rozwiązania, opracowano projekt wstępny i założenia techniczno-ekonomiczne dla nowej konstrukcji.
2. Realizacja wymienionych zadań umożliwiła przejście do drugiej fazy prac związanych z opracowaniem projektu prototypu maszyny, a mianowicie opracowanie projektu wstępnego, weryfikację konstrukcji oraz stabilności statycznej i dynamicznej w oparciu o badania symulacyjne, opracowanie dokumentacji techniczno-ruchowej dla prototypu wozu i w końcu wykonanie prototypu.
3. Trzecia faza zadań obejmowała zadania mające na celu weryfikację konstrukcji na podstawie badań wykonanego prototypu. Zadania obejmowały testy stanowiskowe u producenta maszyny, oraz badania przemysłowe w wytypowanej kopalni. Opracowanie wyników badań stanowiło podstawę do weryfikacji założeń techniczno-ekonomicznych i sformułowania wytycznych dla wykonania dokumentacji technicznej i technologicznej maszyny.

Równolegle z tworzeniem dokumentacji technicznej i technologicznej maszyny przeprowadzono badania zgodności rozwiązania konstrukcji z dyrektywami UE. Opracowano dokumentację techniczno-ruchową (DTR) wozu oraz ocenę stateczności urządzenia, w oparciu o które Wytwórca uzyskał certyfikat (Certyfikat Badań Typu WE nr KOMAG/09/MD/ ATEX/ST/175) dopuszczający stosowanie urządzenia w warunkach kopalń podziemnych.

Zrealizowany prototyp urządzenia wiercąco-ładującego, Rys. 1, składa się z czterech modułów, odpowiedzialnych za przynależne mu zadania.

Pierwszy moduł zawiera elementy jazdy: gąsienice, ramę główną z wydzielonym stanowiskiem operatora i pulpitem sterowania hydraulicznego.

Moduł drugi (tylni) zawiera kompletną jednostkę napędową złożoną z silnika elektrycznego oraz układu pomp hydraulicznych, układu zasilania i sterowania elektrycznego oraz zbiornika cieczy hydraulicznej. W tym module realizowana jest diagnostyka pomiarowa parametrów pracy

maszyny, i co najważniejsze, jest on ważnym elementem statycznej równowagi całego urządzenia.

Moduł trzeci i czwarty odpowiednio realizują prace wiertnicze i ładownicze. Zlokalizowane są z przodu maszyny, pracując w układzie wzajemnie skorelowanym, z możliwością dopasowania parametrów pracy do wymaganych celów produkcyjnych.

Do wszystkich prac projektowych użyte zostały metody modelowania 3D przy projektowaniu z wykorzystaniem najnowocześniejszego oprogramowania CAD i wizualizacji z wykorzystaniem modeli wirtualnych dla zapewnienia optymalnego kształtu konstrukcyjnego i rozmieszczenia elementów konstrukcyjnych maszyny ze szczególnym uwzględnieniem ergonomii obsługi oraz zastosowanie weryfikacji wytrzymałości metodą elementów skończonych MES przy wykorzystaniu zaawansowanego oprogramowania CAE wspomagającego obliczenia inżynierskie.

2. BUDOWA WOZU WIERCĄCO-ŁADUJĄCEGO

Wóz wiercąco-ładujący WUŁ-1 jest wielofunkcyjną maszyną na podwoziu gąsienicowym. Posiada moduł wiertniczy oraz ładujący i jest przeznaczony do:

- drażenia górniczych wyrobisk korytarzowych lub komorowych nachylonych podłużnie maksymalnie do $\pm 8^\circ$ a poprzecznie maksymalnie do $\pm 6^\circ$;
- drażenia górniczych wyrobisk korytarzowych lub komorowych umożliwiających zastosowanie (MAX) odrzwi łukowych podatnych ŁP z kształtowników typu V o wielkości 12;
- zmechanizowanego wiercenia otworów strzałowych o średnicy od 38mm do 76mm i długości do 15m w skałach o różnej wytrzymałości na ściskanie (przyjęto docelowo 150MPa);
- ładowania urobionej skały do wozów kopalnianych, wozów odstawczych lub na środki odstawy ciągłej tj. przenośniki zgrzeblowe lub taśmowe.

Wóz wiercąco-ładujący składa się z trzech podstawowych zespołów: zespół napędu i jazdy, zespołu ładującego, manipulatora wiertniczego.

2.1. Zespół napędu i jazdy

Zespół napędu i jazdy jest nośnikiem wszystkich zespołów roboczych wozu i tworzą go: rama nośna, wózki gąsienicowe, agregat elektro-hydrauliczny, układ hydrauliczny (wyposażenie), wyposażenie elektryczne, osłona operatora.

Rama jest konstrukcją spawaną, do której przytwierdzone są wózki gąsienicowe oraz na której posadowiony jest agregat hydrauliczny, układ hydrauliczny oraz wyposażenie elektryczne. Przednia część ramy jest przystosowana do mocowania zespołu ładującego, tylna część ramy posiada wsporniki do posadowienia przeciwcieżaru. Wózek gąsienicowy składa się z ramy wózka, zespołu napędowego, zespołu do napinania łańcucha, rolek nośnych oraz łańcucha gąsienicowego. W skład zespołu napędowego wchodzi trzystopniowa przekładnia zębata, koło napędowe, silnik hydrauliczny oraz hamulec wielopłytkowy. Agregat hydrauliczny wyposażony jest w dwustrumieniową pompę zespoloną o zmiennym wydatku napędzaną przez elastyczne sprzęgło silnikiem elektrycznym. Całość umocowana

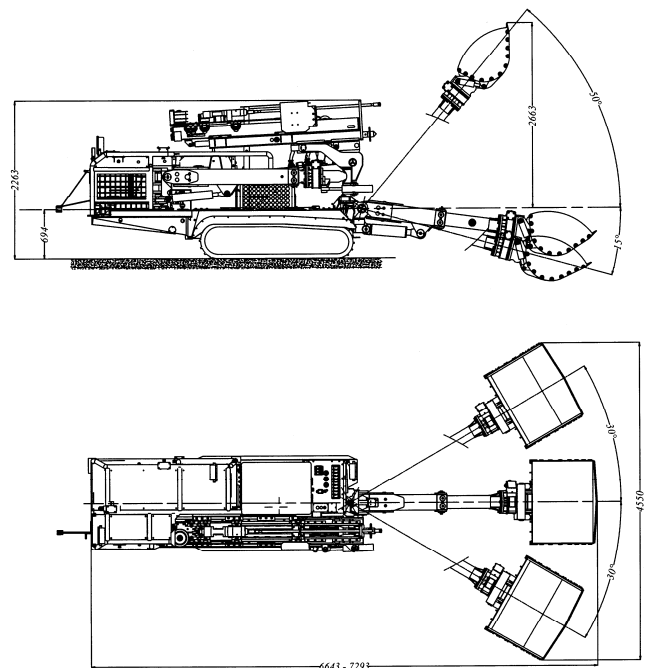
jest poprzecznie na tylnej części ramy. Znajduje się tutaj również zbiornik oleju z filtrem, czujnikiem poziomu oleju i czujnikiem temperatury. Olej schładzany jest w powietrznej chłodnicy oleju napędzanej silnikiem hydraulicznym. Agregat wyposażony jest w zespół odpowietrzający połączony ze zbiornikiem. W tylnej części agregatu nad pompami znajduje się zespół pomiarowo-kontrolny.

2.2. Zespół ładujący

Zespół ładujący przytwierdzony do ramy podwozia i stanowiący razem z podwoziem ładownicę, Rys. 2, składa się z: łyżki o pojemności $0,6\text{m}^3$, układu hydraulicznego; podestu operatora.

Zespół wysięgnika ładownicy realizuje następujące ruchy:

- podniesienie wysięgnika +450;
- wychylenie wysięgnika ± 300 ;
- wysuw wysięgnika 620mm.



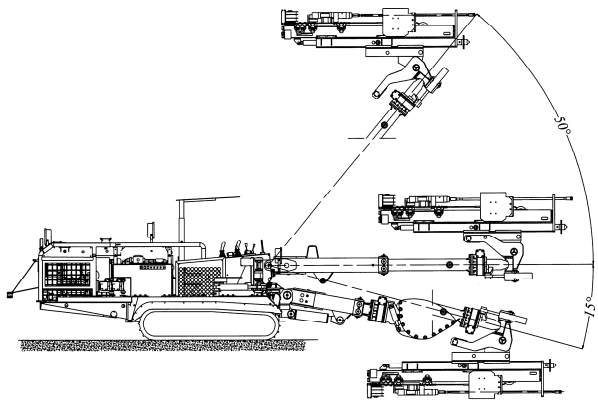
Rys. 2. Zakres pracy łyżki zespołu ładującego (Kalukiewicz i Marianowski, 2007c)

2.3. Manipulator wiertniczy

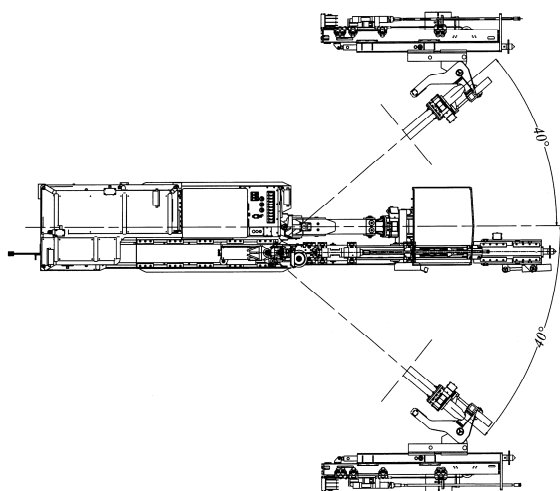
Manipulator wiertniczy, Rys. 3, Rys. 4, Rys. 5, składa się z następujących podzespołów: zespołu wysięgnika ławety, węzła łączącego wysięgnik z ławetą, ławety TECHMO, wiertarki, układu sterowania.

Zespół manipulatora wiertniczego realizuje następujące ruchy:

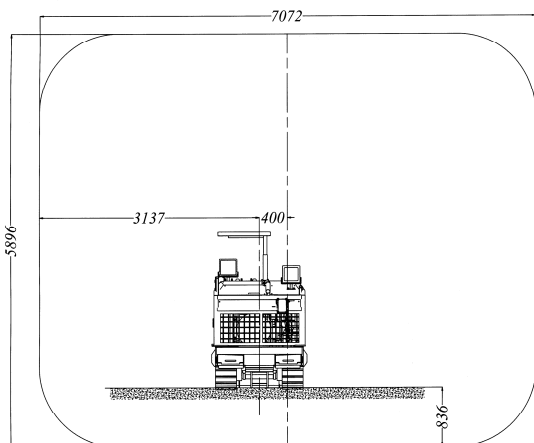
- podnoszenie wysięgnika -100 ÷ 500;
- wychylenie wysięgnika ± 450 ;
- wysuw wysięgnika 1250mm;
- obrót ławety ± 1800 ;
- wysuw prowadnicy 1000mm.



Rys. 3. Zakres pracy manipulatora wiertniczego (widok z boku)
 (Kalukiewicz i Marianowski, 2007c)



Rys. 4. Zakres pracy manipulatora wiertniczego (widok z góry)
 (Kalukiewicz i Marianowski, 2007c)



Rys. 5. Zakres pracy manipulatora wiertniczego (widok z tyłu)
 (Kalukiewicz i Marianowski, 2007c)

Nietrudno zauważyć, że tak laweta manipulatora wiertniczego jak i łyżka ładowarki zajmować mogą położenia w znacznej odległości od osi układu napędowego i jazdy. Ponieważ sytuacja ta mogłaby być przyczyną utraty stateczności maszyny, przeprowadzono szczegółową analizę rozłożenia mas (ciężarów) głównych elementów celem oszacowania, czy występujące skrajne położenia manipulatora i łyżki nie przyczynią się do znalezienia się maszyny w niebezpiecznym dla operatora jak i samej maszyny stanie.

3. BLICZENIA STATECZNOŚCI WOZU WIERĄCO-ŁADUJĄCEGO

3.1. Założenia

Zgodnie z obowiązującymi normami (Halwa, 2009; Kalukiewicz i Marianowski, 2007a) dotyczącymi wiertnic, współczynnik stateczności sprecyzowano tak dla stateczności podłużnej jak i dla stateczności poprzecznej maszyny.

Do obliczeń przyjęto, że wóz wierząco-ładujący będzie pracować na nachyleniu wzdłużnym 8° i poprzecznym 6° , zgodnie z założeniami dotyczącymi funkcjonalności maszyny.

Przyjęto cztery najmniej korzystne konfiguracje manipulatora wiertniczego oraz łyżki ładowarki w powiązaniu z położeniami maszyny:

- wóz wierząco-ładujący znajduje się w wyrobisku o poprzecznym nachyleniu 6° z wysuniętym wysięgnikiem lawety manipulatora ustawionym równoległe do osi maszyny,
- wóz wierząco-ładujący znajduje się na nachyleniu o upadzie 8° z wysuniętym teleskopem ramienia łyżki i łyżką ładowarki z ładunkiem,
- wóz wierząco-ładujący znajduje się w wyrobisku o poprzecznym nachyleniu 6° i wysuniętym wysięgnikiem lawety oraz wychyloną w bok lawetą wiertniczą,
- wóz wierząco-ładujący znajduje się na nachyleniu o upadzie 8° z wysuniętym wysięgnikiem lawety oraz wychyloną w bok lawetą wiertniczą.

Poniżej w Tab. 1 zestawiono masy poszczególnych elementów, które zostały wzięte pod uwagę w obliczeniach. Ciężary pochodzące od wyszczególnionych mas a wynikające z grawitacji zaznaczono na Rys. 6, Rys. 7, Rys. 8 i Rys. 9.

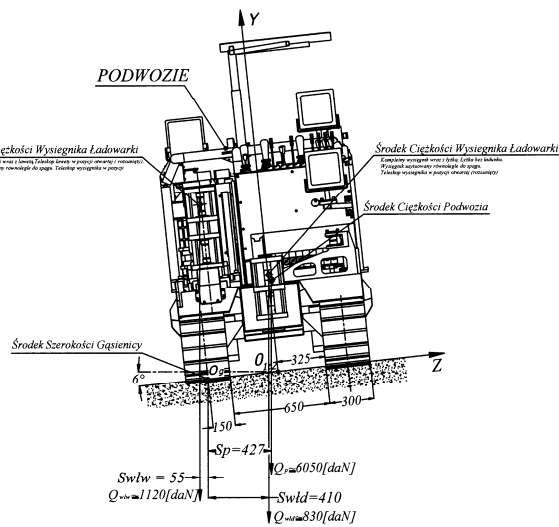
Tab. 1. Masy poszczególnych elementów wozu wierząco-ładującego (Halwa, 2009)

Nazwa elementu	Masa [kg]
Masa podwozia	6050
Masa wysięgnika ładowarki z łyżką pustą	830
Masa wysięgnika lawety z lawetą i wiertarką	1120
Masa wysięgnika ładowarki z łyżką pełną	1600
Całkowita masa maszyny c-a	8000

Stateczność urządzenia dla wyszczególnionych sytuacji i położen elementów wozu wierząco-ładującego określano wg relacji (1) jak poniżej

$$k = \frac{\sum M_{Ui}}{\sum M_{Wi}} \quad (1)$$

gdzie: k – współczynnik stateczności, $\sum M_{Ui}$ – suma momentów ustalających, $\sum M_{Wi}$ – suma momentów wywracających. Momenty ustalające i wywracające określano każdorazowo względem potencjalnego punktu obrotu maszyny.



LEGENDA

- Q_p - Ciężar kompletny podwozia
 Q_{sw} - Ciężar kompletny wysięgnika ładowarki wraz z łyżką
 Q_{swl} - Ciężar kompletny wysięgnika ławety wraz z łyżką
 S_{sw} - Odległość środka ciężkości wysięgnika ławety od środka gąsienicy przy poprzecznym nachyleniu spągu
 S_{swl} - Odległość środka ciężkości wysięgnika ładowarki od środka gąsienicy przy poprzecznym nachyleniu spągu
 S_p - Odległość środka ciężkości kompletnego podwozia od środka gąsienicy przy poprzecznym nachyleniu spągu
 O_1 - Punkt w osi symetrii gąsienicy (środek gąsienicy)
 $O_{1.2}$ - Punkty styczności gąsienic ze spągami

Rys. 6. Schemat obciążenia maszyny przy poprzecznym nachyleniu podłoża wyrobiska (Halwa, 2009)

3.2. Stateczność maszyny złożonej przy poprzecznym nachyleniu podłoża wyrobiska (spągu) o kąt 6°

W sytuacji jak przedstawiona na Rys. 6, wysięgnik ławety jest złożony i cofnięty a ławeta z wiertarką są cofnięte maksymalnie do tyłu. Wysięgnik ładowarki jest złożony, sama łyżka spoczywa nad spągami. Jest to pozycja transportowa maszyny. Na Rys. 6 przedstawiono omawianą sytuację i schemat obciążenia maszyny.

3.3. Stateczność maszyny przy podłużnym nachyleniu podłoża wyrobiska (upad) o kąt 8°

W sytuacji jak na Rys. 7, wysięgnik ładowarki ustawiony jest równolegle do osi wzdłużnej podwozia, łyżka jest napełniona. Wysięgnik ławety jest złożony i cofnięty, a ławeta z wiertarką są cofnięte maksymalnie do tyłu.

3.4. Poprzeczna stateczność maszyny przy wysuniętym i wychylonym wysięgniku ławety o kąt 40° oraz przy poprzecznym nachyleniu podłoża wyrobiska (spągu) o kąt 6°

W sytuacji jak przedstawiona na Rys. 8, wysięgnik ławety jest wysunięty, rozłożony i maksymalnie wychylony, ławeta usytuowana równolegle do osi podłużnej maszyny wysunięta maksymalnie do przodu a wiertarka jest cofnięta. Wysięgnik ładowarki jest złożony, sama łyżka spoczywa nad spągami. Jest to pozycja przed operacją wiercenia. Na Rys. 8 (po lewej) przedstawiono omawianą sytuację i schemat obciążenia maszyny.

3.5. Podłużna stateczność maszyny przy wysuniętym i wychylonym wysięgniku ławety o kąt 40° oraz przy poprzecznym nachyleniu podłoża wyrobiska (spągu) o kąt 6°

W sytuacji jak przedstawiona na Rys. 8, wysięgnik ławety jest wysunięty, rozłożony i maksymalnie wychylony, ławeta usytuowana równolegle do osi podłużnej maszyny wysunięta maksymalnie do przodu a wiertarka jest cofnięta. Wysięgnik ładowarki jest złożony, sama łyżka spoczywa nad spągami. Jest to pozycja przed operacją wiercenia. Na Rys. 8 (po prawej) przedstawiono omawianą sytuację i schemat obciążenia maszyny.

3.6. Poprzeczna stateczność maszyny przy wysuniętym i wychylonym wysięgniku ławety o kąt 40° oraz przy podłużnym nachyleniu (upadzie) podłoża wyrobiska (spągu) o kąt 8°

W sytuacji jak przedstawiona na Rys. 9, wysięgnik ławety jest wysunięty, rozłożony i maksymalnie wychylony, ławeta usytuowana równolegle do osi podłużnej maszyny wysunięta maksymalnie do przodu a wiertarka jest cofnięta. Wysięgnik ładowarki jest złożony, sama łyżka spoczywa nad spągami. Jest to pozycja przed operacją wiercenia. Na Rys. 9 (po lewej) przedstawiono omawianą sytuację i schemat obciążenia maszyny.

3.7. Podłużna stateczność maszyny przy wysuniętym i wychylonym wysięgniku ławety o kąt 40° oraz przy podłużnym nachyleniu (upadzie) podłoża wyrobiska (spągu) o kąt 8°

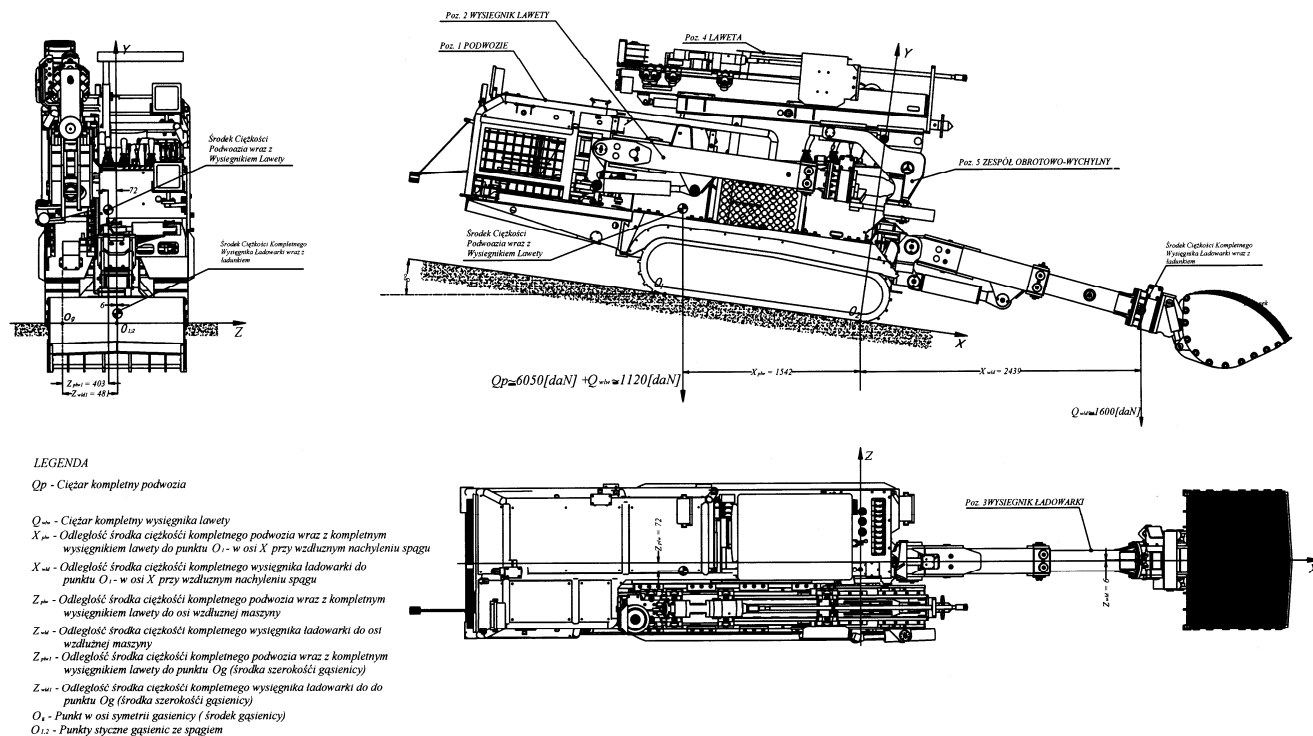
W sytuacji jak przedstawiona na Rys. 9, wysięgnik ławety jest wysunięty, rozłożony i maksymalnie wychylony, ławeta usytuowana równolegle do osi podłużnej maszyny wysunięta maksymalnie do przodu a wiertarka jest cofnięta. Wysięgnik ładowarki jest złożony, sama łyżka spoczywa nad spągami. Jest to pozycja przed operacją wiercenia. Na Rys. 9 (po prawej) przedstawiono omawianą sytuację i schemat obciążenia maszyny.

3.8. Rezultaty obliczeń

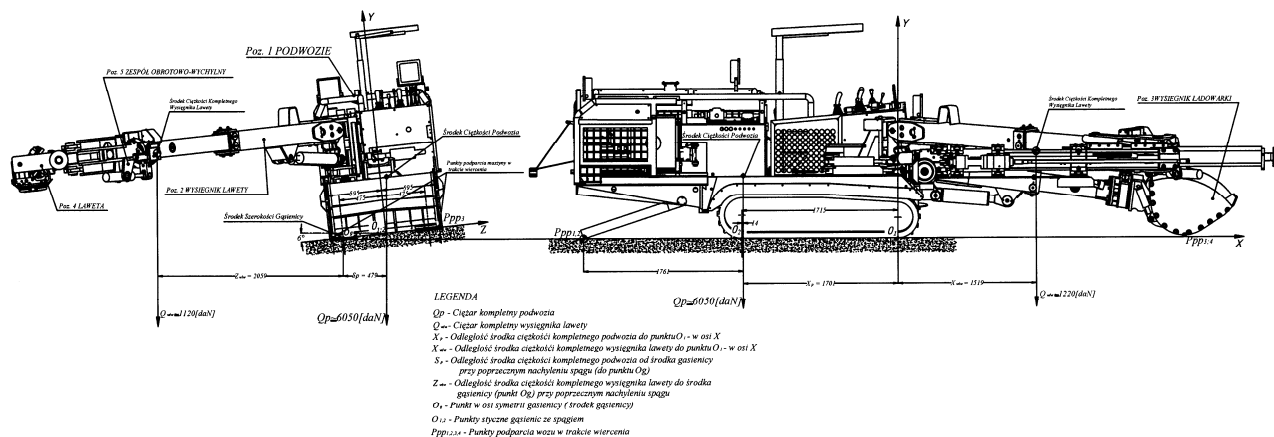
Rezultaty obliczeń zestawiono w Tab. 2.

Tab. 2. Współczynniki stateczności k określone dla wyszczególnionych położeniach podstawowych zespołów wozu oraz skrajnych sytuacji roboczych podczas jego pracy

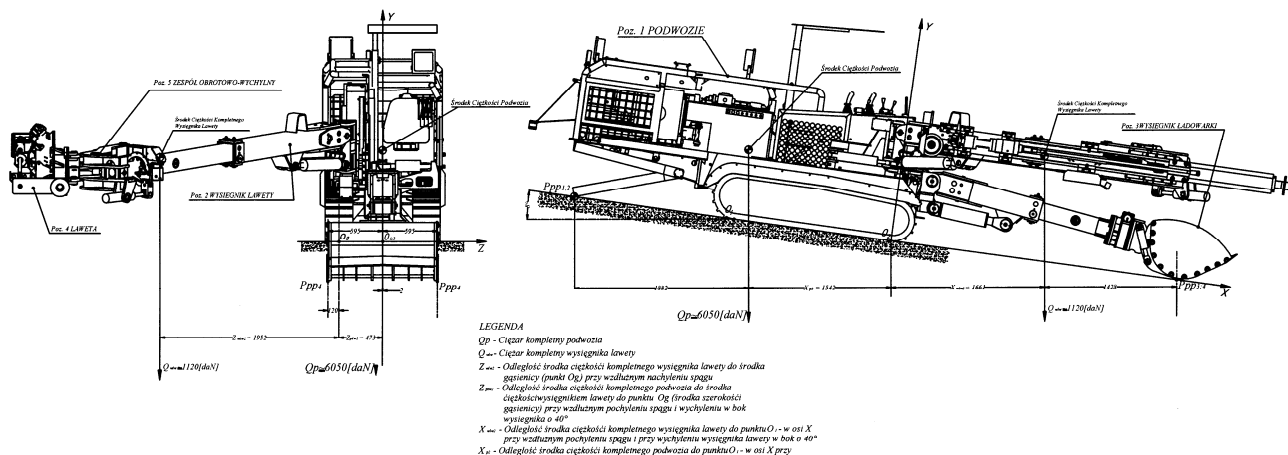
Sytuacja	Moment wywracający [kNm]	Moment Ustalający [kNm]	Współczynnik stateczności k wg (1)
Pkt 3.2	0,616	29,237	47,46
Pkt 3.3	3,902	9,329	2,83
Pkt 3.4	23,061	32,343	1,40
Pkt 3.5	29,452	102,910	3,42
Pkt 3.6	21,862	31,918	1,50
Pkt 3.7	30,222	93,291	3,09
Minimalna wartość współczynnika stateczności wg PN-G-50047 (1997) i PN-EN 791 (1998) $k=1,2$			



Rys. 7. Schemat obciążenia maszyny przy podłużnym nachyleniu wyrobiska nachyleniu podłoża (spągu) wyrobiska (Halwa, 2009)



Rys. 8. Schemat obciążenia maszyny przy poprzecznym nachyleniu wyrobiska oraz maksymalnie wychylonym wysięgnikiem manipulatora ławety. Sytuacja początku wiercenia (pozycjonowanie ławety wiertniczej) (Halwa, 2009)



Rys. 9. Schemat obciążenia maszyny przy podłużnym nachyleniu wyrobiska oraz maksymalnie wychylonym wysięgnikiem manipulatora ławety. Sytuacja początku wiercenia (pozycjonowanie ławety wiertniczej) (Halwa, 2009)

4. UWAGI KOŃCOWE

Z uwagi na szczupłość miejsca obliczenia stateczności wozu wierćco-ładującego przedstawiono tylko w sposób fragmentaryczny. Nie umniejsza to jednak wartości pracy, która niejako może być modelowym przykładem rozwiązania zagadnienia.

Na uwagę zasługuje zwartość prezentowanej konstrukcji, którą uzyskano dzięki kilku nowatorskim rozwiązaniom. Aby uzyskać możliwość pełnienia przez maszynę dwóch nie kolidujących (alternatywnie) ze sobą funkcji tj. wiercenia otworów strzałowych oraz załadunku, transportu i wyładunku odstrzelonej skały, zastosowano ruchomy składany manipulator wiertniczy. Zastosowano unikalnej konstrukcji składaną ławetę wiertniczą. Zastosowano teleskopowo składane wysięgniki manipulatora oraz ładowarki.

Ponadto konieczność uzyskania możliwie małej szerokości konstrukcji wymaganej w transporcie szybowym była dość trudnym progiem do pokonania, który udało się autorom z sukcesem rozwiązać.

LITERATURA

1. **Halwa M.** (2009), *Obliczenie współczynnika stateczności wzdłużnej i poprzecznej wozu wierćco-ładującego – typ WUL-1*, COMPENSUS Bytom [niepubl.].
2. **Kalukiewicz A., Marianowski J.** (2007a), *Opracowanie konstrukcji, wykonanie i badania prototypowego samojezdnego wozu wierćco-ładującego WUL-1 do pracy w podziemnych kopalniach węgla kamiennego*, Zadanie 3 – Badania modelu układu sterowania urządzenia wierćco-ładującego, Akademia Górniczo-Hutnicza Kraków [niepubl.].
3. **Kalukiewicz A., Marianowski J.** (2007b), *Opracowanie konstrukcji, wykonanie i badania prototypowego samojezdnego wozu wierćco-ładującego WUL-1 do pracy w podziemnych kopalniach węgla kamiennego*, Zadanie 4 – Opracowanie projektu wstępnego urządzenia wierćco-ładującego, Akademia Górniczo-Hutnicza [niepubl.].
4. **Kalukiewicz A., Marianowski J.** (2007c), *Opracowanie konstrukcji, wykonanie i badania prototypowego samojezdnego wozu wierćco-ładującego WUL-1 do pracy w podziemnych kopalniach węgla kamiennego*, Zadanie 6 – Badania symulacyjne kinematyki pracy urządzenia wierćco-ładującego, Akademia Górniczo-Hutnicza Kraków [niepubl.].
5. **Marianowski J.** (2009), *Wóz urabiająco-ładujący WUL-1. Dokumentacja Techniczno-Ruchowa*, COMPENSUS Bytom [niepubl.].
6. **Certyfikat Badań Typu WE nr KOMAG/09/MD/ATEX/ST/175** (2009), Instytut Techniki Górniczej KOMAG Gliwice.
7. **PN-G-50047** (1997), *Ochrona pracy w górnictwie, Wiertnice*, Wymagania bezpieczeństwa i ergonomii.
8. **PN-EN 791** (1998), *Wiertnice, Bezpieczeństwo*.

STABILITY ANALYSIS OF A NEW DRILLING AND LOADING TRUCK DESTINATED FOR MINING

Abstract: In the article a prototype of a new self-propelled drilling and loading truck carried out within a purposeful draft has been presented. The truck was destined for operation: both in coal and ore mining. The particular attention has been given to stability procedures and analysis of this equipment. It was shown that an equipment stability depends on interacting positions of drill manipulator and loader shovel.

Pracę wykonano w latach 2007÷2009 w ramach realizacji projektu celowego nr 6 ZR8 2007 C/06856 finansowanego ze środków MNiSW.

BADANIA DOŚWIADCZALNE TARCIA SUCHEGO W PROCESIE MANIPULOWANIA MAŁOGABARYTOWYMI ŁADUNKAMI JEDNOSTKOWYMI

Tomasz PIĄTKOWSKI*

*Zakład Inżynierii Poczty, Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki,
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, ul. Kaliskiego 7, 85-763 Bydgoszcz

topiat@utp.edu.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki badań tarcia suchego występującego w procesie manipulowania strumienia ładunków jednostkowych (np. paczek pocztowych) transportowanych na przenośnikach taśmowych. Badania eksperymentalne prowadzone są na stanowisku, którego głównym elementem jest układ dwóch przeciwbieżnie napędzanych taśm. Na podstawie uzyskanych wyników badań zaproponowano nieliniową charakterystykę współczynnika tarcia modelowaną krzywą B-sklejaną trzeciego stopnia.

1. WSTĘP

Przenośnikowe systemy transportujące ładunki jednostkowe (np. paczki pocztowe) poza realizowaniem podstawowej funkcji przemieszczania obiektów mogą wykonywać na nich szereg zautomatyzowanych czynności manipulacyjnych: łączenie kilku strumieni w jeden strumień, podział strumienia na kilka potoków (sortowanie), obracanie, rozmieszczanie ładunków w potoku (Piątkowski i Sempruch, 1999, 2002, 2006; Akella i Mason, 1988; Mason, 1986). Czynności te realizowane są za pomocą manipulatorów, tzw. bezchwytakowych (Mason, 1999), wbudowanych w konstrukcję przenośnika, oddziałujących na transportowane obiekty pchnięciem, uderzeniem, sekwencją pchnięć lub uderzeń (Akella i Mason, 1988; Mason, 1986). Jednym z istotniejszych elementów modeli opisujących przebieg procesu manipulowania ładunkami jest identyfikacja zjawiska tarcia suchego. Założenia przyjęte podczas uwzględniania tarcia mają znaczący wpływ na zgodność uzyskiwanych wyników badań eksperymentalnych i symulacji ruchu manipulowanych obiektów (Berretty i inni, 1998; Akella i inni, 2000; Piątkowski i Sempruch, 2008).

Współcześnie w opisie teorii tarcia suchego proponowanych jest wiele różnorodnych modeli tarcia, klasyfikowanych jako modele ciągłe i nieciągłe (Kikuuwe i inni, 2005; Canadus i inni, 1995; Padthe i inni, 2006; Lampaert i inni, 2004; Swevers i inni, 2000) oraz szereg charakterystyk współczynnika tarcia (Awrejcewicz, 1984, 2002, 2005). Spośród tych opisów nie można jednak wskazać rozwiązania jednoznacznie dedykowanego analizie sił tarcia występujących w wysokowydajnym procesie manipulowania potokiem ładunków jednostkowych. Oferowane teoretyczne interpretacje zjawiska tarcia skoncentrowane są głównie na szczegółowym rozpatrywaniu przebiegu sił tarcia pojawiających się w zakresie przemieszczeń przedpoślizgowych oraz przy nieznacznym prędkościach poślizgu.

Brakuje natomiast dostępu do danych definiujących właściwości cierne ciał w zakresie dużych zmian prędkości poślizgu – prędkość transportowania ładunków na przenośnikach może osiągać wartość do ok. 2,5 m/s.

Celem poszerzenia wiedzy o naturze reakcji ciernych towarzyszących realizacji procesu sortowania i pozycjonowania obiektów przemieszczanych na przenośnikach koniecznym jest przeprowadzenie badań eksperymentalnych tarcia w warunkach typowych dla przebiegu tych procesów. Jednym z zasadniczych aspektów realizacji tych badań jest wyznaczenie charakterystyk współczynnika tarcia ładunków w funkcji prędkości poślizgu – opisanych w dalszej części artykułu.

2. WARUNKI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

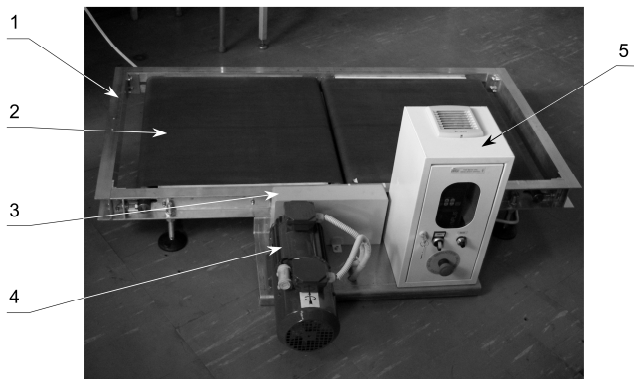
W badaniach doświadczalnych tarcia suchego ładunków jednostkowych wykorzystane jest specjalnie opracowane stanowisko laboratoryjne. Głównym elementem tego stanowiska jest przenośnik taśmowy składający się z dwóch sekcji napędzanych odcinków taśm wykonanych z PVC poruszających się z prędkością liniową v o przeciwnych zwrotach (Rys. 1). Podstawowymi elementami napędowymi urządzenia są: trójfazowy silnik prądu przemiennego z autonomicznym chłodzeniem, falownik i przekładnia zębata. Falownik pozwala na sterowanie prędkością ruchu taśm w zakresie $v = \langle 0.03; 1.3 \rangle$ m/s.

Urządzenie przystosowane jest do przeprowadzania dwóch rodzajów badań doświadczalnych umożliwiających:

- weryfikację wyników badań numerycznych modeli tarcia i współczynników tarcia wykorzystywanych w opisie ruchu obiektu pozycjonowanego układem przeciwbieżnych pól sił tarcia (powodujących cyklicznie znaczne zmiany prędkości poślizgu obiektu względem powierzchni nośnych taśm) – wybrane ele-

menty analizy procesu pozycjonowania są zawarte w pracy Piątkowskiego (2009),

- wyznaczenie współczynnika tarcia pomiędzy ładunkiem jednostkowym a taśmą przenośnika w funkcji prędkości poślizgu.



Rys. 1. Urządzenie do badań pozycjonowania obiektu układem przeciwbieżnie napędzanych taśm: 1 – rama, 2 – taśma przenośnika, 3 – przekładnia zębata, 4 – silnik elektryczny z autonomicznym chłodzeniem, 5 – szafa sterownicza (falownik, elektryczne zabezpieczenia ochronne, przełączniki)

W prezentowanym artykule skoncentrowano się na doświadczalnym wyznaczaniu współczynnika tarcia. Badania te nawiązują do wcześniejszej pracy Piątkowskiego i Semprucha (2006), wg której współczynnik tarcia ładunku w funkcji prędkości poślizgu wyznaczono na podstawie przetwarzania numerycznego toru ruchu obiektu pozycjonowanego układem przeciwbieżnie napędzanych taśm – rejestrowanego kamerą cyfrową. Wykorzystane w tym badaniu prototypowe stanowisko laboratoryjne posiadało możliwość uzyskiwania tylko dwóch prędkości ruchu taśm ($v=0.27$ m/s i $v=1.125$ m/s) – stąd pomysł na badanie i wyznaczanie właściwości ciernych ciał w funkcji prędkości poślizgu wyłącznie na podstawie analizy zapisów oscylacji toru ruchu obiektu. Charakter przebiegu współczynników tarcia ładunków jednostkowych wyznaczonych na podstawie tak realizowanych badań przedstawiony jest na Rys. 2.

Obecna wersja stanowiska laboratoryjnego, posiadającego zdolność "płynnego" sterowania prędkością ruchu taśm, umożliwia zastosowanie klasycznej metody wyznaczania współczynnika tarcia – na podstawie pomiaru siły tarcia osiąganego przy zadanej i ustalonej prędkości poślizgu. Metoda ta jest zdecydowanie mniej wymagająca pod względem nakładów obliczeń numerycznych i mniej podatna na zaburzenia ich stabilności niż metoda proponowana w pracy Piątkowskiego i Semprucha (2006).

Podczas badań tarcia (wg metody klasycznej) wykorzystywana jest jedna z taśm urządzenia (Rys. 1), na której umieszczony jest badany obiekt. Obiekt ten połączony jest nierozciągliwym ciędnem z siłomierzem (Lutron FG-5000A) przymocowanym do ramy przenośnika. Siłomierz rejestruje siłę tarcia obiektu z próbkowaniem co 0.2s z dokładnością do 0.01N. Komunikacja rejestratora z komputerem odbywa się poprzez łącze RS-232. Dane z rejestratora obejmujące 20s pomiaru siły tarcia (dla danej

prędkości ruchu taśmy) zapisywane są w pliku tekstowym, który poddawany jest późniejszemu analizom. Badania przeprowadzono przy zakresie prędkości taśm $v=\langle 0.03; 1.3 \rangle$ m/s. Prędkość ruchu taśmy v sterowana jest częstotliwością f prądu zasilającego silnik elektryczny z falownika. Zakres częstotliwości pracy falownika wynosi $f=\langle 1; 50 \rangle$ Hz. Częstotliwość falownika w przedziale $f=\langle 1; 10 \rangle$ Hz zmieniano co 1 Hz, a w przedziale $f=\langle 10; 50 \rangle$ Hz – co 5 Hz.

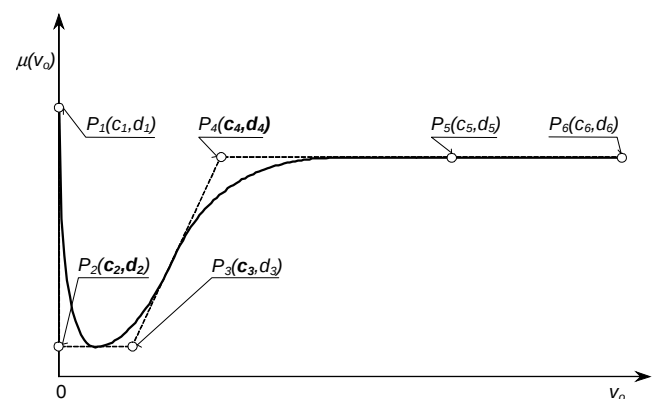
Podczas pomiaru siły tarcia wykorzystywanej do wyznaczenia statycznego współczynnika tarcia badany obiekt połączony jest z siłomierzem sprężyną o małej sztywności. Rolki przenośnika wprowadzane są w powolny ruch obrotowy ręcznie, aż do wystąpienia poślizgu obiektu względem taśmy. Rejestrowana jest maksymalna wartość siły tarcia wskazana przez siłomierz.

Do badań wykorzystywane są dwa obiekty o tych samych masach ($m=0.72$ kg) i wymiarach (ładunek w kształcie okręgu o promieniu $r=0.15$ m – w rzucie na płaszczyznę przenośnika). Ładunki wykonane są z płyty paździerzowej o grubości $g=0.02$ m, do której przyklejona jest tektura falista (PN-90/P-50527). Tektura ta w jednym ładunku pokryta jest opakowaniową folią polietylenową (PN-C-89258-2:1997), a w drugim – papierem o gramaturze 80 g/m² (PN-ISO 536:1996). Materiały pokrywające powierzchnię ładunków są typowymi tworzywami opakowaniowymi wykorzystanymi w procesie transportowym towarów od dostawcy do odbiorcy końcowego.

Eksperymenty pomiaru siły tarcia dla danego ładunku i prędkości v wykonywano pięciokrotnie.

3. WYNIKI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

Rzeczywiste przebiegi współczynnika tarcia kinetycznego uzyskane na podstawie badań eksperymentalnych poddawano aproksymacji krzywą B-sklejaną trzeciego stopnia (Rys. 2). Kształt krzywej B-sklejanej wyznaczono drogą optymalizacji numerycznej.



Rys. 2. Przebieg współczynnika tarcia opisany krzywą B-sklejaną trzeciego stopnia: P – punkty kontrolne, v_0 – prędkość poślizgu

Zmiennymi decyzyjnymi zadania optymalizacji są punkty kontrolne krzywej B-sklejanej. Minimalizowanym kryterium oceny jakości funkcji celu jest suma kwadratów różnic przebiegu charakterystyk współczynników tarcia (aproksy-

mowanego i rzeczywistego określonego przez wartości średnie wyznaczone na podstawie badań eksperymentalnych):

$$\min Q(X) = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (1)$$

gdzie: $X = [c_2, d_2, c_3, c_4, d_4]$ – wektor zmiennych decyzyjnych, $\hat{y}_i, y_i$ – i-ta współrzędna charakterystyki współczynnika wyznaczona odpowiednio na podstawie krzywej B-sklejanej oraz podczas badań eksperymentalnych.

Ograniczenia zadania optymalizacji wymuszają następstwo punktów kontrolnych, aby przeciwdziałać kreowaniu krzywych o zapętłonych kształtach:

$$X_1 - X_3 \leq 0 \quad (2)$$

$$X_3 - X_4 \leq 0 \quad (3)$$

$$X_2 - \mu_{stat} \leq 0 \quad (4)$$

$$X_2 - X_5 \leq 0 \quad (5)$$

$$X_4 - c_5 \leq 0 \quad (6)$$

Powyższe warunki uwzględniają właściwość zawierania się krzywej we wnętrzu wieloboku opisanego przez punkty kontrolne P (Rys. 2).

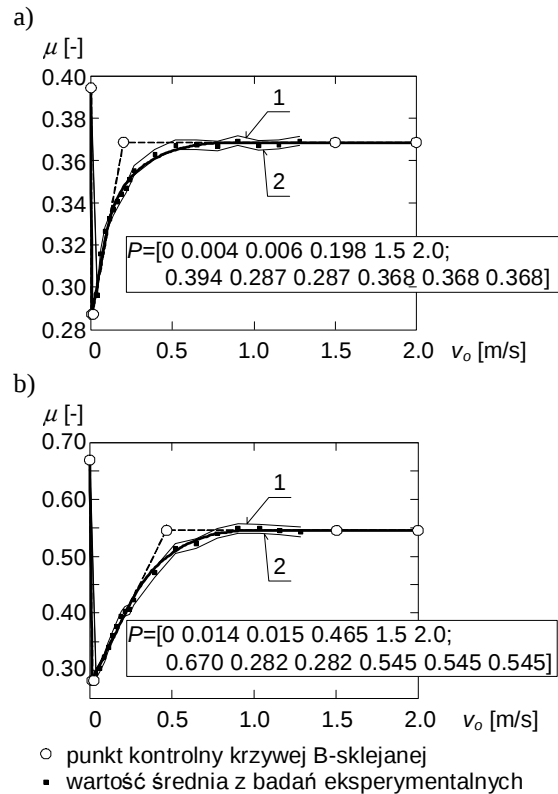
Przyjęto, iż całkowity przebieg współczynnika tarcia wyznaczany jest przez 6 punktów kontrolnych, których 5 współrzędnych jest zmiennymi decyzyjnymi zadania optymalizacji, a pozostałym współrzędnym przypisane są stałe wartości:

$$c_1 = 0; c_5 = 1.5; c_6 = 2.0; d_1 = \mu_{stat}; d_3 = d_2; d_5 = d_6 = d_4 \quad (7)$$

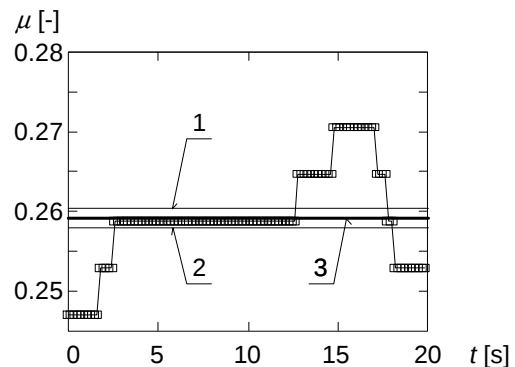
Narzucenie stałych wartości współrzędnych ($c_5 = 1.5$, $c_6 = 2.0$ oraz $d_3 = d_2$ i $d_5 = d_6 = d_4$) podyktowane jest troską o uzyskanie prostoliniowego końcowego przebiegu wykresu (Rys. 2). Przebieg współczynnika tarcia niezależny od prędkości poślizgu v_o (przy dużej jej wartości) sugerowany jest wynikami badań eksperymentalnych.

Proponowana ilość pięciu zmiennych decyzyjnych zadania optymalizacji związana jest z dążeniem do minimalizowania ich liczby (wpływającej na szybkość prowadzonej optymalizacji) oraz skutecznego odtworzenia rzeczywistego przebiegu charakterystyki współczynnika tarcia.

Dane uzyskane na podstawie badań eksperymentalnych przedstawione są na Rys. 3 i Rys. 4. Ciągłe linie cienkie (oznaczone odnośnikami 1 i 2, Rys. 3) wyznaczają granice przedziałów ufności zawierania rzeczywistej wartości średniej współczynnika tarcia przy poziomie ufności 95%. Wartości średnie tego współczynnika (obliczone na podstawie pomiarów siły tarcia) reprezentowane są za pomocą zaczerwonionych punktów. Linia ciągłą grubą wyznaczono przebieg współczynnika tarcia w funkcji prędkości poślizgu, który jest aproksymowany krzywą B-sklejaną trzeciego stopnia. Krzywa ta jest rozpięta na wieloboku wytyczonym przez punkty kontrolne (okrągłe znaczki). Wspólną cechą uzyskanych charakterystyk współczynnika tarcia jest występowanie znacznej ich nieliniowości w zakresie niewielkich prędkości poślizgu.



Rys. 3. Wykres współczynnika tarcia w funkcji prędkości poślizgu: a) dla obiektu pokrytego folią, b) dla obiektu pokrytego papierem; 1, 2 – granice przedziału ufności zawierania rzeczywistej wartości średniej przy poziomie ufności 95%, P – współrzędne punktów kontrolnych krzywej B-sklejanej



Rys. 4. Wykres współczynnika tarcia w funkcji czasu (na podstawie pomiaru siły tarcia trwającego 20 s, przeprowadzonego przy prędkości poślizgu $v_o = v = 0.03$ m/s dla obiektu pokrytego folią), 1, 2 – granice przedziału ufności zawierania rzeczywistej wartości średniej przy poziomie ufności 95%, 3 – rzeczywista wartość średnia

Przebieg współczynnika tarcia w funkcji czasu wyznaczony na podstawie pomiaru siły tarcia trwającego 20 s (w przypadku obiektu pokrytego folią i prędkości poślizgu wynoszącej $v = 0.03$ m/s) przedstawiony jest na Rys. 4. Uzyskany wykres współczynnika tarcia wykazuje niejednorodność właściwości ciernych powierzchni taśmy i badanego obiektu.

4. PODSUMOWANIE

W wyniku prowadzonych badań eksperymentalnych tarcia ładunków jednostkowych na przenośniku taśmowym sformułowano następujące uwagi końcowe:

- przedstawiono metodykę doświadczalnego wyznaczania współczynnika tarcia w funkcji prędkości poślizgu; współczynnik ten aproksymowany jest krzywą B-sklejaną trzeciego stopnia posiadającą 6 punktów kontrolnych,
- przebieg współczynnika tarcia w zakresie małej prędkości poślizgu wykazuje bardzo silny charakter nieliniowy; uzyskany wynik badań potwierdza skuteczność metody wyznaczania charakterystyki współczynnika tarcia ładunków jednostkowych zaproponowanej przez Piątkowskiego i Semprucha (2006b),
- potwierdzenie wyników badań metody przedstawionej w pracy Piątkowskiego i Semprucha (2006b) oznacza, że w opisie przebiegu procesu pozycjonowania obiektów układem przeciwbieżnych pól sił tarcia wystarczy zastosować klasyczny nieciągły model tarcia, np. Karnoppa; rozpatrywany proces pozycjonowania przebiega głównie w warunkach tarcia kinetycznego, dzięki czemu ewentualne efekty przedpoślizgowe (uwzględniane w ciągłych modelach tarcia, np. w modelu LuGre, bardziej skomplikowanych od modeli klasycznych) są mało znaczące.

LITERATURA

1. **Akella S., Huang W.H., Lynch K.M., Mason M.T.** (2000), Parts feeding on a conveyor with a one joint robot, *Algorithmica*, Springer – Verlag, 26, 313-344.
2. **Akella S., Mason M. T.** (1998), Posing polygonal objects in the plane by pushing, *The International Journal of Robotics Research*, 17, 70-88.
3. **Awrejcewicz J.** (1984), Coefficient identification of dynamic nonlinear dry friction dependence on velocity, *Science Books, Mechanics*, Lodz University Press, 429, 67, 5-12.
4. **Awrejcewicz J., Olejnik P.** (2002), Numerical analysis of self-excited by friction chaotic oscillations in two-degrees-of-freedom system using exact Henon method, *Machine Dynamics Problems*, 26, 4, 9-20.
5. **Awrejcewicz J., Olejnik P.** (2005), Friction pair modelling by a 2-dof system: numerical and experimental investigations, *International Journal of bifurcation and chaos*, 15, 6, 1931-1944.
6. **Berretty R.P., Goldberg K.Y., Overmars M.H., Stappen A.F.** (1998), Computing fence designs for orienting parts, *Computational Geometry, Elsevier Science*, 10, 249-262.
7. **Canadus de Wit C., Olson H., Åström K.J., Lischinsky P.** (1995), A new Model for control of systems with friction, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40, 3, 419-425.
8. **Kikuuwe R., Takesue N., Sano A., Mochiyama H., Fujimoto H.** (2005), Fixed-step friction simulation: from classical Coulomb model to modern continuous models, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, 2-6 Aug., Canada, 3910-3917.
9. **Lampaert V., Swevers J., Al-Bender F.** (2004), Comparison of model and non-model based friction compensation techniques in the neighborhood of pre-sliding friction, *Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston, Massachusetts June 30-July 2*, 1121-1126.
10. **Mason M.T.** (1986), Mechanics and planning of manipulator pushing operations, *The International Journal of Robotics Research*, 5, 53-71.
11. **Mason M.T.** (1999), Progress in nonprehensile manipulation, *The International Journal of Robotics Research*, 18, 1129-1141.
12. **Padthe A.K., Oh J., Bernstein D.S.** (2006), On the LuGre model and friction-induced hysteresis, *Proceedings of the 2006 American Control Conference, Minneapolis, Minnesota, USA, June 14-16*, 3247-3252.
13. **Piátkowski T.** (2009), Model tarcia suchego w procesie manipulowania potokiem ładunków jednostkowych, *Logistyka*, 6, 1-8.
14. **Piátkowski T., Sempruch J.** (1999), Model and analysis of selected features of scraping process, *Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Oulu*, 159-167.
15. **Piátkowski T., Sempruch J.** (2002), Sorting process of load units – dynamic model of scraping process, *The Archive of Mechanical Engineering*, 49, 23-46.
16. **Piátkowski T., Sempruch J.** (2006a), Unit load positioning process by means of directionally oriented friction forces – model proposition, *University Press in Zielona Gora*, 381-386.
17. **Piátkowski T., Sempruch J.** (2006b), Experimental tests of dry friction in handling process of unit loads. Developments in machinery design and control, *Wydawnictwo Uczelniane ATR w Bydgoszczy*, 5, 57-62.
18. **Piátkowski T., Sempruch J.** (2008), Model of the process of load unit stream sorting by means of flexible active fence, *Mechanism and Machine Theory*, 43, 549-564.
19. PN-90/P-50527, Corrugated board (Polish Standards).
20. PN-C-89258-2:1997, Plastics – Packaging films – Low density polyethylene film (Polish Standards).
21. PN-ISO 536:1996, Paper and board. Determination of grammage (Polish Standards).
22. **Swevers J., Al-Bender F., Ganseman C.G., Prajogo T.** (2000), An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45, 4, 675-686.

EXPERIMENTAL EXAMINATION OF DRY FRICTION OF SMALL-SIZED UNIT LOADS

Abstract: The paper deals with the examination of dry friction in the handling process of unit loads (e.g. postal parcels) transported on belt conveyors. The experimental tests are performed on the laboratory stand, whose the main element is a system of two inversely driven belts. On the basis of the analysis of results of experimental investigation the nonlinear friction coefficient defined by a B-spline curve of third degree was worked out.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy.

SYNTEZA GEOMETRYCZNA MECHANIZMU REALIZUJĄCEGO TRAJEKTORIĘ PROSTOLINIOWĄ ODCHELOWANĄ

Przemysław SPERZYŃSKI*, Jarosław SZREK*, Antoni GRONOWICZ*

*Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Wrocławska,
ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

przemyslaw.sperzynski@pwr.wroc.pl, jaroslaw.szrek@pwr.wroc.pl, antoni.gronowicz@pwr.wroc.pl

Streszczenie: Synteze mechanizmów do realizacji trajektorii prostoliniowej poświęcono niezliczoną liczbę prac. W niniejszej przedstawiono dwie metody syntezy czworoboku napędzanego członem zmiennej długości (napęd liniowy). Punkt łącznikowy realizuje w pewnym zakresie tor zbliżony do linii prostej ale jednocześnie zapewniona jest liniowa zależność pomiędzy przemieszczeniem wzdłuż tej prostej i wydłużeniem napędu liniowego. Pierwsza z metod, jakkolwiek oparta na przeglądzie pełnym możliwych rozwiązań, jest metodą przybliżoną. W drugiej metodzie, wspomaganą algorytmami genetycznymi, dokonano optymalizacji uzyskując poprawę oczekiwanej liniowej relacji przemieszczenia punktu łącznikowego i wydłużenia napędu liniowego. Prezentowane metody syntezy mogą być przydatne w projektowaniu podobnych układów.

1. WPROWADZENIE

Zadanie syntezy geometrycznej układów kinematycznych sprowadza się do określenia wymiarów liniowych i kątowych członów tak, aby uzyskać wymagane własności. Najczęściej wymagania te dotyczą trzech grup zadań: (i) prowadzenia członów przez zadane położenia, (ii) wzajemnych położenia względnych wybranych członów ruchomych oraz (iii) kształtu trajektorii wybranego punktu.

Obok wymienionych, zadania stawiane układom kinematycznym mogą być bardziej złożone. Przykładowo mogą dotyczyć kształtu trajektorii, a jednocześnie orientacji (położenia kątowych) członu. Takie wymagania stawiane są np. powszechnie znanym układom zawieszenia koła samochodu – prostoliniowa trajektoria punktu kontaktu opony z jezdnią, a jednocześnie określony kąt pochylenia koła.

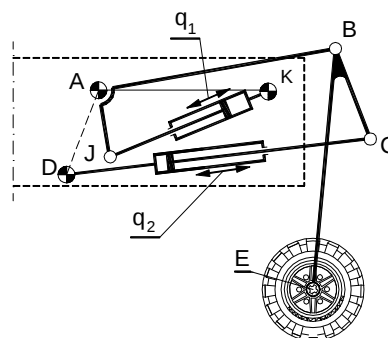
Projektowaniu układów kinematycznych poświęcono wiele opracowań. Bibliografia dotycząca tej problematyki, szczególnie w zakresie podstawowych grup wymagań, jest bardzo liczna. Opracowane metody syntezy geometrycznej wykorzystują różny aparat matematyczny, a w ostatnich latach są wzbogacone technikami optymalizacji wspieranymi np. algorytmami genetycznymi (Goldberg, 1989; Laribi i inni, 2004; Vasiliu i Yannou, 2001). Jednak dotychczasowe opracowania jak dotąd nie są i pewnie nigdy nie będą na tyle uniwersalne, aby objąć wszystkie przypadki potrzeb, jakie przynosi ciągły rozwój techniki.

W niniejszej pracy zaprezentowano dwie metody syntezy geometrycznej dedykowane specjalnemu układowi zawieszenia koła robota, który może jeździć w terenie o znacznych nierównościach a w razie potrzeby pokonywać przeszkody z wykorzystaniem funkcji kroczenia. Podobne oczekiwania mogą dotyczyć mechanizmów innych maszyn, pojazdów czy urządzeń.

2. ZAŁOŻENIA SYNTEZY

W robotach mobilnych stosuje się różne rodzaje podwozi. Interesujące rozwiązania stanowią podwozia kołowe, w których koła dysponują możliwością wykonywania dużych przemieszczeń. Taka koncepcja stwarza możliwość przemieszczania się jak pojazd kołowy lub, jeśli to niezbędne, jak pojazd kroczący.

Ideę rozwiązania zawieszenia koła przedstawiono na Rys. 1. Robot, dla którego przeznaczone jest przedmiotowe zawieszenie koła, ma się poruszać w terenie zurbanizowanym jeżdżąc na kołach, napotykając na nierówności terenu w postaci pochyłości, stopni i progów. W każdych warunkach powinien autonomicznie utrzymywać platformę w poziomie.



Rys. 1. Schemat układu zawieszenia kołowo-kroczącego

W tym celu układ posiada dwa stopnie swobody (dwa napędy: q_1 i q_2). Innowacyjność tego rozwiązania polega na tym, że dobierając odpowiednie wymiary członów układu zawieszenia można zapewnić ruch środka koła E (Rys. 1) po trajektorii zbliżonej do odcinka pionowego, przy stałej długości napędu liniowego q_2 . Dzięki temu

w czasie jazdy po nierównościach liczba sterowanych napędów jest obniżona – napędy q_2 będą wykorzystywane tylko wtedy, kiedy pokonanie przeszkody będzie wymagało uaktywnienia funkcji kroczenia.

Zadanie syntezy geometrycznej rozpatrywanego mechanizmu (Rys. 2) sprowadza się do określenia wymiarów członów tak, aby spełnione były następujące kryteria:

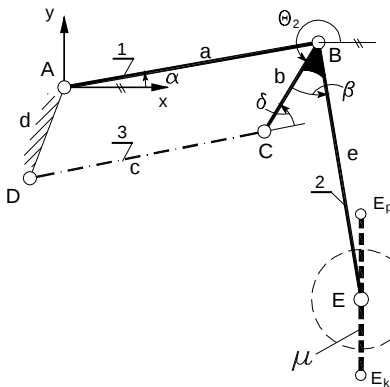
- dla stałej długości siłownika DC (napęd q_2) środek koła E w założonym zakresie ruchu powinien poruszać się po trajektorii μ zbliżonej do linii prostej,
- przemieszczenie pionowe środka koła E , w zależności od kąta obrotu α członu AB , powinno mieć równomierny przyrost,
- w założonym zakresie ruchu mechanizm nie może zająć położeń osobliwych,
- punkty A , D w stosunku do zakładanej trajektorii μ powinny zapewniać mocowanie układu w platformie (warunki konstrukcyjne),
- układ powinien się cechować zwartością budowy

3. SYNTEZA GEOMETRYCZNA

3.1. Metoda I – przegląd zupełny

W tej metodzie nie narzucano sposobu napędzania członu AB , tylko założono zakres jego ruchu.

Kształt trajektorii μ (Rys. 2) jest zależny od wymiarów liniowych: a , b , c , d , e oraz kąta β . Kąt δ w zakładanym zakresie ruchu powinien być większy od pewnej wartości minimalnej δ_{min} dla zabezpieczenia układu przed wejściem w położenia martwe.



Rys. 2. Wymiary czworoboku

Dla tak postawionego zadania syntezy znalezienie rozwiązania w sposób bezpośredni jest trudne. W tej sytuacji zdecydowano się na metodę, której istotą jest przyjęcie części wymiarów na podstawie wstępnej analizy i wyznaczenia pozostałych tak, aby spełniały założenia. Optymalizację prowadzono na bazie wskaźnika porównawczego, który szereguje rozwiązania pod kątem najlepszego przybliżenia do odcinkowej trajektorii μ .

Prostoliniowa trajektoria $E_p E_k$ została odcinkowana przez przyjęcie na niej kolejnych punktów jednakowo oddalonych od siebie, przy czym odległości pomiędzy punktami odpowiadają kolejnym położeniom wahacza AB oddalonych od siebie o stały przyrost kąta α . Jest oczywiste,

że realny układ zawieszenia będzie realizował trajektorię przybliżoną. Zadanie optymalizacji ma tutaj charakter dwukryterialny – istotne są odległości punktów realnej trajektorii mierzone w kierunkach poziomym i pionowym. Zostało ono sprowadzone do zadania jednokryterialnego według koncepcji ważonego kryterium zbiorczego (Stadnicki, 2006) w postaci wskaźnika jakości w_j

$$w_j = s_x \sum_{i=1}^n x_i^2 + s_y \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad (1)$$

gdzie: x_i , y_i – odchylenie i-tego punktu rzeczywistej trajektorii od i-tego punktu na trajektorii założonej (oczekiwanej), s_x , s_y – współczynniki wagowe wyrażające priorytet „przybliżenia” trajektorii (oczekiwanej i zakładanej).

Wobec tego, że

$$s_x \geq 0, s_y \geq 0 \text{ oraz } s_x + s_y = 1,$$

globalne kryterium (1) sprowadza się do zależności

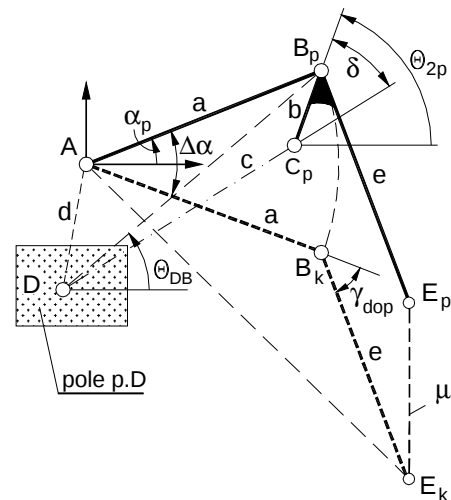
$$w_j = s_x \sum_{i=1}^n x_i^2 + (1-s_x) \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad (2)$$

Współczynniki wagowe w zasadzie nie są znane, natomiast sprowadzenie ich tylko do jednego daje możliwość przeszukania rozwiązań dla różnych wartości. Dalszy sposób postępowania w tej metodzie jest już oczywisty (Szrek, 2008).

W pierwszej fazie, dla oczekiwanej trajektorii $E_p E_k$, kierując się kryterium zwartości rozwiązania i założonych cech geometrycznych, wyznacza się długości a oraz e . Wymaga to przyjęcia dwóch położeń wahacza AB odpowiadających punktom E_p i E_k – opisano je kątem α_p oraz zakresem zmian $\Delta\alpha$. Dla takich założeń muszą być spełnione równania (3), z których wyznacza się a oraz e (Rys. 3):

$$\begin{cases} e^2 = (x_{Bp} - x_{Ep})^2 + (y_{Bp} - y_{Ep})^2 \\ e^2 = (x_{Bk} - x_{Ek})^2 + (y_{Bk} - y_{Ek})^2 \end{cases}, \quad (3)$$

gdzie: $x_{Bp} = a \cos \alpha_p$, $y_{Bp} = a \sin \alpha_p$, $x_{Bk} = a \cos(\alpha_p - \Delta\alpha)$, $y_{Bk} = a \sin(\alpha_p - \Delta\alpha)$.



Rys. 3. Pole możliwych położeń punktu D

Po określeniu długości członów należy sprawdzić, czy układ nie osiąga położenia osobliwych - punkty A , B_k i E_k nie mogą leżeć na jednej prostej. Ponadto dla obu położań AB_pE_p oraz AB_kE_k punkty B_p i B_k muszą leżeć po tej samej stronie wektora $AE_{p(k)}$. Jest to tożsame ze spełnieniem warunku:

$$\gamma_{dop} + \alpha_p - \Delta\alpha \leq \text{atan2}(y_{E_k}, x_{E_k}) , \quad (4)$$

Kolejna faza syntezy wymaga przyjęcia pola możliwych położań punktu D tak, aby zapewnić możliwość mocowania układu w platformie (Rys. 3).

Przyjęcie położań punktu D , kąta δ zabezpieczającego układ przed wejściem w położenie martwe oraz minimalnej długości b_{min} pozwala już na wyznaczenie kolejnego parametru - długości c_{min} , zapewniającej założone δ .

Wartość c oraz kąta Θ_{2p} wymaga rozwiązania układu równań (5)

$$\begin{cases} B_p D \cos \Theta_{DB} - c \cos(\Theta_{2p} - \delta) - b \cos \Theta_{2p} = 0 \\ B_p D \sin \Theta_{DB} - c \sin(\Theta_{2p} - \delta) - b \sin \Theta_{2p} = 0 \end{cases} , \quad (5)$$

natomiast kąt β_z wylicza się z zależności (6)

$$\beta = \text{atan2}(y_{E_p} - y_{B_b}, x_{E_p} - x_{B_p}) - \Theta_{2p} , \quad (6)$$

gdzie Θ_{2p} , Θ_{DB} - kąty nachylenia wektorów CB i DB dla konfiguracji początkowej.

Przedstawione zależności pozwalają na przebadanie pełnego zbioru możliwych rozwiązań (dla przyjętych założeń), z których każde jest scharakteryzowane wartością w_j . W ostatnim kroku, spośród układów możliwych należy wybrać to, dla którego wartość współczynnika jakości jest najmniejsza.

W przedstawionej metodzie zależność przemieszczenia pionowego punktu E od wydłużenia napędu liniowego q_1 jest wynikowa i zależna od pozostałych wymiarów (Rys. 1) - współrzędnych x_K , y_K punktu K , długości AJ oraz $\angle JAB$ (ich określenie jest trywialne i tutaj pominięte). Uzyskana zależność, choć wynikowa, jest zbliżona do funkcji liniowej. Tymczasem dla prostoty sterowania jest pożądane, aby ta zależność była funkcją liniową, t.j. aby $y_E = a_1 q_1 + a_0$. W tej sytuacji podjęto ponownie zadanie syntezy układu zawieszenia koła, narzucając dodatkowe kryterium w/w liniowości.

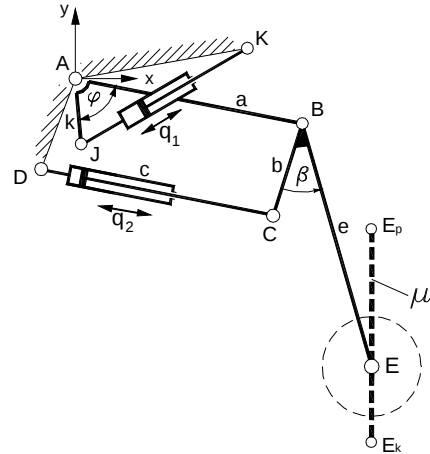
3.2. Metoda II – algorytm genetyczny

W przypadku tej metody syntezy wymiarowej układu zawieszenia robota oczekiwania są identyczne jak w poprzedniej. Natomiast główny cel optymalizacji to osiągnięcie prostoliniowości charakterystyki położań punktu E wzdłuż osi pionowej układu współrzędnych od położań napędu q_1 . Zadanie optymalizacji wymiarów mechanizmu, w celu generowania zadanej trajektorii poprzez punkt E jest tutaj drugorzędne. Powyższe założenia ruchu punktu E można przedstawić w następujący sposób

$$\begin{aligned} y_E(q_1) &= a_1 q_1 + a_0 \\ x_E(q_1) &= x_{E_p} = x_{E_k} = \text{const} \end{aligned} , \quad (7)$$

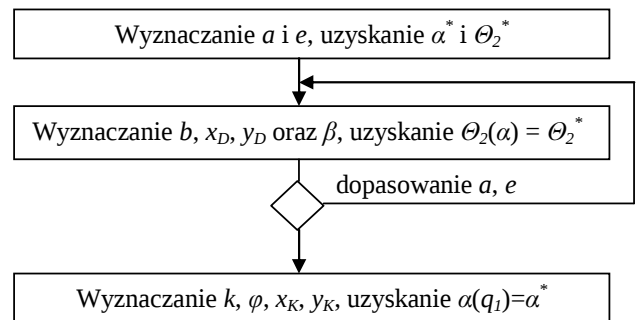
Zadanie zostało tak postawione, aby maksymalnie uprościć układ sterowania położań platformy podczas jazdy po nierównym terenie, kiedy utrzymanie poziomu platformy wymaga odpowiedniej zmiany położań środka koła E w każdej z kończyn. Jeżeli spełnione będą założenia syntezy uproszczeniu ulegnie kinematyka mechanizmu - rozwiązanie zadania prostego bądź odwrotnego sprowadzać się będzie do rozwiązania równania liniowego.

Aby osiągnąć założony cel syntezy należy wyznaczyć 11 parametrów mechanizmu: a , b , c , e , k , x_D , y_D , x_K , y_K , β oraz φ (Rys. 4).



Rys. 4. Parametry układu zawieszenia

Zadanie syntezy zostało podzielone na etapy, w których wyznaczone będą poszczególne wymiary mechanizmu. Schemat blokowy przyjętej metody syntezy przedstawia Rys. 5. Pierwszy etap polega na wyznaczeniu długości a i e . W następnym etapie wyznaczone są długości b , c , położenie punktu D oraz kąt β , definiujące czworobok przegubowy $ABCD$. W ostatnim kroku wyznaczone będzie położenie punktu K oraz długość k i kąt φ . Drugi i trzeci etap syntezy będą realizowane za pomocą algorytmu genetycznego (GA).

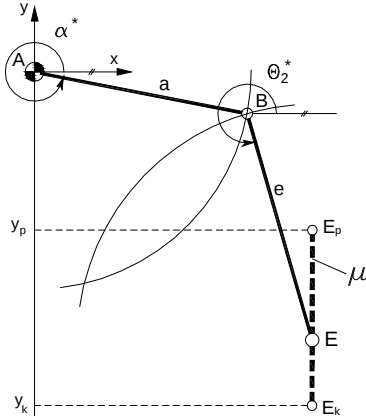


Rys. 5. Schemat blokowy metody II

Etap 1: Wymiary dwuczłonu ABE. W pierwszym etapie założono, że koło połączone jest z podstawą poprzez dwuczłon ABE (Rys. 6) o długościach a i e . Założony odcinek prostej podzielony został na n równych, dostatecznie małych odcinków. W każdym z punktów podziału, rozwiązywano kinematykę odwrotną otrzymując charakterystyki $\alpha^*(y_E)$ i $\Theta_2^*(y_E)$ kątów nachylenia członów AB i BE do osi poziomej układu współrzędnych xy , według których muszą

się poruszać człony 1 i 2 mechanizmu (Rys. 1), aby spełnić założenia syntezy.

Dla zadanych przedziałów wartości a i e , dokonano przeglądu zupełnego przestrzeni rozwiązań (a , e), z dokładnością Δl , w celu osiągnięcia liniowej charakterystyki $\alpha^*(y_E)$. Charakterystyki te posłużyły do wyliczenia wartości funkcji celu w kolejnych częściach syntezy.



Rys. 6. Parametry dwuczłonu ABE

Etap 2: Wymiary czworoboku ABCD (Rys. 4). Zadanie syntezy polegało na wyznaczeniu parametrów przyjętego mechanizmu tak, aby charakterystyka kąta $\Theta_2(\alpha)$ była zgodna z wartościami $\Theta_2^*(y_E)$ otrzymanymi w poprzednim etapie syntezy. Przyjęto tutaj, że człon 1 zmieniał będzie swoją orientację α , zgodnie z charakterystyką $\alpha^*(y_E)$. Dla każdej z wartości kąta α_i , z charakterystyki $\alpha^*(y_E)$, wyliczono orientację Θ_2 członu 2, ze wzoru

$$\Theta_2(\alpha) = 2 \arctg \frac{-C_2 + \sqrt{C_1^2 + C_2^2 - C_3^2}}{C_3 - C_2}, \quad (8)$$

gdzie:

$$C_1 = 2(a \sin \alpha - e y_D),$$

$$C_2 = 2(a \cos \alpha - e x_D),$$

$$C_3 = a^2 + e^2 + d^2 - q_1^2 - 2a(x_D \cos \alpha + y_D \sin \alpha)$$

Jako funkcję celu przyjęto

$$F = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Theta(\alpha_i^*) + \beta - \Theta_{2i}^*)^2}, \quad (9)$$

Do rozwiązania tego problemu wykorzystano algorytm genetyczny. Chromosom utworzony został z pięciu parametrów mechanizmu x_D , y_D , b , c oraz β .

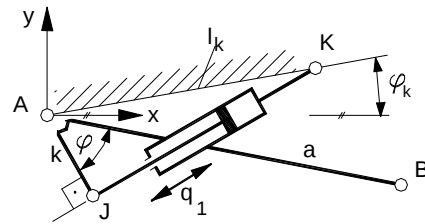
W celu poprawy wyników drugiego etapu syntezy, zmieniano wartości parametrów dwuczłonu otrzymanych w pierwszym etapie. Dla małych wartości Δa oraz Δe , dobierano parametry $a \pm \Delta a$ oraz $e \pm \Delta e$. Jeżeli dla nowych wartości długości a' i e' oraz nowych charakterystyk α^* i Θ_2^* uzyskano poprawę wyniku w drugim etapie syntezy, proces powtarzał się aż do uzyskania quasi-optymalnej wartości parametrów mechanizmu.

Etap 3: Geometria napędu q_1 . Kolejny etap syntezy wymiarowej polega na doborze ostatnich czterech parametrów mechanizmu. Są to współrzędne punktu K połączenia napędu q_1 z podstawą, długość k oraz kąt φ (Rys. 7). Optymalizacja

tego etapu, podobnie jak poprzedniego, zrealizowana została algorytmem genetycznym. Chromosom w tej części złożony został jedynie z trzech parametrów: długości k oraz współrzędnych punktu K : x_K , y_K . Kąt φ wyznaczono na podstawie pozostałych parametrów.

Postawione zostało tutaj dodatkowe ograniczenie, aby w położeniu środkowym q_1 , napęd KJ był prostopadły do AJ . Zatem, aby wyliczyć φ , kąt orientacji α członu 1 został ustalony w połowie pomiędzy wartościami początkową i końcową $\alpha^*(y_E)$. Następnie na podstawie ustalonych wartości położenia punktu K oraz długości k , kąt φ dobrany został tak, aby

$$\angle AJK = \frac{\pi}{2}, \Rightarrow AJ \perp KJ. \quad (10)$$



Rys. 7. Geometria mocowania napędu q_1

Założono, że człon AB wychylał się będzie pomiędzy granicznymi wartościami charakterystyki $\alpha^*(y_E)$. Dla tych wartości wyliczone zostały dwie długości napędu q_1 : początkowa q_{1P} oraz końcowa q_{1K} , takie, aby przy obliczonym wychyleniu napędu człon 1 zmieniał orientację o założone wartości kątów. Jeżeli przyjmie się założenie, że q_1 zmieniał się będzie o wartości $\Delta q_1 < |q_{1P} - q_{1K}|$, to zmiana położenia Δy_E punktu E wzdłuż osi OY , powinna być stała i wynosić

$$\frac{\Delta y_E}{\Delta q_1} = a_1, \quad (11)$$

czyli pochodna położenia pionowego punktu E , względem wartości q_1 powinna być stała, i wynosić

$$\frac{dy_E}{dq_1} = a_1, \quad (12)$$

Współrzędna y_E wyrażona jest wzorem:

$$y_E = a \sin \alpha + e \sin(\Theta_2(\alpha) + \beta), \quad (13)$$

gdzie

$$\alpha(q_1) = 2 \arctan \left(\frac{\sin \varphi_K - \sqrt{1 - C_0^2}}{C_0 + \cos \varphi_K} \right), \quad (14)$$

$$C_0 = \frac{l_K^2 + k^2 + q_1^2}{2kl_K}, \quad (15)$$

Wartości l_K i φ_K to odpowiednio długość i orientacja wektora AK . Zależność $\Theta_2(\alpha)$ jest dana wzorem (8). Pochodna położenia y_E , względem napędu q_1 wynosi

$$\frac{dy_E}{dq_1} = \frac{dy_E}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dq_1}, \quad (16)$$

Ostatecznie przyjęto tutaj następującą funkcję celu:

$$F = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{dy_E}{dq_{1i}} - a_1 \right)^2}, \quad (17)$$

gdzie q_{1i} - wartość napędu q_1 z przedziału $[q_{1P}, q_{1K}]$.

Wartości granic q_{1P} i q_{1K} wyznaczono z zależności $q_1(\alpha)$:

$$q_1(\alpha) = \left\| \begin{pmatrix} x_K \\ y_K \end{pmatrix} - k \begin{pmatrix} \cos(\alpha - \varphi) \\ \sin(\alpha - \varphi) \end{pmatrix} \right\|, \quad (18)$$

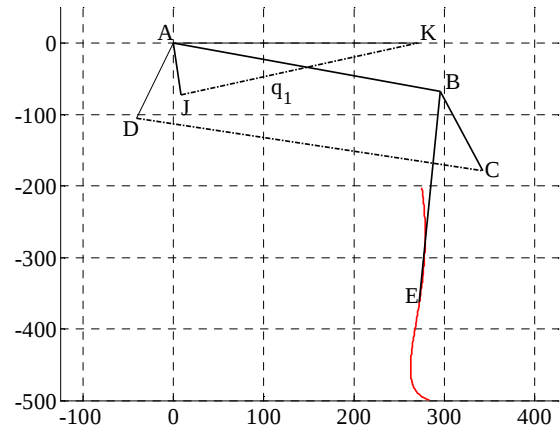
podstawiając za kąt α brzegowe wartości charakterystyki $\alpha^*(y_E)$. Wartość a_1 określono z zależności:

$$a_1 = \frac{y_k - y_p}{q_{1K} - q_{1P}}, \quad (19)$$

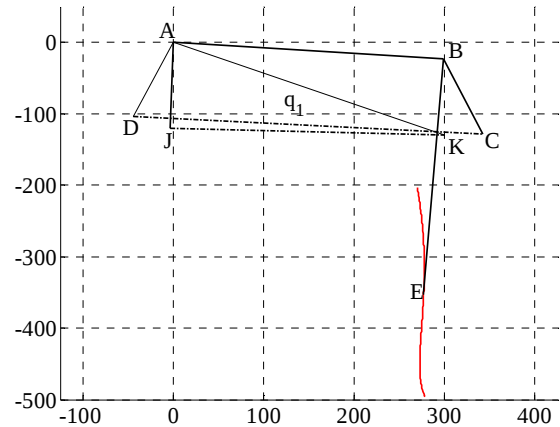
Algorytm genetyczny. Działanie algorytmu genetycznego (GA) zaczyna się od wybrania populacji początkowej X_0 . Wartości tych parametrów reprezentowano za pomocą liczb rzeczywistych. Dla każdego z wylosowanych osobników wyliczana jest wartość funkcji celu. Ponieważ dąży się do minimalizacji funkcji celu F , osobniki każdej populacji sortowane są rosnąco względem wartości funkcji F . W celu implementacji algorytmu dobrane zostały odpowiednie metody selekcji, krzyżowania, mutacji oraz reprodukcji osobników. Po wyznaczeniu populacji początkowej, czyli zbioru n chromosomów (każdy mechanizm to osobny chromosom) algorytm zaczyna działanie w pętli. Pierwszy krok pętli algorytmu – selekcja, polega na wybraniu $n/2$ par osobników z aktualnej populacji X_i . Przyjęto metodę selekcji proporcjonalnej, tzn. do ewolucji wybierany jest osobnik z prawdopodobieństwem odpowiadającym pozycji w populacji posortowanej względem wartości F . Kolejno dokonywane jest krzyżowanie z prawdopodobieństwem p_x . Metoda krzyżowania polega na wymianie genów pomiędzy dwoma wybranymi osobnikami. Każdy z genów, podczas krzyżowania jest zamieniany z prawdopodobieństwem p_{xx} . Ewoluuje osobniki poddawane są następnie procesowi mutacji z prawdopodobieństwem p_m . Podobnie jak w przypadku krzyżowania, każdy z genów mutowanego osobnika poddawany jest procesowi mutacji z prawdopodobieństwem p_{mm} . Proces ten polega na dodaniu pewnej wartości $\Delta \cdot U(0,1)$, gdzie $U(0,1)$ jest to liczba losowa z rozkładu jednostajnego o przedziale od 0 do 1. Dodatkowo do populacji dodanych zostaje r nowych osobników, które losowane są, z przeszukiwanej przestrzeni. Końcowym etapem algorytmu jest reprodukcja. Proces ten polega na wybraniu n osobników do nowej populacji X_{i+1} . Wybór poprzedzony jest sortowaniem osobników z populacji poprzedniej X_i i $n+r$ osobników otrzymanych w procesie ewolucji. Do następnej populacji wybieranych jest n pierwszych osobników z listy oraz najlepszy dotąd znaleziony. Reprodukacja ta nazywana jest elitarną. Algorytm kończy działanie po osiągnięciu z góry określonej liczby kroków, a rozwiązaniem jest mechanizm z najlepszą wartością funkcji celu, znaleziony podczas procesu ewolucji.

3.3. Przykład liczbowy

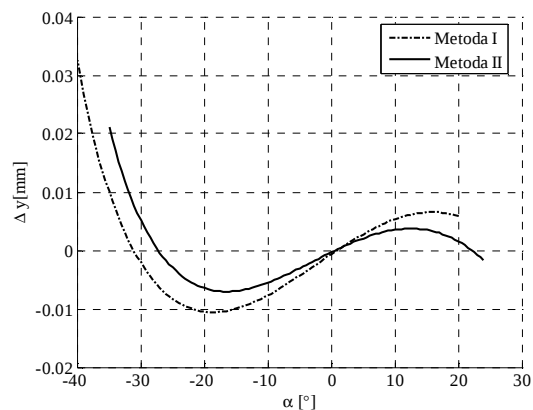
Mechanizmy uzyskane za pomocą metod I i II przedstawiono na Rys. 8, 9 – ich wymiary podano w tabeli 1. Wymiary czworoboków $ABCD$ w obu metodach są bardzo zbliżone, przez co trajektoria punktu E nie uległa znaczącej zmianie. Dlatego także charakterystyki położenia środka koła względem osi Y zależne od wychylenia członu 1 $y_E(\alpha)$ są niemal identyczne. Poprawa nastąpiła natomiast w przypadku charakterystyki $y_E(q_1)$.



Rys. 8. Mechanizm uzyskany metodą I



Rys. 9. Mechanizm uzyskany metodą II



Rys. 10. Odchylenie charakterystyki $y_E(\alpha)$ od prostej wyznaczonej metodą regresji liniowej

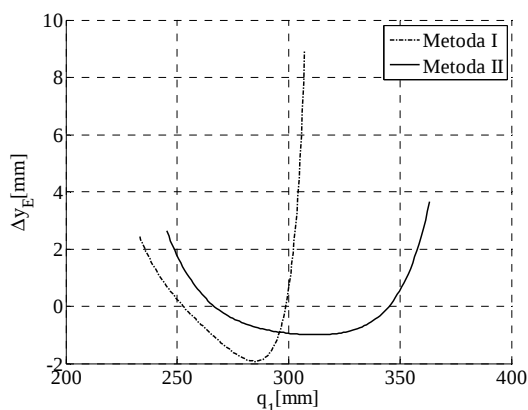
Tab. 1. Wymiary mechanizmów obliczonych za pomocą obu przedstawionych metod

Wymiary liniowe, (w nawiasach wyniki z metody II) [mm]:
$a=303,1$ (300,0); $e=295,7$ (330,0); $b=120,0$ (113,8); $c=389,2$ (387,2); $k=72,5$ (120,0); $x_D=-40,0$ (-43,9); $y_D=-105,0$ (-103,5); $x_K=270,0$ (300,0); $y_K=0,0$ (-130,0)
Wymiary katowe [°]:
$\beta=-27,4$ (-26,3); $\varphi=70,4$ (87,2)

Na Rys. 10 pokazano odchylenie położenia punktu E od prostej wyznaczonej z regresji liniowej. Jak widać obydwie trajektorie są niemal prostoliniowe. Na Rys. 11 przedstawiono zależność odchylenia położenia punktu E od charakterystyki liniowej w funkcji wydłużenia siłownika q_1 . Tu różnice są już widoczne – zmiana mocowania napędu q_1 do podstawy poprawiła znacznie charakterystyki mechanizmu uzyskanego metodą II, gdzie odchyłka od prostej oscyluje wokół zera.

4. ZAKOŃCZENIE

Założenia dotyczące ruchu środka koła E dla obu metod są identyczne. W początkowym etapie obydwu metod również występuje podobieństwo – określane są długości a oraz e . W obydwu przypadkach skupiono się na liniowości wychylenia członu AB i przemieszczenia pionowego punktu E , tj. funkcji $y_E(\alpha)$. W następnej fazie, gdy otrzymano już mechanizm, zajęto się wyznaczeniem punktu K mocowania pierwszego napędu q_1 .

**Rys. 11.** Odchylenie charakterystyki $y_E(q_1)$ od prostej wyznaczonej metodą regresji liniowej

W pierwszej metodzie dobór wymiarów wynika z przeglądu zupełnego w dopuszczalnej przestrzeni rozwiązań (ograniczonej do zakładanych przedziałów wartości wymiarów) ze zdefiniowaną dokładnością. W drugiej metodzie

w celu optymalizacji szybkości działania zastosowano algorytm genetyczny.

W metodzie I poszukiwano najlepszego wskaźnika jakości opartego na odległości położenia punktu E od zadanego toru prostoliniowego przy uwzględnieniu równomiernego przyrostu ruchu punktu E w zależności od przyrostu kąta α ($y_E(\alpha)$). W metodzie II funkcję celu oparto na analogu prędkości pionowej środka koła wyznaczonym analitycznie.

Cele syntezy dla obu metod były jednakowe – wyznaczenie wymiarów układu zawieszenia koła wykonującego ruch po trajektorii prostoliniowej przy użyciu tylko jednego napędu q_1 . W obu przypadkach uzyskane wyniki są podobne, co świadczy o poprawności działania obu metod i stosownych algorytmów.

Należy jednak podkreślić, że w metodzie II definiowanie przedziałów poszukiwanych wartości wymiarów mechanizmu zostało wsparte wynikami z metody I.

LITERATURA

1. **Goldberg D. E.** (1989), *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison Wesley, Massachusetts.
2. **Laribi M. A., Mlika A., Romdhane L., Zeghloul S.** (2004), A combined genetic algorithm-fuzzy logic method (GA-FL) in mechanisms synthesis, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 39, 717-735.
3. **Stadnicki J.** (2006), *Teoria i praktyka rozwiązywania zadań optymalizacji*, WNT, Warszawa.
4. **Szrek J.** (2008), *Synteza układu kinematycznego i sterowania czworonożnego robota kołowo-kroczącego*, Rozprawa doktorska, Raporty Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn. PWr. Ser. PRE nr 10.
5. **Vasiliu A., B. Yannou B.** (2001), Dimensional synthesis of planar mechanisms using neural networks: application to path generator linkages, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 36, 299-310.

SYNTHESIS OF A MECHANISM FOR GENERATING STRAIGHT LINE INDEXING TRAJECTORY

Abstract: A lot of papers have considered the task of synthesis mechanisms generating straight line trajectory. This paper presents two methods of synthesis a mechanism that is driven by linear actuator. The coupler point, in a part of its trajectory, moves along straight line and at the same time the linear relation between its displacement and of the driver's elongation is fulfilled. The first method, however based on searching among possible solutions, uses some simplifications. The second method uses neural networks and is focused mainly on optimization of linear relation of a coupler point motion and elongation of linear actuators. Presented methods can be helpful in designing similar mechanisms.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2009÷12 jako projekt badawczy nr N N502 271037.

ENERGOOSZCZĘDNY NAPĘD HYDRAULICZNY Z SILNIKIEM INDUKCYJNYM ZASILANYM Z FALOWNIKA NAPIĘCIA

Tadeusz STEFAŃSKI*, Łukasz ZAWARCZYŃSKI*

*Katedra Systemów Sterowania i Zarządzania, Wydział Elektrotechniki Automatyki i Informatyki,
 Politechnika Świętokrzyska, Al. 1000-lecia P.P 7, 25-314 Kielce

t.stefanski@tu.kielce.pl, l.zawarczyński@tu.kielce.pl

Streszczenie: Analizowano problemy modelowania matematycznego i sterowania natężeniem przepływu i ciśnieniem hydraulicznej stacji zasilającej, której pompę o stałej wydajności napędza silnik indukcyjny. Silnik jest zasilany z falownika napięcia. W układzie zastosowano bezpośrednią metodę sterowania momentem i strumieniem z uwzględnieniem minimalizacji strat mocy w silniku indukcyjnym. Do identyfikacji parametrycznej modelu matematycznego napędu elektrycznego zastosowano numeryczną metodę optymalizacji statycznej. Ocenę strat energii dokonano na podstawie pomiarów laboratoryjnych napędu z silnikiem o mocy 2,2kW.

1. WPROWADZENIE

Sterowanie prędkością hydraulicznego elementu wykonawczego wymaga zastosowania w układzie zaworu umożliwiającego ciągłą zmianę natężenia przepływu cieczy roboczej (dławieniowy układ sterowania prędkością) lub pompy wyporowej o zmiennej wydajności (objętościowy układ sterowania prędkością). Z kolei sterowanie siłą – hydraulicznego elementu wykonawczego umożliwiającego ciągłą zmianę ciśnienia cieczy roboczej. Między prędkością tłoczyska lub wału silnika hydraulicznego a natężeniem przepływu zachodzą jednoznaczne (w przybliżeniu proporcjonalne) relacje. Również takie relacje zachodzą między siłą (momentem) a ciśnieniem. Relacje te można wykorzystać do odpowiedniego sterowania silnikiem elektrycznym, napędzającym pompę wyporową.

Układy sterowania dławieniowego charakteryzują się niską sprawnością, co ogranicza ich zastosowanie do niewielkich mocy. Szczególnie niską sprawność mają układy z szeregowym usytuowaniem elementu dławiącego. W układach sterowania objętościowego stosuje się pompy o zmiennej wydajności. Zmiana wydajności może odbywać się poprzez zmianę wydajności jednostkowej pompy, lub poprzez zmianę jej prędkości obrotowej. Takie rozwiązanie zwiększa koszt budowy układu. Rozwój konstrukcji silników elektrycznych, energoelektronicznych przekształtników metod sterowania i mikroprocesorowych systemów sterujących umożliwia efektywne i energooszczędne sterowanie parametrami użytkowymi układów hydraulicznych (Stefański i Sikora, 1998; Stefański, 2000).

W pracy dokonano analizy metody bezpośredniego sterowania strumieniem i momentem silnika indukcyjnego (DTC, *Direct Torque Control*) w układzie sterowania parametrami (natężenia przepływu, ciśnienie) hydraulicznej stacji zasilającej [1, 2]. Analizowano także możliwość podwyższenia sprawności napędu poprzez odpowiednie sterowanie strumieniem stojana silnika (Garcia i inni, 1994; Leidhold i inni, 2002; Mazur i Stefański, 2002).

2. IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MODELU MATEMATYCZNEGO NAPĘDU

Model matematyczny napędu z silnikiem indukcyjnym jest przedstawiany w stacjonarnym lub w wirującym układzie współrzędnych. W stacjonarnym układzie współrzędnych sygnałami wejściowymi silnika są składowe napięcia stojana v_α i v_β , natomiast sygnałami wyjściowymi – prąd stojana (składowe i_α i i_β lub amplituda I) oraz prędkość kątowna ω :

Pomiar prądu stojana oraz prędkości kątowej jest realizowany za pomocą odpowiednich przetworników pomiarowych, zwykle hallotronowych. Zasadniczym problemem jest natomiast pomiar składowych napięć v_α i v_β , gdyż składowe te są sygnałami impulsowymi i ich pomiar wymaga dużej częstotliwości próbkowania, przynajmniej o rząd większej od częstotliwości przełączania tranzystorów. Do identyfikacji parametrycznej napędu zastosowano model matematyczny silnika indukcyjnego w wirującym układzie współrzędnych $d-q$, zorientowanym zgodnie z wektorem napięcia stojana v_s (Rutczyńska-Wdowiak i Stefański, 2008):

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \varphi_d(t) &= \varphi_q(t) \omega_s(t) - R_s i_d(t) + v(t) \\ \frac{d}{dt} \varphi_q(t) &= -\varphi_d(t) \omega_s(t) - R_s i_q(t) \\ \frac{d}{dt} i_d(t) &= a_1 \varphi_d(t) + a_3 \varphi_q(t) \omega_e(t) - a_2 i_d(t) + \\ &\quad + i_q(t) \omega_s(t) - i_q(t) \omega_e(t) + a_3 v(t) \\ \frac{d}{dt} i_q(t) &= -a_3 \varphi_d(t) \omega_e(t) + a_1 \varphi_q(t) - i_d(t) \omega_s(t) + \\ &\quad + i_d(t) \omega_e(t) - a_2 i_q(t) \\ \frac{d}{dt} \omega_e(t) &= \frac{3p^2}{2J} (\varphi_d(t) i_q(t) - \varphi_q(t) i_d(t)) - \frac{p}{J} M_o(t)\end{aligned}\tag{1}$$

przy czym:

$$a_1 = \frac{R_r}{\sigma L_s L_r}, \quad a_2 = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r}, \quad a_3 = \frac{1}{\sigma L_s},$$

$$\sigma = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r}$$

oraz: i_d , i_q i φ_d , φ_q – odpowiednio składowe wektora prądu i strumienia stojana układzie współrzędnych związanym z wektorem napięcia stojana; ω_s – pulsacja synchroniczna; ω_e – elektryczna prędkość kątowna; R_s i L_s – rezystancja i indukcyjność stojana; R_r i L_r – rezystancja i indukcyjność wirnika; L_m – indukcyjność główna; p – liczba par biegunów; J_s – moment bezwładności silnika.

Schemat blokowy obiektu identyfikacji z uwzględnieniem mierzonych sygnałów wejściowych i wyjściowych przedstawia Rys. 1. Sygnałami wejściowymi są: amplituda v wektora napięcia stojana i pulsacja synchroniczna ω_s , natomiast sygnałami wyjściowymi prędkość kątowna ω i amplituda I wektora prądu stojana.



Rys. 1. Obiekt identyfikacji z zaznaczeniem sygnałów wejściowych i wyjściowych

Wartości parametrów modelu matematycznego silnika wyznaczono na podstawie minimalizacji błędu średniokwadratowego amplitudy prądu stojana I oraz prędkości kątownej ω

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\omega(i) - \hat{\omega}(i))^2 + \frac{K}{N} \sum_{i=1}^N (I(i) - \hat{I}(i))^2 \quad (2)$$

przy czym: N – liczba pomiarów; $K=10$ – współczynnik wagowy; symbol „^” oznacza rozwiązanie modelu matematycznego silnika. W procesie identyfikacji wyznaczano parametry modelu matematycznego (1), tj.: J , a_1 , a_2 i a_3 lub parametry schematu zastępczego silnika. Rezystancję stojana R_s wyznaczono za pomocą bezpośredniego pomiaru. Zgodność trajektorii czasowych prądu i prędkości kątownej silnika oraz jego modelu matematycznego oceniano za pomocą współczynników korelacji R_ω prędkości kątownej R_I prądu stojana.

W Tab. 1 i 2 zestawiono wartości identyfikowanych parametrów i współczynników korelacji R , wyznaczone dla odpowiedzi czasowych prądu stojana I i prędkości kątownej ω silnika oraz jego modelu matematycznego na wymuszenia w postaci skokowej zmiany sygnału pobudzającego (zasilanie z sieci trójfazowej), którym była pulsacja synchroniczna ω_s i napięcie stojana v .

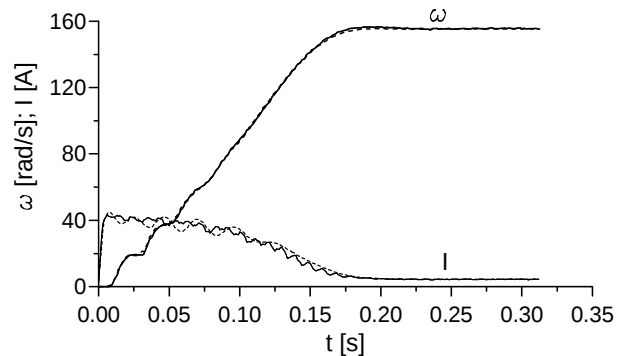
Na Rys. 2. przedstawiono zarejestrowane odpowiedzi czasowe prędkości kątownej ω i prądu stojana I silnika oraz jego modelu matematycznego ($\hat{\omega}$ i $\hat{I}$), dla wyznaczonych w procesie identyfikacji wartości parametrów a_1 , a_2 i a_3 (rozruch sieciowy).

Tab. 1. Wyniki identyfikacji parametrów modelu (1)

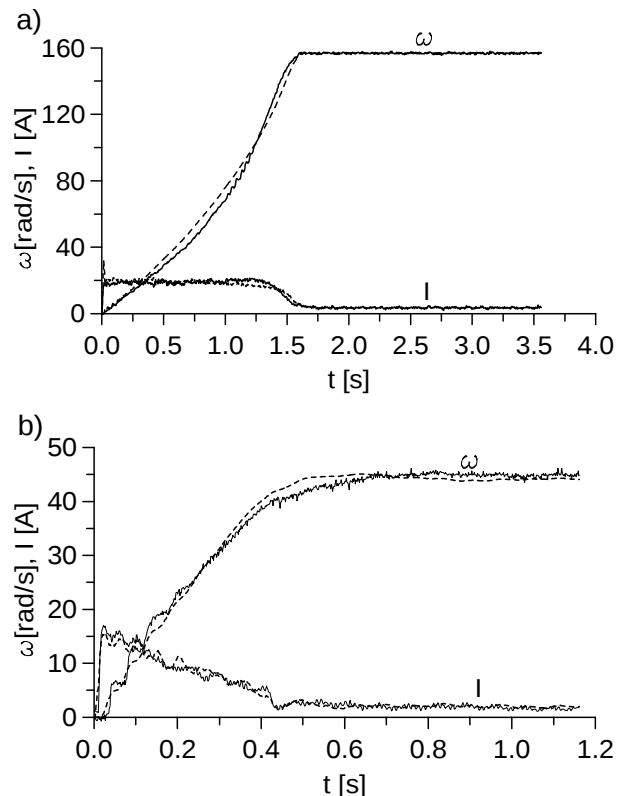
Wartości identyfikowanych parametrów				Współczynnik korelacji	
J [kg·m ²]	a_1	a_2	a_3	R_I	R_ω
0.044	521.4	280.1	54.2	0.973	0.992

Tab. 2. Wyniki identyfikacji parametrów schematu zastępczego

Wartości identyfikowanych parametrów					Współczynnik korelacji	
J [kg·m ²]	R_r [Ω]	L_s [H]	L_r [H]	L_m [H]	R_I	R_ω
0.044	2.47	0.234	0.251	0.222	0.983	0.994



Rys. 2. Porównanie odpowiedzi czasowych prędkości kątownej ω oraz prądu stojana I silnika (linie ciągłe) i jego modelu matematycznego (linie przerywane)



Rys. 3. Porównanie odpowiedzi czasowych prędkości kątownej ω oraz prądu stojana I silnika (linie ciągłe) i jego modelu matematycznego (linie przerywane)

Na Rys. 3. przedstawiono zarejestrowane odpowiedzi czasowe prędkości kątowej ω i prądu stojana I silnika oraz jego modelu matematycznego, dla wyznaczonych w procesie identyfikacji wartości parametrów a_1 , a_2 i a_3 . W czasie eksperymentu pomiarowego silnik zasilano z falownika, wprowadzając skokową zmianę wartości pulsacji synchronicznej $\omega_s=314\text{rad/s}$ (Rys. 3a) oraz $\omega_s=90\text{rad/s}$ (Rys. 3b), przy warunku $v/\omega_s=1$ i $J=0,08\text{ kg}\cdot\text{m}^2$. W wyniku identyfikacji uzyskano wartości identyfikowanych parametrów zbliżone do zestawionych w Tab. 1.

3. METODA BEZPOŚREDNIEGO STEROWANIA STRUMIENIEM I MOMENTEM

W połowie lat osiemdziesiątych ukazały się prace Depenbrocka (1988), które zaprezentowały nową ideę sterowania silnikiem indukcyjnym zasilanym z falownika. W metodzie tej zrezygnowano z transformacji prądu stojana do połowo-zorientowanego układu współrzędnych, a wykorzystano zasadę kształtowania wartości chwilowej momentu poprzez odpowiednią orientację wektora strumienia stojana φ_s w stosunku do wektora strumienia wirnika φ_r . W późniejszych latach opublikowano szereg prac stanowiących analizę lub rozwinięcie metody bezpośredniego sterowania strumieniem i momentem. W metodzie tej nie występują obwody regulacji prądów fazowych stojana.

Moment silnika M może być wyrażony w postaci zależności

$$M = K \varphi_r \varphi_s \sin \gamma \quad (3)$$

przy czym K jest stałą, a γ - kątem między wektorami φ_r i φ_s . Na wartość chwilową momentu ma wpływ wzajemne położenie wektorów strumienia stojana φ_s i wirnika φ_r . Zmiana położenia wektora φ_s odbywa się poprzez zmianę napięcia stojana.

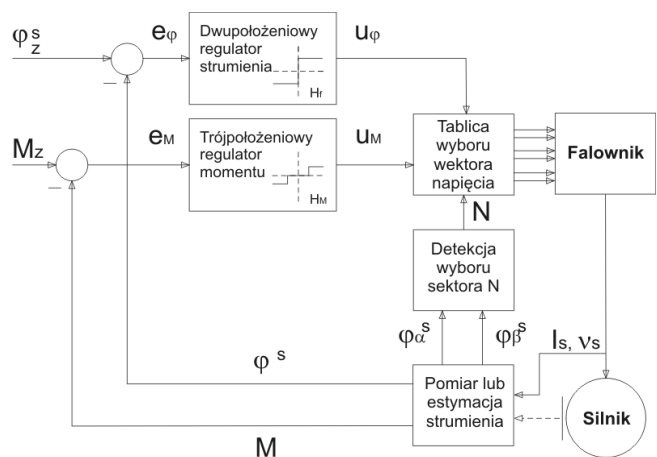
Z modulacji MSI za pomocą metody wektorów przestrzennych wynika (Boldea i Nasar, 1999; Depenbrock, 1988), że moduł wektora przestrzennego napięcia stojana przyjmuje sześć wartości niezerowych (wektory aktywne) i dwie wartości zerowe (wektory zerowe). Zmiana sekwencji wektorów aktywnych powoduje zmianę położenia wektora strumienia stojana, którego koniec kreśli trajektorię w kształcie sześciokąta. Natomiast wektory zerowe nie zmieniają kształtu trajektorii, lecz powodują zatrzymanie wektora strumienia. Ponieważ wektor strumienia wirnika porusza się w sposób ciągły po trajektorii kołowej z prędkością synchroniczną, to zmianę wartości kąta γ można uzyskać zmieniając odpowiednio sekwencję wektorów aktywnych i zerowych.

Zmiana sekwencji wektora aktywnego kolejności zgodnej jest przyczyną szybkiego oddalania się wektora φ_s od wektora φ_r i tym samym wzrostu kąta obciążenia γ , a więc także i momentu M . Wybór wektora zerowego zatrzymuje wektor φ_s , co wobec ciągłego ruchu wektora φ_r powoduje zmniejszenie kąta γ i momentu M . Jeśli czas trwania stanu zerowego będzie odpowiednio długi, wówczas φ_r wyprzedzi φ_s , powodując zmianę znaku kąta γ i momentu M silnika. Załączając cyklicznie odpowiednie

wektory aktywne i zerowe napięcia wyjściowego falownika uzyskuje się możliwość sterowania momentem silnika.

W zakresie małych wartości prędkości kątowej silnika (poniżej 20% wartości nominalnej) ruch wektora strumienia wirnika jest zbyt wolny, aby uzyskać szybką zmianę momentu M . W tym przypadku, zamiast wektora zerowego jest wybierany wektor aktywny kolejności przeciwnej. Natomiast w warunkach osłabienia strumienia, wektory zerowe nie mogą być wybierane. Sterowanie momentem uzyskuje się poprzez przyspieszanie ruchu wektora pola (poprzez wybór wektorów aktywnych kolejności zgodnej) lub poprzez jego opóźnianie (wybór wektorów aktywnych kolejności przeciwnej).

Schemat blokowy napędu falownikowego z bezpośrednim sterowaniem strumieniem i momentem przedstawiono na Rys. 4. Wartości zadane strumienia stojana φ_z^s i momentu M_z są porównywane z wartościami mierzonymi φ^s i M . W torze regulacji strumienia zastosowano regulator dwupołożeniowy z histerezą o szerokości $2H_\varphi$ natomiast w torze regulacji momentu silnika - regulator trójpółosiowy z histerezą o szerokości H_M .



Rys. 4. Schemat blokowy układu bezpośredniego sterowania momentem i strumieniem silnika

Stany wyjściowe regulatora strumienia są określone następująco (Boldea i Nasar, 1999):

$$u_\varphi = 1 \quad \text{dla} \quad e_\varphi > H_\varphi \quad (4)$$

$$u_\varphi = 0 \quad \text{dla} \quad e_\varphi < -H_\varphi \quad (5)$$

Analogicznie dla regulatora momentu

$$u_M = 1 \quad \text{dla} \quad e_M > H_M \quad (6)$$

$$u_M = 0 \quad \text{dla} \quad e_M = 0 \quad (7)$$

$$u_M = -1 \quad \text{dla} \quad e_M < -H_M \quad (8)$$

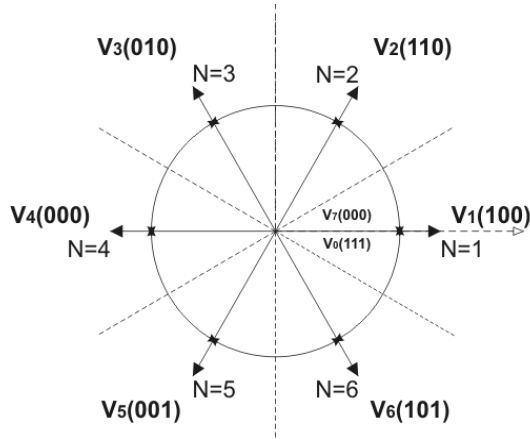
Wybór wektora napięcia odbywa się na podstawie sygnałów wyjściowych regulatorów oraz położenia wektora strumienia. Zmiany położenia wektora strumienia φ_s , w układzie współrzędnych związanym ze stojanem, podzielono na 6 sektorów (Rys. 5) i każdemu z nich przyporządkowano numer od $N=1$ do $N=6$. Każdy sektor obejmuje zakres kątowy zgodnie z zależnością

$$(2N - 3)\pi/6 < \chi(N) \leq (2N - 1)\pi/6 \quad (9)$$

Bieżącą wartość kąta fazowego γ wektora strumienia stojana wyznaczono z zależności

$$\gamma = \arctg(\varphi_\beta / \varphi_\alpha) \quad (10)$$

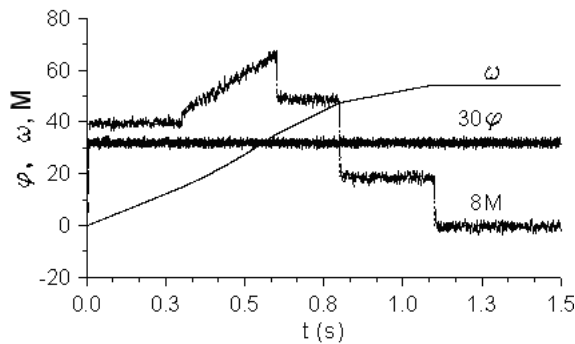
Na podstawie omówionych powyżej zasad zbudowano tablicę kodów wektora napięcia stojana v_s (Tab. 1).



Rys. 5. Wektorowa reprezentacja napięcia stojana i sektory N położenia wektora strumienia stojana φ_s

Tab. 3. Tabela kodów wektora napięcia stojana

u_φ	u_M	N	$N=1$	$N=2$	$N=3$	$N=4$	$N=5$	$N=6$
$u_\varphi=1$	$u_M=1$		$v_2(110)$	$v_3(010)$	$v_4(011)$	$v_5(001)$	$v_6(101)$	$v_1(100)$
	$u_M=0$		$v_7(111)$	$v_0(000)$	$v_7(111)$	$v_0(000)$	$v_7(111)$	$v_0(000)$
	$u_M=-1$		$v_6(101)$	$v_1(100)$	$v_2(110)$	$v_3(010)$	$v_4(011)$	$v_5(001)$
$u_\varphi=0$	$u_M=1$		$v_3(010)$	$v_4(011)$	$v_5(001)$	$v_6(101)$	$v_1(100)$	$v_2(110)$
	$u_M=0$		$v_0(000)$	$v_7(111)$	$v_0(000)$	$v_7(111)$	$v_0(000)$	$v_7(111)$
	$u_M=-1$		$v_5(001)$	$v_6(101)$	$v_1(100)$	$v_2(110)$	$v_3(010)$	$v_4(011)$



Rys. 6. Odpowiedzi czasowe napędu falownikowego sterowanego metodą bezpośrednią (układ z Rys. 4)

Składowe v_α i v_β wektora napięcia stojana v_s wyznaczono z zależności:

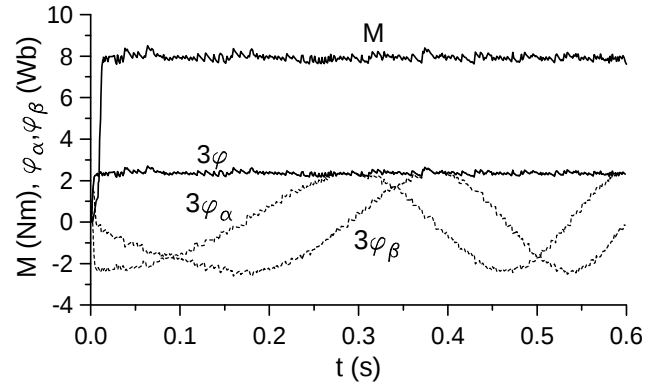
$$v_\alpha = \frac{2}{3} U_o (2s_1 - s_2 - s_3) \quad (11)$$

$$v_\beta = \frac{2}{\sqrt{3}} U_o (s_2 - s_3) \quad (12)$$

gdzie: U_o – napięcie stałe w obwodzie pośredniczącym falownika; s_1, s_2, s_3 – stany załączeń gałęzi falownika (dla napięcia $+U_o$ przyjmują wartości równe 1, natomiast dla napięcia $-U_o$ przyjmują wartości 0).

Rys. 6 przedstawia odpowiedzi czasowe momentu M na zadaną trajektorię M_z (linia przerywana), strumienia stojana φ i prędkości kątowej ω silnika. Analizowana metoda wykazuje dobre właściwości regulacyjne strumienia i momentu. Na właściwości statyczne i dynamiczne tej metody zasadniczy wpływ ma szerokość stref histerezy H_M i H_φ .

Odpowiedzi skokowe momentu i strumienia stojana, uzyskane w czasie eksperymentu laboratoryjnego, zamieszczono na Rys. 7.



Rys. 7. Odpowiedzi czasowe napędu falownikowego sterowanego metodą bezpośrednią (układ z Rys. 4)

Bezpośrednia metoda sterowania momentem i strumieniem zapewnia prawie bezinercyjne sterowanie momentem. W układzie sterowania nie występuje bezpośrednia regulacja prądu stojana silnika. Zamiast pomiaru strumienia i momentu można zastosować estymację tych wielkości. Jednak w tym przypadku jakość regulacji będzie zależała od dokładności identyfikacji modelu matematycznego silnika i uwzględnienia zmian wartości jego parametrów.

Estymacja strumienia silnika może być zrealizowana w różny sposób, np. poprzez zastosowanie modelu napięciowego lub prądowego, obserwatorów, filtru Kalmana lub sieci neuronowych (Boldea i Nasar, 1999; Mazur i Stefański, 2002). Do najprostszych sposobów należy zastosowanie modelu napięciowego (Boldea i Nasar, 1999):

$$\phi_\alpha = \frac{1}{T_N} \int_0^t (v_\alpha - R_s i_\alpha) dt \quad (13)$$

$$\phi_\beta = \frac{1}{T_N} \int_0^t (v_\beta - R_s i_\beta) dt$$

gdzie T_N jest stałą czasową, a i_α i i_β – odpowiednio składowe wektora prądu w układzie współrzędnych związanych ze stojanem.

Z kolei moment elektromagnetyczny silnika może być wyznaczony z zależności

$$M = 1,5 p (\phi_\alpha i_\beta - \phi_\beta i_\alpha) \quad (14)$$

lub

$$M = \frac{U_o I_o}{\omega} \quad (15)$$

przy czym: U_o – napięcie na wyjściu prostownika, I_o – prąd na wyjściu prostownika.

4. STEROWANIE MINIMALIZUJĄCE STRATY SILNIKA

Wysoką jakość sterowania można osiągnąć stosując niezależne sterowanie momentem i strumieniem silnika indukcyjnego. Algorytm minimalizujący straty mocy w silniku indukcyjnym bazuje na utrzymywaniu właściwej równowagi między stratami w miedzi i żelazie. Równowaga ta jest realizowana poprzez kontrolę strumienia magnetycznego silnika indukcyjnego. Problem sterowania momentem i prędkością kątową napędu falownikowego, minimalizującego straty mocy w silniku, analizowano w (Garcia i inni, 1994; Leidhold i inni, 2002; Mazur i Stefański, 2002).

Równanie opisujące optymalną wartość prądu magnesującego i_{ds} , ze względu na minimalizację strat mocy w stanie ustalonym prędkości kątowej, ma postać (Mazur i Stefański, 2002):

$$i_{ds} = \sqrt{\frac{M_z}{pL_d}} \sqrt{\frac{R_q}{R_d(\omega)}} \quad (16)$$

a składowa bierna prądu i_{qs} :

$$i_{qs} = \frac{M_z}{pL_d i_{ds}} \quad (17)$$

gdzie:

$$R_q = R_s + \frac{R_{qls} R_r}{R_{qls} + R_r}, \quad R_d(\omega) = R_s + \frac{L_d^2}{R_{qls} + R_r} \omega^2$$

przy czym: R_{qls} – rezystancja reprezentująca straty w żelazie stojana dla współrzędnej q ; ω – prędkość kątowa wirnika; L_d – indukcyjność wzajemna w wirującym układzie współrzędnych d - q ; i_{ds} , i_{qs} – składowe wektora prądu stojana w wirującym układzie d - q ; M_z – zadana wartość momentu elektrycznego silnika.

Uwzględniając, że:

$$\varphi_{ds} = \frac{L_s \varphi_{dr}}{L_m}, \quad \varphi_{dr} = L_m i_{ds} \quad (18)$$

stąd

$$\varphi_{ds} = L_s i_{ds} \quad (19)$$

oraz

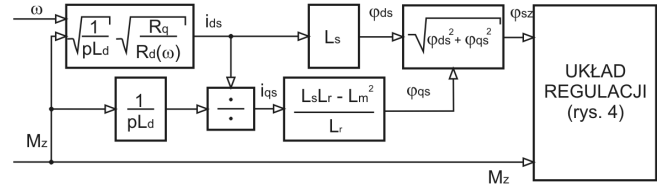
$$\varphi_{qs} = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_r} i_{qs} \quad (20)$$

a stąd

$$\varphi = \sqrt{\varphi_{ds}^2 + \varphi_{qs}^2} \quad (21)$$

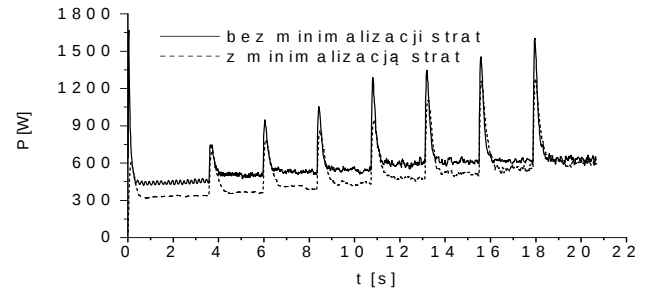
gdzie φ_{ds} , φ_{qs} – składowe wektora strumienia stojana w wirującym układzie d - q .

Na Rys. 8 przedstawiono schemat blokowy układu regulacji prędkości kątowej z minimalizacją strat mocy silnika.

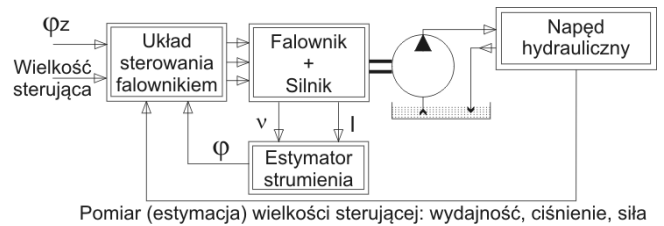


Rys. 8. Schemat blokowy układu regulacji prędkości kątowej silnika z minimalizacją strat mocy

Na Rys. 9 przedstawiono zarejestrowane przebiegi czasowe mocy pobieranej przez silnik i falownik. Przebiegi te otrzymano w wyniku pobudzenia układu skokowymi przyrostami prędkości kątowej wynoszącymi 20 rad/s (Mazur i Stefański, 2002)



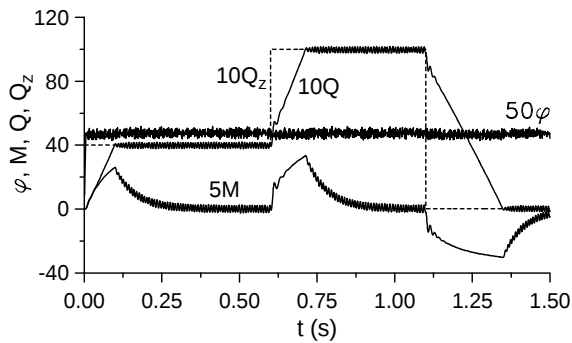
Rys. 9. Przebiegi czasowe mocy pobieranej przez falownik i silnik dla skokowego pobudzenia układu regulacji przy momencie obciążenia $M_{obc} = 1$ Nm.



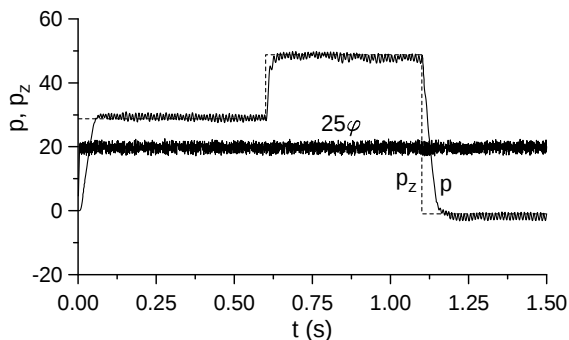
Rys. 10. Schemat blokowy układu sterowania

Na bazie struktury przedstawionej na Rys. 4 można konfigurować różne układy sterowania. I tak, jeśli zamiast momentu wprowadzi się takie wielkości, jak: ciśnienie, siła, prędkość lub natężenie przepływu, to uzyska się możliwość regulacji tych wielkości (Rys.10). Na Rys. 11 i Rys. 12 zamieszczono odpowiednio przebiegi czasowe regulacji ciśnienia p (siły) oraz wydajności Q pompy (indeksy z – wartości zadane). W symulacji przyjęto parametry silnika

zamieszczone w tabeli 1 oraz założono, że wydajność pompy jest proporcjonalna do prędkości kątowej silnika.

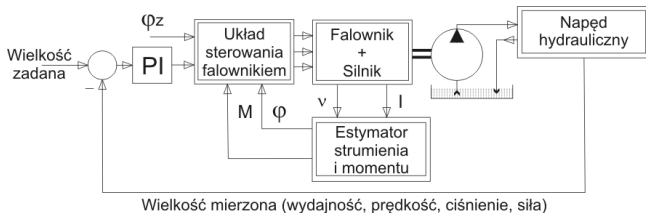


Rys. 11. Przebiegi czasowe sterowania wydajnością pompy

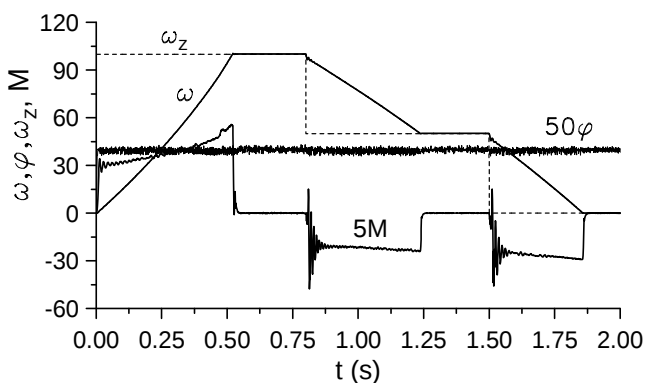


Rys. 12. Przebiegi czasowe sterowania ciśnieniem

Dokładniejsze sterowanie tymi wielkościami można uzyskać w układzie regulacji (Rys. 13), np. z regulatorem typu PI. Odpowiedzi czasowe regulacji prędkości kątowej silnika (wydajności pompy) zamieszczono na Rys. 14.



Rys. 13. Schemat blokowy układu sterowania z regulatorem PI

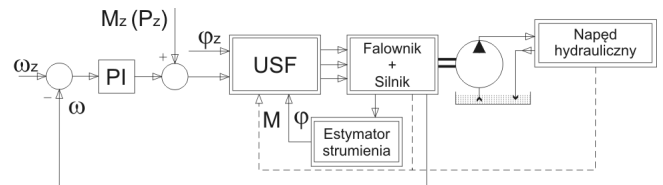


Rys. 14. Przebiegi czasowe układu regulacji prędkości kątowej silnika (wydajności pompy)

Sterowanie momentem (ciśnieniem) może być realizowane w dwóch przypadkach:

- opór technologiczny, a więc i ciśnienie w elemencie wykonawczym układu hydraulicznego (siłownika, silnika hydraulicznego) jest funkcją prędkości kątowej silnika;
- opór technologiczny elementu wykonawczego układu hydraulicznego nie zależy od prędkości kątowej silnika.

W pierwszym przypadku (np. napęd pojazdu) sterowanie momentem (ciśnieniem) może odbywać się według zasady zamieszczonej na Rys. 4 lub Rys. 13. Natomiast w drugim przypadku (np. napęd prasy) wystąpiłyby niekorzystne warunki pracy silnika, np. duża wartość momentu lub ciśnienia przy małej prędkości silnika. Wówczas sterowanie momentem lub ciśnieniem może być zrealizowane w układzie przedstawionym na Rys. 15. Przy ustalonej prędkości silnika ω jest zadawana wartość momentu M_z lub siły P_z .



Rys. 15. Schemat blokowy układu sterowania

5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono problem bezpośredniego sterowania momentem i strumieniem silnika indukcyjnego, zasilanego z falownika napięcia. Analizowano zastosowanie tego układu do napędu hydraulicznej stacji zasilającej. Zaproponowano także algorytm minimalizujący straty mocy w silniku, w wyniku odpowiedniego sterowania strumieniem silnika w funkcji momentu. W wyniku przeprowadzonej analizy stwierdzono że:

- zastosowanie metody DTC zapewnia praktycznie bezinercyjne sterowanie momentem silnika,
- sterowanie wydajnością i ciśnieniem pompy może być zrealizowane bez dodatkowej pętli związanej z regulacją prędkości kątowej silnika,
- regulacja prędkości jest niezbędna w przypadku, gdy opór technologiczny nie jest funkcją prędkości,
- zastosowanie algorytmu minimalizującego straty mocy w silniku obniża straty mocy silnika.

LITERATURA

1. **Boldea I., Nasar S. A.** (1999), *Electric Drives*, CRC Press LLC.
2. **Depenbrock M.** (1988), Direct self control of inverter-fed induction machine, *IEEE trans. On Power Electr.*, No. 4, 420-429.
3. **Garcia G. O., Mendes Luis J. C., Stephan R. M., Watanabe E. H.** (1994), An efficient Controller for an adjustable speed induction motor drive, *IEEE Trans. on Industry Electr.*, Vol. 41, No. 5, 533-539.

4. **Leidhold R., Garcia G., Valla M.** (2002), Field-oriented controlled induction generator with loss minimization, *IEEE Trans. on Industry Electr.*, Vol. 49, No. 1, 147-155.
5. **Mazur J., Stefański T.** (2002), Sterowanie napędem falownikowym z minimalizacją strat mocy silnika indukcyjnego, *Mat. XIV Krajowa Konferencja Automatyki*, 1053-1058.
6. **Rutczyńska-Wdowiak, Stefański T.** (2008), Dwuetałowa procedura minimalizacji wskaźnika jakości w identyfikacji modelu matematycznego silnika indukcyjnego, *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, Nr 7, 436-439.
7. **Stefański T.** (2000), Adaptive control of electrohydraulic system with damping of load mass vibration, *Proc. Int. Conference on Mechatronics*, Warszawa, 141-144.
8. **Stefański T., Sikora K.** (1998), Open-loop adaptive control of electrohydraulic position system, *Proc. 13th Int. Conference on Mathematical Theory of Networks and Systems*, Padwa, 1083-1086.

ENERGY-SAVING HYDRAULIC DRIVE WITH VOLTAGE INVERTER-FED INDUCTION MOTOR

Abstract: The analysis of problems regarding mathematical modelling and flow control of hydraulic power station, where constant displacement pump is powered by inverter-fed brushless DC motor, was carried out. The motor is powered by voltage inverter. Direct torque and flux control method, bearing in mind minimization of power losses in the induction motor, was applied in the control system. The numerical Box's method of static optimisation was applied in parametric identification of the motor mathematical model. Energy loss evaluation was based on laboratory measurements of inverter-fed induction motor drive (2.2 kW).

ANALIZA OBCIĄŻEŃ ZESPOŁU PODAJĄCO-TNĄCEGO W PRASIE ZWIJAJĄCEJ

Andrzej A. STĘPNIEWSKI*, Dariusz KASPEREK**

*Katedra Podstaw Techniki, Wydział Inżynierii Produkcji,
Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie, ul. Doświadczalna 50 A, 20-280 Lublin

**SIPMA S.A., ul. Budowlana 26, 20-469 Lublin

andrzej.stepniewski@up.lublin.pl, dkasperek@sipma.pl

Streszczenie: W pracy podjęto próbę zidentyfikowania obciążeń mających wpływ na zapotrzebowanie energetyczne podczas cięcia materiału (trawa, siano, słoma) w prasach zwijających. Dla zadanych parametrów geometrycznych noża i parametrów wytrzymałościowych materiału, wyznaczono przebieg reakcji zgniatania, a następnie cięcia materiału. Dla rzeczywistych wymiarów geometrycznych zespołu podająco-tnącego, wyznaczono przebiegi wartości elementarnych reakcji prostopadłych, działających wzdłuż linii ostrza, a następnie wartości elementarnych momentów sił obciążających układ napędowy zespołu oraz przebieg pracy zgniatania i cięcia materiału, jako funkcji kąta obrotu wału zabieraka. Określono głównie parametry wytrzymałościowe materiału i geometryczne zespołu tnącego mające zasadniczy wpływ na wartość pracy cięcia.

1. WPROWADZENIE

Dzięki swej prostocie oraz korzyściom ekonomicznym, technologia zbioru słomy, siana i zielonek na sianokiszonkę jest już powszechna na całym świecie. SIPMA S.A. w Lublinie rozpowszechniła tę technologię w Polsce, oferując wiele modeli ciągle ulepszanych pras zwijających do słomy, siana i sianokiszonki – Rys. 1.

SIPMA S.A. posiada duże doświadczenie w produkcji pras zwijających różnych typów. Są to serie CLASSIC, FARMA, FARMA II, POWER CUT, które różnią się:

- średnicą i rodzajem komory zwijania;
- szerokością podbieracza;
- sposobem wprowadzania materiału do komory (siekacz w serii POWER CUT);
- rodzajem blokady komory;
- wyposażeniem;
- wydajnością.



Rys. 1. Prasa Z-599 (materiały SIPMA)

System POWER CUT w prasach zwijających, polega na cięciu zbieranego materiału przed prasowaniem. Pocięty materiał lepiej wypełnia komorę zwijania i dzięki temu uzyskuje się większy stopień zgniotu beli, co polepsza proces zakiszania i gwarantuje lepszą jakość sianokiszonki. Sprasowane bele pociętego materiału są łatwiejsze do rozdrobnienia w wozach paszowych. Przygotowana w ten sposób pasza, ze względu na lepsze zakiszenie i rozdrobnienie jest bardziej przyswajana przez zwierzęta.

Każdy nóż tnący wyposażony jest w niezależny system zabezpieczenia przed uszkodzeniem, a prosty sposób demontażu wybranych noży, pozwala łatwo regulować długość cięcia. Wszystkie noże umocowane są na ramie sterowanej siłownikami hydraulicznymi, co umożliwia wyłączenie siekacza, gdy zbierany materiał nie wymaga rozdrobnienia (materiały SIPMA).

Zespół podająco - tnący składa się z typowego podbieracza (Kanafojski, 1980), transportującego materiał do komory wstępnego prasowania. Wstępne sprasowanie materiału uzyskuje się dzięki dociskowi z góry przez odpowiednio ukształtowaną belkę dociskową lub obrotowy wałek, które są połączone z rusztem dociskającym zbierany materiał nad podbieraczem, umocowanym zawiasowo z obudową maszyny. Rotacyjny zespół podająco - tnący podwyższa zdolność transportowania materiału i zwiększa wydajność maszyny. Wirujący zabierak z 11 tarczami o trzech „zębach” transportujących, przesuwając materiał ku górze po dwóch powierzchniach nachylonych względem siebie pod kątem około 120° ze szczelinowymi wycięciami, przez które wysuwane są noże tnące, Rys. 2. Materiał trafiający na nieruchome ostrza jest cięty na odcinki.

Zespół podająco-tnący charakteryzuje się znacznym zapotrzebowaniem energetycznym, co jest zjawiskiem niepożądanym, ze względu na konieczność stosowania ciągników dysponujących mocą powyżej 80kW.



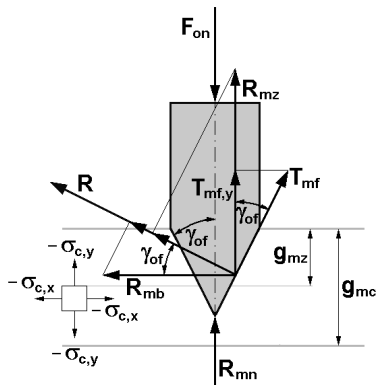
Rys. 2. Zespół podająco-tnący (materiały SIPMA)

Energochłonność maszyn wynika z zapotrzebowania energetycznego potrzebnego do pokonania oporów użytecznych, koniecznych do wykonania określonej pracy i pokonania bezużytecznych oporów ruchu (Żuk i Rode, 1992). Rozwiązanie problemu zmniejszenia energochłonności, sprowadza się do określenia sił oraz pracy momentów sił biernych, a następnie zminimalizowania oporów bezużytecznych związanych z pracą sił tarcia.

Celem niniejszej pracy jest wykonanie analizy obciążeń stosowanego zespołu podająco - tnącego, mających wpływ na zapotrzebowanie energetyczne.

2. REAKCJA CIĘTEGO MATERIAŁU

Rozkład sił działających na ostrze w przekroju poprzecznym przedstawiono na Rys. 3.



Rys. 3. Geometria obciążenia ostrza w przekroju poprzecznym

Do wprowadzenia w ruch ostrza w głąb materiału ciętego, konieczne jest spełnienie warunku (Kanafojski, 1980, Żuk, 2007)

$$F_{on} > R_{mn} + 2(R_{mz} + T_{mf,y}), \quad (1)$$

gdzie: F_{on} – siła czynna nacisku noża [N], R_{mn} – reakcja cięcia materiału prostopadła do linii ostrza [N], R_{mz} – reakcja zgniatanego materiału [N], $T_{mf,y}$ – składowa pionowa siły tarcia materiału ciętego o fazę noża [N].

Na podstawie rysunku

$$R = R_{mb} \cos \gamma_{of} + R_{mz} \sin \gamma_{of}, \quad (2)$$

gdzie: R_{mb} – reakcja pozioma nacisku ciętego materiału na powierzchnię fazy noża [N], γ_{of} – kąt fazy noża [rad].

Przyjmując uproszczony, columbowski model tarcia

$$T_{mf,y} = \mu_{mf} R \cos \gamma_{of}, \quad (3)$$

gdzie: μ_{mf} – współczynnik tarcia materiału ciętego o powierzchnię fazy noża, czyli, po uwzględnieniu (2)

$$T_{mf,y} = \mu_{mf} \left(R_{mb} \cos^2 \gamma_{of} + R_{mz} \frac{\sin 2\gamma_{of}}{2} \right). \quad (4)$$

Pominięto siłę tarcia noża o materiał powyżej fazy noża.

Przyjęto, że reakcja ciętego materiału zwiększa się proporcjonalnie wraz z polem przekroju cięcia

$$dR_{mn} = k_{mt} ds_{mt}, \quad (5)$$

czyli

$$R_{mn} = k_{mt} l_o g_{mt} = k_{mt} l_o (x - g_{mz}), \quad x > g_{mz}, \quad (6)$$

gdzie: k_{mt} – wytrzymałość materiału ciętego na ścinanie [MPa], s_{mt} – pole powierzchni ściętej warstwy materiału [m²], l_o – długość czynna ostrza noża [m], g_{mz} – grubość zgniezionej warstwy materiału [m], g_{mt} – grubość warstwy materiału po zgnieceniu (ciętej) [m], x – „droga wejścia” ostrza w materiał cięty [m],

Zakładając, że zgmiot materiału jest sprężysty, można wykorzystać prawo Hooke’a

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_{c,y}}{E_m} = \frac{g_{mz}}{g_{mc}}, \quad \text{przy czym } \sigma_{c,y} = \frac{R_{mz}}{s_{mz,x}}, \quad (7)$$

gdzie: E_m – moduł Younga materiału ciętego [MPa], g_{mc} – grubość warstwy materiału przed zgnieceniem [m], $s_{mz,x}$ – rzut pola powierzchni zgniatanego materiału na płaszczyznę poziomą [m²], ε_y – przemieszczenie względne powierzchni zgniatającej w kierunku pionowym, $\sigma_{c,y}$ – składowa naprężenia ściskającego w kierunku pionowym [MPa].

Przyrost pionowej reakcji zgniatanego materiału jest proporcjonalny do pola powierzchni naciskającej, zrzutowanej na płaszczyznę poziomą

$$dR_{mz} = \sigma_{c,y} ds_{mz,x} = E_m \varepsilon_y ds_{mz,x}, \quad (8)$$

więc

$$dR_{mz} = E_m \varepsilon_y l_o \tan \gamma_{of} dg_{mz} = E_m \frac{g_{mz}}{g_{mc}} l_o \tan \gamma_{of} dg_{mz}, \quad (9)$$

czyli

$$R_{mz} = \frac{E_m l_o \tan \gamma_{of}}{g_{mc}} \int_0^{g_{mz}} g_{mz} dg_{mz} = \frac{E_m l_o g_{mz}^2 \tan \gamma_{of}}{2 g_{mc}}. \quad (10)$$

Przyrost poziomej reakcji zgniatanego materiału jest proporcjonalny do pola powierzchni naciskającej zrzutowanej na płaszczyznę pionową

$$dR_{mb} = \sigma_{c,x} ds_{mz,y} = E_m \varepsilon_x ds_{mz,y} = E_m \varepsilon_x l_o dg_{mz}, \quad (11)$$

gdzie: $s_{mz,y}$ – rzut pola powierzchni zgniatanego materiału na płaszczyznę pionową [m²], ε_x – przemieszczenie

nie względne powierzchni zgniatającej w kierunku poziomym, $\sigma_{c,x}$ – składowa naprężenia ściskającego w kierunku poziomym [MPa].

Wiedząc, że (Jastrzębski i inni, 1986, Wolny i Siemieniec, 2002)

$$\varepsilon_x = v_m \varepsilon_y = v_m \frac{g_{mz}}{g_{mc}}, \quad (12)$$

gdzie: ν_m – współczynnik Poissona materiału ciętego,
otrzymuje się

$$dR_{mb} = E_m v_m \frac{g_{mz}}{g_{mc}} l_o dg_{mz} , \quad (13)$$

czyli

$$R_{mb} = \frac{E_m \nu_m l_o}{g_{mc}} \int_0^{g_{mc}} g_{mz} dg_{mz} = \frac{E_m \nu_m l_o g_{mz}^2}{2g_{mc}}. \quad (14)$$

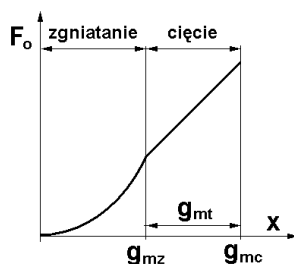
Po podstawieniu zależności (4), (6) i (10) do zależności (1) otrzymuje się

$$F_{on}[g_{mz}(t), g_{mt}(t)] > I_o \left[k_{mt} g_{mt}(t) + \frac{E_m g_{mz}^2(t)}{g_{mc}} k_{mf} \right], \quad (15)$$

gdzie

$$k_{mf} = \tan \gamma_{of} \left(1 + \frac{\mu_{mf}}{2} \sin 2\gamma_{of} \right) + \mu_{mf} \nu_m \cos^2 \gamma_{of} . \quad (16)$$

Całkowita siła bierna, inaczej – całkowita reakcja materiału na ostrze, składa się z dwóch podstawowych składników – zależnego od kwadratu drogi ruchu narzędzia (reakcja zgniatania) i zależnego wprost proporcjonalnie od przemieszczenia narzędzia (reakcja cięcia). Przebieg tej siły, jako funkcji przemieszczenia narzędzia tnącego przez materiał x – Rys. 4, przy uwzględnieniu zależności (15) można opisać następująco



Rys. 4. Przebieg siły zgniatania i cięcia

$$R_{mn}(x) = I_o \left\{ 0,5a_1x^2[1 - \text{sgn } x_1] + \right. \\ \left. - 0,25[1 + \text{sgn } x_1][\text{sgn}(x - g_{mc}) - 1]a_2x_1 + a_1g_{mz}^2 \right\} \quad (17)$$

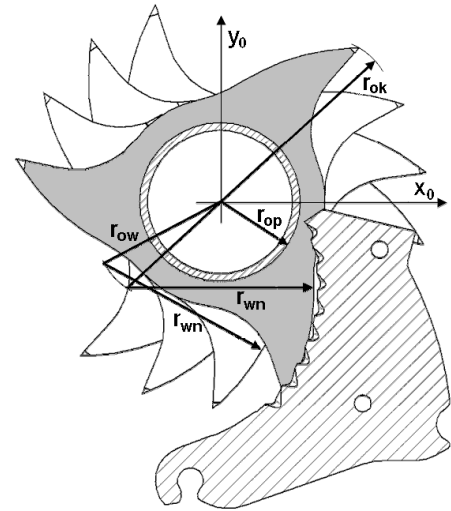
gdzie: $x = (g_{mc} - s) \text{sgn}[\text{sgn}(g_{mc} - s) + 1] \text{sgn } s$,

$$x_1 = (x - g_{mz}), \quad a_1 = \frac{E_m k_{mf}}{g_{mc}}, \quad a_2 = k_{mt}, \quad (18)$$

s – grubość warstwy materiału pomiędzy krawędzią noża a krawędzią dociskająca „zęba”.

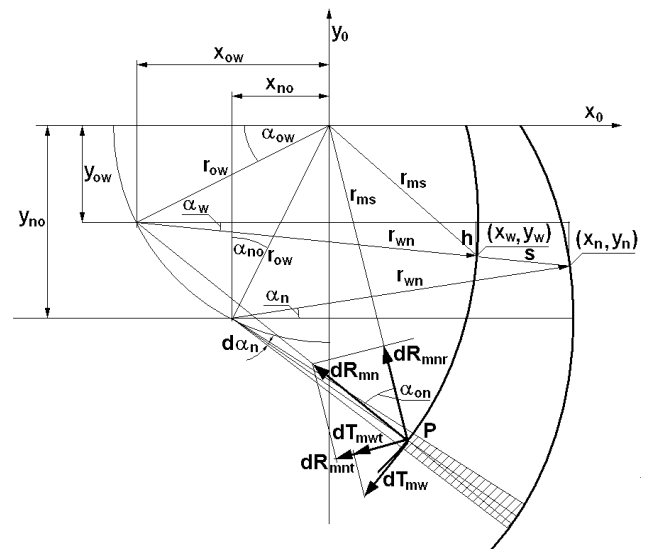
3. OBCIĄŻENIA ZESPOŁU TNAĆCEGO

Stosowany zespół tnący składa się z wirnika podającego zbudowanego z 11 tarcz z „zębami” podającymi rozmieszczonymi na obwodzie co 120° – Rys. 5.



Rys. 5. Zespół podająco-tnący (materiały SIPMA)

Geometrię zespołu tnącego, przy uwzględnieniu analogicznych wymiarów podanych na rysunku 5 przedstawiono na Rys. 6.



Rys. 6. Geometria zespołu tnącego

Na podstawie rysunku można zapisać

$$\begin{aligned}(r_{wn} + s) \cos \alpha_w &= -x_{no} + r_{wn} \cos \alpha_n - r_{ow} \cos \alpha_{ow} = b_x, \\(r_{wn} + s) \sin \alpha_w &= -y_{no} + r_{wn} \sin \alpha_n - r_{ow} \sin \alpha_{ow} = b_y, \quad (19)\end{aligned}$$

Po podniesieniu obu równań do kwadratu i dodaniu do siebie stronami otrzymuje się

$$s = \sqrt{b_x^2 + b_y^2} - r_{wn}. \quad (20)$$

Po wykonaniu działań pod pierwiastkiem przy uwzględnieniu zależności (19) oraz wykorzystując właściwości równania harmonicznego (Piszczek i Walczak 1982), równanie (20) można przedstawić w innej, dogodniejszej formie

$$s = \sqrt{C_1 + C_2 b - C_3 \sin(\alpha_{ow} + \alpha_{no})} - r_{wn}, \quad (21)$$

gdzie

$$\begin{aligned} b &= \cos(\alpha_n - \alpha_{ow}) - \sin(\alpha_n + \alpha_{no}), \\ C_1 &= r_{wn}^2 + r_{ow}^2 + x_{on}^2 + y_{on}^2 = r_{wn}^2 + 2r_{ow}^2, \\ C_2 &= 2r_{wn}r_{ow}, \quad C_3 = 2r_{ow}^2. \end{aligned}$$

Ramię działania sił elementarnych dR_{mnt} i dT_{mwt} względem osi wirnika można określić na podstawie twierdzenia cosinusów

$$r_{ms} = \sqrt{r_{ow}^2 + (r_{wn} - s)^2 - 2r_{ow}(r_{wn} - s)\sin(\alpha_{no} + \alpha_n)}. \quad (22)$$

Wartość momentu siły obciążającej w punkcie P określa zależność

$$dM_{obc,P} = r_{ms}(dR_{mnt} + dT_{mwt}), \quad (23)$$

czyli

$$dM_{obc,P} = r_{ms}(dR_{mn} \sin \alpha_{on} + dT_{mw} \cos \alpha_{on}). \quad (24)$$

Wiedząc, że

$$dT_{mw} = \mu_{mz} dR_{mn}, \quad (25)$$

oraz wykorzystując zależności na harmonikach otrzymuje się

$$dM_{obc,P} = \mu_{mz} r_{ms} dR_{mn} \sin(\alpha_{on} + \operatorname{atan} \mu_{mz}), \quad (26)$$

gdzie

$$\cos \alpha_{on} = \frac{r_{wn}^2 + r_{ms}^2 - r_{ow}^2}{2r_{wn}r_{ms}}. \quad (27)$$

Moment sił obciążających jeden „zęb” podający $M_{obc,z1}$ jest funkcją kątów α_n , od którego zależy położenie punktu przyłożenia siły i kąta obrotu wirnika α_{ow} czyli

$$M_{obc,z1}(\alpha_{ow}) = \mu_{mz} \int_{\alpha_{n,p}}^{\alpha_{n,k}} r_{ms} R_{mn} \sin(\alpha_{on} + \operatorname{atan} \mu_{mz}) d\alpha_n. \quad (28)$$

Uwzględniając wyprowadzone zależności, wartość momentu obciążającego można określić w formie dostosowanej do całkowania numerycznego, w którym określone poniżej działania wykonywane są dla każdej, przyjętej z odpowiednim krokiem wartości kąta α_{ow} .

$$dM_{obc}(\alpha_{ow}, \alpha_n) = \mu_{mz} r_{ms} dR_{mn} \sin(\alpha_{on} + \operatorname{atan} \mu_{mz}) \quad (29)$$

Siłę obciążenia pojedynczego noża na całej długości ostrza $R_{mn,z1}$, moment tej siły $M_{obc,z1}$ oraz pracę cięcia $W_{mt,z1}$ oblicza się wg zależności

$$R_{mn,z1}(\alpha_{ow}) = \sum_{k_1=1}^n dR_{mn}(d\alpha_n, \alpha_{ow}), \quad (30)$$

$$M_{obc,z1}(\alpha_{ow}) = \sum_{k_1=1}^n dM_{obc}(\alpha_n, \alpha_{ow}), \quad (31)$$

$$W_{mt,z1}(\alpha_{ow}) = \sum_{k_1=1}^n M_{obc,z1}(\alpha_{ow}) d\alpha_{ow}, \quad (32)$$

gdzie dla każdej wartości kąta α_{ow}

$$\alpha_{ow} = \alpha_{owp} + k_1 \cdot d\alpha_{ow}, \quad (33)$$

zmienianego k_1 krotnie z krokiem $d\alpha_{ow}$ od wartości początkowej α_{owp} do wartości końcowej α_{owk}

$$\alpha_{owk} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{no}, \quad (34)$$

oblicza się każdorazowo sumowania dla pełnego zakresu kąta α_n od wartości początkowej α_{np} do wartości końcowej α_{nk} z krokiem $d\alpha_n$ zmienianym k_2 krotnie

$$\alpha_n = \alpha_{np} + k_2 \cdot d\alpha_n, \text{ przy czym } dl_o = r_{wn} d\alpha_n \quad (35)$$

Całkowity moment sił obciążających zależy od całkowitej liczby pracujących noży będących w różnych fazach cięcia.

4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Na podstawie wyprowadzonych zależności napisany został program obliczeniowy w dialekcie kompilatora Quick Basic 4.5. Wartości liczbowych parametrów geometrycznych zespołu podająco – tnącego i parametrów wytrzymałościowych materiału ciętego podano w tabeli 1.

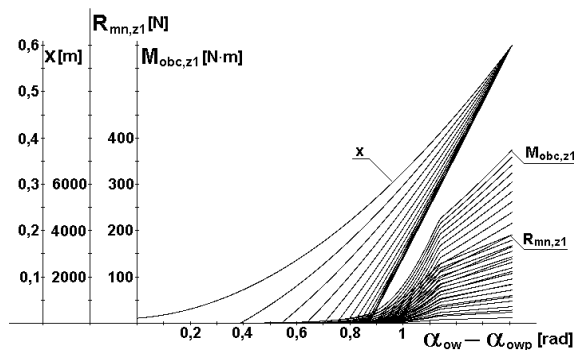
Tab. 1. Wartości liczbowe parametrów wytrzymałościowych i geometrycznych

Nazwa wielkości	Oznaczenie	Wartość	Jednostka
Moduł Younga materiału ciętego	E_m	$2 \cdot 10^6$	Pa
Grubość całkowita	g_{mc}	0,06	m
Grubość zgnieciona	g_{mz}	0,03	m
Wytrzymałość materiału na ścinanie	k_{mt}	$0,2 \cdot 10^6$	Pa
Promień wg Rys. 5	r_{ow}	0,113	m
Promień ostrza noża i „zęba”	r_{wn}	0,165	m
Współrzędna pozioma środka promienia krzywizny ostrza noża	x_{no}	-0,07	m
Współrzędna pionowa środka promienia krzywizny ostrza noża	y_{no}	-0,09	m
wg Rys. 5	α_{nk}	-6	°
wg Rys. 5	α_{np}	-65	°
Kąt fazy noża	γ_{of}	12	°
Współczynnik tarcia materiał – ostrze	μ_{mf}	0,6	-
Współczynnik tarcia materiał – „zęb”	μ_{mz}	0,6	-
Współczynnik Poissona materiału ciętego	ν_m	0,2	-

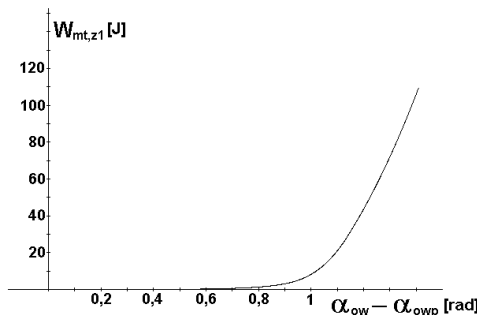
Dane wytrzymałościowe i wymiary (Materiały SIPMA).

Wykonano obliczenia wartości elementarnych przemieszczeń pojedynczego noża w materiale ciętym, wartości

elementarnych reakcji prostopadłych, działających wzdłuż linii ostrza, wartości elementarnych momentów sił obciążających wał zabieraka oraz przebieg pracy cięcia, jako funkcji kąta obrotu wału zabieraka. Wyniki obliczeń przedstawione zostały na Rys. 7 i 8.



Rys. 7. Przebiegi elementarnych przemieszczeń noża w materiale, reakcji prostopadłych do linii ostrza i momentu sił obciążających, jako funkcji kąta obrotu wału zabieraka



Rys. 8. Przebieg pracy zgniatania i cięcia, jako funkcji kąta obrotu wału zabieraka

Kolejne punkty przecięć przebiegów zamieszczonych na Rys. 7 z linią równoległą do osi rzędnych poprowadzoną dla danego kąta $\alpha_{ow} - \alpha_{owp}$ oznaczają:

- dla x – głębokości wcięć w materiał poszczególnych długości warstw elementarnych,
- dla $R_{mn,z1}$ – kolejne sumowania wartości reakcji prostopadłych do ostrza poszczególnych warstw elementarnych, przy czym największa wartość dotyczy całej długości ostrza (przebieg o najwyższym położeniu),
- dla $M_{obc,z1}$ – kolejne sumowania wartości momentów sił reakcji związanych z cięciem i tarciem poszczególnych warstw elementarnych, przy czym największa wartość dotyczy całej długości ostrza (przebieg o najwyższym położeniu – wartość sumaryczna dla całej długości ostrza).

5. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonej analizy teoretycznej cięcia można sformułować następujące wnioski:

- Należy dążyć do możliwie jak największego wstępnego zgniecia materiału ciętego przed wprowadzeniem do zespołu tnącego, ponieważ siła zgniatania wzrasta

w kwadracie grubości warstwy zgniatanej.

- Praca cięcia zależy wprost proporcjonalnie od długości ostrza i kwadratu głębokości cięcia.

Na podstawie przeprowadzonej analizy stosowanego rozwiązania zespołu tnącego można sformułować następujące wnioski:

- Stosowana geometria „zęba” podającego nie zapewnia korzystnego rozkładu sił, powstaje dodatkowa siła tarcia „zęba” podającego o materiał, zmniejszeniu ulega siła czynna cięcia.
- Docinanie końcowe materiału odbywa się w położeniu kątowym „zęba” ok. 25° , na całej długości ostrza, w którym działa siła odśrodkowa, co może powodować wyrzucanie materiału poza zasięg „zęba” podającego powodując zwiększenie sił tarcia transportowanego materiału o komorę nożową.
- Rozkład sił działających na krawędź noża jest nierównomiernie rozłożony, co może powodować szybkie tępienie się ostrza górnej części noża.
- Zmniejszenie obciążeń zespołu podającego - tnącego można uzyskać poprzez zmianę geometrii „zębów” podających i noża oraz zmianę usytuowania wirnika względem transportowanej do cięcia warstwy materiału.

LITERATURA

1. **Kanafojski Cz.** (1980), *Teoria i konstrukcja maszyn rolniczych*, PWRiL, Warszawa.
2. **Piszczyk K., Walczak J.** (1982), *Drgania w budowie maszyn*, PWN, Warszawa.
3. **Jastrzębski P., Mutermilch J., Orłowski W.** (1986), *Wytrzymałość materiałów*, T. 1 i 2. Arkady, Warszawa.
4. **Wolny S., Siemieniec A.** (2002), *Wytrzymałość materiałów, Część 1., Teoria, Zastosowania*, Wyd. AGH, Kraków.
5. **Żuk D., Rode H.** (1992), *Propozycje oceny energetycznej zespołów tnących*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Mechanika z.152, Warszawa.
6. **Żuk D.** (2007), *Modelowanie procesu cięcia roślin agroenergetycznych. Zarys Inżynierii Systemów Bioagrotechnicznych*, Wyd. PW, Płock.
7. Materiały SIPMA S.A.

FEEDING – CUTTING ACCESSORY'S LOAD ANALYSIS IN ROUND BALERS

Abstract: There has been an attempt to identify workload which have influence on excessive energetic demand during cutting material (grass, hay or straw) in round balers. For geometrical parameters of the knife and endurance parameters of the material, the course of smashing and cutting the material has been determined. For the real geometrical measurements of the feeding-and-cutting unit there have been determined courses of elementary orthogonal reaction's values, acting along the blade's line and after that the values of the elementary moments of the forces loading the driving system of the unit and the course of smashing and cutting the material, as a function of an angle of the collector shaft's rotation. Material's basic strength parameters and cutting unit's geometrical parameters, which have main influence of the cutting process's have also been defined.

WPŁYW CYKLICZNEJ OBRÓBKİ TERMICZNEJ NA MECHANIZM ZNISZCZENIA NANOKOMPOZYTÓW POLIAMIDOWYCH

Anatolij SVIRIDENOK*, Irina NOVIK*, Andrej GRIGOREV**, Aleksandr SECHKO**

*Naukowo-Badawcze Centrum Problemów Zachowania Zasobów Narodowej Akademii Nauk Białorusi,
ul. Tizengauza 7, 230023 Grodno, Białoruś

**Instytut Mechaniki Metalopolimerowych Systemów im. W. A. Belogo Narodowej Akademii Nauk Białorusi,
ul. Kirowa 32A, 246050 Gomel, Białoruś

resource@mail.grodno.by, irinano@tut.by, avgri@tut.by, sechko1971@mail.ru

Streszczenie: W pracy wykazano, że ukierunkowana cykliczna obróbka termiczna w przedziale od kriogenicznych do wysokich temperatur pozwala w sposób zauważalny zmienić strukturę i mechanizm zniszczenia poliamidowych kompozytów z dodatkiem nanocząstek i nanorurek węglowych.

1. WSTĘP

Wyniki badań uwzględniające sposób otrzymywania polimerowych nanokompozytów świadczą o tym, że ich struktura i fizyko-mechaniczne właściwości istotnie zależą od ich składu, stopnia uporządkowania struktury i optymalnego, fazowego wzajemnego współdziałania dwóch faz, tj. poliamidowej matrycy i napelnacza spełniającego określone zadanie (Ajayan i inni, 2003; Hafenmueller i inni, 2006; Chwalun, 2000; Sviridenok i inni, 2007). Rozstrzygającą rolę w tych procesach odgrywa technologia wytwarzania nanokompozytów i wyrobów z nich otrzymywanych (Koo, 2006; Sergeiev, 2002). Poznanie wpływu technologicznych czynników na mechaniczne właściwości polimerowych nanokompozytów zasługuje na szczególną uwagę. W niniejszej pracy przeprowadzono analizę zmiany strukturalnych i wytrzymałościowych właściwości materiału kompozytowego, którym jest poliamid z napelnaczem nanodyspersyjnym, zachodzących pod wpływem cyklicznego oddziaływania temperatury zbliżonej do granicznej wartości wynikającej z zastosowań badanego materiału.

1.1. Materiały i metody badań

Badano właściwości polimerowych kompozycji na bazie poliamidu PA-6 (TU RB 500048054.037 – 2002 – dopuszczony do styku z żywnością, producent – OAO (Chimwołokno, Grodno, Białoruś) i węglowego nanonapelnacza (UNN), wyprodukowanym przez GNU Instytut Wymiany Masy i Ciepła im. A. W. Łykowa NAN Białorusi. UNN jest mieszaniną fulerenów C₆₀ (11-17%), nanorurek o jednej i wielu ściankach (odpowiednio 5% i 31-40%), grafitu (do 8%), pozostałość – nanowłókna o średnicy 5-20nm. Wprowadzenie UNN, w stosunku do masy polimerowej matrycy w ilości 0,05, 0,1% i 0,5%, odbywało się poprzez pudrowanie granulki PA-6 i wytłaczanie na dwuślimakowej wytłaczarce ZSK-40 niemieckiej firmy Zimmer.

Próbki w postaci wiosełek (typ 2 GOST 11262) do badań na rozciąganie, otrzymywano na automacie termoplastycznym DE 3330F1 (Termoplastautomat, Ukraina) o objętości wtrysku 16cm³ i temperaturze w roboczej strefie 220-240°C. Część tak otrzymanych próbek była poddana cyklicznej obróbce termicznej. Próbki najpierw chłodzono w ciekłym azocie po czym nagrzewano w komorze termicznej do 100°C. Ten cykl obróbki termicznej powtarzano 5 razy. Drugą część próbek (próbki kontrolne) nie poddawano obróbce cieplnej.

Badania rentgenostrukturalne wykonano na dyfraktometrze DRON-2 (ŁOMO, Rosja), długość fali promieniowania rentgenowskiego CuKα λ=1,542. Dyfraktometri zapisywano w przedziale kątów 2θ=7-40°. Analiza wyników prowadzono według metod ogólnie przyjętych, tj. stopień krystaliczności ω_c oceniano wg uproszczonego modelu dwufazowego amorficzno-krystalicznego materiału, odległość międzypłaszczyznową *d* znajdowano z równania Volfa-Bragga, a wymiary krystalitów – wg formuły Sherrera (Martynov i Wylegzhanina, 1972).

Wytrzymałość na rozciąganie próbek określano na maszynie wytrzymałościowej P-50 (OAO, Toćpribor, Rosja) przy prędkości odkształceń 25mm/min. Mikrotwardość wg Vickersa (HV) mierzono na przyrządzie PMT-3M (ŁOMO, Rosja) i obciążeniu 40 i 80g (czas trwania obciążenia 15s).

Do badania mikrostruktury przygotowywano przełomy próbek, przy czym bezpośrednio przed napelnieniem, materiał chłodzono w ciekłym azocie w przeciągu 2-5min. Mikrostrukturę powierzchni przełomów próbek analizowano przy pomocy rastrowego mikroskopu elektronowego (PĖM) VEGA II LSH (Tescan, Chechy), Próbki przed badaniem były pokryte warstwą złota o grubości ~20nm, metodą jonowego napylenia (przyrząd JFC-1100, Japonia). Do oceny względnej płaszczyzny powierzchni (OPP) przełomów posłużono się metodą, opartą na analizie intensywności emisji wtórnych elektronów (EWE) badanych powierzchni (Grigoriev i inni, 1988; Sviridenok i inni, 1989). Wartość OPP obliczano z zależności

$$U = \bar{I}/I_a \quad (1)$$

Pomiary wykonywano na badanej powierzchni przy pomocy wiązki elektronów (o średnicach wiązki w zakresie 1–22 μm) rozwiniętej w rastr. To pozwoliło ocenić udział w OPP powierzchni o różnych wymiarach. Badania prowadzono na mikroskopie PEM, co pozwoliło prowadzić pomiary w wybranym obszarze próbki. W pracy, wielkości liczbowe podane w tablicach i punkty przedstawione na wykresach są wartościami średnioarytmetycznymi z 3–10 danych eksperymentalnych.

2. WYNIKI BADAŃ I ICH ANALIZA

2.1. Analiza rentgenostrukturalna

Próbki poddane badaniom zawierały odpowiednio 0.05%, 0.1–2%, 0.5–3%; nanonapełniacza węglowego. Próbki kontrolne (bez obróbki termicznej) oznaczono literą *k* i próbki poddane cyklicznej obróbce termicznej literą „*t*”. W ramach analizy rentgenostrukturalnej porównywano kątowne położenia refleksów i odległości międzypłaszczyznowe. próbek kontrolnych *k* i poddanych cyklicznej obróbce cieplnej *t*. Wyniki badań są podane w tabeli 1. Ich analiza pozwala stwierdzić, że zarówno dodany nanonapełniacz jak i obróbka cieplna nie wpływa na kątowne położenie refleksów a więc i odległości międzypłaszczyznowe – są więc one niezmiennie, niezależne od stopnia napełnienia. Refleksów napełniacza węglowego nie udało się zidentyfikować z uwagi na jego małe stężenie.

Tab. 1. Parametry strukturalne materiałów kompozytowych

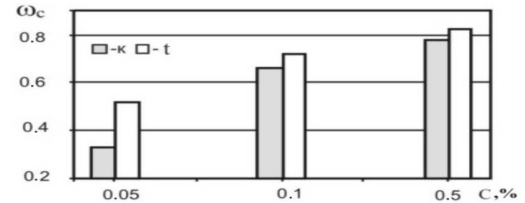
№	Para-metr	Numer refleksu na rentgenogramie						ω_c
		1	2	3	14	5	6	
		2θ	26°20'	24°35'	22°40'	21°20'	20°30'	12°25'
	<i>d</i> , Å	2.61	3.62	3.93	4.17	4.33	7.14	
1 k	<i>L</i> , Å	-	163	40.53	40.45	-	120	0.33
1 t	<i>L</i> , Å	-	163	40.53	40.45	-	120	0.52
2 k	<i>L</i> , Å	-	-	40.53	50.69	60.61	-	0.66
2 t	<i>L</i> , Å	244.93	122.09	44.22	44.13	60.22	160	0.72
3 k	<i>L</i> , Å	-	-	32.42	53.93	60.61	-	0.78
3 t	<i>L</i> , Å	-	97.67	34.74	60.67	60.61	160	0.80

Na wszystkich rentgenogramach próbek kontrolnych widnieją typowe dla poliamidu blokowego refleksy 3 i 4 (tab. 1), świadczące o obecności krystalitów o rozmiarach od 30 do 50 Å. Refleksy 2 i 6, właściwe krystalitom o charakterystycznych rozmiarach 120–160 Å, ujawniają się tylko dla kompozycji z minimalnym napełnieniem. Ich brak dla materiałów z wyższą zawartością nanonapełniacza węglowego, a także obserwowany wzrost ich stopnia krystaliczności w miarę zwiększenia napełnienia (Rys. 1) pozwala wnioskować, że wprowadzenie nanonapełniacza ogranicza ruchliwość molekularną matrycy polimerowej a jej brak przeszkadza zwiększaniu struktur ponadcząsteczkowych.

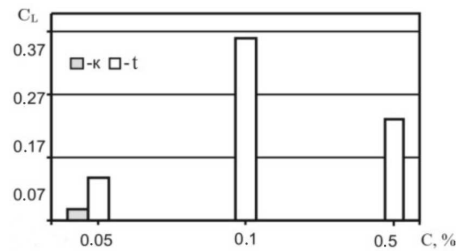
Zastosowana cykliczna obróbka cieplna materiałów spowodowała wzrost stopnia krystaliczności (Rys. 1b). Fakt ten można wytłumaczyć wzrostem krystalitów oraz

dotadkową krystalizacją materiałów w procesie nagrzewania i schładzania. Na rentgenogramach daje się zauważyć także przesunięcie amorficznego halo do strefy większych kątów Bragga. Periodyczne nagrzewanie i schładzanie doprowadza również do rozrzutu rozmiarów form krystalicznych, co świadczy o dążeniu materiałów do ustanowienia struktur bardziej zrównoważonych.

a)



b)



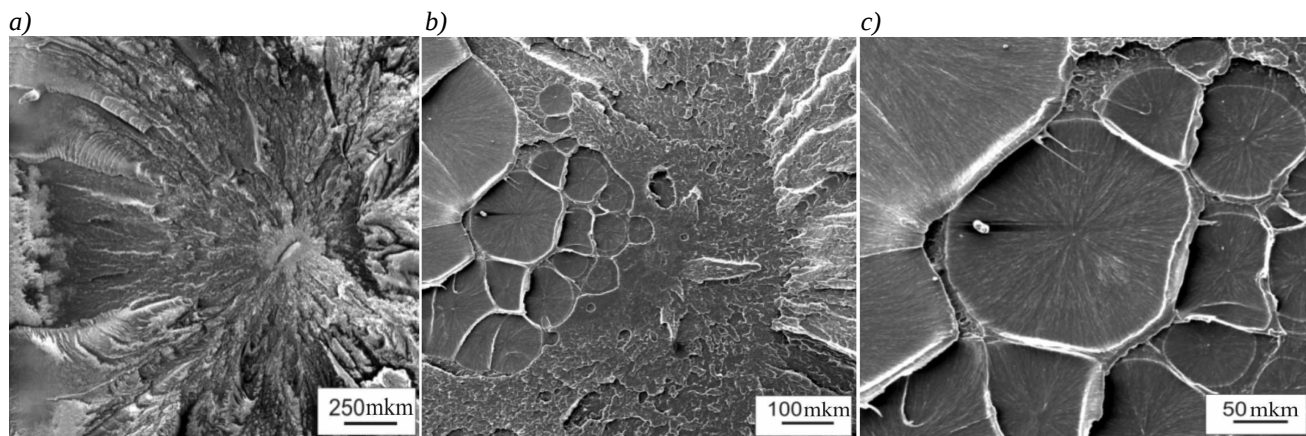
Rys. 1. Wpływ zawartości napełniacza i cyklicznej obróbki cieplnej na: a) stopień krystaliczności ω_c , b) udział C_L dużych krystalitów w kompozycji

Rolę napełniacza podczas obróbki cieplnej można ocenić na podstawie analizy powstałej struktury z odległością międzypłaszczyznową 7.14 Å w materiałach z napełnieniem 0.5% i 0.1% nanonapełniacza węglowego. Utworzenie się tej struktury jest prawdopodobnie związane z procesami relaksacji wewnętrznych naprężeń materiałów, przy których następuje przesunięcie makrocząsteczek i tworzenie struktur o średnich odległościach międzypłaszczyznowych 3.6 Å i 7.14 Å.

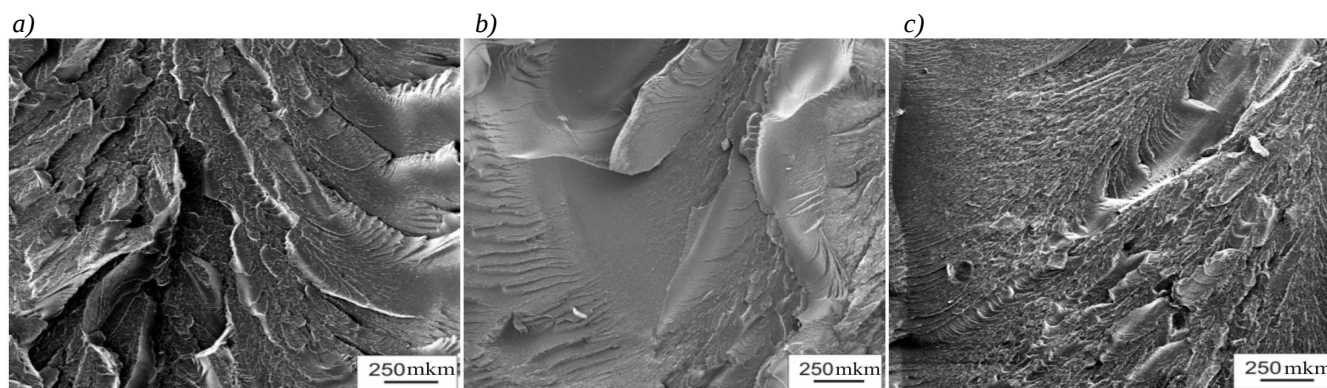
2.2. Morfologia powierzchni zniszczenia

Przełomy zniszczonych próbek pokazano na Rys. 2 i 3. Badanie struktur przełomów próbek wykazuje, że dominującą rolę przy zniszczeniu badanych materiałów odgrywa mechanizm rozwoju szczelin po granicach krystalitów (Glezer, 2005). Charakter przełomu zależy od zawartości napełniacza i obróbki cieplnej (Rys. 2). Na szczególną uwagę zasługują dobrze rozwinięte sferolity, powstałe po obróbce cieplnej kompozytu z najmniejszą zawartością nanonapełniacza (Rys. 2b i c), złożonych z powstałych, radialnie rozmieszczonych fibryli krystalitów.

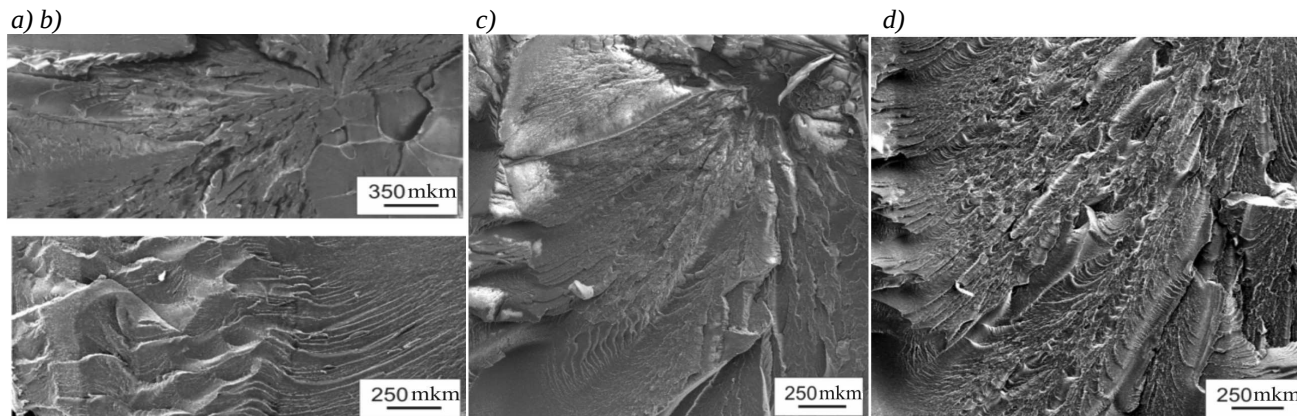
Niektóre polimery, takie jak: polietylenotereftalan, poliwęglan i inne, wykazują zdolność do krystalizacji i w temperaturach zbliżonych do temperatury zeszklenia powstają sferolity [12]. Można więc wnioskować, że właśnie cykliczna zmiany temperatury warunkuje wzrost sferolitów. Im mniejsza jest koncentracja cząstek napełniacza, które pełnią rolę zarodku krystalizacji, tym większe są rozmiary tworzących się sferolitów – ich wzrost w mniejszym stopniu jest ograniczany procesami rekrytalizacji. Potwierdzają to dane przedstawione na Rys. 3.



Rys. 2. Struktury przełomów próbek kompozytu z 0.05% nanonapełniacza węglowego: a) – próbka kontrolna, b i c) – po cyklicznej obróbce cieplnej



Rys. 3. Struktury przełomów na brzegach próbek t po cyklicznej obróbce termicznej; zawartość nanonapełniacza węglowego: a – 0.05%; b – 0.1%; c – 0.5%



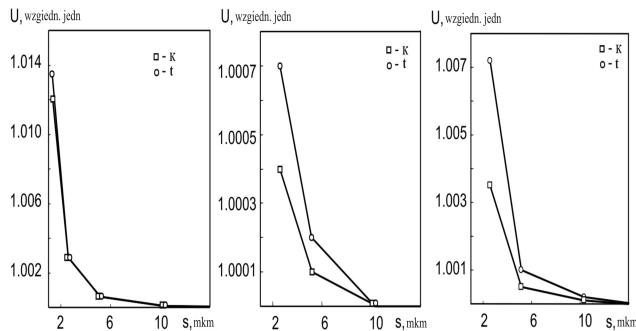
Rys. 4. Porównanie struktur przełomów próbek kontrolnych; napełnienie 0.1% (a, b) i po obróbce termicznej; 0.5% nanonapełniacza węglowego (c, d)

Zwiększenie zawartości nanonapełniacza w kompozycie powoduje, że podczas obróbki cieplnej rekrytalizacja odbywa się praktycznie bez wzrostu krystalitów a struktura próbek staje się bardziej jednorodna. W takich materiałach zachowują się struktury dendrytowe, powstałe przy odlewaniu z ukierunkowanym wzrostem, tj. od brzegu do centrum (Rys. 3a, b). Obecność struktur fibrylarnych w strefach przypowierzchniowych można tłumaczyć efektem orientacji, wywołanym w procesie wypełniania form tłocznych i lepszym odprowadzeniem ciepła z zewnętrznych warstw materiału.

Tak więc nanonapełniacz wywiera wpływ na strukturę badanych materiałów w szerokim zakresie obszaru od kilkudziesięciu nanometrów do struktur sferolitowych o rozmiarze do 200 μm.

Przełomy próbek z napełnieniem 0.05% i 0.1% po obróbce termicznej wyróżniają się, w porównaniu z kontrolnymi, obecnością charakterystycznych cech przełomu ciągłego (Rys. 4). Ilościowo to potwierdzają wyniki pomiarów względnej powierzchni obszaru. Jak wynika z danych, przedstawionych na Rys. 5, w próbkach kontrolnych, wraz z wzrostem stężenia nanonapełniacza węglowego zmniejsza się wielkość względnej powierzchni obszaru przełomu.

Odbywa się to kosztem zmniejszenia małych nierówności (1-10 μ m). Rozmiary elementów powierzchni zniszczenia ulegają zmniejszeniu, co według klasyfikacji (Dżejł, 1968) świadczy o przejściu do ciągłego charakteru zniszczenia.

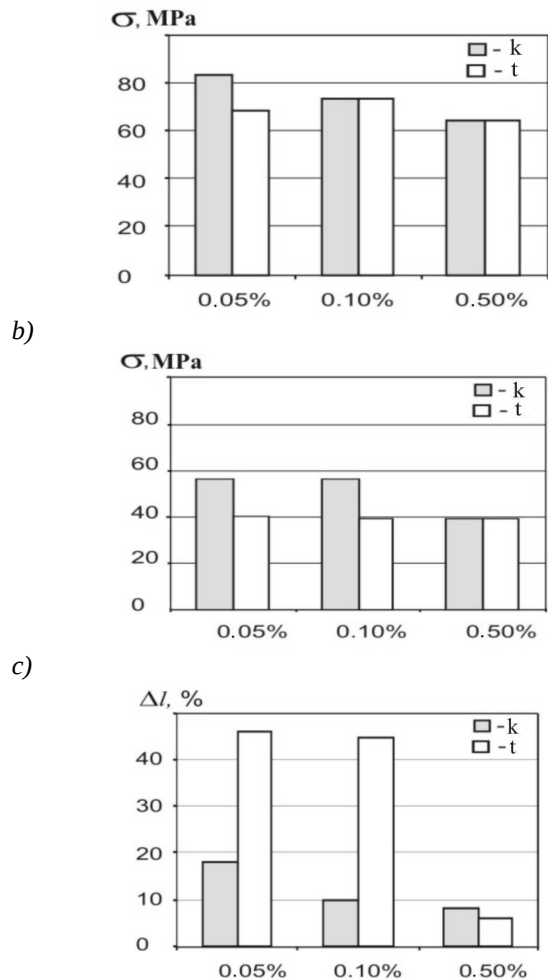


Rys. 5. Zależność względnej powierzchni U obszarów zniszczenia próbek kontrolnych, od wielkości kroku nierówności S : a – zawartość nanonapełniacza węglowego 0.05%; b – 0.1%; c – 0.5%, próbki: k – kontrolne bez obróbki termicznej, t – po cyklicznej obróbce termicznej

Warto zaznaczyć, że cykliczna obróbka termiczna praktycznie nie wpływa na wielkość względnej powierzchni obszaru przełomu próbek zawierających do 0.05% nanonapełniacza węglowego. Przy większej jego zawartości obróbka cieplna prowadzi do zwiększenia względnej powierzchni obszaru kosztem wzrostu ilości nierówności w odstępach od 2 do 10 μ m. To potwierdza wnioski o wpływie nanonapełniacza na strukturę kompozytu, powstającej w wyniku cyklicznej obróbki termicznej. Zwłaszcza zmniejszenie rozmiarów elementów struktur powoduje powiększenie powierzchni przełomu. Prawdopodobnie więc cykliczna obróbka termiczna prowadzi do obniżenia współdziałania międzyfazowego, przesuwając morfologię zniszczenia kompozytu do przełomu ciągłego, co pociąga za sobą bardziej wysoki wkład nierówności małych rozmiarów do rozwinięcia względnej powierzchni.

2.3. Właściwości mechaniczne

Przeprowadzone badania wykazały, że wzorce kontrolne materiału ze stopniem napełnienia 0.05% ulegają zniszczeniu ciągliwie, tworząc charakterystyczną szyjkę. Kompozycje z napełnieniem 0.1% i 0.5% pękały w sposób kruchy. Jest to właściwa cecha tworzyw sztucznych napełnionych cząstkami drobnodispersyjnymi. W badanym materiale z zawartością napełnienia 0.1% po obróbce cieplnej charakter zniszczenia stał się ciągły. Materiał z napełnieniem 0.5% nanonapełniacza węglowego, mimo obróbki cieplnej pękał w sposób kruchy. Charakter zmiany wytrzymałości na rozciąganie materiałów w zależności od napełnienia i obróbki cieplnej kompozytu, jest pokazany na rysunku 6 a , b . Względne wydłużenie próbek k przy zniszczeniu podczas próby rozciągania z minimalnym napełnieniem, po obróbce cieplnej wzrastało 3.4 razy i 4.5-krotnie ze stopniem napełnienia 0.1%. Charakter wpływu obróbki cieplnej na wydłużenie względne materiałów jest pokazany na rysunku 6 c .

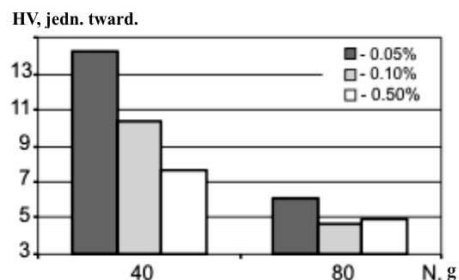


Rys. 6. Zmiana wytrzymałości na rozciąganie (a , b) i wydłużenia względnego (c) próbek: k – bez obróbki termicznej i t – po obróbce termicznej, w zależności od zawartości nanonapełniacza węglowego

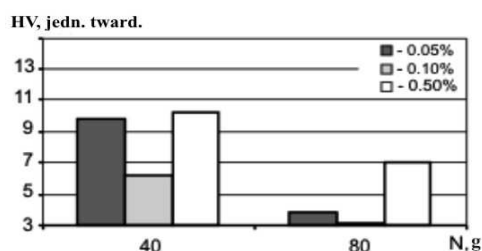
2.4. Pomiary mikrotwardości

Na wszystkich przełomach próbek nie stwierdzono śladów kruchego zniszczenia. Otrzymane wyniki są dowodem tego, że w badanym materiale bez obróbki termicznej (próbki k) mikrotwardość zmniejsza się wraz z zawartością nanonapełniacza (Rys. 7). We wszystkich próbkach k obserwowano zmniejszenie mikrotwardości w miarę oddalania się od brzegu próbki. Może to wiązać się z różnymi warunkami krystalizacji przy wytwarzaniu tych próbek, tj. szybkie schładzanie zewnętrznych warstw wywołuje w strukturze materiału naprężenia wewnętrzne. Mogą one powodować wzrost mikrotwardości. Niejednorodność twardości na grubości u wszystkich zbadanych próbkach zmniejsza się po obróbce cieplnej, co może być spowodowane relaksacją naprężeń wewnętrznych powstałych podczas wytwarzania próbek.

a)



b)



Rys. 7. Mikrotwardość kompozytu: a – próbki k bez obróbki termicznej, b – próbki t po obróbce termicznej

3. WNIOSKI

Wyniki badań wpływu cyklicznej obróbki cieplnej (w zakresie granicznych temperatur wynikających z zastosowań badanego materiału i zawartości nanonapełniacza węglowego w kompozycie na bazie poliamidu PA-6 na strukturę i właściwości mechaniczne, pozwoliły wysnuć następujące wnioski:

- nanonapełniacz, w ilości nie mniej niż 0.1% wagowo, wywołuje zmianę właściwości mechanicznych i strukturę badanego nanokompozytu w stanie wyjściowym oraz zmianę tych właściwości po cyklicznej obróbce cieplnej;
- cykliczna obróbka cieplna zmniejsza międzyfazowe oddziaływanie składników badanych nanokompozytów, z tym może wiązać się wzrost rozrzutu wielkości struktur ponadcząsteczkowych;
- wzrost zawartości nanonapełniacza i cykliczna obróbka cieplna wywołują zmianę mechanizmu zniszczenia, przechodzącego od przełomu kruchego do ciągłego; potwierdza to wpływ obszarów nierówności o małych rozmiarach, na względną powierzchnię przełomu;
- cyklicznej obróbce cieplnej towarzyszy relaksacja nie-zrównoważonej struktury co wyraża się w obniżeniu niejednorodności mikrotwardości na grubości próbek i wzroście ich wydłużenia względnego do zerwania podczas próby rozciągania.

Wpływ nanonapełniacza na właściwości badanych materiałów jest związany z jego oddziaływaniem na procesy krystalizacji matrycy polimerowej i wzrostem struktur ponadcząsteczkowych, w stanie wyjściowym i podczas cyklicznej obróbki cieplnej.

LITERATURA

1. Ajayan P. M., Schadler L. S., Braun P. V. (2003), *Nanocomposite Science and Technology*, Wiley-VCH GmbH & Co.KGaA, 230
2. Chwalun S. N. (2000), Nanokompozyty polimerowe, *Przyroda*, No 7, 22-30.
3. Dżejł F.Ch. (1968), Monokryształy polimerowe. - L.: *Chemia*, 548.
4. Gerasimov A. B., Chiradze G. D., Kutivadze N. G., Bibilashvili A. P., Bohochadze Z. G. (1999), O rozmieszczeniu wielkości mikrotwardości według głębokości wzorca, *Fizyka ciała stałego*, T. 41, wyd. 7, 1225-1228.
5. Glezer, A. M. (2005) Strukturalne mechanizmy przełomu nanokrystalicznych materiałów, *Fizyka Ciała Stałego*, T. 47, wyd. 5, s. 793-800.
6. Grigoriev A. J., Myszkina N. K., Semeniuk N. F., Hołodilov O. W. (1988), Ocena właściwej powierzchni obszaru metodą emisji wtórno-elektronowej, *Tarcie i zużycie*, T. 9, No 5, 793-798.
7. Haggenueller, F. Du, J. E. Fischer, K. I. (2006), Winey, Interfacial in situ polymerization of single wall carbon nanotube/nylon 6,6 nanocomposites, *Polymer*, No 47, 2381-2388.
8. Koo J. H. (2006), *Polymer Nanocomposites. Processing, Characterization and Applications*, McGraw-Hill.
9. Martynov M. A., Wylegzhaniina K. A. (1972), Rentgenografia polimerów. - M., *Chemia*, 96.
10. Sergeiev G.B. (2002), Efekty wymiarowe w nanochemii, *Rosyjskie czasopismo chemiczne*. T. 46. No 5, 22-29.
11. Sviridenok A. I., Grigoriev A. J., Mieszkov W. W., Sirotina T. K. (1989), Wzajemny związek współdziałania międzyfazowego z charakterystykami powierzchni zniszczenia termoplastów włókniasto-zbrojonych. *Mechanika materiałów kompozytowych*, No 3, 444-447.
12. Sviridenok A., Ihnatouski M., Kovalevskaya T., Zhdanok S. (2007), Carbon nanotube-filled polyamid: physical and mechanical properties, *Proceeds of conference Viennano'07*, Vienna, 73-78.

Oznaczenia: C – zawartość nanonapełniacza; C_L – udział dużych kryształitów w nanokompozycji; d – odległość międzyfazowa; $\bar{I}$, I_0 – średnie i minimalne wartości intensywności EWE odpowiednio względem powierzchni wzorca; L – rozmiar kryształitu; U – względna powierzchnia obszaru chropowatego, θ – kąt Bragg; ω_c – krystaliczność

THERMOCYCLING INFLUENCE ON THE MECHANISM OF POLYAMIDE NANOCOMPOSITES DESTRUCTION

Abstract: It is exhibited, that directed thermocycling from cryogenic temperature up to heats allows to change noticeably structure and the mechanism of destruction of polyamide composites, filled with carbon nanoparticles and nanotubes.

Praca została wykonana w ramach Państwowego Programu Orientowanych Badań Podstawowych „Wysokoenergetyczne technologie jądrowe i radiacyjne”, zadanie 3.05.

METODA SYNTEZY GEOMETRII PODSTAWOWEJ UKŁADÓW NAPĘDOWYCH Z SIŁOWNIKIEM

Jacek ZIEMBA*

*Instytut Konstrukcji Maszyn i Automatykacji, Wydział Mechaniczny, Politechnika Wrocławska,
ul. Łukasiewicza5, 50-370 Wrocław

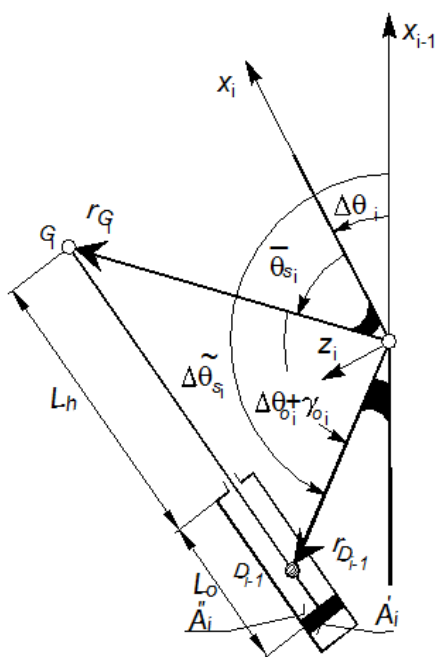
Jacek.Ziemba@pwr.wroc.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę syntezy geometrii podstawowej układu napędowego, w którym dwa człony połączone parą obrotową napędzane są członem czynnym o zmiennej długości. Prezentowana metoda syntezy układów napędowych pozwala na określenie wartości geometrii podstawowej przy założeniu optymalizacji wymiarów wpływających na kinematykę i dynamikę. Pozwala ponadto na określenie długości ramion, w których zamocowany jest człon czynny, a także wartości związanych z długością początkową i skokiem siłownika. Prezentowana metoda może znaleźć zastosowanie w syntezie geometrycznej układów dźwigniowych z członami czynnymi o zmiennej długości.

1. WPROWADZENIE

W literaturze przedmiotu brak jest uogólnionych metod pozwalających na kompleksowe rozwiązanie problemu syntezy geometrii podstawowej układu napędowego w którym dwa człony połączone parą obrotową napędzane są członem czynnym o zmiennej długości.

W przedmiotowym układzie napędowym siłownik (Rys. 1) będzie opisany za pomocą skoku l_h i długości początkowej l_0 oraz dodatkowych wymiarów powierzchni nad A_i' i pod tłoczyskiem A_i'' .



Rys. 1. Opis geometrii układu napędowego z siłownikiem

Wektory $r_{D_{i-1}}$ i r_{G_i} opisują długości ramion układu napędowego, w którym zamocowany jest człon S_i o zmiennej długości. Pozostałe dwa wymiary skok l_h i długość początkowa l_0 opisują podstawowe wymiary członu S_i o zmiennej długości w postaci siłownika. Kolejne dwa kąty $\bar{\theta}_{S_i}$ i $\tilde{\theta}_{S_i}$ opisują położenie wektorów $r_{D_{i-1}}$ i r_{G_i} względem X -owych osi układów lokalnych związanych z adekwatnymi członami. Wielkości te odpowiedzialne są za usytuowanie układu napędowego względem członów układu dźwigniowego i nie mają wpływu na kinematykę. Wpływają jedynie na siły oddziaływania w parach.

Stałe wartości kątów $\bar{\theta}_{S_i}$, $\tilde{\theta}_{S_i}$ i γ_{O_i} oraz zmienny w czasie kąt, powiązane są w funkcji parametrów DH $\Delta\theta_i$ zależnościami:

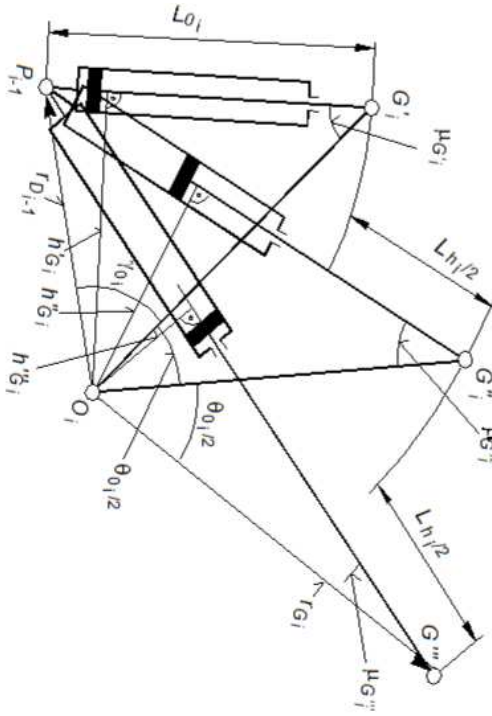
$$\Delta\theta_{O_i} + \gamma_{O_i} = -\Delta\theta_i - \bar{\theta}_{S_i} + \tilde{\theta}_{S_i} \quad (1)$$

W literaturze dla przedmiotowej grupy układów możemy spotkać jedynie metody syntezy oparte na rozwiązaniach geometrycznych w pracach (Gronowicz i inni, 1981; Tuijthof i Herder, 2000).

Takie podejście do problemu syntezy układów napędowych z członami o zmiennej długości przedstawia metoda S. Millera (1996) Zaproponowana metoda umożliwia określenie miejsca geometrycznego mocowania członu czynnego na podstawie dwóch krańcowych położenia siłownika zamocowanego w napędzanych członach (Rys. 2). Autor uwzględnia zadaną wartość kąta θ_{O_i} , którą powinien realizować układ napędowy przy zadanej wartości skoku l_h i długości początkowej l_0 członu czynnego. Prezentowane podejście do syntezy geometrii podstawowej nie pozwala na uwzględnienie wielu istotnych parametrów.

W tej sytuacji rozważana metoda została zmodyfikowana i zaadaptowana.

Prezentowana metoda syntezy układów napędowych pozwoli na określenie wartości geometrii podstawowej przy założeniu optymalizacji wymiarów wpływających na kinematykę i dynamikę układu napędowego. W wyniku przeprowadzenia niniejszych rozważań zostanie określona długość ramion $r_{D_{i-1}}$ i r_{G_i} , w których zamocowany jest człon czynny, a także wartości związane z długością początkową l_{0_i} i skokiem l_{h_i} siłownika.



Rys. 2. Opis geometrii układu napędowego z siłownikiem w trzech rozpatrywanych położeniach

2. METODA SYNTEZY

W przedmiotowej syntezie zostanie rozpatrzone trzecie położenie członu biernego dla połowy skoku członu czynnego (Rys.2). Przyjęcie tak zdefiniowanego trzeciego położenia pozwoli na uzyskanie metody syntezy zapewniającej możliwość projektowania układów realizujących ruch od położenia neutralnego w dwóch kierunkach, o ten sam kąt, przy tych samych zmianach wartości Δl_{h_i} skoku.

Dla trzech położenia członów biernych z członem czynnym o długości l_{0_i} , $l_{0_i} + l_{h_i}/2$ i $l_{0_i} + l_{h_i}$ przyjęto oznaczenia zgodnie z Rys. 2, co dało możliwość zapisania układu równań:

$$\begin{cases} (l_{0_i})^2 = (r_{D_{i-1}})^2 + (r_{G_i})^2 - 2|r_{D_{i-1}}||r_{G_i}|\cos(\gamma_{O_i}) \\ (l_{0_i} + l_{h_i}/2)^2 = (r_{D_{i-1}})^2 + (r_{G_i})^2 - 2|r_{D_{i-1}}||r_{G_i}|\cos(\gamma_{O_i} + \theta_{O_i}/2) \\ (l_{0_i} + l_{h_i})^2 = (r_{D_{i-1}})^2 + (r_{G_i})^2 - 2|r_{D_{i-1}}||r_{G_i}|\cos(\gamma_{O_i} + \theta_{O_i}) \end{cases} \quad (2)$$

Układ równań (2) pozwala na określenie wartości kąta γ_{O_i} i długości ramion $r_{D_{i-1}}$ i r_{G_i} przy zadanych wartościach l_{0_i} i l_{h_i} i dla zadanej wartości kąta θ_{O_i} .

Własność ta będzie wykorzystana do przeprowadzenia syntezy przy założeniu wymaganej wartości kąta θ_{O_i} układu napędowego i przedziału zmian wartości l_{0_i} i l_{h_i} , w którym poszukiwane będzie optymalne rozwiązanie. Pozwoli na określenie wartości geometrii podstawowej, która będzie optymalizowana pod względem wymiarów wpływających na kinematykę i dynamikę układu napędowego.

W celu optymalizacji zostaną określone wartości kątów przełożenia μ'_{G_i} , μ''_{G_i} i μ'''_{G_i} (Rys.2). Poszukiwane wartości (Rys. 2) można wyznaczyć na podstawie uogólnianego równania:

$$(|r_{D_{i-1}}|)^2 = (l_{0_i} + l_{h_i})^2 + (|r_{G_i}|)^2 - 2(l_{0_i} + l_{h_i})|r_{G_i}|\cos(\mu_{G_i}) \quad (3)$$

gdzie: l_{h_i} może przyjmować wartości: $0, \frac{l_{h_i}}{2}, l_{h_i}$

Wyznaczenie wartości kątów μ'_{G_i} , μ''_{G_i} i μ'''_{G_i} z zależności (3) pozwoli na określenie trzech wartości ramion siły na podstawie uogólnionej zależności:

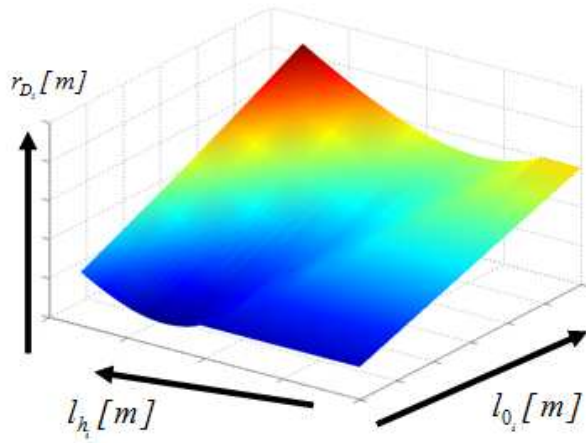
$$|h_{G_i}| = |r_{G_i}| \sin(\mu_{G_i}) \quad (4)$$

Zapisane równanie (4) określi ramiona h'_{G_i} , h''_{G_i} i h'''_{G_i} przyłożenia siły normalnej $S_{i-1,i}^n$ działającej na i -ty człon dla trzech rozpatrywanych konfiguracji układu napędowego. Tożsąmą zależność możemy zapisać w postaci wiążącej wybrane minimalne ramie $h_{G_i}^{min}$ przyłożenia siły $S_{i-1,i}^{n_{min}}$ równoważącej moment M_{i-1,i_z}^{max} działający w i -tej parze kinematycznej:

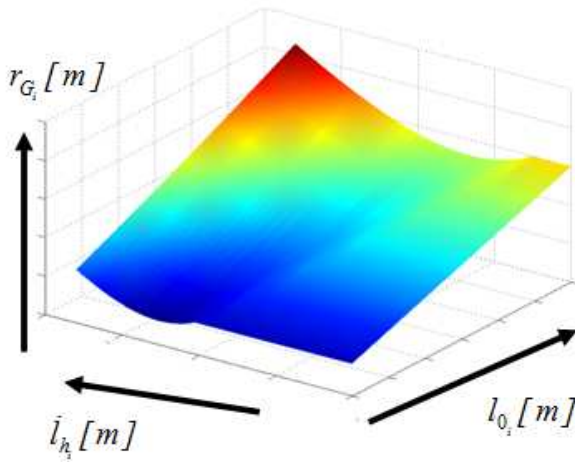
$$M_{i-1,i_z}^{max} \leq h_{G_i}^{min} S_{i-1,i}^{n_{min}} \quad (5)$$

Zakładając dla celów syntezy, iż wartości momentu M_{i-1,i_z}^{max} i siły $S_{i-1,i}^{n_{min}}$ w zależności (5) jest stała, konieczne jest poszukiwanie rozwiązania dysponującego maksymalnym ramieniem siły dla trzech rozpatrywanych konfiguracji (Balli S. S., Chand S. 2002). Opisana własność zostanie wykorzystana w niniejszym procesie.

Zgodnie z przyjętymi założeniami, w celu przeprowadzenia syntezy geometrii podstawowej układu napędowego, niezbędne jest założenie wymaganej wartości kąta θ_{O_i} układu napędowego i przedziału zmian wartości l_{0_i} i l_{h_i} , w którym poszukiwane będzie optymalne rozwiązanie. Wykorzystując zależności od (2) do (5) uzyskane zostanie rozwiązanie przedstawione w postaci graficznej na Rys. 3, Rys. 4 i Rys. 5.



Rys. 3. Wykres zmian r_{D_i} dla zadanej wartości kąta θ_{O_i} w funkcji zmiany wartości l_{0_i} i l_{h_i}



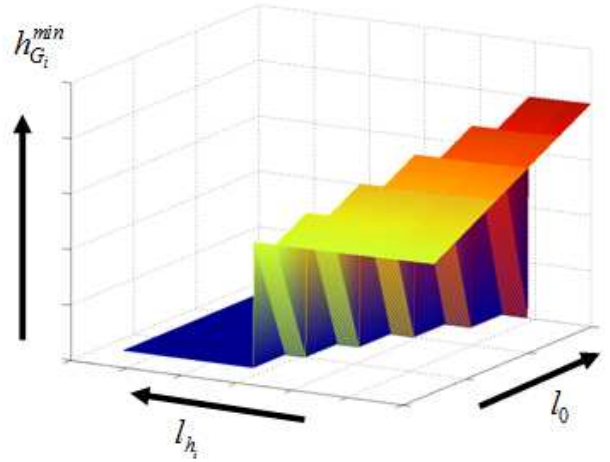
Rys. 4. Wykres zmian r_{G_i} dla zadanej wartości kąta θ_{O_i} w funkcji zmiany wartości l_{0_i} i l_{h_i}

Dodatkowo proces syntezy wymaga nałożenia na uzyskane wyniki warunku dopuszczalnej długości ramion $r_{D_{i-1}}^{dop}$ i $r_{G_i}^{dop}$, adekwatnie do rozważanego układu napędowego. Spowoduje to zawężenie zbioru możliwych rozwiązań, co zostało dodatkowo uwzględnione na Rys. 5

Dla wyboru optymalnego rozwiązania konieczne jest wykorzystanie wykresu Rys. 5. Wybór jest możliwy przy założeniu poszukiwania rozwiązania o maksymalnej wartości ramienia $h_{G_i}^{min}$ opisanego zależnością (5) przy jednoczesnym spełnieniu warunku związanego z możliwym sposobem zamocowania członu czynnego. Warunek dopuszczalnego zamocowania członu czynnego w jednym z ramion układu napędowego określa wartość $\varphi_{rów}^{min}$ i jest zapisany w postaci:

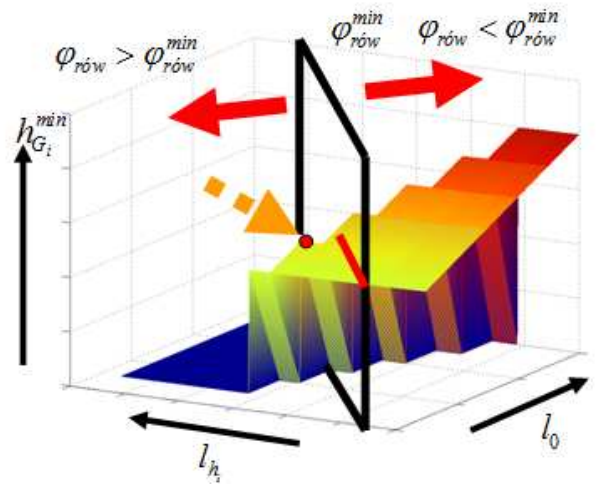
$$\varphi_{rów} = l_0 / l_h \geq \varphi_{rów}^{min} \quad (6)$$

Równanie (6) opisuje proporcję długości początkowej l_{0_i} do długości skoku l_{h_i} .



Rys. 5. Wykres zmian $h_{G_i}^{min}$ dla zadanej wartości kąta θ_{O_i} w funkcji zmiany wartości l_{0_i} i l_{h_i}

Kierując się opisaną metodą możliwe jest wybranie rozwiązania (Rys.6) o typowej wartości skoku l_{h_i} , które będzie posiadało maksymalną wartość ramienia $h_{G_i}^{min}$, dla której wartość współczynnika proporcji będzie większa bądź równa założonemu minimum $\varphi_{rów} \geq \varphi_{rów}^{min}$.



Rys. 6. Wykres zmian ramienia $h_{G_i}^{min}$ dla zadanej wartości kąta $\Delta\theta_{O_i}$ w funkcji zmiany wartości l_{0_i} i l_{h_i}

Wybrane rozwiązanie (Rys. 6) określa jednoznacznie wartość $h_{G_i}^{min}$ oraz poszukiwane wartości skoku l_{h_i} , długości początkowej l_{0_i} i wartości wektorów $r_{D_{i-1}}$ i r_{G_i} pozwalających na jednoznaczne opisanie położenia członu czynnego względem ramion układu napędowego.

3. WNIOSKI

Prezentowana metoda pozwala na przeprowadzenie procesu syntezy geometrii podstawowej układu napędowego na podstawie układu równań (2) i przy założeniu poszukiwanej wartości kąta θ_{O_i} oraz przedziału zmian wartości l_0 i l_{h_i} , w których poszukiwane jest rozwiązanie. Dodatkowo opracowany algorytm pozwala na wybranie optymalnego rozwiązania.

Rozwiązanie równań od (2) do (5) doprowadzi do uzyskania wykresu zmian minimalnego ramienia $h_{G_i}^{min}$ w funkcji zmiany wartości l_0 i l_{h_i} , w założonym przedziale dla zadanej wartości kąta θ_{O_i} oraz przy uwzględnieniu warunku dopuszczalnej długości ramion $r_{D_{i-1}}^{dop}$ i $r_{G_i}^{dop}$.

Korzystając z wykresu (Rys.6) oraz warunków (6) i (5) można ze zbioru możliwych rozwiązań wybrać typową wartość skoku l_{h_i} , która będzie posiadała maksymalną wartość ramienia $h_{G_i}^{min}$. Opracowana metoda dla wybranej wartości $h_{G_i}^{min}$ doprowadzi do określenia poszukiwanych wartości skoku l_{h_i} i długości początkowej l_0 oraz wielkości wektorów $r_{D_{i-1}}$ i r_{G_i} pozwalających na jednoznaczne opisanie położenia członu czynnego względem ramion układu napędowego.

Dodatkowo wyznaczona w trakcie syntezy pomocnicza wartość kąta γ_{0_i} pozwala na określenie parametrów DH $\Delta\theta_i$ z wykorzystaniem zależności (1) na dalszych etapach syntezy geometrycznej (Ziemia, 2005).

Prezentowana metoda syntezy układów napędowych pozwala na określenie geometrii podstawowej układów dźwigniowych z członami czynnymi o zmiennej długości przy założeniu optymalizacji wymiarów wpływających na kinematykę i dynamikę układu napędowego. Pozwala na określenie długości ramion, w których zamocowany jest człon czynny, a także wartości związanych z długością początkową i skokiem siłownika.

LITERATURA

1. Balli S. S., Chand S. (2002), Transmission Angel I Mechanisms (*Triangle In Mech*). *Mechanism And Machine Theory*, Vol 37 175-195,.
2. Gronowicz A., Jucha J., Miller S. Twaróg W. (1981), Teoria mechanizmów i maszyn. *Ćwiczenia projektowe WPW Wrocław*.
3. Miller S. (1996), Teoria mechanizmów i maszyn. *Analiza układów kinematycznych*. Wrocław WPW.
4. Tuijthof G., Herder J. (2000), Design, Actuation And Control Of An Anthropomorphic Robot Arm, *Mechanism And Machine Theory*, Vol 35, pp. 945-962,.
5. Ziemia J. (2005), Metoda syntezy geometrycznej układów orietująco-stabilizujących, *Praca doktorska PWr*.

BASIC GEOMETRY SYNTHESIS METHOD FOR DRIVE SYSTEMS WITH ACTUATOR

Abstract: Basic geometry synthesis method for drive systems with actuator in paper is presented. The method allows to determine length of the arms and initial length and travel of the actuator. Also dimensions determination in dependence of kinematics and dynamics is possible. The presented method can be applied in the geometric synthesis of mechanical systems with actuators.