



D O
JASNIE OSWIECONEGO
XIAŻĘCIA JMCI
J O Z E F A
CZARTORYSKIEGO
STOLNIKA WIELKIEGO XIĘSTWA LIT:
STAROSTY ŁUCKIEGO,
KAWALERA ORDEROW ORŁA BIAŁEGO
y S. STANISŁAWA.



Rzy szczególniejsze mam przyczyny,
dla których Dzieło to pod zaszczy-
tem *Imienia* JASNIE OSWIECONY XIAŻĘ na
widok publiczny daię. We dwóch z nich, zalety
pracy mojej; w trzeciej, uskutecznienia naywin-
nieyszych, wdzięczności y naygłębszego respektu,
obowiązkow upatrywałem.



Dzieło zaś to z Imienia y Osoby J. O. Wafzey Xięcey Mości dwa największe zaszczyty bierze. Bo że pod Jmieniem PANA, wysokością Urodzenia, y Starożytnym Rodu Xiążęcego blaskiem zaszczyconego, z Krwi Wielkich SĄGŁŁOW dotąd Polszcze ulubionej, y z Panującemi w Europie złączonej Domami, pochodzącego na świat wychodzi, tym samym oczu y widoku publicznego godnym być, sądzone będzie.

*Ze zaś J. O. Wafza Xca Mość Pan z mądrości, y z wysokich Duszy przymiotów, z głębokości zdań, y z wszelkich nauk doskonałości, nie w naszej tylko Polszcze, y niesamym Obywatelom, ale w naysławniejszych Europy Narodach, y Panującym wybornie znany, Pracy tej z Osoby swojej zaszczytu pozwalasz, każdy wnie-
sie sobie, iż ią wprzód wysokim zdaniem swo-*

im,

im, dla Młodzi edukującej się użyteczną, y czytania iey godną być przyznałeś.

Gdy ią więc zaszczytem Jmienia y Osoby J. O. Wafzey Xięcey Mości ozdobić ośmielam się, y z głęboką uniżonością u stóp ią Pańskich składam, mam sobie za powinność wyznać publicznie Jmieniem całego Collegium naszego Międzyrzeckiego, nieskończoną wdzięczność y rekonitycyę, za niewystużoną wcale przez Nas względnosć y protekcyę Wafzey Xięcey Mci Dobrodzieia, którą Nas, y Szkoły nasze zaszczycając, Nauk y Literatów w tej Okolicy stawisz się opiekunem, a sam pierwszym ich będąc wzorem, pewne dalszego ich u nas wzrostu czynisz nadzieie; gdy BOG drogą zdrowie y życie J. O. Wafzey Xięcey Mci w długie lata zachowa.

*Czego życzyć wraz z wszystkiemi Krai-
tego*

tego



*tego Obywatelami , którzy Waszą Xięcą Mość
Dobrodzieia , Ozdobą y rokoszą swoją iedno-
uśnie byđ mienia , za pierwszą ma sobie po-
winność.*

J. O. WASZEY XIĘCEY MCI.

nayniższy Si. a.

X. SKARADKIEWICZ S. P.

Filoz: y Matemat: Professor.

PRZEMOWA

O potrzebie y pożytku Nauk Mate- matycznych.

Część tę Filozofii , która o rzeczy Natural-
nych istocie , własnościach , y przedziwnych
między niemi widocznie okazujących się skutkach ,
szczegulniejszą podając wiadomość , Fizyki ma f-
mę , chcieć zrozumieć ; a do umiejętności oney-
że bez początkow Matematyki , y iakiegokolwiek
Nauk Ziemiomierniczych poznania przystępować ,
iednoż jest co w ciemnościach bez światła , w śle-
pocie bez przewodnika , w bardzo mylną zapu-
szczać się drogę.

Co nie tylko w tych naszych szczęśliwych y le-
piej oświeconych prawdzi się czasach , w które ,
Filozofia na gruncie Nauk Matematycznych zasa-
dzona , y onychże spoiona ogniwem , na wysokiej
doskonałości wygurowała stopień , ale w nayda-
wniejszych nawet , które początek y wzrost da-
ły Filozofii wiekach , do rzeczy naturalnych u-
mieistności bez poznania wprzód , y dobrego
Nauk Matematycznych przeniknienia , kroku ie-
dnego nie czyniono.

Plato zaiste , Pitagoras , y Arystoteles , trzey
wielcy Filozofii Mistrzowie y Poprzedziciele zna-
komitfi , Naukę Matematyki tak dalece do Filozo-
fi byđ potrzebłą rozumieli : że pierwszy z nich
) a (wysła-



wystawionym na dedrzwiami Szkoły swojej napisem: *Nemo Geometrix experts intrato, wśzystkim ogulnie, ktorzyby wprzod Nauk Matematycznych poznania niemieli, od Szkoły swojej wstret zapowiedział.* Drugi zaś Matematykę tyle ukochał, y w tak wysokim miał szacunku, że przez wielkiego, które z wynalazkow jego wzięła, powiększenia, treść prawie całą Filozoficznych Nauk swoich tajemnicami iey, Ludowi mniej znajome, pokryć usiłował.

A Arystoteles w Szkole Platona lat 20. pewnie nie bez wielkiego w rzeczach Matematycznych postępkę, strawiwszy, całą potem Filozofią swoją onemi związał y nappełnił, iako zbiór ich przez Blankana z Księg Jęgo wyisty, rzeczywiście tego dowodzi. Epikura zaś y Demokryta ktokolwiek Filozoficzne Nauki, złotym przez Lukrecyusza wierszem odlane czytał, przyzna niezawodnie, że Matematyka Duszę ie odżywiająca; y fundamentalną ich jest sprężyną.

Dopieroż w ostatnich przed nami wiekach po ośwobodzeniu z opłakaney Arabow y Perypatetykow niewoli, Nauk Filozoficznych, ile do ich wzrostu, y obfitych w każdą professyą społeczeństwa ludzkiego z ich poznania wypływających pożytkow, wiekopomney godni sławy Meżowie, Galileusz, Kartezy, Leibnicy, Newton, y rozliczni inni Matematycznemi swoiemi dopomogli wynalazkami, każdy niezbitie przekonać się może z tej iedney powieści, że od ich czasow

• Fi-



• Filozofii bez Matematyki mówić; toż samo jest: co z Grekami, lub z Chińczykami prześławiać, a Greckiego, lub Chińskiego języka najmniejszey nie mieć wiadomości, zgoda: Filozofowie wiekow naszych szeregulny swoy do obcowania z sobą y wcale od wśzystkich innych rożny mają język, a ten Matematyczny, bez którego ani się do zrozumienia innych wyexplikować; ani od innych zrozumianemi bydź mogą.

Zkądby zaś Nauki Matematyczne początek swoy wzięły, tak jest niepewna, iak to niezawodna, że w naydawniejszey nawet starożytności, pierwsza o wynalezieniu ich, nad ktorekolwiek inne umiejętności jest wzmianka. Sama właśnie naydawniejszych wiekow odległość, początek y rzródło ich w niepamięci zagrzebłszy, doścignąć nam go niepozwoliła.

Odsyłam ia wraz z innemi oświeconemi Dzieiopisami do liczby baiek powieść ową, iakoby przed Potopem ieszcze Nauki Matematyczne kwitnąć miały, y że ich skutkiem były dwie kolumny: iedna z Kamienia, druga z Cegły przez Potomkow Adama wystawione, o których Józef Zydowin świadczy, bo te nie mniejszey, iak tyle innych od niego napisanych czynow wątpliwości podpadają.

Jeżeli atoli potrzeba, Matką jest wśzystkich sztuk y umiejętności, toć iak tylko ludzie graniczyć z sobą; stawiać dla pomieszkania Domo-

) a (2

stwa,

flwa, Machin y Instrumentow potrzebom ludzkim użytecznych zażywać, wspólny między sobą handel prowadzić zaczęli, tak zaraz pierwsze nieomylnie Matematyki, bez ktorey to wszystko działać się nie mogło, powinni byli założyć fundamenta.

A że nade wszystko u Egipcyan dla corocznego na cały ich kray Rzeki Nilu rozlania, przez ktore wszystkie grunta, ich rozgraniczające, miedze, y przekopy, zamulane bywały, tamy y inne dzielnice znoszone; Nowe po ustępujących Rzeki teyże wylewach, znowe sypać Koppce, nowe Pol czynić rozmiary, y ograniczenia potrzeba było, ztąd nie bez wielkiego do prawdy podobieństwa bydy rozumiem, to co wielu Historykow, za rzecz niezawodną twierdzi: iż pierwsza tey części Matematyki, ktora rozmiar gruntow y miysc różnych ma za cel wynalezienie, Egipcyanom winni jesteśmy.

Strabona zaiste, przed nim jeszcze Herodota, naydawniejszego z Greckich Historykow, na to przypada zdanie, z ktorych pierwszego to wyraźne jest świadectwo: Opus fuit tam diligenti, ac subtili locorum divisione, propter continuas finium confusiones, quas auctus Nilus efficiebat, nunc addendo, nunc adimendo, nunc immutando figuras, & ligna quædam relevando, quibus proprium discernitur, ab alieno; unde iterum atque iterum mensurari oportebat. Hinc ab Egyptiis Geo-

Geometriam ortum habuisse, putandum est, quemadmodum computandi scientiam & Arithmetice à Phœnicibus propter mercaturam. Herodot zaś, za ktorego zdaie się że Strabo poszedł powagą, toż samo wybornie w sens następujący wyraża. Quodsi cuius portionem Nilus alluvione decurtasset, is adiens Regem, rei, quæ contigerat, certiozem faciebat, Rexque ad prædium inspiciendum mittebat, qui metirentur, quanto minus factum esset? ut ex residuo, pro proportionem taxatum vectigal penderetur, atque hinc Geometria orta, mihi videtur in Græciam transcendisse.

Tak Herodotus, a za nim Strabo, tak tylu innych Historykow nie bez fundamentu twierdzą, co tym lepiej jeszcze przyświadczaią owe Groby, Piramidy, y kosztowne obeliski, ktore w pierwszym Egipcie, oczy całego świata y podziwienie na siebie obrocily, y o ktorych ktokolwiekby twierdził, że bez wielkiej w Matematyce doskonałości powstały, zawiśdzyły nie bez wielkiej dla siebie nierozumu nagany, tylu sławnych w starożytności, y w wiekach naszych Matematykw, ktorzy też dzieła naywyborniejszym Matematyki, iednostaynie twierdzili y twierdzą bydy wizerunkiem.

Jako zaś Filozofowie Grecy po wszystkich wschodnich Kraiach za nauką ubiegając się, zdobyć umiejętności z nich zebraną, z sowy-



zym do Grecyi wnosili zyskiem, tak żaden prawie z nich nie był, któryby w przedsięwzięty tym końcem podróży swoiey, Egipt pominął. Z niego zatył pierwsze do Ojczyzny swoiey Matematyki wnieśli wiadomości, które tym snadniej powiększyć, y do rozlicznych życia Ludzkiego potrzeb przystosować im było, im prawdziwsza jest powszechnie wzięta przypowieść: że do rzeczy raz wynalezionych, łatwiej jest zawrzeć, coś dodać.

Y tymci to sposobem Matematyka, co raz większy w następujących wiekach wzrost dla siebie biorąc, do tej w ktorej iż teraz widzimy przyprowadzona jest doskonałości.

Potrzebę iey, zwłaszcza do tej części Filozofii zabierającym się, która rzeczy naturalnych, cudowney onychże harmonii, y równie pięknych iak podziwienią godnych skutków wynikających, z ich sił wspólnie między sobą złączonych, poznanie daie; dążyć rozumiem na początek zaraz samym przełożyłem, do czego przydam ieszcze y to, iż Matematyka niewypowiedzianie łatwym, iasnym, y przekonywającym każdego rozum w swoich dowodach ułożona sposobem, niezmiernie umysł Ludzki zaostrza, do sądzienia o każdej rzeczy na dobrych y niezawodnych fundamentach uprawia, a z założonych raz fundamentów, czyste porządkie wyprowadzać konsekwencye przyzwyczaja. Zkąd nie bez przyczyny wielu mądrych jest zdanie:

że



że ktokolwiek początkow Matematyki dobrze poznanych nie ma, o żadney rzeczy należycie, gruntownie, y w całej iey obszerności sądzić ani mówić potrafi.

Pożytkow zaś z nauk Matematycznych na całe społeczeństwo Ludzkie spływających, wybitne bardzo, gdziekolwiek się obrocimy, widzimy, ślady; Struktury Wież, Zamków, Pałaców, Fortec obronnych, przesliczne plantowania Ogrodów, Fontan dziwienie oko kontnujących wytryskanie, znośnienie gór, w nowe obracanie Rzek Koryta, lub z innemi łączenie wodami, biegu ich przeciwko naturalney napozor mieysc sytuacji kierowanie, sypanie tam, Grobel stawianie, Młyny wietrzne y wodne, Prochownie, Tartaki, Folusze, Papiernie, Rudnie: Żelazne, Kruszcowe, Srebrne, y Złote; Dopieroż w życiu Obywatelskim, miarkowanie, lub wynaydywanie Granic, sypanie kopców, rozmiar Gruntów, Łąg, Pol, y Lasów, w woysku zaś stawianie obozów, sypanie szafców, odlewanie y rychtowanie dział, atak murów, y wałów, bronienie onychże, woysk szycowanie, zwodzenie z placu, poścignienie zmieszanego Nieprzyjaciela, budowanie mostów, rzucanie pontonów, mieysc niedostępnych przebycia. Wszystkie te sztuki czyliż nie są widocznym nader nauk Matematycznych płodem? y rzeczywistym pożytkow na Narod Ludzki z nich obficie spływających przeświadczeniem?

Zgo-



Zgoła w potocznych nawet y do samey życia potrzeby przyrządzonych Rzemiosłach, wydział nayszczelniejszy Matematyce należy się w pryncypalnych iey pionu Linii, y Cyrkla instrumentach. Dla tego zaś: że w praktyce tylko, bez okazania y przyswiadczenia rozumu, iż tak być powinno, od mniej oświeconych Rzemieśników zażywana bywa, tym czym jest, byź nieprzeście, y z użytkiem swoim, do pierwszych, wszystkich rzemioł, odwołuje się wynalazcow.

Ale o potrzebie nauk Ziemiomierzniczych najlepiej każdego przeświadczy, y nieskończone nu społeczeństwo Ludzkie z nich wypływające, okaże mu pożytki, same onychże poznanie, których krotki zbiór w tej Książce zamknięty; nie tylko do dalszych utorować drogi, lecz y sam z siebie użytecznym stać się może.



W S T Ę P DO ZIEMIOMIERNICTWA CZYLI GEOMETRYI.



GEOMETRYA, czyli ZIEMIOMIERNICTWO jest część Matematyki ucząca rozmiernić wzdłuż, wszerz, y wgłąb ziemię, y rzeczy na niey będące.

I. Fundamentem zaś całego Ziemiomierznictwa, y źródłem, z którego wszystkie Geometryczne płyną Propozycye, są: *Definicye*, *Postulata*, y *Axiomata*.

Definicya, jest mowa wykładająca istotę rzeczy, lub słowa iakiego znaczenie np: *Trojkąt*, czyli *troykągiet*, albo *Troygraniec*, jest plac trzema liniami obwiedziony y zamknięty.

Postulatum, jest to, co łatwo y bez wszelkiej spórki uczynić można, przeto od Geometrow tak iakby uczynione było, alleguie się np: *Linia pionową* czyli *perpendykularną*, na drugiej *Linii*, w danym na niej punkcie, postawić.

Axioma, jest zdanie niezawodne, z samych terminow iasne, y oczywiste. np: *Rzecz cała jest większa, niżeli iey część.*

II. Propozycye Geometryczne są dwoiakię, to jest: *Problemata*, y *Theoremata*. Procz tych zaś, są ieszcze w Geometrii zażywane *Lemmata*, *Corollaria*, y *Scholia*.

Problema, jest Propozycya, ktora co do czynienia podaje; np: *Czworgraniec podługowaty, przerobić w kwadrat*, czyli *Czworgraniec doskonały.*

Theorema, jest Propozycya, to w sobie zamknięta, co rozumu tylko samego poięciu y uwadze podlega; np: *W każdym Trykacie czyli tryangule węgł zewnętrzny (angulus externus) jest równy dwom węgłom wewnętrznym na przeciw ległym, (duobus internis oppositis.)*

Lemma jest Propozycya służąca szczególnie do okazania iakiego *Problematu*, lub *Theorematu*.

Corollarium czyli *Wniosek*, nazywa się to, co z iakiey Propozycyi już okazaney, naturalnie wypływa.

Scholium nakoniec, czyli *Przypisek*, jest uwaga nad iaką propozycyą, albo ią bardziey objaśniająca, albo iey używanie y pożytek obszerniey wykładająca.

III. Znak ten $+$ jest znak Addycyi, y znaczy więcej.

Znak

Znak $-$ znaczy mniej, y jest znak Subtrakcyi.

Znak $=$ jest znak Rowności.

IV. Ponieważ zaś *Postulata* y *Axiomata* wszystkim Księgom następującym zarownie służą, z tey przyczyny w samych zaraz początkach, kładą się tu:

POSTULATA.

1. Z iednego ktoregokolwiek punktu, do punktu drugiego, *Linia* prostą poprowadzić.
2. Prostą *Linia* skończoną, wprost daley pociągnąć.
3. Z ktoregokolwiek Centrum, z iakążkolwiek od tego centru odległością, *Cyrkul* czyli *koło* odrzutować.

AXYOMATA

Czyli *Prawdy niezawodne*, przez się iasne.

1. Rzecz cała jest większa nad swoją część, a równa wszystkim swoim częściom wraz wziętym.
2. Dwie rzeczy równające się osobno z trzecią, równe także są y z sobą. Zkąd idzie: że rzecz ta, ktora od iedney z dwóch sobie równych jest większa, lub mnieysza; od drugiej także większa, lub mnieysza być musi.
3. Jeżeli do równych sobie rzeczy dodasz równe, te tak powiększone równe sobie będą.
4. Jeżeli od równych sobie rzeczy uymiesz po części równej, reszty z nich pozostałe, będą równe sobie.

5. Jeżeli do nierównych rzeczy, dodaż części równe, całe nierowne będą.

6. Jeżeli od nierównych rzeczy, uymiesz po części równe, reszty z nich pozostałe, będą nierowne.

7. Połowy jedneyże rzeczy, lub połowy rzeczy sobie równych, są sobie równe. Podobnież Rzeczy, dwa, trzy, lub cztery razy większe od inney, lub od innych rzeczy sobie równych; między sobą są równe.

8. Ktore rzeczy zobopolnie zakrywają się zupełnie (*Quæ mutuo sibi congruunt, vel juxta Cl. Wolfium, Quæ mutuo se tegunt, æqualia sunt.*) równe są; Y na odwrot: ktore rzeczy, tegoż samego toku czyli jednorodne, równe sobie są, te zupełnie zakrywają się.

Te zaś rzeczy wzajemnie zakrywają się, ktore wspólnie razem, iedna na drugiey położone, tak się schodzą, y iednoczą z sobą, że ostatnie brzegi iedney leżą na ostatnich brzegach drugiey, będąc iedne od drugich równie zakryte np: Potożysz y dwie linie stopowe, iedną na drugiey, ostatnie iedney punkta, leżąc będą na ostatnich punktach drugiey, y iedna drugą wzajemnie zakryje.

9. Dwie linie nie są ku sobie podane, jeżeli iedna, nie jest bardziey nad drugą, z teyże samey strony nakloniona, ku jakiey trzeciey, na nie padley: np: *Fig. (13. Tab. 1.)* Jeżeli linie LN, IM równo ku Linii OP, ktora przez nie jest powiedziona, na tąż samą stronę nachylaia się, znak jest że też Linie LN, IM nie są ku sobie podane, a zatym że są równo-legle czyli (*Parallelae.*)

KSIĘGA I.

O Liniach y Węglach. (*De Lineis & Angulis*)

DEFINICYE.

1. **W**ielkość, (*magnitudo*) znaczy to wszystko, przez co rzecz iaka porównana z drugą jednorodną, czyli tegoż samego gatunku, zowie się iey równą, lub nierówną. Przeto pod imieniem wielkości (*magnitudinis*) zamyka się rozległość miejscowa, (*extensio localis*) liczba, ruch, y czas. Geometrowie iednak, z pomiędzy tych gatunkow Wielkości, *Rozległość miejscową*, osobliwie uważają.

2. Rozległość zaś miejscowa, czyli ilość rozłożystości rzeczy, (*quantitas molis*) jest wielkość, pewnemi okryślona granicami, mająca trzy wymiary: Długość. Szerokość. y Głębokość. Jeżeli ilość (*quantitas*) uważa się tylko wzdłuż, zowie się Linia. (*linea*) Jeżeli wzdłuż y wszcz zowie się *Wierzch* (*superficies*) Jeżeli zaś wzdłuż, wszcz, y wgląd, nazywa się Bryłą czyli rzeczą miłąką. (*Corpus Solidum.*)

3. Końce, czyli terminy Linii, nazywają się Punkta. Punkt zaś według Euklidesa jest znak nierozdzielny, y żadnym niemający części, lubo ię ma w samey rzeczy.

4. Linia Prosta (*Linea recta*) jest, ktora między kończącemi ją punktami równo leży, iako Linia AB. (*Fig. 1. Tab. 1.*) Linia krzywa (*Linea Curva*)

jest, która od prostej zdraża drogi, iako linia C D. (Fig. 2. Tab. 1.)

Wierzch rowny, czyli Płaskość (*superficies plana*) jest, po którego wszystkich częściach, Linia prosta powlec można, tak żeby się ich, cała razem dotykała, iako jest tablica gładka marmurowa. Wierzch zaś krzywy, czyli wypukły, będzie (*superficies curva*) jeżeli prosta linia na nim pociągnięta, razem do wszystkich jego części y punktów nie przystawa, iaki jest obwód kuli.

5. Jeżeli linie dwie, lub więcej między iednem położone są punktami, która z nich jest prosta, ta jest najkróttsza: iako B C. (Fig. 3. Tab. 1.) Z krzywych zaś linii, te które w obwodzie swoim, inżę zamykają, są większe nad te, które w ich wypukłości mieszczą się. Tak linia C d B większa jest, niżeli linia C e B. Co jednak, wten czas tylko prawdzi się, kiedy też Linie krzywe na iedną tylko podane są stronę; bo gdyby Linia ta, która się w innej zawiera, wężykiem szła, na różne podająca się strony, na ten czas mogłaby być większą nad tę, wktorej wypukłości mieści się, tak Linia C f B, większa jest niżeli C A B.

6. Linie wszędzie równo od siebie odległe, które y naydalej wprost pociągnięte, nigdyby się ku sobie nieśkloniły, nazywają się Równo-ległe (*Parallæla*) takie są: A B, y C D. (Fig. 4. Tab. 1.)

7. Dwoch Linii w iednym punkcie stykających się z sobą, lecz nie wprost leżących, wzajemne iedney ku drugiej nachylenie się, zowiemy kątem, czyli węglem (*Angulus*) iaki jest B A C. (Fig. 5. Tab. 1.) Punkt zaś w którym się dwie linie

linie stykają, zowiemy Wierzchołkiem Węgla, (*Vertex Anguli*) Linie węgiel czyniące Bokami węgla (*Lateræ anguli*) Każdy zaś pośpolicie węgiel, wyraża się albo iedną literą, a tą u wierzchołku węgla, lub w samym węgle położoną; albo trzema, z których ta, która we środku kładzie się, wskazuje sam węgiel. W ten czas zaś osobliwie trzema literami węgly wyrażać potrzeba, kiedy ich przy iednym punkcie jest więcej.

Wiedzieć zaś potrzeba, że wielkość węgla nie z długości Linii węgiel czyniących, lecz wzajemnego ich do siebie nachylenia, miarkować należy; tak Węgiel D E F. (Fig. 6. y 7. Tab. 1.) większy jest, niżeli węgiel G H I. Bo linie E D, E F. acz krótsze, mniej są do siebie nachylone, a zatył bardziey rozkraczone, niżeli Linie dłuższe H G, H I.

8. Węgły od dwóch linii na wierzchu (*in superficie*) położonych zrobione, zowią się węgły wierzchowe (*Anguli superficiales*) y jeżeli ten wierzch jest płaski, Węgły płaskie (*Anguli plani*) jeżeli wypukły, węgły wypukłe (*Anguli sphaerici*) nazywają się.

9. Węgiel prostoboczny (*Angulus rectilineus*) jest, który dwie linie proste robią, iaki jest węgiel B A C. (Fig. 5. Tab. 1.) Węgiel krzywoboczny (*Curvilineus*) jest, który robią dwie linie krzywe, iaki jest L M N. (Fig. 8. Tab. 1.) Węgiel różnoboczny (*Angulus mixtus*) jest, który robi iedną linia prosta, a druga krzywa, iaki jest Węgiel O P Q. (Fig. 9. Tab. 1.)

10. Każdy Węgiel, albo jest prosty. (*Angulus rectus*)

rectus) albo tępy, czyli wklęsły, (*Angulus obtusus*) albo ostry, czyli spiczasty (*Angulus acutus*.)

11. Węgiel prosty jest ten, któremu, jeżeli wprost bok jeden od wierzchołku węgla pociągniesz, inny z drugiej strony węgiel ze wszystkim równy wypadnie. Taki prosty węgiel jest *BEA*. (Fig: 10. Tab: 1.) Jeżeli pociągnąwszy bok *BE* do punktu *C*, węgiel *AEC* z drugiej strony jest mu zupełnie równy, ztąd naturalnie wnieść, że wszystkie węgly proste, są sobie równe.

12. Kiedy więc Linia Prosta *AE*. (Fig: 10. Tab: 1.) postawiona na linii prostej *BEC*, na żadną nie skłania się stronę, a tym samym węgly z obydwóch stron robi równe; obydwie te węgly *ABE* y *AEC* będą proste. Linia zaś *AE*, na drugiej prosto stojąca, zowie się Linia Pionowa (*Perpendicularis*.)

Corollarium czyli Wniosek: Linie pionowe, a *b*, *cd*, *ef*, (Fig: 11. Tab: 1.) dwiema liniami równoległymi (*Parallelis*) *AB*, *CD*. zajęte, są sobie równe. (przez definicyę 6tą.)

13. Węgly, które mają jeden bok wspólny, y które z obydwóch stron tegoż boku leżą, nazywają się Węgly przyległe, (*Anguli deinceps positi*) iako *ABE*. y *BED*. (Fig: 10. Tab: 1.) Pociągnąwszy zaś Liniją *BE* do punktu *C*, iako Linia *AE*. poprowadzona jest do punktu *D*, będą Węgly *BEA* y *DEC*, nazwane wierzchołkiem przeciwległe. (*Anguli ad verticem oppositi*.)

14. Węgiel tępy (*Angulus obtusus*) zowiemy, który jest większy od węgla prostego. Taki jest węgiel *EDC*. (Fig: 12. Tab: 1.)

15. Węgiel zaś ostry (*Angulus acutus*) jest ten, który od prostego jest mniejszy, iako Węgiel *EDB*. (na teyże samej Fig:) Z tąd rzecz oczywista jest, że węgly tak tępe, iako y ostre, mogą być jedne od drugich większe, lub mniejsze.

16. Linia Prosta, iako jest *OP* (Fig: 13. Tab: 1.) przez dwie ktorekolwiek linie proste poprowadzona, wiele rozmaitych robi Węglów. Y tak Węgly *NAO*, *OBL*, *MGP*, *IHP* nazywają się węgly zewnętrzne (*Anguli externi*) Węgly *NCP*, *MEO*, *LDP*, *IFO* nazywają się Węgly wewnętrzne (*Anguli interni*) Węgly zaś *NC* y *MEO*, albo *LDP* y *IFO*, zowią się z jednejże strony wewnętrzne (*interni ad eandem partes*) Węgly *NCP*. y *OFL* tudzież *LDP*. y *MEO*. są na przemiany ległe (*Anguli alterni*.) Nakoniec *OFI* y *OBL*, albo *MEO* y *NAO* zowią się węgly wewnętrzny y zewnętrzny z jednejże strony przeciw ległe (*Angulus internus & Externus ex eadem parte oppositi*.)

PROPOZYCYA I.

Prosta Linia postawiona na drugiej, czyni albo dwa proste przyległe sobie Węgly, albo dwom prostym równe. (Fig: 12. Tab: 1.)

Okazanie, Albowiem jeżeli Linia *AD* postawiona na Linii *CDB*. jest pionowa (*perpendicularis*;) będą Węgly *ADB* y *ADC* z obydwóch stron proste (przez Definicję 11 y 12.) Jeżeli zaś Linia *ED* z ukosa stoi na teyże linii *CDB*. postawmy linią pionową *AD*. Ponieważ Węgly *EDB* ostry, y *EDC* tępy, tyle zaymują

miu miejsca, ile węgły proste ADB y ADC y dla tego razem złożone z tamtymi, zupełnie zakrywają się, z tey przyczyny są im równe. (przez Axioma 8.) co było do okazania.

Corollary, czyli Wnioski.

Wniosek I. Tymże samym sposobem dowieść można, iż jeżeli na iedney Linii w iednymże Punkcie, kilka linii stoi, wszystkie węgły od tych Linii zrobione, są równe dwom węglom prostym. Taż Fig: 12. Tab: 1.)

Wniosek II. Gdy się dwie linie iakokolwiek przecinają, iako AED y BEC, (Fig: 10. Tab: 1.) w punkcie przecięcia owego, robią albo cztery proste Węgły, albo czterem prostym Węglom równe.

Wniosek III. Wszystkie węgły koło iednegoż Punktu C leżące, (Fig: 14. Tab: 1.) równe są czterem węglom prostym. (przez Axioma 1.)

PROPOZYCYA II.

Węgły wierzchołkiem przeciw-ległe (Anguli ad verticem oppositi) są równe (Fig: 13. Tab: 1.)

Okazanie Węgiel B y Węgiel A razem wzięte, są równe dwom węglom prostym (przez Propozycyą 1.) tudzież węgiel C y węgiel A razem, dwóm także prostym węglom są równe. (przez Prop: 1.) Przeto węgły C y A razem wzięte, węglom B y A razem wziętym równe są; (prz: Axioma 2gie.) a zatym odiauwszy wspólny węgiel A, zostaną węgły B y C zupełnie sobie równe. (prz: Axioma 4te.) Lecz węgły B y C są wierzchołkiem przeciw-ległe; (advertisicem oppositi)

fiti,) (przez Definicją 13.) Więc węgły wierzchołkiem przeciwległe, równe są, Co było do okazania.

PROPOZYCYA III.

Jeżeli Linia Prosta OP dwie linie równoległe (parallelas) NL y MI przecina, czyni węgiel wewnętrzny, zewnętrzny z iedneyże strony przeciw-ległemu równy. (Angulum externum, Angulo interno ad eandem partem opposito æqualem) (Fig: 13. Tab: 1.)

Okazanie, Ponieważ Linie LN y IM są równo ległe (parallelæ) więc ku linii OP na iednęż stronę równo są nakłanione, (przez Defin: 6tą.) z tey przyczyny Węgiel B = F, tudzież A = E. (prz: Defin: 7.) to jest, węgły zewnętrzne y wewnętrzne (prz: Defin: 16.) z iedneyże strony przeciwległe, są równe. Co było do okazania.

PROPOZYCYA IV.

Węgły na przemian ległe (Anguli alterni,) są sobie równe (Fig: 13. Tab: 1.)

Okazanie, Węgiel B równy jest węglowi C w wierzchołku przeciw ległemu (ad verticem opposito) (przez Propozycyą: 2.) Lecz tenże Węgiel B równy jest węglowi F. (prz: Prop: 3.) Więc węgiel C (prz: Axioma 2.) równy jest węglowi F, to jest węgły na przemian ległe, są sobie równe. (przez Defin: 16.) Co było do okazania.

Gdy Linia Prosta, dwie linie równo-ległe przeciwna, Węgły wewnętrzne na iedneyże stronie (Angulos internos ad eandem partem,) robi dwóm węglom prostym równe, (Fig: 13, Tab: I.)

Okazanie. Węgły na przemiany-ległe (Alterni) C y F są sobie równe. (przez Prop: 4.) Ale Węgły C. y D. przyległe (deinceps positi,) są równe dwóm Węglom prostym (przez Propozycyą 1.) Więc zamiast Węgła C, wziąwszy iemu równy Węgiel F, który jest drugi na też samę stronę z węglem D. wewnętrzny, (przez Definiyą 16.) będzie wraz z nim równy dwóm Węglom prostym. Co było do Okazania.

WNIOSKI.

Wniosek I. Gdy dwie Linie LN y IM. (Fig: 13. Tab: I.) z trzecią Linią O P czynią Węgły B y F sobie równe, to jest, Węgiel zewnętrzny równy wewnętrznemu na też samę stronę przeciw ległemu, (Angulum externum, aequale angulo interno ad eandem partem opposito) znak jest, że dwie wspomniane Linie zarówno nachylają się do Linii O P a zatym że są równo-ległe (przez Axioma 9.)

Wniosek II. Jeżeli Węgły C y F na przemian-ległe (alterni) są sobie równe; y Linie LN, IM, są równo-ległe. Ponieważ bowiem Węgły w wierzchołku przeciw-ległe B y C, są sobie równe; (przez Propozycyą II.) a Węgiel C. równy także jest Węglowi F, podług założoney kondy-

cyi, będzie zatym $B = F$. (przez Axioma 2.) to jest węgiel zewnętrzny równy węglowi wewnętrznemu na też samę stronę przeciw-ległemu. A przeto Linie LN, IM, będą równo ległe. (przez Wnioski poprzedzające.)

Wniosek III. Jeżeli Węgły D y F wewnętrzne na iednęż stronę (interni ad eandem partem) są równe dwóm prostym Węglom, tedy y Linie LN y IM będą równo-ległe. Gdyż Węgły B y D przyległe (deinceps positi) są równe dwóm prostym Węglom; (przez Propoz: I.) ale podług założoney kondycyi, Węgły D y F są także dwóm Węglom prostym równe; Zaczyn węgły B y F zewnętrzny y wewnętrzny, są sobie równe. (przez Axioma 2. y 4.) Ztąd idzie, że y Linie LN, IM są równo-ległe. (przez Wniosek I. Propozycyi V.)

PROPOZYCYA VI.

Linie Równo-ległe względem ktoreykolwiek Linii prostej, są także y od siebie równo-ległe. Tudzież Linia która jest równo-legła, względem iedney z kilku lub z kilkunastu równoległych Linii, tym samym równo-ległą będzie względem wszystkich. (Fig: 11. Tab: I.)

Okazanie Części Pierwszey. Jeżeli Linie proste AB, EF, są równo-ległe od Linii CD, tedy pionowe Linie ab, ef, iako też bm, fn są między sobą równe (przez Wniosek Defn: 12.) równe oraz am, en, Linie także pionowe. (przez Axioma 3. :) Więc Linie AB, EF są od siebie równo-ległe. (przez Defn: 6.) Co było do okazania.

Oka-

Okazanie Części Drugiej. Jeżeli Linie AB, CD. są równo-ległe, a EF jest równo-ległą odiedney z nich AB; będzie $ab = ef$, $y am = en$ (przez Wnioski Defini. 12.) A zatem będzie $bm = fn$. (przez Axioma 4.) Więc Linie EF, CD będą równo-ległe. (przez Defini. 6.) Co było do okazania.

KSIĘGA II.

O Troigranach, Czworgranach, Pięciogranach, Sześciogranach, y innych Wielogranach.

DEFINICYE

CZYLI OPISANIA GRUNTOWNE.

1. **F**igura Ziemiomiernicza, jest Plac zewsząd zawarty. Przeto ani Węgiel, ani dwie Linie proste, mogą być nazwane figurą ziemiomierniczą; bo placu zewsząd zawrzeć nie mogą, na co prostych Linii najmniej trzy potrzeba.

2. Figury Ziemiomiernicze jedne są Płaskie, (figura plana) drugie miazdkie, (figura solida)

3. Figura płaska, jest wierzch jedną, lub więcej Liniami obwiedziony. Ktore to Linie jeżeli są proste, Figura zowie się prosto-boczna (Rectilinea.) Jeżeli krzywe, krzywo-boczna (Curvilinea.) Jeżeli Linie są częścią proste, częścią krzywe, Różno-boczna. (mixta.)

4. Linie, w których Figury Ziemiomiernicze

zamy-

zamykają się, razem wzięte, zowiemy okrażeniem, czyli obwodem (Circumferentia, vel Circuitus, vel Perimeter) A z tym figurę równy obwód mające, zowią się równo-obwodne. (Iso perimetra.)

5. Z pomiędzy wszystkich Figur krzywo-bocznych, y różno-bocznych, Geometrowie najczęściej uważają Kóło, (Circulum) albo część Kóło nazwaną Łukiem (Arcus.) Ale o kole w Trzeciej Księdze mówić będziemy. A z pomiędzy Figur Prostobocznych, Figura najmniej zawierająca Linii, bo tylko trzy, jest Troygraniec, Tryangul, albo Troyką. (Triangulum, Trigonum;) na który wszystkie inne figury przerościć można.

6. Troygraniec zaś albo Tryangul, jest plac trzema Liniami zewsząd zamknięty.

7. Różność Troygranców uważamy, albo co do Węglów, albo co do boków. Co do Węglów: albo w Troygrancu jest jeden Węgiel, czyli kąt prosty; y taki Troygraniec nazywa się prostokątny (Triangulum Rectangulum,) iaki jest BAC. (Fig. 15. Tab. I.) Albo jeden kąt ma tępy; y nazywa się tempokątny, (amblygonium, vel obtus-angulum) iaki jest DEF. (Fig. 16. Tab. I.) Albo wszystkie kąty ma ostre czyli spiczaste; y zowie się Ostrokatny, (Oxygonium vel Acutangulum) iaki jest GHI, albo KML. (Fig. 17. y 18. Tab. I.)

8. Co się zaś tyczy boków (Lateræ;) względem tych uważając Troygraniec, albo ma wszystkie trzy boki równe, y zowie się Troygraniec równoboczny (Æquilaterum,) iaki jest Troygraniec

niec GHI, (Fig: 17. Tab: I.) albo ma wszystkie boki nierowne, y zowie się Tróygraniec nierowno-boczny (*Scalenum*) iaki jest A B C. (Fig: 15. Tab: I.) albo dwa tylko boki jego są równe, y nazywa się (*Iſoſceles*) równo-nożny. Jaki jest KML. (Fig: 18. Tab: I.)

9. Gdy w Tróygrancu dwa boki razem bierzemy, te zowią się nogi Tróygranca, (*Crura Trianguli*), a trzeci nazywa się bazą, czyli podstawkiem. (*basis Trianguli*.) Któryżkolwiek bok za bazę czyli podstawkę wziąć można; w Tróygrancu iednak prosto-kątnym, (*reſtangulo*) y w Tróygrancu tempo-kątnym (*obtusangulo*) bierze się ordynaryinie za bazę bok największy, to jest, Węglowi prostemu, lub tępemu przeciw-legły. Procz tego w Tróygrancu prostokątnym, bok na przeciw węgla prostego leżący, zowie się *Hipotenuzą*; w Tróygrancu zaś równo-nożnym (*in Triangulo æquicrura, vel Iſoſcele*) bok nierówny za zwyczaj bierze się za bazę.

10. Czworgraniec, (*Quadrilaterum*) jest Figura Ziemiomiernicza cztery boki, y cztery kąty mająca.

11. Jeżeli w Czworgrancu przeciw-ległe boki są równo-ległe (*ſi oppoſita Latera ſunt parallela*) tedy się zowie równoległym grancem (*Paralellogrammum*), iaki jest A B C D. (Figura 19. Tab. I.) Jeżeli zaś wspomniane boki nie są równo-ległe, zowie się Czworgraniec niezgrabny (*Trapezium*) iaki jest E F G H. (Fig: 20. Tab. I.)

12. Równoległy Graniec mający wszystkie kąty czyli Węgły proste, (*reſtos Angulos*) zowie my prostokątnym Grancem (*Reſtangulum*) iaki jest I K L M. (Fig: 21. Tab. I.)

13. Jeżeli wszystkie prostokątnego Granca boki, są między sobą równe, czynią Kwadrat, czyli Czworgraniec doskonały (*Quadratum*) iako C D E F. (Fig: 22. Tab: I.) Jeżeli zaś przeciw-ległe tylko boki są równe, czynią Czworgraniec podługowaty, czyli niedoskonały (*Reſtangulum altera parte longius*) iako I K L M. (Fig: 21. Tab. I.)

14. Jeżeli w Czworgrancu równoległe-bocznym (*in Parallelo-grammo*) węgły nie są proste; ten, albo wszystkie boki ma równe, y zowie się Kwadrat skrecony (*Rhombus*) iaki jest G H I K (Fig: 23. Tab: I.) albo przeciw-ległe tylko boki ma równe, y zowie się Czworograniec podługowaty skrecony, (*Rhomboides*) iaki jest A B C D (Fig: 19. Tab. I.)

15. Linia poprzeczna, (*diameter, diagonalis*), jest Linia prosta, która od iednego Węgla, do drugiego przeciw-ległego, środkiem iakiegokolwiek Czworgranca ciągnie się; iako B C. (Fig: 24. Tab: I.)

16. Na Linii w Czworgrancu poprzeczney BC (Fig: taż sama) przez punkt którykolwiek np: I., poprowadziwszy dwie proste Linie EF, G H, dwóm stykającym się Czworgranca bokom równoległe; cały ów Czworgraniec podzielony zostanie na Cztery inne Czworgrance, z których dwa E G, H F zowią się Czworgrance koło Linii poprzeczney (*Parallelogramma circa diametrum*.) Drugie zaś dwa A I, G D, Czworgrance dopełniające (*Complementa*. Każdy Czworgraniec, albo czterema Węgielnymi literami, albo dwiema na przeciwko-węgielnymi, wyraża się.

17. Jeżeli Figura Ziemiomierznicza Węglów y boków ma więcej nad cztery ; zowiemy ją w powszechności Figurą wielo-boczną albo Wielokątem (*Polygonum.*) Jeżeli ma sześć boków, zowie się sześćio-boczną, albo sześćio-kąt (*Hexagonum.*), jeżeli siedm, Siedmio-kąt (*Heptagonum.*)

18. Wielokąt porządný, czyli regularný (*Polygonum Ordinaturn, vel Regulare*) iest, który wszystkie boki y węgly ma równe.

PROPOZYCYA I.

W każdym Troygrańcu Summa trzech Węglów, równa iest dwóm węglom prostym. (Fig: 25. Tab: I.)

Okazanie. W Troygrańcu C A B, Wierzchołkiem A niech będzie poprowadzona Linia E F równo-iegła bazie C B. (*przez Postul: 1.*) Węgiel c, y węgiel b, przyległe węglowi A, razem z tymże węglém A wzięte równe są dwóm węglom prostym. (*przez Wniosek I. Prop: I. y Księgi I.*) Ale węgiel c równy iest węglowi C, a węgiel b równy iest węglowi B, (*przez Prop: IV. Księgi I.*) więc zamięst Węglów c, b, wzięwszy im równe węgly C, B, tak te, iako y tamte razem z węglém A wzięte, równe będą dwóm węglom prostym. (*przez Axioma III.*) Co było do okazania.

W N I O S K I.

Wniosek I. Każdego Troygrańca trzy Węgły razem wzięte, są równe, trzem węglom razem wzię-

wziętym ktoregokolwiek innego Troygrańca ; zawsze bowiem są równe dwóm węglom prostym.

Wniosek II. W każdym Troygrańcu zawsze muszą być dwa węgly śpiczaste, czyli ostre. (*Anguli acuti.*) Bo gdyby tylko jeden śpiczasty, dwa drugie byłyby albo proste, albo wklęsłe, a zatym wszystkie trzy razem wzięte, wynosiłyby więcej nad dwa węgly proste, co się iawnie sprzeciwia okazaney Propozycyi.

Wniosek III. Jeżeli w Troygrańcu jeden Węgiel iest prosty, drugie dwa razem wzięte są równe prostemu węglowi.

Wniosek IV. Węgiel w Troygrańcu równy dwóm innym tegoż Troygrańca węglom iest prosty.

Wniosek V. Ile razy w iednym Troygrańcu, dwa węgly, czy razem, czy pojedynczo wzięte, równe są dwóm węglom razem, albo pojedynczo wziętym drugiego Troygrańca, tylekroć y węgiel trzeci musi być równy trzeciemu.

PROPOZYCYA II.

W każdym Troygrańcu Węgiel zewnętrzny, równy iest dwóm węglom wewnętrznym przeciwnym, to iest Węgiel $d = C + A$. (Fig: 25. Tab: I.)

Okazanie. Węgły d y B równe są dwóm węglom prostym, (*przez Prop: I. Księgi I.*) lecz węgly A, C, B są także równe dwóm węglom prostym (*przez Prop: I. Księgi II.*) Więc węgly $d + B = A + B + C$. (*przez Axioma II.*) Azatym odciawszy wspólny Węgiel B, będzie $d = A + C$.

(*Axioma 4.*) to jest węgiel zewnętrzny będzie równy dwom węglom wewnętrznym przeciwnym. Co było do okazania.

W N I O S K I.

Wniosek I. Zewnętrzny Węgiel większy jest, niżeli którykolwiek w Troygrańcu węgiel wewnętrzny przeciw-legły.

Wniosek II. (*Fig: 26. Tab: I.*) Jeżeli od końców iednego w Troygrańcu boku. np. od końców boku AB , poprowadzone będą dwie linie AO , BO , tak: ażeby się w samym placu Troygrańca schodziły, te linie, lubo będą mnieysze, niżeli boki AC , CB , większy iednak zajmą węgiel AOB niżeli jest węgiel ACB . Pociągnąwszy bowiem linią AO , wprost do punktu F , węgiel AOB , większy jest niżeli węgiel AFB przez Wniosek poprzedzający. Ale y węgiel AFB większy jest, niżeli węgiel ACB , przez tenże sam Wniosek, więc węgiel AOB tym bardziej większy będzie nad węgiel ACB .

PROPOZYCYA III.

Węgiel w Troygrańcu większy jest ten, który na-przeciw większego boku leży; y na odwrót, Bok Troygrańca większemu Węglowi przeciw-legły, większy jest nad inne. (*Fig: 16. Tab: I.*)

Okazanie części pierwszej. Daymy że bok DF Troygrańca DEF , jest większy, niżeli bok EF . To otrzymawszy, mówię: że węgiel DEF , większy jest, niżeli węgiel EDF mnieyszemu bokowi przeciw-legły. Oczywista albowiem rzecz jest:

jest: że Linie DE , EF większy bok DF obejmujące, bardziey są rozkraczone, niżeli DE , DF , które mnieyszy bok EF obejmują. A że wielkości węgla miarą jest rozkraczenie Linii tenże węgiel robiących, (*przez Defini: 7 Księgi I.*) z tey przyczyny węgiel DEF , większemu bokowi DF przeciw-legły, większy jest niżeli węgiel EDF , naprzeciw mnieyszego boku EF leżący.

Okazanie części drugiej. Daymy wzajemnie, że węgiel DEF , większy jest, niżeli węgiel E DF . Ponieważ więc Linie DE , CF , bardziey są rozkraczone, niżeli Linie ED , DF ; (*przez Defini: 7. Księgi I.*) przeto ostatnie punkta D , F , bardziey są od siebie odległe, niżeli punkta E , F . Ztąd linia DF łącząca punkta D , F , większa być musi, niżeli linia EF , która łączy punkta E , F . Lecz linia DF , jest bok przeciw-legły większemu węglowi E ; linia zaś EF , jest bok przeciw-legły mnieyszemu węglowi D ; więc bok w Troygrańcu większemu węglowi przeciw-legły większy jest; mnieyszemu, mnieyszy. Co było do okazania.

W N I O S K I.

Wniosek I. W Troygrańcu Równo-bocznym GHL (*Fig: 17. Tab. I.*) wszystkie trzy węgly, są między sobą równe, bo rownym bokom przeciw-ległe; są także wszystkie spiczaste, czyli ostre, bo wszystkie nie mogą być, ani proste, ani wklęsłe. (*przez Wniosek II. Prop: I. Księgi II.*)

Wniosek II. W Troygrańcu KML (*Fig: 18. Tab: I.*) jeżeli dwa boki MK , ML , są równe, węgly także K y L , przy Bazie leżące, są równe;

gdyż są przeciw-ległe równym bokom ; A na odwrot, jeżeli węgły K y L leżące przy Bazie KL są równe, boki także MK, ML, leżące naprzeciw równych węgłów równe bydz mnszą, y Troygraniec KML, iest równo-nożny (*Isoceles*.)

Wniosek III. Linia Pionowa AB (*Fig: 27. Tab. I.*) iest naykrotfsza ze wśzystkich Linii, ktore od punktu A do linii prostej BC poprowadzone być mogą. Bo ponieważ węgiel B iest prosty, (przez *Definicję 12. Księgi I.*) Węgiel ACB być musi śpiczasty, przez *Wniosek II. Prop: II. Księgi II.* Dlatego Linia A B mnieysza iest niżeli którakolwiek z Linii AC. przez *Propoz: III. Księg: II.*)

Wniosek IV. Z iednego Punktu, do iakieykolwiek Linii prostej, iedną tylko Linia Pionową poprowadzić można. Wśzystkie zaś inne którekolwiek z owego punktu do teyże Linii poprowadzone będą, Pionowe nazwać się niemogą, (przez *Definicję 12. Księgi I. y prz: Wniosek III. Propozycyi niniejszey.*)

PRZYPISEK. Na fundamencie tey Propozycyi, doysć można, wysokości Wieży, lub iakiegokolwiek Gmachu, z cienia od nich rzuconego. Gdy albowiem Słońce na czterdzieści pięć gradusow podniesione iest nad horyzontem, (a) na ten czas cień, który

[a] Podniesione zaś Słońce bywa nad horyzontem na Gradusow czterdzieści pięć, w samej połowie czasu, między Wschodem y Południem, tudzież między Południem y Zachodem ; naprzykład ; jeżeli Wschod iest o Godzinie czwartej, a Zachod o godzinie osmej, wten czas rano o godzinie osmej, z południa zaś o godzinie czwartej słońce na czterdzieści pięć gradusow podniesione będzie.

który Wieża na ziemię rzuca, zupełnie iest równy wysokości teyże wieży. Węgiel albowiem ABC (*Fig: 30. Tab: I.*) od wieży y od cienia iey zaięty, iest prosty, gdyż Wieża pod pion stawiona, perpendykularnie stoi do Linii przez cień uformowanej. Podług założoney zaś kondycyi, Węgiel ACB iest połową węgła prostego, bo zamyka w sobie czterdzieści pięć gradusow, czyniących połowę Gradusow dziewięćdziesiąt, ktore są wymiarem prostego węgła, (czytay *Definicję 8. Księgi III. następuiącey.*) Wtencz węgeli ACB równy iest węgłowi BAC. (przez *wniosek III. Prop: I. Księgi II.*) a zatym bok AB równy iest bokowi BC. (przez *wniosek II. Propozycyi niniejszey.*) Zmierzywszy więc długość Cienia BC, wiadoma będzie wysokość Wieży AB.

PROPOZYCYA IV.

W każdym Troygrańcu dwa którekolwiek boki razem wzięte, więkfsze są od trzeciego. (*Fig: 16. Tab: I.*)

Okazanie, Ponieważ w którymkolwiek Troygrańcu, naprzykład, w Troygrańcu DEF boki DE, EF uważać można nakształt iedney Linii krzywey DEF, leżącey między temiż samemi punktami, co y Linia prosta DF, z kąd oczywiście widzieć się daie, (przez *Definicję 5. Księgi I.*) że dwa boki DE, EF razem wzięte, więkfsze są niżeli bok ieden DF. Co było do okazania.

PROPOZYCYA V.

Jeżeli dwóch Troygrańcow ABC, EDF bok B4 ieden

ieden AB jest równy jednemu bokowi ED , y bok drugi AC jeżeli równy jest bokowi drugiemu EF , prócz tego jeżeli Węgiel A y Węgiel E od tych boków zajęte są sobie także równe, na ten czas y Baza BC Bazie DF , y Węgiel B węglowi D , y Węgiel C węglowi F , zgoda całe Troygrańce ABC , EDF są sobie równe. (Fig: 28 y 29. Tab. I.)

Okazanie. Troygraniec EDF , położywszy na Troygrańcu ABC , węgły A y E sobie równe, wzajemnie zakryją się zupełnie (przez Axioma 8.) tymże sposobem boki ED , EF na bokach AB , AC leżąc będą wzajemnie się zakrywając (przez toż samo Axioma 8.) Dlatego trzy punkta D , E , F leżą na trzech Punktach B , A , C . A zatem cała Baza DF leżąc musi na całej Bazie BC . Ale na ten czas węgły D y B , tudzież F y C , y całe Troygrańce wzajemnie y zupełnie zakryją się; toć wszystkie boki bokom, węgły węglom, na których legły, y całe Troygrańce, muszą być sobie równe (przez Axioma 8.) Co było do okazania.

Wniosek I. Z tej Demonstracyi wypływa: iż jeżeli boki wszystkie jednego Troygrańca są równe wszystkim trzem drugiego Troygrańca bokom, ieden z drugim wzajemnie przymierzając; tedy y węgły wszystkie trzy w jednym Troygrańcu, wszystkim trzem węglom w drugim Troygrańcu wzajemnie sobie korrespondującym, y na przeciw równych boków ległym, y całe Troygrańce są sobie równe. To jest: (Fig. 28 y 29. Tab: I.) jeżeli $AB = ED$, $AC = EF$, $BC = DF$, na ten czas $A = E$, $B = D$, $C = F$, y cały Troygraniec ABC równy jest Troygrańcowi EDF .

Wnio-

Wniosek II. Dla teyże samey przyczyny, jeżeli bok ieden, y dwa węgły temuż bokowi przyległe w którymkolwiek Troygrańcu, równe są jednemu bokowi, y dwom iemu przyległym węglom w Troygrańcu drugim; całe Troygrańce zupełnie są sobie równe; to jest: jeżeli bok BC , równy jest bokowi DF , tudzież węgiel B węglowi D , a węgiel C węglowi F , to y cały Troygraniec ABC całemu Troygrańcowi EDF równy jest. (Fig: 28 y 29. Tab. I.)

Wniosek III. Jeżeli w iednym Troygrańcu dwa węgły ktorekolwiek osobno wzięte, równe są dwom którymkolwiek osobno wziętym drugiego Troygrańca węglom, tudzież jeżeli bok ieden którykolwiek tegoż Troygrańca równy jest, ktoremukolwiek jednemu w drugim Troygrańcu bokowi, to na ow czas y całe Troygrańce muszą być sobie równe. Co tymże samym sposobem, iako y Propozycyą dopiero wyprobowaną, okazać można.

PRZYPISEK, (Fig: 31. Tab: I.) Na fundamentie tej Propozycyi bardzo łatwy mamy sposób rozmiernienia odległości dwóch miejsc A , y B z iednego miejsca C dostępnym.

Na miejscu C podług upodobania obranym wętkni kii . Potym zmierzysz Liniją AC z miejsca C , idź prosto na miejsce a poty, poki Linija Ca , nie będzie równa Linii AC , y tam wętkni kii drugi, tego mocno przestrzegając, ażeby Punkta A , C , a, na iedneyże prostej Linii leżały. To uczynisz, zmierz potym Liniją BC , a z miejsca C udaj się na miejsce b tyle odległe od C , ile też miejsce C odległe jest od miejsca B , y tamże

Wc-

wetkniy kii trzeci, z tąż samą ostrożnością, ażeby Punkta B, C, b na iedney prostej Linii były. Na koniec zmierz długość Linii a b; a ta pokaże ci miarę odległości miejsca A od miejsca B, który chciałeś.

Okazanie. Albowiem Węgiel x y Węgiel y są sobie równe, (przez Prop: I. Księgi I.) bok AC rowny bokowi a C, a bok BC rowny bokowi b C. Więc przez tę Propozycyę y Baza a b rowna Bazie AB, a tak zmierzysz Liniją b a, masz wiadomość długości Linii AB, czyli odległości miejsca A od miejsca B.

PROPOZYCYA VI.

Liniją Prostą AB na dwie równe części, podzielić. (Fig: 32. Tab: I.)

Rozwiązanie tej Propozycyi. Wziąwszy cyrkiel, naprzód z Punktu A, potem z punktu B z tąż samą tegoż cyrkla otwartością, zrob z obydwóch stron Linii AB Łuczki, (arcus) przecinające się w punktach C y D. Toż Punkta owe, w których się łuczki przecinają, złączysz prostą linią D C, ta na dwie równe części podzieli daną linią AB.

Okazanie. Ponieważ w Troygrańcach ACD, BCD, bok AC rowny jest bokowi CB, a bok AD rowny bokowi BD, (gdyż iedną otwartością cyrkla punkta A, C, B, D, są wzięte) bok zaś CD obydwom Troygrańcom jest wspólny; więc cały Troygraniec ACD rowny jest troygrańcowi BCD, (przez wniosek I. Prop: V. Księgi II.) Węgiel ACD, czyli ACE rowny jest węglowi DCB, czyli

wę-

węglowi ECD. Ztąd y Troygrańce ACE, BCE mające bok EC wspólny, są także sobie równe (przez Prop: V. Księgi II.) Gdy więc bok EC jest wspólny, a bok BC rowny bokowi AC, gdy y Węgiel między temiż bokami zajęte równe są; toć y Baza BE rowna jest Bazie EA. A zatym linia prosta AB nadwie równe części jest przecięta. Co było do okazania.

PROPOZYCYA VII.

Węgiel dany BAC rozdzielić na dwie części równe. (Fig: 33. Tab: I.)

Rozwiązanie. Otworzywszy iakożkolwiek cyrkiel, ieden koniec jego wesprzyj na punkcie A, drugim zaś końcem na bokach AB, AC naznacz punkta D, y E. Potym z tychże Punktów D y E iedną Cyrkla otwartością, zrob Łuczki, przecinające się w punkcie F, linia AF łącząca punkta A, F, dzieli na dwie równe części dany węgiel BAC.

Okazanie. Bo, że $AD = AE$, $DF = EF$, a bok AF obydwom Troygrańcom ADF, AEF jest wspólny, z tej przyczyny y węgiel DAF, rowny jest węglowi EAF; (przez Wniosek I. Prop: V. Księgi II.) A zatym dany węgiel BAC na dwie równe części jest rozdzielony. Co było do okazania.

PROPOZYCYA VIII.

Od danego punktu C do Linii prostej AB, Liniją pionową spuścić (Fig: 34. Tab: I.)

Rozwiązanie, Postaw Cyrkiel w punkcie C, y iakoż-

y iakożkolwiek otworzywszy go, daną linią AB przetnij w punktach D, y E. Ztychże punktów D, y E, zrob z iakożkolwiek otwartością Cyrtła, łuczki przecinające się w punkcie F, linia prosta FG poprowadzona przez punkta F, C, do do linii AB będzie pionowa.

Okazanie. W troygrańcach DCF, FCE bok DC równy jest bokowi CE, bok DF równy bokowi FE, (iakoż rzecz z samego robienia linii tych Troygrańców.) bok FC wspólny obydwom Troygrańcom. Więc węgły DFG, GFE są równe (przez *Wniosek I. Prop: V. Księgi II.*) Ale y boki FD, FE są równe w troygrańcach DGF, FGE, bok zaś FG wspólny, zaczym y węgły FGD, FGE temuż bokowi przyległe są równe, (przez *Prop: V. Księgi II.*) a tym samym obydwie proste. (przez *Defin: 12.*) Więc linia FG jest pionowa do linii AB. Co było do okazania.

Wniosek I. Podobnymże calem sposobem w punkcie C na linii AB danym, postawisz Linia pionową FC, (Fig: 35. Tab: I.) gdyż bok DF będzie równy bokowi FE, bok DC bokowi CE, bok FC będzie wspólny. Ztąd węgiel DCF, będzie równy węglowi FCE. (przez *Wniosek I. Prop: V. Księgi II.*) A ztym linia FC będzie pionowa względem linii AB.

Wniosek II. (Fig: taż sama) Jeżeli na końcu C linii CB, pionową linią chcesz wystawić, połącz linią BC wprost daley np: ku Punktowi A, a sposobem wżwyż podanym postawisz pionową linią FC na na końcu C. daney linie CB.

PRO-

PROPOZYCYA IX.

W Troygrańcu Równonożnym (in Triangulo Isoscele, $\triangle ACB$, linia pionowa CD, węgiel C, Bazę AB y cały Troygraniec, na dwie równe części dzieli. (Fig: 36. Tab: I.)

Okazanie. Bok AC równy jest bokowi CB, (z *Defin: Troygrańca równonożnego*) Węgiel x równy węglowi y, (przez *Wniosek II. Prop: III. Księgi II.*) węgiel o, równy węglowi u, (przez *Defin: 12.*) Więc cały Troygraniec ACD, równy jest Troygrańcowi DCB. (przez *Wniosek III. Prop: V. Księgi II.*) Równy ztym y węgiel m węglowi n, y bok AD bokowi DB. Ztąd oczywista rzecz jest, że linia pionowa CD, y węgiel wierzchołkowy C, na dwa węgły równe, m, n, y Bazę AB, na dwie części równe AD, DB, y cały Troygraniec równonożny ACB, na dwa równe Troygrańce ACD, DCB dzieli. Co było do okazania.

Wniosek I. Jeżeli linia CD od węgla wierzchołkowego C spuszczone, bazę na połowę przecina, tym samym y węgiel C dzieli na dwa równe węgły, y do bazy AB jest pionową; gdyż Troygrańce ACD, CDB będą sobie równe, (przez *Wniosek I. Prop: V. Księgi II.*) będzie ztym y węgiel m równy węglowi n. A że y węgiel o równy jest węglowi u, tym samym linia, koło ktorey leżą jest pionowa (przez *Defin: 12.*)

Wniosek II. Gdy linia prosta CD, węgiel wierzchołkowy C na połowę dzieli, bazę także na połowę perpendykularnie przecina. (pr: *Prop: V. Księgi II.*)

Wnio-

Wniosek III. Jeżeli linia CD z wierzchołku C Troygrańca ACB, na bazę AB spadająca przecina ją, perpendykularnie na połowę, albo jeżeli przecinając na połowę węgł C, pada perpendykularnie na bazę AB, znak jest, że Troygraniec ACB jest równo-nożny, bo w obydwóch tych razach Troygrańce ACD, DCB będą równe, będzie więc $AC = CB$.

PROPOZYCYA X.

W czworogrąncach równoległych (in Parallelogrammis) *węgły y boki na przeciw ległe są sobie równe.* (Fig: 24. Tab: I.)

Okazanie Części I. Ponieważ w Czworgrąncu równo-ległym ABCD, boki AB y CD są równo od siebie odległe. (przez Defini: 11. Księgi II.) y na nie pada prosta poprzeczna linia BC, (Diagonalis) węgły na przemian ległe (alterni) ABC, BCD są równe. (przez Prop: IV. Księgi I.) y znowu że AC, y BD są równo-ległe y na nie pada też poprzeczna linia BC; węgły ACB y CBD, także na przemian ległe, są równe, to jest: $ABC = BCD$, $CBD = ACB$, ztąd $ABC + CBD = BCD + ACB$ (przez Axioma 3.) Lecz $ABC + CBD = ABD$, (przez Axioma 1.) więc $ABD = BCD + ACB$; (przez Axioma 2.) Aże $BCD + ACB = ACD$; (przez Axioma 1.) przeto $ABD = ACD$, (przez Axioma 2.) Co było do okazania.

Wniosek. Tymże samym sposobem dowieść można, że drugie przeciw ległe Węgły A y D są sobie równe.

Okazanie Części II. W troygrąncach CAB y CDB

CDB bok ieden CB jest wspólny, y węgły dwa temuż bokowi przyległe są równe. (przez Okazanie Części I.) Więc całe Troygrańce y boki równym węglom przeciw-ległe są równe. A zatym $AC = BD$, $AB = CD$, które boki Czworgrąńca ABCD są przeciw-ległe.

Wniosek. Linie AC y BD (Fig: 19. Tab: I.) między liniami równoległymi AB, CD zaięte, y równo do nich naklonione, są między sobą równe. Co naturalnie z Propozycyi niniejszey wypływa,

PROPOZYCYA XI.

Linie poprzeczne (Diagonales) *Czworgrąńca równo-ległego ABCD, przecinają się wzajemnie na dwie równe części, y każda Linia poprzeczna, dzieli czworogrąniec równo-legły, na dwa równe Troygrańce.* (Fig: 37. Tab: I.)

Okazanie Części I. W czworgrąncu ABCD boki na przeciw siebie będące są równo-ległe, (przez Definię 11. Księgi II.) przeto węgły na przemian ległe BDC, DBA tudzież ACB, CAD są równe. (przez Propozycyę IV. Księgi I.) Boki także AB, CD są równe (przez Propozycyę X. Księgi II.) Więc Troygraniec Aa B równy jest Troygrąncowi Da C, (przez Wniosek II. Propozycyi K.) Przeto y bok B a równy bokowi a D, bok A a równy bokowi a C; A zatym linie poprzeczne AC, BD wzajemnie się na dwie równe części przecinają.

Okazanie Części II. (Fig: 24 Tab: I.) W czworgrąncu ABCD, przez ktorego przeciw-ległe węgły przechodzi linia poprzeczna CB, bok AC równy

wny jest bokowi BD, AB bokowi CD, (przez Prop: X. Księgi II.) bok CB jest wspólny obydwoim Troygraniom CAB y CDB. Więc też troygrance całe, na które linia poprzeczna CB czworgraniec AD podzieliła, zupełnie są sobie równe. (przez Wniosek I. Prop: V. Księgi II.)

Wniosek I. W czworgraniach równoległych, linia poprzeczna mniejsza jest od którychkolwiek dwóch boków razem wziętych, (przez Prop: IV. Księgi II.) iako linia poprzeczna CB w Czworgraniu AD (Fig: 24. Tab: I.). Czasem zaś y od iednego nawet boku mniejsza bywa, ieżeli węgly, które przecina, są bardzo wklęsłe; iakaby była Linia poprzeczna CB w Czworgraniu AD. (Fig: 40. Tab: I.) Ale w Czworgraniach prostokątnych, (in Parallelogrammis rectangulis) iaki jest IKLM, (Fig: 21. Tab: I.) Linia poprzeczna np. LK mniejsza wprawdzie jest od dwóch którychkolwiek boków LI, IK, LM, MK, zawsze ie-
dnak większa nad ieden którykolwiek z nich osobno wzięty.

Wniosek II. Czworgrance dopełniające (Complementa Parallelogrammi) AI, ID są sobie równe, (Fig: 24. Tab: I.) (czytaj Defini: 16. Księgi II. przy końcu.) Albowiem dwa Troygrance większe CBA, CBD są równe (przez Prop: niniejszą) Od tych więc odjąwszy Troygraniec CHI, y troygraniec CIF sobie równe, tudzież troygraniec IEB, y Troygraniec BGI, także sobie równe, (przez też niniejszą Prop:) reszty pozostałe AI, ID, które są Czworgrancami dopełniającemi, równe będą (przez Axioma 4.)

PRZYPISEK. Z tej Propozycji Geometrowie infor-

informują się iakimby sposobem pole Czworgraniaste, na dwie równe sobie połowy rozmańcie podzielić można. Niech będzie naprzykład do podzielenia dane pole Czworgraniaste ABCD, (Fig: 39. Tab: I.) Sznur wyciągnięty od węgla A do węgla D, albo od węgla C do węgla B, podzieli pole ABCD na dwie części równe. (prz: częś II. Prop: niniejszey. Ten sposob dzielenia placu Czworgraniastego na dwa równe Troygraniaste Placę, jest bardzo łatwy, y oczywiście z Propozycji niniejszey wynikający. Lecz też sama Propozycja podaje nam ieşczce inny sposob generalny, podzielenia iakimkolwiek kształtem, na równe dwie połowy każdego Czworgraniastego Placu. Ten zaś jest następujący:

Danego Czworgraniastego Placu ABCD, Linia poprzeczną AD, czyli sznur wyciągnięty od węgla A do węgla D, rozdzieli w punkcie F na dwie części równe AF, ID; (przez Prop: VI. Księgi II, albo po prostu szrodek sznura we dwie złożonego znalazłszy,) to uczyniwszy, ieżeli od któregokolwiek punktu na boku AB będącego, do któregokolwiek punktu, boku CD pociągniesz linię prostą, tak żeby przez F punkt średni linii poprzeczney AD przechodziła, zawsze dany Plac Czworgraniastowy rozdzieli się na połowę. Pociągnięty np. z Punktu obranego E przez Punkt średni F do boku CD Linia prostą EG, ta niezawodnie Plac Czworgraniasty ABCD podzieli na dwa równe sobie Placę ACGE y EGDB.

Okazanie. Węgiel AFE = GFD, (przez Prop: II. Księgi I.) węgiel FAE = FDG, (przez Propozycją IV. Księgi I.) Linia AF = FD; bo AD

C

w pun-

w punkcie *F* przecięta jest na połowę, zatym troygranic *AFE* y *GFD* są sobie równe. (przez Wniosek II. Prop: V. Księgi II.) Ale y Troygrance wielkie *ABD*, *ACD* są równe, (przez Część II. Prop: niniejszy) Więc $EBDF = ACGF$. (przez Axioma 4.) a przeto y $EBDG = ACGE$ (przez Axioma 3.) Co było do okazania.

PROPOZYCYA XII.

Summa czterech węglów w każdym Czworgrancu, jest równa czterem węglom prostym. (Fig: 40. Tab. I.)

Okazanie. W czworgrancu *ABDC*, powiodłszy Linią poprzeczną *AD*, cztery węgly tegoż czworgranca, równe są sześciu węglom Troygranców *ABD*, *ACD*. (przez Axioma 1.) Ale sześć węglów dwóch Troygranców razem wzięte, zawsze równe są czterem węglom prostym, (przez Propozycyą I. Księgi II.) Więc cztery węgly czworgranca *ABDC*, równe są czterem węglom prostym. (przez Axioma 2.) Co było do okazania,

Wniosek I. Jeżeli ieden w czworgrancu węgiel jest prosty, tedy y inne trzy w tymże czworgrancu węgly, proste być muszą. Gdy albowiem ieden węgiel *IKM* jest prosty (Fig: 21. Tab: I.) drugi także przeciw legły *ILM* prosty jest, bo iemu równy; (przez Prop: X. Księgi II.) Wszystkie boki zatym *IL*, *MK*, *IK*, *LM* względem siebie wzajemnie są pionowe, a zatym y węgly między niemi zamkniete wszystkie proste. (przez Defin: 12.) y iey Wniosek.)

Wniosek II. Tymże sposobem pokazać można,

iż

iż jeżeli w którymkolwiek czworgrancu równoległym, ieden węgiel jest równy drugiemu węglowi przyległemu temuż bokowi, tedy y wszystkie inne w tymże czworgrancu węgly, są sobie równe.

Wniosek III. Wszystkie czworgrance prostokątne tak doskonałe, iak y podługowate, są równokątne między sobą wzajemnie, bo wszystkie węgly proste są sobie równe (pr: Defin: 11.)

Wniosek IV. Linią poprzeczną *AD* ktorego kolwiek czworgranca równoległego np czworgranca *ABDC* (Fig: 40. Tab: I.) tym większa jest, im mniejsze są węgly *A*, *D*, ktore przecina. Albowiem im mniejsze są węgiel *A*, y węgiel *D* sobie równe, (przez Prop: X. Księgi II.) tym większe być muszą węgly *B* y *C*, sobie także równe (przez Prop: X. Księgi II.) ponieważ summa wszystkich czterech węglów *A*, *B*, *D*, *C* równa jest czterem węglom prostym, (przez Prop: niniejszą.) Lecz w troygrancach, bok przeciwległy większemu węglowi, większy jest, (przez Prop: III. Księgi II.) Więc linia *AD* będąc bazą Troygranca *ABD*, lub *ACD*, tym większa być musi, im większy jest węgiel *B*, lub *C* tegoż czworgranca *ABDC*, a tym samym im mniejszy jest węgiel *A*, lub węgiel *D*, ktore przecina linia poprzeczna *AD*. Co było do okazania.

PROPOZYCYA XIII.

Czworgrance równoległe ktore mają wspólną bazę, y są między iednemiż liniami równoległemi, równe sobie są. (Fig: 41. Tab: I.)

Okazanie. Niech będą czworgrance równole-

C₂

gie

gle AE, y AD na bazie wspólney AB, y między temiż samemi liniami równoległemi AB, y CD, mówię; że czworograniac $AD = AD$. Albowiem w Troygraniach ACF, y BED bok AC równy jest bokowi BE, (przez Prop: X. Księgi II.) a ponieważ tak linia CE, iako y linia FD równa jest linii AB (przez Prop: X. Księgi II.) Więc linie CE y FD są sobie równe, (przez Axioma II.) którym dodawszy część wspólną EF, będzie cały bok CF równy całemu bokowi ED (przez Axioma 3.) w troygraniach ACF y BED. Ze zaś AC y BE są równoległe; (przez Definię 11. Księgi II.) więc y węgły ACF, BED równe sobie są, (przez Prop: III. Księgi I.) a zatym troygraniac ACF, równy jest troygraniacowi BED. (przez Prop: V. Księgi II.) Odiawszy więc od obydwóch tych troygranców troygraniac wspólny GEF, y znowu obydwom dodawszy wspólny Troygraniac AGB; będą czworograniace równoległe na jedney bazie stojące CB y AD zupełnie sobie równe. (przez Axioma 4. y 5.) Co było do okazania.

Wniosek I. Na tymże samym fundamencie czworograniace równoległe, które równe bazy mają, y między temiż samemi dwiema równoległemi Liniami stoją, równe sobie są.

Wniosek II. Troygraniace także, które albo wspólne, albo równe bazy mają, y między iednemiż równoległemi liniami stoją równe sobie są. Troygraniac bowiem ACB (Fig: 42. Tab: I.) jest połową czworograniaca równoległego ABCE, a Troygraniac AFB, połową czworograniaca równoległego AFDB (pr: Prop: XI. Ksi: II.) te zaś czworograniace AE, AD sobie równe (przez Prop: niniejszą

szą.) Więc y troygraniace ACB, AFB równe są. (przez Axioma 7.)

Wniosek III. (Fig: 43. Tab: I.) Troygraniac AFB jeżeli jest z czworgraniacem równoległym AL, między iednemiż Liniami równoległemi CF, AB, na bazie wspólney AB, lub iey równą ma bazę, połową jest tegoż Czworgraniaca AL; gdyż Troygraniace AFB y ACB są równe (przez Wniosek poprzedzający.) lecz Troygraniac ACB jest połową Czworgraniaca AL, (przez Prop: XI. Księgi II.) toć y Troygraniac AFB połową onegoż być musi.

Wniosek IV. Place równoległych Granców być sobie równe mogą, lubo obwód iednego (Perimeter) kilka lub kilkanaście y kilkadziesiąt razy większy będzie, nad Obwód drugiego, byle tylko te Place, na równych bazach, y między równoległemi liniami zostawały. Toż samo y o Placach Troygraniastych prawdzi się.

Wniosek V. Ale Czworgraniace prostokątne (Parallelogramma rectangula) mające równe bazy CD, DF, (Fig: 38. Tab: I.) y między iednemiż równoległemi liniami AE, CF stojące, są równe-obwodne, y wszystkie z osobna bokami iednego, są równe wszystkim z osobna bokom drugiego prostokątnego Czworgraniaca. Gdyż bok AC, BD, EF są linie pionowe, między temiż liniami równoległemi AE, CF, (przez Definię 11. y 12. Księgi I. tudzież 13. Księgi II.) zaczym są sobie równe. (przez Wniosek Defini: 12. Księgi I.) a że Baza $CD = DF$ (podług założoney kondycji) dlatego $AB = BE$ (przez Prop: X. Księgi II. y przez Axioma 2.)

Wniosek VI. Toż prawdzi się o Troygrańcach prostokątnych ACD , y EFD , bo jeżeli bok $CD = DF$, bok $AC = EF$, węgiel też $ACD = EFD$, gdyż Obydwa są proste, toć y bok AD , musi być równy bokowi ED . (przez Prop: V. Księgi II.)

Wniosek VII. Prostokątnych Czworgrańców między sobą zupełnie równych $ABCD$, $BDEF$ linie poprzeczne AD , DE są sobie równe (przez *Wniosek poprzedzający*.)

PRZYPISEK. Z tey Propozycyi bardzo łatwo Geometrom podaie się sposob, podzielenia iakiego kolwiek Placu Troygraniastego, na dwie równe części. Niechay będzie np. dany Plac: troygraniasty ABC (Fig: 44. Tab: I.) rozdzielisz y na połowę Bazę BC , (przez Prop: VI. Księgi II.) prowadź Liniją prostą AD , to jest od Węgła A , do Punktu D , w którym baza BC , jest przycięta. Ta linia rozdzieli na połowę Plac dany Troygraniasty ABC . Troygrańce bowiem ABD , ACD bazy BD , CD mają równe. A przez wspólny wierzchołek A pociągniesz y Liniją równoległą Linii BC , zostają między temiż samemi liniami równoległymi, przeto są sobie równe. (przez Propozycyą niniejszą.)

PROPOZYCYA XIV.

Wszystkie węgły wewnętrzne Figury wieloboczney są równe tylu węglom prostym dwakroć wziętym niższy cztery, ile jest bokow w Figurze wieloboczney. (Fig: 45. Tab: I.)

Dla łatwiejszego tey Propozycyi Okazania rzecz potrzebna jest położyć tu wprzód zdanie do objaśnienia teyż Propozycyi służące, czyli

LEMMA.

LEMMA. (a)

Każdy wielokąt (*Polygonum*) może być podzielony na tyle Troygrańców, ile ma bokow; tak: w placu Figury siedmioboczney (*in heptagono*) $BCDEFGH$ obrawszy Punkt A , y od tego Punktu powiodłszy do każdego węgła proste linie, AB , AC , AD , AE , AF , AG , AH , rzecz każdemu widoczna, iż przez to linii poprowadzenie od Punktu A , do wszystkich Figury wielokątnej węglów, tyle formuie się Troygrańców, ile też Figura ma bokow. Tak w niniejszey mającey bokow siedm, tyleż uformowanych Troygrańców liczy się. To przodem położywszy, teraz wyrażam

Okazanie zadanej Propozycyi. Podzieliwszy Figurę wieloboczną $BCDEFGH$, na tyle Troygrańców, ile w niej jest bokow, (przez *Lemma poprzedzającą*,) ponieważ z każdego z ołobna Troygrańca węgły, są równe dwom prostym węglom, (przez Prop: I. Księgi II.) wszystkich więc Troygrańców węgły będą równe tylu prostym węglom dwa razy wziętym, ile jest bokow wielokąta. Ale węgły koło punktu A leżące, równe są czterem węglom prostym. (przez *Wniosek III. Prop: I. Księgi I.*) Więc od węglów wszystkich Troygrańców odjąwszy węgły leżące koło Punktu, pozostałe węgły przy bokach wielokąta będą równe tylu prostym dwa razy wziętym, odjąwszy cztery, ile jest bokow w Figurze wieloboczney. Co było do okazania.

Wniosek I. Ztąd jeżeli chcesz wiedzieć iak

C4

wielu

wielu węglom prostym równe są wszystkie węgły wewnętrzne Figury iakiey wieloboczney; liczbę boków Jey moltiplikuy przez 2, a od produktu z tey moltiplikacyi wynikłego odciągnąwszy 4, zostaną się węgły proste, równe węglom wewnętrznym figury wieloboczney. Tak w Figurze siedmioboczney dwarazy 7 czynią 14, od których odciągnąwszy 4, zostanie się 10 węglów prostych równych wszystkim węglom wewnętrznym onęże. Podobnież figura tysiąc-boczna. (*chiliogonum*) ma węgły wewnętrzne równe 1996, węglom prostym.

Wniosek II. Ponieważ w każdym wielokacie tyle jest węglów, ile boków, tudzież, że wszystkie węgły wielokata regularnego (*Polygoni ordinati*) są między sobą równe, (*przez Defin: 18. Księgi II.* tedy sumnę węglów prostych, którym równe są węgły wielokata regularnego, rozdzieliwszy przez liczbę boków tegoż wielokata, wieloraz z tąd wynikły (*quotus*) pokaże wielkość każdego z osobna węgła; tak każdy węgiel sześciokąta (*Hexagoni*) regularnego równy jest $\frac{1}{2}$, czyli $\frac{1}{3}$, to jest jednemu prostemu węglowi, y nad to jedney ze trzech części prostego węgła.

PROPOZYCYA XV.

Daney Linii prostej Liniją równo-ległą przez Funkt naznaczony poprowadzić. (*Fig: 4. Tab. I.*)

Rozwiązanie. Chcąc od Punktu A do Linii prostej CD powiesć Liniją równoległą AB, naprzód z danego Punktu A, powiedź liniją prostą do punktu D daney Linii prostej CD; potym

tym postawiwszy Cyrkiel w Punkcie D, otwartością DA, narysuy ieden łuk AC, y z tąż samą Cyrkłą otwartością z Punktu A drugi DE, na którym naznaczysz łuk BD, równy łukowi CA, linia z Punktu A do tegoż Punktu B poprowadzona, będzie równo-ległą względem daney Linii prostej CD.

Okazanie. Powiodłszy bowiem linie pionowe CA, DB. (*przez Wniosek I. Prop: VII. Księgi II.*) że na nie linia prosta AD pada, będzie węgiel BAD równy węglowi ADC (*przez Prop: IV. Księgi I*) w Troygrańcach ACD, ABD; a węgiel ADB węglowi CAD, (*przez Prop: IV. Księgi I*) toć y węgiel ACD równy jest węglowi ABD; (*przez Wniosek V. Prop: I. Księgi II.*) A zatym całe Troygrańce ABD, ACD równe sobie będą. Będzie więc y bok AC równy bokowi BD; a tym samym linie AB, CD, ktoremi też równe boki są zaięte, będą równoległe (*przez Wniosek Defin: 12 Ks: I.*) Co było do okazania.

K S I Ę G A III.

O Kole, albo Cyrkule.

DEFINICYE, CZYLI OPISANIA GRUNTOWNE.

1. **K**Oło czyli Cyrkuł, (*Circulus*) jest wierzch Płaski, iedną liniją krzywą tak zawarty, że od iednego Punktu w Polu Figury będącego, wszystkie linie proste poprowadzone do teyże linii okrą-

krążąca; równe są. Sama Linia okrężająca, którą nazywamy *okregiem*, lub *obwodem okrągłym* (*Circumferentia*, vel *Peripheria*) nie jest kołem, ale plac tąż linią zajęty.

2. Obwód koła Matematycy pospolicie dzielą na trzytę sześćdziesiąt części, czyli gradusów. Ztąd Pół okrag (*semi-circumferentia*) gradusów sto ośmdziesiąt, a ćwierć okręgu (*quadrans*) gradusów dwadzieścia w sobie zamyka. W każdym gradusie rachuje się minut pierwszych sześćdziesiąt, a w każdej minucie pierwszej sześćdziesiąt minut drugich, w każdej minucie drugiej tyleż minut trzecich, y tak daley. Te podziały iako naywygodniejsze, u wszystkich Matematyków są w używaniu.

3. Centrum, czyli szrzodek koła (*Centrum Circuli*) jest punkt, od ktorego wszystkie linie do obwodu poprowadzone są równe. Taki jest Punkt A, (*Fig. 1. Tab. II.*)

4. Dyameter, czyli linia szrzodkowa Koła (*Diameter Circuli*) jest linia prosta, przez centrum koła powiedziona, dzieląca toż koło na dwie równe części. Taka jest linia BC (*Fig. 1. Tab. II.*)

5. Promień czyli pułdyameter, (*Radius*, vel *Semidiameter*) jest linia prosta, od centru koła, do obwodu pociągniona. Takie są AE, AF (*Fig. 1. Tab. II.*)

Wniosek z tey definicyi, y z definicyi pierwszej, oczywiście wypływa, że wszystkie promienie w kole równe sobie są.

6. Pułkoło, (*Semi-circulus*) jest Plac połową obwodu koła y Dyametrem, czyli linią szrzodkową

kową zewsząd zawarty. Jaki jest BGFC (*Fig. 1. Tab. II.*)

7. Cięciwa. (*Chorda*, vel *subtensa*) jest każda linia prosta, w polu koła, od iednego do drugiego Punktu obwodu (*Peripheria*) powiedziona, iako linia prosta DE (*Fig. 1. Tab. II.*)

8. Łuk (*Arcus*) jest część obwodu, cięciwą podwiazanego, iako DLE. (*Fig. 1. Tab. II.*)

PRZYPISEK. Tu wiedzieć należy, że każdy Łuk, jest wymiarem węgla w Centrze koła od dwóch promieni do końców Łuku pociągniętych zajętego. Tak Łuk DLB, (*Fig. 2. Tab. II.*) jest wymiarem węgla DOB. A ponieważ w Centrze iakiegokolwiek Koła, np. w Centrze O koła, ACBD. (*Fig. 2. Tab. II.*) cztery węgly proste być mogą, iako się to okazało w *Prop. 1. Księgi I. y w tey Wnioskach*, których to Węglów prostych boki dzielilyby cały obwód koła 360 Gradusów mający, na cztery łuki, po 90 Gradusów tegoż koła zajmujące; na tym fundamencie każdy węgiel prosty, zamyka w sobie gradusów 90, iako DOB, BOC, COA, AOD, y wszystkie węgly proste, iakośmy wyrazili w *Definicyi II. Księgi I.* muszą być między sobą równe. Węgly zatem wklęsłe więcej zawsze nad 90 Gradusów w sobie mają, iako węgiel AOL, y iedne od drugich większe być mogą; a węgly ostre mniej koniecznie gradusów nad 90 w sobie mieszczą, y podobnież iedne od drugich mniejsze, lub większe być mogą. Jako węgly DOO, DOL, LOB. Ite razy iednak węgly w centrze koła leżące bokami swoimi w tymże samym, lub w równych sobie

sobie kołach równe Łuki zajmują, zawsze między sobą są równe.

9. Linia tykająca Koło (*Recta tangens Circulum*) jest Linia prosta, która lubo punkt jeden wspólny ma z obwodem Cyркуła, w prośt atoli idąc, koła bynaimniey nie przecina, iaka jest linia prosta HC, (*Fig. 3. Tab. II.*) która obwodu koła dotyka się w punkcie C, y zowie się Linią tykającą Łuku BC, albo węgła BAC, którego tenże Łuk jest miarą. (*Tangens arcus, vel Anguli*) Takaż jest linia LF, tykająca Łuku BF, czyli węgła BAF.

10. Linia zaś AHL przez B drugi koniec Łuku BF poprowadzona, y kończąca się na linii tykającej FL, zowie się Linią przecinającą Łuk BF, albo węgła BAF. (*Secans arcus, vel Anguli*) (*Fig. 3. Tab. II.*)

11. Pułcięciwie proste (*Sinus rectus*) względem iakiego Łuku, zowie się połowa Cięciwy (*Se missis Chordae, vel subtensa*) dwa razy większy Łuk wiążącej; tak Linia BF, (*Fig. taż sama.*) jest pułcięciw Łuku BC, bo jest połową cięciwy BK, która wiąże Łuk BCK dwa razy większy od Łuku BC. Ztąd pułcięciwie proste Łuku 90 gradusów, czyli węgła prostego jest sam promień, ponieważ jest połową cięciwy, puł-obwodu koła wiążącej; y zowie się puł-cięciw zupełne, (*Sinus totus*) bo ta cięciwa w kole ze wszystkich jest naywiększa.

12. Pułcięciwie odwrocone, czyli strzała Łuku (*Sinus versus, olim sagitta*) jest część promienia zaięta między łukiem y cięciwą dwa razy większy

kszy Łuk wiążącą. Tak IC jest pułcięciwie odwrocone, czyli strzała Łuku BC, gdyż jest część promienia AC zaięta łukiem BCK, nad łuk BC dwa razy większym; y jegoż cięciwą BIK. (*Fig. taż sama.*)

13. Linia BG (*Fig. taż sama.*) nazywa się pułcięciwie dopełnienia łuku BC. (*Sinus complementi, vel Casinus arcus*) Linia FL linią tykającą do dopełnienia łuku BC (*tangens complementi arcus, vel contangens.*) a linia AF zowie się przecinającą dopełnienia łuku BC, (*secans complementi arcus, vel cosecans*) gdyż łuk BF, jest dopełnieniem Łuku BC do ćwierci obwodu CBF.

14. Segment albo kawał koła (*segmentum, vel portio Circuli*) jest plac zewsząd łukiem y cięciwą zawarty. Taki jest DLE segment mniejszy, a DFE segment większy koła ADECFG. (*Fig. 1. Tab. II.*)

15. Węgiel Segmentu (*Angulus segmenti*) zowie się węgiel zaięty linią tykającą y cięciwą przez punkt dotknięcia powiedzioną. Takie są węgły EBC segmentu mniejszego, y FBC segmentu większego. (*Fig. 4. Tab. II.*)

Wiedzieć zaś potrzeba: że Segment CAB (*Fig. taż sama.*) zowie się naprzemian ległym względem węgła segmentu CBE, a segment CLB naprzemian ległym względem węgła Segmentu FBC.

16. Węgiel w Segmentcie (*Angulus in segmento*) jest ten, który robią dwie Linie proste, od końców cięciwy powiedzione do iakiegokolwiek punktu łuku, przez tąż cięciwę związanego; iaki jest węgiel BAC w Segmentcie BAC. (*Fig. 4. Tab.*)

Tab. II.) Takowy Węgiel zowie się także węglem przy obwodzie (*Angulus ad circumferentiam.*)

17. Węgiel stojący na Obwodzie koła, albo na Łuku (*Angulus insistens peripheria, aut arcui*) jest ten, który zajmują dwie linie proste, od ostatnich końców łuku, poprowadzone do centru koła, albo do ktoregokolwiek punktu w obwodzie przeciw-ległym. Taki jest w centrze koła Węgiel BDC (*Fig. 4. Tab. II.*) stojący na łuku BLC; taki y węgiel przy obwodzie BAC na tymże Łuku stojący.

18. Sektor, czyli przecinacz koła (*Sector circuli*.) jest plac zewsząd w kole zawarty, dwoma promieniami y łukiem od tychże promieni zaigłym, iako BDCL. (*Figura taż sama.*)

19. Segmenta podobne są te, w których się równe mieszczą węgly. Tak Segmenta wielkiego y małego koła będą sobie podobne, jeżeli węgly w nich będące, równe sobie są. Łuk *npefg* w mniejszym kole, (*Fig. 5. Tab. II.*) y Łuk BCD w kole większym, podobne sobie są; gdyż węgiel *eag* równa się węglowi BAD.

20. Koła są sobie równe, kiedy ich Dyametry, albo promienie są sobie równe.

21. Koła wzajemnie dotykające się są te, których obwody w punkcie iakowym schodzą się tak, że się jednak nie przecinają.

22. Dwie Linie proste w kole w ten czas równo odległe są od Centru Koła, kiedy linie pionowe od tegoż Centru na nie spuszczone, są sobie równe. Tak Linie proste BC, DE, równo odległe będą od Centru a koła BE, jeżeli Linia pionowa

a b,

a b, równa będzie linii także pionowcy a e. (*Fig. 11. Tab. II.*)

23. Figura prostoboczna w Polu Koła odrysowana, albo koło otaczające Figurę, nazywa się w ten czas, gdy wszystkich z osobna Figury węglów wierzchołki, dotykają się obwodu tegoż koła.

24. Figura prostoboczna koło otaczająca, czyli koło w Polu Figury odrylowane jest w ten czas, gdy wszystkie z osobna boki Figury, dotykają się koła.

PROPOZYCYA I.

Jeżeli Dyameter Cięciwę pionowo, czyli prostopadnie przecina, dzieli ją na połowę, y na odwrot: Jeżeli Dyameter Cięciwę na połowę dzieli; jest względem niej Linia Pionową. (*Fig. 6. Tab. II.*)

Okazanie Części I. Daymy że Linia AE przez Centrum F koła ABED przechodząca, Cięciwę BD w punkcie C, pionowo, czyli prostopadnie (*perpendiculariter, seu ad Angulos rectos*) przecina. Ponieważ boki FB, y FD są równe, (*przez Defin. 5. y iey Wniosek. Księgi III.*) Troygraniec BFD jest równonożny, (*przez Defin. 8. Księgi II.*) a zatym węgly ByD, przy Bazie BD są sobie równe. (*przez Wniosek II. Prop. III. Księgi II.*) Ale w Troygranicach BCF, DCF węgly przy Punkcie C, są proste podług założoney kondycyi. zaczym są sobie równe. (*przez Definicję 11. Księgi I.*) Więc y węgiel BFC, równy jest węglowi CED. (*Przez Wniosek V. Prop. I. Księgi II.*)

11.) Powiedzieliśmy zaś, że bok FB równy bokowi FD, a bok FC obydwom Troygrańcom DFC, CFB jest wspólny, toć te Troygrańce równe są, a zatem y bok BC równy jest bokowi CD; (przez Prop: V. Księgi II.) to jest cała Cięciwa BD, jest na dwie części przecięta. Co było do Okazania.

Wniosek. Gdy Linia AE przez centrum koła powiedziona, Cięciwę BD prostokątnie, a zatem na dwie równe części przecina, dzieli oraz na dwie równe części y łuk BED, Cięciwą BD związany. Ponieważ bowiem węgły BFC, CFD, czyli węgły BFE, EFD są sobie równe, iakośmy dopiero pokazali, toć y łuki BE, ED muszą być sobie równe. (przez Przypisek Defini: 8. Księgi III.)

Okazanie Części II. W Troygrańcach BCF, FCB bok FB, równy jest bokowi FD (przez Definię 5. y iey *Wniosek* Księgi III.) A podług założoney kondycyi bok BC równy jest bokowi CD, bok zaś FC jest wspólny obydwom Troygrańcom; zatem węgły FCB y FCD przeciw ległe równym bokom FB y FD, są między sobą równe. (przez *Wniosek* I. Prop: V. Księgi II.) a tym samym są proste; (przez Defini: 11. Księgi I. y Dyameter AE, przecinający na połowę Linia BD, jest do niey pionowy. przez Defini: 12. Księgi I.) Co było do okazania.

Wniosek. Dwie Linie proste, kiedy nie obydwie przechodzą przez centrum koła, dzielić się wzajemnie na dwie równe części nie mogą. Jeżeli albowiem jedna z nich AE, (Fig: taż sama.) przez Centrum koła przechodzi, rzecz oczywista jest

jest, że iey druga BD, ponieważ przez Centrum tegoż koła nie jest powiedziona, na połowę nie przecina; Gdyby zaś obydwie linie BC, FL (Fig: 7. Tab: I.) przez centrum Koła nieprzechodzące, przecinały się wzajemnie na połowę, tedy poprowadziwszy od centru A, promień AD, węgły AOC, AOL powinnyby być proste (przez Część II. Prop: niniejszey.) a zatem węgiel AOC, musiałby być równy węglowi AOL. (przez Defini: 11. Księgi I.) to jest, rzecz cała równa by była swojej części. Co żadną miarą bydź nie może. (przez *Axioma* I.)

PROPOZYCYA II.

Jeżeli w Kole Linia iaka prosta, drugą na połowę prostokątnie przecina, na Linii przecinającej być musi Centrum koła. (Fig: 8. Tab: II.)

Okazanie. Daymy bowiem, jeżeli kto temu przeczy, że koła BLCF Centrum nie jest punkt A, na Linii LF przecinającej prostokątnie linią BC, lecz inny iaki punkt *np.* punkt O. To założywszy, y poprowadziwszy Linie BO, QO, CO, Troygrańce BOQ, COQ powinny być sobie równe; gdyż bok QO jest wspólny, bok BQ równy bokowi QC, bo linia BC przecięta jest na połowę; A że podług założenia punkt o, suponujemy być centrem koła, więc y bok B o bokowi C o równy jest, będąc promieniami jednegoż Cyrkułu, a zatem węgiel o QC równy węglowi OQB, (przez *Wniosek* I. Prop: V. Księgi II.) z kąd idzie, że węgiel o QC jest prosty (przez Defini: 11. Księgi I.) a przeto równy węglowi

głowi L Q C. (przez Defini: 11. Księgi I.) który także prosty jest, (przez Defini: 12. Księgi I.) bo Linia LQ jest pionową do Linii BC; co żadną miarą być nie może, (przez Axioma I.) ponieważ węgiel OPC, jest częścią węgla LQC. Więc Centrem koła FBLC, nie może być Punkt O, ani żaden inny, co by się przez podobnyż wywód pokazało, prócz Punktu A, który się znajduje na Linii LF przecinającej prostopadnie, na dwie równe części Liniją BC. Co było do okazania.

Wniosek. Na fundamencie tej Propozycji, łatwo podać się sposób, przez który wynaleść można Centrum danego koła. W danym kole FBLC. (Fig: taż sama) poprowadź jakąkolwiek Cięgiwę np: BC, y w Punkcie Q przetni ją na połowę. Przez Punkt Q powiedź Liniją pionową LF; tę przetni na połowę w Punkcie A; mówię: że Punkt A jest centrum koła. Centrum bowiem koła jest na Linii LF pionowej do Cięgiwy BC, y przecinającej też Cięgiwę na dwie równe części; (przez Prop: terazniejszą,) Ze zaś Linia LF jest na połowę przecięta w Punkcie A; ztąd promień AL równy jest promieniowi AF; Punkt zatem A, a nie żaden inny, jest Centrem danego koła FBLC. (przez Defini: 3. Księgi III.)

PROPOZYCYA III.

Linia Prosta DB powiedziona przez B, ostatni Punkt Dyamentru czyli Linii szrzkodkowej BF, y do tegoż Dyamentru pionowa; dotyka się koła w tym

tym samym Punkcie B. T na odierot: Linia prosta powiedziona od Centru koła do Punktu, w którym Linia prosta tegoż koła dotyka się, jest linią pionową do tejże Linii dotykającej. (Fig: 9. Tab: II.)

Okazanie Części I. Wziąwszy bowiem którykolwiek inny Punkt tej linii pionowej DB; np: punkt D, pokażę to, że się w nim nie dotyka koła, y za kołem zostaje. Bo od Centru A do Punktu D poprowadziwszy Liniją prostą AD, będzie w Trygłancie ABD węgiel B, z dwóch pozostałych największy, bo prosty, (przez Wniosek II. Prop: 1. Księgi II.) Zaczynam y bok temu przeciwległy DA, największy będzie (przez Prop: III. Księgi II.) a tym samym większy od promienia, ztąd idzie, że punkt D za kołem leżeć musi. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Ponieważ według założonej kondycyi, wszystkie inne punkta, prócz punktu B, leżą za kołem, więc którakolwiek linia z Centru A, do Linii prostej BD powiedziona, większa być musi nad linią AB. A zatem żadna z nich nie może być Liniją Pionową do Linii tykającej BD, prócz Linii AB, (przez Wnio: III. Prop: 3. Xię: II.) która między niemi jest najkrótszą. Co było do okazania.

Wniosek I. Linia Prosta nie może dotykać się koła, tylko w jednym Punkcie; gdyby albowiem mogła dotykać koła w dwóch, lub więcej Punktach, tedy od jednego punktu do linii takiej prostej możnaby dwie, lub więcej linii pionowych poprowadzić. (przez Część II. tej Propoz:)

Co jest rzeczą całę niepodobną (przez *Wniosek IV. Prop: III. Księgi II.*)

Wniosek II. Między Linją tykającą y kołem, żadna inna Linia Prosta przez Punkt dotknięcia B, powiedziona byż nie może, ktoraby nie przecinała koła. Daymy bowiem przez niepodobieństwo, że linia BC między linją tykającą BD, y kołem, powiedziona jest przez Punkt dotknięcia się B. Ponieważ Węgiel ABD, jest prosty, Węgiel A B d, byż musi śpiczasty; a zatym Linia Pionowa Ad mniaysza jest, niżeli promień AB (przez *Prop: III. Księgi II.*) prostemu węglowi przeciwnie, więc Punkt d leży w kole.

Wniosek III. Pociągawszy wprost iak naley linją prostą BA, y z Punktow na niey leżących odryfowawszy niezliczone koła, przechodzące przez Punkt dotknięcia B, wszystkie dotykać się będą Linii prostej I Q, w tymże samym iednym punkcie B. (*Fig: 10. Tab: II.*) Tym sposobem koła w naywiększą, iaka byż może obszerność rosnące niekroczenie, co raz bliżej do Linii tykającej przychylają się, nigdy jednak z nią złączyć się nie mogą, tylko w iednym dotknięcia Punkcie.

Wniosek IV. Węgiel dotykania, (*Angulus contactus, vel contingentiae*) QBD od Obwodow, różnych koł w iednym Punkcie B tykających się, nie bywa dzielony, ani zmniejszony. Rzecz bowiem głębiey, y z gruntu biorąc, między Obwodem iakiego koła, y Linją tykającą w iednym Punkcie, całę żadnego nie maż węgla. Bo węgiel z natury swojej podług *Definicji 7. Księgi I,* nic inszego nie jest, tylko dwoch Linii,

w ie-

w iednym Punkcie stykających się, y nie w proste leżących, wzajemnie iedney do drugiey nachylenie. Tu zaś linia prosta QI, iednego lub wielu koł Obwodow w iednym Punkcie B tykająca, w samym dotykaniu punkcie (gdyż tam jest węgiel, jeżeli iaki byż może) nie nachyla się do owych Obwodow, lecz wraz z nimi leży. Idzie zatym, iż Propozycja następująca, którą niektorzy Geometrowie tak wykladać zwykli: *Węgiel dotykania między Linją tykającą y obwodem mniejszego koła, większy jest, niżeli węgiel dotykania, między Linją tykającą y obwodem koła większego, ta, mowią Propozycja* wtym tylko wyrozumieniu prawdzić się może, że (iakośmy wyrazili w poprzedzającym Wniošku) Obwód większego koła bardziey zbliża się do Linii tykającej, niżeli obwód koła mniejszego.

PROPOZYCYA IV.

Jeżeli w Kole Linie proste są sobie równe, równo odległe oraz są od Centru koła; y na odwrót: Linie proste, które są równo odległe od Centru koła, są sobie równe. (*Fig: 11. Tab: 2.*)

Okazanie Części I. Daymy: iż w kole BDEC, linie proste BC, DE są sobie równe. To otrzymawszy twierdząc, że od centru A, równo są odległe, to jest: że linie pionowe ab, ae od centru do tychże Linii spuszczone, są sobie równe (przez *Defin: 22. Księgi III.*) Ponieważ albowiem tak poprowadzone promienie aB, aC, aD, aE, są sobie równe (przez *Wniosek Definicji 5. Księgi III.*) iako y Linie BC, DE podług założoney kondycyi; więc Troygrańce BAC, DAE są

D 3

wzglę-

względem siebie wzajemnie równoboczne, a zatem y równo-kątne (przez wniosek I. Prop: V. Księ: II.) Przeto węgiel BC a jest równy węglowi DEa; ale procz tego bok b C Troygrańca b C a równy jest bokowi e E Troygrańca e A E. (przez Prop: I. Księgi III. y Axioma 7) iako też bok a C bokowi a E; (przez Wniosek Defn: 5. Księgi III.) Więc bazy b a, a e, to jest linie pionowe są między sobą także równe; A zatem linie proste BC, DE tym samym, że sobie są równe (przez Defn: 22. Księgi III.) od centru koła a równo odległe są. Co było do okazania.

Okazanie Części II. (Fig: taż sama) Daymy: że linie proste BC, DE są równo odległe od centru Koła a, tym samym tedy są sobie równe, y tego tak dowodzę: Troygrańcow B a C, D a E boki a B, a C, a D, a E są sobie równe, bo są promienie od Centru a do obwodu jednegoż koła powiedziane; (przez Wniosek Defn: V. Księgi III.) Ale y węgły B a C, D a E równemi zajęte bokami, są sobie równe, bo wierzchołkiem przeciwległe, (przez Propozycyą II. Księgi I.) Więc y Bazy BC, DE równe bydyć muszą między sobą. (przez Propozycyą V. Księgi II.) Co było do okazania.

PROPOZYCYA V.

Ze wszystkich linii prostych, które w kole powiedziane bydyć mogą, ta największa jest, która przez Centrum koła przechodzi. Z innych zaś prostych Linii w polu koła leżących, ta większa jest, która jest bliższa centru koła. (Fig: 12. Tab: II.)

Okazanie

Okazanie Części I. Daymy; że w kole AGDB linia prosta AB przechodzi przez Centrum koła a, inne zaś CD, CD od tegoż Centru a są oddalone. To otrzymawszy dowodzę, że linia AB większa jest, niżeli którakolwiek z linii CD, przez Centrum koła nieprzechodzących. Gdyż Linia AB równa jest dwom promieniom a A y a B, (przez Axioma 1.) czyli równa jest promieniom a C y a D. (przez Wniosek Defn: 5. Księgi III.) y Axioma 2. Lecz dwa promienie a C y a D, które są dwoma bokami Troygrańca C a D, większe są, niżeli linia prosta CD, czyniąca bok ieden tegoż Troygrańca C a D; (przez Propoz: IV. Księ: II.) Więc Linia także AB większa bydyć musi od linii CD. (przez Axioma II.) Co było do okazania.

Okazanie Części II. (Fig: 13. Tab: II.) Daymy że w kole BEQ Linia BC bliższa jest centru A, niżeli linia FG; co obwarowawszy mówię: że Linia BC większa jest od Lini FG. Do okazania tego gruntownie y iasnie, prowadzę wprzód z Centum A, do Obwodu koła promienie AB, AF, AG, AC. Potym łuk FQG zmierzyszy Cyrklem, stawiam ieden koniec iego w Punkcie B, a drugim końcem z tą samą otwartością cyrkla, którą zająłem łuk FQG, zaciągam do Punktu a, y ucinam łuk BQa, równy łukowi FQG. Na koniec do Punktu a prowadzę Linie proste Ba, Ca, y promień Aa. To gdym uczynił; Węgiel BaC, większy jest od węgla AaC. (przez Axioma 1.) a tym samym (ponieważ Troygraniec a AC jest równonożny) (przez Wniosek Defn: 5. Księ: III.) tenże Węgiel B a C jest większy y od węgla aCA

D 4

(przez

(przez *Axioma 2.*) dopieroż większy od węgła aCB, który jego jest częścią; Więc w Troygrańcu B a C bok BC przeciw-legły większemu węglowi BaC, większy jest niżeli bok Ba przeciw-legły mniejszemu węglowi aCB: A ponieważ w Troygrańcu B A a, dwa boki zosobna BA y Aa są równe dwom zosobna bokom FA y AG drugiego Troygrańca FAG (przez *Wniosek Defini: 5. Księgi III.*) y do tego węgla BAa, FAG równemi bokami zajęte, są między sobą równe, (przez *PRZYPISZEK do Defini: 8. Księgi III.*) bo na równych bokami swoimi wspierają się łukach BQa, FQG; idzie zatem, że y Bazy Troygrańców BAa, FAG to jest linie Ba, FG są równe (przez *Prop: V. Księgi II.*) Więc linia BC, którąśmy wyżej pokazali być większą od Linii Ba, większa także jest od równej jej Linii FG. (przez *Axioma 2.*) Co było do okazania.

Wniosek I. Ztey Propozycji wypada, że Dyameter koła, jest największy ze wszystkich linii prostych, które w polu tegoż koła mogą być powiedzione. Y na odwrot: Linia prosta, największa ze wszystkich linii prostych, które w polu koła powiedzione być mogą przez centrum tegoż koła przechodzi, a zatem jest tego Dyametrem.

Wniosek II. Cięciwy wiążące równe Łuki, są między sobą równe, y na odwrot: Jeżeli w tymże kole Cięciwy są sobie równe, Łuki także temż Cięciwami związane, równe sobie są. Gdy bowiem Łuki BQa, FQG są sobie równe (*Fig: taż sama*) pokazaliśmy dopiero, że na ten czas Troygrańce BAa, FAG są równe, a zatem y Bazy

Bazy tychże Troygrańców, to jest Cięciwy Ba, FG wiążące równe Łuki muszą między sobą być także równe. Jeżeli zaś cięciwy Ba, FG wiążące Łuki BQa, y FQG, to jest jeżeli bazy tychże Troygrańców BAa, FAG są równe sobie, toć y węgły BAa, FAG Troygrańców sobie równych przeciw-ległe równym bokom Fa, FG muszą być sobie równe, (przez *Wniosek I. Propoz: V. Księgi II.*) czym równe oraz być sobie muszą, równemi związane cięciwami Łuki BQa, FQG, na których bokami swoimi stoją równe węgły BAa, y FAG, gdyż inaczej wspomniane węgły nie mogłyby być sobie równe. (przez *PRZYPISZEK do Defini: 8. Księgi III.*)

Wniosek III. Podobnież oczywista rzecz jest, iż Cięciwa BC wiążąca Łuk większy BQC, większa jest od Cięciwy FG, wiążącej Łuk mniejszy FQG, y na odwrot: że Łuk BQC, większą Cięciwą BC podwiązany, większy jest, od Łuku FQG, podwiązanego Cięciwą mniejszą FG.

Wniosek IV. Gdy w dwóch Troygrańcach BAC, FAG Bok AB równy jest bokowi AF, tudzież $AC = AG$, węgiel zaś BAC większy od węgla FAG, na ow czas Baza taka BC większa być musi od Bazy FG.

PROPOZYCYA VI.

Jeżeli w kole AEDB (*Fig: 14. Tab: II.*) z Punktu b, który nie jest Centrum koła, kilka linii prostych bA, bB, bC, bD do Obwodu powiedzionych będzie:

Nayprzod: Największa z nich będzie Linia bA, która przez Centrum koła a przechodzi.

Powtore: *Najmniejsza będzie Linia b D, która jest resztą Dyamentu AD.*

Po trzecie: *Z pomiędzy zaś inszych Linii, które od punktu b do Obwodu poprowadzone, byłż mogą, większa jest, którakolwiek linia b B, bliższa największej Linii b A, niżeli którakolwiek Linia b C bardziey oddalona od tryżę największej Linii b A.*

Po czwarte: *Z tegoż Punktu b, który nie jest centrem koła, dwie tylko Linie proste, a niewięcey, równe sobie do Obwodu mogą być poprowadzone.*

Okazanie Części I. Od Centru a powiodłszy promień a B, ponieważ a A równa jest a B. (przez Wniosek Definiacy 5. Księgi III.) więc linia prosta b A, równa jest dwom bokom a B y a b Troygrańca B a b. (przez Axioma 3.) Lecz te dwa boki a B y a b większe są od Bazy B b, (przez Axioma 3.) więc y Linia b A większa jest od linii b B, (przez Axioma 2.) y na tymże samym fundamencie, większa od innych którychkolwiek Linii, które z Punktu b do obwodu powieść można. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Powiodłszy promień a C, dwie linie a b, b C większe są od Linii a C; (przez Prop: IV. Księgi II.) Lecz Linia a D równa jest Linii a C; (przez Wniosek Defini: 5. Księgi III.) więc dwie linie a b, b C, większe także są od Linii a D; (przez Axioma II.) Zaczynam odiawłszy wspólną Liniją a b, zostate się Linia b C większa od linii b D, (przez Axioma 6.) Co było do okazania.

Okazanie Części III. Ponieważ Promienie a B,

B, a C. są sobie równe. (przez Wniosek Defini: 5 Księgi III.) więc dwa zosobna boki B a, a B Troygrańca B a b, są równe dwom zosobna bokom C a, a b Troygrańca C a b; lecz Węgiel B a b jest większy od Węgla C a b, (przez Axioma 1.) zaczynam y Baza B b, większa bydz musi od Bazy C b. (przez Wniosek IV. Prop: V. Księgi III.) Co było do okazania.

Okazanie Części IV. z Centru a, pociągnawłszy promień a E, daymy że dwa Węgły C a D, D a E są sobie równe, co być może, jeżeli łuki CD, DE równe sobie są, (przez Wniosek Defini: 8. Księgi III.) toż z punktu b do Punktu Obwodu E, niech będzie powiedziona Linia prosta b E. Ponieważ więc promienie a C, a E są sobie równe, Linia zaś a b jest bokiem wspólnym obydwom Troygrańcom C a b, b a E; zaczynam y bazy b C, b E przeciwległe równym z kondycyi założoney Węglom, będą sobie równe (przez Prop: V. Księgi II.) Każda zaś infza linia różna od tych dwóch b C, b E, albo jest bliższa Linii największej b A, albo dalsza, niżeli są Linie b C, b E; zaczynam musi bydz od nich albo większą albo mnieyszą, (przez Część III. Prop: najmieyszej.) Więc z punktu b, który nie jest Centrem koła, dwie tylko Linie proste równe sobie do Obwodu powiedzione bydz mogą. Co było do Okazania.

Wniosek. Ztąd idzie; że ten punkt w kole jest Centrem onegoż, z którego trzy Linie pociągnione do obwodu, są sobie równe. A z tym kiedykolwiek dwie Linie proste sobie równe przecinaią się w kole wzajemnie na położ,

wę, punkt przecinania się onychże, jest Centrum koła.

PROPOZYCYA VII.

Od Punktu *B* za kołem *ACc* obranego (Fig. 15. Tab. 2.) poprowadziwszy do Koła iękolwiek Linii prostych *BA*, *BD*, *BC*; Z tych naprzód, które na wewnętrzzną obwodu wypukłość padną, największa jest Linia prosta *BA* przechodząca przez Centrum koła *a*.

Powtore. *A* z inszych Linii prostych ta, która jest bliższa największej Linii *BA*, na przykład Linia *BD*, większa jest od ktoreykolwiek Linii daley ległej, np: od Linii *BE*.

Potrzenie. Z tych zaś, które na zewnętrzną obwodu Okrąg padają, najmniejsza jest Linia prosta *Bb*, która powiedziona daley, prześlaby przez Centrum koła.

Poczwarte. *A* te które będą bliższe, najmniejszej Linii *Bb*. np: Linia *BF*, mteysze są od linii daley-ległych np: od linii *BC*.

Popiate. Z tegoż Punktu *B* dwie tylko linie proste między sobą równe, tak na wewnętrzzną, iako y na zewnętrzną obwodu stronę paść mogą.

Okazanie Części I. Poprowadziwszy promień *aD*, ponieważ promienie *aA*, *aD* są sobie równe, (przez Wniosek Defini: 5. Księgi III.) linia prosta *BA* równa jest dwom Liniom *aB*, *aD* razem wziętym (przez Axioma 1.) Lecz te dwie Linie proste *aB*, *aD* razem wzięte, większe są od linii prostej *BD*. (przez Prop: IV. Księgi II.) Więc zamiast Linii *aD*, wzięwszy równą iey *aA*, będzie linia prosta *BA*, większa od Linii *BD*:

BD; (przez Axioma 2.) y dla teyże samey przyczyny większa będzie nad którąkolwiek inną linią, od Punktu *B*, na wewnętrzną obwodu wypukłość padającą. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Powiodłszy promień *aE*, dwa boki *aD*, *aE* są sobie równe, (przez Wniosek Defini: 5. Księgi III.) y bok *aB*, wspólny obydwom Troygrańcom *DaB*, y *EaB*; Węgiel zaś *DaB* jest większy od węgla *EaB*, (przez Axioma 1.) Więc Baza *DB* większa jest od Bazy *EB* (prz: Wniosek IV. Prop: V. Księgi III.) Co było do okazania.

Okazanie Części III. Pociągnawszy od Centrum do Obwodu promień *ae*, będzie *ab = ae* (przez Wniosek Defini: 5. Księgi III.) Lecz dwie linie *ae*, *eB* większe są od linii *aB*; (przez Prop: IV. Księgi II.) Więc odiawszy równe części *a e*, *a b*, zostanie linia *eB* większa od linii *bB*. (prz: Axioma 6.) Tymże sposobem pokazać można, że linia *CB*, y którąkolwiek inną, większa jest od linii *bB*; Zaczynam ta ze wszystkich linii za kołem padłych, jest najmniejsza. Co było do okazania.

Okazanie Części IV. Dwie linie *aC*, *CB* większe są od dwóch linii *ae*, *eB*; (przez Defini: 5. Księgi I.) Więc od obydwóch odiawszy Linie *ac*, *ae*, które sobie są równe (przez Wniosek Defini: 5. Księgi III.) zostanie się prosta linia *CB* większa od linii *eB*. (przez Axioma 6.) Co było do okazania.

Okazanie Części V. Żż dwie tylko linie proste między sobą równe z Punktu *B*, tak na zewnętrzną, iako y na wewnętrzną obwodu kołowego stronę paść mogą.

Węgiel B a e równy bydz może węglowi B a c, (przez Okazanie Części IV. Prop: VI. Księgi niniejszey.) Linie zaś proste a c, a e są równe sobie; a Linia a B iest bok wspólny obydwom Troygrańcom c a B, e a B; zaczym y Bazy tych dwóch Troygrańcow, mogą bydz między sobą równe (przez Propozycyą V. Księgi II.) to iest dwie linie proste B c y B e na zewnętrzną Obwodu kołowego stronę z Punktu B spuszczone. Ktorakolwiek zaś trzecia linia prosta, do teyże obwodu strony powiedziona, albo iest bliższa naymnieyszey Linii B b, albo dalsza niżeli linie B c, B e; a zatym albo mnieyszą, albo większą od nich bydz musi, (przez Część IV. Prop: niniejszey) Tymże samym sposobem okazać można, iż y na wewnętrzną Obwodu kołowego stronę CDA, dwie tylko także Linie proste między sobą równe z Punktu B spuszczone bydz mogą. Co było do okazania.

PROPOZYCYA VIII.

Gdy koła na wierzchu płaskim (in superficie plana) przecinają się, lub dotykają wewnątrz; centru wspólnego mieć nie mogą, (Fig: 16. Tab: II.)

Okazanie. Gdyby albowiem koła wzajemnie przecinające się, lub wewnątrz dotykające mogły mieć wspólne Centrum, naprzykład w Punkcie A; tedy Promienie z Centru wspólnego do Obwodu obydwóch Koł powiedzione, powinnyby bydz równe, to iest $AF = AB$, y $AC = AB$, (przez Wniosek Defini: 5. Księgi III.) a z tąd $AF = AC$. Lecz cała Linia AF żadną miarą nie może bydz

ro-

równa części swoiey AC; (przez Axiomat.) Więc koła wzajemnie przecinające się lub dotykające wewnątrz, wspólnego Centru w iednym Punkcie mieć nie mogą. Co było do okazania.

Wniosek. Z tey Propozycyi łatwo okazać można, iż koła w dwóch tylko punktach przecinają się wzajemnie. Bo gdyby w Punktach więcej nad dwa, naprzykład w Punktach trzech B, C, F. (Fig: (Fig: 17. Tab: II.) przecinały się, tedy trzy linie proste od Centru A koła Q L, do tychże Punktów B, C, F powiedzione AB, AC, AF, ktore sobie są równe (przez Wniosek Defini: 5. Księgi III.) zaśnagałyby także do Obwodu koł O S; zaczym punkt A byłby Centrem tak koła Q L, iako y koła O S. (przez Wniosek Prop: 6. Księgi III.) Więc dwa koła Q L y O S wzajemnie się przecinające, miałyby iedno wspólne Centrum. Co się iawnie sprzeciwia okazaney dopiero Propozycyi.

PROPOZYCYA IX.

Gdy dwa koła, czyli to wewnątrznie, czyli zewnętrznie dotykają się, Linia prosta przez Centra ich powiedziona, przechodzi przez Punkt dotykania się (Fig: 18. y 19. Tab: II.)

Okazanie Części I. Jeżeli dwa koła B L, B O, dotykają się wewnątrznie w Punkcie B, Linia prosta przez Centra ich A, I powiedziona, przechodzi przez Punkt dotykania się B. Daymy albowiem przez niepodobieństwo, że Centra koł B L, B O tak leżą, iż Linia prosta przez nie powiedziona, niepada na Punkt dotykania się B, lecz koła przecina w Punktach O y L, tudzież że Centra tych koł są A y C. Ponieważ więc Linie

C B y

CB y CO, z mniemanego Centru C koła BO do obwodu powiedzione, powinny być sobie równe (przez *Wniosek Defin: 5. Księgi III.*) zatem dodawszy im wspólną Liniją AC, Linie AC y CB, powinny być równe Liniom AC, CL; (przez *Axioma 3.*) równe zatem y Linię AB, gdyż tak AB, iak AL są promieniami koła BL z Centru A powiedzionemi. Lecz AC y CB większe są od Linię AB, (przez *Prop: 4. Księgi II.*) większe zatem y od Linię AL, (przez *Wniosek Defin: 5. Księgi III. y Axioma 2.*) Przeto Linia AL, y równą Linię AB, y większą od niey byłaby; Co jest rzeczą niepodobną. (przez *Axioma 1.*)

Okazanie Części II. (Fig. 19. Tab. 2.) Jeżeli koła CD, RQ zewnętrznie dotykają się w Punkcie S, Linia EF łącząca Centra ich E y F, przez dotykania się Punkt S przechodzi. Dajmy bowiem przez niepodobieństwo, że Centra tych koł w Centrach A y B, tak leżą, iż Linia prosta AB, przez też mniemane Centra powiedziona nieprzechodzi przez S Punkt dotykania się, ale koła przecina w Punktach O y Q. Powiodłszy od Centrow mniemanych do Obwodu Linie AS, BS, powinna być Linia AS, równa Linię AO, tudzież Linia BS, równa Linię BQ. (przez *Wniosek Defin: 5. Księgi III.*) Lecz AS y SB większe są od Linię AB; (przez *Prop: 4. Księgi II.*) Więc y Linie AO, BQ, części Linię AB powinny być większe, od całej teyże samey Linię AB. (przez *Axioma 2.*) Co żadną miarą byz niemoże (przez *Axioma 1.*)

Wniosek I. Ztey Propozycyi y z iey Okazania każdy za rzecz niezawodną mieć powinien, iż koła

koła czyli to zewnętrznie, czyli wewnętrznie, w jednym tylko Punkcie dotykać się mogą.

Wniosek II. Jeżeli dwa koła, bądź zewnętrznie, bądź wewnętrznie dotykają się, Linia prosta z Centru iednego koła przez Punkt dotykania się powiedziona, przechodzić powinna y przez drugiego koła Centrum. Co naturalnie wypływa z niniejszey Propozycyi.

PROPOZYCYA X.

Zrobić Węgiel równy danemu Węglowi DEF.
[Fig: 20. Tab: 2.]

1. Od Punktu E wierzchołku danego węgla, z którakolwiek Cyrkla otwartością odrysuy Łuk GH.

2. Powiodłszy na osobnym miejscu prostą Liniją ef, z iey Punktu e, tąż samą Cyrkla otwartością odrysuy Łuk hi.

3. Postawiwszy ieden koniec Cyrkla w Punkcie H, drugim zaśiągnij do G punktu przecięcia na Linię ED.

4. Zachowując też samą otwartość Cyrkla, podług niey Łuk hi, przetnij w Punkcie g.

5. Przez Punkt przecięcia g, od Punktu e powiedź Liniją prostą ed. Tym sposobem stanie się Węgiel g e h, równy danemu Węglowi GEH.

Okazanie. Bo Linie EG, EH, eg, eh, tudzież Łuki HG y hg są sobie równe [przez same ich robienie.] Więc y Węgiel g e h musi być równy danemu Węglowi GEH. [Przez przypisek Def: 8. Księgi 3.]

Wniosek [Fig: 21. Tab: 2.] Podobnym sposobem

bem poprowadzić można przez dany Punkt A, Liniją równoległą względem Linii CB. Gdyż z danego punktu A, powiodłszy iakąkolwiek Liniją prostą AD, do danej Linii CB, a z punktu D Łuk AF, iako też z punktu A, tą samą Cyrkłą otwartością Łuk DE odrysowawszy; potym podług miary Łuku FA, przeciąwszy Łuk DE w Punkcie G, a przez tenże Punkt G, y przez dany Punkt A powiedziona Linia NM, będzie równoległą względem danej Linii CB; [przez Wniosek II. Prop: V. Księgi I.] ponieważ Węgły na przemianległe ADF, DAG są równe sobie [przez Prop: n'niejszyq.

PRZYPISEK I. [Fig: 22. Tab: 2.] W Polu także sznurem, lub tniącuchem Węgiel z iednego miejsca, na drugie przenieść można; to jest: zrobić np. Węgiel na miejscu C, rowny danemu Węglowi na miejscu A, to zaś w sposób następujący.

1. Na miejscu danym C, wetknii kii, tudzież na miejscu d tak; ażeby Linia Cd, Linii AD wprzód zmierzoney równa była.

2. Za obydwie kii na miejscu C, y na miejscu D zatknięte, zadziergnawszy dwa powrozy, y związawszy ie tak: żeby ieden był długości AF, drugi długości DF, wyciągnii potym, y kolkiem trzecim zabii na miejscu, gdzie się schodzą z sobą np. na miejscu f. Tym sposobem zrobisz węgiel d C f, rowny danemu Węglowi DAF. Bo bok CF, rowny będzie AF, Cd rowny AD, df rowny DF; [przez same ich robienie.] A zatym y Węgiel C rowny danemu Węglowi A. [przez Wniosek I. Prop: V. Księgi II.]

PRZYPISEK II. [Fig: 23. Tab: 2.] Na tym fun-

fundamencie znaleźć można odległość dwóch miejsc A y B, z których iedno tylko miejsce B jest dostępne: a to w sposób niżej opisany.

1. Na obranym podług upodobania miejscu E, wbiwszy kii, y zmierzyszy prostą Liniją EB. idź prosto z miejsca E, ku miejscu C poty, poki Linia zmierzona EB nie będzie równa Linii EC.

2. W miejscu C zatknawszy kii tak: ażeby Punkta CEB na iednej były Linii prostej, zrob Węgiel C rowny Węglowi B sposobem, któryśmy podali w poprzedzającym Przypisku.

3. Potym z miejsca C udaj się na miejsce D, w którymbyś kii tak mógł zatknąć, aby w Liniją prostą z Punktami FC, y z Punktami EA wychodził. 4. To uczyniwszy zmierz Liniją DC, ta będzie równa Linii niedostępnej BA. Gdyż Węgiel B, rowny jest Węglowi C, a Linia prosta CE, równa Linii BE. [przez same ich robienie.] Procz tego Węgły DEC, BEA są wierżchołkiem przeciwległe, a tym samym równe sobie [przez Prop: II. Księgi I.] Wtęc y Linia DC równa bydz musi, Linii BA. [przez Wniosek II. Prop: V. Księgi II.]

PRZYPISEK III. [Fig: 24. Tab: II.] Tymże samym sposobem można zmierzyć Rzeki szerokość AB. Lecz jeżeli przy brzegu Rzeki, nie można Linii BD tak pociągnąć wprost, ażeby Liniją DE równą zrobić Linii BD, tedy w takowym razie wetknii kii na miejscu C iakożkolwiek odległym od brzegu Rzeki, z tą iednak kondycją; żeby Punkta CBA leżały na iednej Linii prostej. Potym uczyniwszy to wszystko, co się w poprzedzającym Przypisku wyraziło, Linia EF równa będzie

dzie Linii CA. Zaczynam od Linii EF odcinawszy Liniją Fb równą Linii CB, zostanie się Linia b E, równą Linii BA. [przez Axioma IV.] Zmierzyszy więc Liniją b E, wiadoma będzie Rzeka szerokość AB.

P R O R O Z Y C Y A XI.

Węgiel przy Centrze, dwa razy jest większy od Węgła przy odwodzie kołowym, jeżeli obydwaj na jednymże stoją Łuku. [Fig: 25. Tab: II.]

Okazanie. Ponieważ troiakiem sposobem Węgiel przy Centrze, na tymże Łuku, co y Węgiel przy odwodzie, stać może; Żarym troiakiem Okazanie zadanej Propozycji być powinno.

Daymy więc. *Nayprzód*: Ze Węgły ABC y ADC na jednymże Łuku AC tak stoją, iż Węgła tykającego się obwodu, bok ieden AD pada na ieden bok AB Węgła przy Centrze ległego. Mowię: że Węgiel ABC legły przy Centrze koła, dwa razy jest większy od Węgła ADC tykającego się obwodu. Gdyż węgiel ABC jest zewnętrzny względem Troygrańca CDB, zaczyna równy jest dwóm węglom przeciwnym wewnętrznym, [przez Prop: II. Księgi II.] D y C. Lecz promienie BD, BC, to jest: boki Troygrańca CBD są sobie równe, [przez Wniosek Definicji 5. Księgi III.] a tym samym y węgiel D równy węglowi C, [przez Wniosek II. Prop: III. Księgi II.] Więc węgiel ABC musi być dwa razy większy od węgła D. Co było do Okazania.

Daymy. *Powtore*: Ze boki węgła przy Centrze

trze ABC leżą między bokami węgła, przy obwodzie ADC. [Fig: 26. Tab: II.] Obydwaj zaś te Węgły stoją na jednymże Łuku AEC; dowiodę y tu, że Węgiel przy Centrze ABC dwa razy większy jest od węgła przy obwodzie ADC. Poprowadziwszy bowiem Liniją prostą DBE przechodzącą przez B Centrum koła, Węgiel ABE jest dwa razy większy od Węgła ADE, y Węgiel EBC, także dwa razy większy od Węgła EDC. [przez Okazanie poprzedzające.] Więc cały Węgiel ABC także dwa razy większy jest od całego Węgła ADC. Co było do okazania.

Daymy. *Potrzenie*: Ze boki Węgła przy obwodzie ADC, y Węgła przy Centrze ABC, przecinają się, [Fig: 27. Tab: II.] a obydwaj na tymże Łuku AFC stoją; dowiodę: iż Węgiel przy Centrze ABC dwa razy jest większy od Węgła ADC, który tyka obwodu. Bo poprowadziwszy Liniją DBE, cały Węgiel CBE (iakośmy już okazali) jest dwa razy większy od całego Węgła CDE. Lecz Węgiel ABE jest także dwa razy większy od Węgła ADE. Więc od Węgła całego EBC odcinawszy Węgiel ABE, tudzież od Węgła całego EDC, Węgiel ADE, zostanie Węgiel ABC dwa razy większy od Węgła ADC. Co było do okazania.

W N I O S K I.

Wniosek I. [Fig: 25. Tab: II.] Wszystkie Węgły w tymże samym koła Segmentie ległe, na jednym wspierające się Łuku y obwodu tykające są sobie równe; to jest: równe sobie są Węgły A d C, ADC w tymże samym koła Segmentie

cie AdDC. [przez *Axioma* 7.] Gdyż każdy z nich z obojga wzięty, jest połową Węgła ABC, przy Centrze koła ległego, [przez *Prop: niniejszą*.]

Wniosek II. [Fig: 25. Tab: II.] Węgiel przy obwodzie ADC, na Łuku AC leżący, równy jest Węglowi przy Centrze FBC, stołącemu na Łuku EC, który jest połową Łuku AC, gdyż obydwaj przy Centrze Węgły ADC, FBC są połową jednego Węgła ABC, a zatem muszą być sobie równe, [przez *Axioma* 7.]

Wniosek III. [Fig: 26. Tab: II.] Wymiarem węgla przy obwodzie ległego, jest połowa Łuku, na którym tenże węgiel stoi. Tak wymiarem węgla ADC, jest AE, połowa Łuku AC, cały albowiem Łuk AEC, jest miarą węgla ABC, [przez *Przypisek Def: 8. Księgi III.*] którego węgiel ADC jest połową, [przez *Prop: niniejszą*.]

Wniosek IV. [Fig: 28. Tab: II.] Węgiel ADB w puł kole jest prosty. Bo jego wymiarem jest ćwierć obwodu, czyli połowa puł obwodu AEB, na którym tenże węgiel stoi, [przez *Wniosek poprzedzający*.] Podobnym sposobem węgiel ABD, w mniejszym Segmentcie jest wklęsły; Węgiel zaś ABD, w Segmentcie większym jest spiczasty. Gdyż węgiel ABD stoi na Łuku AE BD, a zatem wymiarem jego jest Łuk większy nad ćwierć obwodu. Węgiel zaś ABD, stoi na Łuku ABD, wymiarem więc jego jest tak mniejszy nad ćwierć obwodu.

Wniosek V. Idzie zatem, że ta część koła, w której mieści się węgiel prosty, jest puł-koła,

ta zaś jest od puł-koła większa, w której węgiel spiczasty leży. A ta część koła mniejsza jest od puł-koła, w której jest węgiel wklęsły.

Wniosek VI. Czworogrąca w polu koła odrysowanego AB CF, [Fig: 29. Tab: II.] dwa przeciwległe węgły B y F, albo A y C razem wzięte, są równe dwóm węglom prostym. Poprowadzwszy albowiem Linie BF, CA, węgiel ABC oraz z węglami O y X, równy jest dwóm węglom prostym, [przez *Prop: I. Księgi II.*] Lecz węgiel O, równy jest węglowi I, a węgiel X, równy węglowi Z, [przez *Wniosek I. Prop: niniejszą*.] Więc węgiel ABC, oraz z węglami I, Z, to jest: z całym przeciwległym węglem AFC, równy jest dwóm węglom prostym. Tymże samym sposobem okazać można, że y węgły A, C, dwóm węglom prostym równe są.

Przypisek. [Fig: 30. Tab: II.] Na fundamencie Wniośku IV. Propozycyi niniejszey, najlepszy sposób jest następujący *Poprowadzenia Linii tykającej z danego np. Punktu O do koła B Q.* Z Centrum A do danego Punktu O, poprowadzwszy Linia prostą AO, przetnij ją na połowę w Punkcie P. Toż z Centrum P przez Punkta A y O odrysuj Pułkoło ABO, które w Punkcie B przecina obwód danego koła B Q. Linia prosta powiedziona od Punktu danego O, do Punktu przecięcia B, będzie Linia tykającą. Gdyż ztąd czwyszy linia prostą Punkta A y B. węgiel ABO w pułkole jest prosty, iakośmy w IV. Wniośku powiedzieli. Dla tego Linia O B. dotyka się danego koła BO. [przez *Prop: III. Księgi III.*]

PROPOZYCYA XII.

Węgiel Segmentu zaięty Linią tykającą koła, y Cięciwą przez Punkt dotknięcia powiedzioną, rowny jest węglowi stojącemu w Segmentcie na przemianległym. [Fig: 31. Tab: II.]

Okazanie. Daymy, iż powiedzona jest Linia tykająca FAG, y Cięciwą AD, mowiąć: że węgiel Segmentu FAD, rowna się węglowi AED, w Segmentcie na przemianległym stojącemu. Tudzież że węgiel Segmentu GAD, rowny jest węglowi AID, stojącemu także w Segmentcie na przemianległym. Gdyż poprowadziwszy Dyameter ACB, y punkta D, B złączywszy Linią prostą DB, węgiel ADB w pułkole jest prosty, [przez *Wniosek IV. Prop: XI Księgi III.*] Zaczynam w Troygrańcu prostokątnym ADB, węgły DAB, DBA rowne są jednemu węglowi prostemu [przez *Wniosek III. Propoz: I. Księgi II.*] a tym samym obydwu razem rowne są Węglowi FAB, który także jest prosty [przez *Okazanie Części II. Prop: III. Księgi III.*] Więc od rownych sobie węglów odiawszy wspólny węgiel DAB, zostanie węgiel FAD, rowny węglowi DBA [przez *Axioma 4.*] Lecz węgiel DBA, rowny jest węglowi AED, [przez *Wniosek I. Prop: XI. Księgi III.*] Więc węgiel FAD rowny także byź musi węglowi AED. [przez *Axioma 2.*] A że Czworogrąńca w polu koła odrysowanego dwa węgły przeciwległe AID, AED są rowne dwóm węglom prostym [przez *Wniosek VI. Prop: XI. Księgi III.*] Zatem rowne byź muszą węglom FAD,

FAD, DAG, które czynią dwa węgły proste, [przez *Prop: I. Księgi I.*] Pokazaliśmy zaś, że węgiel FAD, rowny jest węglowi AED, więc y węgiel GAD, rowny jest węglowi AID. [przez *Axioma 4.*] Co było do okazania.

Wniosek I. Z tey Propozycyi, y z Wniosku III. Propozycyi poprzedzającej, oczywiście pokazuje się, że węgiel FAD Segmentu mnieyszego, miarą jest połowa Łuku AID, Cięciwą AD związanego, tudzież że węgiel DAG Segmentu większego, miarą jest połowa Łuku AED.

Wniosek II. [Fig: 32. Tab: II.] Dwie Linie proste tykające koła, od jednego Punktu za kołem wziętego powiedzione, są sobie rowne. Tak rowne sobie są Linie proste eb, ed tykające koła AGB, z jednego Punktu e, za kołem wziętego powiedzione: A bowiem przez Punkta dotknięcia b, d poprowadziwszy Linią prostą b d, węgły e b d, e d b są sobie rowne, bo jeden maią wymiar, to jest: połowę Łuku b G d cięciwą b d związanego [przez *Wniosek poprzedzający.*] Zaczynam w Troygrańcu b e d dwa boki przeciwległe rownym węglom przy bazie leżącym, są rowne sobie [przez *Wniosek II. Prop: III. Księgi II.*] Te zaś są dwie Linie tykające koła e b, e d.

PROPOZYCYA XIII.

W polu regularney pięcioboczney figury odrysować koło: tudzież regularną pięcioboczną figurę kołem otoczyć. [Fig: 33. Tab: II.]

Rozwiązanie. Dwa węgły danej pięcioboczney figury B y C, przetnij na połowę proste-

mi liniami BA, CA schodzącemi się w Punkcie A, od którego powiedź do boku CB, linią Pionową AL. Potym punkt A wzięwszy za Centrum, a linią AL za promień, czyli otwartość Cyrkla, y odrysowawszy nim koło, mówię, że to dotykać się będzie wszystkich, daney pięcioboczney Figury, bokow, a zatym że jest w niey regularnie odrysowane. Jeżeli zaś z tegoż Centrum A, wzięwszy za promień, czyli otwartość Cyrkla linią AB, (którą węgiel B na dwoie jest przecięty) koło odrysujesz, tedy to niezawodnie przechodzić będzie przez Punkta. B, C, D, E, F, y daną pięcioboczną figurę obwodem swoim regularnie otoczy [czytaj Defin: 23. y 24. tej III. Książki.

Okazanie Części I. W Troygrańcach DCA, B CA, ponieważ bok DC, równy jest bokowi BC, [przez założoną kondycyę.] Bok AC obydwóm Troygrańcom wspólny, a do tego węgiel P równy węglowi O; [przez same robienie] będzie zatym y węgiel G równy węglowi I [przez Prop: V. Księgi II.] Ale całe także węgly B, D, są sobie równe [przez założoną kondycyę.] Więc iako węgiel G jest połową węgla B, tak y węgiel I połową jest węgla D, a tym samym węgiel D jest na połowę przecięty Linią AD. Dla teyże samey przyczyny y inne pięciokątne węgly E, F, są na połowę przecięte, a tym samym wszystkie węgly tak podzielone są między sobą równe. Ale nad to powiodłszy Linie pionowe AM, AS, AN, AR, ponieważ w Troygrańcach LBA, MBA dwa węgly z osobna wzięte, węgiel G y węgiel BLA równaia się z osobna wzię-

tym

tym Węglowi Q y Węglowi BMA, y Bok BA, obydwóm Troygrańcom jest wspólny, ztąd y Linie AL, AM, są sobie równe (przez Wniosek III. Prop: V. Księgi 2.) a dla podobney przyczyny y inne wszystkie powiedzione Linie Pionowe AM, AS, AN, AR muszą być między sobą równe, więc koło z Centru A, przechodzące przez Punkt L, przechodzić musi przez wszystkie inne Punkta M, S, N, R, (przez Defin: 1. Księgi III.) y w tychże Punktach dotykać się pięciu bokow danego pięciokąta (przez Prop: V. Księgi III.) Co było do okazania.

Okazanie Części II. Dopiero co dowiedliśmy, że w Troygrańcu CAB, Węgly O y G są sobie równe, przetoż boki także AC y AB równe sobie być muszą, (przez Wniosek II. Prop: III. Księgi II.) A z teyże samey przyczyny Linie AB, AF, AE, AD są także y sobie, y Liniom AC, AB równe. Więc koło z Centru A przez Punkt B odrysowane, y przez Punkta C, D, E, F przechodzić musi, a zatym pięciokątna figura regularna kołem jest otoczona. Co było do okazania.

Wniosek I. Tymże samym sposobem, co dopiero okazaney Propozycyi podanym, w polu każdej figury równoboczney, y równokątney odrysować można koło. tudzież każdą figurę równoboczną y równokątną kołem otoczyć.

Wniosek II. (Fig: 34. Tab: 2.) W Polu także iakiegokolwiek Troygrańca, acz nie równobocznego, y nierównokątnego, tym samym sposobem odrysujesz koło. Danego np. Troygrańca CDE dwa Węgly C y E rozdzieli na połowę prostymi Liniami CA, EA schodzącemi się w Punkcie A. Z te-

A. Z tego Punktu A powiedź Linie Pionowe AB, AG, AF. To gdy uczynisz, dowiodę tego, że koło z Centru A przez Punkt B Odryfowane, przechodzić oraz będzie przez Punkta G, F, y dotykać się trzech boków danego Troygrańca. Bo że w Troygrańcach CAG, CAB Węgły AGC, ABC są proste (z samego robienia) a tym samym sobie równe (przez Defini: II. Księgi I.) Węgły oraz GCA, BCA muszą być sobie równe (przez Axioma 7.) bo są połowy całego Węgła C. (z samego robienia) Do tego bok AC obydwoim Troygrańcom jest wspólny, toż y bok AG równa się bokowi AB. (Przez Wniosek III. Prop: V. Księgi II.) Przez podobny wywód pokazałbym łatwo, że y Linia AF równa jest Linii AB. Więc koło z Centru A przez Punkt B odryfowane, przechodzi y przez Punkta G, F. Ze zaś Węgły przy Punktach B, G, F są proste, (z samego robienia) dotyka się wszystkich trzech Troygrańca boków (przez Prop: III. Księgi III.)

Wniosek III. (Fig: 35. Tab: 2.) Troygraniec zaś iakikolwiek kołem otoczysz, w ten sposób: Troygraniec danego BCD dwa boki BC, CD przetnie na połowę w punktach E y O, y z tychże Punktów E, O powiedź Linie pionowe EA, OA schodzące się z sobą w Punkcie A; to gdy uczynisz, mówię: iż Punkt A jest Centrum koła, które ma być odryfowane przez Punkta B, C, D, czyli, które ma otaczać, dany Troygraniec BCD. Gdyż jeżeli z Punktu A powiedzisz Linie proste AC, AD, AB, dwa boki z osobna wzięte Do, Ao Troygrańca AOD równe będą dwom z osobna wziętym bokom CO, OA Troygrańca AOC, (z samego

robienia.) a do tego Węgły przy Punkcie O legle są sobie równe. (przez Defini: 12. Księgi I.) Więc y bok AD musi być równy Bokowi AC. (przez Prop: V. Księgi drugiey.) Tymże samym sposobem okazać można, że Linia AB równa jest Linii AD. (przez Axioma 2.) Zaczynam koło z Centru A przez Punkt B odryfowane, przechodzić oraz będzie przez Punkta C y D, a tym samym dany iakikolwiek Troygraniec np: BCD kołem otoczony będzie.

PRZYPISEK. Wiedzieć, należy; że podług różnego gatunku Troygrańca, kołem otoczonego, różnie przypaść może y Centrum tegoż koła. Jeżeli Troygraniec jest ośrodkatny, centrum koła przypadnie w Polu Troygrańca. Jeżeli Troygraniec jest prostokątny, Centrum koła przypadnie na boku prostemu kątowni przeciw-ległym. W Troygrańcu zaś wklęsłokątnym, Centrum koła przypadnie, w miejscu iakim ległym za Troygrańcem Co iasna jest z wniosku IV. y V. Prop: XI.

PROPOZYCYA XIV.

W polu danego koła regularną sześcioboczną Figurę (hexagonum) odryfować. (Fig: 36. Tab. 2.)

Rozwiązanie. Powiodłszy Dyameter FAB; z Punktu B przez Centrum A odrysuy koło, któreby obwód danego koła przecinało w Punktach C y D. Potym z Punktu F przez Centrum A odrysuy drugie koło, któreby także obwód danego koła przecinało w Punktach E y G. Toż te sześć Punktów B, C, E, F, G, D złączysz Liniami pro-

prostemi, będzie w Polu danego koła odrysowana regularna figura sześcioboczna.

Okazanie. Z Centrum A powiodłszy promienie AC, AE, AG, AD, te będą sobie równe. (przez *Wniosek Defini: Księgi III.*) Ale AB, BD, BC, tudzież AF, FG, FE równe także bydl sobie muszą (przez *Wniosek Defini: 5. Księgi III.*) Więc wszystkie oraz AC, AE, AG, AD, AB, BD, BC, AF, FG, FE równe są sobie (przez *Axioma 2.*) A zatem Troygrance H, I, M, L są równoboczne. Ponieważ więc w Troygrancu H wszystkie trzy Węgły są sobie równe (przez *Wniosek I. Prop: III. Księgi II.*) A razem wzięte równe są dwóm Węglom prostym. (przez *Prop: I. Księgi II.*) Dla tego ieden którykolwiek Węgieł tegoż równobocznego Troygrancu np. Węgieł CAB, jest trzecią częścią dwóch prostych Węglów. Dla teyże przyczyny y Węgieł FAE Troygrancu równobocznego M jest także trzecią częścią dwóch prostych Węglów. A zatem dwa Węgły CAB, FAE są dwie części dwóch prostych Węglów, z kąd oczywista rzecz jest, iż Węgieł EAC czyni trzecią część dwóch prostych Węglów. (przez *Wniosek I. Prop. I. Księgi I.* A tym samym Węgły EAC, CAB muszą bydl sobie równe. Lecz boki także EA, AC równę są bokom BA, AC, (przez *Wniosek Defini: 5. Księgi III.*) Więc y Baza EC równa jest Bazie CB, (przez *Prop: V. Księgi II.*) To jest: iako się już pokazało, Promieniowi AC. (przez *Axioma 2.*) Zaczynam Troygraniec N jest także równoboczny, y toż samo okazaćby można o Troygrancu K. Ponieważ więc wszystkie Troygrance H, I, K, L, M, N są równoboczne, rzecz oczywista jest, że wszystkie

Atkie zosobna sześciokąta boki CB, BD, DG, GF, FE, EC równe są Promieniowi AC, czyli AB, a tym samym y między sobą są także równe (przez *Axioma 2.*) Więc sześciokąt w Polu koła odrysowany, jest równoboczny; ale oraz jest y równokątny, bo wszystkie zosobna jego Węgły E, C, B, D, G, F składają się z dwóch równobocznego Troygrancu Węglów sobie równych. A zatem sześciokąt, który odrysowaliśmy w Polu koła jest regularny. Co było do okazania.

Wniosek I. (Fig: taż sama.) Zokazania tey Propozycyi, widzimy oczywiście, że bok sześcioboczney Figury odrysowany w Polu koła, czyli cięciwa łuk sześćdziesiąt gradusów wiążąca, równa się Promieniowi tegoż koła. Y na tym fundamencie Półcięciwie gradusów trzydziestu, równe jest połowie Promienia (przez *Defini: II. Księgi III. y przez Axioma 7.*)

Wniosek II. Na fundamencie okazania teyże samey Propozycyi, bardzo łatwo odrysować można, w Polu danego koła Troygraniec równoboczny, a to w ten sposób: Powiodłszy Dyameter FB, y z Punktu B przez Centrum A odrysowawszy łuk CAD, Punkta C, F, D złącz Liniami prostemi. Z których uformowany Troygraniec w Polu koła będzie równoboczny.

PRZYPISEK. Dotąd ieszcze Ziemiomierznikom niewiadomy jest sposób na odrysowanie w Polu koła, Geometrycznie, to jest: samym Cyrklem y Linją wszystkich iakie bydl mogą, Figur wielobocznych; mających np. Boków 7, 9, 11, 13, &c. to bowiem zawisło od podziału obwodu kołowego na dane części; a takowego podziału sposób generalny

ny nie jest jeszcze wynaleziony. Mechanicznie jednak czyli Praktycznie, można iakąkolwiek regularną wieloboczną Figurę w Polu koła odrysować, sposobem następującym: Przez liczbę boków danego wielokąta, podziel trzysta sześćdziesiąt gradusów, które są powszechnym Wymiarem każdego obwodu kołowego; A wieloraz czyli Quotus z tej Dywizyi wypadający, ile gradusów zamykać w sobie będzie, tyleż gradusów biorący w siebie węgiel zrob przy Centrze koła; Łuk zaś, na którym ten Węgiel stać będzie, podwiązawszy Cięciwą, Cięciwa ta będzie bokiem danego wielokąta. Naprzykład (Fig: 37. Tab: 2.) chcąc w Polu danego koła BCDEFHK Odrysować dziewięcioboczną regularną Figurę: przez 9. to jest przez sumnę boków, podziel gradusów 360. z Dywizyi wypadnie wieloraz 40; Toż pociągnąwszy Promień AB, przyłoż do niego Diameter Połkoła Geometrycznego *) tak: ażeby Centrum Pułkoła leżało na Centrze danego koła A, a od Punktu B odrachowawszy gradusów 40, do Punktu C powiedz Promień AC. Potym Łuk zaięty Promieniami AB, AC podwiązawszy Cięciwą BC, Cięciwa ta będzie bokiem danej dziewięciobocznej Figury, którą odrysujesz w Polu danego koła, powiodłszy z Punktu C Cięciwę CD równą Cięciwie BC, y Cięciwy daley następujące

*) Pułkoło, czyli Semi-Cyrkuł jest instrument Geometryczny z mosiądzu, lub inney iakiey twardej materiy zrobiony, którego puł-obwodu podzielone jest na Gradusów 180. zażywaia go Geometrowie do mierzenia lub robienia Węglów [zobacz fig. 39.]

iące DE, EF, FG, GH, HI, IK, KB.; tym sposobem odrysowany dziewięciokąt BCDEFGHIK. z samey roboty będzie równoboczny. Aże te wszystkie Troygrańce a,b,c,d,e,f,g,h, m są wzajemnie względem siebie równoboczne (ponieważ bokami ich są promienie y Cięciwy z samego robienia równe sobie) a tym samym są y równokątne; (przez Wniosek I. Prop: V. Księgi 2.) Z tej przyczyny wszystkie tego dziewięciokąta Węgły B,C,D,E,F,G,H,I,K złożone z dwóch Węglów zupełnie sobie równych, równe sobie będą muszą. (przez Axioma 7.) Więc dziewięcioboczna Figura BCD EFGHIK, y którakolwiek inna podanym dopiero sposobem, w polu danego koła odrysowana, będzie równoboczna y równokątna.

PROPOZYCYA XV.

Regularną sześcioboczną Figurą otoczyć koła (Fig: 38. Tab: 2.)

Rozwiązanie. Odrysuy wprzód w Polu danego koła sześciokąt porządný GHIKMN, (przez Prop: poprzedzającą) Toż powiedz Linie tykające koło w Punktach G,H,I,K,M,N, które się z sobą zeydą w Punktach B,C,D,E,F,R; To gdy uczynisz, mówię: iż dane koło otoczone będzie sześciokątem porządnym BCDEFR.

Okazanie. Z Centru koła A powiedz Linie proste AG, AB, AH, AC, AI. Ponieważ Linie tykające BG, BH są sobie równe (przez Wniosek II. Prop: XII. Księgi III.) tudzież promień AG równy Promieniowi AH, Bok zaś AB wspólny, więc Troygrańce GAB, HAB są względem siebie

rownoboczne, a zatem równokątne (*przez Wniosek I. Prop. V. Księgi II.*) To jest Węgiel O równy Węglowi P, a Węgiel Q, równy Węglowi S. Zaczynamy cały Węgiel B jest dwa razy większy od Węgla P, y cały Węgiel GAH dwa razy większy od Węgla S; dla teyże samey przyczyny Węgly C y HAI są dwa razy większe od Węglów T y N. Ale, że Cięciwy GH, HI z samego robienia są sobie równe, a tym samym równe także Łuki GH, HI, (*przez Wniosek II. Prop. V. Księgi III.*) Więc Węgiel GAH równy jest Węglowi HAI. (*przez przypisek Defn: 8. Księgi III.*) A przeto Węgiel S musi także być równy Węglowi N. (*przez Axioma 7.*) Ponieważ tedy w Troygrańcach BAH, CAH Węgly S, N są sobie równe, a Węgly przy H są proste (*przez Prop: III. Księgi III.*) Bok zaś AH jest wspólny obydwom Troygrańcom; toć Linie BH, CH, tudzież Węgly P y T równe są. (*przez Prop: V. Księgi II.*) Tymże sposobem okazaćby można, że Linie BG, RG są sobie równe; Więc Linie CB, RB są dwa razy większe od równych sobie Linii BH, BG. Tymże samym sposobem dowiodłbym, że wszystkie inne boki sześciokąta otaczającego koło, są sobie równe. Ale Węgly także B y C są sobie równe (*przez Axioma 7.*) Bom pokazał, iż są dwa razy większe od Węglów P y T sobie równych; y dla teyże samey przyczyny inne tegoż sześciokąta Węgly wszystkie być sobie muszą równe; Zaczynamy sześciokąt BCDEFR otaczający koło jest regularny, to jest: równoboczny y równokątny. Co było do okazania.

PRZYPISEK. Tymże kształtem, któryśmy w niej-

niewszey Propozycji widzieli, danym jakimkolwiek wielokątem koło otoczyć można, to jest odrysować wprzód w Polu koła wielokąt podobny danemu, potrzeba potem powieść Linie tykające do tych obwodów Punktów, w których Węgly wielokąta w Polu koła odrysowanego dotykają się obwodów.

K S I Ę G A IV.

O Proporcji y podobieństwie Figur Płaskich.

Definicje czyli opisanie gruntowne.

I. Proporcya, czyli wzgląd dwóch wielkości (*proportio, vel ratio*) jest relacya iedney do drugiej, w tym, iż iedna drugą pewnym sposobem w sobie zamyka, albowi też w niej zamyka się. Tak liczba 8, że dwa razy zamyka w sobie liczbę 4, a trzy razy zamyka się w liczbie 24, mowiemy, że do obydwóch tych liczb ma jakiś wzgląd, czyli Proporcya. Przeto potrzeba koniecznie, aby te wielkości, które się porównywiają z sobą, były iednegoż gatunku.

Wniosek. Proporcya zatem dwóch wielkości poznać się z Dywizji, przez Dywizyą bowiem pokazuje się, ile razy iedna drugą w sobie mieści. Gdyż wielkość, którą dzielę, tyle kroc zamyka w sobie tę, przez którą dzielę, albo w niej zamyka się, ile razy wielo-raz z tego podzielenia wynikający zamyka w sobie iedno (*uni-*

tatem) albo ile razy zamyka się w jedności. Czytaw Arystymetykę Polską w Drukarni Naszej Warszawskiej wydaną Roku 1766. na karcie 133.

2. Pierwszy Proporcji termin zowie się termin poprzedzający (*Antecedens proportionis*) drugi zaś zowie się termin następujący (*Consequens*) tak: jeżeli wielkość Literą *a* wyrażona, ma jaką proporcję do wielkości pod Literą *b*, pierwszy proporcji termin *a* jest poprzedzający (*antecedens*) drugi zaś *b* jest termin następujący (*Consequens*).

PRZYPISEK. Proporcja dwóch wielkości częstokroć wyraża się przez frakcyę, ktorej Licznikiem, czyli Numeratorem jest (*antecedens*) a mianownikiem czyli Denominatorem (*consequens*) y tak Frakcyę $\frac{a}{b}$ wyraża proporcję wielkości *a* do wielkości *b*.

3. Wykładacz proporcji (*Exponens, vel denominator proportionis*) jest liczba całkowita, lub łamana, wyrażająca sposób, którym termin poprzedzający zamyka w sobie termin następujący, lub jakim sposobem w terminie następującym zamyka się, tak liczba 2 jest Exponens wykładający względem proporcji, która zachodzi między 6 y 3, gdyż pokazuje, że liczba 6 dwa razy liczbę 3 w sobie zamyka. Podobnież frakcyę $\frac{1}{3}$ jest wykładacz proporcji 2 do 6, bo widocznie wskazuje, że 2 termin poprzedzający jest trzecią częścią 6 terminu następującego, czyli, że dwa trzy razy mieszczą się w sześciu.

Wniosek. Każdey zatem proporcji Exponens czyli wykładacz nie różni się od wieloraza wy-

padającego z Dywizyi, w ktorej termin poprzedzający dzieli się przez termin następujący. Ponieważ więc termin podzielny, tak się ma do Dzielnika iak się ma wieloraz do jednego (*ad unitatem*) (co pokazało się w Arystymetyce) na tym fundamencie poprzedzający termin proporcji, tak się mieć będzie do terminu następującego, iak się ma Exponens proporcji do 1.

4. Proporcja jest dwoiaka, jedna równości, druga nierówności. Proporcja równości jest względem dwóch wielkości, z ktorych jedna równa się drugiej. Proporcja nierówności jest względem dwóch wielkości, z ktorych jedna drugą przewyższa. Ta ostatnia dzieli się na proporcję większej nierówności, y na proporcję mniejszej nierówności. Proporcja większej nierówności jest względem wielkości większej do mniejszej, iaka jest proporcja 6 do 3. A jeżeli wielkość większa, dwa razy w sobie mieści mniejszą zowie się Proporcją dwukrotnia (*ratio dupla*) Jeżeli trzy razy; Proporcja trzekrotnia (*ratio tripla*) &c. Proporcja mniejszej nierówności jest względem wielkości mniejszej do większej, iaki jest liczby 3. do liczby 6. Y jeżeli wielkość mniejsza dwa razy mieści się w większej, zowie się proporcja poddwukrotnia (*ratio subdupla*) Jeżeli trzy razy; podtrzekrotnia (*subtripla*) &c. Naprzykład: Linia osmiu stop do Linii czterech stop jest w proporcji dwukrotnej, a Linia czterech stop do Linii stop osmiu jest w Proporcji poddwukrotnej.

5. Dwie Proporcje zowiemy, podobne, też same, albo równe sobie (*similes, eadem, vel*

aquales) (co iednoż znaczy;) gdy poprzedzające terminy tych dwóch proporcji, tymże samym sposobem zamykały w sobie terminy następujące, lub tymże sposobem w terminach następujących mieszczą się. Tak proporcja liczby 12. do 4. jest równa, czyli podobna proporcji liczby 6. do 2. Bo iako 12. termin poprzedzający iedney proporcji, trzy razy zamyka w sobie 4. termin swoy następujący, tak 6. termin poprzedzający drugiej proporcji trzy razy także w sobie mieści 2. swoy termin następujący.

Wniosek. Te więc Proporcje będą między sobą równe, których Exponensę czyli Wykładacze równe są; y na odwrot: kiedy dwie proporcje są sobie równe, Exponensę oraz ich czyli Wykładacze równe będą.

6. Z dwóch Proporcji, ta zowie się większą, ktorey Antecedens więcej razy w sobie zamyka swego konsekwensę, lub mniej razy w swoim konsekwensie mieści się; Ta zaś zowie się mniejszą, ktorey Antecedens mniej razy mieści w sobie swego konsekwensę, lub więcej razy w swym konsekwensie zamyka się. Tak proporcja liczby 8 do 2. większa jest nad proporcją liczby 9 do 3, gdyż liczba 8 więcej razy mieści w sobie 2, niżeli liczba 9. mieści w sobie 3. Y na odwrot, Proporcja liczby 2 do 8 mniejsza jest od proporcji liczby 3 do 9; bo liczba 2. więcej razy zamyka się w 8, niżeli liczba 3 w 9.

Wniosek. Z tej przyczyny ta Proporcja większa jest, ktorey Exponens, jest większy, y iedźli z dwóch proporcji, iedna większa jest od dru-

drugiej, większej Proporcji Exponens większy, mniejszej zaś Exponens mniejszy być musi.

7. Te części zowią się podobne, które do całych swych rzeczy równy wzgląd, czyli proporcją mają; tak liczby 2 y 3 są części podobne względem liczb 6 y 9; ponieważ Proporcja 2 do 6 równa się proporcji tej, którą ma liczba 3 do 9. (*przez Defin. V. Księgi IV.*)

8. Proporcjonalność Ziemiomierznicza (*Proportionalitas, vel proportio Geometrica*) którą Grecy zowią Analogia, jest proporcji podobność, czyli równość; Ztąd cztery terminy zowią się Geometrycznie proporcjonalnymi, gdy proporcja pierwszego terminu do drugiego, nie różni się od proporcji trzeciego do czwartego, takie są liczby 12, 6, 8, 4, bo między nimi proporcja zachodzi dwukrotnia, tak pierwszej liczby do drugiej iak trzeciej do czwartej.

Wniosek. Kiedy z czterech terminow Geometrycznie proporcjonalnych, pierwszy będzie równy, albo większy, lub mniejszy od drugiego, na ten czas trzeci także termin równy, albo większy, lub mniejszy od czwartego być musi.

PRZYPISEK. Proporcjonalność Geometryczna czterech terminow A, B, C, D tym sposobem wyraża się $A:B :: C:D$. Niektorzy iednak Geometryzy zamiast tego równości znaku $::$, zażywają takiego: y piszą $A.B :: C.D$. Terminy A , y D . zowią się krajne (*extremi*) Terminy zaś B y C zowią się środkowe (*medii*.)

9. Cztery terminy zowią się wprost proporcjonalne (*directe proportionales*) iedźli tak się ma pierwszy termin do drugiego, iak się ma

trzeci do czwartego. Jeżeli zaś tak się będzie miał czwarty termin do trzeciego, iak pierwszy do drugiego, na ten czas zowią się na odwrot proporcjonalne (*reciprocę proportionales.*)

10. Jeżeli terminy we śródku położone biorą się dwa razy, raz iako konsekwenty względem poprzedzających, drugi raz iako Antecedensy względem następujących terminow, takowa na ow czas proporcya zowie się Proporcya ciągłą (*proportio continua*) y wyraża się tym sposobem: $\therefore 24, 12, 6$, to jest: iak się ma np. Linia od stop 24, do Linii mającej stop 12; tak się ma też sama Linia od stop 12, do Linii stop 6 mającej. Ta zaś Linia stop 12 mająca, lub którakolwiek inna między dwiema terminami w proporcji środek trzymająca, zowie się Linią śrzednią proporcjonalną (*media proportionalis*)

PRZYPISEK. Oprócz Proporcji Geometryczney, jest jeszcze proporcya Arytmetyczna, y Harmoniczna. Proporcya Arytmetyczna jest równość przewyższek (*differentiarum*) między danemi rzeczami zachodzących, to jest: cztery terminy zowią się Arytmetycznie proporcjonalne, kiedy przewyższka pierwszego terminu od drugiego, równa się przewyższce terminu trzeciego do czwartego, iako to widzicie się dale w czterech następujących terminach Arytmetycznie proporcjonalnych: $5.3.::6.4$. Proporcya zaś harmoniczna, (*proportio harmonica*) jest w ten czas: kiedy trzy terminy tak są ułożone, że iak się ma termin największy do najmniejszego, tak się ma przewyższka między terminem największym y śrzednim zachodząca, do przewyższki między termi-

nem śrzednim y najmniejszym będącej: iako np. w tych trzech liczbach 12, 8, 6, iak się ma 12 termin największy do 6 terminu najmniejszego, tak się ma 4. przewyższka między terminem największym y śrzednim, do 2. które są przewyższką między terminem śrzednim, y najmniejszym. Wiedzieć zaś potrzeba, że ilekroć u Geometrow jest wzmianka proporcji, bez dotożenia iakie? tylekroć rozumieć zawsze potrzeba proporcya Geometryczną.

11. Terminy równowzględne (*homologi*) zowią się, które mają równy wzgląd, czyli proporcya do innych terminow następujących. Tak jeżeli będzie $A. a = B. b$. terminy A, B zwać się będą równo-względne. Kiedykolwiek więc są cztery terminy Geometrycznie proporcjonalne, zawsze Antecedensy muszą być względem siebie równo-względne.

12. Proporcya składana (*ratio composita*) zowie się, kiedy iey exponensem jest produkt, z exponensow innych proporcji z moltiplikowanych wypadający. Tak jeżeli Proporcji $a : b$ exponensem jest m, Proporcji zaś $d : e$ jeżeli exponensem jest n, to proporcya, ktorey exponensem będzie $m \times n$, to jest m zmoltiplikowane przez n, będzie się zwać proporcya złożoną (*proportio composita*) z proporcji $a : b$ y z proporcji $d : e$ Jeżeli proporcya składa się z dwuch proporcji, zowie się proporcya dwoista (*ratio duplicata*) Jeżeli składa się z trzech proporcji, zowie się proporcya troista (*ratio triplicata*) y tak daley.

13. W ten czas mowiemy, iż dwa terminy są

w proporcji poddwoiſtey (*in ratione sub duplicata*) względem dwóch innych terminow, kiedy kwadrat zrobiony z exponensa tychże dwóch proporcjonalnych terminow równa się exponensowi proporcji dwóch terminow danych. Tak termin $A = 16$ do terminu $B = 8$ jest w proporcji poddwoiſtey terminow $D = 8$. y $E = 2$. Gdyż kwadrat 4 zrobiony z 2 Exponensa proporcji $A : B$: równy jest 4. exponensowi proporcji $D : E$: W proporcji zaś podtroiſtey (*in ratione sub triplicata*) dwa terminy będą; gdy sześciograh (*cubus*) (*) z ich exponensa zrobiony równa się exponensowi innych dwóch danych terminow. Np. termin A . do terminu B . jest w proporcji podtroiſtey innych dwóch danych terminow C, D , jeżeli sześciograh z exponensa proporcji $A : B$: równy jest exponensowi proporcji $C : D$: y tak dalej.

PRZYPISEK. Z Axiomatow w samym wstępie do Siemiomierniſtwa założonych, y z dopiero co podanych Definicji, te niezawodne wypływają prawdy: czyli Axiomata powtarne.

1. Kiedykolwiek wielkość iaka przez inne wielkości między sobą równe, multiplikuje się z osobną; albo też: kiedy rzeczy między sobą równe przez iedną iaką multiplikują się z osobną wielkość; produkta z tych multiplikacyi zawsze równe być muszą.

2. Podobnież, jeżeli też suma wielkość przez inne między sobą równe, albo jeżeli równe między sobą wielkości, przez iedną, lub inną iaką równą

równą iey wielkość, dzielone z osobną będą; tedy wielorazy równe być powinny.

3. Wielkości między sobą równe, względem iednego, lub względem wielu równych między sobą terminow, iedną proporcją mają. Tę odwrot: Te wielkości, które do iednego, lub do wielu równych między sobą terminow, iedną proporcją mają, są niezawodnie między sobą równe.

14. Gdy Geometrowie mówią; że linia iedna multiplikuje się przez drugą, rozumieć chcą, iż z obydwóch tych linii robi się Czworgraniec prosto-kątny, którego dwie dane linie są dwiema przyległemi bokami. Tak linia LM multiplikuje się przez linią LI , gdyż z obydwóch tych linii robi się Czworgraniec prosto-kątny $IKLM$. [Fig: I. Tab: 3.]

15. Kiedy linia AB , lub którakolwiek inna przez siebie samą multiplikuje się, albo przez linią sobie równą; np. jeżeli linia CD równą jest linii CE , y albo przez siebie samą, albo przez linią CE sobie równą multiplikowana będzie; z takowey multiplikacyi powstanie Kwadrat, czyli Czworgraniec doskonały $EFGD$, gdyż wszystkie jego boki będą równe. [Fig: II. Tab: III.]

16. Te prosto-boczne iednego gatunku Figury, zowią się Tobie podobne, które między sobą wzajemnie są równo-kątne, y proporcjonalne mają boki, równym węgłom przyległe (*latera homologa*). Takie będą Troygrance ABC, abc , jeżeli węgł $A = a$, $B = b$, $C = c$, y jeżeli boki owym węgłom przyległe, są proporcjonalne, to jest: $AB : AC = ab : ac$; $BC : CA = bc : ca$, $CA : AB = ca : ab$. [Fig: 3. y 4. Tab: III.]

[*] Czytaj Arytmetykę, o sześciogranie fol: 100.

Wniosek I. Figury płaskie prosto-boczne jednego gatunku, wzajemnie między sobą równokątne y równoboczne, są sobie wzajemnie podobne.

Wniosek II. Wszystkie regularne Figury prosto-boczne jednego gatunku, są sobie wzajemnie podobne. Ponieważ bowiem Figura regularna jest ta, w której wszystkie węgły, y wszystkie boki są sobie równe, idzie zatem, że wszystkie Figury prosto-boczne regularne jednego gatunku, są względem siebie równokątne (iako oczywista rzecz jest uważającemu pilnie Propozycyą XIV. Księgi II.) a gdy każda z nich jest równoboczna, toć boki równym węzłom przyległe, muszą być proporcjonalne.

Wniosek III. Dla teyże samej przyczyny, każdy bok Figury prosto-bocznej regularnej; ma równy wzgląd do każdego boku innej którejkolwiek Figury prosto-bocznej regularnej, która jest tegoż gatunku.

17. Takowe dwa łuki, dwa sektory, albo dwa Segmenta zowią się podobne, które do całego, czyli obwodu, czyli do placu koła swego równy wzgląd mają *np.* Sektory BAC, bac są sobie podobne, jeżeli Sektor BAC tak się ma do całego koła DBC, iak się ma Sektor bac, do całego koła dbc. [Fig: 5. Tab: III.]

Wniosek. Ponieważ części podobne dwóch wielkości, tak się do siebie mają, iak się mają do siebie też wielkości całkiem wzięte [przez Definicją 7. Księgi IV.] na tym fundamencie łuki podobne dwóch koł, tak się mieć będą względem siebie, iak się mają całe ich obwody.

Se-

Sektory tudzież podobne, iako też y Segmenta podobne, tak się względem siebie mieć będą, iak się względem siebie mają całe ich koła.

18. Centrum regularnej prosto-bocznej Figury, jest Punkt w polu teyże Figury leżący, od którego wszystkie linie prosto powiedzione do wszystkich teyże Figury węzłów są między sobą równe. Tak: jeżeli równe sobie będą linie proste a A, a B, a C, a D, a E, a F powiedzione od Punktu a, do wszystkich węzłów sześciokąta regularnego ACE, punkt a, będzie tegoż samego sześciokąta Centrem. [Fig: 6. Tab: III.]

19. Promień regularnej prosto-bocznej Figury jest każda linia prosta, z Centru iey do wierzchołku węzła powiedziona. Tak każda z tych linii prostych a B, a C, a D, a E jest promieniem sześciokąta regularnego ACE. [Fig: taż sama.]

20. Wysokością każdej Figury, jest linia pionowa od iey wierzchołku na bazę spuszczone, iako linia pionowa AP jest wysokością Troygarnica ABC. [Fig: 7. Tab: III.]

21. Mnożenie wyrażamy tym znakiem X. tak $2 \times 3 = 6$, znaczy, że dwa mnożone przez trzy, czynią sześć: A Dywizyą wyrażamy przez Frakcyą; której Numeratorem jest liczba do podzielenia dana, a Denominatorem liczba, która jest Dzielnikiem, to jest: przez którą mamy dzielić, $\frac{2}{3} = 3$, to jest: sześć podzielone przez dwa, czynią trzy.



LEMMATA (*) FUNDAMENTALNE.

Lemma I. W każdej proporcji, zmultiplikowawszy konsekwens przez Exponens, produkt wypadnie równy Antecedensowi.

Okazanie. Daymy, że proporcji $a : b$ exponensem jest m , mówię że b zmultiplikowane przez m równe jest Antecedensowi a . Gdyż $exponens$ m jest toż samo, co wieloraz Antecedensa a podzielonego przez konsekwensa b . [przez *Wniosek Def: 3. Księgi IV.*] W każdej zaś Dywizji kiedykolwiek wieloraz przez Dzielnika z zmultiplikowany będzie, liczba do podzielenia dana w produkcie wypaść powinna (iako powiedziało się o tym obszerniej w Arytmetyce) więc y w proporcji każdej, zmultiplikując konsekwens przez exponens tak, iak wieloraz przez Dzielnika, wypaść powinien Antecedens zastępujący miejsce liczby do podzielenia danej, a zatym musi być $bXm = a$, jeżeli $a : b = m$. Co było do okazania.

Lemma II. Kiedykolwiek są cztery terminy Geometrycznie proporcjonalne; Produkt z terminów krajnych; powinien być równy produktowi z terminów środkowych.

Okazanie. Daymy, że $a : b = c : d$ mówię: iż $aXd = bXc$. Gdyż na ten czas jeżeli będzie $a : b = m$, musi także być $c : d = m$. [przez *Lemma I. Księgi IV.*] Ale, że $bXm = a$; $y dXm = c$. [przez *Punkt I. Przypisku Defin: 13. Księgi IV.*] Więc także $bXmXd = aXd$, $y dXmXb = cXb$ a zatym $aXd = cXb$. [przez *Axioma 2.*] Co było do okazania.

Wnio-

[*] Co jest Lemma? Zobacz na pierwszy karcie.

Wniosek. Kiedy zaś są trzy terminy w ciągłej proporcji Geometrycznej (*in proportionem Continua Geometrica*) na ten czas produkt z terminów krajnych równy jest kwadratowi terminu środkowego, to jest: jeżeli $a : b : d$ musi być $aXd = bXb$; gdyż proporcja dopiero położona $a : b : d$ nie różni się od proporcji $a : b = b : d$.

PRZYPISEK. Kwadrat w literach Geometrii częstokroć wyrażają tym sposobem 6^2 *)

Lemma III. Jeżeli Produkt dwóch terminów krajnych, równy jest produktowi dwóch terminów środkowych, tedy takowe cztery terminy, będą Geometrycznie proporcjonalne.

Okazanie. Daymy, że Produkt aXd z dwóch ostatnich terminów a, d równy jest produktowi bXc z dwóch środkowych terminów b, c , mówię: że jest: $a : b = c : d$. Gdyż daymy powtórę: że $\frac{a}{b} = m$, $\frac{c}{d} = n$. A zatym, iż $bXm = a$, iako też

$dXn = c$. (przez *Lemma I. Księgi IV.*) Będzie więc $bXmXd = aXd$ tudzież $dXnXb = cXb$. (przez *Punkt I. Przypisku do Defin: 13. Księgi IV.*) Z założenia zaś jest $aXd = bXc$. Więc także $bXmXd = dXnXb$. (przez *Axioma I.*) A dywidując te dwa równe sobie Produkta przez bXd , będzie wieloraz $m = n$. (przez *początki Arytmetyki*) Ale wieloraz m jest exponensem

Proporcji $\frac{a}{b}$. Wieloraz zaś n jest exponensem Proporcji $\frac{c}{d}$ (przez *Wniosek Defin: 3. Księgi IV.*)

Więc

*) Czytaj w Arytmetyce o kwadratach na karcie 101.

Więc będzie $a.b = c.d.$ (przez *Wniosek Defini: 3. Księgi IV.*)

Wniosek. Jeżeli, położywszy trzy terminy; Produkt z dwóch krajnych terminów wyrowna Kwadratowi terminu środkowego, tedy te trzy terminy będą Geometrycznie proporcjonalne to jest: jeżeli $aXd = bXb$, na ten czas będzie w proporcji ciągłej $\therefore a.b.d.$ Bo jeżeli, $aXd = bXb$, będzie oraz $a.b = b.d$, jakośmy dopiero okazali.

Lemma IV. Kiedykolwiek dwa nierowne terminy, multiplikują się przez iedenże trzeci termin, produkta tak się mieć będą do siebie, iak się względem siebie mają same terminy multiplikowane.

Okazanie. Daymy: że dwa nierowne terminy $a.b.$ multiplikują się przez iedenże trzeci termin d , mówię: że $aXd.bXd = a.b.$ Ponieważ bowiem produkt terminów krajnych równa się produktowi terminów środkowych, to jest: że $aXdXb = bXdXa$. byź z tym musi, że $aXd.bXd = a.b.$ (przez *Lemma 3. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Wniosek. I. Gdy wszystkie cztery terminy proporcjonalne, przez iedenże multiplikują się, Produkta z ich będą między sobą proporcjonalne. Tak jeżeli będzie $a.b = c.d.$ będzie także $aXm.bXm = cXm.dXm$. Ponieważ bowiem $aXm.bXm = a.b.$ tudzież $cXm.dXm = c.d.$ (przez *Lemma IV.*) A z założenia $a.b = c.d.$ Więc byź także musi $aXm.bXm = cXm.dXm.$ (przez *Axioma II.*)

Wniosek II. Gdy pierwszy y drugi termin z

czterech terminów Geometrycznie proporcjonalnych, multiplikowane będą, przez iedenże iaki termin, produkta tak się mieć będą do siebie, iak się ma termin trzeci do czwartego, to jest: jeżeli będzie $a.b = c.d.$ będzie także $aXm.bXm = c.d.$ Bo, że $aXm.bXm = a.b.$ (przez *Lemma IV.*) Z założenia zaś $a.b = c.d.$ idzie z tym, że $aXm.bXm = c.d.$ (przez *Axioma II.*)

Wniosek III. Z czterech terminów Geometrycznie proporcjonalnych, pierwszy y drugi termin multiplikując przez ieden iaki trzeci, a przez inny multiplikując termin trzeci y czwarty, Produkta będą proporcjonalne. np. niech będzie $a.b = c.d.$ multiplikując dwa pierwsze terminy $a.b.$ przez m , drugie zaś dwa terminy $c.d.$ przez n , będzie $aXm.bXm = cXn.dXn$. Gdyż $aXm.bXm = a.b.$, tudzież $cXn.dXn = c.d.$ (przez *Lemma 4. Księgi IV.*) Więc ponieważ z założenia $a.b = c.d.$, musi byź oraz $aXm.bXm = cXn.dXn.$ (przez *Axioma II.*)

PRZYPISEK. Cokolwiek okazaliśmy w tym Lemacie y jego Wniosekach o Proporcji Produktów z multiplikacyi wynikających, to wszystko prawdzi się y o wielorazach z dywizyi tychże terminów proporcjonalnych wypadających.

Lemma V. Kiedykolwiek będą cztery terminy proporcjonalne, te y wspak obrocone (invertendo) proporcjonalne będą.

Okazanie. Niech będzie $A.a = B.b.$, mówię, że wspak obrociwszy będzie także $a.A = b.B.$ Albowiem podług założenia jest $AXb = aXB.$ (przez *Lemma II.*) Lecz $AXb.$ jest Produkt terminów środkowych $A.b.$; zaś aXB jest Pro-

dukt terminow krajnych a. B, zaczym musi być niezawodnie $a. A = b. B.$ (przez Lemma III.)

Wniosek. W kaźdey więc Proporcjonalności Geometryczney, terminy następujące (*Consequentes*) są równo-względne (*Homologi*) (przez Defini: II. Księgi IV.)

Lemma VI. Gdy cztery terminy są Geometrycznie proporcjonalne, te naprzemian wzięte (*alternando*) będą także proporcjonalne.

Okazanie. Daymy, że $A. a = B. b.$ mówię: że biorąc na przemian, będzie $A. B = a. b.$ Ponieważ bowiem podług założenia $A \times b = a \times B.$ (przez Lemma 2. Księgi IV.) oczywista więc rzecz jest, że $A. B = a. b.$ (przez Lemma 3. Księgi IV.)

Wniosek. Części podobne dwóch rzeczy tak się mają do siebie, iak się do siebie mają też same rzeczy, y na odwrot: całe rzeczy tak się mają względem siebie, iak dwie ktorekolwiek części ich podobne. Tak jeżeli dwóch rzeczy A, B są części podobne a, b, mówię: że $a. b = A. B.$ Bo, kiedy podług założenia jest $a. A = b. B.$ (przez Defini: 7. Księgi IV.) będzie także $a. b = A. B.$ (przez Lemma 6. Księgi IV.)

Lemma VII. Gdy cztery terminy będą proporcjonalne, też złożone (*compositi*) będą także proporcjonalne.

Okazanie. Niech będzie $A. a = B. b.$; mówię: iż składając (*componendo*) będzie także $A + a = B + b.$ Ponieważ bowiem podług założenia musi być $A \times b = a \times B.$ (przez Lemma 2. Księgi IV.) Będzie zatem $A \times b + a \times X = a \times B + a \times X.$ (przez Axioma 3.) Lecz $A \times b + a \times X$ jest produkt terminow krajnych $A + a, b$, tudzież $a \times B$

$a \times B + a, b$ jest produkt terminow śródkowych $a. B + b.$ Więc $A + a = B + b.$ (przez Lemma 3. Księgi IV.)

Lemma VIII. Gdy cztery terminy są proporcjonalne $A. a = B. b.$ te odciągając następujący termin od poprzedzającego (*dividendo*) będą proporcjonalne, to jest będzie $A - a = B - b.$

Okazanie. Na ten czas bowiem być musi $A \times b = a \times B.$ A; zatem $A \times b - a \times X = a \times B - a \times X.$ (przez Axioma IV.) Lecz $A \times b - a \times X$ jest produkt terminow krajnych $A - a, b$; a zaś $a \times B - a \times X$ jest produkt terminow śródkowych $a. B - b.$ Więc będzie $A - a = B - b.$ (przez Lemma 3. Księgi IX.)

Lemma IX. Jlekolwiek będzie terminow proporcjonalnych, summa wszystkich Antecedensow, tak się mieć będzie do summy wszystkich konsekwensow, iak się ma jeden ktorykolwiek Antecedens do swego konsekwensa.

Okazanie. Daymy, że jest $A. a = B. b = D. d.$ mówię: że $A + B + D. a + b + d = A. a.$ Jeżeli bowiem $A. a = B. b = D. d.$ Położywszy więc, że $A = m.$ będzie także $\frac{B}{b} = m, \frac{D}{d} = m$ (przez Wnio-

sek Defini: 5. Księgi IV.) A zatem $a \times m = A;$ $b \times m = B;$ $d \times m = D.$ (przez Lemma 1. Księgi IV.) Zkąd $a \times m + b \times m + d \times m = A + B + D.$ (przez Axioma 3.) Lecz $a \times m + b \times m + d \times m$ dywidując przez $a + b + d$, będzie wieloraz $m.$ (z początkow Arytmetyki) Więc będzie $A + B + D. a + b + d = m. A$ zatem $A + B + D. a + b + d =$

$A. a.$ (przez przypisek do Defini: 13. Księgi IV.)

PRZYPISEK. 1. Produkt wynikający zmultiplikacji pierwszego terminu przez trzeci, do produktu wynikającego zmultiplikacji terminu drugiego przez czwarty, ma się w proporcji składanej (in ratione composita) z proporcji pierwszego terminu do drugiego, y z proporcji terminu trzeciego do czwartego. Produkt zaś wynikający zmultiplikacji pierwszego terminu przez drugi, ma się do Produktu wypadającego zmultiplikacji terminu trzeciego przez czwarty, w proporcji składanej pierwszego terminu do trzeciego, y terminu drugiego do czwartego. Oczywiście to pokazuje się w liczbie.

PRZYPISEK 2. Gdy są cztery terminy w proporcji ciągłej Geometrycznej, pierwszy z nich ma się do trzeciego w proporcji dwójstej (in ratione duplicata) do czwartego zaś w proporcji trójstej tej proporcji, którą tenże termin pierwszy ma do drugiego: to jest: jeżeli będzie

$a.b.c.d.$ Proporcya $\frac{a}{c}$ będzie dwójsta, a proporcya $\frac{a}{d}$ będzie trójsta proporcji $\frac{a}{b}$.

Lemma X. Linie równo-ległe, które linią prostą zukosą przez nie przechodzącą na równe części dzielą; w rowney od siebie są odległości. Y na odwrot: Linie równo-ległe, w rowney od siebie będące odległości, linią prostą z ukosą na nie padającą, na równe części dzielą. Jeżeli zaś na nie dwie Linie równo-ległe padną, tedy y te na równe części podzielone zostaną. (Fig. 8. Tab. 2.)

Okazanie części I. Daymy że Linia prosta
AC

AC zukosą padającą na Linie równo-ległe MN, PQ, RS podzielona jest na równe części AB, CB, mówię: że Linie MN, PQ, RS w rowney od siebie są odległości, to jest, że Linie pionowe między nimi postawione AE, BL równe są. Ponieważ albowiem węgły BCL y ABE są sobie równe, (przez Prop. V. Księgi I.) Tudzież węgły BLC y AEB równe są także między sobą, gdyż obydwa są proste, (przez Defn. 11. Księgi I.) Zaczyn węgiel także CBL rowny być musi węglowi BAE. (przez Wniosek V. Prop. 1. Księgi II.) Lecz podług założenia bok BC Troygrańca BLC rowny jest bokowi AB Troygrańca ABE, więc także y boki BL, AE równe być muszą (przez Wniosek 2. Prop. V. Księgi II.) A zatem równo-ległe Linie MN, PQ, RS rowney od siebie są odległości (przez Wniosek Defn. 12. Księgi I.) Co było do okazania.

Okazanie Części II. Daymy na odwrot: że Linie pionowe AE, BL między Liniami Równoległymi MN, PQ, RS zostały. mówię: że części AB, BC są sobie równe. Już bowiem okazałem, że w Troygrańcach LBC, EAB węgły CBL, BAE, tudzież węgły BLC, AEB są sobie równe, którym, że podług założenia boki przyległe BL, AE są równe między sobą, więc także y bok BC musi być rowny bokowi AB. (przez Wniosek 2. Prop. V. Księgi II.) Co było do okazania.

Okazanie Części III. Na Linie równo-ległe MN, PQ, RS w iedney od siebie będące odległości niechay padną inne Linie proste równoległe AC, HF, mówię: że wszystkie ich części AB, BC, HD, DF są między sobą równe: Po-

nieważ bowiem podług założenia; Czworgrątce HDBA, BDFC są równo-legło-boczne; bok zatym AB równy jest bokowi HD, iako y bok BC równy jest bokowi DF. (przez Prop: X. Księgi II.) Ale także $AB = BC$, y $HD = DF$. Więc wszystkie boki AB, BC, HD, DF bydz muszą równe między sobą (przez okazanie części II.) Co było do okazania.

P R O P O Z Y C Y A I.

W Troygrańcu prostobocznym (in triangulo Rectilineo) powiodłszy Liniją prostą, względem Bazy równo-ległą, przecinającą obydwaj boki Troygrańca, ta Linia tak powiedziona 1. Boki Troygrańca proporcjonalnie przecinać będzie 2. Części jednego boku, tak się mieć będą do siebie, iak części boku drugiego 3. Obydwaj boki równy do swych części względ mieć będą. 4. Części bokow tak się mieć będą do siebie, iak się do siebie mają same boki 5. Baza mieć się będzie do Linii przecinającej, iak bok do części. 6. Jak się ma bok cały do Bazy, tak część tegoż boku mieć się będzie do Linii przecinającej. (Fig. 9. Tab: 3.)

Okazanie. Mówię nayprzód, że Linia prosta GH równo-legła względem bazy BC, proporcjonalnie przecina boki AB, AC, to jest, że $AB \cdot GB = AH \cdot HC$. Daymy bowiem, że bok AB podzielony jest na pięć części równych Aa, ac, cG, Ge, eB, z których trzy części są na Linii AG, a dwie na Linii GB. Z Punktow zaś a, c, e powiodłszy do boku AC Linie proste ab, cd, ef równo-ległe względem Linii GH, BC, a tym samym y względem siebie (przez Prop: 6. Księ-

gi I.) Te wszystkie mieć będą równe odległości (przez część 1. Lemm. X. Księgi IV.) Więc bok AC podzielony także będzie na pięć równych części Ab, bd, dH, Hf, fC. (przez część 2. Lemm. X. Księgi IV.) tym sposobem; że trzy części będą na Linii AH, dwie zaś na Linii HC. Będzie zatym $AG \cdot GB = AH \cdot HC$. (przez Defini: 5. Księgi IV.) Co było do okazania.

Mówię 2. Ze $GB \cdot HC = AG \cdot AH$. Ponieważ bowiem jest $AG \cdot GB = AH \cdot HC$. (przez okazanie części 1.) Będzie zatym na przemian kładąc (alternando) $GB \cdot HB = AG \cdot AH$. (przez Lemma 6. Księgi IV.) Co było do okazania.

Mówię 3. Ze $AB \cdot AG = AC \cdot AH$. tudzież, że $AB \cdot GB = AC \cdot HC$. Gdyż jest $AG \cdot GB = AH \cdot HC$. (przez okazanie części 1.) Więc na wspak obracając (invertendo) będzie $GB \cdot AG = HC \cdot AH$. (przez Lemma 5. Księgi IV.) Składając zaś [componendo] jest $AB \cdot AG = AC \cdot AH$. (przez Lemma 7. Księgi IV.) Y podobnież ponieważ jest $AG \cdot GB = AH \cdot HC$. (przez Część 1.) Składając bydz muści $AB \cdot GB = AC \cdot HC$. (przez Lemma 7. Księgi IV.) Co było do okazania.

Mówię 4. Ze części bokow Troygrańcow tak się mają do siebie, iak same boki, to jest: że $AG \cdot AH = AB \cdot AC$, tudzież $GB \cdot HC = AB \cdot AC$. Bo ponieważ jest $AB \cdot AG = AC \cdot AH$, y $AB \cdot GB = AC \cdot HC$. (przez Część 3.) Zatym będzie także na wspak obracając (invertendo) $AG \cdot AB = AH \cdot AC$, y $GB \cdot AB = HC \cdot AC$. (przez Lemma 5. Księgi IV.) Zkąd na przemian kładąc (alternando) bydz muści $AG \cdot AH = AB \cdot AC$. tudzież $GB \cdot$

$HC = AB. AC.$ (przez Lemma 6. Księgi IV.) Co było do okazania.

Mówię 5. (Fig: 10. Tab. 3.) Ze Baza BC tak się ma do Linii przecinaiący boki GH, iak się ma bok AB do części swej AG. Gdyż podzielniejszy bok AB na pięć równych części, iako wyżej, y powiodłszy Linie proste ab, cd, Gg, ef równo-ległe względem boku AC, zostanie podzielona baza BC na pięć równych części, z których trzy Gm, mn, nH. będą na Linii przecinaiący GH. (przez część 3. Lemm. 10. Księgi IV.) Więc tak się mieć musi bok AB do części swej AG, iak się ma baza BC do Linii przecinaiący GH. to jest: iak się ma 5. do 3. Co było do okazania.

Mówię 6. Ze część AG Boku AB tak się ma do Linii przecinaiącey GH, iak się ma cały bok AB do Bazy BC. Gdyż pokazaliśmy dopiero, że jest $AB. AG = BC. GH.$ Więc kładąc naprzemian (alternando) będzie $AG. GH = AB. BC.$ (przez Lemma 6, Księgi IV.) Co było do okazania.

Wniosek I. W Troygrańcu prostobocznym Linia prosta od wierzchołku na Bazę spuszczone w równej proporcji przecina bazę, y Liniją prostą względem Bazy równo-ległą. Tak w Troygrańcu BAC (Fig: 11. Tab. 3.) Linia prosta AM powiedziona od Wierzchołku Troygrańca A do Bazy BC tak przecina bazę; y Liniją względem Bazy równo-ległą DE, iż jest $BM. MC = DN. NE.$ Ponieważ bowiem jest $BM. DN = AM. AN$ (przez część 6. tej Prop:) iako też $MC. EN = AM. AN.$ (przez tę samą część.)

Za-

zatem będzie także $BM. DN = CM. EN$ [przez Axioma 2.] a na przemian kładąc, byź musi $BM. CM = DN. NE$ [przez Lemma VI. Księgi IV.]

Wniosek II. W każdym Troygrańcu prostobocznym linia prosta, względem Bazy równoległa przez boki Troygrańca powiedziona, odcina Troygraniec proporcjonalny y podobny całemu Troygrańcowi. To jest: w Troygrańcu BAM. [Fig: taż sama] powiodłszy liniją prostą DN równo-ległą względem Bazy BM, Troygraniec DNA będzie podobny całemu Troygrańcowi BMA. Dwa albowiem te Troygrańce są względem siebie wzajemnie równo-kątne. Gdyż węgiel ADN, równa się węglowi ABM, y węgiel AND węglowi AMB, [przez Prop: III. Księgi I.] Węgiel zaś BAM jest wspólny obydwom Troygrańcom, a do tego boki przyległe równym węglom są proporcjonalne. Ponieważ jest $AD. DN = AB. BM.$, tudzież $DN. NA = BM. MA$ [przez Część VI. tej Prop:] y $AD. AN = AB. AM$ [przez Część IV. tej Prop:]

P R O P O Z Y C Y A II.

Troygrańce wzajemnie względem siebie równokątne są sobie podobne. [Fig: 3. y 4. Tab. III.]

Okazanie. Dajmy, że węgiel A Troygrańca BAC równy jest węglowi a Troygrańca bac, węgiel B węglowi b, y węgiel C równy węglowi c, mówię: iż Troygrańce BAC, bac są sobie podobne. Ponieważ albowiem węgły BAC y bac są sobie równe, zupełnie schodzić się z sobą y zakrywać powinny [przez Axioma VIII.]

G5

A za-

A zatem położywszy Troygraniec bac na Troygraniec BAC , gdy wygły a , A zeydą się z sobą, y gdy się zupełnie zakryją, Baza bc równolegle paść musi względem Bazy BC , [przez Wniosek I. Propoz. V. Księgi I.] ponieważ węgły abc , ABC podług założenia są sobie równe. Więc Troygrance ABC , abc muszą być sobie podobne [przez Wniosek II. Prop. I. Księgi IV.]

Wniosek I. Ponieważ w Troygrancach sobie podobnych ABC , abc [Fig. też sama] boki AB , ab , BC , bc , CA , ca są względno-równe (latera homologa) [Czytaj Defini: 11. y 16. Księgi IV.] tudzież, że węgły A , a , B , b , C , c są sobie równe, oczywista rzecz jest: że w Troygrancach sobie podobnych te boki są względno-równe, które równym węgłom są przeciw-ległe, y naodwrot: że te węgły są sobie równe, które na przeciw względno-równych boków leżą.

Wniosek II. Gdy dwie Figury płaskie prosto-boczne są sobie podobne, tedy boki wnich względno-równe, też sama, czyli równą mają proporcją. Np. Są dwie Figury prosto-boczne sobie podobne ABC , abc , (Fig. też sama) których względno-równe boki są AB , ab , BC , bc , CA , ca , mówię: iż jest $AB.ab = BC.bc = CA.ca$. Bo, że podług założenia jest $AB.BC = ab.bc$, tudzież $BC.CA = bc.ca$, y $CA.AB = ca.ab$ (przez Defini: 16. Księgi IV.) będzie także więc $AB.ab = BC.bc$; $BC.bc = CA.ca$; $CA.ca = AB.ab$. [przez Lemma VI. Księgi IV.] A zatem $AB.ab = BC.bc = CA.ca$. (przez Axioma II.)

Wniosek III. Gdy dwie Figury płaskie podobne są iakiey trzeciey, są także y między sobą

wza-

wzajemnie podobne, iako oczywista rzecz jest z Definicji 16. Księgi IV., y z Axyomatu 11.

PRZYPISEK. Na fundamencie niniejszey Propozycji. Geometrowie łatwiej sposoby mają zmierzania wysokości dostępney.

Sposob pierwszy. [Fig: 12. Tab: III.] Jeżeli plac przy danej wysokości AB równy, y słońce na ow czas świeci, wetknii w ziemię pod pion kii ab , zmierzysz y wprzód wysokość iego. Potym zmierzysz y cień tak kii iako też danej wysokości, wnieśiesz łatwo: że iak się ma cień kii np. bc do cienia danej wysokości BC , tak się ma rzetelna wysokość kii ab , do rzetelney wysokości danego gmachu AB . Czego tak dowodzę: Troygrance bac , BAC są sobie podobne podług okazaney dopiero Propozycji, ztąd, iż węgły b , B są proste, a zatem sobie równe, węgiel także c , równy węgłowi C dla rowney pod tenże sam czas elewacyi słońca, nad horyzontem, a zatem y węgiel a równy być musi węgłowi A .

Sposob drugi. (Fig: też sama.) Weź kii MN tak wysoki, aby pionowo wetknięty w ziemię, wierzchołek iego zrównał się z wysokością oka twego, potym oddał się od wysokości, którą mierzysz tak daleko: ożebyś położywszy się wznak na ziemi, przez tenże wierzchołek kii M w Punkcie N pionowo wetkniętego, mógł zobaczyć danej wysokości wierzchołek A , na ten czas bowiem będzie $CB = BA$. Zmierzysz y więc linią horyzontalną CB będzie ię miał miarę wysokości BA , czego tak dowodzę: Węgiel C jest wspólny obydwom Troygransom MNC , ABC , wygły N y B są proste, a zatem sobie równe; ztąd węgiel także M równy

rowny być musi węglowi *A*. Więc Troygrańce *MNC*, *ABC* są sobie podobne, zacznym będzie $NC \cdot NM = BC \cdot AB$; lecz *NC* rowny jest *NM* (gdyż wysokość kłia rowna jest, iakośmy powie-
wiedzieli, wysokości oka) toć y bok *BC* musi także być rowny bokowi *AB*.

Sposób trzeci. [Fig. 13. Tab. III.] Zmierzywszy wprzód odległość *Dd*, weźnui dwa kłie *CD* y *cd*, abyś przez tychże kłiów wierzchołki *c*, *C* widział danej wysokości wierzchołek *A*. Ponieważ iako wyżej pokazaliśmy Troygrańce *cFC*, *cEA* będą sobie podobne; będzie zatem *EC*, czyli *Dd*, $Ec = FC$. *E A* zmierzysz więc *FC*, przewyższką wysokości kłia *D C* nad wysokość kłia *dc*, y odległość *EC*, czyli *BD*, znajdzie się część wysokości *AE*, ktorey dodawszy *cd* rowne *EB*, będzie miał wiadomą całą wysokość *AB*.

PROPOZYCYA III.

Gdy linia prosta dwa Troygrańca boki tak przecina, że części boków od wierzchołku wzięte tak się mają wprost do siebie (directè) iak się mają do siebie same boki, na ten czas owa linia przecinająca, jest względem Bazy równoległą. [Fig. 11. Tab. III.]

Okazanie. Dajmy, że linia prosta *DE* tak przecina boki *AB*, *AC* Troygrańca *BAC*, że jest $AB \cdot AC = AD \cdot AE$. mówię: że linia prosta *DE* jest równoległą względem Bazy *BC*. Gdyż jeżeli linia prosta *DE* nie jest równoległą względem Bazy *BC*, niechże inna iaka linia prosta *np*. *DX* będzie równoległą do teyże Bazy *BC*. Lecz linia prosta *DX* nie dzieli tak boku *AC* w punkcie

kie *X*, ażeby mogło być $AC \cdot AX = AC \cdot AE$. [przez Def. 6. y 8. Księgi IV.] Bo części *AE*, *AX* są nie rowne [przez Axioma 1.] Bydź zaś powinno $AB \cdot AD = AC \cdot AE$ [przez Lemma VI. Księgi IV.] a to dla tego, że podług założenia jest $AB \cdot AC = AD \cdot AE$. Nie może więc być $AB \cdot AD = AC \cdot AX$. Ale tak koniecznie powinoby być, gdyby linia *DX* była równoległą względem Bazy *BC* [przez Część III. Prop. I. Księgi IV.] Więc linia *DX* nie jest do Bazy *BC* równoległą, y przez podobny wywód okazałoby można, o innej ktoreykolwiek Linii. A zatem linia tylko *DE* jest względem Bazy *BC* równoległą. Co było do okazania.

Wniosek I. Gdy linia prosta tak przecina dwa Troygrańca boki, że części tychże boków od wierzchołku wzięte, tak się mają wprost (directè) do siebie, iak się mają do siebie same boki, na ten czas linia owa odcina Troygraniec, podobny całemu Troygrancowi [przez Wniosek II. Prop. I. Księgi IV.]

Wniosek II. Ztąd idzie, że dwa takowe Troygrańce są sobie podobne, w których węgiel jednego Troygrańca, rowny jest węglowi Troygrańca drugiego, a boki przy rownych węglach proporcjonalne. Tak [Fig. 3. y 4. Tab. III.] jeżeli węgiel *A* Troygrańca *BAC* jest rowny węglowi *a* Troygrańca *bac*, y jeżeli bok *AB* tak się ma do boku *AC*, iak się ma bok *ab* do boku *ac*, tedy te dwa Troygrańce są sobie podobne.

PROPOZYCYA IV.

W Troygrańcach prosto-kątnych linia pionowa od

od węgła prostego na Bazę spuszczone, czyni dwa Troygrańce, y całym prostokątnym Troygrańcem y sobie wzajemnie podobne. [Fig: 14. Tab: III.]

Okazanie. W Troygrańcu prostokątnym BAC od węgła prostego A do Bazy BC powiodłszy linią pionową AD, mówię: najprzód: że obydwie Troygrańce ADB y ADC są podobne całemu Troygrańcowi BAC. Gdyż węgiel ADB podług założenia, jest prosty, a zatym równy węglowi BAC, [przez Def: 11. Księgi I.] także prostemu. Węgiel zaś ABC jest wspólny obydwom Troygrańcom ADB y BAC, zaczym trzeci węgiel BAD Troygrańca ADB musi być równy trzeciemu węglowi ACB Troygrańca BAC [przez Wniosek V. Prop: I. Księgi II.] Dwa więc Troygrańce ADB y BAC są między sobą wzajemnie równokątne, a zatym sobie podobne [przez Prop: II. Księgi IV.] Tymże sposobem okazać można, że Troygraniec ADC jest podobny Troygrańcowi BAC. Mówię powtórę: że Troygrańce ADB, ADC są między sobą także podobne. Ponieważ albowiem obydwie Troygrańce ADB, ADC są podobne Troygrańcowi BAC, iakośmy dopiero okazali, zaczym y sobie także wzajemnie podobne być muszą [przez Wniosek III. Prop: II. Księgi IV.] Co było do okazania.

Wniosek I. [Fig: 14. Tab: III.] Linia pionowa AD jest szrzednią proporcjonalną między częściami BD, DC Bazy BC, to jest: $\therefore BD, DA, DC$. Ponieważ bowiem węgiel BDA, ADC Troygrańców podobnych BDA, ADC są proste, a zatym sobie równe, [przez Def: 11. Księgi I.] Więc boki tymże węglom przyległe, będą proporcjo-

nalne, to jest: będzie $\therefore BD, DA, DC$ [przez Def: 16. Księgi IV.]

Wniosek II. Ktorakolwiek linia prosta w pułkole prostokątnie na Dyametrze stojąca [Fig: 14. Tab: III.] jest szrzednią proporcjonalną między częściami tegoż Dyametr. Tak linia pionowa AD w pułkole BAC jest szrzednią proporcjonalną między częściami Dyametr. BD, DC. Poprowadziwszy albowiem linie proste AB, AC węgiel BAC w pułkole jest prosty [przez Wniosek IV. Prop: XI Księgi III.]

Wniosek III. [Fig: taż sama] Bok AC w Troygrańcu prostokątnym BAC, jest linią szrzednią proporcjonalną między całą Bazą BC, y częścią teyże Bazy DC. Tudzież bok AB jest linią szrzednią proporcjonalną między całą bazą BC, y częścią iej BD. Gdyż Troygrańce BAC, ADC, tudzież Troygrańce BAC, BDA są sobie podobne z okazania terazniejszey Propozycyi; a do tego węgiel BCA jest wspólny obydwom Troygrańcom BAC, ADC, węgiel zaś ABC jest wspólny Troygrańcom BAC, BDA, z tey przyczyny boki przyległe równym węglom muszą być proporcjonalne; [przez Def: 16. Księgi IV.] to jest: być musi $\therefore BC, CA, DC$, iako też $\therefore BC, BA, BD$.

Wniosek IV. Czworgraniec doskonały zrobiony na linii pionowej AD, jest równy Czworgrańcowi podługowatemu prostokątnemu, zrobionemu z dwóch części Bazy, BD y DC. [przez Wniosek 1. Lemma 11. Księgi IV.] Gdyż linia pionowa AD jest szrzednią proporcjonalną między temi częściami Bazy BD y DC. [przez Wniosek 1. tey Propozycyi.

Wnio-

Wniosek V. [Fig: taż sama.] Dla teyż samey przyczyny Czworgraniec doskonały z boku AC zrobiony, iest równy Czworgrancowi prostokątnemu z Bazy BC, y z iey części CD zrobionemu. Tudzież Czworgraniec doskonały z boku BA zrobiony, iest równy Czworgrancowi prostokątnemu z Bazy BC z iey części BD zrobionemu.

P R O P O Z Y C Y A V.

W każdym Troygrancu prosto-kątnym Czworgraniec doskonały na Buzie, czyli Hypotenuzie BC zrobiony, równa się dwóm Czworgrancom doskonałym, na bokach BA, AC zrobionym. [Fig: 15. Tab III.]

Okazanie. Z każdego boku Troygranca prosto-kątnego CAB poczyniwszy Czworgraniec doskonały CI, AF, BM, mówię: że Czworgraniec BM wystawiony na Hypotenuzie CB równy iest Czworgrancowi CI, AF wystawionym na bokach CA, AB. Pociągnowšy bokiemi Liniją pionową AD do punktu E. Czworgraniec doskonały BM zostanie podzielony na dwa prosto-kątne podługowate Czworgrance BE, DM. Ale prosto-kątny Czworgraniec BE zrobiony iest z Bazy BC = BN, y z części iey BD. Więc równy iest Czworgrancowi doskonałemu z boku AB zrobionemu [przez *Wniosek V. Prop: IV. Księgi IV.*] Y na tymże samym fundamencie Czworgraniec prostokątny DM zrobiony z Bazy BC = CM, y z części iey CD, równy iest Czworgrancowi doskonałemu z Boku AC zrobionemu; Zaczyn cały Czworgraniec doskonały BM wystawiony z Hypotenuzy BC, musi

bydź

bydź równy dwóm razem wziętym doskonałym Czworgrancom CI + AF z bokow BA y AC zrobionym [przez *Axiomę III.*] Co było do okazania.

Wniosek I. [Fig: 16. Tab: III.] Czworgraniec doskonały z linii poprzeczney (*ex Diagonalu*) BD, Czworgranca doskonałego ABCD zrobiony, iest dwa razy większy od Czworgranca z ktoregokolwiek boku *np.* z boku AB zrobionego. Gdyż Czworgraniec doskonały z linii poprzeczney BD, równy iest dwóm razem Czworgrancom doskonałym z bokow BA, y AD zrobionym, [przez *Prop: terażniejszą*] bo węgiel BAD iest prosty, lecz te Czworgrance z bokow równych BA y AD zrobione są sobie równe [przez *Punkt I. przypisku Definicji 13. Księgi IV.*] Więc od każdego z nich poiedynczo; Czworgraniec doskonały z linii poprzeczney BD zrobiony, musi bydź dwa razy większy.

Wniosek II. W każdym Troygrancu prosto-kątnym, kiedy weźmiemy bok ieden zamiast promienia y odrysujemy koło, w ten czas bok drugi przyległy węglowi zstaiącemu w Centrze koła, staie się linią przecinaiającą (*Secans*) bok zaś trzeci przeciwny węglowi w Centrze koła będącemu, będzie linią tykaiącą koło (*tangens*.) Tak w Troygrancu prosto-kątnym ABC [Fig: 17. Tab: III.] obrawszy za promień bok AB, y odrysowawszy koło; Hypotenuza CA będzie linią przecinaiającą, bok zaś trzeci CB będzie linią tykaiącą koła; A zatym na ten czas tak się mieć będzie bok AB do boku BC, iak się ma promień do linii tykaiącej.

H

Wnio-

Wniosek III. Na fundamencie tey Propozycyi, gdy dwa boki Troygrańca prosto-kątnego są wiadome, łatwo poznać można miarę boku trzeciego. Daymy np. że Troygrańca ACB [Fig: 15. Tab: III.] dwa boki węgłowi prości robiące (które u Geometrow zowią się Katety) są nam wiadome, to jest: że bok AC jest stop 6, bok zaś AB stop 8, a nam potrzeba wiedzieć, ile stop zamyka w sobie Hypotenuza CB, to jest: bok przeciwny prostemu węgłowi, multiplikując więc 6 przez 6, y 8 przez 8, wypadną nam kwadraty wiadomych boków, pierwszego 36, drugiego 64, których summa jest 100. Z tey zaś summy wyciągnawszy ścianę Czworgranną (*radicem Quadrata*) która jest 10; liczba, ta wskazuje nam miarę Hypotenuzy BC, że jest długa na stop 10. Jaśnie to y niezawodnie wypływa, z okazaney dopiero Propozycyi. Gdyż summa kwadratów CI, AF równa się kwadratowi BM, a zatem ścianę Czworgranną (*radix quadrata*) wyciągniona z summy obydwóch tych kwadratów równa być powinna ścianie Czworgrannej kwadrata BM, to jest: Hypotenuzie, czyli bokowi BC. Daymy powtórę: że boki AC, BC są nam wiadome, bok zaś AB niewiadomy; to jest: że bok AC jest stop 6, bok zaś BC stop 10, a wiedzieć chcemy, ile stop w sobie zamyka bok AB? łatwo tego doydziemy, gdy kwadrat boku AC = 36. odciągniemy od kwadratu hypotenuzy BC = 100. Pozostała bowiem liczba 64, będzie kwadrat boku AB, z którego wyciągnawszy ścianę Czworgranną = 8, liczba ta wskazuje nam, ile stop zamyka w sobie bok AB dotąd nam niewiadomy, to jest: że ich mieści 8.

PRZY-

PRZYPISEK. Wynalectenie tey tak sličzney dopiero okazaney Propozycyi, w całym Ziemiomier-nictwie nieskończonie użyteczney, (która jest Propozycyą czterdziestą siódmą Księgi pierwszey Nauk Euklidesa Matematycznych) winniśmy sławnemu między dawnemi Filozofami, Pytagorejowi; o których Proklus, Witruwiusz, y wielu innych Pisarzów świadczą; że Muzom znakomitą ofiarę uczynił, na zawdzięczenie za wsparcie y pomoc ich, iak on mniemał, w tak sličznym wynalazku.

P R O P O Z Y C Y A VI.

Wysokości Troygrańców podobnych, których Bazy są bokami ich względno-równemi, tak się mają wprost (directè) do siebie, iak się mają do siebie ich Bazy. [Fig: 18. y 19. Tab: III.]

Okazanie. Niechay będą dwa Troygrańce sobie podobne MNP, mnp, których Bazy MP, mp są bokami ich względno-równemi, wyfokoscią zaś onychże są linie proste NX, nx, mówię: że wysokości NX, nx tak się mają wprost do siebie, iak się do siebie mają Bazy NP, np. Ponieważ bowiem węgłowi M podług założenia równy jest węgłowi m, węgły także X, x, iako proste są sobie równe [przez Def: 11. Księgi I.] Zatem y węgł trzeci MNX, Troygrańca MNX musi być równy węgłowi trzeciemu mnx Troygrańca mnx. [przez Wniosek V. Prop: I. Księgi II.] Przeto dwa Troygrańce MNX, mnx będą wzajemnie względem siebie równo-kątne, a zatem sobie podobne, [przez Prop: II. Księgi IV.] y boki ich będą względno-równe MN, mn, NX, nx,

H2

nx,

nx. [przez *Wniosek I. Prop: II. Księgi IV.*] będzie więc $NX \cdot nx = MN \cdot mn$.] przez *Wniosek II. Prop: II. Księgi IV.*] Lecz dla teyże samey przyczyny iest także $MP \cdot mp = MN \cdot mn$. Więc musi być $NX \cdot nx = MP \cdot mp$.] przez *Axioma II.*] Co było do okazania.

P R O P O Z Y C Y A VII.

Czworgrance równo-legle-boczne mające równe Bazy, y wysokości, są między sobą równe. [Fig: 20. y 21. Tab: III.]

Okazanie. Jeżeli w Czworgrancach równolegle-bocznych MN y RV , Bazy FN , TV , tudzież wysokości PX , LQ są sobie równe, mówię: że całe te Czworgrance równe sobie są. Gdyż Czworgraniec MN powstaie z moltiplikacyi Bazy FN przez wysokość PX ; Czworgraniec zaś RV powstaie z moltiplikacyi Bazy TV przez wysokość LQ . [przez *Def: 14. Księgi IV.*] A zatym jeżeli Baza Bazy, y wysokości wysokości iest równa, tedy y same Czworgrance, równe sobie być muszą [przez *Punkt I. przypisku Def: 13. Księgi IV.*] Co było do okazania.

Wniosek I. Jlekróć Czworgraniec z Troygrancem mają równe Bazy y wysokości, tylekróć Czworgraniec iest dwa razy większy od Troygranca [przez tę *Prop: y Prop: XI. Księgi II.*]

Wniosek II. Troygrance tak się mają w prośt do siebie, iak się do siebie mają Czworgrance równo-legle-boczne, mające równe z nimi Bazy y wysokości [przez *Wniosek Lemmatu VI. Księgi IV.*]

Wnio-

Wniosek III. Zatym Troygrance mające równe Bazy y wysokości, są sobie równe [przez *Wniosek Defini: 8. Księgi IV.*]

P R O P O Z Y C Y A VIII.

Czworgrance równo-legle-boczne mające nierówne Bazy, lecz równą wysokość, tak się mają do siebie, iak ich Bazy. T na odwrot: Te Czworgrance, które mają równe Bazy, lecz nierówną wysokość, tak się mają do siebie w prośt, iak ich wysokości. [Fig: 22. y 23. Tab: III.]

Okazanie Części I. Daymy: że Czworgrance równo-legle-boczne AC , FH mają nierówne Bazy BC , GH , lecz wysokości równe ED , KL , mówię: że Czworgraniec AC tak się ma do Czworgranca FH , iak się ma Baza BC do Bazy GH . Gdyż położywszy, że Baza BC iest na stop 4, a Baza GH na stop 6, wysokość zaś ED , czyli KL (gdyż obiedwie są równe wysokości) na stop 10, będzie Czworgraniec $AC = 4 \times 10 = 40$, a Czworgraniec $FH = 6 \times 10 = 60$. [przez *Defini: 14. Księgi IV.*] Rzecz zaś iest niezawodna: iż iest $40 \cdot 60 = 4 \cdot 6$. [przez *Lemma IV. Księgi IV.*] Więc musi być niezawodnie $AC \cdot FH = BC \cdot GH$. to iest: iak 4. do 6. [przez *Axioma 11.*] Co było do okazania.

Okazanie Części II. Tymże samym sposobem idzie, iak Okazanie Części I., stosując do nierównych wysokości, to cośmy mowili o nierównych Bazach.

Wniosek. Troygrance nierównych Baz, lecz teyże samey wysokości, tak się mają do siebie, iak

H₃

iak

iak Bazy. Y na odwrot: Te Troygrańce, które mają równe Bazy, a nierówną wysokość, mają się do siebie w proporcji swych wysokości, [przez Wniosek II. Prop. VII. Księgi IV.]

PROPOZYCYA IX.

Czworgrańce równo-legle-boczne, mające nierówne Bazy y wysokości, są do siebie w proporcji złożoney z proporcji Baz, y z proporcji wysokości. [Fig: 24. y 25. Tab: III.]

Okazanie. Daymy: że dwóch Czworgrańców równo-ległych ebca, EBCA tak Bazy bc, BC, iako y wysokości ax, AX są nierówne; mówię: że Czworgraniec ebca do Czworgrańca EBCA jest w proporcji złożoney z proporcji Bazy bc do Bazy BC, y z proporcji wysokości ax do wysokości AX. Gdyż położywszy Bazę bc = 2. y Bazę BC = 4 wysokość ax = 8, a wysokość AX = 16; będzie Czworgraniec ebca = 16, a Czworgraniec EBCA = 64. [przez Defini: 14. Księgi IV.] Lecz 16 ma się do 64 w proporcji złożoney z proporcji 2 do 4, y z proporcji 8 do 16: [przez Przypisek I. Lemmatu IX. Księgi IV.] to jest: w proporcji, ktorey exponentem jest 4; Więc w teyże samey także proporcji muszą być względem siebie Czworgrańce ebca, EBCA. Co było do okazania.

Wniosek. Troygrańce nierównych Baz y wysokości są do siebie w proporcji składaney z proporcji Baz y wysokości [przez Wniosek II. Prop. VII. Księgi IV.]

PRO-

PROPOZYCYA X.

Gdy Baza bc Czworgrańca równo-legle-bocznego ebca tak się ma do Bazy BC Czworgrańca równo-legle-bocznego EBCA, iak się ma na odwrot: (reciproce) wysokość AX do wysokości ax; na ten czas takowe dwa Czworgrańce równe sobie być powinny. [Fig: 24. y 25. Tab: 3.]

Okazanie. Ponieważ z założenia jest bc. BC = AX. ax, musi być bcXax = BCXAX. [przez Lemma II. Księgi IV.] Lecz Czworgraniec ebca równy jest produktowi bcXax, a Czworgraniec EBCA równy produktowi BCXAX. [przez Defini: 14. Księgi IV.] Więc musi być także ebca = EBCA. [przez Axioma II.] Co było do okazania.

Wniosek. [Fig: taż sama.] Dwa także Troygrańce bac, BAC są sobie równe, jeżeli iak baza bc ma się do bazy BC, tak na odwrot (reciproce) ma się wysokość AX do wysokości ax. [przez Wniosek II. Prop. VII. Księgi IV.]

PROPOZYCYA XI.

W każdym Czworgrańcu równo-legle-bocznym np. w Czworgrańcu SF, Czworgrańce koto linii poprzeczney leżące (circa Diametrum) CL, OI są całemu Czworgrańcowi SF, y sobie wzajemnie podobne. [Fig: 26. Tab: III.]

Okazanie Ponieważ Węgły C, S, y L, F są sobie równe (przez Prop. 3. Księgi I.) Tudzież węgł E = Węgłowi I (przez Prop. 3. Księgi I.)

H4

y wę

y Węgiel I = A. (przez Prop. 3. Księgi I.) A zatem węgiel E = A, (przez Axioma 2.) Węgiel zaś B jest wspólny obydwom Czworgrącom SF y CL. Więc obydwaj te Czworgrąnce SF y CL są względem siebie wzajemnie równokątne. Ale także boki przeciw-ległe równym węglom są proporcjonalne; gdyż w Troygrąncach BCE, BSA bok CE jest równo-legły względem boku AS, (przez Defini: 16. Księgi II.) Będzie zatem BC. CE = BS. SA. (przez Wniosek 2. Prop. 1. Księgi IV.) y CE. EB = SA. AB. W Troygrąncach także ELB, AFB Linia EL jest równo-legła względem AF, (przez Defini: 16. Księgi 2.) Zatem jest EB. EL = AB. AF. (przez Wniosek 2. Prop. 1. Księgi IV.) A naprzemian biorąc, będzie EB. AB = EL. AF. (przez Lemma 4. Księgi IV.) Ale (iakośmy już pokazali) jest CE. EB = SA. AB. Y na przemian biorąc jest CE. SA = EB. AB. (przez Lemma 4. Księgi IV.) Więc musi być CE. SA = EL. AF. (przez Axioma 2.) Czyli CE. EL = SA. AF. (przez Lemma 6. Księgi IV.) Zaczynam Czworgrąnce CL y SF są zupełnie sobie podobne (przez Defini: 16. Księgi IV.) Aże przez podobny wywód okazać można, że y Czworgrąncowi OL jest podobny temuż całemu Troygrąncowi SF; Więc y Czworgrąncowi CL podobny także będzie. (przez Wniosek 3. Prop. 2. Księgi IV.) Co było do okazania.

PROPOZYCYA XII.

Czworgrąnce Równo-ległe-boczne BD, FN sobie podobne, y jeden węgiel A spólny mające, leży koło iedneyże Linii poprzeczney. (Fig: 27. Tab: 3.)

Oka-

Okazanie. Powiodłszy Linie, proste AE, EC, jeżeli temu kto przeczy, że Linia AEC z nich złożona jest dyometrem czyli Liniją poprzeczną, wspólną obydwom Troygrąncowi BD y FN; dajmyż, że Czworgrąnce BD Dyametrem jest infza Linia prosta AGC przecinałca Liniją FE w Punkcie G. Więc powiodłszy Liniją GH równo-ległą względem Linii AB Czworgrąnce FH, BD leżąc będą koło wspolney Linii poprzeczney AGC, będą zatem sobie podobne (przez Prop. 11. Księgi IV.) Więc będzie AB. AD = FA. AF. (przez Defini: 16. Księgi IV.) Ale że także, podług założenia, Czworgrąnce BD, FN są sobie podobne, jest zatem BA. AD = FA. AN. Zaczynam będzie FA. AH = FA. AN. (przez Axioma 2.) Lecz to żadną miarą być nie może (przez Axioma 1. y 8. Defini: 6. y Księgi IV.) Więc Czworgrąnce BD, FN koło iedneyże Linii poprzeczney leżąc muszą. Co było do okazania.

PROPOZYCYA XIII.

Z Centru dwóch wielokątów Regularnych iednegoż gatunku, powiodłszy Promienie do wszystkich zosobna ich węglów, te wielokąty podzielone zostaną na tyleż zarówno Troygrąnców sobie podobnych. (Fig: 28. y 29. Tab: 3.)

Okazanie. Dane są np. dwa sześciokąty Regularne BDF, bdf, z ich Centrow A, a powiodłszy promienie AB, AC, AD, AE, AF, AG, tudzież ab, ac, ad, ae, af, ag, Widoczna rzecz jest, że sześciokąt DBF podzielony jest na tyleż Troygrąnców, co y sześciokąt dbf. (przez Lemma

Prop: 14. Księgi II.) Lecz nad to te Troygrańce są sobie wzajemnie podobne; tak Troygraniec DAE iest podobny Troygrańcowi dae, gdyż węgiel DAE rowny iest węglowi dae, (*Czytaj okazywanie Prop: 14. Księgi III.*) iest zaś $AD = AE$, $y ad = ae$, (*przez Defini: 18. Księgi IV.*) Więc tak się ma bok AD do boku AE, iak się ma bok ad do boku ae. Zaczym dwa Troygrańce DAE, dae są sobie podobne. (*przez Wniosek 2. Prop: 3. Księgi IV.*) Tymże sposobem okazać można podobieństwo innych Troygrańców, w tych dwóch wielokątach. Co było do okazania.

Wniosek. (*Fig: taż sama*) Ponieważ Promienie AD, ad są boki względno-rowne Troygrańców podobnych dae, DAE, (*przez Wniosek 1. Prop: 2. Księgi IV.*) y dla tego iest $AD. ad = DE. de$. (*przez Wniosek 2. Prop: 2. Księgi IV.*) Ztąd oczywiście pokazuje się, że promienie dwóch wielokątów regularnych iednegoż gatunku, tak się mają wprost do siebie, iak się mają do siebie dwa ktorekolwiek ich boki.

PROPOZYCYA XIV.

Obwody dwóch figur prosto-bocznych sobie podobnych, tak się mają wprost do siebie, iak się do siebie mają dwa ktorekolwiek ich boki względno-rowne (*Fig: 3. y 4. Tab: 3.*)

Okazywanie. Daymy: że dwie Figury prosto-boczne ABC, abc są sobie podobne, y że boki ich są względno-rowne AB, ab, BC, bc, CA, ca, mówię: że obwód ABC, tak się ma do obwodu abc, iak się ma np. bok BC do boku bc sobie
względ-

względno-rownego. Ponieważ bowiem iest AB, $ab = BC. bc = CA. ca$. (*przez Wniosek 2. Prop: 2. Księgi IV.*) Będzie także więc $AB \cdot BC \cdot CA. ab \cdot bc \cdot ca = BC. bc$. (*przez Lemma 9. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Wniosek. Obwody wielokątów regularnych iednegoż gatunku, tak się mają wprost do siebie, iak się do siebie mają dwa, ktorekolwiek ich boki względno-rowne, a zatym iak się mają ich promienie. Tak obwód wielokąta regularnego BDF ma się do obwodu wielokąta regularnego bdf, iak się ma bok DE do boku de. (*Fig: 28. y 29. Tab: 3.*) Y na tymże fundamencie: iak się ma promień AD do promienia ad. Te albowiem dwa wielokąty są sobie podobne (*przez Wniosek 2. Defini: 16. Księgi IV.*) y boki ich DE, de są względno-rowne (*przez Defini: 11. Księgi IV.*) Promienie zaś ich AD, ad tak się mają wprost do siebie, iak boki DE, de. (*przez Wniosek Prop: 13. Księgi IV.*)

PROPOZYCYA XV.

Dwie ktorekolwiek Figury prosto-boczne są do siebie w proporcji dwójstej (in ratione duplicata) (*Czytaj Defini: 12. Księgi IV.*) swych boków względno-rownych. (*Fig: 18. y 19. Tab: 3.*)

Okazywanie. Nayprzód okażę w Troygrańcach sobie podobnych MNP, mnp, że Troygraniec MNP ma się do Troygrańca mnp w proporcji dwójstej boku MP, do boku względno-rownego mp. Gdyż Troygrańce MNP, mnp są do siebie w proporcji złożoney z proporcji Baz MP, mp,
y z Pro-

y z Proporcji wysokości NX, nx. (przez *Wniosek Prop: 9. Księgi IV.*) Lecz proporcja Baz MP, mp nierozni się od proporcji wysokości NX, nx. (przez *Prop: 6. Księgi IV.*) Zaczynam te Troygrańce mają się do siebie w proporcji złożonej z proporcji Baz MP. mp. (czyli boków względno-równych) raz przez siebie samą zmultiplikowanej. Ale takowa proporcja jest proporcja dwójsta baz, czyli boków względno-równych MP. mp. (przez *Defin: 12. Księgi IV.*) Więc dwa Troygrańce MNP, mnp są w proporcji dwójstej tych boków względno-równych MP. mp. Okazawszy już o Troygrańcach, toż samo okażę o innych, którychkolwiek figurach, weźmy np. dwie figury sobie podobne BDF, bdf, (*Fig: 28. y 29. Tab: 3.*) których boki DE, de, są względno-równe; okażę: że y te dwie figury są do siebie w proporcji dwójstej swych boków względno-równych. Podzieliwszy albowiem obiedwie figury BDF, bdf na tyleż zarówno Troygrańców sobie podobnych DAE, dae, EAF, eaf, &c. (przez *Prop: 13. Księgi IV.*) Ponieważ dwa którekolwiek podobne sobie Troygrańce, są do siebie w proporcji dwójstej swych boków względno-równych (iakośmy dopiero wyżej okazali) będzie Troygraniec DAE mieć się do Troygrańca dae w proporcji dwójstej Boków DE. de. tymże sposobem Troygraniec EAF mieć się będzie do Troygrańca eaf w proporcji dwójstej boków EF. ef., toż rozumiemy y o innych Troygrańcach, ale że względno-równych boków figur podobnych, iednąż czyli tąż sama jest propor-

porcja (przez *Wniosek 2. Prop: 2. Księgi IV.*) Więc wszystkie zosobna Troygrańce składające figurę BDF mieć się będą do wszystkich zosobna podobnych sobie Troygrańców składających figurę bdf w proporcji dwójstej boków DE. de. A zatem cała figura BDF ma się do całej Figury bdf w proporcji dwójstej boku DE, do boku względno-równego de (przez *Lemma 9. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Wniosek I. Ztąd boki względno-równe dwóch Figur sobie podobnych są w proporcji poddwójstej (in *ratione subduplicata*) tychże figur. (przez *Defin: 13. Księgi IV.*)

Wniosek II. Dwa którekolwiek wierzchy płaskie prostoboczne y regularne są do siebie w proporcji dwójstej swych boków. Są bowiem sobie podobne (przez *Wniosek 2. Defin: 16.*) y każdy bok iedney z takowych Figur jest podobny czyli względno-równy każdemu bokowi Figury drugiej (przez *Wniosek 3. Defin: 16. Księgi IV.*)

Wniosek III. Dwie figury prostoboczne sobie podobne, tak się mają do siebie, iak się mają do siebie kwadraty ich boków względno-równych np, dwa Troygrańce sobie podobne MNP, mnp (*Fig: 18. y 19. Tab: 3.*) mają się do siebie, iak kwadraty boków ich sobie podobnych, czyli względno-równych (*laterum similium, sive homologorum*) DE, de. Gdyż też same kwadraty są do siebie w proporcji dwójstej tychże boków DE. de. (przez *Wniosek 2. tej Prop.*)

Wniosek IV. Figury prostoboczne y regularne iednegoż gatunku; są sobie w proporcji dwoi-

dwoiftey fwyh Promieni, bo są sobie wzajemnie podobne, y proporcya ich promieni nie-
rozni się od tey proporeyi, którą dwa ktore-
kolwiek ich boki do siebie mają (przez *Wnio-
sek 2. Defin. 16. Księgi IV.*)

P R O P O Z Y C Y A XVI.

*Obwody koł, tak się mają wprost do siebie, iak
się mają do siebie ich promienie (Fig: 30- y 31.
Tab: 3.)*

L E M M A.

Koło iest wielokąt porządný niezliczoną liczbę
bokow mający.

Okazanie Lemmatu. Ponieważ bowiem wie-
lokąt porządný, tym podobniejszy iest do ko-
ła, im mnieysze są iego boki, a zatym im ich
iest więcej; z tey przyczyny, wielokąt taki,
któryby miał boki niezmiernie małe, a co do
liczby niezliczone, w niczym prawie od koła
nierozniłby się.

Wniosek. Ztąd wszystkie koła są wielokątami
porządnymi iednegoż gatunku, a przeto wszy-
stkie są sobie wzajemnie podobne. (przez *Wnio-
sek 2. Defin. 16. Księgi IV.*)

*To przetożywşy, tak okazuję założoną Pro-
pozycyą:* Niech będą dwa koła EBD, ebd, kto-
rych promienie są Linie AB, ab, mówię: że
obwód koła EBD, tak się ma do obwodu
koła ebd, iak się ma promień AB, do promie-
nia ab. Gdy bowiem koła EBD, ebd są wielo-
kątami porządnymi iednegoż gatunku, iakośmy
z Lem-

z Lemmatu poprzedzającego wnieśli, zatym
obwody ich tak się mieć muszą do siebie; iak
się mają ich promienie AB. ab. (przez *Wniosek
Prop: 14. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Wniosek I. Obwody koł tak się mają wprost
do siebie, iak ich dyametry. Gdyż y Dyametry
tak się mają do siebie, iak promienie (przez
Wniosek 2. Lemm: 6. Księgi IV.)

Wniosek II. Łuki podobne sobie dwóch koł
tak się mają wprost do siebie, iak promienie
tychże koł, bo Łuki podobne tak się mają w
względem siebie, iak się mają do siebie całe
obwody. (przez *Wniosek Defin: 17. Księgi IV.*)

P R O P O Z Y C Y A XVII.

*Koła mają się do siebie w proporcji dwoiftey
fwyh promieni. (Fig: 30. y 31. Tab: 3.)*

Okazanie. Dwa ktorekolwiek koła EBD, ebd
uważać możemy nakształt wielokątow regular-
nych iednegoż gatunku (przez *Wniosek Lemm:
Prop: 16. Księgi IV.*) Ale wielokąty regularne
iednegoż gatunku mają się do siebie w propor-
cji dwoiftey fwyh promieni (przez *Wniosek
4. Prop: 15. Księgi IV.*) toć y koła EBD, ebd
mieć się do siebie powinny w proporcji dwoiftey
fwyh promieni.

Wniosek I. Koła mają się do siebie w propor-
cji dwoiftey fwyh Dyametrow, bo dyametry
koł, tak się mają do siebie, iak się do siebie
mają promienie tychże koł. (przez *Wniosek 2.
Lemm: 6. Księgi IV.*)

Wniosek II. Koła tak się mają do siebie iak
się

się mają kwadraty ich promieni, lub kwadraty ich Dyametrow. Gdyż też kwadraty są także do siebie w proporcji dwoistej swoich boków (przez *Wniosek 2. Prop: 15. Księgi IV.*) Ktorem bokami są, też promienie, lub Dyametry.

Wniosek III. Tak półkoła, iako y sektory sobie podobne, są względem siebie w proporcji dwoistej promieni, a zatym są iako tychże promieni kwadraty. Półkoła bowiem y sektory podobne, tak się mają względem siebie, iak całe koła. (przez *Wniosek Defini: 17. Księgi IV.*)

Wniosek IV. Dyametry y Promienie są do siebie w proporcji poddwoistej (*subduplicata*) koł swoich (przez *Defini: 12. Księgi IV.*)

PROPOZYCYA XVIII.

Miedzy danemi dwiema Liniami, Linia średnią proporcjonalną wynaleść, ktoraby ten wzgląd miała, do drugiej, iaki wzgląd do niej ma pierwsza. (Fig: 39. Tab: 3.)

Rozwiązanie. Niechay będą dane dwie Linie BD, DC dla znalezienia średniej między niemi proporcjonalney. Te położymy wzdłuż, tak ażeby iedne Linia BCD czyniły, szrodek iey E weź za Centrum (przez *Prop: 6. Księgi I.*) A otwartością Cyrkla EB = EC odrysuj półkoła BAC, toż na Punkcie D postawiwszy Linia pionową DA, (przez *Wniosek 1. Prop: 8. Księgi II.*) mówię, że ta będzie Linia proporcjonalną, między danemi liniami BD, DC.

Okazanie. Bo poprowadziwszy Linie BA, CA, robi się w Półkole węgiel BAC, który jest pro-

sty

sty (przez *Wniosek 4. Prop: 11. Księgi III.*) Z tey przyczyny Linia pionowa AD od tegoż węgla spuszczone na Bazę BC, jest średnią Linia proporcjonalną między częściami teyże Bazy BD, DC, (przez *Wniosek 1. Prop: 4. Księgi IV.*) Ktore to części są dane Linie BD, DC. Co było do okazania.

PROPOZYCYA XIX.

Danemu Troygrańcowi Czworgraniec prostokątny rowny zrobić. T na odwrót: Danemu Czworgrańcowi prostokątnemu rowny Troygraniec postawić. (Fig: 33. Tab: 3.)

Rozwiązanie Części I. Dany jest Troygraniec BAC. Przez wierzchołek iego A poprowadź Linia prostą AG równoległą względem Bazy BC. Potym Bazę BC podzieliwszy na dwie równe części w Punkcie D, od tegoż Punktu, iako też y od Punktu C, Linie pionowe DE, CF powiedzione do Linii równoległej AG, odetną ci Czworgraniec DF, danemu Troygrańcowi BAC, rowny.

Okazanie. Gdyż powiodliwszy trzecią Linia pionową z Punktu B do Linii równoległej HAG, będzie Czworgraniec HC dwa razy większy od Troygrańca BAC, (przez *Wniosek 3. Prop: 13. Księgi II.*) A zatym połowa jego EC, temuż Troygrańcowi musi być równa. Co było do okazania.

Rozwiązanie Części II. Dany jest Czworgraniec EC, ktoremu rowny Troygraniec chcąc zrobić, podwoy Bazę DC, pociągnąwszy wprost

1

Linia

Linia DB, równą Linii DC; potem na Bazie BC wystaw Troygraniec BAC, zwysokością DE tąż samą, która jest w Czworgrancu EC, ten będzie równy danemu Czworgrancowi. *Okazanie* toż samo, co y Części I.

P R O P O Z Y C Y A XX.

Danemu Czworgrancowi Kwadrat doskonały równy wystawić. (Fig. 34. Tab. 3.)

Rozwiązanie. Dany jest Czworgraniec podługowaty DF, który chcąc przerobić na kwadrat doskonały, znajdzi średnią Linia proporcjonalną (*przez Prop. 18. Księgi IV.*) Między bokami jego DC y CF = Cf, z których pierwszy długość, drugi wysokość znaczy. Ta średnia Linia proporcjonalna będzie AC, (*przez Wniosek 1. Prop. 4. Księgi IV.*) Z ktorey zrobiony kwadrat doskonały CB, równy będzie danemu Czworgrancowi DF.

Okazanie. Gdyż $\triangle DC, AC, Cf, = CF, A$ zatym $DC \times Cf = AC \times AC$. (*przez Defini. 10. Księgi IV.*) Co było go okazania.

P R O P O Z Y C Y A XXI.

Danym dwom, trzem, y wielu innym Czworgrancom doskonałym wystawić równy jeden doskonały Czworgraniec. (Fig. 35. Tab. 3.)

Rozwiązanie. Bok FB pierwszego z danych Czworgrancow, przenies na AB, y postaw go pionowo do CB boku Czworgranca drugiego; a poprowadziwszy Linia AC, też dwa boki łączą-

czącą, z tey kwadrat zrobiony, równy będzie dwom pierwszym danym Czworgrancom (*przez Prop. 5. Księgi IV.*) Potym tenże sam bok AC przeniosłszy na EC, y postawiwszy pionowo do DC Boku danego trzeciego Czworgranca, y powiodłszy Linia ED, na tey wystawiony Czworgraniec doskonały wszystkim trzem Czworgrancom razem wziętym równy będzie (*przez Prop. 5. Księgi IV.*) Toż samo czyż, gdyby więcej Czworgrancow doskonałych danych było, dla przerobienia ich na jeden.

P R O P O Z Y C Y A XXII.

Danym kilku Troygrancom jeden równy Troygraniec prostokątny zrobić.

Rozwiązanie. Jeżeli dane Troygrance są równych Baz y wysokości, a zatym sobie równe (*przez Wniosek 3. Prop. 7. Księgi IV.*) Tedy Troygraniec, ktorego Bazą będzie Linia równa wszystkim danym Troygrancow Bazom, a wysokość wspólna bokiem pionowo na też Linia padającym, równy im będzie.

Jeżeli dane Troygrance są równych Baz, a nie równych wysokości; albo równych wysokości, a nierównych Baz; tedy w pierwszym razie Linia wysokości nierówne, w drugim Linia Bazy nierówne zamykającą w sobie, za bok jeden położywszy, za drugi zaś postawiwszy pionowo tam Bazę, tu wysokość wszystkim wspólną, będziesz miał Troygraniec równy danym.

Jeżeli na koniec dane Troygrance y Baz, y

wysokości nierównych, tedy albo wysokości wszystkie, albo Bazy za jeden bok, a połowicę Baz w pierwszym razie, w drugim zaś połowicę wysokości, za bok drugi pionowo padający wzięwszy; Troygraniec jeden, danym równy mieć będzie. Okazanie tej Propozycji oczywiście wynika z Prop: XIII. Księgi II. y tej wnioskow, tudzież z Prop: VIII. y X. Księgi IV. z ich wnioskami.

Wniosek I. Tymże samym sposobem postąpić, chociażby y nieprostokątny Troygraniec, danym Troygrańcom równy stawiał, byłś tylko tenże sam wzgląd miał na Bazy, y na wysokości. Gdyż Troygrańce równych Baz y wysokości wszystkie sobie są równe.

PROPOZYCYA XXIII.

Danemu Wielokątowi Regularnemu Troygraniec równy postawić.

Rozwiązanie. Znalazłszy danego wielokąta Centrum, (przez rozwiązanie Prop: 13. Księgi IV.) y poprowadziwszy z niego Linie pionowe do wszystkich tegoż wielokąta węglów, będzieś miał tyle Troygrańców równych, (przez okazanie Części 1. Prop: 13. Księgi IV.) ile jest boków wielokąta, które będą równemi między sobą tychże Troygrańców bazami: a od tegoż Centrum na którykolwiek bok wielokąta spuściwszy Liniją pionową, ta będzie wspólną wysokością wszystkich Troygrańców, na które wielokąt jest podzielony. Wziąwszy tedy Bazy wszystkich Troygrańców, czyli obwód całego wielokąta za Bazę, a za bok drugi spu-

ści-

ściwszy do niej pionową znaną wysokość, będzieś miał Troygraniec danemu wielokątowi regularnemu równy (przez Prop: 21. Księgi IV.)

Wniosek I. Czworgraniec zaś prostokątny równy danemu wielokątowi wystawisz, wzięwszy za boki przeciw-ległe połowę Baz, y wysokość całą; albo połowę wysokości, a Bazy całe. Tak bowiem Czworgraniec równy będzie Troygrańcowi z całych Baz y z wysokości zrobionemu (przez Wniosek 3. Prop: 13. Księgi IV.)

PROPOZYCYA XXIV.

Dane koło przerobić na Troygraniec prostokątny iemu równy.

Ponieważ koło jest wielokąt porządnym niezliczoną liczbę boków mający (przez Lemma Prop: 16. Księgi IV.) A zatem na tyleż Troygrańców może być podzielone; więc tych Troygrańców wszystkie Bazy, to jest cały obwód koła położywszy za bazę, a promień tegoż koła, który jest jego wysokością postawiwszy pionowo za bok drugi do tejże Bazy, y powiodłszy bok trzeci zamykający plac temiż Liniami zajęty będzieś miał Troygraniec danemu kołowi równy.

Wniosek I. Czworgraniec zaś prostokątny równy danemu kołowi zrobisz, wzięwszy za boki jego na przeciw-ległe, puł obwodu koła, y cały promień, albo puł-promienia y cały obwód koła. (przez Wniosek 5. Prop: 23. Księgi IV. y przez Wniosek 3. Prop: 13. Księgi II.)

Wniosek II. Kwadrat na koniec doskonały rowny danemu kołowi zrobisz, wzięwszy za bok Liniją średnią proporcjonalną (przez Prop: 18. *Księgi IV.*) między puł-obwodem y promieniem całym, alboliteż między puł-promieniem y całym obwodem znalezionej. Taki bowiem kwadrat doskonały, rowny będzie Czworgrańcowi prostokątnemu, z puł obwodu koła y z promienia, lub z puł-promienia y całego obwodu zrobionemu (przez Prop: 20. *Księgi IV.*)

Wniosek III. Tymże sposobem wystawisz kwadrat doskonały rowny danemu, któremukolwiek wielokątowi regularnemu, gdyż każdy wielokąt regularny rowny jest Czworgrańcowi prostokątnemu, zrobionemu bądź z puł-obwodu tegoż wielokąta y z promienia całego, bądź z puł-promienia, a z obwodu całego.

PRZYPISEK. Długości obwodu koła Matematycznie, czyli za pomocą samego Cyrkla y Linii, doysć nie można, na czym zależy zawołana między wzystkimi Matematykami kwestya: O przerobieniu koła na kwadrat doskonały. Zaczynam cokolwiek tu mówię o przerobieniu go na Troy-graniec, Czworgraniec, y Kwadrat doskonały, to tak rozumiem; gdy procz Cyrkla y Linii, in-sze zażyte będą sposoby na doysćcie prostej Linii, rowney obwodowi koła danego. Matematycy, jednak usilnie nad doysćciem tego od dawnych pracujących czasów długość obwodu kołowego w proporcji do Linii środkowej, czyli Dyamentu koła, kładą iak 22. do 7. Zaczynam obwód każdego koła trzy razy kładą, bądź większy od swego Dyamentu, z przydatkiem Frakcyi $\frac{7}{8}$. Na tej Fra-

Frakcyi zniesienie, wielu większemi daleko liczbami też proporcją wyrażają, kładąc obwód koła do Dyamentu iak 314 do 100; albo iak 3141, do tysiąca. Nigdy jednak w tych proporcjach bez pozostania iakiegokolwiek, Frakcyi nie obeydzie się. Było kilku Matematyków, ktorzy się rożnemi czasami z zupełnym tej proporcji wynalezieniem ogłosiłi, lecz w ich wynalazkach zawsze wadę jakąś odkryto. Nie wiem, czyli Śmć Pan Leystner w tymże wynalazku, z którym się w roku przysztym z Warszawy przez publiczną Gazetę nadgłosił, szczęśliwszym nie będzie?

K S I Ę G A V.

O Bryłach (*de Solidis*) Definicye.

1. **B**Ryła, czyli rzecz miąska (*solidum seu Corpus*) iest, cokolwiek wymiar ma wzdłuż, w szerz, y w głab.
2. Każdey Bryły końcami, czyli terminami są wierzchy, (*superficies*) wierzchów terminami są linie, linii terminami są Punkta.
3. Ta linia zowie się linią prosto-padłą, czyli pionową do płaskiego iakiego wierzchu, ktora na żadną nieklaniając się bardziey stronę, węgły proste zewsząd z nim czyni, iako np. kolumna na posace pionowo stojąca.
4. Kiedy linia prosta OL (*Fig: 1. Tab: 4.*) nieprostó, lecz z ukosa stoi na wierzchu płaskim, a od wierzchołkowego iest punktu L na też płaszczy-

szczyzną spuszczona, będzie linia pionowa LP, y punkta OP złączą się linia OP. Węgiel LOP, zowie się węglem nachylenia linii OL do płaszczyzny. (*Angulus Inclinationis.*)

5. Podobnież gdy wierzech RE. [Fig: 2. Tab: 4.] na wierzechu OQ niepionowo stoi, tedy nachylenie się iednego ku drugiemu, iest węgiel ostry ABC, zamknięty prostemi bokami: AB, BC, które na obydwóch wierzechach prosto są powiedzione do wspólnego przecięcia OE. (*ad communem sectionem.*)

6. Płaszczyzny iedne do drugich podobne, czyli tymże samym sposobem nachylone zowią się, kiedy węgły ich nachylenia (*Anguli inclinationum*) są równe. Toż samo y o liniach na wierzechy płaskie padających rozumie się.

7. Wierzechy y Bryły te są równo-ległe, które zewsząd daley powiedzione, równą wszędzie odległość od siebie zachowują.

8. Bryły, czyli Figury mięskie te są między sobą podobne, które na wierzechach, czyli bokach swoich tok podobny mają y równą tychże boków liczbę.

9. Jako węgiel wierzechowy, (*Angulus superficialis*) staie się z Linii prostych na wierzechu płaskim powiedzionych; (*in superficie plana*) tak węgiel mięski (*Angulus Solidus*) staie się z wielu węglów wierzechowych, nie na iedney płaszczyźnie leżących.

10. Węgiel zatym mięski prosto-boczny iest, który się składa ze trzech naymniey węglów wierzechowych BAC, BAD, &c: nie na iedney płaszczyźnie leżących, ale w iednym punkcie A kończących się. [Fig: 3. Tab: 4.]

11. Węgły mięskie (*Anguli Solidi*) te sobie są równe, które się wewnątrznie nakrywają wzajemnie.

12. Jako węgiel wierzechowy iest wzajemne ku sobie nachylenie się linii, tak węgiel mięski iest wzajemne ku sobie nachylenie się wierzechow,

13. Brył, czyli Figur mięskich troiaki iest gatunek; iedne są prosto-wierzechowe, które z prostych płaskich wierzechow składają się (*ex superficibus planis.*) Drugie krzywo-wierzechowe, których wierzechy są skrzywione (*superficies curvae.*) Trzecie różno-wierzechowe, to iest: z wierzechow częścią prostych, częścią krzywych złożone (*ex superficibus mixtis.*)

14. Wszystkie zaś w powszechności Figury mięskie, czyli Bryły, albo są regularne, albo nieregularne. W regularnych wszystkie boki iednego są toku, y iedney wielkości, y takich liczymy pięć: *Tetraedr* składający się z Troygrańców czterech równych y równo-bocznych. *Hexaedr* sześcią równemi kwadratami zewsząd zamknięty, inaczej zowie się kostka, lub sześciogran doskonały (*Cubus.*) *Oktaedr* mający w sobie ośm Troygrańców równych y równo-bocznych. *Dodekaedr* zamknięty dwunastą regularnemi pięcio-kątami. *Isoakaedr* złożony z dwudziestu równych y podobnych sobie Troygrańców; Nieregularne zaś Figury mięskie są, których wierzechy y węgły nie są równe, y takich iest bardzo wiele.

15. Z pomiędzy Figur mięskich prosto-wierzechowych znaczniejsze są następujące. Pierwsza *Pryzma* mające wierzechy górny y dolny ro-

wno-ległe, oraz y boki między niemi zamknięte. Jeżeli wierzech gorny y dolny mają Figurę Troygrańca, Pryzma zowie się Troygraniafte, y takiego szczególniejsze jest używanie w Nauce Newtona o kolorach. Pryzma zaś Czworgraniafte będzie, jeżeli gorny y dolny wierzech, Figurę Czworgrańca mieć będą. Druga Figura miąska prosto-wierzechowa jest *Sześciogran podługowaty* (*Parallelopipedum*) składający się z sześciu Czworgrańców, z których dwa każde na przeciw zstające są sobie podobne, y równo-ległe. Trzecia *Piramida* (*Pyramis*), która z obszerney bazy w górę powstając wierzecholek ma szpiczasty, może być Troygrańcowa, Czworgrańcowa, y Wielograńcowa podług Figury Bazy. *Piramida obcięta* (*Pyramis truncata*) zowie się, która wierzecholek spiczaste go nie ma.

16. Krzywe Figury miąskie te są godniejsze uwagi: 1. *Kula doskonała*, (*Sphæra*), na której obwodzie wszystkie punkta równo-odległe są od Centru. 2. *Kula spłaszczona* (*Sphaeroides*) mało co różniąc się od kuli doskonałej, prócz tego, że przy biegunach troszeczka jest nagięta y spłaszczona. Takowej Figury wielu Filozofów mieniać bydlę okrag Ziemi. 3. *Walec* (*Cylindrus*) jest bryła podługowata tok okragły mająca. 4. *Kon.* (*Conus*) coraz mniejszym kręgiem w górę idący, y kończący się na wierzecholek spiczastym, iaka jest głowa Cukru. *Kon obcięty* (*Conus truncatus*) zowie się, który nie ma wierzecholek spiczaste go. 5. *Konoida* (*Conoides*) jest tegoż samego toku z konem, ale zamiast wierzecholek spiczaste go, ma na końcu swej wysokości okragłość.

P R O -

GEOMETRYI. PROPOZYCYA I.

Pryzma staie się z produktu Bazy przez wysokość zmnożony. [Fig: 4. Tab: 4.]

Okazanie. W danym bowiem Pryzmie dwie Bazy ABC, DFE, są sobie równe, podobne y równo-ległe. Boki także FB, EC, DA równo-ległe są [przez Def: 15. Księgi V.] Prócz tego wierzechy środkowe (*plana intermedia*) II, HH, GG są y sobie podobne y Bazie równe, z Bazy zatem tyle razy położone, ile jest punktów w rozmiarze wysokości pionowej, staie się Pryzma, które tym samym będzie produktem Bazy zmnożony przez wysokość. Co było do okazania.

Wniosek I. Jeżeli Pryzma przecięte będzie w którymkolwiek miejscu, wierzechem bazie równo-ległym, (*superficie ad basim parallela*) części jego y sobie wzajemnie, y cały Pryzmie podobne będą. Tak iakośmy okazali o Troygrańcu, w *Propozycji I. Księgi IV.*

Wniosek II. Pryzmy równych Baz, są do siebie w proporcji wysokości. Y na odwrot: Pryzmy równej wysokości są do siebie w proporcji Baz.

Wniosek III. Pryzmy bądź proste, bądź ukośne równe sobie są; jeżeli równych są Baz y wysokości. Pryzma wprawdzie nachylone, jest dłuższe nad Pryzmą proste, tak iak Czworgraniec z ukośną leżący, jest dłuższy nad Czworgraniec prosto-kątny; przecięż iako Czworgraniec ukośnem leżący równy Czworgrańcowi prostemu, kiedy równą z nim ma Bazę y wysokość [przez *Propoz: XIII. Księgi II.*] ale za to jest węższy; podob-

dobnież y Przyzma nachylone zawfze równe będą Pryzmowi prostemu, ile kroć z nim mieć będzie też samą Bazę y wysokość.

P R O P O Z Y C Y A II.

Każde Przyzma Troygraniafte zamyka w sobie trzy piramidy, między sobą równe. [Fig: 5. Tabella 4.]

Niech będzie Przyzma $ABDFE$ trzy Czworgrance proste składające toż Przyzma, to jest: Czworgrance DC , CE , DA , gdy trzema poprzecznymi liniami FB , FA , EB podzielone zostaną; z tego podziału wypadną trzy troygraniafte Piramidy sobie zupełnie równe, to jest: $DFEB$, $BFAC$, $ABEF$.

Okazanie. Albowiem $DFEB = BFAC$. Bazy bowiem ich, to jest: Troygrance DFE , BCA , y wysokości, to jest: boki DB y CF równe są. Y znów $ABEF = DFEB$ mając y wysokość równą, bo wspólną CF , y Bazy równe, to jest: Troygraniec $ABE =$ Troygrancowi DBE , które to Troygrance są połowy Czworgranca prostego EB . A że rzeczy równające się każda osobno z trzecią, równe są między sobą (przez *Axioma II.*) Będą więc $DFEB = BFAC = ABEF$. A zatem Przyzma Troygraniafte zamyka w sobie trzy Piramidy Troygraniafte zupełnie sobie równe. Co było do okazania.

Wniosek I. Jako Przyzma Troygraniafte podzielone jest na trzy troygraniafte Piramidy, z tąż samą Bazą y wysokością, tak każde inższe Przyzma wielograne dzielić się może, na Piramid trzy tyło-grannych, ile grane jest same.

Wnio-

Wniosek II. Każda zatym Piramida jest trzecią część Przyzmy.

Wniosek III. Jako Troygraniec lub ktorakolwiek figura wielokątna, na tyle Troygranców podzielona być może, ile ma boków, jeżeli z iey Centrum linie proste do wszystkich iey węglów powiedzione będą; podobnym sposobem, y każde wieloboczne Przyzma na tyle Pryzmow troygraniastych jest podzielne, ile ma boków.

P R O P O Z Y C Y A III.

Pryzmy nierównych Baz y wysokości, są do siebie w proporcji złożoney z proporcji Baz, y z proporcji wysokości. [Fig: 6. y 7. Tab: 4.]

Okazanie. Niechay będą dwie Przyzmy AE , ae , których Bazy DEF , def nierowne są między sobą, iako y wysokości MN , mn , mówię: że Przyzma AE , jest do Przyzmy ae , w proporcji złożoney, z proporcji Bazy DEF , do Bazy def , y z proporcji wysokości MN do wysokości mn . Położmy bowiem, że Baza $DEF = 20$, Baza $def = 10$, wysokości $MN = 12$, wysokości $mn = 6$. Będzie więc Przyzma $AE = 20 \times 12 = 240$. Przyzma zaś $ae = 10 \times 6 = 60$ [przez *Prop: I. Księgi V.*] Ale produkt 240 do produktu 60, jest w proporcji złożoney, z proporcji 20 do 10, y z proporcji 12 do 6 [przez *Przypisek I. Lemnatu 9. Księgi IV.*] Zaczynam y Przyzma AE będzie do Przyzmy ae , w proporcji złożoney z proporcji Bazy DEF do Bazy def , y z proporcji wysokości MN do wysokości mn . Co było do okazania.

Wniosek I. Piramidy nierównych Baz y wysokości, są do siebie w proporcji składaney z proporcji

cyi Baz y wyfokości. Piramidy bowiem DME, dme nierównych Baz DEF, def, y wyfokości MN, mn, są do siebie w proporcji Pryzmow AE, ae, będąc zobopólnie każda Piramida trzecią częścią swej Pryzmy [przez Wniosek II. Prop: II. Księgi V.] Zaczynam z tą samą, co Pryzmy są do siebie proporcją.

PROPOZYCYA IV.

Sześciograniec podługowaty [Parallelipedum] *wierżchem poprzecznym* [plano diagonali] *dzieli się na dwie troygraniaste Pryzmy zupełnie między sobą równe.* [Fig: 8. Tab: 4.]

Okazanie. Niech będzie Sześciograniec podługowaty [Parallelipedum] HAED, ten wierżchem poprzecznym [plano diagonali] ABCD na dwie równe sobie Pryzmy zupełnie podzielony jest. Dwa bowiem równo-ległe Czworgrance GAEB, y HCDF dwiema poprzecznymi liniami AB y CD dzielą się na dwa równe Troygrance [przez Prop: XI Księgi IV.] które mają y Bazy y wyfokości równe. Zaczynam y Pryzmy ABE, HCD tychże samych Troygrancow miarę tak co do Baz, iako y co do wyfokości nosząc, a oraz wszystkie boki wierżchami równo-ległemi zamknięte mając, równe sobie także być powinny [przez Wniosek III. Prop: I. Księgi V.] Co było do okazania.

PROPOZYCYA V.

Dwa Sześciogrance podługowate sobie podobne (Parallelipedum similia) *są do siebie w proporcji troistej bokow równo-względnych* [laterum homologo-

logorum] *to jest: tak się do siebie mają, iak Sześciograny exponensow tychże bokow równo-względnych.*

Okazanie. Dwie bowiem Figury sobie podobne, kiedy się tylko wzdłuż y w szersz biorą, są do siebie w proporcji dwoiſtey bokow równo-względnych [przez Prop: XV. Księgi IV.] Sześciogrance zaś podługowate sobie podobne [Parallelipedum similia,] ponieważ nie tylko wzdłuż y w szersz, ale też y w głąb wymiar mają, powinny zatym bydź do siebie w proporcji troistej bokow swych równo-względnych. Jeżeli więc Sześciograniec iaki podługowaty, będzie wzdłuż, w szersz y w głąb, trzy razy większy od Sześciogranca drugiego, proporcya ich exponensow będzie 3. 1. Uczyniwszy więc z obydwóch sześciogran [Cubum] wypadnie z nich proporcya troista 27 y 1, y ta wskaże, że Sześciograniec pierwszy większy jest od drugiego dwadzieścia siedm razy. Co było do okazania.

Wniosek. Gdyby zaś Sześciograniec iaki podługowaty zrobiony był z moltiplikacyi trzech linii w całej proporcji do siebie będących [in proportionem continua] ten równyby był Sześciograncowi doskonałemu z szrzedney linii proporcjonalney zrobionemu, to jest: mającemu wszystkie boki równe teyże szrzedney linii proporcjonalney. Tak: gdyby ieden Sześciograniec miał Bazę od stop 8 szerokość stop 2, a wyfokość stop 4, te trzy linie będą do siebie w proporcji ciągłej $\div 8. 4. 2.$ A zatym zmoltiplikowane wspólnie uczynią $8 \times 4 \times 2 = 64.$ Wziąwszy potem szrzednią linią proporcjonalną 4. y

Sze-

Sześcioгран drugi z niey zrobiwszy $4X4X4$, wypadnie też sama liczba 64, która obydwu te Sześciograńce zupełnie sobie równe bydź pokaze.

PROPOZYCYA VII.

Walec (Cylinder) *jest* *Pryzma* *niezliczone* *boki* *maiące*. (Fig: 9. y 10. Tab: 4.)

Okazanie. Daymy walec ACBD, mówię: że ten nie różni się od Pryzmy złożoney z niezliczonych Czworgrańców, szerokość niezmiernie drobna mających. Weźmy bowiem Pryzmę BDFH, której Baza BLKHG jest wielokąt regularny. Rzecz oczywista jest, że boków tegoż wielokąta Bazą Pryzmy będącego, pomnożyć nie można, bez odmienienia obwodu, to jest: że razem pomnożone bydź muszą Czworgrańce równo-legle-boczne składające daną Pryzmę. A zatym jeżeli boki Bazy są niezliczone, y nieskończenie drobne, Czworgrańce też równo-legle-boczne, z których się Pryzma składa niezliczone y nieskończenie małe szerokości bydź muszą Pewna zaś jest (iakośmy już w Księdze IV. okazali.) Ze obwód wielokąta niezliczone boki mającego, nie różni się od obwodu koła. Toć kiedy y Czworgrańce równo-legle-boczne składające obwód Pryzmy nieskończenie drobne będą; Na ow czas wierzch Pryzmy (*Superficies Prismatis*) zamienić się musi w jeden wierzch krzywy na obwód koła, a raczy na obwód walca wychodzący, a zatym cała Pryzma odmieni się w walec. Więc każdy walec nic innego nie jest, tylko Pryzma niezliczone boki mające. Co było do okazania.

Wnio-

Wniosek. Wierzch zatym każdego walca, składa się z niezliczonych Czworgrańców niezmiernie drobnych, bokami z sobą łączących się.

PROPOZYCYA VII.

Kon *jest* *Piramida* *niezliczone* *boki* *maiąca* (Fig: 11. Tab: 4.)

Niech będzie dany Kon BAD, mówię: że ten nie różni się od Piramidy złożoney z niezliczonych Troygrańców, bazy nieskończenie drobne mających.

Okazanie toż samo właśnie jest, co y Propozycji poprzedzającej. Każdy bowiem oczywiście widzi, że Piramida, tym podobniejsza jest Konowi, im więcej boków ma iey Baza, tę samą zawsze obszerność obwodu zachowująca; im bardziey zatym rozmnożone będą Troygrańce będące bokami Piramidy, tym bardziey zdrobnieją, y obwód Bazy Piramidy, z Baz tychże Troygrańców uformowany, co raz bardziey podawać się będzie na obwód koła. Gdyby więc boki teyże Bazy były niezliczone, y nieskończenie drobne, tym samym y boki całej Piramidy z tyleż Troygrańców składające się zdrobniałyby niezmiernie, tak dalece: że takowey Piramidy od Konu wcale nie możnaby było rozeznąć. Więc każdy Kon uważany bydź może, iak Piramida niezliczonemi Troygrańcami, bazy nieskończenie małe mającemi zamknięta. Co było do okazania.

Wniosek I. (Fig: też sama) Kon formuje się,
K
gdy

gdy Troygrańca prostokątnego BEA, Bok BA, prostemu węglowi przeciw-legły, koło boku pionowego AE, tenże prosty węgiel czyniącego, w koło BCDE obwiedziony zostanie.

Wniosek II. (Fig: 12. Tab: 4.) Każdy Kon jest trzecią częścią Walca, czyli Cylindra też samę Bazę y wysokość mającego, to jest: Kon CED, mający równą Bazę CD, y wysokość EF, z walcem ACDB jest trzecią częścią tegoż walca. Ponieważ bowiem każdy Kon za Piramidę boki niezliczone mającą (przez Prop: *terazniejszą*) y walce każdy za Pryzmę z boków niezliczonych y niezmiernie drobnych złożoną, (przez Prop: 6. Księgi V.) brać można, idzie ztąd naturalnie, że jako każda Piramida jest trzecią częścią Pryzmy (przez *Wniosek 2. Prop: 2. Księgi V.*) mający, z sobą też samą wysokość y Bazę, tak y Kon każdy jest trzecią częścią walca teyże samey Bazy, y wysokości będącego.

PROPOZYCYA VIII.

Kula iakkolwiek przecięta zostanie, płaszczyzna iey przecięcia będzie koło doskonałe, to zaś w ten sposób: iż jeżeli kuli przecięcie DFEH przez Centrum kuli przechodzić będzie, tedy koło największe odetnie. Jeżeli zaś toż przecięcie nie przez Centrum kuli powiedzione zostanie, iakkie jest GMAN, tedy takowego koła promienie GO, OH będą mniejsze od promieni kuli. (Fig: 13. Tab: 4.)

Przed okazaniem tey Propozycji wiedzieć potrzeba, iż w kuli, o której mowiliśmy w Defini-

finicyi 16. tey Księgi, części następujące uważane byćdź mają. 1. Punkt A; położony w samym środku kuli, y iey będący Centrem, od którego wszystkie promienie do obwodu powiedzione równe sobie są. Q Oś kuli (*Axis sphaerae*) Linia prosta BC przez Centrum kuli do ostatnich obwodu kuli punktów powiedziona. 3. Ostatnie Punkta czyli Bieguny kuli (*Poli sphaerae*) są Punkta B, C. 4. Obfężność kołowa kuli (*amplitudo circularis sphaerae*) jest obwód okrągły koła, z Centru A Otwartością Cvrkla AB powiedziony, iaki jest BECD. 5. Obwód wierzchołowy (*Perimeter superficialis*) jest wierzch zewnętrzny całej kuli. 6. Miążkość kuli (*soliditas sphaerae*) jest cała oneyże bryła wierzchem okrągłym zamknięta. 7. Kula formuje się, kiedy Półkoła BEC na Osi BC w koło obrocone zostanie. To przełożywszy, zadaną Propozycyą tak okazuję.

Okazanie Części I. Jakkolwiek kula DGBHEC przecięta będzie, tedy wynalazłszy Centra na płaszczyznach iey przecięcia bądź większego DSEU, bądź mniejszego GMHN; (przez *Wniosek Prop: 2. Księgi III.*) od tych Linie do Punktów wierzchołowego przecięcia powiedzione, wszystkie równe sobie będą. Kula bowiem co do Miążkości swoiey, może się uważać nakształt bryły otoczoney niezliczonymi kołami przy sobie ległemi y zrobionemi z Centrow, co raz inszych wziętych na tymże samym Dyametrze kuli, y w iedneyże zawsze proporcji drobniejszych. Tym sposobem płaszczyzna większego prze-

przecięcia DSEU, może się uważać, iako koło z wynalezionego Centru A, otwartością Cyrkla AD odrysowane; tudzież płaszczyzna mniejszego przecięcia GMHN może się brać nakształt mniejszego koła z wynalezionego Centru O, otwartością Cyrkla OG zrobionego. A zatem tak w przecięciu większym Linie AG, AH, AD, iako y w przecięciu mniejszym Linie OG, OH, równe sobie będą (*przez Defn: 1. y Wniosek Defn: 5. Księgi III.*) Y pierwszego więc, y drugiego przecięcia płaszczyzna, koło doskonałe czynić musi. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Powiadłszy od Centru kuli A, Promień AB Pionowy do Linii GOH, przechodzącej przez O Centrum przecięcia GMHN, nieprzechodzącego przez Centrum kuli, mówię: że Promienie tegoż przecięcia OG, OH, mniejsze są od Promieni Kuli. Gdyż w Trójkątniku AOH Czworgranicę doskonałą zrobiony z boku AH, który jest promieniem kuli, równy jest Czworgranicom doskonałym z boków AO, y OH zrobionym. (*przez Prop: 5. Księgi IV.*) Ale $AH = AE$; zaś OH jest promień mniejszego przecięcia GMH, tak iako AE promień większego przecięcia DSEU; Więc promienie przecięcia kuli przez Centrum nieprzechodzącego mniejsze są od promieni przecięcia, które przez Centrum teyże kuli jest powiedzione. Co było do okazania.

Wniosek I. Jeżeli kilkanaście koł największych, iakie byż mogą w kuli, też kulę przecinaia; y siebie oraz na dwie równe części przetną, a jako też największe koła równe są między sobą,

sobą, bo wszystkie przez toż samo Centrum przechodzą, tak y części z przecinania się ich wzajemnego wynikające, równe sobie byż muszą. Ztąd jest, że na kuli armillarney, której Geografowie zażywiają, stanowiłko słońca Letnie od Zimowego równie jest odległe, iako też porównanie dnia z nocą wiosenne, od jesiennego. Gdyż dwa Cyrkuły większe nazwane kolury, które wyrażać sobie można, iakoby przechodzące przez Centrum Sfery, na dwie równe części też Sferę przecinaia.

Wniosek II. (*Fig: 14. Tab: 4.*) Kula ACBG walcem DFHE obwiedziona, tenże sam ma Dyamet, co y Baza tegoż walca. Gdyż tak Bazy walca, iako y kuli tymże walcem otoczoney Dyameter, dwa razy większy jest od Promienia.

P R O P O Z Y C Y A IX.

Kula równa jest Piramidzie, lub Konowi prostemu, którego Bazą jest cała obszerność wierzchu kuli, a wysokością promień oneyże. (*Fig: 15. Tab: 4.*)

Okazanie. Jako koło pokazaliśmy byż wielokątem regularnym boki niezliczone mającym, (*przez Lemma Prop: 16. Księgi IV.*) tak y kula uważana byż może iak Figura mińska regularna, złożona z niezliczonych Piramid, mających za wysokość promień teyże kuli, a za Bazę całą wierzchową obszerność oneyże, do której wszystkich Piramid wierzchołki zbiegaia się przy Centrze C. Piramidy zaś wszystkie, ile ich byż może z iedną wysokością, są do siebie w

proporcji Baz, tak iako Pryzmy iedneyże wyfokości; (przez *Wniosek 2. Prop: 1. Księgi V.*) Więc kula równa jest Piramidzie mającej za Bazę cały wierzch kuli, a za wyfokość Promień. Ale Piramida boki niezliczone mająca równa się Konowi; (przez *Prop: 7. Księgi V.*) Więc iako kula równa jest Piramidzie, tak y Konowi równa być powinna, będącemu z wyfokością Promienia y z Bazą całego wierzchu swojego. Co było do okazania.

Wniosek I. Ponieważ Piramida każda Pryzmy, (przez *Wniosek 2. Prop: 2. Księgi V.*) a Kon walca (przez *Wniosek 2. Prop: 7. Księgi V.*) z tą samą bazą y wyfokością będących jest trzecią częścią, ztąd łatwo wniesiesz: że kula iako jest równa Piramidzie lub Konowi, których bazą jest cała obszerność wierzchu kuli, a wyfokością promień, tak każda kula brana być powinna za trzecią część walca, lub Pryzmy mających za Bazę całą wierzchową obszerność, a za wyfokość promień kuli.

Wniosek II. Obszerność wierzchowa koła, iako się powiedziało w *Wniosku I. Prop: 24. Księgi V.* równa jest produktowi wynikającemu z moltiplicacyi połowy obwodu koła, przez cały Promień, (Czytaj *Prop: 24. Księgi IV. z tych Wnioškami y Przypiszkami.*) Zwynalezioney zaś obszerności koła, łatwo doysć można obszerności wierzchowej kuli iakieykolwiek, która jest równa czterem największym teyże kuli Cyrkułom; iako doszedł y okazał Archimedes. Ponieważ więc pole każdego koła mamy zmoltiplicacyi połowy obwodu przez Promień, a pole

pole dwa razy większe z moltiplicacyi całego obwodu przez tenże Promień. Ztąd rzeczywiście wynika, że pole cztery razy większe, które ma być równe wierzchowej obszerności całej kuli, wyniknie z moltiplicacyi całego obwodu przez cały Dyameter. W każdej zatem kuli przez walor Dyametru zmoltiplikowawszy walor koła największego, całą wierzchową obszerność teyże kuli mieć będziemy. O Proporcji zaś która między koła każdego Dyametrem, y obwodem zachodzi, doysć dokładnie mówiło się w Przypisku *Prop: 24. Księgi IV.*

PROPOZYCYA X.

Sześciograniec podługowaty, Pryzmę, walec, lub Kona zmierzyć.

Rozwiązanie. Sześciogranca, Pryzmy, lub walca Bazę zmoltiplikuy przez wyfokość ich pionową; Bazę zaś Piramidy, lub Kona przez trzecią część pionowej ich wyfokości, a wypadnie ci wymiar całej ich miążkości.

Dla tego zaś Baza Piramidy, y Kona, tylko przez trzecią część pionowej ich wyfokości moltiplikuje się, że Piramida jest trzecią częścią Pryzmy, a Kon walca też samą Bazę y wyfokość mającego. Co było do uczynienia.

PROPOZYCYA XI.

Miążkość kuli zmierzyć. (Fig: 15. Tab: 4.)

Rozwiązanie. Znalazłszy wierzchową obszerność kuli; (przez *Wniosek 2. Prop: 9. Księgi V.*)

V.) cały miąższości iey łatwo doydzieisz, gdy zmultiplikuiesz też obszerność kuli wierzchową, przez trzecią część iey promienia.

Okazanie. Kula bowiem równa jest Konowi prostemu, mającemu za Bazę całą wierzchową kuli obszerność, a za wysokość promień oneyże (przez Prop: 9. Księgi V.) Tak Kon BCA, równy jest kuli OCl, jeżeli Baza tegoż Kona BA równa się obszerności kuli wierzchowej. Ale miąższości Kona dochodzimy z moltiplicacyi całego iego Bazy przez trzecią część wysokości; (przez Prop: 10. Księgi V.) Więc y miąższość kuli temuż Konowi równey, mieć będziemy z moltiplikowawszy całą wierzchową iey obszerność, która jest Bazą Kona sobie równego, przez trzecią część promienia będącego wysokością Kona iey równego.

Tegoż samego doydzieisz, moltiplikuiąc największy obwód kuli przez dwie że trzech części iey Dyamentru.

Wniosek. Gdyby na Bazie obwodu największego DE daney kuli OCT, postawiony był Kon DOE, z wysokością Dyamentru teyże kuli; y na teyże samey bazie ztąż samą wysokością gdyby był postawiony walec EF, będą do siebie Kon, kula, y walec w tey samey proporcyi, co 1. 2. 3. (Fig: taż sama.)

PRZYPISEK. Cokolwiek dotąd mowiło się o Brytach, czyli Figurach miękkich; początkowe tylko zamyka w sobie nauki, o własności, wymiarze, y proporcyi onychże, którą do siebie mają. Dla doskonałego w tym wszystkim oświecenia się, do Książek innych Ziemiomierzniczych
obszer-

obszerniey o tym napisanych Czytelnika odsyłamy. Młodzieży, dla której się to pizze dosyć będzie y te doskonałe poięć początkowe Nauki, na których fundamencie snadno im potym będzie, gdy zechcą, dalszych głębszey Matematyki doysć wynalazkow.

K S I Ę G A VI.

O przecięciach Konu (*de Sectionibus Conicis*) y o Liniach krzywych.

1. **N**auka o przecięciach Konu, y o Liniach krzywych, wyższej Matematyki ma nazwisko; zkąd doskonałe iey poznanie większey pracy y otwartości rozumu wyciąga; gdyż umyśły młodych, nie dobrze ieszcze w rzeczach Ziemiomierzniczych ugruntowane łatwo zaplątać może. Co jednak nie tak wstręt czynić, iak tym większey dodać im ochoty powinno, do przyłożenia się usilnego, na zrozumienie krotkich tych, y początkowych o Liniach krzywych wiadomości, które w tey ostatniej Księdze układam, zwłaszcza, że ia niepuszczając z oka zamierzonego pracy do iey celu, y pominąć na to, iż dla zaczynających pizę, te tylko rzeczy, które od nich snadniey zrozumiane bydź mogą, iak nayłatwieyszym staram się podać sposobem; dalszych poięcie, z Książ dokladniey o tym napisanych, ochocie ich zostawiając.

2. Kon każdy pięciorako przecięty byź może.
Nayprzod: Płaszczyzną od wierzchołku Konu do Bazy powiedzioną, y z takiego przecięcia wynika Troygranic prosto-boczny BAC. (Fig: 16. Tab: 4.) *Powtore*: Płaszczyzną Bazie równoległą, y takie przecięcie formuie koło a b. (Fig: *taż sama*.) *Potrzenie*: Płaszczyzną oś Kona ukośm przecinającą, ktoraby Bazie nie była równoległa, a obydwóch Bokow Konu tykała, y takie przecięcie zowie się Ellipsa, *Ellipsis* iakie jest a b. (Fig: 17. Tab: 4.) *Poczwarte*: Płaszczyzną z iednym Konu bokiem równoległą, y zowie się *Parabola* iaka jest ED. (Fig: 18. Tab: 4.) *Popiąte*: Na koniec płaszczyzną ED, która przechodzi przez Bazę Konu BC, y pociągnięta dalej w górę, tymże sposobem przecinałaby drugi Kon, danemu Konowi wierzchołkiem przeciw-legły, y takie ptz-cięcie zowie się *Hyperbola*. (Fig: 19. Tab: 4.) Gdy iednak o przecięciach Konu mowa jest u Geometrow, nierozumieją się wszystkie; ale tylko trzy ostatnie przecięcia, to jest: Ellipsa, Parabola, y Hyperbola. Gdyż o pierwszych dwóch, to jest: o Troygraficu, y o kole, tudzież o naturze, y własnościach ich, dośc obfzernie mowi się w Księgach poprzedzających.

3. Linie obwodowe trzech ostatnich przecięciow Konu są krzywe, y wizerunek ich jest następujący. Linij Ellipsy na Fig: 20. Paraboli na Fig: 21. Hyperboli na Fig: 22. Tab: 4. Z samego zaś spojrzenia rzecz widoczna jest: że wszystkie te linie krzywe, przy wierzchołku osi, bardziey oddalają się od Centru swóiego, niżeli koło, y przeto tamże, większą wypukłość formuą.

4. Oś każdej linii krzywey, jest linia prosta przez płaszczyznę przecięcia od wierzchołku do Bazy zaliągająca. y Bazę na dwie równe dzieląca części, taka jest: w Ellipsie AH (Fig: 20. Tab: 4.) która oraz zowie się Dyamentrem większym, linia zaś IK Dyamentrem mniejszym. Taka w Paraboli linia AI (Fig: 21. Tab: 4.) a w Hyperboli linia AB. (Fig: 22. Tab: 4.) Wierzchołek zaś, jest punkt naywyższy A, w którym oś krzywey linii dotyka się.

5. Cięciwy przecięcia (*Chordæ Sectionum*), które inni liniami rzędowemi zowią (*ordinatæ*) są linie między sobą równoległe, przecinające oś pionowo, y przeciw-ległych obwodów linii krzywey tykające. Takie są w Ellipsie CD IK, (Fig: 20. Tab: 4.) W Paraboli LM, HK, BC (Fig: 21. Tab: 4.) w Hyperboli TU, PO, (Fig: 22. Tab: 4.) Puł-cięciwia (*Semiordinatæ*) są połowice tychże rzędowych linii, iako w Ellipsie EC, OI (Fig: 20. Tab: 4.) w Paraboli EL, FH (Fig: 21. Tab: 4.) a w Paraboli DP, CT (Fig: 22. Tab: 4.)

6. Centrum odbicia, czyli Fokus (*Centrum reflexionis, vel focus*) jest punkt na osi linii krzywey; przez który linia rzędowa przechodząca, tak długa jest, iak Parameter; W takowym Centrum, czyli Foku, wszystkie promienie zwierciadeł palących zbierają się; takie punkta są w Ellipsie E, E, (Fig: 20. Tab: 4.) W Paraboli punkt F (Fig: 21. Tab: 4.) W Hyperboli Punkt C. (Fig: 22. Tabella 4.)

7. Linie odcięte, czyli strzały (*Abscissæ, vel Sagittæ*) są części Dyamentru, między wierzchołkiem onegoż, y liniami rzędowemi zajęte, iakie są

faż w Paraboli AE, AF, AI, (*Fig: 21. Tab: 4.*) Za pomocą takowych linii odciętych, czyli strzał, poznaie się iakiego gatunku każda linia krzywa jest. Tak np. koło od każdey inney linii krzywey, tym się różni, że pul-cięciwie, czyli połowica linii rzędowej (*Semiordinata*) AD, jest szrzednią linią proporecyonalną między Dyametrem BD, y między linią odciętą, czyli strzałą DC. (*Fig: 33. Tab: 3.*)

8. Parameter jest linia prosta miary iednostayney, od ktorey wszystkich Konu przecięciow własności wywodzą się. Taka linia w Ellipsie równa jest linii rzędowej CD; przez punkt odbicia E przechodzącej (*Fig: 20. Tab: 4.*) W Paraboli równa linii HK (*Fig: 21. Tab: 4.*) y jest linią trzecią proporecyonalną między strzałą AF, y pul-cięciwiem FH (*inter abscisam & Semiordinatam.*) W Hyperboli na końcu Parameter równy jest linii TU. (*Fig: 22. Tab: 4.*) Parameter w Ellipsie y w Hyperboli jest trzecią linią proporecyonalną do osi większey, y mnieyszey.

9. Dyameter przecięcia Konu, jest każda linia prosta, od punktu iednego obwodu do punktu przeciw-ległego powiedziona, która przecinając na dwie równe części linią drugą, przecina oraz na dwie równe części wszystkie inne, teyże linii równo-ległe, a względem siebie rzędowe. Tak: jeżeli linia prosta AB (*Fig: 23. Tab: 4.*) w krzywey Figurze ABD, dzieli na dwie równe części linie ab, ed, y wszystkie inne równo-ległe z linią xy, którą także na dwie równe części rozdziela. tym samym nazwie się Dyametrem, Figury ABD. Na tym fundamencie każda oś może się

nazwać Dyametrem; ale nie każdy Dyameter ośią. Gdyż oś linie rzędowe (*Ordinatas*) przccina pionowo (*perpendiculariter*) a Dyameter przecina ie ukośnie (*Oblique.*)

10. Dyametry złączone (*Diametri Conjunctæ*) zowią się dwa ktorekolwiek takowe Dyametry, z ktorych każdy na dwie równe części dzieli drugiego, y wszystkie inne linie względem niego równo-ległe, a względem siebie rzędowe. Tak: jeżeli Dyameter AB (*Fig: 23. Tab: 4*) na dwie równe części dzieli drugiego Dyametra ed, y wszystkie linie proste ab, xy względem niego równo-ległe; tudzież, jeżeli Dyameter ed przecina także na dwie równe części Dyametra AB, tudzież proste linie ru, fg, y wszystkie inne względem niego równo-ległe, dwa takowe Dyametry AB, ed nazwą się Dyametry złączone (*Diametri Conjunctæ.*)

11. Jest jeszcze w Figurach krzywych linia, nazwana Dyameter, czyli oś zawrocona (*Diameter, vel axis transversus,*) która przez wierzchołki dwuch Hyperbol wierzchołkiem sobie przeciw-ległych przechodząc wszystkie ich rzędowe linie na dwie równe części rozdziela, iaka jest linia prosta AB. (*Fig: 24. Tab: 4.*) Ale takowy Dyameter samym tylko Hyperbolom jest właściwy. Te przełożywszy początkowe wiadomości y Definicje, teraz przystępnę do mówienia w szczegulności o każdej linii krzywey-

O E L L I P S I E.

12. Ellipsa jest Figura iedną linią krzywą iak zawarta: że Czworograncy doskonałe z rzę-

dwóch linii, czyli cięciw, tak się mają w prosto do siebie, iak się mają do siebie Czworgranicę prosto-kątne zrobione z dwóch części osi przez też cięciwy przeciętey, tak iednak że im nigdy równe nie są. Na tym fundamencie kwadrat doskonały z pul-cięciwia [*ex Semiordinata*] CM [*Fig. 25. Tabel: 4.*] to jest: kwadrat CSTM tak się ma do kwadratu doskonałego z pul-cięciwia DN = DORN, iak się ma Czworgraniec prosto-kątny CFXB, zrobiony z dwóch części osi ACXCB, do Czworgrania prosto-kątnego DGKB zrobionego z części, teyże osi ADXDB. Przecież ani kwadrat CSTM równy jest Czworgrancowi prosto-kątnemu CTXB, ani kwadrat DORN Czworgrancowi prosto-kątnemu DGKB. Y ztąd daie się widzieć różnica między Ellipsą, a kołem zachodząca, że w kole kwadrat doskonały z pul-cięciwia AD. [*Fig. 33. Tab: 3.*] równy jest Czworgrancowi prosto-kątnemu BDxDC. Pul-cięciwie bowiem AD, jest szrzednią linią proporcjonalną między linią BD y linią DC, częściami Dyametru, czyli osi BC, [*przez Prop: XVIII. Księgi 4.*]

13. Każda Ellipsa, iako się powiedziało w *Punkcie 4.* ma dwie osi, iedną ze wszystkich prostych linii, które się w Ellipsie wzdłuż powieść mogą, najdłuższą, która też zowie się oś większa [*Axis maior*] drugą oś mnieyszą, która jest krótsza. Te dwie osi, czyli Dyametry przecinaiają się pionowo. Insze zaś Dyametry tym większe stają się, im bliższe są osi większey, które zaś od teyże osi równie są oddalone, równe są między sobą. Tak w Ellipsie EGFH [*Fig. 26. Tab: 4.*] Dyametry ML, NO równe są.

14. Parameter Ellipsy jest linia prosta CA [*Fig. 27. Tab: 4.*] równa cięciwie EL przechodzącey przez Punkt odbicia O, y jest linią trzecią proporcjonalną między osią większą CD, y osią mnieyszą UT. Wyraża się zaś linią CA wierzchołku osi C pionowo tykającą. Oś więc mnieysza w Ellipsie jest linią szrzednią proporcjonalną między osią większą y Parametrem. A zatym Czworgraniec doskonały z osi mnieyszey UT, to jest: UMNT będzie równy Czworgrancowi prosto-kątnemu z osi większey CD, y z Parametru CA zrobionemu, to jest: Czworgrancowi CDBA.

15. Czworgraniec zaś prosto-kątny CDBA [*Fig: też sama.*] z osi większey CD y z Parametru CA zrobiony zowie się Figurą osi CD. [*Figura Axis.*] W tym prosto-kątym Czworgranieu z osi większey y z Parametru zrobionym, powiodłszy linią poprzeczną czyli Dyameter DA, ten zbiegnie się w Punkcie G z linią OL, do tegoż Punktu G, jeżeli tego potrzeba, pociągnięną, która to linia OP jest pul-cięciwie do Dyametru CD. Z Punktu takowego zbiegnięcia G pociągnięną pionowo linią GH zamknięty Czworgraniec prosto-kątny GC, równy będzie Czworgrancowi doskonałemu z tegoż pul-cięciwia OP. A iako Czworgranie prosto-kątny CG, od Czworgrania CZ, z Parametru CA, y ze strzały CO zrobionego mnieyszy jest małym Czworgrancem prosto-kątnym GA, który jest podobny całey Figurze osi CB, tak y Czworgraniec doskonały z pul-cięciwia OP, tymże samym małym Czworgrancem GA mnieyszy będzie od Czworgrania CZ,

z Parametru CA, y ze strzały CO zrobionego. Ta jest własność każdej Ellipsy, od ktorey własności taż Figura Ellipsą, to jest: niedochodzącą [deficiens] jest nazwana z przyczyny tey mniejszosci Czworgrańca doskonałego z puł-cięciwia OP, od Czworgrańca prosto-kątnego CZ, małym Czworgrańcem GH.

16. Ellipsa ma dwa Centra odbicia, czyli dwa Foki, te zaś są dwa Punkta O y K [Fig: 27. Tab: 4.] na osi większey CD, równie odległe od Centru S, y od dwóch wierzchołkow C, D. Odległość zaś ich od końcowo mniejszey osi UT, to jest: OU, albo KU równa jest połowicy większey osi CS. Obydwa te Centra odbicia czyli Foki, od wierzchołkow osi tak powinny być oddalone, ażeby puł-cięciwia OP, FK przez Centra odbicia przechodzące, równe były połowicy Parametru CA. To zaś na dewszystko w Ellipse, względem Centrow odbicia uważać należy; że dwie linie proste z obydwóch Centrow odbicia czyli Fokow, do ktoregokolwiek Punktu obwodu powiedzione, razem wzięte zawsze równe są całej osi większey. Tak $OE + EK = CD$. $OU + UK = CD$. $OF + FK = CD$. Uważać powtore należy y to, że linia tykająca wierzchołku węgla z tychże linii przy obwodzie uformowanego, równie powinna węgly czynić z temiż liniami od Centrow odbicia do iednego Punktu obwodu powiedzionemi, to jest: że węgiel IE O powinien być równy węglowi RE K.

P R O P O Z Y C Y A I.

Krzywą linią Ellipsę zatoczyć [Fig: 28. Tab: 4.]

Roz-

Rozwiązanie I. Powiodłszy linią prostą BG, y obrawszy na niey podług upodobania Punkt A, z tegoż otwartością Cyrkla AB odrysuy koło BCDE. II. Na teyże samey linii BG, wziąwszy punkt drugi D, z tąż samą Cyrkla otwartością odrysuy z niego drugie koło AFGH. III. Z punktow IK, gdzie się koła przecinaią, poprowadź linie proste do obwodu koł obydwóch, tak: ażeby przechodziły przez Centra koł, A y D, to jest: linie KAC, KDF, IAE, IDH. IV. Toż z punktu K, otwartością Cyrkla KC, zatocz Łuk CF, y z punktu I tąż samą Cyrkla otwartością zatocz Łuk EH. Tym sposobem zrobisz Ellipsę CFGHEB. Co było do zrobienia.

Wniosek I. [Fig: 29. Tab: 4.] Gdyby zaś oś większa daleko dłuższą być miała od osi mniejszey, tedy powiedź *naprzód*: Dwie linie pionowe, y przecinające się na połowę CD, BA. *Powtore*: Połowicę osi większey CE podziel na trzy równe części CF, FM, ME, y na takoweż trzy części równe podziel drugą połowicę teyże osi większey, to jest: EN, NI, ID. *Potrzenie*: Z Centrow I y F, otwartością Cyrkla ID = FC odrysowawszy koła MKDL, HCGM; z końcow osi mniejszey A, B pociągnij na obiedwie strony proste linie do przeciw-ległych obwodow przez Centra odrysowanych koł przechodzące, to jest: AFG, BFH, tudzież AIK, BIL. *Nakońiec*: Postawiwszy iedną Cyrkla nogę w Punkcie A, otwartością AG zatocz Łuk GBK, y podobnyż z Punktu B, LAH z tąż samą Cyrkla otwartością, a będziesz miał zatoczoną podługowatszą Ellipsę CBKLAH. Co było do zrobienia.

L

Wnioś

Wniosek II. (Fig: 30. Tab: 4.) Nayzręczniey zaś Ellipsę iakieykolwiek wielkości w sposób następujący odrysujesz: niech będą dane dwie Linie AB y CD, z ktorey pierwsza ośią większą, druga mnieyszą ma być Ellipsy, którą chcesz zatoczyć. Te dwie proste Linie niechay się przecinaią pionowo y na dwie równe części w Punkcie E. To gdy się stanie, wbiy dwa czwiczki na ośi większey w Punktach F, y G, tak, ażeby od Centrum E rownie odległe były, tudzież od końców większey ośi A, B; za które zadziernawszy dwa końce nici tak długiey y z takim ćwiekow w bitych ułożeniem, ażeby też nic z Punktow F, G wyciągniona, tykała się punktualnie czterech końców danych ośi A, C, B, D. Zażyj potym ołówka, lub piora, ktoremi zapowodem nici tak wyciągnięney, znacząc w koło Linią, odrysujesz prawdziwą Ellipsę ACBD. Co było do zrobienia.

O P A R A B O L I.

17. Parabola jest Figura Ziemiomierznicza, iedną Linią krzywą, ktorey końce nieschodzą się z sobą, tak zaięta; że Czworgranic doskonałe z puł-cięciw iey zrobione, równe są Czworgranic prostokątnym ze strzał przez też puł-cięciw odciętych, y z Parametru; Taka jest Parabolu ABC (Fig: 31. Tab: 4.) z ktorey puł-cięciwia (ex semiordinata) DE Czworgranic doskonały DZ, rowny jest Czworgranicowi prostokątnemu DZ ze strzały BD, przez też puł-cięciwie odciętey, y z Parametru BF zrobionemu. Strzały zaś czyli Linie odcięte w Paraboli

(ab-

(abscissæ) BD, BI, tak się mają wprost do siebie, iak się mają do siebie Czworgranic doskonałe z puł-cięciw, tymże strzałom korrespondujących zrobione; to jest: iak się ma Czworgranic doskonały DZ, do Czworgranic doskonałego IQ. Ponieważ więc kwadrat doskonały IQ do kwadratu doskonałego DZ, jest w Proporcji dwoistej bokow, czyli puł-cięciw IK, y DE, te zaś Czworgranic doskonałe, tak się mają do siebie, iak strzały przez ich boki odcięte, idzie żatym; że y strzały, czyli Linie odcięte (abscissæ) BD, BI, będą do siebie w proporcji dwoistej puł-cięciw DE, IK. Puł-cięciwia zaś BD, IK, będą w proporcji poddwoistej tychże strzał BD, BI; ponieważ w teyże famey poddwoistej proporcji są względem kwadratów doskonałych DZ, IQ z siebie zrobionych.

18. Parameter Paraboli, jest prosta Linia BF, tykająca Pionowo Punktu B, który jest wierzchołkiem Ośi PB. Ze zaś powiedziało się już w Punkcie 8. iż Parameter Paraboli jest trzecią Linią proporcjonalną do strzały np. BD, y do korrespondującego iey puł-cięciwia DE; ztąd widocznie wypływa, co w Punkcie poprzedzającym powiedziałem, że kwadrat doskonały z puł-cięciwia np. DE zrobiony, rowny jest Czworgranicowi prostokątnemu, ze strzały BD, przez też puł-cięciwie odciętey, y z Parametru BF; a tak w Paraboli każde puł-cięciwie jest średnią Linią Proporcjonalną między strzałą sobie korrespondującą, y Parametrem. Od tey tedy równości, która zachodzi między Czworgranicem doskonałym z puł-cięciwia, y między

L 2

Czwor-

Czworgranicem prostokątnym, że strzały iemu korrespondujące y z Parametru, Parabola nazwisko swoje ma.

19. Co się tycze Centru odbicia, czyli foku, Paraboli, trzy szczególniey rzeczy uważać potrzeba. *Nayprzod*: że sprawiedliwa odległość Centru odbicia D, od wierzchołku Ofi B, jest czwarta część Parametru. *Powtore*: Linia DE, która jest połową Cięciwy przez Centrum odbicia przechodzącej, równa jest połowie Parametru DE. Cały bowiem Parameter, iakom wyżej wyłożył, nierozni się od Cięciwy przez Centrum odbicia przechodzącej. Będą więc do siebie strzała BD, puł-cięciwie DE, y Parameter BF, w ciągnięney proporcji tak, iak $\therefore 1.2.4$. *Potrzącie*. Na koniec w Paraboli Linia tykająca NM, równe powinna formować węgły z linią np. DH, od Centru odbicia do obwodu powiedzioną, y z Linią HT, do tegoż samego Punktu obwodu pociągniętą tak, ażeby była z Osią BP równo-legła.

PROPOZYCYA II.

Parabolę Geometrycznie założyć (Fig: 32. Tab: 4.)

Rozwiązanie. *Nayprzod* Powiodłszy prostą Linią AB, a od środka iey postawiwszy Linią Pionową FG, weź po dwa razy na iey miarę z obydwóch stron Linii AB, zaczynając od Centru odbicia F Linie FT, FA, FT, TB; Tym sposobem Linia AB stanie się cztery razy większa od Linii FG; a tak punkt F będzie Centrem odbicia, czyli Fokiem; Punkt G wierzchołkiem Ofi; Cięci-

wa AB miarą Parametru; Puł-cięciwie FB średnią Linią proporcjonalną między tymże Parametrem, y strzałą czyli Linią odciętą FG. *Powtore*. Odległość wierzchołku od Centru odbicia, to jest Linią FG, y równą iey Linią AT, na Cięciwie AB, podziel na tyle części, ile zechcesz (*ia teraz dzielę na sześć*) y liczby popisz tak, iak wyrażone są na figurze, a na Linii FG przez wszystkie dzielenia punkta 1.2.3.4.5.6. poprowadź według upodobania Linie rzędowe, czyli Cięciwy. *Potrzącie*. Postawiwszy iedną Cyrkla nogę na Centrze odbicia F, drugą zaś zaiąwszy otwartość FO, miarę tę z obydwóch stron Ofi naznacz na Linii Rzędowej pod Liczbą 1. w Punktach C, C. Toż potym uczyni na drugiej Linii Rzędowej otwartością Cyrkla FN, znacząc ją w Punktach D, D, a otwartością Cyrkla FM trzecią Linią Rzędową przecinając w Punktach E, E, y tenże sam sposób biorąc od Centru odbicia F dalsze podzielić Punkta, FL, FK, y odległość ich znacząc z obydwóch stron Ofi na następujących Liniach Rzędowych; te będziesz miał Punktami przecięcia zupełnie wymierzone do Paraboli, którą rysujesz. A jeżeli też Parabolę, daley jeszcze za Centrum odbicia chcesz pociągnąć, przyday na Cięciwie AB, przez toż Centrum odbicia przechodzącej, y na Ofi, za cięciwą, więcej jeszcze cząstek równych tym, na które strzała jest podzielona, to jest 7.8. *Et c.* a otwartość Cyrkla od Centru odbicia F, do Liczby 7. toż do Liczby 8. położ z obydwóch stron Ofi za Cięciwy RR, SS, przez naznaczone na Ofi Liczby 7. y 8. prze-

chodzące, y tak daley. *Poczwarte*: Na koniec wszystkie Punkta na Liniach Rzędowych poznacone, połączysz Liniami krzywemi, to jest z Punktu H, zatoczywszy Łuk CGC, z punktu następującego I, Łuczki DC, CD; a z Punktów dalszych Łuczki ED, DE, PE, EP, &c. będziesz miał Geometrycznie uformowaną Parabolę AGB. Co było do okazania.

Wniosek. Można iść Parabolę odrysować instrumentem bardzo prostym w sposób następujący. (*Fig: 33. Tab: 5.*) *Nayprzod*: Połóż na płaszczyźnie, gdzie masz rysować Parabolę Linią BC, y węgielnicę (*Norman*) GDO, tak: aby jeden węgielnicy bok DG, dotykał się wzdłuż tejże Linii. *Powtore*. Wziąwszy nie FMO, tak długą, iak długi jest drugi bok węgielnicy DO., zadziergnij jeden oneyże koniec na koncu tegoż boku węgielnicy O, z kraju DO., drugi zaś w którymkolwiek Punkcie Płaszczyzny między bokami Linii y węgielnicy BD, DO, szpilką przybij, naprzykład w Punkcie F. *Potrzenie* Posunąwszy na Punkt, od którego chcesz Linią zataczać, *np.* na Punkt X, węgielnicę DO, jedną ręką też węgielnicę powoli pomykaj ku Punktowi F, zawsze wzdłuż Linii B, drugą zaś wzięwszy ołówek z tą samą proporcją nie zaczawszy od Punktu O, wzdłuż boku węgielnicy DO wyciągaj; Tym sposobem gdy węgielnicę doprowadzisz do Punktu F, odrysujesz Linią krzywą AMX, która będzie połową Paraboli.

Obrociwszy potym węgielnicę na drugą stronę Punktu F, y zaczynając od Punktu Z w rowney

rowney odległości iak X, od Osi a F będącego; tymże samym sposobem odrysujesz drugą połowę Paraboli ZAX. Co było do zrobienia.

PRZYPISEK. Ze zaś obszerniejszą iaką część Paraboli, tak Geometrycznie przez Linie, iako y po prostu sposobem dopiero wyrażonym bardzo trudno byłoby oznaczyć, nie odrzeczmy więc będzie, gdy podam sposób tegoż samego przez Liczby uczynienia. Tym końcem niechay będzie

P R O P O Z Y C Y A III.

Kawał znaczny Paraboli, na zwierciadła palące przez Liczby wymierzyć (*Fig: 34. Tab: 5.*)

Rozwiązanie. I. Poprowadź Linią prostą BG podzieloną na tyle części, ile się podoba, *np.* na części 80. y w Punkcie C, też Linią przetnij pionowo, odcinając na niey ile zechcesz rownych części, na które cała Linią BG jest podzielona, *np.* częścią 4.; zostanie się zatym na części większej CG, takowychże części 76. II. Tym sposobem Punkt B. będzie wierzchołkiem Paraboli, którą formujesz, a Linią BG będzie oneyże Parametrem od części osmiudziestą, której czwarta część BH, mieszcząca w sobie części 20. wskazuje ci Centrum odbicia w Punkcie H. Ta bowiem jest własność Paraboli, że odległość strzały od wierzchołku Osi do Centru odbicia, jest czwartą częścią Parametru. III. Nakoniec na Linii BC, przez Punkta podziału poprowadź Linie pionowe czyli Pułcięciwia CA, DU, IO, MN, a miary ich doydziesz przez liczbę, w sposób następujący.

Nayprzod. Linia $BC = 4$. zmnożyłszy przez całą Linia $BG = 80$. wypadnie ci Czworgranic prostokątny $GBCB = 320$. Zkąd wyciągniona ściana kwadratu doskonałego $17\frac{1}{4}$. wskaże ci Puł-cięciwie (*semiorinatam*) AC . Gdyż iako się rzekło w Punkcie 18. w Paraboli Czworgranic doskonały y każdego puł-cięciwia, rowny jest Czworgrańcowi prostokątnemu ze strzały przez też puł-cięciwie odciętey, y z Parametru, zrobionemu.

Powtore. Jak się ma strzała $BC = 4$. do Czworgrańca doskonałego $CA = 320$. tak powinna się mieć strzała $BD = 3$. do Czworgrańca doskonałego $DU = 240$. Z tych ściana Czworgrańca wyciągniona $15\frac{1}{4}$. wskaże ci miarę puł-cięciwia DU .

Potrzenie. Jak się ma strzała $BC = 4$. do Czworgrańca doskonałego $AC = 320$. tak strzała $BI = 2$. do Czworgrańca doskonałego $IO = 160$. Ktorey Liczby ściana Czworgranna $12\frac{1}{4}$. jest miarą puł-cięciwia IO .

Poczwarte. Na koniec iak się ma strzała $BC = 4$. do Czworgrańca doskonałego $AC = 320$. tak się mieć będzie strzała $BM = 1$. do Czworgrańca doskonałego $MN = 80$. Z tey zaś Liczby wyciągniona ściana Czworgranna 9. jest miarą puł-cięciwia MN . W Paraboli bowiem, iak się ma iedna strzała do Czworgrańca doskonałego z puł-cięciwia, przez ktore jest odcięta, tak się ma każda inna strzała do Czworgrańca doskonałego, z puł-cięciwia sobie korrespondującego. Co było do zrobienia.

Wniosek. Nayłatwiey zaś zatoczysz Parabolę, kiedy Kon drewniany iztuką tokarską wyro-

biony

biony przeciąwszy na formę Paraboli, płaszczynę tego przecięcia ołówkiem, lub piorem obwiedziesz.

O H Y P E R B O L I.

20. *Hyperbola* jest figura Ziemiomiernicza iedną Linia krzywą, ktorey końce nieschodzą się z sobą tak zaięta, że w niey Czworgranic doskonały z każdego puł-cięciwia np. z puł-cięciwia DS , tak się ma do Czworgrańca doskonałego z drugiego puł-cięciwia EF ; iak się ma Czworgranic prostokątny $NDWU$, z osi zawroconey (*ex axe transverso*) NA , z przydatkiem AD , y ze strzały $AD = DW$ zrobiony, do Czworgrańca prostokątnego $NEQZ$, z teyże Osi $NA \div AE$; y ze strzały $AE = EQ$ zrobionego. To jest w każdej Hyperboli tak się ma $DILS$ do $DRXO$; iak się ma $NDWU$ do $NEQZ$. (*Fig: 35. Tab: 5.*)

21. *Hyperbole* przeciw-ległe (*Hyperbole oppositæ*) są, ktore z iednakowego przecięcia dwóch Konow wierzchołkami do siebie obroconych staia się iakie są: NUX , RAD , (*Fig: 36. Tab 5.*) Centrum Hyperbol przeciw-ległych jest Punkt m , w samey połowie Osi VA . Ponieważ zaś żadney Hyperboli nie masz, ktoreyby druga wierzchołkiem przeciw-legła powiedziona bydź nie mogła, natym fundamencie, Oś y Centrum przeciw-ległych Hyperbol nazywa się także Osią, y Centrum, każdej Hyperboli poiedynco nawet wziętey, bez wszelkiey relacyi do drugiey wierzchołkiem przeciw-ległej. Tak Linia prosta NA (*Fig: 35. Tab: 5.*) jest Osią zawroconą (*Axis transversus*) hyperboli CAB ; a Centrum

trem punkt m, na samym środku teyże Linii będący.

22. Oś więc prawdziwa Hyperboli (*Axis determinatus Hyperbolæ*) iest Linia prosta AU, (*Fig: 36 Tab: 4.*) ktorey miarą iest odległość wierzchołku przecięcia na Hyperbole jednego Konu, od wierzchołku przecięcia w tenże sam sposób, Kona drugiego, wierzchołkiem pierwszym przeciw-ległego, iaka się pokazuje bydź Linia AU, przez tey Osi Centrum, czyli sam środek m, gdy powiedziona będzie pionowo poprzeczna Linia PQ, zowią ją Osią mnieyszą (*Axis minor*) obiedwie zaś Osi razem wzięte, zowią się Osi złączone (*Axes Conjugatæ*) (*Fig: 35. Tab: 5.*)

23. Parameter Hyperboli iest Linia AG, (*Fig: 35. Tab: 5.*) wierzchołku Hyperboli pionowo tykająca, a względem Linii w Hyperboli rzędowych równoległa. Takowy Parameter w Hyperboli tak się mieć powinien do Osi większey AN, iak się ma kwadrat doskonały DILS do Czworgranic prostokątnego DNUW. Powiedzialem już wyżej w Punkcie 8. że Parametra w Hyperboli, miarą iest Linia Rzędowa czyli Cięciwa przez Centrum odbicia przechodząca. Tenże Parameter iest średnią Linią proporcjonalną między ośią większą AN, y ośią mnieyszą PQ. Równy zaś iak w Ellipse, tak y w Hyperboli Czworgranic prostokątny NG. z osi większey, y z Parametru zrobiony, zowie się figurą osi. (*Figura axis transversi*) W tym Czworgranicu powiodłszy Linią poprzeczną NM od wierzchołku osi większey NA, przez koniec Parametru G, Czworgranic prostokątny DG, z tegoż

goż Parametru, y ze strzały DA zrobiony, ani równy iest Czworgranicowi doskonałemu z pulciściwiu DS, teyże strzałe korrespondującego zrobionemu, iak w Paraboli; ani od niego większy, iak w Ellipse; ale mnieyszy, małym Czworgranicem prostokątnym GH, który caley figurze osi NG iest podobny. W ten czas więc dopiero gdy Parameter AG powiększony będzie Linią GY, Czworgranic AH, z tegoż Parametru tak powiększonego, y ze strzały DA zrobiony, równy będzie Czworgranicowi doskonałemu z pulciściwiu DS. Y dla tego naddania Parametru ta figura rzeczona iest Hyperbola, to iest przechodząca miarę (*excedens.*)

24. Punkta F, f, (*Fig: 36. Tab: 5.*) są Centra odbicia, czyli foki Hyperbol wierzchołkiem przeciw-ległych, ktore w ten sposób wyznaczone bydź mają, ażeby Linia FN powiedziona od jedney Hyperboli foku F, do ktoregokolwiek punktu Hyperboli drugiey m: do Punktu N, Linią fN, z foku drugiey Hyperboli f, do tegoż Punktu N powiedziona, przewyższała całą ośią większą AU. Odległość zaś Centru odbicia w Hyperbolach od Centru osi większey, równa iest Linii AQ, (*Fig: 35. Tab: 5.*) łączącey końce osi większey y mnieyszey.

25. Jeżeli od Centru osi C, (*Fig: 36. Tab: 5.*) Linie proste CX, CY, tak powiedzione będą, aby z Parametru wierzchołkiem Hyperboli na obiedwie strony pociągnionego, między tymże wierzchołkiem, a swoim przecięciem zajmowały Linie równe połowicy osi mnieyszey; takowe Linie, gdyby y naydaley wzdłuż pociągnio-

gnione były , zawsze w prawdzie do obwodu Hyperboli DAR przechylać się będą , nigdy jednak nieznidą się z nim. Tego gatunku Linie u Geometrow zowią się *Asymptoti*.

P R O P O Z Y C Y A IV.

Podług przecięcia na Hyperbole danego konu , też Hyperbole na papierze odrysować. (Fig: 37. Tab: 5.)

Rozwiązanie. Niechay będzie dany Kon ABC, którego na Hyperbole przecięcie jest GF. Powiedz *nayprzód* prostą Linią GK równo-ległą względem Bazy BC; ta przetnie pionowo w Punkcie T, oś AI. *Powtórę* Część osi TI podziel na ile chcesz równych części , a przez Punkta podziału poprowadź Linie proste ML, ON, QP, SR, wszystkie z Bazą równo-ległe ; z Punktów zaś , w których przecinał oś, odrysuj Puł-kola LIM, NXO, PUQ, RZS, BHC, tak : ażeby ich Dyametrami były też same Linie ML, ON, QP, SR, z Bazą równo-ległe. *Potrzenie* natych wszystkich równo-ległych Liniach , przez Punkta przecięcia powiedzionych oznaczysz puł-cięciwia Hyperboli ; jeżeli z Punktów D,E,O,Q,F, przez ktore przecięcie Hyperboli GF przechodzi ; do obwodu koł odrysowanych powiedzisz Linie pionowe względem osi równole-głe, to jest. DY, EX, OU, QZ, FH; Tym sposobem mieć będziesz puł-cięciwia do Hyperboli , którą rysujesz.

To uczyniwszy powiedz na osobney karcie Linią prostą HD, wielkości nieoznaczoney, na kto-

ktorey postawiwszy Linią pionową FG równą przecięciu Konu FG, y podzieliwszy ją na tyle równych części na ile części podzieliłeś część osi TI; przez wszystkie podziału punkta powiedź Linie proste względem Linii HD równo-ległe. Potym wygotowane już puł-cięciwia DY, EX, OU, QZ, FH, naznaczywszy z obydwóch stron osi FG na powiedzionych Liniach, względem Linii HD równo-ległych, to jest DY, EX, OU, QZ, FH; Punkta G,Y,X,U,Z,H, połącz Liniami krzywemi zobydwóch stron , a będziesz miał odrysowaną regularną Hyperbole HGD, przecięciu na Hyperbole danego Konu ABC równą. Co było do zrobienia.

O Sławniejszych innych Liniach krzywych.

26. Procz Linii krzywych, ktore się z rozmaitego przecięcia Konu formować zwykły, y o których dotąd mowiliśmy, są jeszcze inne z różnego założenia Brył, lub figur płaskich swoy początek biorące. Niektore tu tyko znacznieysze wymienie ; o których częstsza u Geometrow bywa wzmianka. Te zaś są: Cykloida , Logistyka , Spiralna , Cyfloida , Konchoida , y Kasty-noida ; każdą w szczególności z niektórymi ich własnościami krotko opiszę.

C Y K L O I D A.

27. Kiedy więc kula albo koło AEB (Fig: 38. Tab: 5.) wzdłuż Linii prostej DF tak długo iednostaynym tokiem prowadzone będzie , aż Punkt D, którym też kula wspierała się o Linie DF,

DF, odbywszy cały obwód kołowego obrotu, stanie na Punkcie F teyże Linii DF; Linia krzywa, którą tenże Punkt, zaczynając od D, w biegu swoim przez Punkta d, d, d, d, &c. na powietrzu formuje, to jest Linia DdF zowie się Cykloida czyli Trochoida (*Cyclois, vel Trochois*) Takowa Linia w wielkim używaniu jest do Zegarow z Perpendykulami; za iey bowiem pomocą iednostajnie, y równe zawsze odbicia, w ruchu swoim też Perpendykuly mają. Tymże samym tokiem kuli, lub koła AEB formuje się druga Linia krzywa l d a i, w obwodzie Cykloidy zamknięta; y zowie się Trochoidy towarzysząca (*Trochoidis Comes*) Ta zaś nie różni się od samey Cykloidy, w punkcie wierzchołku d przeciętej, y obwodem swoim na wywrot obroconey tak: ażeby Punkta d, d, leżały na punktach a, i, Koło; z którego regularnego toku formuje się Cykloida, zowie się u Geometrow (*Circulus genitor.*) Linia prosta DF, po której toż koło, całym okręgiem swoim raz się zatacza, Baza Cykloidy. Diameter koła ED, oś Cykloidy. Z samego zaś zatoczenia tej Linii krzywey, rzecz widoczna jest: że Baza DF całemu obwodowi koła, Połowa Bazy DC, połowie obwodu tegoż koła, Łuk d f części Bazy sobie korrespondujące Df, równe są.

L O G I S T T K A.

28. Jeżeli Linia prosta, czyli oś AB, (*Fig. 39. Tab: 5.*) na ilekolewiek równych części AC, CD, DE, FI, &c. podzielona będzie, a od Punktow A, C, D, będą powiedzione pionowo Linie rzę-

do-

dowę, czyli Cięciwy AF, CG, DH, EI, któreby były między sobą w ciągłej Proporcji Geometryczney, to jest: $\therefore AF, CG, DH, EI$. Linia krzywa, która przez punkta F, G, H, I, &c. ktorem i też Linie rządowe kończą się, powiedziona będzie, to jest Linia FK, zowie się Logistyka (*Logistica vel Logarithmica*) Własność tej Linii krzywey jest: że iey strzały (*abscissæ*) są w proporcji Cięciw, przez które są odcięte; tak AD ma się do AE, iak się ma DH, do EI. Ponieważ zaś Linie rządowe CG, DH, EI, BK, &c. zmniejszają się zawsze, gdy tym czasem proporcya strzał, czyli Linii odciętych (*ratio abscissarum*) tymże cięciwom korrespondujących coraz bardziey rośnie, to jest proporcya AF do EI, lub BK; Rzecz więc oczywista jest, że Logistyka FK zbliża się zawsze do osi swojej AB, nigdy iednak z nią niebiegnie się. A zatem oś, czyli Linia prosta AB, może się nazwać Asymptotem, względem Logistyki FK.

Wężownica czyli Linia Spiralna.

29. Kiedy promień iakiego koła np: Promień AE (*Fig: 40. Tab: 5.*) w koło powiedziony będzie około nieruchomego Centru E, Punkt iego czyli koniec A, odryśnie obwód kołowy ABC. Biorąc zaś tak: iakoby tenże Punkt A razem y koło Centru swojego E, y po promieniu AE ruchem proporcjonalnym posuwał się; to jest: iakoby w ten czas, gdy stanąwszy na Punkcie B, trzecią część obwodu kołowego AB odprawi, przeszedł także trzecią część AF danego pro-

promienia AE; y iakoby tymże samym daley sposobem dwoisty swoy bieg odprawiał, pokiby Punkt A, odrysowawszy kołowy obwód, na tymże samym miejscu A niestanął, y pokiby oraz tenże sam Punkt A cały promień przeszedłszy, nieoparł się w Centrze E, Linia krzywa ADE tym dwoiakiem ruchem, to jest Cyrkularnym y prostym do Centru, z Funktu A powiedziona, będzie węzownica, czyli spiralna (*spiralis*.)

30. Gdyby zaś zapęd ten, którym punkt A ku Centrowi H dąży, (*Fig. 41. Tab: 5.*) nie był proporcjonalny zapędowi tegoż punktu obwód koła formującemu; lecz gdyby np. w ten czas, gdy punkt A trzecią część obwodu kołowego obeydzie, tenże sam punkt nieprzeszedł więcej nad część szóstą promienia, w zapędzie ku Centrum H; a tak, gdyby dwa razy tym czasem obwód koła obiegł, niżeli raz cały promień przejdzie; y ten sposób uformowana Węzownica zwąłaby się drugiego zatoczenia (*secundæ revolutionis*.)

PROPOZYCYA V.

W danym kole, lub na danym koła promieniu, regularną Węzownicę, czyli linią Spiralną zatoczyć, to jest: ażeby wszystkie iey zawinienia równo-odległe od siebie były. (*Fig. 42. Tab: 5.*)

Rozwiązanie. Niech będzie Linia BC Dyamentrem danego koła. Tę przeciąwszy na połowę w Punkcie A, podziel promień AB, y promień AC, na tyle równych części, ile razy chcesz mieć Węzownicę zawinioną np. na Części trzy.
Po-

Potym wzięwszy za Dyameter jedną część AD naybliższą Centru A, odrysuy Puł koła AED. *Powtore* wzięwszy za Dyameter części dwie, to jest: DF, odrysuy Puł-koła DGF. Toż na Dyametrze ze trzech części FH, odrysowawszy puł-koła FIH na Dyametrze z części czterech KH, puł-koła HLK; na Dyametrze z części pięciu KC puł-koła KMC; a nakoniec na Dyametrze z części sześciu BC, odrysowawszy puł-koło CNB, zatoczysz węzownicę o trzech zawinieniach AGLNB. Co było do zrobienia.

Wniosek. Gdy zaś więcej razy, lub mniej węzownicę zechcesz mieć zawinioną; tedy na więcej także lub mniej równych części; promienie AC, AB, podzieliłsz, y sposobem dopiero podanym postąpiłsz.

CTSSOIDA.

31. Jeżeli, wzięwszy puł-koła ABC. (*Fig. 43. Tab. 5.*) y powiodłszy pionowo do Dyamentru AC puł-cięciwia be, BE, pociągniemy puł-cięciwie BE do Punktu G, z tą proporcją, aby iak się ma puł-cięciwie EB do strzały EC, tak się miała też sama strzała EC, do EG; y jeżeli wszystkie inne puł-cięciwia z tą samą proporcją na drugą stronę Dyamentru AC pociągniemy, aby, iak się mają do strzał sobie korrespondujących, tak też same strzały miały się do części ich z drugiej strony Dyamentru powiedzionych, tedy Linia krzywa, która zaczawszy od C, przez wszystkie ostatnie Punkta Cięciw tak powiększonych przechodzić będzie, to jest Linia

nia CGg, zowie się Cyffoida, (*Cissois*) wynaleziona jest przez Dyoklesa Matematyka Greckiego. Dyameter koła (*circuli genitoris*) AC, zowie się Bazą Cyffoidy, Linia zaś AL od ostatniego Punktu A Dyametrze AC, pionowo powiedziona, Asymptot Cyffoidy. Bo chociażby naydaley też Cyffoida, y Linia AL powiedziona były, nigdy jednak z sobą się nie zeydą.

Konchoida czyli Koncha.

32. Gdy do linii prostej AB, (*Fig. 44. Tab. 5.*) z ktoregokolwiek Punktu np: C powiedziona będzie linia pionowa CE przecinająca też Linia prostą AB w Punkcie D, y gdy z tegoż samego Punktu C linie proste, linia AB przecinające CE, CF, CG, CH, Cf, Cg, Ch, tak poprowadzone będą, aby wszystkie ich ucinki za Linia prostą AB leżące równe sobie były, to jest: $DE = LF = MG = NH = lf = mg = mh$; Linia krzywa, która przez ostatnie ich punkta, czyli końce h, g, f, E, F, G, H, pociągniona będzie, nazywa się Konchoida, od Konchy, ktorej formę zdaie się wyrażać. Wynałazcą iey jest Nikomedes. Punkt C zowie się biegunem; (*polus*) a prosta A B Linia. (*regula*) Ze zaś Linie proste, czyli ucinki (*Segmenta*) LF, MG, NH, im bardziey od Linii pionowej DE oddalają się, tym bardziey z ukosa idą; idzie zatym że końce ich F, G, H, coraz bardziey do Linii AB przybliżają się, to jest: że Linie pionowe FO, GP, HB, coraz są mnieysze. Y Koncha więc, coraz więcej do Linii będzie się przyśwacać, nigdy jednak, chociażby

ciażby w naydłuższą odległość, pociągniona była, z nią niezetknie się, gdyż między linia AB, a punktami Konchoidy, zawsze ucinek iakiś Linii od Bieguna C powiedzionej, iako to NH, lub ktorykolwiek inny iemu podobny, zachodzić musi.

K A S S Y N O I D A.

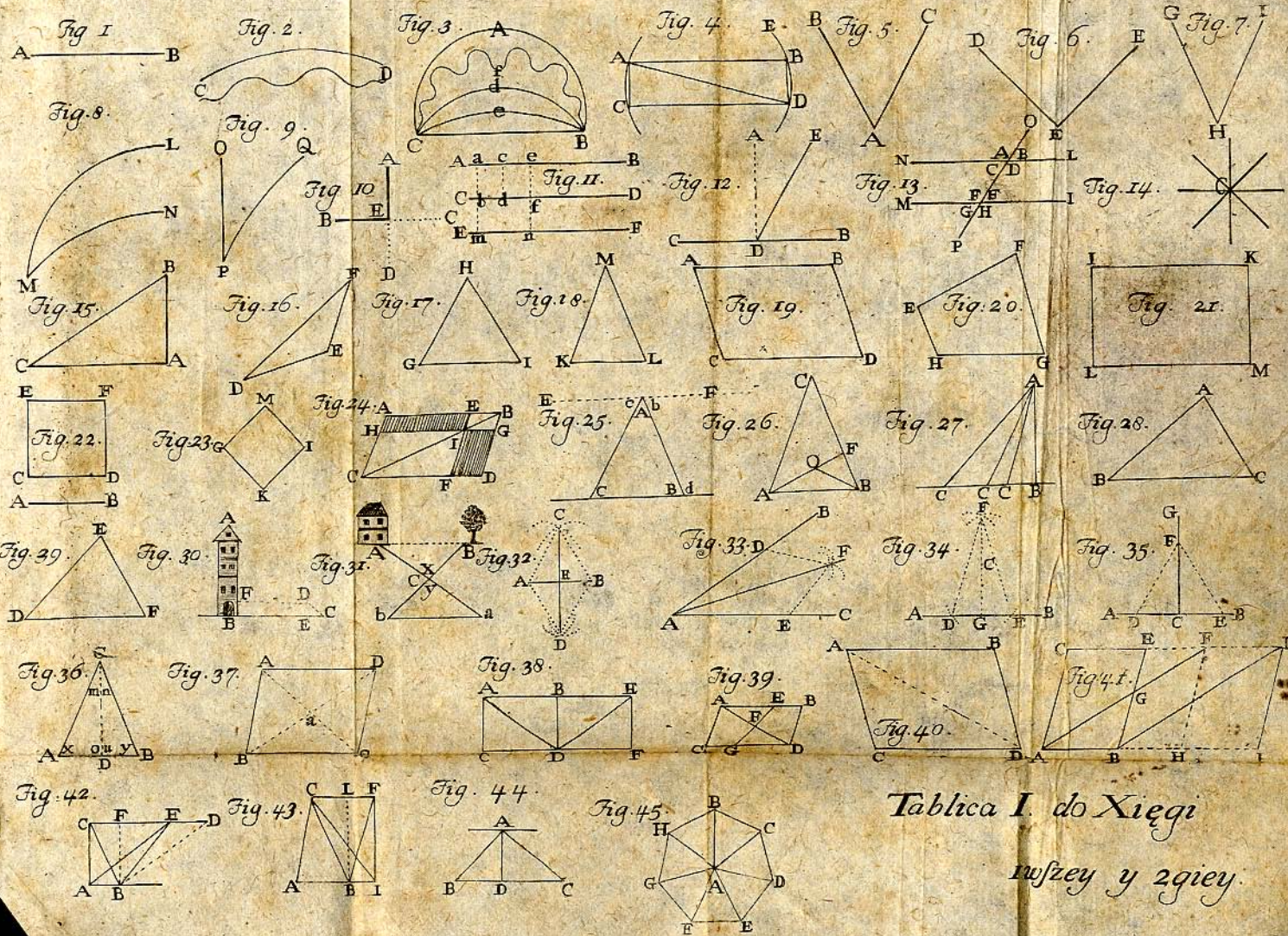
33. Jeżeli na Dyametrze AD, (*Fig. 45. Tab. 5.*) Linia krzywa AMBCID tym tokiem powiedziona będzie, że obrawszy na tymże Dyametrze Punkta F, G, równo odległe od Centru H, y powiodłszy z nich do ktoregokolwiek na obwodzie punktu, Linie proste FB, GB, FC, GC, FI, GI; że mówię Czworograne prostokątne, z dwóch takowych Linii do iednego na obwodzie Punktu zbiegających się, zawsze między sobą równe są; tedy takowa Linia krzywa zowie się Kassynoida (*Cassynois*) Zawsze więc w Kassynoidzie tak się ma Linia FB, do Linii FC, iak się ma Linia CG do Linii GB.

PRZYPISEK. Kończę te krotkie y początkowe nauki o Ziemiomiernictwie; że w nich wiele braknie, wiele mniej doskonałe wyrażone jest: nie przeczę; Podchlebiam sobie iednak, że to każdy łaskawie darować raczy, formującemu raczy-nających, nie zaś doskonałych Geometrow. Początkowe te wiadomości zręczną będą im pomocą do dalszych Matematycznych wynalazków poznania. Odniosą z nich y tę korzyść, iż bardzo łatwo zrozumieć, y do rozlicznych praktyk przy-stosować będą mogli, nieporównane w całej Ma-

tematyce *Dzielo pod tytułem: O Kompasie Geometrycznym, czyli o Cyrklu Proporcji, które w Oczyszczeniu języku z wielą nowemi przypiskami pod Prasę gotuje Xiądz Kazimierz Sikorski Scholarum. Piarum Matematyki y Filozofii Professor.*

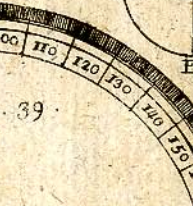
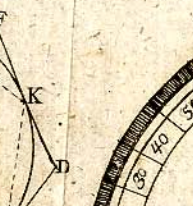
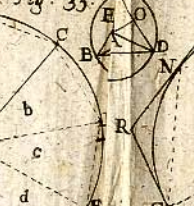
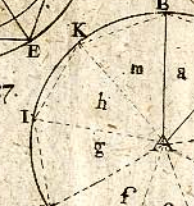
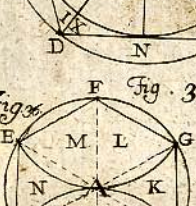
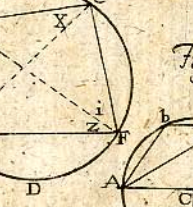
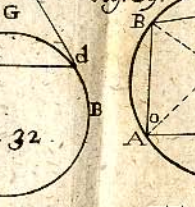
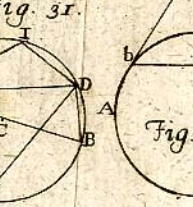
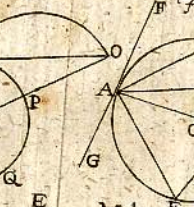
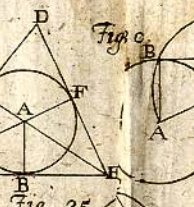
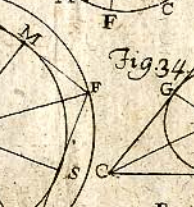
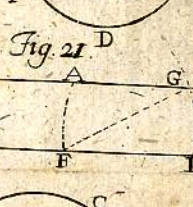
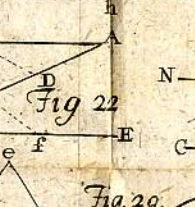
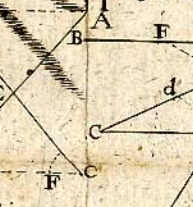
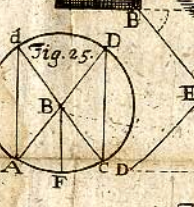
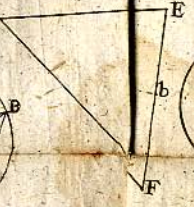
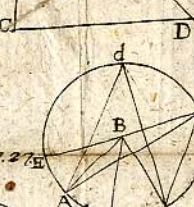
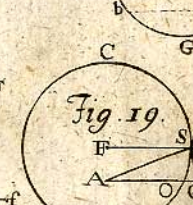
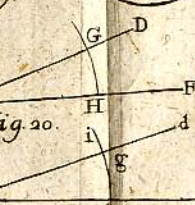
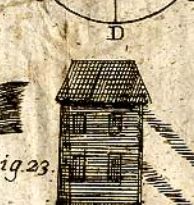
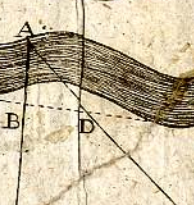
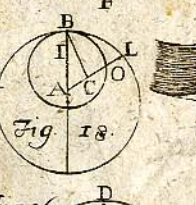
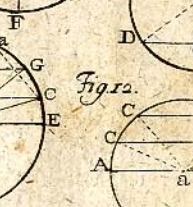
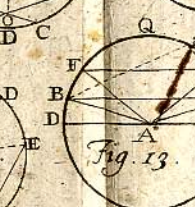
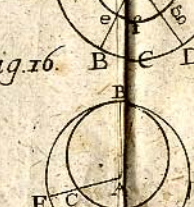
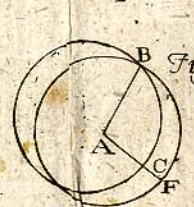
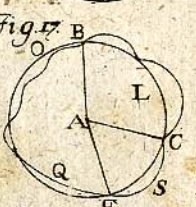
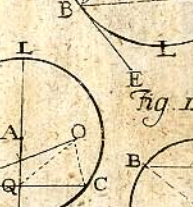
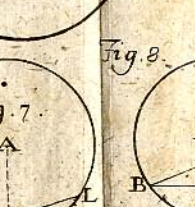
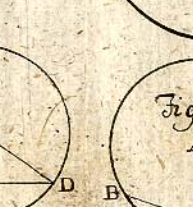
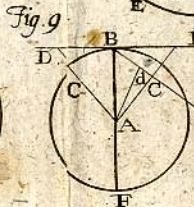
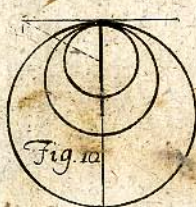
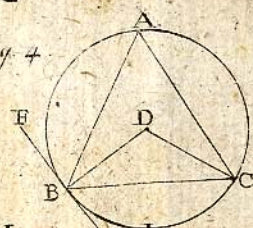
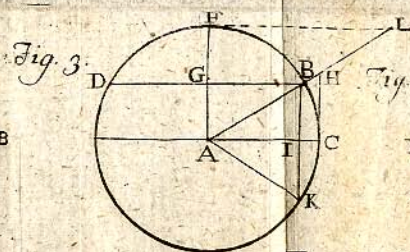
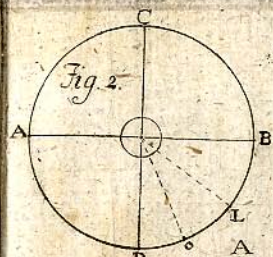
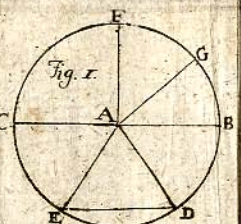
Koniec Nauki o Ziemiomiernictwie.



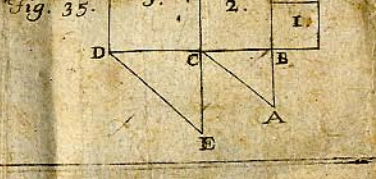
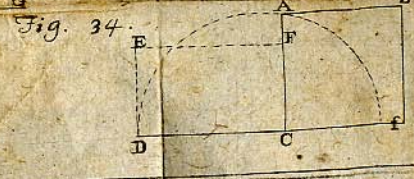
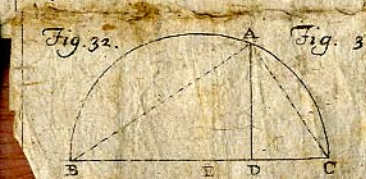
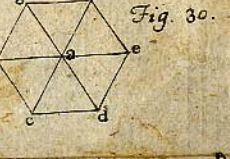
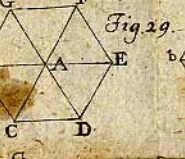
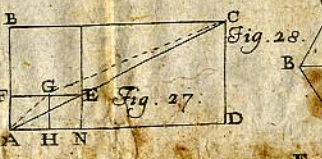
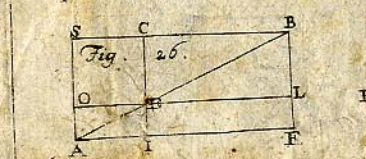
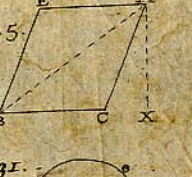
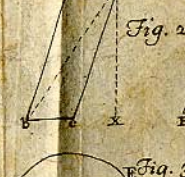
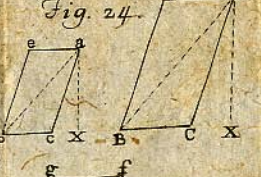
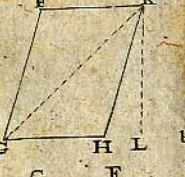
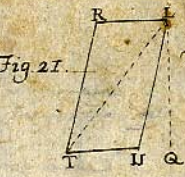
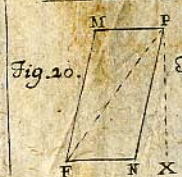
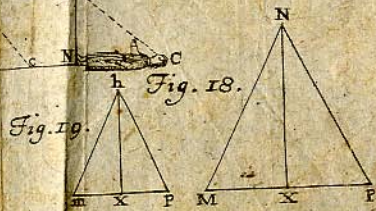
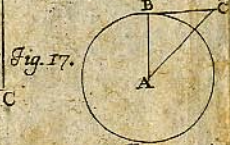
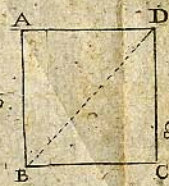
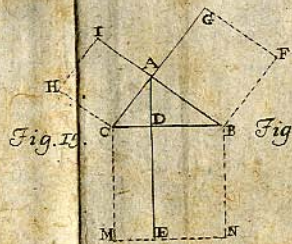
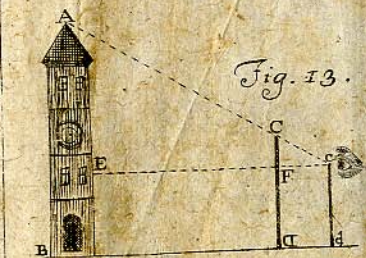
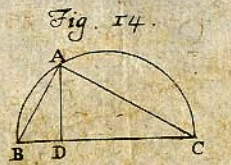
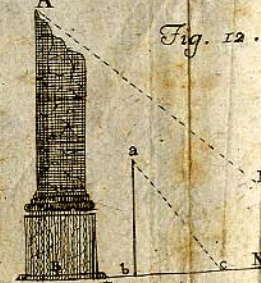
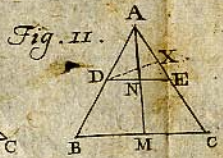
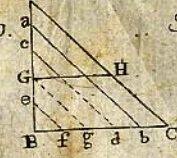
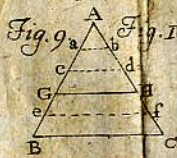
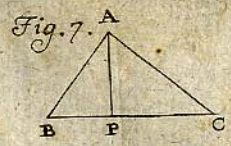
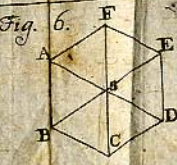
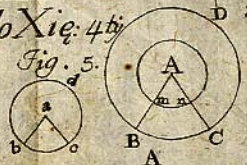
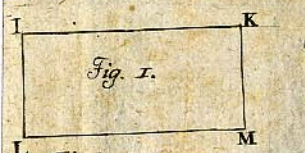


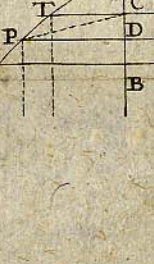
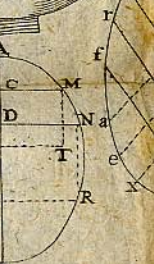
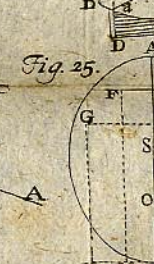
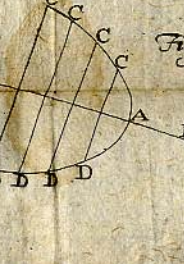
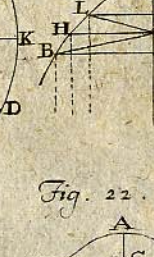
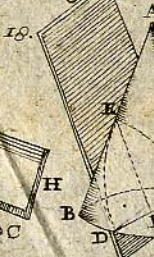
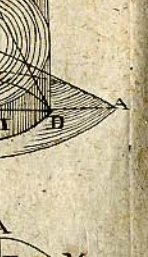
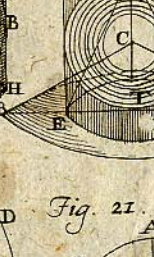
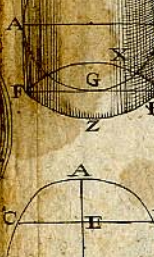
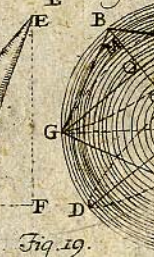
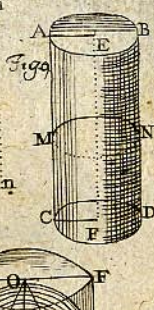
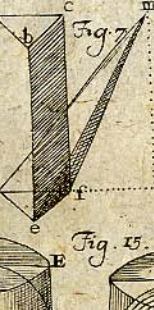
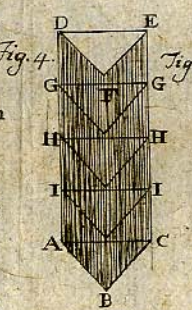
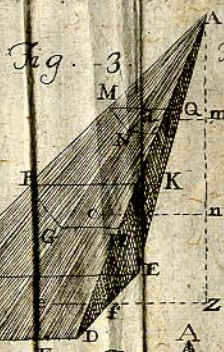
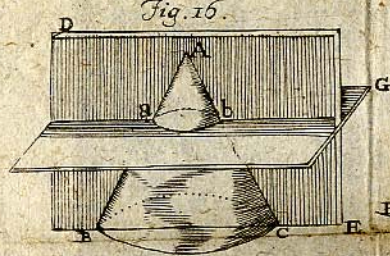
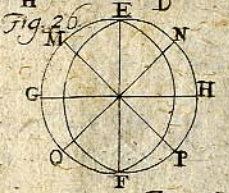
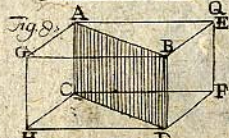
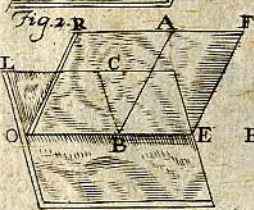
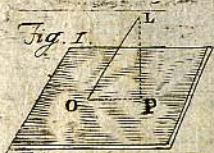
Tablica I. do Xiegi
 niszey y 2giey.

Tablica II
do Xiegi 3^{ci}



Tablica. III. do Xie 4ty





Tablica IV. do Xięgi.
5tej. y 6tej.

