CONTENTS

Oleksandr Andrejkiv, Rostyslav Lesiv
Mathematical model for estimating the period of creep-fatigue crack growth in construction materials at high temperature ………………………………………………………………………………………………… 7

Jan Awrejcewicz, Yuriy Pyryev
On the wear influence on a damper dynamics ……………………………………………………………………… 11

Pavel Bogdanovich, DenisTkachuk, Dmitri Bliznets
Failure of materials at dynamic contact loading ……………………………………..…………………………. 15

Mykolas Daunys, Romualdas Dundulis, Povilas Krasauskas
Temperature and hydrogen concentration influenceon zr-2.5nb alloy mechanical and fracture toughness characteristics ………………………………………………………………………………………………… 19

Mykolas Daunys, Arturas Sabaliauskas
Damage accumulation in stress concentration zones of parts with hardened surface under low cycle tension-compression and bending 23

Łukasz Derpeński, Andrzej Seweryn
Numerical analysis of fracture for specimens with notches made of elasto-plastic material …………………..……. 27

Krzysztof Doliński, Krzysztof P. Mróz
Fatigue cracks growth in the bimaterial - the mathematical model and numerical solution …………………..…….. 31

Artur Ganczarski, Marcin Cegielski
Effect of continuous damage deactivation …………………………………..……………………………………... 35

Jerzy Kaleta, Przemysław Wiewiórski
Detection of defects in magnetic composite rods making use of high resolution scanner ………………………..…... 39

Aleksander Karolczuk, Yves Nadot, Andre Dragon
Nonlocal method for fatigue limit determination of defective material ……………………………………………… 45

Roman Kulczycki-Żyhajło, Gabriel Rogowski, Waldemar Kołodziejczyk
Two-dimensional problem of non-homogeneous elastic half-space loaded on its boundary surface ………………... 51

Andrzej Litewka, Leszek Szojda
Experimental and theoretical study of failure of ceramic brick……………………………………………………. 55

Adam Mazurkiewicz, Tomasz Topoliński
Estimation of differences of values structure coefficients for osteoporosis and coxarthrosis samples of trabecular bone from human femoral head ………………………………………………………………………………. 59

Bohdan Monastyrskyy, Andrzej Kaczyński
The elasticity problem for a stratified semi-infinite medium containing a penny-shaped crack filled with a gas …… 63

Zenon Mróz, Grażyna Ziętek
Two surface model of plastic hardening for martensitic transformation cyclic deformation ………………………... 67

Tadeusz Niezgoda, Stanisław Ochelski, Wiesław Barnat
The experimental investigation of influence of kind fulfilment basic composite structures on energy the destruction 71

Krzysztof Nowicki, Janusz Sempruch
Problems in training process of artificial neural network used to modeling of fatigue curves ……………………… 77

Volodymyr Panasyuk, Viktor Sylovanyuk, Valerii Marukha
Static and cyclic strength of a cracked body which strengthened by injection technologies 85

Dariusz M. Perkowski, Stanisław J. Matysiak
On the crack problem normal to the layering in a periodic laminated body ………………………………………… 89

Sylwester Samborski, Tomasz Sadowski
Damage assessment of porous polycrystalline ceramics on the basis of strain analysis in uniaxial compression …. 93

Mykhaylo P. Savruk, Andrzej Kazberuk
Stress concentration near a rounded v-notch with arbitrary vertex curvature ………………………..…………... 99

Józef Szala, Dariusz Boroński
Of geometrical discontinuities and material inhomogeneities ……………………………………………………..… 103

Maciej Szwed, Wojciech Manaj, Grzegorz Wojas, Jan Płowiec, Tomasz Lusa, Krystian Paradowski, Marcin Ciesielski, Andrzej Zagórski, Wojciech L. Spychalski, Krzysztof J. Kurzydłowski
Modern ndt methods for hydrogen degradation assesment …………………...……………………………………… 125

Eugeniusz Świtoński, Mariola Jureczko, Arkadiusz Mężyk
Optimal design of the composite wind turbine blade ………………………………………………………………… 129

Aleksander Yevtushenko, Małgorzata Rożniakowska, Michał Kuciej
On one mathematical model of the laser-induced thermal splitting ………………………………………………….. 133

SPIS TREŚCI

Oleksandr Andrejkiv, Rostyslav Lesiv
Mathematical model for estimating the period of creep-fatigue crack growth in construction materials at high temperature ………… 7

Jan Awrejcewicz, Yuriy Pyryev
O wpływie zużycia na dynamikę tłumika drgań ………… 11

Pavel Bogdanovich, DenisTkachuk, Dmitri Bliznets
Разрушение материалов при динамическом контактном нагружении ………… 15

Mykolas Daunys, Romualdas Dundulis, Povilas Krasauskas
Temperature and hydrogen concentration influenceon zr-2.5nb alloy mechanical and fracture toughness characteristics ………… 19

Mykolas Daunys, Arturas Sabaliauskas
Damage accumulation in stress concentration zones of parts with hardened surface under low cycle tension-compression and bending ………… 23

Łukasz Derpeński, Andrzej Seweryn
Numeryczna analiza pękania próbek z karbami wykonanych z materiałów sprężysto-plasycznych ………… 27

Krzysztof Doliński, Krzysztof P. Mróz
Zmęczeniowa propagcja szczeliny w bimateriale – model matematyczny i rozwiązanie numeryczne ………… 31

Artur Ganczarski, Marcin Cegielski
Efekt ciągłej deaktywacji uszkodzenia ………… 35

Jerzy Kaleta, Przemysław Wiewiórski
Detekcja defektów w magnetycznych prętach kompozytowych z użyciem skanera o dużej rozdzielczości ………… 39

Aleksander Karolczuk, Yves Nadot, Andre Dragon
Nielokalna metoda wyznaczania granicznej trwałości zmęczeniowej materiału z defektami geometrycznymi ………… 45

Roman Kulczycki-Żyhajło, Gabriel Rogowski, Waldemar Kołodziejczyk
Dwuwymiarowe zagadnienia niejednorodnej półprzestrzeni sprężystej obciążonej na jej powierzchni ………… 51

Andrzej Litewka, Leszek Szojda
Experimental and theoretical study of failure of ceramic brick ………… 55

Adam Mazurkiewicz, Tomasz Topoliński
Określenie różnic wartości wskaźników struktury osteoporotycznych i koksartrycznych próbek tkanki beleczkowej głowy kości udowej ………… 59

Bohdan Monastyrskyy, Andrzej Kaczyński
The elasticity problem for a stratified semi-infinite medium containing a penny-shaped crack filled with a gas ………… 63

Zenon Mróz, Grażyna Ziętek
Dwupowierzchniowy model wzmocnienia plastycznego przy przemianie fazowej i deformacji cyklicznej ………… 67

Tadeusz Niezgoda, Stanisław Ochelski, Wiesław Barnat
Doświadczalne badanie wpływu rodzaju wypełnienia podstawowych struktur kompozytowych na energię zniszczenia ………… 71

Krzysztof Nowicki, Janusz Sempruch
Problemy związane z treningiem sztucznej sieci neuronowej wykorzystanej do modelowania charakterystyk zmęczeniowych ………… 77

Volodymyr Panasyuk, Viktor Sylovanyuk, Valerii Marukha
Static and cyclic strength of a cracked body which strengthened by injection technologies ………… 85

Dariusz M. Perkowski, Stanisław J. Matysiak
Zagadnienie szczeliny prostopadłej do uwarstwienia w laminatowej przestrzeni sprężystej o strukturze periodycznej ………... 89

Sylwester Samborski, Tomasz Sadowski
Ocena uszkodzenia porowatej ceramiki polikrystalicznej na podstawie analizy odkształceń w stanie jednoosiowego ściskania …… 93

Mykhaylo P. Savruk, Andrzej Kazberuk
Koncentracja naprężeń wokół zaokrąglonego karbu o dowolnej krzywiźnie wierzchołka …………………………... 99

Józef Szala, Dariusz Boroński
Analiza odkształceń lokalnych w obszarach nieciągłości geometrycznych i niejednorodności materiałowych……… 103

Maciej Szwed, Wojciech Manaj, Grzegorz Wojas, Jan Płowiec, Tomasz Lusa, Krystian Paradowski, Marcin Ciesielski, Andrzej Zagórski, Wojciech L. Spychalski, Krzysztof J. Kurzydłowski
Nowoczesne metody badań nieniszczących w ocenie degradacji wodorowej………………………………………… 125

Eugeniusz Świtoński, Mariola Jureczko, Arkadiusz Mężyk
Optymalne projektowanie kompozytowych łopat elektrowni wiatrowej……………………………………………… 129

Aleksander Yevtushenko, Małgorzata Rożniakowska, Michał Kuciej
On one mathematical model of the laser-induced thermal splitting ………………………………………………….. 133

MATHEMATICAL MODEL FOR ESTIMATING THE PERIOD OF CREEP-FATIGUE CRACK GROWTH IN CONSTRUCTION MATERIALS AT HIGH TEMPERATURE

Oleksandr ANDREJKIV*, Rostyslav LESIV*

* Ivan Franko National University of L'viv, 1, Universytetska str., Lviv, 79000, Ukraine

andreykiv@ipm.lviv.ua

Abstract: In this work we propose mathematical model of important scientific and technical problem – estimating of remaining lifetime of constructions elements subjected to high temperature fatigue. The differential equation, with initial and final conditions, for assessing the remaining lifetime of three-dimensional solid was obtained. This mathematical model is formulated, based on energetic approach. Proposed approach gave us the possibility to combine fatigue and creep loadings in the single equation. Known in scientific materials experimental data confirmed the correctness of this model.

1. INTRODUCTION

To assess the remaining life of constructions items subjected to high temperature fatigue loading, creep growth of the crack must be taken into account in the bounds of one loading cycle, because many materials are subjected to the action of time-variable loading with large cycles. There are very few works devoted to the question of creep-fatigue crack growth in scientific papers, despite of fact that many constructions work under this kind of loading conditions. By now in this field of fracture mechanic there are known works which are based only on empirical researches (Tayra and Otani, 1986; Garofalo, 1970; Gladwin et al., 1988; Koterazawa,1994). In this work there is made an attempt to build mathematical model for describing such a process using energetic approach, in particular the equation of balance of energy changing rates. Similar application of energetic approach was carried out in papers by Andreykiv and Kit (2006) and Andreykiv and Sas (2006) where the models for assessing the lifetime of constructions subjected to high temperature fatigue and high temperature creep were described.

2. CYCLIC MATHEMATICAL MODEL CONSTRUCTION

Let us consider three-dimension solid with crack of area S_o (Fig. 1), subjected to action of high temperature T_o and time–variable cyclic loading p with hold period T.

It is assumed that the solid is heated uniformly to high temperature T_o. The crack is macroscopic and external tension loadings with parameter p applied in such a way that stress-deformation state is symmetric. The purpose of the problem is to find the time $t = t_o$ (the number of loading cycles $N = N_o$) when the crack will grow to the critical size S_o and the solid will fracture.

According to Andreykiv and Kit (2006) at the crack growth the equation of energetic balance is true.

$$Q + A = W + \Gamma + K\ . \tag{1}$$

Here A is work of external forces which is constant in our case. W - deformation energy of the solid which we can represent as following

$$W = W_e + W_p^{(1)}(S) + W_p^{(2)}(t) - W_p^{(3)}(t) - 2W_p^{(4)}(t)\,, \tag{2}$$

W_e – elastic constituent of W; $W_p^{(1)}(S)$ – part of plastic energy that depends on crack area S; $W_p^{(2)}(t)$ – work of plastic deformations from external efforts at constant crack area during the stretching of fracture zone near the cracks contour, that depends on time t; $W_p^{(3)}(t)$ – work of plastic deformations during the unloading, which depends on t and is released when the area of the crack is constant; $W_p^{(4)}(t)$ – work of plastic deformations during the static loading; Γ – fracture energy that depends only on crack area S ; Q =const – the value of heating energy, which is born by external factors; K – kinetic energy which in our case is a small, thus we will neglect it.

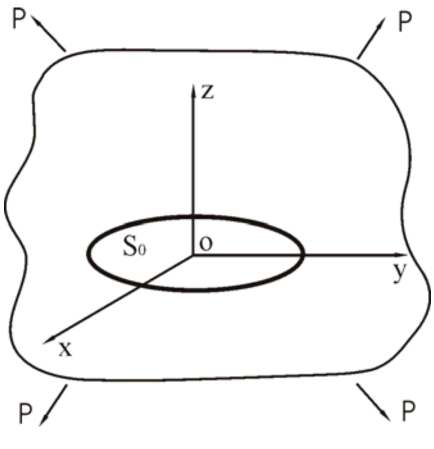


Fig. 1. Loading mode of a solid with a crack

It follows from the equation of energetic balance that the equation of balance of energy changing rates is

$$\frac{\partial A}{\partial t}=\frac{\partial W}{\partial t}+\frac{\partial \Gamma}{\partial t}. \quad (3)$$

Putting (2) in (3) we have

$$\frac{\partial}{\partial S}\left[\Gamma-\left(A-W_{\mathrm{e}}-W_{\mathrm{p}}^{(1)}\right)\right]\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}-\frac{\partial(W_{\mathrm{p}}^{(3)}+2W_{\mathrm{p}}^{(4)})}{\partial t}=0. \quad (4)$$

Since, we will find $V=\partial S/\partial t$ rate of changing of crack area during its growth

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial(W_{\mathrm{p}}^{(3)}+2W_{\mathrm{p}}^{(4)})}{\partial t}\Bigg/\frac{\partial}{\partial S}\left[\Gamma-\left(A-W_{\mathrm{e}}-W_{\mathrm{p}}^{(1)}\right)\right]. \quad (5)$$

Based on paper by Andreykiv and Sas (2006) expression in brackets can be represented as

$$\frac{\partial}{\partial l}\left[\Gamma-\left(A-W_{e}-W_{\mathrm{p}}^{(1)}\right)\right]=\gamma_{\mathrm{fC}}-\gamma_{\mathrm{t}}. \quad (6)$$

Here γ_t is specific work of plastic deformations during crack growth. Putting (6) in (5) we have

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial(W_{\mathrm{p}}^{(3)}+2W_{\mathrm{p}}^{(4)})}{\partial t}\Bigg/\left[\gamma_{\mathrm{fC}}-\gamma_{\mathrm{t}}\right]=\frac{\mathrm{d}S^{(\mathrm{f})}}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}S^{(\mathrm{c})}}{\mathrm{d}t}, \quad (7)$$

Multiplying equation (7) by hold period T and assuming that $dt = T\mathrm{d}N$, we will obtain the equation for determination the rate of crack growth for one loading cycle

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}N}=\frac{\mathrm{d}S^{(\mathrm{f})}}{\mathrm{d}N}+\frac{\mathrm{d}S^{(\mathrm{c})}}{\mathrm{d}N}. \quad (8)$$

Separately creep and fatigue contributions can be determined as following

$$\frac{\mathrm{d}S^{(\mathrm{f})}}{\mathrm{d}N}=\frac{\partial W_{\mathrm{p}}^{(3)}}{\partial N}\Bigg/\left[\gamma_{\mathrm{fC}}-\gamma_{\mathrm{t}}\right], \quad (9)$$

$$\frac{\mathrm{d}S^{(\mathrm{c})}}{\mathrm{d}N}=2\frac{\partial W_{\mathrm{p}}^{(4)}}{\partial N}\Bigg/\left[\gamma_{\mathrm{fC}}-\gamma_{\mathrm{t}}\right]. \quad (10)$$

For completeness of mathematical model, the following initial and final conditions must be added to equation (8)

$$N=0,\ S(0)=S_0,\ N=N_*,\ S(N_*)=S_*, \quad (11)$$

where critical crack area S_* is deduced from energetic criterion

$$\gamma_{\mathrm{t}}(S_*)=\gamma_{\mathrm{fC}}. \quad (12)$$

Here γ_{fC} – specific fracture energy during crack growth; γ_t – specific work of plastic deformations in prefracture zone near the crack tip, which is determined as $\gamma_t=\sigma_{of}\delta_{max}$; N_* – period of precritical macrocrack growth; σ_{of} – averaged normal stress in fracture zone near the crack tip; δ_{max} – normal opening in the crack tip. Thus, kinetic equations (8) and conditions (11), (12) compose mathematical model for exploring the precritical crack growth in three-dimensional solids.

It can be assumed that during each loading cycle of continuous duration there is high temperature creep of material in prefracture zone, main period of time of which is withstand creep. Based on this, we can determinate approximately the opening of prefracture zone $\delta_{\mathrm{tmax}}(x,\xi,t)$as

$$\delta_{\mathrm{t\,max}}(x,\xi,t)=\delta_{\max}(x,\xi)+\dot{\delta}_{\mathrm{t\,max}}(x,\xi,0)\cdot t \quad (13)$$

Here $\delta_{\mathrm{tmax}}(x,\xi)$ is maximum opening of prefracture zone at the beginning of loading cycle; $\dot{\delta}_{\mathrm{t\,max}}(x,\xi,0)$ – rate of opening in prefracture zone during the creep deformation in a cycle. Then, based on results Andreykiv and Kit (2006), Andreykiv and Sas (2006) and Andreykiv and Lishinskaya (1999) the constituents of equation (7) can be described as following

$$\gamma_{\mathrm{t}}=\sigma_{\mathrm{of}}\delta_{\max}(0,t),\ \ \gamma_{\mathrm{f}}=\sigma_{\mathrm{of}}\delta_{\mathrm{fC}}, \quad (14)$$

$$W_{\mathrm{p}}^{(4)}(t)=\int_L\left\{\int_0^{l_{\mathrm{pt}}}\sigma_{\mathrm{of}}\left[\delta_{\max}(x,\xi)+\dot{\delta}_{\mathrm{t\,max}}(x,\xi)\cdot t\mathrm{d}x\right]-\int_0^{l_{\mathrm{p}}}\sigma_{\mathrm{of}}\delta_{\max}(x,\xi)\mathrm{d}x\right\}\mathrm{d}\xi, \quad (15)$$

where: lp – length of initial plastic zone near the crack tip; l_{pt} is length of plastic zone near the crack tip for the time of incubation period before the leap of the crack; $\sigma_{\mathrm{of}}=\sigma_{0.2}+0.5A\varepsilon_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}$; $\sigma_{0.2}$ – yield strength of material; A, n – parameters of tensile stress-strain diagram. As in works Tayra and Otani (1986) and Garofalo (1970), the value $\delta_{\mathrm{tmax}}(x,\xi)$ in prefracture zone approximately can be presented as

$$\delta_{\max}(x,\xi)\approx\delta_{\max}(0,\xi)\left(1-\frac{x}{l_{\mathrm{p}}}\right)^2, \quad (16)$$

and length of plastic zone lp in such form (Andreykiv and Sas, 2006):

$$l_p=\delta_{\max}(0,\xi)E\sigma_{\mathrm{of}}^{-1}. \quad (17)$$

Here E – modulus of elasticity; K_{Imax} – stress intensity factor. Putting (16) in (17) and conducting necessary calculation we will find

$$W_{\mathrm{p}}^{(4)}=\frac{E}{3}\int_L\left\{\left[\delta_{\max}(0,\xi)+\dot{\delta}_{\mathrm{t\,max}}(0,\xi)t\right]^2-\delta_{\max}^2(0,\xi)\right\}\mathrm{d}\xi. \quad (18)$$

And therefore equation (10) on the basis of correlations (18) and paper by Andreykiv and Sas (2006) for determination the creep contribution of crack growth rate becomes

$$\frac{\mathrm{d}S^{(\mathrm{c})}}{\mathrm{d}N}=1.33TE\int_L\dot{\delta}_{\mathrm{t\,max}}(0)\mathrm{d}\xi\left[\sigma_{\mathrm{of}}-\delta_{\mathrm{fC}}^{-1}L^{-1}\int_L\sigma_{\mathrm{of}}\delta_{\max}(0,\xi)\mathrm{d}\xi\right]^{-1}. \quad (19)$$

Based on Andreykiv and Sas (2006) we will present the rate of opening and opening of the crack as

$\dot{\delta}_{\max} = A_1\left[\delta_{\max}(0)\delta_{\mathrm{fC}}^{-1}\right]^m$, $\delta_{\max}(0,\xi) = K_{\mathrm{I}\max}^2(\xi)\sigma_{\mathrm{of}}^{-1}E^{-1}$.

Put them in (19) we will have

$$\frac{\mathrm{d}S^{(c)}}{\mathrm{d}N} = 1.33TEA_1\int_L\left[\delta_{\max}(0)\delta_{\mathrm{fC}}^{-1}\right]^m\mathrm{d}\xi \cdot \left[\sigma_{\mathrm{of}} - \delta_{\mathrm{fC}}^{-1}L^{-1}\int_L\sigma_{\mathrm{of}}\delta_{\max}(0,\xi)\mathrm{d}\xi\right]^{-1} \tag{20}$$

Let us consider the contribution $\mathrm{d}S^{(f)}/\mathrm{d}N$ represented by equation (9). According to results of work Shata and Terletska (1999) the value $\partial W_{\mathrm{p}}^{(3)}/\partial N$ we can determine as

$$\frac{\partial W_{\mathrm{p}}^{(3)}}{\partial N} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{fc}}\alpha}{\delta_{\mathrm{fc}}}\int_L\int_0^{l_{\mathrm{p}}}\sigma_{\mathrm{of}}[\delta_{\mathrm{t}\max}(x,\xi,t) - \delta_{\mathrm{t}\min}(x,\xi,t)]\mathrm{d}x\mathrm{d}\xi \tag{21}$$

where $\varepsilon_{\mathrm{fC}}$ - critical value of materials deformation during the cyclic loading; α - coefficient that correlate static opening with cyclic opening of the crack (Szata and Terletska, 1999).

We consider the case when in every cycle the solid is subjected to static loading with hold time T, that is why the opening of the crack is large then in the case of pure fatigue. Regarding that the second stage is prevailing (creep) in loading cycle, we can write the difference of openings $[\delta_{\max}(x) - \delta_{\min}(x)]$, using the results of works Andreykiv and Lishinska (1999) and Szata and Terletska (1999), in form

$$\delta_{\max}(x) - \delta_{\min}(x) = \frac{1}{2}\left(\delta_{\max}^{(f)}(x) + \dot{\delta}_{\mathrm{t}\max}(x)t\right)\left(1-R^2\right)^2 \tag{22}$$

where R – coefficient of cycle asymmetry. We can assume that $R = 0$, since

$$\frac{\partial W_{\mathrm{p}}^{(3)}}{\partial N} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{fc}}\alpha}{2\delta_{\mathrm{fc}}}\sigma_{\mathrm{of}}\int_L\int_0^{l_{\mathrm{p}}}[\delta_{\max}^{(f)}(x,\xi) + \dot{\delta}_{\mathrm{t}\max}(x,\xi)t]\mathrm{d}x\mathrm{d}\xi . \tag{23}$$

In prefracture zone the value $\delta_{\max}^{(f)}(x) + \dot{\delta}_{\mathrm{t}\max}(x)\cdot t$ we will present as

$$\delta_{\max}^{(f)}(x) + \dot{\delta}_{\mathrm{t}\max}(x)t = \left[\delta_{\max}^{(f)}(0,\xi) + \dot{\delta}_{\mathrm{t}\max}(0,\xi)t\right]\left(1-\frac{x}{l_{\mathrm{p}}}\right)^2 . \tag{24}$$

Let us regard that the openings in the crack tip are constant along the contour of the crack. Therefore

$$\frac{\partial W_{\mathrm{p}}^{(3)}}{\partial N} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{fc}}\alpha}{2\delta_{\mathrm{fc}}}L\sigma_{\mathrm{of}}\int_0^{l_{\mathrm{p}}}\left[\delta_{\max}^{(f)}(0) + \dot{\delta}_{\max}(0)t\right]\left(1-\frac{x}{l_{\mathrm{p}}}\right)^2\mathrm{d}x = \frac{\varepsilon_{\mathrm{fc}}\alpha}{6\delta_{\mathrm{fc}}}\sigma_{\mathrm{of}}(\delta_{\max}^{(f)}(0) + \dot{\delta}_{\max}(0)t)l_{\mathrm{p}}L \tag{25}$$

The following equations for calculation $\partial W_{\mathrm{p}}^{(3)}/\partial N$ can be used (Andreykiv and Lishinska, 1999; Shata and Terletska, 1999):

$$l_{\mathrm{p}} = \delta_{\max}(0)E\sigma_{\mathrm{of}}^{-1}, \quad \dot{\delta}_{\mathrm{t}\max} = A_1\left[\delta_{\max}(0)\delta_{\mathrm{fC}}^{-1}\right]^m,$$

$$\delta_{\mathrm{fC}} = K_{\mathrm{fC}}^2\sigma_{\mathrm{of}}^{-1}E^{-1}. \tag{26}$$

Putting (26) in (24) the $\partial W_{\mathrm{p}}^{(3)}/\partial N$ is following

$$\frac{\partial W_{\mathrm{p}}^{(3)}}{\partial N} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{fc}}\sigma_{\mathrm{of}}\alpha}{6}\left[\delta_{\max}^{(f)}(0) + \dot{\delta}_{\max}(0)t\right]^2E^2K_{\mathrm{fC}}^{-2}L \tag{27}$$

Availing the correlations (13), (26) and

$$\delta_{\max}/\delta_{\mathrm{fC}} = K_{\mathrm{I}\max}^2\Big/K_{\mathrm{fC}}^2, \tag{28}$$

equation (9) becomes

$$\frac{\mathrm{d}S^{(f)}}{\mathrm{d}N} = \left[K_{\mathrm{I}\max}^2\sigma_{\mathrm{of}}^{-1}E^{-1} + A_1T\left(K_{\mathrm{I}\max}^2K_{\mathrm{fC}}^{-2}\right)^m\right]^2\alpha E^2L4.5^{-1}(K_{\mathrm{fC}}^2 - K_{\mathrm{I}\max}^2)^{-1} \tag{29}$$

Uniting additions $\mathrm{d}S^{(f)}/\mathrm{d}N$ and $\mathrm{d}S^{(c)}/\mathrm{d}N$, according to formulas (20) and (28), the final form of kinetic equation (8) for estimating the creep-fatigue rate of crack growth can be finally written as

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}N} = \left[K_{\mathrm{I}\max}^2\sigma_{\mathrm{of}}^{-1}E^{-1} + A_1T\left(K_{\mathrm{I}\max}^2K_{\mathrm{fC}}^{-2}\right)^m\right]^2\alpha E^2L4.5^{-1}(K_{\mathrm{fC}}^2 - K_{\mathrm{I}\max}^2)^{-1} + 1.3LEA_1\sigma_{\mathrm{of}}T\left(K_{\mathrm{I}\max}^2K_{\mathrm{fC}}^{-2}\right)^m\left(1-K_{\mathrm{I}\max}^2K_{\mathrm{fC}}^{-2}\right)^{-1} \tag{30}$$

With initial and final conditions

$$N=0,\ S(0)=S_0,\quad N=N_*,\ S(N_*)=S_*, \tag{31}$$

$$K_{\mathrm{I}\max}(S_*) = K_{\mathrm{fC}}. \tag{32}$$

For plane spreading of the crack of length l in plate the correlations (30)-(32) will become

$$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}N} = \left[K_{\mathrm{I}\max}^2\sigma_{\mathrm{of}}^{-1}E^{-1} + A_1T\left(K_{\mathrm{I}\max}^2K_{\mathrm{fC}}^{-2}\right)^m\right]^2\alpha E^24.5^{-1}(K_{\mathrm{fC}}^2 - K_{\mathrm{I}\max}^2)^{-1} + 1.3EA_1\sigma_{\mathrm{of}}T\left(K_{\mathrm{I}\max}^2K_{\mathrm{fC}}^{-2}\right)^m\left(1-K_{\mathrm{I}\max}^2K_{\mathrm{fC}}^{-2}\right)^{-1}, \tag{33}$$

$$N=0,\ l(0)=l_0,\quad N=N_*,\ l(N_*)=l_*, \tag{34}$$

$$K_{\mathrm{I}\max}(l_*) = K_{\mathrm{fC}}. \tag{35}$$

Correlations (30)–(35) compose the mathematical model for determination the period N_* of precritical growth of creep-fatigue crack in solid.

3. APPROBATION OF THE MODEL

To confirm the efficiency and correctness of correlations (33)–(35) we will test the model comparing with experimental data (Garofalo, 1970) for stainless steel 321. For this kind of steel the mechanical characteristics are the following $E = 1.9{\cdot}10^5$ MPa; $\sigma_t = 450$ MPa, $K_{fc} = 90$ MPa m$^{0.5}$ for temperature 650 °C.

Based on experimental data for pure fatigue (Fig. 2) we will find coefficient $\alpha = 0.01$. Then, using the data from work Garofalo (1970) we will have the constants A_1 and m: $A_1 = 6\ 10^{-5}$, $m = 1.43$. Using the results of work Garofalo (1970) we can show that $\mathrm{d}l^{(c)}/\mathrm{d}N$ is significantly less then $\mathrm{d}l^{(f)}/\mathrm{d}N$, so we can neglect the constituent $\mathrm{d}l^{(c)}/\mathrm{d}N$, and the final kinetic equation (33) will become:

$$\mathrm{d}l/\mathrm{d}N = 10^4\left[\frac{K_{\mathrm{I}\max}^2}{\sigma_{\mathrm{of}}E} + 0.00072\left(\frac{K_{\mathrm{I}\max}^2}{8100}\right)^{1.43}\right]^2 \Bigg/ \left[1-\frac{K_{\mathrm{I}\max}^2}{8100}\right]. \qquad (36)$$

Equation (36) was compared with results of experimental data (Garofalo, 1970):

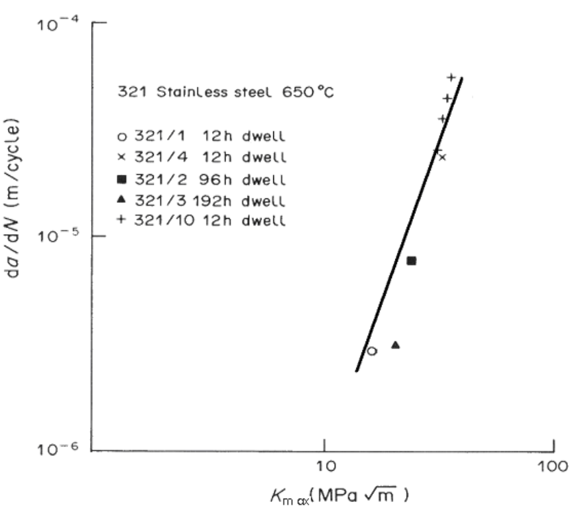


Fig. 2. Graphical comparison between theoretical results V~K_{Imax} (solid line) and experimental data for stainless steel 321 (Garofalo, 1970)

This comparing confirms the correctness of proposed mathematical model (33)-(35).

REFERENCES

1. **Андрейків О.Є., Кіт М.Б**. (2006) Визначення періоду докритичного росту тріщини в елементах конструкцій при їх двохчастотному навантаженні // *Машинознавство* – №2 – 3-7.
2. **Андрейків О.Є., Ліщинська М.В**. (1999) Рівняння росту втомних тріщин в неоднорідних пластинах // *Фіз.-хім. механіка матеріалів*. – № 3. – 53-58.
3. **Андрейків О.Є., Сас Н.Б**. (2006) Математична модель для визначення періоду докритичного поширення тріщини високотемпературної повзучості в твердих тілах// *Доповіді НАН України* – №5 – 47-52.
4. **Тайра С., Отани Р**. (1986) Теория высокотемпературной прочности материалов. – М.: Металлургия, – 280 с.
5. **Филатов М.Я**. (1968) Сопротивление усталости при сложной форме цикла изменения напряжений: (Обзор). – *Завод. Лаб*., 34, №3, 331-336.
6. **Шата М., Терлецька З.О**. (1999) Енергетичний підхід у механіці втомного поширення макротріщини // *Механіка руйнування і міцність конструкцій (під ред. В.В. Панасюка). – Львів: Каменяр*. – В.2. – 141-148.
7. **Garofalo F.** (1970) Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. – *New-York-London: Mac Millan Company*,– 343 p.
8. **Gladwin D.N., Miller D.A., Neate G.J., Priest R.H**.. (1988) Creep, fatigue and creep-fatigue crack growth rates in parent and simulated HAZ type 321 stainless steel.// *Fatigue and fracture of engineering materials & structures11* – 11 Number 5 p. 35.
9. **Koterazawa R.** (1994) Creep-Fatigue crack growth of metallic materials at elevated temperatures// *Advances in Fracture resistance and structural integrity. – Pergamon*, 497-504.

MATEMATYCZNY MODEL OCENY CZASU WZROSTU PĘKNIĘCIA W WYNIKU PEŁZANIA – ZMĘCZENIA DLA MATERIAŁÓW KONSTRUKCYJNYCH PRZY WYSOKIEJ TEMPERATURZE

Streszczenie: W tej pracy zaproponowano matematyczny model obliczeniowy dla istotnego zagadnienia naukowo – inżynierskiego. tj. oceny czasu życia elementów konstrukcyjnych poddanych wysokotemperaturowemu zmęczeniu. Uzyskano różniczkowe równanie dla pewnych początkowych i końcowych warunków do oceny trwałości elementów trójwymiarowych. Powyższy model matematyczny sformułowano na podstawie podejścia energetycznego. Zaproponowane podejście umożliwia połączenie obciążeń zmęczeniowych i pełzania w jednym równaniu. Znane z literatury wyniki doświadczeń potwierdziły słuszność proponowanego modelu.

O WPŁYWIE ZUŻYCIA NA DYNAMIKĘ TŁUMIKA DRGAŃ

Jan AWREJCEWICZ[*], Yuriy PYRYEV[*]

[*] Katedra Automatyki i Biomechaniki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Łódzka, ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź

awrejcew@p.lodz.pl, yupyrjew@p.lodz.pl

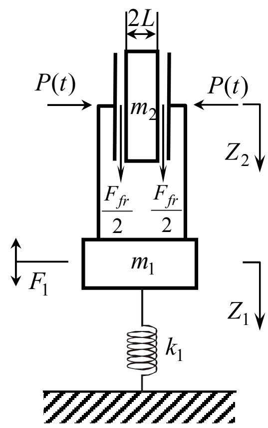
Streszczenie: W pracy zaproponowano i dokonano analizy modelu matematycznego dynamicznego tłumika drgań z tarciem suchym z uwzględnieniem zjawiska zużycia materiału trących się ciał. W szczególności oszacowano wpływ parametrów zużycia na charakter ruchu okresowego badanego układu w oparciu o rozwiązania analityczne i symulacje numeryczne.

1. WPROWADZENIE

Tłumiki dynamiczne należą do jednych z najwcześniej wynalezionych tłumików drgań skrętnych, o czym świadczy np. szeroko opisywany w literaturze tłumik Lanchestera (Den Hartog, 1971; Giergiel, 1990). Składa się on z dwóch połączonych tarcz pracujących jako koła zamachowe i z możliwością realizacji swobodnych obrotów w łożyskach wału. Pomiędzy nimi znajduje się sztywno połączona z wałem piasta. Z kolei do tej piasty przymocowane są okładziny hamulcowe, a do nich tarcze mogą być dociskane za pomocą np. sprężyn, co w konsekwencji prowadzi do pojawienia się momentu sił tarcia suchego. Już wcześniej zauważono (Den Hartog, 1971), że przy spełnieniu określonego warunku podczas rezonansu amplituda drgań w rozpatrywanych modelach matematycznych układu (równania różniczkowe zwyczajne) jest nieskończoną dużą. Ostatnie wyniki prac w tym obszarze teorii drgań konstrukcji (Awrejcewicz i Pyryev, 2006) pokazują jednak, że uwzględnienie procesów wytwarzania ciepła generowanego przez tarcie suche prowadzi do zniknięcia rezonansu, co odpowiada rzeczywistej dynamice rozpatrywanego tłumika. W niniejszej pracy w odróżnieniu od powszechnie stosowanych metod analizy modeli matematycznym tłumika z tarciem suchym uwzględniono również zjawisko zużycia materiałów trących się ciał.

2. MODEL MATEMATYCZNY

Na rysunku 1 przedstawiono model dynamicznego tłumika drgań układu Lanchestera z tarciem suchym (Giergiel, 1990). Ciało o masie m_1 modeluje układ podstawowy (wał, łożyska). Drgania układu są wymuszone harmoniczną wymuszającą siłą $F_1=F_0\sin\omega_0't$. Wprowadzamy następujące oznaczenia: m_1 – masa, k_1 – współczynnik sprężystości więzów układu głównego, F_0, ω_0' – odpowiednio amplituda i częstość siły wymuszającej. Do rozpatrywanego układu dodano tłumik (dwie połączone tarcze) o masie m_2 połączone z ciałem o masie m_1 poprzez układ dociskający, w wyniku czego występuje siła tarcia suchego F_{fr} oraz zużycie ciała. Niech analizowanym elementem trącym będzie sprężysta płyta w kształcie prostopadłościanu ($2L$ x b_1 x b_2), która może poruszać się w kierunku Z_2 wzdłuż ścian układu głównego. Początkowa wartość odległości pomiędzy ścianami jest równa grubości płyty ZL. Następne odległość ta zmniejsza się o wartość $2U_0h_U(t)$ (po skręceniu śrub). Uważamy, że funkcja $h_U(t)$ jest nam znana i ma właściwości: $h_U(0)=0$, $h_U(t)\to 1$, $t\to\infty$. W wyniku tego procesu na ścianach prostopadłościanu $X=\pm L$ pojawia się ciśnienie kontaktowe $P(t)$ i tarcie suche określone funkcją $F_{fr}(V_r)$, przy czym V_r jest prędkością względną płyty i ścian, tzn. $V_r=\dot{Z}_1-\dot{Z}_2$. Przyjmujemy również, że zgodnie z założeniami Amontonsa siła tarcia jest równa $F_{fr}=2f(V_r)P$, gdzie $f(V_r)$ oznacza współczynnik tarcia kinetycznego. Zakładamy, że $f(V_r)=f_s\mathrm{sgn}(V_r)$.



Rys. 1. Model dynamicznego tłumika drgań

W wyniku działania sił tarcia na powierzchni kontaktu $X=\pm L$ dochodzi do frykcyjnej generacji ciepła i zużycia (Awrejcewicz i Pyryev 2002). Praca sił tarcia przekształca się w energię cieplną i dyssypację mechaniczną. Zakładamy, że pomiędzy płytą i ścianami zachodzi wymiana ciepła zgodnie z założeniami Newtona. Powierzchnie płyty niebędące w kontakcie ze ścianami są izolowane i posiadają wymiary $L/b_1<<1$, $L/b_2<<1$. Założenia te pozwalają na przyjęciu modelu jednowymiarowego. Dynamiczne równania ruchu dla układu pokazanego na rysunku 1 mają postać (Giergiel, 1990; Awrejcewicz i Pyryev, 2006):

$$m_1\ddot{Z}_1 + k_1 Z_1 + 2f(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2)P(t) = F_1\,, \tag{1}$$

$$m_2\ddot{Z}_2 - 2f(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2)P(t) = 0\,. \tag{2}$$

Aby rozwiązać układ równań (1), (2) musimy dysponować ciśnieniem kontaktowym $P(t)$. Dlatego w przyjętym modelu jednowymiarowym rozwiązujemy równania opisujące naprężenia cieplne w płycie (Nowacki, 1970) o postaci

$$\frac{\partial}{\partial X}\left[\frac{\partial U(X,t)}{\partial X} - \alpha\frac{1+\nu}{1-\nu}T(X,t)\right] = 0\,, \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 T(X,t)}{\partial X^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T(X,t)}{\partial t}\,,\ X \in (-L,L)\,, \tag{4}$$

przy następujących mechanicznych warunkach brzegowych

$$U(\mp L,t) = \pm U_0 h_U(t) \mp U^w(t)\,, \tag{5}$$

warunkach brzegowych cieplnych

$$\mp\lambda\frac{\partial T(\mp L,t)}{\partial X} + \alpha^T T(\mp L,t) = (1-\eta)f(V_r)V_r P(t)\,, \tag{6}$$

oraz zerowych warunkach początkowych, gdzie ν, λ, α, α^T są to odpowiednio współczynniki Poissona, przewodnictwa cieplnego, wyrównywania temperatury (dyfuzyjność cieplna), liniowej rozszerzalności cieplnej płyty i przejmowania ciepła od ściany do płyty, η jest częścią mocy sił tarcia traconej na zużycie $\eta \in [0,1]$, $U(X,t)$ jest przemieszczeniem w kierunku X, natomiast $T(X, t)$ oznacza temperaturę płyty.

W dalszych rozważaniach dla prędkości zużycia ciernego wykorzystujemy równanie (Goryacheva, 1998)

$$\dot{U}^w(t) = K^w |V_r|^m P^n(t)\,, \tag{7}$$

gdzie K^w oznacza współczynnik zużycia, a m, n są parametrami. Współczynniki K^w, m, n zależą od właściwości materiałów, frykcyjnych parametrów sprzężenia, temperatury i innych parametrów.

Naprężenie normalne w płycie można wyznaczyć przy pomocy zależności (Nowacki, 1970)

$$\sigma_{XX}(X,t) = \frac{E}{1-2\nu}\left[\frac{1-\nu}{1+\nu}\frac{\partial U(X,t)}{\partial X} - \alpha T(X,t)\right], \tag{8}$$

gdzie E jest modułem sprężystości płyty, a $P(t) = -\sigma_{XX}(\pm L,t)$ oznacza ciśnienie kontaktowe. Wielkości m_1, m_2, k_1, P, F_1 wyrażone są na jednostkę powierzchni kontaktu $S = b_1$x b_2 płyty i ściany.

Całkowanie równania (3) z uwzględnieniem (5), (8) prowadzi do wyznaczenia ciśnienia kontaktowego

$$P(t) = \frac{E(1-\nu)\left[U_0 h_U(t) - U^w(t)\right]}{(1+\nu)(1-2\nu)L} + \frac{E\alpha}{(1-2\nu)L}\frac{1}{2}\int_{-L}^{L} T(\xi,t)d\xi\,. \tag{9}$$

Temperaturę płyty znajdujemy z rozwiązywania zagadnienia (4) – (6) wykorzystując transformację Laplace'a. Ostateczne w postaci bezwymiarowej rozpatrywane zagadnienie sprowadza się do rozwiązywania równań

$$\ddot{z}_1 + z_1 + f_{fr}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2, z_1) = \sin(\omega_0\tau)\,, \tag{10}$$

$$\mu\ddot{z}_2 - f_{fr}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2, z_1) = 0\,, \tag{11}$$

$$f_{fr}(\mathrm{v}_r, z_1) = \begin{cases} f_{slip}, & \mathrm{v}_r \neq 0, \\ f_{stick}, & \mathrm{v}_r = 0, \end{cases},$$

$$\mathrm{v}_r = \dot{z}_1 - \dot{z}_2\,,\ f_{slip} = \varepsilon F(\mathrm{v}_r)p(\tau)\,, \tag{12}$$

$$f_{stick} = \min\left(\frac{\mu}{1+\mu}\left|\sin(\omega_0\tau) - z_1\right|, \varepsilon p(\tau)\right)\mathrm{sgn}\left(\sin(\omega_0\tau) - z_1\right),$$

$$\begin{aligned} p(\tau) = {} & h_U(\tau) - u^w(\tau) + \\ & + \Omega_1\int_0^\tau F(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)p(\xi)(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)\dot{G}_p(\tau-\xi)d\xi, \end{aligned} \tag{13}$$

$$u^w(\tau) = k^w\int_0^\tau |\dot{z}_1 - \dot{z}_2|p(\xi)d\xi\,. \tag{14}$$

Temperaturę wyznaczamy ze wzoru

$$\theta(x,\tau) = \Omega_1\int_0^\tau F(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)p(\xi)(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)\dot{G}_\theta(x,\tau-\xi)d\xi\,, \tag{15}$$

gdzie

$$\{G_p(\tau), G_\theta(\pm1,\tau)\} = \frac{1}{\tau_T Bi} - \sum_{m=1}^{\infty}\frac{\{2Bi, 2\mu_m^2\}\exp(-\tau_T\mu_m^2\tau)}{\tau_T\mu_m^2(Bi(Bi+1)+\mu_m^2)}\,, \tag{16}$$

przy czym μ_m (m=1,2,3…) są pierwiastkami równania charakterystycznego $\tan(\mu)=Bi/\mu$. Powyżej zostały wprowadzone parametry bezwymiarowe

$$x = \frac{X}{L},\ \tau = \frac{t}{t_*},\ \theta = \frac{T}{T_*},\ p = \frac{PS}{N_*},\ z_n = \frac{Z_n}{L_*},\ n = 1,2\,,$$

$$\varepsilon = \frac{2N_* f_s}{F_0 S},\ Bi = \frac{\alpha^T L}{\lambda},\ \tau_T = \frac{t_*}{t_T},\ l = \frac{L_*}{L},\ \gamma = \frac{E\alpha a}{(1-2\nu)\lambda}\,,$$

$$\Omega_1 = \gamma l\,,\quad \omega_0 = \omega_0'/\omega_{01}\,,\ \mu = m_2/m_1\,, \tag{17}$$

$$\omega_{01} = \sqrt{k_1/m_1}\,,\ t_T = L^2/a\,,\ f(L_* t_*^{-1}\mathrm{v}_r) = f_s F(\mathrm{v}_r)\,,$$

a w powyższych równaniach wykorzystano następujące parametry:

$$t_* = \frac{1}{\omega_{01}}[\mathrm{s}],\ L_* = \frac{F_0}{k_1}[\mathrm{m}],\ N_* = \frac{E(1-\nu)U_0 S}{(1+\nu)(1-2\nu)L}[\mathrm{N}],$$

$$T_* = \frac{(1-\nu)U_0}{\alpha(1+\nu)L}[^0\mathrm{C}]. \tag{18}$$

3. ANALIZA PROCESU

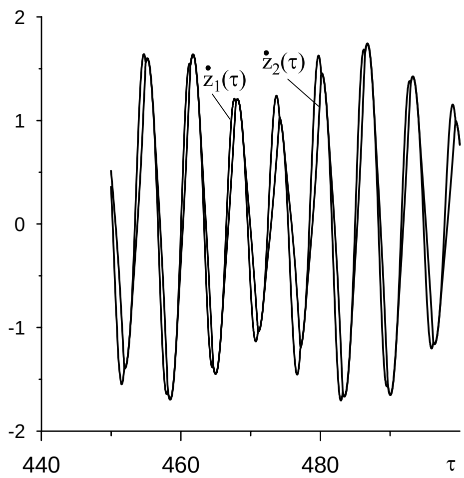
Analiza numeryczna rozpatrywanego zagadnienia została przeprowadzona przy wykorzystaniu metody Rungego-Kutty i metody kwadratur (Awrejcewicz, Pyryev, 2002) dla funkcji $h_U(\tau)$=0, τ≤0, $h_U(\tau)$=1, τ>0, m=n=1. Dynamiczny tłumik drgań z tarciem suchym może nie spełniać swego przeznaczenia (Den Hartog, 1971). Jak dowiedziono w pracy (Awrejcewicz i Pyryev, 2007), uwzględnienie wytwarzania ciepła na powierzchni kontaktu tłumika i ciała drgającego oraz rozszerzenie cieplne tłumika w modelu matematycznym tłumika dynamicznego powoduje zniknięcie zjawiska rezonansu. Układ rzeczywisty podlega samoregulacji (dobiera optymalne ciśnienie kontaktowe wskutek tarcia i rozszerzenia cieplnego). Rolę regulatora odgrywa termosprężysta płyta rozszerzająca się odpowiednio do warunków prędkości ślizgania i warunków wymiany ciepła. Uwzględnienie zjawiska zużycia prowadzi do zużycia płyty.

W pracy dokonano analizy wpływu wartości współczynnika zużycia k^w na ruch układu z dynamicznym tłumikiem drgań z tarciem suchym. Zostały wprowadzone następujące bezwymiarowe parametry układu: $\mu=0.8$, $\varepsilon=0.4$. Dla bezwymiarowej częstości $\omega_0=1$ bez uwzględnienia wytwarzania cieplnego i zużycia w układzie pojawia się rezonans (Awrejcewicz, Pyryev, 2007) przy spełnieniu warunków

$$\varepsilon_0 < \varepsilon\,, \ \sqrt{\omega_+} < \omega_0 < \sqrt{\omega_-}\,, \tag{19}$$

gdzie

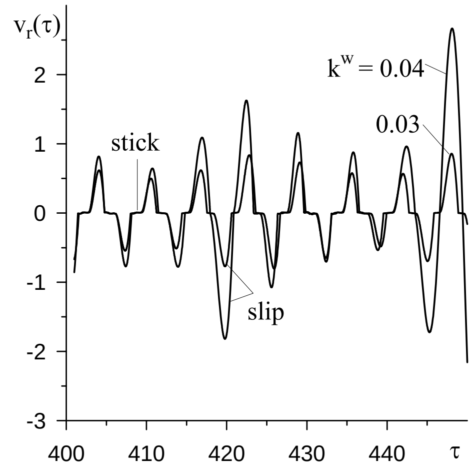
$$\varepsilon_0 = \frac{\pi\mu}{4(1+\mu)}\,, \ \omega_\pm = \frac{\varepsilon}{(1+\mu)(\varepsilon \pm \varepsilon_0)}\,. \tag{20}$$



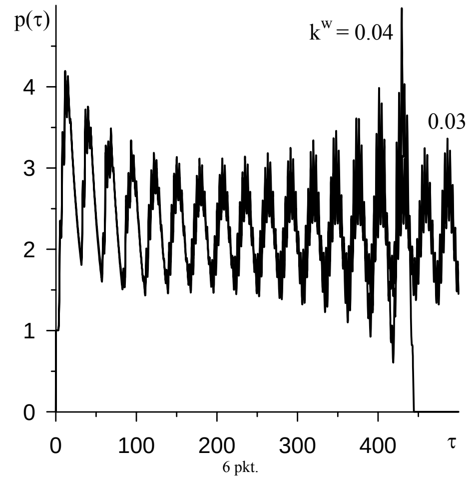
Rys. 2. Ewolucja w czasie bezwymiarowej prędkości

Uwzględnienie rozszerzalności cieplnej płyty ($\Omega_1=0.1$, $\tau_T=0.1$, $Bi=1$) prowadzi do zniknięcia rezonansu. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunkach 2-7 dla różnych parametrów zużycia k^w. Na rysunku 2 pokazano zależność bezwymiarowej prędkości $\dot{z}_1(\tau)$ i $\dot{z}_2(\tau)$ od bezwymiarowego czasu $\tau=t/t_*$ dla bezwymiarowego parametru zużycia $k^w=0.03$.

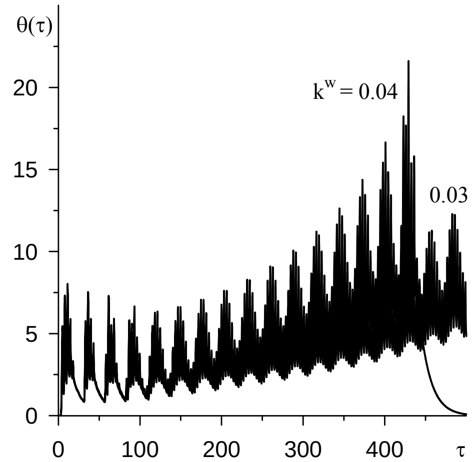
Zależność bezwymiarowej prędkości względnej $v_r(\tau)$, bezwymiarowego ciśnienia kontaktowego $p(\tau)$ i temperatury powierzchni kontaktu $\theta(\tau)$ od bezwymiarowego czasu $\tau=t/t_*$ pokazano odpowiednio na rysunkach 3, 4 i 5 ($k^w=0.03$ i $k^w=0.04$).



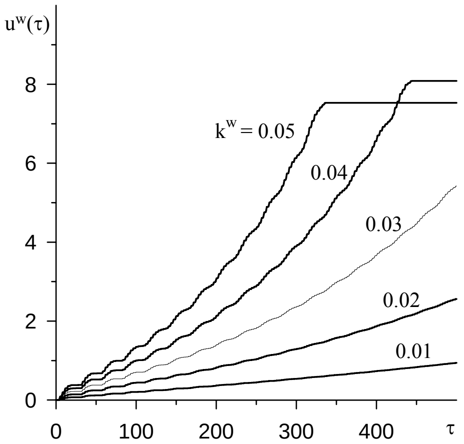
Rys. 3. Ewolucja w czasie bezwymiarowej prędkości względnej dla różnych wartości parametru zużycia



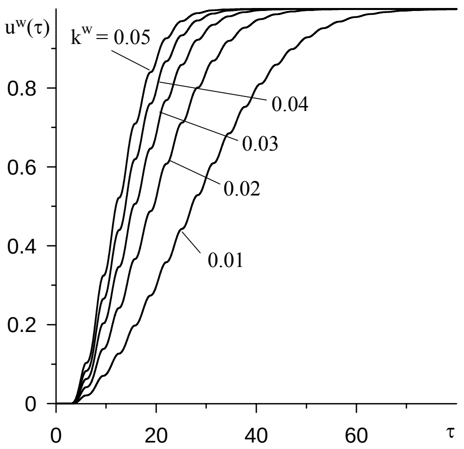
Rys. 4. Ewolucja w czasie ciśnienia kontaktowego dla różnych wartości parametru zużycia



Rys. 5. Ewolucja w czasie bezwymiarowej temperatury powierzchni kontaktu dla różnych wartości parametru zużycia



Rys. 6. Ewolucja w czasie bezwymiarowego zużycia dla różnych wartości parametru zużycia z uwzględnieniem rozszerzalności cieplnej płyty ($\Omega_1 = 0.1$)



Rys. 7. Ewolucja w czasie bezwymiarowego zużycia bez uwzględnieniem rozszerzalności cieplnej płyty ($\Omega_1 = 0$).

Również na rysunkach 6 i 7 przedstawiono wykresy zależności bezwymiarowego zużycia $u^w(\tau)$ od bezwymiarowego czasu τ dla różnych wartościach bezwymiarowego parametru zużycia (k^w=0.01–0.05).

4. WNIOSKI

Dla malej wartości współczynnika zużycia (k^w=0.01) zużycie rośnie prawie liniowo (rys. 6). Układ przebywa w stanie drgań samowzbudnych dla wartości współczynnika zużycia k^w=0.01–0.03. Układ drga z częstotliwością $T_0 \approx 2\pi/\omega_0 = 2\pi$. Zmiany w czasie ciśnienia kontaktowego oraz temperatury na powierzchni kontaktu posiadają okres $T_1 \approx T_0/2 = \pi$ (rys. 4, 5). Dla bezwymiarowego czasu $\tau \in (445,500)$ analiza wykresów przedstawionych na rysunkach 2 i 3 prowadzi do wniosku, że stan sczepienia (stick) kontaktujących się ciał okresowo przechodzi w stan poślizgu (slip). W tym przypadku, wartość zużycia jest mniejsza od wartości rozszerzenia cieplnego płyty i czas przebywania układu w kontakcie jest „nieograniczony”. Zużycie rośnie (rys. 6), ale temperatura również wzrasta i kompensuje zużycie (rys 5, k^w=0.03). W przypadku k^w>0.03, gdy wartość zużycia płyty jest większa od wartości jej rozszerzenia cieplnego czas przebywania układu w kontakcie jest ograniczony (rys. 4 dla k^w=0.04 i rys. 6 dla k^w=0.04, 0.05), a następnie mamy do czynienia ze zjawiskiem rezonansu. Na rysunku 3 dla k^w=0.04 widzimy początek nieograniczonego wzrostu amplitudy prędkości względnej. Analiza wykresów na rysunku 6 prowadzi do wniosku, że przy uwzględnieniu rozszerzalności cieplnej płyty wartość zużycia jest większa ze względu na wartość wstępnego ściśnięcia płyty (bezwymiarowa wartość wynosi 1). Po zużyciu płyty ciśnienie kontaktowe osiąga wartość zerową (rys 4, k^w=0.04) i temperatura płyty spada do zera (rys 5, k^w=0.04).

Zużycie płyty w przypadku nie uwzględnienia generacji cieplnej (Ω_1=0) przedstawiono na rysunku 7. Wzrost współczynnika zużycia prowadzi do zmniejszenia czasu przebywania układu w kontakcie.

LITERATURA

1. **Awrejcewicz J., Pyryev Yu.** (2002), Thermoelastic contact of a rotating shaft with a rigid bush in conditions of bush wear and stick-slip movements, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 40, 1113-1130.
2. **Awrejcewicz J., Pyryev Yu.** (2004),Contact phenomena in braking and acceleration of bush-shaft system, *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 27, No 5, 433-454.
3. **Awrejcewicz J., Pyryev Yu.** (2005), Thermo-mechanical model of frictional self-excited vibrations, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 47, 1393-1408.
4. **Awrejcewicz J., Pyryev Yu.** (2006), On the heat transfer influence on dynamical damper self-vibrations, *Proceedings of the 22nd International Conference on Vibrations in Physical Systems, Poznań-Będlewo, Poland, April 18-22, 2006*, 65-72.
5. **Awrejcewicz J., Pyryev Yu.** (2007), Dynamical damper of vibration with thermo-elastic contact, *Archive of Applied Mechanics* (to appear).
6. **Den Hartog J. P.** (1971), *Drgania mechaniczne*, PWN, Warszawa.
7. **Giergiel J.** (1990), *Tłumienie drgań mechanicznych*, PWN, Warszawa.
8. **Goryacheva I. G.** (1998), *Contact mechanics in tribology (Solid mechanics and its applications)*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.
9. **Nowacki W.** (1970), *Teoria sprężystości*, PWN, Warszawa.

ON THE WEAR INFLUENCE ON A DAMPER DYNAMICS

Abstract: A novel mathematical model of a dynamic vibration damper taking into account wear of contacting bodies is proposed and studied. Both analytical and numerical approaches are applied to analyze the system behavior of various parameters. In particular, influence of wear on a periodic dynamics of the system is reported.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr 4 TO7C 044 29 finansowanego ze środków na naukę w latach 2005-2008 Ministerstwa Edukacji i Nauki.

РАЗРУШЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ КОНТАКТНОМ НАГРУЖЕНИИ

Павел БОГДАНОВИЧ[*], Денис ТКАЧУК[**], Дмитрий БЛИЗНЕЦ[*]

[*] Кафедра "Материаловедение и технология материалов" Белорусского государственного университета транспорта, ул. Кирова 34, 246653 Гомель, Беларусь
[**] Институт механики металлополимерных систем им. В.А. Белого НАН Беларуси, ул. Кирова 32а, 246050 Гомель, Беларусь

bogdanovich@belsut.gomel.by

Резюме: Приводятся данные о кинетике, механизмах разрушения и интенсивности изнашивания силикатного стекла и сапфира при их высокоскоростной абразивной обработке. Обсуждаются закономерности влияния нагрузки, скорости перемещения абразивных частиц и времени распиливания сапфира и монокристалла алмаза на температурные поля в зоне резания и прилегающих областях. Показано, что при высоких скоростях максимум поверхностной температуры смещается за пределы контактной площадки, а температурные напряжения вызывают терморастрескивание сапфира и стекла в этой области. При распиливании кристалла алмаза температура в зоне резания может достигать значений, достаточных для его локальной графитизации.

1. ВВЕДЕНИЕ

Распиливание и абразивная обработка сверхтвердых материалов сопровождаются импульсным воздействием на материал механических и тепловых полей, которое приводит к усталостному разрушению прилегающих к зоне резания областей. В случае превышения критических режимов нагружения процесс разрушения становится неуправляемым. Это может заметно ухудшить качество готовых изделий. Например, при изготовлении изделий из сапфира, стекла и алмазов могут возникать дополнительные дефекты, трещины, терморaскалывание, возможны графитизация алмаза и ухудшение цветовых характеристик изделия (Дурасов, 1964; Petrokovets et al., 1998; Bogdanovich и Tkachuk, 2001; Лоладзе и Бокучава, 1967). Поэтому важно иметь данные о температурных и механических полях в зоне обработки при различных технологических режимах и их роли в разрушении твердых и сверхтвердых материалов.

2. МЕТОДИКА ИСПЫТАНИЙ

Исследования проводились на специально разработанной машине трения, позволяющей моделировать процессы распиловки и абразивной обработки твердых и сверхтвердых материалов при скоростях скольжения абразивного зерна по обрабатываемой поверхности, достигающих 100 м/с.

В качестве объекта исследования выбирались пластинки *1* из силикатного стекла (75×26×1 мм), диски из сапфира (18×1 мм) и кристаллы алмаза. При изучении абразивного изнашивания была реализована схема контакта обрабатываемая пластинка *2* (диск) – цилиндрическая поверхность вращающегося диска *1*, на которую шаржированием наносился слой абразивных частиц (рис. 1). В испытаниях материалов на изнашивание диаметр диска стального составлял 127 мм, а толщина – 5 мм. При распиливании применялись диски из бронзы БрОФ6,5-0,15 диаметром 76 мм и толщиной 0,05÷0,07 мм, шаржированные алмазным порошком АСН20/14.

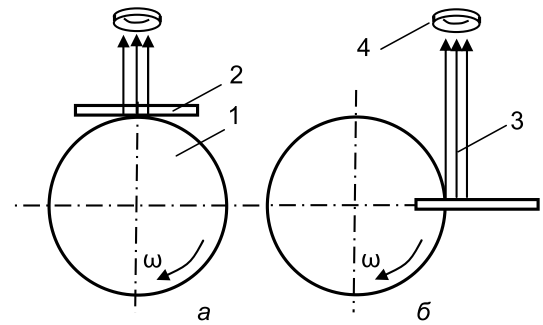


Рис. 1. Схемы контакта образца и диска при абразивном изнашивании (*а*) и распиливании (*б*)

В качестве приемника 4 теплового излучения *3* использованы тепловизор IR SnapShot и разработанный оптико-электронный преобразователь.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ

Скорость скольжения теплового источника (в нашем случае абразивного зерна) по поверхности изнашиваемого материала оказывает определяющее влияние на температуру пятна фактического контакта. Поэтому представляло интерес изучить влияние указанных факторов на температурные поля в зоне резания и закономерности разрушения материалов.

Исследования показали, что увеличение скорости скольжения V вызывает снижение массовой интенсивности изнашивания I_m, а при V = 25÷30 м/с кривая $I_m(V)$ имеет максимум (рис. 2). Такой характер зависимости $I_m(V)$ связан с конкурирующим влиянием ряда факторов. В частности, повышение скорости до ≈ 30 м/с вызывает рост толщины воздушного слоя и увеличение зазора между сопрягаемыми телами. При этом уменьшаться глубина внедрения абразивных частиц и, как следствие, снижается интенсивность изнашивания силикатного стекла, что подтверждается падением сопротивления перемещению сопрягаемых тел.

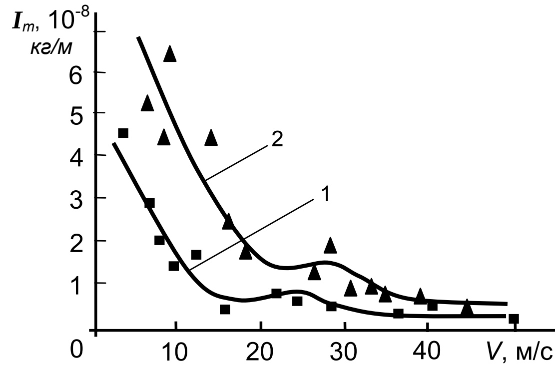


Рис. 2. Зависимости массовой интенсивности изнашивания силикатного стекла от скорости при: *1* – N = 1.74 Н; *2* – N = 2.16 Н

С повышением скорости количество генерируемой при трении теплоты возрастает, что приводит к локальному размягчению изнашиваемого материала, росту глубины внедрения h абразивных частиц в изнашиваемый материал и повышению I_m. Третий фактор связан с диссипацией тепловой энергии в процессе трения. С увеличением V уменьшается время между соседними вступлениями в контакт абразивных частиц с изнашиваемым материалом, что должно способствовать более интенсивному теплообразованию. С другой стороны, повышение скорости вращения диска увеличивает прокачку воздуха через зону контакта, что способствует более интенсивному охлаждению сопрягаемых тел. Последний фактор становится доминирующим при высоких скоростях. С повышением нормальной нагрузки N интенсивность теплообразования возрастает, снижается роль газодинамического эффекта, и координата минимума интенсивности изнашивания смещается в область меньших скоростей скольжения.

Нормальная нагрузка оказывает влияние на интенсивность изнашивания в основном через посредство глубины внедрения абразивных частиц в изнашиваемый материал и температуры пятен контакта, которая определяет глубину внедрения частиц и механические свойства изнашиваемого материала. С повышением нагрузки I_m вначале незначительно снижается (переход от хрупкого разрушения стекла к малоцикловой усталости), а затем возрастает. Это связано с ростом h и толщины интенсивно деформируемого и подлежащего разрушению слоя стекла.

Для выявления природы разрушения силикатного стекла и оценки влияния на этот процесс температуры были проведены испытания при V = 80 м/с и нагрузке 1,74 Н. Запись кинетики разрушения стекла при трении по стали показала, что этот процесс при высокоскоростном нагружении является результатом одновременной реализации двух типов разрушения. Первый из них – локальное плавление материала с последующим его оттеснением к выходу трущихся тел из контакта: на вершинах выступов материал поверхностного слоя стекла плавится и, формируясь в капли, стекает вдоль дорожки трения в направлении вектора скорости (рис. 3, стрелки 1).

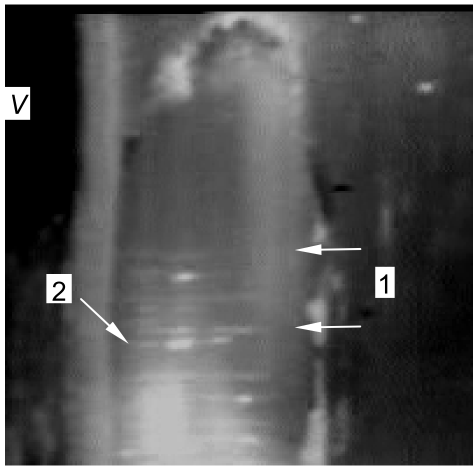


Рис. 3. К механизму изнашивания силикатного стекла

Второй механизм изнашивания – усталостное разрушение материала, локализующееся вблизи зон плавления (рис. 3, стрелка 2). Этот процесс вызван циклически повторяющимся импульсным воздействием температурных и механических контактных напряжений. Здесь определяющая роль в разрушении поверхностного слоя принадлежит температурному градиенту (может достигать тысячи градусов на миллиметр), являющемуся причиной высоких термических напряжений в областях, прилегающих к зоне локального плавления изнашиваемого материала.

Запись усталостного разрушения свидетельствует о том, что процесс роста микротрещин носит периодический характер. Появившись и достигнув определенной длины, микротрещина длительное время не изменяет свои размеры, затем наблюдается быстрое увеличение длины и после этого повторная стабилизация ее размеров. В период стабилизации возможно самозалечивание микротрещины, протекающее, по-видимому, за счет сжимающих напряжений в изнашиваемом материале впереди внедрившейся микронеровности контртела – абразивной частицы. После самозалечивания наблюдается повторное увеличение длины микротрещины, при этом ее рост на отдельных участках может протекать по траектории, отличающейся от первоначальной. Впоследствии ослабленный материал, находящийся между первоначальной и новой траекториями роста микротрещин, отделяется от основы, измельчается и удаляется с поверхности трения.

По мере увеличения скорости скольжения микрорельеф изношенной поверхности изменяется, наблюдается переход от одного доминирующего вида изнашивания к другому (рис. 4). При низких *V* температура в контакте не достигает высоких значений и поэтому материал образца подвергается в основном абразивному (полосы скольжения обозначены стрелкой *1*) и усталостному разрушению (трещины обозначены стрелкой *2*), которые являются следствием циклического воздействия температурных и контактных напряжений. Имеет также место хрупкое скалывание материала (см. в направлении *3*).

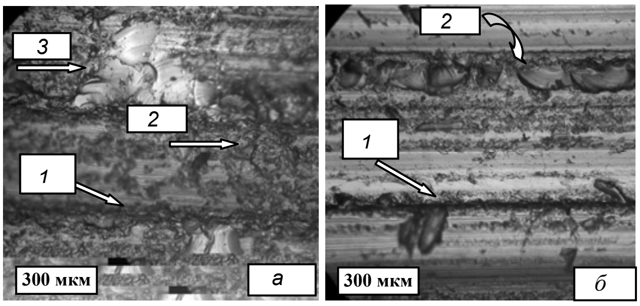


Рис. 4. Поверхности дорожек трения стекла после абразивного изнашивания при: *а* – $V = 26$ м/с; *б* – $V = 80$ м/с

С увеличением скорости до 55 м/с температура на пятнах контакта возрастает и повышается роль малоцикловой усталости, что приводит к выглаживанию изнашиваемой поверхности и снижению роли хрупкого разрушения. При $V = 80$ м/с и выше поверхность дорожки трения имеет более сглаженный рельеф, однако материал по краям глубоких бороздок (рис. 4, *б*, стрелка *1*) разрушается хрупко (стрелка *2*).

Характер разрушения материала серединного и периферийных участков дорожки трения различен. Поскольку максимум температуры фрикционного нагрева смещается к границе выхода абразива из контакта, эта область разрушается более интенсивно (рис. 5).

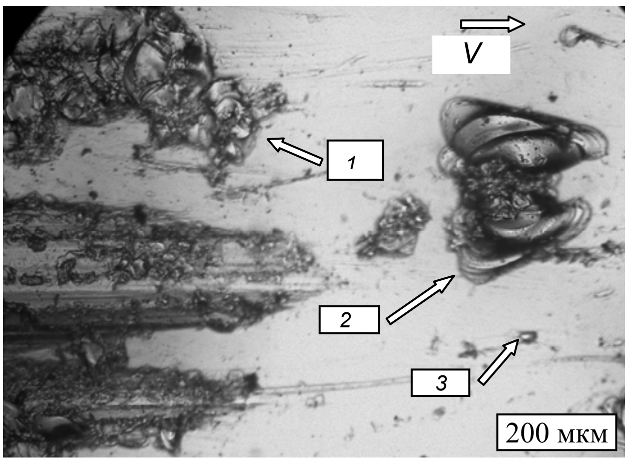


Рис. 5. Поверхность дорожки трения стекла в зоне выхода из контакта после абразивного изнашивания при $V = 80$ м/с

Здесь температурные напряжения настолько велики, что вызывают терморастрескивание материала даже за пределами контактной площадки – на прилегающем к ее границе участке образуется цепочка разрушений сферической формы (рис. 5, стрелка *1*). На значительном расстоянии от границы контакта материал образца подвергается терморастрескиванию (см. в направлении *2*). За пределы дорожки трения выносится расплавленное стекло, оседающее на поверхности образца в виде капель (рис. 5, стрелка *3*).

Для сапфира характерны подобные описанным выше закономерности изнашивания. Зависимость $I_m(V)$ изображается кривыми с минимумом (рис. 6). Однако, в отличие от стекла, у сапфира проявляется анизотропия усталостной прочности: I_m в двух взаимно перпендикулярных направлениях различается в 8÷10 раз.

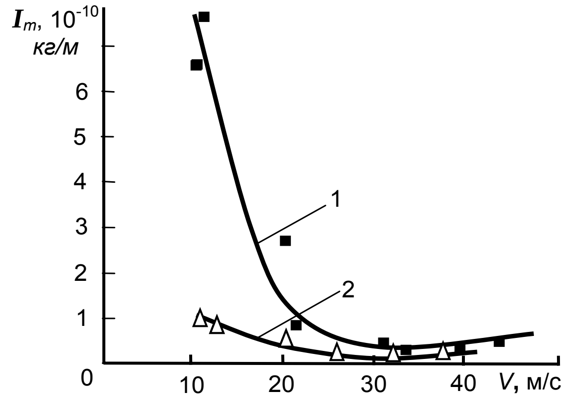


Рис. 6. Зависимость массовой интенсивности абразивного изнашивания сапфира от скорости скольжения в двух взаимно перпендикулярных направлениях при $N = 1{,}3$ Н

Возможность разрушения за пределами контактной площадки подтверждается исследованиями распределения поверхностной температуры $T_{пов}$ по поверхности пластинки сапфира: она достигает максимума не в зоне контакта абразивный инструмент – сапфир, а на расстоянии ≈ 1 мм перед ней (область белого цвета на рис. 7). Эффект смещения максимума $T_{пов}$ может быть обусловлен тем, что участки сапфира, непосредственно прилегающие к бронзовому диску, быстро охлаждаются.

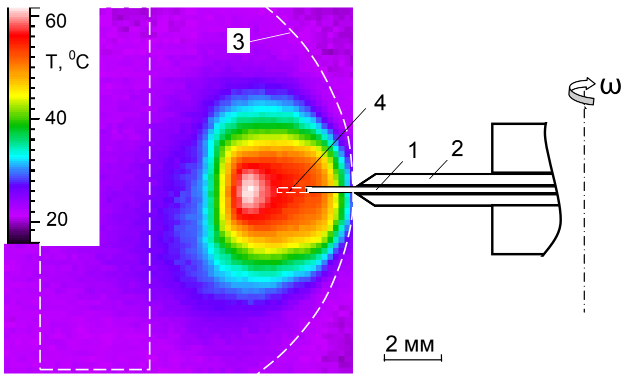


Рис. 7. Тепловизионное ИК изображение и схема распиловки пластинки сапфира при $V = 23{,}6$ м/с и $N = 0{,}65$ Н: *1* – распиловочный диск; *2* – прижимные фланцы; *3* – контур пластинки из сапфира; *4* – контур распиловочного диска

В отличие от сапфира, скорость распиливания алмаза на порядок ниже, т.к. его высокая твердость обусловливает не только малую глубину внедрения абразивных частиц, но и приводит к износу и закруглению их режущих кромок. Это является причиной интенсивного тепловыделения и повышения температуры в зоне резания. $T_{пов}$ алмаза при близких режимах нагружения в 2÷10 раз превышает $T_{пов}$ сапфира (рис. 8). Температура нагрева алмаза определяется не только режимами резания, но и напряженным состоянием и анизотропией свойств монокристалла. Температура, достигающая 400 °С и более, косвенно подтверждает возможность локальной, вызванной вспышками температуры на пятнах контакта, графитизации алмаза, протекающей при температурах ≈ 600 °С.

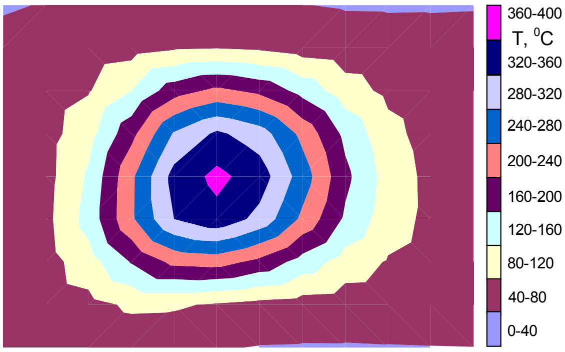


Рис. 8. Температурное поле в зоне резания и прилегающих областях распиливании алмаза

На поверхности диска регистрируются нагретые участки после выхода их из зоны резания. Это выступающие за контур диска крупные абразивные частицы или отколовшиеся частицы обрабатываемого материала. Их температура достигает 90 °С. Они могут повторно вступать в контакт, не успев охладиться до комнатной температуры и способствуя аккумуляции теплоты в кристалле и повышению его температуры.

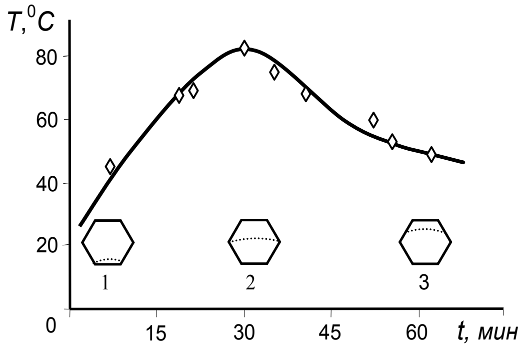


Рис. 9. Типичная кинетическая кривая максимальной температуры в зоне распиливания монокристалла алмаза

В начальный момент распиливания, когда глубина внедрения диска мала (рис. 9, *1*), температура алмаза незначительно превышает температуру окружающей среды. Далее глубина внедрения диска в алмаз растет, увеличивается дуга контакта и абразивная частица дольше находится в контакте с алмазом. Это приводит к большему тепловыделению и повышению температуры алмаза (рис. 9, *2*), которое продолжается до тех пор, пока увеличивается дуга контакта. После достижения максимума *T* снижается, т.к. дуга контакта становится короче (рис. 9, *3*) и уменьшается время нахождения частиц в контакте с алмазом.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выявлены закономерности нагрева и разрушения стекла, сапфира и алмаза при высокоскоростной абразивной обработке. В зоне контакта реализуются периодически повторяющиеся процессы: плавление стекла на пятнах контакта и усталостное разрушение, вызванное совместным действием контактных и температурных напряжений. С увеличением скорости вращения диска происходит переход от хрупкого усталостного изнашивания стекла и сапфира к абразивному, а интенсивность изнашивания имеет минимум.

При скоростях > 80 м/с температурные напряжения достигают такой величины, что материал подвергается терморастрескиванию даже за пределами дорожки трения, что обусловлено смещением максимума температуры за пределы контактной площадки.

Изучены температурные поля в зоне распиливания сапфира и алмаза. Увеличение нагрузки, частоты вращения диска и времени распиливания сапфира приводит, при практически неизменной форме термограмм, к возрастанию максимальной температуры. Температура в зоне резания алмаза в 2÷10 раз выше, чем сапфира, и может достигать значений, при которых возможна локальная графитизация алмаза.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Дурасов В.М.** (1964), О некоторых физических процессах, происходящих при механической обработке алмазов, *Сб. тр. ВНИИГознака*, № 5, 33 – 34.
2. **Petrokovets M.I., Bogdanovich P.N., Tkachuk D.V.** (1998), Thermal instability of friction pairs, *Problemy Eksploatacji*, V. 30, № 3, 189–198.
3. **Bogdanovich P.N., Tkachuk D.V.** (2001), The influence of overlapping factor on temperature field in friction units, *Tribologia*, № 2, 191 – 199.
4. **Лоладзе Т.Н., Бокучава Г.В.** (1967), *Износ алмазов и алмазных кругов*, Москва.

FAILURE OF MATERIALS AT DYNAMIC CONTACT LOADING

Abstract: The paper reports data on the kinetics, failure mechanisms, and wear rate of silicate glass and sapphire in high-speed abrasive machining. Regularities of the effect of the load, the velocity of abrasive particle movement, and the duration of the cutting of sapphire and the diamond monocrystal on temperature fields in the cutting zone and adjacent areas are discussed. It is shown that at high velocities the maximal surface temperature position shifts outside the contact site and temperature stresses cause the thermal cracking of sapphire and glass in this zone. When cutting a diamond monocrystal the temperature in the cutting zone can reach values sufficient for its local graphitization to occur.

TEMPERATURE AND HYDROGEN CONCENTRATION INFLUENCE ON Zr-2.5Nb ALLOY MECHANICAL AND FRACTURE TOUGHNESS CHARACTERISTICS

Mykolas DAUNYS*, Romualdas DUNDULIS*, Povilas KRASAUSKAS*

* Machine Design Department, Kaunas University of Technology, Kęstučio 27, 44312 Kaunas, Lithuania

Mykolas.Daunys@ktu.lt, romdun@ktu.lt, pokras@ktu.lt

Abstract: This paper deals with an investigation of temperature and hydrogen concentration influence on Ignalina NPP RBMK-1500 unit 2 reactor fuel channel tube material - Zr-2.5Nb zirconium alloy (TMT-2) mechanical and fracture toughness characteristics. Two types of specimens were used in this study - tensile and compact semi-natural specimens. Testing temperatures were selected from 20 to 300ºC that correspond various operating regimes of the reactor. Made-up hydrogen saturated specimens were tested at hydrogen concentration levels from 52 up to 140 ppm in order to examine hydrogen influence on mechanical and fracture toughness characteristics of the alloy. Dependence of fracture toughness to various mechanical characteristics of the alloy was analysed. Investigation has shown correlation of stress intensity factor K_C^* to modified plasticity criterion of the alloy.

1. INTRODUCTION

The analysis of fuel channels tube material aging influence on its service lifetime is executed from the positions of fuel channel ability to perform predicted by the design its functions. Under radiation, the metallic materials, especially titanium and zirconium alloys, accumulate hydrogen, which ingress results on to mechanical characteristics of the materials.

Hydrogen ingress leads to the radiation strengthening and embrittlement of zirconium alloy and may cause changes in the fuel channel tube sizes: change of the wall thickness and elongation of the tube.

Hydrogen absorption also leads to the material embrittlement and delayed hydride cracking (DHC) and is one of the factors, which has determinant influence on fuel channel tube service lifetime (Lanin et al, 1984; Yamanaka et al, 2004).

From the other side, it is well known that increase of metal temperature causes decreasing of main mechanical and fracture toughness characteristics (Lanin et al, 1984).

Investigation of temperature and hydrogen influence on mechanical and fracture characteristics of various materials and alloys is described in a number of research works, mostly of which are not available for public study, however as complex research, where interaction of both factors are examined in a wide spectrum of temperatures and hydrogen concentration on material characteristics and behaviour is not investigated yet (Lanin et al, 1984; Yamanaka et al, 2004).

In cooperation with Lithuanian Energy Institute semi-natural specimens were produced and saturated to the hydrogen concentration levels from 52 to 140 ppm.

In order to evaluate hydrogen concentration influence on mechanical characteristics $R_{p0.2}$, R_m, σ_f, A_5, Z, E and fracture toughness K_C^* of the zirconium alloy, hydrogen free and hydrogen saturated specimens were tested in the interval of temperatures from 20 to 300ºC.

2. SPECIMENS AND TESTING TECHNIQUE

Investigation of temperature and hydrogen concentration influence on mechanical and fracture toughness characteristics has been carried out on two types of the specimens, cut off from the fuel channel tube with diameter 88 mm and wall thickness of 4 mm – tensile (Fig.1a) and compact (Fig.1b).

In order to examine the influence of hydrogen concentration, hydrogen free (there is assumed that in the initial state after production fuel cannel, the content of hydrogen in the zirconium pipe comprises 0.7 – 3 ppm) and three concentration levels of hydrogen saturated specimens - 52, 100 and 140 ppm, were tested.

Investigation has been performed on the 50 kN capacity tension-compression testing machine with the stress rate $\sigma_1 = 20$ MPa/s, that is in accordance to the requirements EN 10002-1 - to keep stress loading rate in limits 2 - 20 MPa/s. Testing procedure was performed in accordance to the standards EN ISO 12737, ASTM E 399-90.

In order to maintain tensile stress direction perpendicular to the crack growth plane during fracture toughness testing, the grips of compact specimens were subjected by the conically shaped pins, which angle was calculated with respect to arch radius of the specimen and initial crack length, which has been precracked on high frequency testing equipment.

Testing of the specimens at elevated temperatures has been carried out by using induction heating with predicted temperature control accuracy ± 2.5ºC (Daunys et al, 2006).

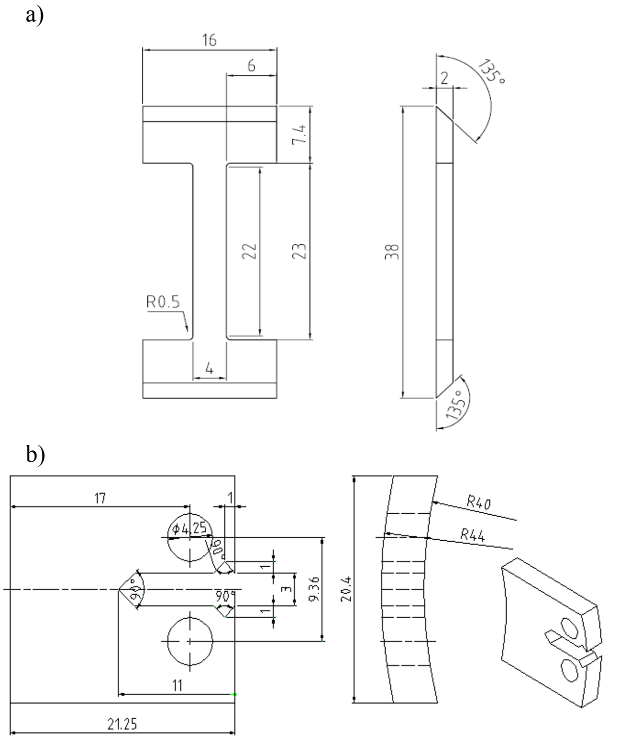


Fig. 1. Shape and dimensions of tensile (a) and compact (b) specimens

In order to maintain initial hydrogen concentration level in the hydrogen saturated specimens during their heating, temperature increasing rate was set slow and comprises 2-5ºC/min. When predicted temperature has been reached, all specimens were subjected to 20 min time-span temperature stabilization.

An example of temperature elevation up to 200-300ºC and stabilization during heating procedure for the hydrogen saturated specimens is shown in Fig. 2.

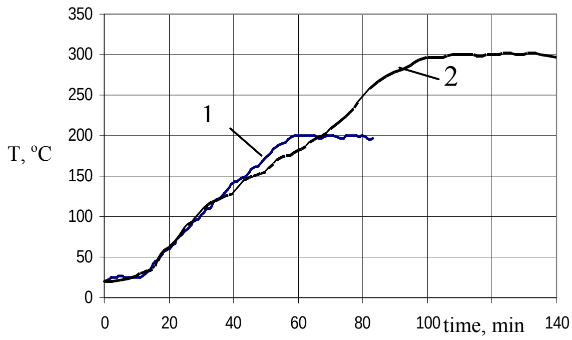


Fig. 2. Procedure and record examples of temperature elevation for hydrogen saturated specimens: 1 – T=200°C; 2 - T= 300°C

3. INVESTIGATION OF Zr-2.5Nb ALLOY MECHANICAL CHARACTERISTICS

Wide-ranging experiment results of temperature and hydrogen concentration influence on zirconium alloy mechanical characteristics are presented in the Table 1.

All data presented in the Table 1 are averaged values from the set of 3-4 specimens, repeated at the same testing conditions.

Tab. 1. Mechanical characteristics of Zr-2.5Nb zirconium alloy

T, ºC	Mechanical characteristics					
	$R_{p0,2}$, MPa	R_m, MPa	σ_f, MPa	A_5, %	Z, %	$E \times 10^4$ MPa
Hydrogen free specimens						
20	411	492	608	14.78	62.2	3.44
150	288	374	514	13.95	70.7	2.90
300	230	293	533	11.06	74.4	3.16
Hydrogen concentration 52 ppm						
20	368	480	375	14.8	55.5	3.97
200	257	352	233	14.8	73.3	3.15
Hydrogen concentration 100 ppm						
20	470	545	967	13.08	62.9	4.72
170	280	322	727	13.52	75.4	4.88
300	252	305	494	12.62	78.8	3.19
Hydrogen concentration 140 ppm						
20	470	555	919	12.83	58.4	4.41
170	284	355	777	12.92	74.8	3.44
300	232	294	595	12.50	79.5	3.42

In order to consistent pattern the influence of temperature and hydrogen concentration on zirconium alloy mechanical characteristics $R_{p0.2}$, R_m, σ_f, experimental results were displayed graphically as shown in the Fig. 3.

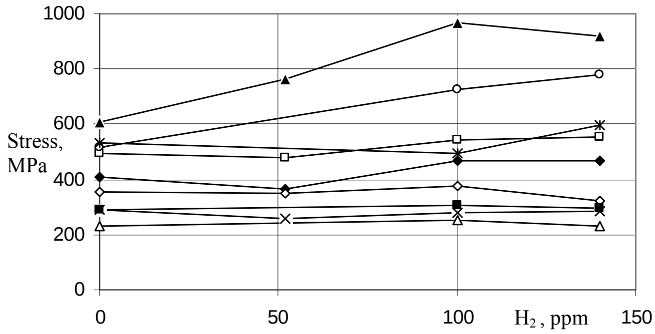


Fig. 3. Influence of hydrogen concentration level and temperature on zirconium alloy mechanical characteristics $R_{p0.2}$, R_m, σ_f: $R_{p0.2}$- ♦ - 20°C; × - 170°C; Δ - 300°C; R_m: □ – 20°C; ◊ –170°C; ■- 300°C; σ_f: ▲ – 20°C; ○– 170°C; * - 300°C

Observation of the experimental data enabled to conclude that increase of hydrogen concentration from 0 to 140 ppm at 20°C temperature calls increase of strength characteristics: $R_{p0.2}$ from 411 to 470 MPa, R_m - from 492 to 555 MPa and σ_f - from 608 to 919 MPa.

Testing of the hydrogen saturated specimens at 170°C gave following results: yield limit $R_{p0.2}$ at all hydrogen concentration levels remains constant, R_m marginally decrease (from 374 to 355 MPa), meanwhile fracture stress σ_f increase (from 514 up to 777 MPa).

Testing at 300°C has shown that yield limit $R_{p0.2}$ and ultimate limit σ_f remains constant at all hydrogen concentration levels; meanwhile R_m marginally increase (from 533 to 595 MPa).

Observation of the tests pointed to define hydrogen concentration content influence on to zirconium alloy strength characteristics, has shown that this factor affects significantly only at 20°C temperature: - $R_{p0.2}$ and R_m increases at all temperatures near 10%, meanwhile σ_f - near 50%. At 170 and 300°C testing temperatures $R_{p0.2}$ and R_m are irrelevant to hydrogen content, fracture stress σ_f at 170°C, in comparison to the test at 20°C, increases near 50%, but at 300°C temperature σ_f remains at the same level alike 170°C, so it could be said that under temperature influence hydrogen affect is minimal.

Analysis of zirconium alloy modulus of plasticity has shown that zirconium alloy reduction of area Z does not depend from hydrogen concentration and increase only under temperature influence (Table 1). Thus at 20°C Z comprises 62.2%, at 150°C - 70.7%, meanwhile for hydrogen free specimens at 300 °C reduction of area increases up to 74.4%. The same character of plasticity alternation is noticed on the specimens with hydrogen content of 52, 100 and 140 ppm. Meanwhile relative elongation A_5 practically does not depend quite from temperature and hydrogen concentration.

Analysis of hydrogen concentration and temperature influence on zirconium alloy modulus of elasticity has shown that at 20°C modulus of elasticity of the hydrogen saturated specimens up to 100 ppm in compare to the hydrogen free specimens increase, but for the specimens containing 140 ppm, decreases ones again, however difference is tenuous. At 170°C modulus of elasticity marginally goes down; at 20°C E comprises 34427 MPa, at 170°C - 29010 MPa and at 300°C – 34240 MPa. At 300°C modulus of elasticity differs from the results given at 170°C by a negligible margin, unless the tests of the specimens with hydrogen content of 100 ppm.

4. INVESTIGATION OF Zr-2.5Nb ALLOY FRACTURE TOUGHNESS

Fracture toughness characteristics were examined at the same testing temperatures and hydrogen concentration levels alike the mechanical characteristics; each test was repeated 3-4 times, except the test on specimens saturated to 100ppm at 170°C and 300°C, which were tested without repetition.

Observation of fracture testing records enabled to conclude that F - δ curves that has been given for the hydrogen saturated specimens at all hydrogen levels at 20°C corresponds to 3-rd type of fracture diagram described in EN ISO 12737, ASTM E 399-90 and paper by Daunys et al (2006); at elevated temperatures F - δ curves for all specimens, despite hydrogen concentration corresponds 4-th type form of fracture diagram.

Experimental results of the temperature and hydrogen concentration influence on to fracture toughness of the Zr-2.5Nb zirconium alloy are presented in Table 2.

To summarize these tests it can be concluded that hydrogen concentration influence has less significant effect on fracture toughness of this alloy than temperature (Fig.4).

Tab. 2. Fracture toughness characteristics of Zr-2.5Nb alloy

T, ^{0}C	F_Q, N	F_C, N	K_Q, MPam$^{1/2}$	K_C^*, MPam$^{1/2}$
Hydrogen free specimens				
20	1954	3582	34.29	62.08
200	1065	2501	18.71	43.95
300	1705	2655	29.82	46.43
Hydrogen concentration 52ppm				
20	1802	2893	31.15	50.09
200	892	2654	15.79	46.98
Hydrogen concentration 100ppm				
20	1725	2880	29.79	50.03
170	1900	2897	33.73	51.12
300	860	2070	14.92	35.91
Hydrogen concentration 140ppm				
20	1812	2610	31.76	45.64
170	1347	2553	23.77	45.07
300	1093	2057	19.10	35.92

This phenomenon could be explained as follows: at elevated temperatures influence of hydrogen becomes less because temperature reduces brittleness of the alloy. This is evidently seen in compare with fracture stress σ_f of the tensile specimens, presented in the Table 1.

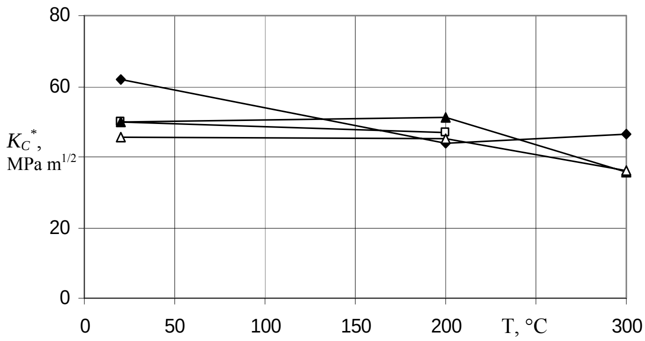


Fig. 4. Influence of temperature and hydrogen concentration on Zr-2.5Nb zirconium alloy fracture toughness characteristic K_C^*: ♦ - H_2=0 ppm; □ - H_2=52 ppm; ▲ - H_2=100 ppm; △ - H_2=140 ppm

Despite taken means to keep plain strain loading condition and testing requirements, fracture toughness data that has been given during the experiment do not satisfy fracture testing conditions described in EN ISO 12737, ASTM E 399-90, therefore given data can be supposed as fracture toughness characteristic only for the tested specimens, but not as material fracture toughness K_{IC} (GOST 25.506-85). Nevertheless, defined fracture toughness factor could be named as "fracture toughness of the tube" and therefore might be used for fuel channel tube lifetime calculations.

In order to examine which mechanical characteristic of the alloy in best way correlates to the fracture toughness data, various mathematical models were analyzed.

It was found that modified plasticity criterion, expressed in the form $Z_{mod} = R_{p0.2}Z/R_m$ better describes K_C^* in comparison with $R_{p0.2}$, R_m, σ_f, Z. Correlation of K_C^* to Z_{mod} (R=-0.61) and 95% confidence interval ranges (dotted lines) to theoretical line is presented in the Fig. 5.

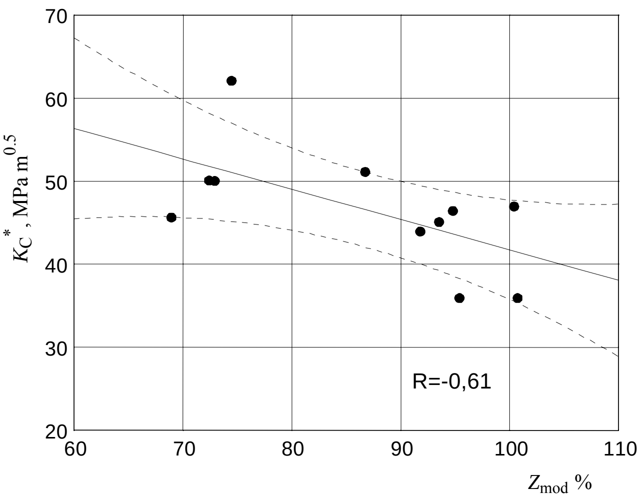


Fig. 5. Fracture toughness K_C^* correlation to modified plasticity criterion Z_{mod} and its probabilistic evaluation

Therefore Z_{mod} could be taken as fracture toughness criteria of the Zr-2.5Nb zirconium alloy, which approximates satisfactory, the influence of temperature and hydrogen concentration on stress intensity factor K_C^* variation.

5. CONCLUSIONS

Investigation of temperature and hydrogen influence on fuel channel tube material Zr-2.5Nb zirconium alloy mechanical and fracture toughness characteristics has provided following results:

1. Mechanical characteristics $R_{p0.2}$, R_m, σ_f, E of the zirconium alloy are highest at temperature 20ºC in compare to 170ºC, 200ºC and 300ºC, meanwhile plasticity characteristics - reduction of area Z and relative elongation A_5 remains stable;
2. Hydrogen presence declines all mechanical characteristics at all testing temperatures, however reduction of area Z and fracture stress σ_f for hydrogen free specimens is affected more widely at 20ºC in compare with hydrogen saturated specimens.
3. Investigation of temperature and hydrogen concentration influence on zirconium alloy fracture toughness characteristics has shown that temperature factor is more significant than hydrogen presence. This statement was assessed for all tests, except the test on hydrogen saturated specimens at 200ºC, where influence of hydrogen on K_C^* at the same temperature has been given different in comparison to the hydrogen free specimens. It means that hydrogen saturated zirconium alloy resistance to the crack grow at 200ºC is better than at room temperature.

REFERENCES

1. **Lanin G., Zalivin I. M., Turchin V. N., Boiko E. B.** (1984). Mechanical properties of zirconium, titanium, and yttrium hydride alloys. Strength of Materials, Vol. 16, 869-876.
2. **Yamanaka Shinsuke, Setoyama Daigo, Muta Hiroaki, Uno Masayoshi, Kuroda Masatoshi, Takeda Kiyoko, Matsuda Tetsushi** (2004). Characteristics of zirconium hydrogen solid solution. *Journal of Alloys and Compounds*, Vol. 372, 129-135.
3. **European standard EN 10002-1.** (2001). Metallic materials-Tensile testing-Part 1: Method of test at ambient temperature.
4. **European standard EN ISO 12737.** (1999). Metallic materials. Determination of plane-strain fracture toughness.
5. **ASTM E 399-90. (**1990). Standard test method for plane-strain fracture toughness of metallic materials.
6. **Daunys M., Dundulis R., Krasauskas P**. (2006). Investigation of RBMK-1500 reactor fuel channel material aging process. *Proceedings of 11th International Conference*, Kaunas, *74-78.*
7. **GOST 25.506-85.** (1985). Mechanical test methods of metals. Determination of fracture toughness characteristics under static loading (in Russian).

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ ВОДОРОДА НА МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ВЯЗКОСТЬ РАЗРУШЕНИЯ СПЛАВА Zr-2.5Nb

Резюме: В статье приведены результаты исследования влияния температуры и концентрации водорода на механические характеристики и вязкости разрушения, выполненных на образцах, изготовленных из материала топливного канала - циркониевого сплава Zr-2.5Nb (ТМО-2) реактора RBMK-1500 2-го энергоблока блока Игналинской АЭС. Исследование проведено на образцах двух типов: плоских – призматических, для определения механических характеристик при статическом растяжении и компактных, полунатурных образцов, для испытания на вязкость разрушения. Температура испытания была выбрана в интервале от 20 до 300⁰C и соответствовала различные рабочие режимы реактора. Испытались образцы без водорода и различным уровнем концентрации водорода - от 52 до 140 ppm. Анализ результатов показал, что с повышением температуры испытания механические характеристики сплава уменьшаются, а концентрация водорода существенное влияние оказывает только при T=20ºC. Исследование влияния температуры и концентрации водорода на вязкости разрушения показала связь коэффициента интенсивности напряжений K_C^* с модифицированной пластичностью сплава.

DAMAGE ACCUMULATION IN STRESS CONCENTRATION ZONES OF PARTS WITH HARDENED SURFACE UNDER LOW CYCLE TENSION-COMPRESSION AND BENDING

Mykolas DAUNYS*, Arturas SABALIAUSKAS*

* Machine Design Department, Kaunas University of Technology, Kęstučio 27, 44312 Kaunas, Lithuania

Mykolas.Daunys@ktu.lt, arturas.s@tf.su.lt

Abstract: This paper provides experimental and analytical evaluation of durability of nonhardened and hardened by EMT specimens of grade 45 steel with stress concentrators, under low cycle tension-compression and pure bending. For both type of loading modes was carried out durability analysis, taking into account fatigue and quasi-static damage depending on loading level and number of s. Stress and strain concentration coefficients were calculated by analytical and finite element methods (FEM) under elastic plastic cyclic loading. Performed analytical investigation showed, that suggested method for quasi-static and fatigue damage summation, when accumulated plastic strain and the width of the hysteresis loop are taken into account, provides a very good agreement with the experimental results at stress concentration zones of surface-hardened parts under tension-compression and bending.

1. INTRODUCTION

Despite the long-term investigation history of metal fatigue these problems and nowadays still are of great importance. In exploitation conditions some parts of modern machines and machinery are working under elastic-plastic cyclic loads.

Exploitation durability of the parts in most cases depends not on entire part, but only on the surface layer properties. One of the efficient methods to increase durability of the parts, is hardening of the surface layer, because, in most cases, crack initiates exactly at the surface due to insufficient quality of the surface, exploitation damage, or of working environment influence. One of the methods for surface strengthening is electromechanical treatment (EMT). Electromechanical treatment was used by Bagmutov et al (2005), Daunys et al (2004) and Barry and Byrne (2002). Electromechanically strengthened surface is influenced by concentrated thermal flow and gets deformed plastically. Such complex influence on surface is the main point of electromechanical treatment technology. A flow of concentrated heat is obtained when electrical current passes tool-part contact. Due to high amperage current (100 - 1200 A) surface may be heated above the 900°C temperature. Surface heating and deformation produces more fine-grained microstructure of the steel. Because the process is rapid and recrystallization is not still occurring, specific fine-grained hardened surface layer, i.e. "white" layer, is obtained. "White" layer consists of significantly deformed blocks, with existing structureless martensite. Electromechanically hardened layer is highly resistant to abrasive wear. Hardening by alternating current produces hardened layer of segmented macrostructure, i.e. with alternate areas of hardened and tempered steel. Such surface is characterized by good tribological properties. Surface of the hardened by EMT parts is significantly more hard, more wear and fatigue resistant than surface hardened by common thermal treatment. EMT is widely applied for surface strengthening of new and renewable machine parts.

In machine parts and structural elements often stress and strain areas are distributed nonuniformly, i.e. stress strain concentration zones appear. An attempt completely to avoid stress concentration is impossible. Especially, as concentration zones appear because of shape and geometry peculiarities of structural parts. Low cycle loading investigations in stress strain concentration zones, taking into account cyclic characteristics of the material, the shape of concentrators, character of nominal loads and asymmetry of loading cycles, have been analyzed by Macutov (1981) and Daunys and Narvydas (1999) and discussed in other publications.

Three main modes of parts' loading are known: tension-compression, bending and torsion. During tension-compression normal stresses are uniformly distributed across the entire cross-section of loaded element. Experimental technique applied for this loading mode is well analyzed and most commonly used.

Real exploitation conditions are those causing some parts of the mechanisms to experience cyclic bending. Under particular working regimes, machinery can experience momentary overloads. Because of such load, the proportional limit is exceeded, the durability of these parts may decrease, i.e. low cycle fatigue may occur.

In papers by Daunys and Rimovskis (2006) and Stowell (1968) works analyzed low cycle tension-compression and pure bending by means of results experimental and analytical investigation. This investigation, showed that low cycle strength and durability of the parts depends not only on cyclic properties of the chosen material, but also on loading mode. Because the damage, under tension-compression is accumulated in entire cross-section of the element, while under pure bending in most deformed outer surfaces.

2. INVESTIGATION OF LOW CYCLE STRENGTH AND DURABILITY IN STRESS CONCENTRATION ZONES

2.1. Coefficients of stress concentration

Local stress is predetermined by the shape of the part and usually is defined by the methods of elasticity theory. Main factor of the local stress is the theoretical stress concentration coefficient:

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} . \qquad (1)$$

To determine stress strain state in concentration zones under elastic-plastic loading it is necessary to use these three parameters: stress concentration coefficient α_σ of elastic zone and both stress concentration coefficient K_σ, and strain concentration coefficient K_e for elastic-plastic zone. Machutov (1981) proposed an expression for evaluation of stress concentration by theoretical stress concentration coefficient α_σ, level of nominal stress $\overline{\sigma}_{in}$, and material deformation curve $f(\sigma, e)$,

$$\frac{K_\sigma \cdot K_e}{\alpha_\sigma} = F\left[\alpha_\sigma, \overline{\sigma}_{in}, f(\sigma, e)\right], \qquad (2)$$

Applying Machutov Eq.°(2), the following is obtained

$$K_\sigma = \frac{\alpha_\sigma^{\frac{2m_0}{1+m_0}} \, \overline{\sigma}_{in}^{\frac{m_0-1}{m_0+1}}}{\left(\alpha_\sigma \overline{\sigma}_{in}\right)^{n\frac{1-m_0}{1+m_0}\left[1-\left(\overline{\sigma}_{in}-1/\alpha_\sigma\right)m_0\right]}}, \qquad (3)$$

and $$K_e = \frac{\alpha_\sigma^{\frac{2}{1+m_0}} \, \overline{\sigma}_{in}^{\frac{1-m_0}{1+m_0}}}{\left(\alpha_\sigma \overline{\sigma}_{in}\right)^{n\frac{1-m_0}{1+m_0}\left[1-\left(\overline{\sigma}_{in}-1/\alpha_\sigma\right)\right]}}, \text{ when } \overline{\sigma}_{in} \le 1, \qquad (4)$$

and $$K_\sigma = \frac{\alpha_\sigma^{\frac{2m_0}{1+m_0}}}{\left(\alpha_\sigma \overline{\sigma}_{in}\right)^{n\frac{1-m_0}{1+m_0}\left[1-\left(\overline{\sigma}_{in}-1/\alpha_\sigma\right)\right]m_0}} \qquad (5)$$

$$K_e = \frac{\alpha_\sigma^{\frac{2}{1+m_0}}}{\left(\alpha_\sigma \overline{\sigma}_{in}\right)^{n\frac{1-m_0}{1+m_0}\left[1-\left(\overline{\sigma}_{in}-1/\alpha_\sigma\right)\right]}}, \text{ when } \overline{\sigma}_{in} > 1 . \qquad (6)$$

Equations of Machutov have modified by Stowell (1968) and Glinka and Newport (1987), however subsequent works has showed, that theirs dependences are less precise. Therefore in subsequent our calculation Eqs. (3)–(6) were used.

Theoretical stress concentration coefficients for specimens with throat radius R = 3 mm are α_σ =1.46 for tension- compression and α_σ =1.32 for pure bending. Values of these coefficients 1.48 and 1.34 by FEM were obtained. Coefficients K_e and K_σ where calculated by analytical (Eqs. (3)–(6)) and FE methods (Daunys and Sabaliauskas, 2007).

2.2. Stresses and strains in stress concentration zones

Under low cycle loading for the zone of concentration the following would be written (Daunys, 2005):

$$\overline{S}_{ik} = \overline{S}_{ink} \; K_{Sk} , \qquad (7)$$

$$\overline{\varepsilon}_{ik} = \overline{\varepsilon}_{ink} \; K_{\varepsilon k} . \qquad (8)$$

By calculating K_{Sk} and $K_{\varepsilon k}$, mentioned above dependencies were used, but static stress $\overline{\sigma}$ replaced with the cyclic $\overline{S}$, static strain $\overline{e}$ -with $\overline{\varepsilon}$ and strengthening coefficient of static tension curve m_0 - with strengthening coefficient of cyclic loading curve m_k. For cyclically nonstable materials low cycle loading curves of every loading semicycle would be different, therefore K_{Sk}, $K_{\varepsilon k}$, and m_k would also be different.

The strengthening coefficient m_k of low cycle loading curves exponential approximation is defined by the dependence (Daunys, 2005):

$$\overline{S}_{ik} = \overline{\varepsilon}_{ik}^{\;m_k} , \qquad (9)$$

then $$m_k = \frac{\lg \overline{S}_{ik}}{\lg \overline{\varepsilon}_{ik}}, \qquad (10)$$

or $$m_k = \frac{\lg \overline{S}_{ik}}{\lg\left[\frac{A_{1,2}}{s_T}\left(\overline{e}_0 - \frac{s_T}{2}\right)F(k) + \overline{S}_{ik}\right]} \qquad (11)$$

Cyclic parameters and coefficients depend both on loading level and number of semi-cycles. Cyclic plastic strain intensity (width of the hysteresis loop) in the concentration zones was defined by the dependence (Daunys, 2005):

$$\overline{\delta}_{ik} = \left(\overline{\varepsilon}_{ik} - \overline{S}_{ik}\right) s_T . \qquad (12)$$

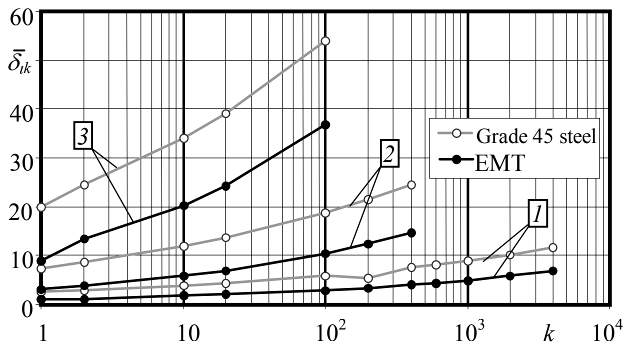


Fig. 1. Cyclic plastic strain intensity in the concentration zones at k loading under tension: 1 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.1$; 2 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.4$; 3 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.8$

Calculation results of plastic strain intensity in the zones of stress concentration under stress-limited loading are given in Figs. 1 and 2.

After calculation by the Eq. (12) $\overline{\delta}_{ik}$ and known stress and strain intensities for initial loading $\overline{\sigma}_i$ and $\overline{e}_i$, it is possible to determine the intensity $\overline{e}_{ipk}$ (Daunys, 2005) of accumulated strain in tension direction at the zone of stress concentration depending on $\overline{\sigma}_{in}, \alpha_{\sigma}$ and k, under stationary nominal stress-limited loading.

$$\overline{e}_{ipk} = \overline{e}_0 - \overline{\sigma}_0 + \sum_{1}^{k} (-1)^k \, \overline{\delta}_{ik} \,. \tag{13}$$

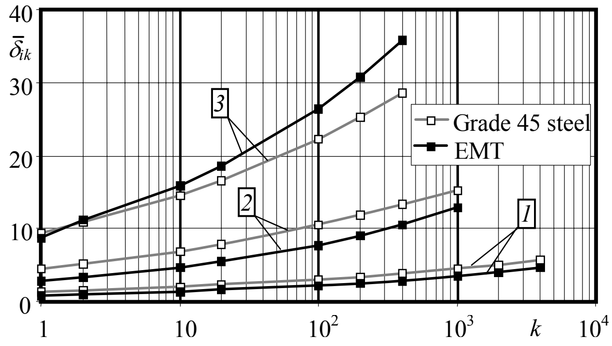


Fig. 2. Cyclic plastic strain intensity in the concentration zones at k loading under pure bending: 1 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.1$; 2 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.4$; 3 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.7$

Calculated intensity of $\overline{e}_{ipk}$ in the zone of stress concentration is presented in Figs. 3 and 4.

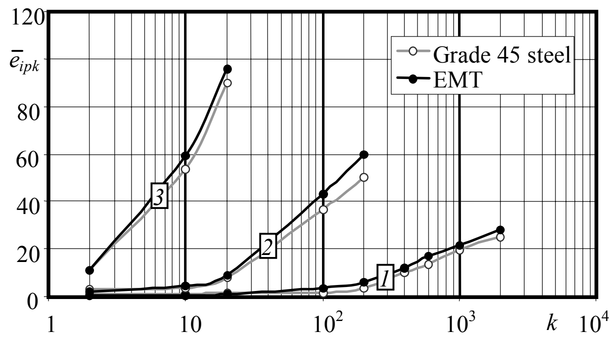


Fig. 3. Intensity of accumulated plastic strain in tension direction, in the zone of concentration under the tension: 1 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.1$; 2 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.4$; 3 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.8$

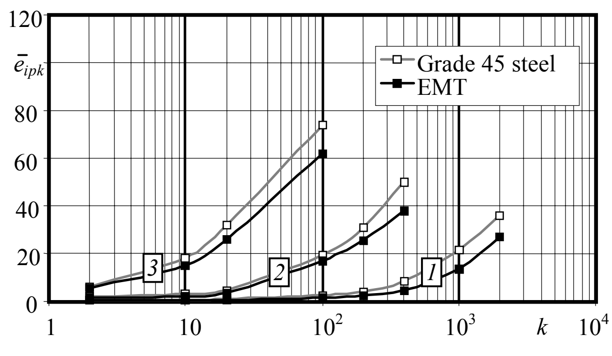


Fig. 4. Intensity of accumulated plastic strain in tension direction, in the zone of concentration under pure bending: 1 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.1$; 2 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.4$; 3 – $\overline{\sigma}_{in} = 1.7$

As it is evident from Figs. 3 and 4, that plastic strain in tension direction is also accumulated at the zones of concentration. And in this case, under pure bending $\overline{e}_{ipk}$ accumulation is slower than under tension.

2.3. Durability in stress concentration zones

By experimental results fatigue curves, presented in Fig. 5 have been formed. The *1* and *2* are experimental fatigue curves under the tension-compression of grade 45 steel and grade 45 steel after EMT. Due to reduce accumulated plastic strain in tension direction at low levels of stress resistance to damage of hardened steel is higher than that of nonhardened steel. Therefore, under low loading level electromechanically treated grade 45 steel has higher durability. This fatigue durability transformation occurs under the stress $\overline{\sigma}_{\max} \le 1.3$.

The curves *3* and *4* from Fig. 5 are presenting the data of low cycle pure bending experiments. It is evident, that under low cycle pure bending, specimens after electromechanical hardening get damaged more rapidly. And, only under loading level, which is close to proportionality limit of grade 45 steel, fatigue life of the specimens made of grade 45 steel and grade 45 steel after EMT becomes equal.

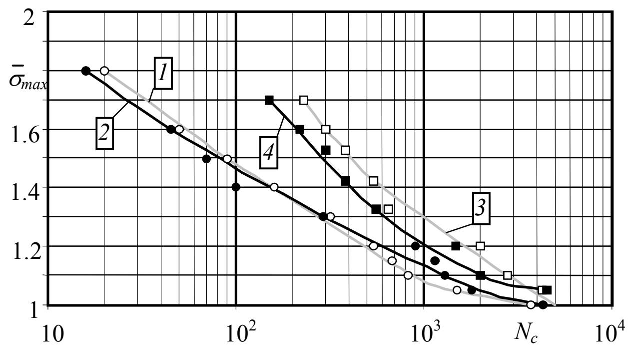


Fig. 5. Experimental curves of low cycle fatigue for nonhardened (curves *1,3*) and hardened (curves *2,4*) specimens with concentrators (*1,2* – under tension–compression *3,4* – under bending)

Performed stress-strain state analysis in the zones of stress concentration makes it possible to conclude, that, under stationary nominal loading, stress and strain at the zones of concentration changes nonstationary. Furthermore, at the zones of stress concentration under elastic plastic loading high plastic strains are obtained.

Stress-strain state analysis showed, that in zones of concentration, depending on $\alpha_{\sigma}, \overline{\sigma}_{in}, \overline{e}_{in}$, mechanical and cyclic properties of the materials, accumulation not only of fatigue damage d_N, but also quasi-static damage d_K is possible.

In this case (Daunys, 2005)

$$d_N = \frac{\displaystyle\sum_{1}^{k_c} \frac{\overline{\delta}_{ik}}{D_e} \left(\frac{\overline{\delta}_{ik}}{D_e} + \overline{S}_{ik} s_T \right)^{m_3}}{C_2 C_3^{m_3}}, \tag{14}$$

and
$$d_K = \frac{\overline{e}_i - \overline{\sigma}_i + \displaystyle\sum_{1}^{k_c} (-1)^k \, \overline{\delta}_k}{\overline{e}_{u_2} D_e} \tag{15}$$

Analytical curves of low cycle durability under symmetric loading, calculated by the Eqs. (14) and (15), for grade 45 steel and grade 45 steel after EMT at the zones of concentration under stress-limited loading, as $q = l = 0.8$, are presented in Figs. 6 and 7.

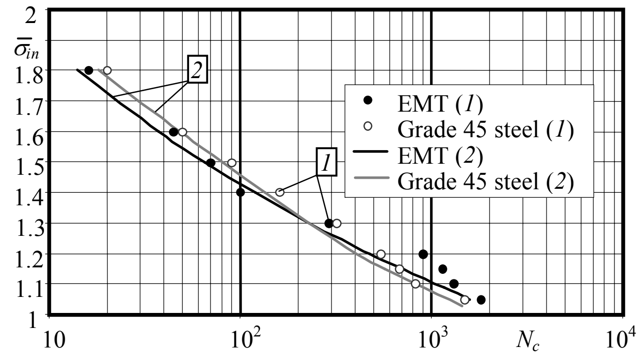


Fig. 6. Experimental results (*1*) and analytical fatigue curves (*2*) of nonhardened and hardened specimens with stress concentrators under tension-compression

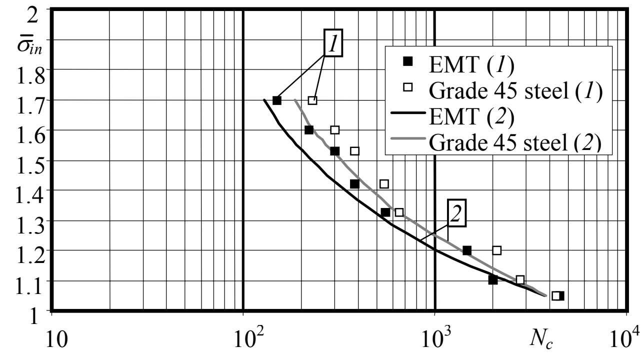


Fig. 7. Experimental results (*1*) and analytical fatigue curves (*2*) of the nonhardened and hardened specimens with stress concentrators under pure bending

From Figs. 6 and 7 is seen that calculated durability using summation of quasi-static and fatigue damages (Eqs. (14), (15) for tension compression and pure bending loading are close to experimental results.

3. CONCLUSIONS

1. Under medium and low loading levels, the durability of the hardened specimens increases, whereas under high loading levels EMT have negative influence on durability. Under high stress level "white" layer cracks more rapidly and the grade steel 45 after EMT has lower durability. Because of reduced quasi-static damage at middle loading levels durability for hardened specimens under low cycle pure bending is higher than under tension-compression.
2. It was determined, that in specimens with the stress concentration under low cycle pure bending, hardened surface has less influence on durability, when under tension-compression, while under low cycle tension-compression the positive influence starts when stress amplitude $\bar{\sigma}_{\max} \le 1.3$ value. Under pure bending accumulated plastic strain is lower when under tension-compression and therefore in stress concentration zones have nonsignificant effect on durability.
3. Performed analytical investigation showed, that suggested method for quasi-static and fatigue damage accumulation, when accumulated plastic strain and the width of the hysteresis loop are taken into account, provides a good agreement with the experimental results in stress concentration zones of surface-hardened parts under tension-compression and bending.

REFERENCES

1. **Bagmutov V., Dudkina N., Zakharov I.** (2005). Formation of surface layer structure produced by electromechanical strengthening of carbon steels. *Mechanika*. -Kaunas: Technologija, , Nr.2(52), 55-59.
2. **Daunys M., Markauskas S., Staponkus V.** (2004). Investigation of Surface Quality for Small Diameter Elements after Electromechanical Treatment. *Mechanika*, Kaunas, Technologija, No.1 (45), 63 - 68.
3. **Barry J., Byrne G.** (2002). TEM Study on the surface white layer in two turned hardened steels. *J. Materials Science and Engineering*, Vol. 325, No1-2, 356-364.
4. **Machutov N.A.** (1981). *Strain Criterion of Fracture and Strength Evaluation of Structures Elements*. Moscow: Mashinostrojenije, 272 (in Russian).
5. **Daunys M., Narvydas E.** (1999). Damage accumulation and lifetime in stress concentration zones under low cycle loading. *Mechanika*, Nr. 2, 5-8.
6. **Daunys M., Rimovskis S.** (2006). Analysis of circular cross-section element, loaded by static and cyclic elastic-plastic pure bending. *International Journal of Fatigue*, 28, 211-222.
7. **Stowell E.Z.** (1968). The calculation of fatigue life in the presence of stress concentrations. *Nuclear Engineering and Design*, vol. 8, N 3, 313 - 316.
8. **Glinka G. and Newport A.** (1987). Universal features of elastic notch-tip stress fields. *International Journal of Fatigue*. Vol. 9, Issue 3, July 143 - 150.
9. **Daunys M., Sabaliauskas A.** (2007). Influence of surface hardening on low cycle tension compression and bending durability in stress concentration zones. *Mechanika*. Kaunas: - Technologija, Nr. 1 (63).
10. **Daunys M.** (2005). *Cyclic Strength and Durability of Structures*. Kaunas: Technologija, - 288 (in Lithuanian).

ВЛИЯНИЕ УПРОЧНЁННОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ДОЛГОВЕЧНОСТЬ ПРИ МАЛОЦИКЛОВОМ РАСТЯЖЕНИИ СЖАТИИ И ИЗГИБЕ В ЗОНАХ КОНЦЕНТРАЦИЙ НАПРЯЖЕНИЙ

Резюме: В настоящей работе при статическом и малоцикловом растяжений сжатий и изгибе исследовано прочность и долговечность образцов из стали 45 с упрочненной поверхностью. Проведен анализ долговечности при обоих типах нагружения в зависимости от уровня и числа циклов нагружения. Расчет коэффициентов концентрации напряжений и доформации при упруго-пластическом нагружении проведен аналитическим и числовым методами. Проведенное аналитическое исследование показало, что предложен метод суммирования усталостных и квазистатических повреждении, хорошо соответствует результатам эксперимента в зонах концентрации напряжении как при растяжений-сжатии, так и при изгибе.

NUMERYCZNA ANALIZA PĘKANIA PRÓBEK Z KARBAMI WYKONANYCH Z MATERIAŁÓW SPRĘŻYSTO-PLASYCZNYCH

Łukasz DERPEŃSKI[*], Andrzej SEWERYN[*]

[*]Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

derpik@pb.bialystok.pl, seweryn@pb.bialystok.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki analizy numerycznej pól naprężeń i odkształceń w rozciąganych próbkach z karbami o różnym kształcie wykonanych ze stopu aluminium EN2024. Wykorzystano metodę elementów skończonych oraz sprężysto-plastyczny model materiału z wzmocnieniem izotropowym. Analizowano rozkład naprężeń głównych, odkształceń głównych oraz maksymalnego plastycznego odkształcenia postaciowego w płaszczyźnie dna karbu. Zaproponowano naprężeniowe kryterium pękania próbek z karbami, w których uwzględniono maksymalne wartości plastycznych odkształceń postaciowych.

1. WPROWADZENIE

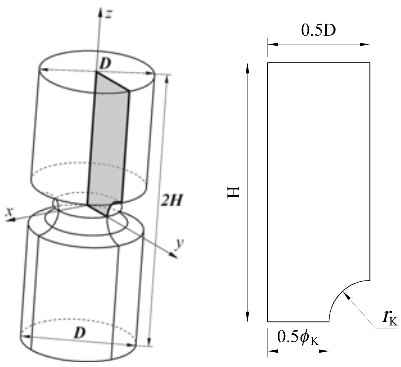
Proces pękania materiału jest wynikiem złożonych procesów fizycznych, zachodzących w skali mikroskopowej (Thomason, 1990, Öchsner. i inni, 2001, Bandsta i inni, 2004). W skali makroskopowej za pękanie odpowiadają wartości zmiennych stanu, będących składowymi tensora naprężenia i odkształcenia oraz ich zmienność w trakcie obciążenia (Bao, 2001). Wartości te są wyznaczane za pomocą obliczeń numerycznych, np. z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES) (Zienkiewicz, 2005). Znaczący wpływ na pękanie elementów ma obecność koncentratorów naprężeń i odkształceń, np. karbów (Bao, 2005, Wierzbicki, 2005).

2. ANALIZA NUMERYCZNA

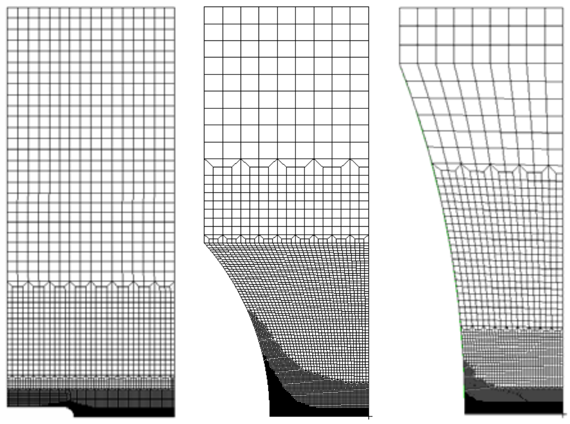
Pola naprężeń i odkształceń w próbkach z karbami wykonanych ze stopu aluminium EN2024 określono za pomocą programu MSC.MARC bazującego na metodzie elementów skończonych. W obliczeniach uwzględniono osiową symetrię próbki oraz symetrię karbu (rys. 1). Zastosowano czterowęzłowe izoparametryczne elementy skończone (MSC.Soft., 2005), przeznaczone do analizy zagadnień osiowosymetrycznych. Uwzględniono nieliniowość geometryczną i materiałową. Przykładowe siatki podziału na elementy skończone przedstawiono na rys. 2. Wymiary próbek przyjętych do analizy zamieszczono w tab. 1.

Tabela 1. Wymiary próbek

Kształt próbki	r_K [mm]	ϕ_K [mm]	$2H$ [mm]	D [mm]
I	0.3; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0; 8.0; 15; 30	8.0	120	10
II	0.3; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0; 8.0; 15; 30	7.0		
III	0.3; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0; 8.0; 15; 30	6.0		

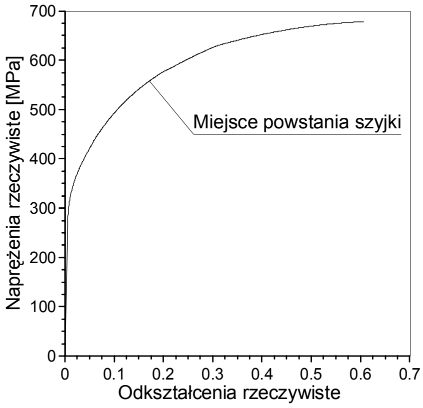


Rys. 1. Próbka wykorzystana do analizy numerycznej



Rys. 2. Siatka podziału na elementy skończone dla próbek o wymiarach: ϕ_K=6.0 mm; r_K = 0.3, 8, 30 mm.

Obciążenie w obliczeniach numerycznych było realizowane za pomocą zadanego przemieszczenia górnej powierzchni próbki, którego wartość była wyznaczona bezpośrednio z doświadczenia (Derpeński, Seweryn, 2005). Wykorzystano sprężysto - plastyczny model materiału ze wzmocnieniem izotropowym.

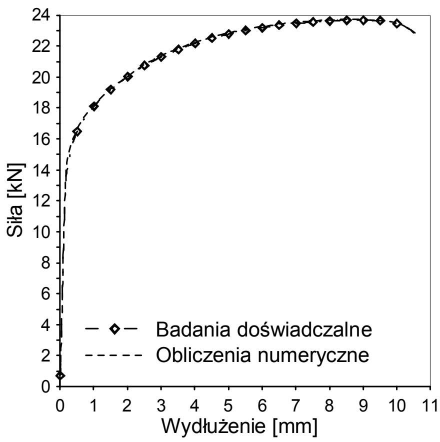


Rys. 3. Wykres krzywej wzmocnienia materiału

Kształt rzeczywistej krzywej odkształcenie – naprężenie (rys. 3) do momentu powstawania szyjki określony był doświadczalnie bezpośrednio za pomocą wzorów:

$$\bar{\sigma} = \frac{P}{\pi d^2}, \quad \bar{\varepsilon} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right), \quad (1)$$

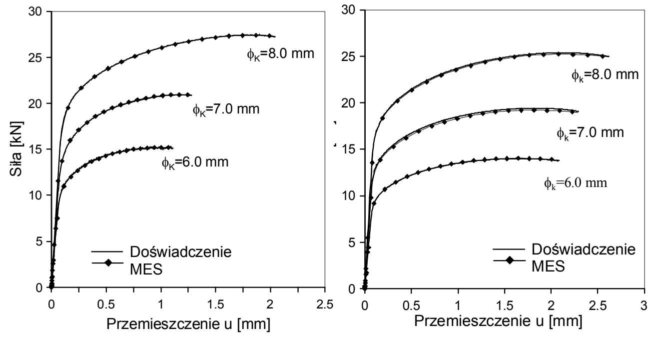
gdzie: P – siła obciążająca próbkę, l i l_0 – długość bazy pomiarowej próbki odkształconej i początkowej, d – aktualna średnica przekroju poprzecznego próbki. Pozostałą część krzywej wyznaczono na podstawie wielokrotnych obliczeń numerycznych z uwzględnieniem efektu powstawania szyjki, aż do momentu, gdy kształt krzywej siła-przemieszczenie (F-u) otrzymany z analizy numerycznej był bliski krzywej siła-przemieszczenie uzyskanej z doświadczenia (rys. 4).



Rys. 4. Zależność siły od przemieszczenia otrzymane z badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych (stop EN2024)

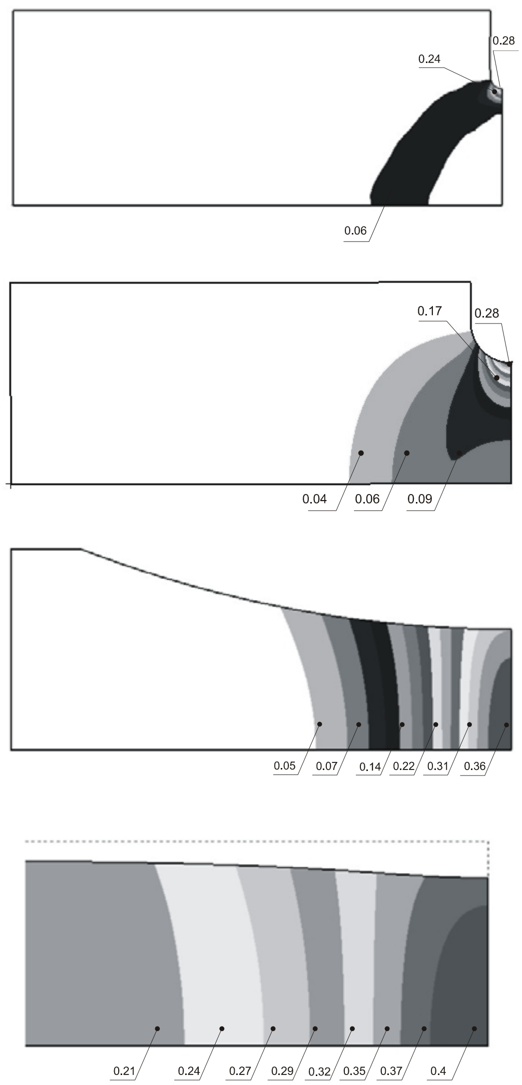
Otrzymano następujące wartości stałych materiałowych: moduł Younga $E = 69.3$ GPa, umowna granica plastyczności $R_{0.2} = 270.0$ MPa, maksymalne naprężenia rozciągające $R_u \cong 675.0$ MPa, współczynnik Poissona $\nu = 0.34$.

Potwierdzeniem poprawności modelowania numerycznego pól odkształceń i naprężeń w próbkach z karbami była zgodność wykresów siły w funkcji przemieszczenia otrzymanych na podstawie obliczeń numerycznych i badań eksperymentalnych. Przykładowe porównanie doświadczalnych i obliczeniowych krzywych siła – przemieszczenie zamieszczono na rysunkach 5.

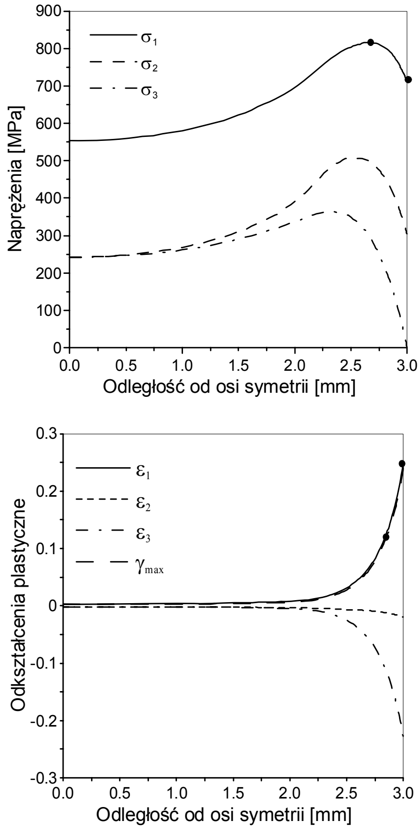


Rys. 5. Porównanie zależności siła-przemieszczenie otrzymanych z badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych dla próbek o promieniu karbu r_K = 8, 30 mm. (stop EN2024)

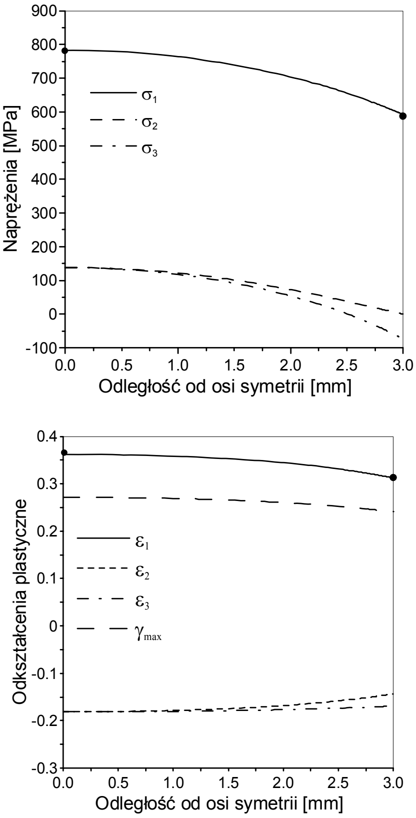
Za pomocą obliczeń MES określono także rozkłady naprężeń i odkształceń w badanych próbkach w momencie krytycznego obciążenia (znanego z eksperymentu). Na rysunku 6 zamieszczono przykładowe kształty stref plastycznych, a na rysunkach 7,8 przedstawiono rozkłady naprężeń i odkształceń głównych oraz maksymalnego odkształcenia postaciowego w płaszczyźnie symetrii karbu.



Rys. 6. Strefy plastyczne w próbkach z karbami dla r_K = 0.3, 1, 30 mm (ϕ_K=6 mm) oraz próbki gładkiej bez karbu w momencie maksymalnego obciążenia



Rys. 7. Naprężenia i odkształcenia główne oraz maksymalne odkształcenia postaciowe w płaszczyźnie symetrii karbu dla $r_K = 0.3$ mm i ϕ_K=6 mm.



Rys. 8. Naprężenia i odkształcenia główne oraz maksymalne odkształcenia postaciowe w płaszczyźnie symetrii karbu dla $r_K = 30$ mm i ϕ_K=6 mm

Na podstawie obliczeń numerycznych stwierdzono, że miejsce występowania maksymalnych naprężeń głównych, maksymalnych odkształceń głównych i maksymalnego odkształcenia postaciowego zależy od kształtu karbu. Dla karbów o większych promieniach zaokrąglenia ($r_K \geq 2$ mm) wartości te znajdują się na osi próbki, stąd też w tym miejscu należy spodziewać się inicjacji pęknięcia. W przypadku karbów o mniejszych promieniach ($r_K < 2$mm) maksymalne wartości naprężeń głównych znajdują się w pobliżu dna karbu, zaś maksymalne wartości odkształceń głównych i odkształcenia postaciowego są w dnie karbu. W związku z tym miejsce inicjacji pęknięcia w tym przypadku nie jest jednoznacznie określone.

3. KRYTERIUM PĘKANIA PRÓBEK Z KARBAMI

W przypadku, gdy inicjacja szczeliny zachodzi na osi symetrii próbki, płaszczyzna pękania jest prostopadła do kierunku rozciągania. Na tej płaszczyźnie występują duże wartości naprężeń normalnych, które decydują o pękaniu materiału. W proponowanym kryterium pękania próbek z karbami założono, że inicjacja szczeliny następuje wówczas, gdy wartość naprężenia normalnego σ_n osiągnie wartość krytyczną, zależną od miary kumulacji uszkodzeń ω_p, wywołanych plastycznym płynięciem materiału, a mianowicie:

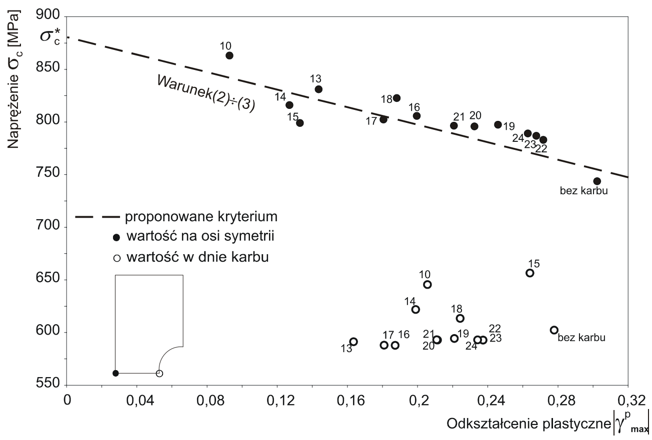
$$\max_{(\mathbf{x}_0,\mathbf{n})} \sigma_n = \sigma_c^*(1-\omega_p)\,, \tag{2}$$

gdzie: σ_c^* – krytyczna wartość naprężenia dla materiału nieuszkodzonego.

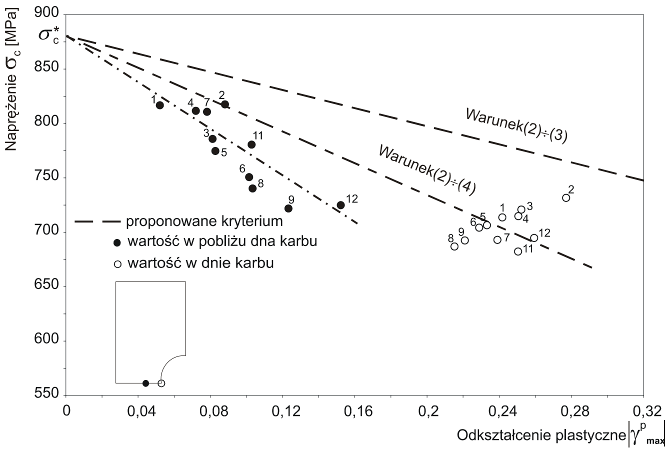
Miarę kumulacji uszkodzeń ω_p w proponowanym kryterium, w przypadku obciążeń monotonicznych, uzależniono od wartości maksymalnego plastycznego odkształcenia postaciowego γ^p_{max} :

$$\omega_p = \frac{\left|\gamma^p_{max}\right|}{\gamma_c}, \tag{3}$$

gdzie: γ_c – krytyczna wartość plastycznego odkształcenia postaciowwgo. Dla stopu aluminium EN2024 otrzymano: $\sigma_c^* \approx 876.5$ MPa, γ_c= 2.42.



Rys. 9. Zależność krytycznego naprężenia normalnego od plastycznego odkształcenia postaciowego (stop aluminium EN2024, pękanie na osi próbki).



Rys. 10. Zależność krytycznego naprężenia normalnego od plastycznego odkształcenia postaciowego (stop aluminium EN2024, pękanie w pobliżu dna karbu)

Na rysunku 9 porównano krytyczne wartości naprężeń normalnych w funkcji maksymalnego plastycznego odkształcenia postaciowego otrzymane na podstawie zależności $2 \div 3$ oraz badań doświadczalnych. Uwzględniono tylko te próbki z karbami, dla których maksymalne wartości naprężeń i odkształceń występują na osi symetrii próbki.

Inną sytuację mamy w przypadku próbek z karbami o małym promieniu zaokrąglenia ($r_K < 2$mm). Należy rozpatrzyć dwa potencjalne miejsca inicjacji pęknięcia:

a) dno karbu, gdzie występuje maksymalna wartość plastycznego odkształcenia postaciowego,
b) punkt w pewnej odległości od dna karbu, gdzie występuje maksymalna wartość naprężenia normalnego.

W obu przypadkach płaszczyzna pękania jest prostopadła do kierunku rozciągania i pokrywa się z płaszczyzną symetrii karbu. Rysunek 10 przedstawia wartości naprężeń normalnych oraz maksymalnych plastycznych odkształceń postaciowych w obu wyżej wymienionych punktach dla próbek z karbami o małym promieniu zaokrąglenia ($r_K < 2$mm). Należy zwrócić uwagę, iż wszystkie wartości leżą znacznie poniżej linii określonej warunkiem pękania 2÷3. Można zatem wyciągnąć wniosek, że odkształcenia plastyczne wywołują kumulację uszkodzeń w inny sposób wewnątrz materiału, niż na powierzchni swobodnej. Stąd też w przypadku powierzchni swobodnej zależność (3) należy zmodyfikować w następujący sposób:

$$\omega_p = A_c \frac{\left|\gamma^p_{max}\right|}{\gamma_c} \tag{4}$$

gdzie: A_c – współczynnik spiętrzenia uszkodzeń na powierzchni swobodnej materiału (dla stopu EN2024 $A_c = 2.417$)

4. PODSUMOWANIE

Na podstawie analizy numerycznej pól naprężeń i odkształceń oraz wcześniej przeprowadzonych badań doświadczalnych przeprowadzonych na próbkach z karbami ze stopu EN2024, można stwierdzić, że za pękanie odpowiada składowa normalna wektora naprężenia na płaszczyźnie krytycznej. Płaszczyzna ta, w przypadku rozciąganych próbek z karbami, jest prostopadła do kierunku obciążenia. Wartość krytyczna naprężeń normalnych może być uzależniona od maksymalnych plastycznych odkształceń postaciowych przy założeniu, że kumulacja uszkodzeń (i osłabienie materiału) zachodzi szybciej na powierzchni swobodnej, niż wewnątrz materiału.

LITERATURA

1. **Thomason P.F.** (1990), *Ductile fracture of metals*, Pergamon press, Inc., New York.
2. **Bao Y.** (2001), *Comparative study on various Fracture criteria – Part I*: Finite Element Analysis, MIT, Cambridge, s.60.
3. **Bao Y.** (2005), Dependence of ductile crack formation in tensil tests on stress triaxiality, stress and strain ratios, *Eng. Fracture Mech.*, vol. 72, s. 505-522.
4. **Bandsta J.P., Koss D.A**. (2004), A simulation of growth and coalescence of void during ductile fracture, *Mat. Science & Eng.*, vol. 387-389, s.399-403.
5. **Öchsner A., Gegner J., Winter W., Kuhh G**. (2001), Experimental and numerical investigations of ductile damage in aluminum alloy, *Mat. Science & Eng.*, vol. A318, s. 328-333.
6. **Wierzbici T., Bao Y., Lee Y. W., Bai Y**.(2005), Calibration and evaluation of fracture models, *Mechanical Sciences*, vol. 47, s.719-743.
7. **Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z.**, (2005) *The finite element method: its basis and fundamentals* Amsterdam, Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2005, s. 733.
8. **MSC.Software**, (2005), *Combined Documentation..*
9. **Derpeński Ł., Seweryn A.**, (2005), Doświadczalna analiza pękania elementów z karbami wykonanych z materiałów sprężysto-plastycznych, *III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji, Augustów*, 1-4 czerwca 2005, s. 77-80.

NUMERICAL ANALYSIS OF FRACTURE FOR SPECIMENS WITH NOTCHES MADE OF ELASTO-PLASTIC MATERIAL

Abstract: The paper presents results of numerical analysis of stress and strain fields on specimens with differences radius notches. Finite element methods was used in calculation. In simulation elastic-plastic model with isotropic hardening was load to described material. Authors pay attentions to principal stress and strain pattern and maximum non-dilatational strain on plane located at notch root. In article also presents notch's radius effect on plastic zone size under full load. Authors derive a crack criterion for specimens witch radius notches.

Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2005-2007, jako projekt badawczy numer 4T07A03028.

ZMĘCZENIOWA PROPAGCJA SZCZELINY W BIMATERIALE – – MODEL MATEMATYCZNY I ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE

Krzysztof DOLIŃSKI, Krzysztof P. MRÓZ

Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, ul. Świętokrzyska 21, 00-049 Warszawa

kdolin@ippt.gov.pl, kmroz@ippt.gov.pl

Streszczenie: Praca dotyczy płaskiego zagadnienia wzrostu szczeliny zmęczeniowej w bimateriale powstałym na skutek idealnego zespolenia dwóch materiałów sprężystych. Proponowana metoda umożliwia określenie wzrostu takiej szczeliny, dowolnie usytuowanej w bimateriale. Oparta jest ona na istniejących modelach matematycznych rozwijanych w ramach mechaniki pękania i dających podstawy do wyznaczenia współczynników intensywności naprężeń dla szczelin w bimateriale. Metoda ta pozwala ocenić, dla każdego kolejnego cyklu obciążenia, kierunek propagacji i przyrost długości szczeliny, a w konsekwencji jej drogę i długość będące wynikiem procesu zmęczeniowego. Do tego celu wykorzystany jest dyslokacyjny model szczeliny, który prowadzi do układu osobliwych równań całkowych. Do rozwiązania tego układu równań zaproponowano efektywny algorytm numeryczny.

1. WPROWADZENIE

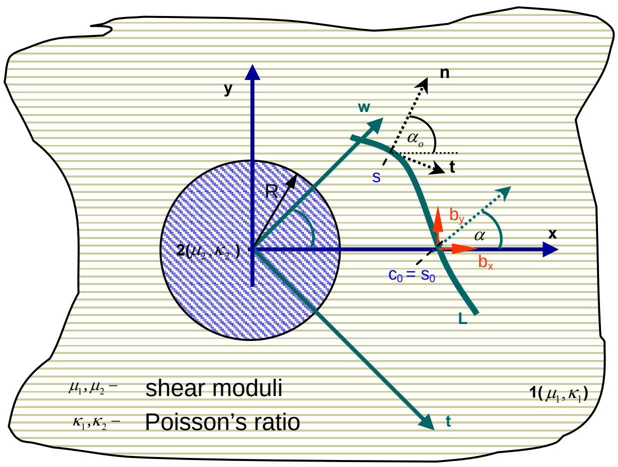
Materiały kompozytowe znajdują obecnie coraz szersze zastosowanie w konstrukcjach inżynierskich. Wykorzystywane są one do produkcji elementów samolotów, pojazdów kosmicznych, samochodów, podzespołów elektronicznych, gdzie często narażone są na obciążenia cykliczne. W trakcie procesów produkcji trudno jest jednak wyeliminować powstawanie defektów (np. w interfejsie lub jego sąsiedztwie), które rozwijając się pod wpływem zmiennych w czasie obciążeń eksploatacyjnych tworzą pęknięcia prowadzące do zmęczeniowego zniszczenia konstrukcji. Umiejętność oszacowania czasu do zniszczenia zmęczeniowego elementu konstrukcji jest konieczna dla zagwarantowania odpowiedniego poziomu bezpieczeństwa, a właściwy dobór materiałów i technologii wytwarzania pozwala podwyższyć niezawodność całej konstrukcji.

Jednym z przykładów kompozytu jest bimateriał. Możliwość opisu wzrostu szczeliny zmęczeniowej w bimateriale, a w szczególności w otoczeniu połączenia dwóch materiałów (interfejsu) jest kluczowa dla modelowania tego zjawiska w bardziej złożonych materiałach kompozytowych. W pracy rozważony będzie problem wzrostu szczeliny pod wpływem obciążeń cyklicznych umieszczonej w bimateriale, czyli w elemencie złożonym z dwóch idealnie połączonych materiałów sprężystych o różnych stałych materiałowych i nieskończenie dużych rozmiarach. Rozważany będzie przypadek płaskiego stanu naprężenia i odkształcenia. Proponowane w pracy podejście pozwala na rozwiązanie problemu propagacji szczeliny zmęczeniowej dla innych konfiguracji interfejsu oraz struktury kompozytu. W pracy przedstawiono jedynie wyniki symulacji komputerowej wzrostu szczeliny zmęczeniowej dla materiałów jednorodnych i bimateriału.

2. METODA

2.1. Wprowadzenie

Proponowana metoda zostanie przedstawiona na prostym przykładzie okrągłego wtrącenia (Rys.1)



Rys. 1. Okrągłe wtrącenie w nieskończenie dużej matrycy

Zgodnie z założeniami metody, zadanie wymaga rozważenia kilku problemów. Problem pierwszy (A) to problem okrągłego sprężystego wtrącenia (inkluzji) zatopionego w matrycę bez szczeliny, której pole naprężeń jest uzależnione od warunków zewnętrznych. Problem drugi (B1) to problem pola naprężeń zależnego tylko od istnienia szczeliny w matrycy. W tym przypadku pole naprężeń wynika z przyłożenia na powierzchni szczeliny naprężenia, o przeciwnym znaku, wynikającego z rozwiązania problemu (A). Jednocześnie rozważyć należy problem (B2), w którym szczelina reprezentowana jest przez ciągły rozkład dyslokacji krawędziowych. Wykorzystując rozwiązanie dla pojedynczej dyslokacji można, zgodnie z pracą Erdogana i innych (1974) oraz kilkoma modyfikacjami rozważanymi dla bardziej skomplikowanych przypadków, sformułować wykorzystywaną tu metodą w postaci ogólnej.

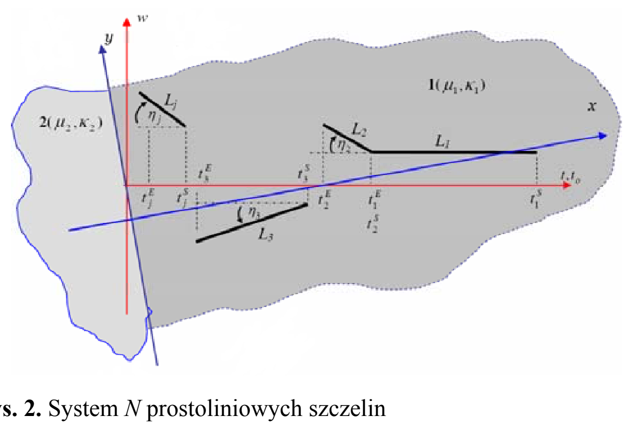
Przyjmuje się, że matryca zawiera „cięcie" wzdłuż gładkiego łuku L przechodzącego przez punkt $(c_0,0)$ (Rys.1). Następnie przyjmujemy składowe σ_n, σ_t dla $s \in L$ jako, odpowiednio, prostopadłe i styczne, naprężenia na L w materiale bez cięcia, zależne jedynie od obciążenia zewnętrznego (rozwiązanie problemu (A)). Następnie rozważamy punkt $(c_0, 0)$ odpowiadający punktowi $s{=}s_0$ na L, gdzie s jest długością mierzoną wzdłuż linii L. Można teraz otrzymać prostopadłe i styczne naprężenie na L, zależne od składowych, b_x, b_y, wektora Burgera określającego dyslokację, w postaci zależnej od składowych wektora Burgera, b_t, b_w, w nowym układzie współrzędnych. Jeżeli n i t są, odpowiednio, normalną i styczną współrzędną na L i $\alpha = \alpha(s)$ jest kątem pomiędzy osią x i normalną w punkcie s, to wówczas dla $x,y \in L$ naprężenie w punkcie s od pojedynczej dyslokacji umieszczonej w punkcie s_0, o wektorze Burgera określonym przez składowe $\sigma_n^b(s,s_0)$, $\sigma_t^b(s,s_0)$ można wyrazić jako:

$$\begin{aligned}\sigma_n^b(s,s_o) &= h_{n1}(s,s_o)b_t + h_{n2}(s,s_o)b_w,\\ \sigma_t^b(s,s_o) &= h_{t1}(s,s_o)b_t + h_{n2}(s,s_o)b_w,\end{aligned} \tag{1}$$

Naprężenie w punkcie s wynikające z istnienia dyslokacji wzdłuż linii L można wyrazić w następującej postaci całkowej

$$\begin{aligned}-\sigma_n(s) &= \int_L \left[\sigma_n^b(s,s_o)\right]\mathrm{d}s_o =\\ &= \int_L \left[h_{n1}(s,s_o)b_t(s_o) + h_{n2}(s,s_o)b_w(s_o)\right]\mathrm{d}s_o,\\ -\sigma_t(s) &= \int_L \left[\sigma_t^b(s,s_o)\right]\mathrm{d}s_o =\\ &= \int_L \left[h_{t1}(s,s_o)b_t(s_o) + h_{t2}(s,s_o)b_w(s_o)\right]\mathrm{d}s_o.\end{aligned} \tag{2}$$

gdzie $\sigma_n(s)$, $\sigma_t(s)$ oznaczają, odpowiednio, normalne i styczne naprężenie na L, w materiale bez szczeliny (rozwiązanie problemu A), $h_{ni}(s,s_o)$ i $h_{ti}(s,s_o)$ są funkcjami Greena.



Rys. 2. System N prostoliniowych szczelin

Przyjmijmy, że szczelina jest prostoliniowa o długości L oraz (t,w) jest układem współrzędnych jak na Rys. 2. W takim przypadku naprężenia $\sigma_n(s)$, $\sigma_t(s)$ dla N prostoliniowych szczelin można wyrazić w następujący sposób:

$$\begin{aligned}-\sigma_n(t_j) &=\\ &\sum_{i=1}^{N}\int_{t_i^E}^{t_i^S}\left[h_{n1}(t_j,t_{oi})b_{ti}(t_{oi}) + h_{n2}(t_j,t_{oi})b_{wi}(t_{oi})\right]\mathrm{d}t_{oi}\\ -\sigma_t(t_j) &= \sum_{i=1}^{N}\int_{t_i^E}^{t_i^S}\left[h_{t1}(t_j,t_{oi})b_{ti}(t_{oi}) + h_{t2}(t_j,t_{oi})b_{wi}(t_{oi})\right]\mathrm{d}t_{oi}.\end{aligned} \tag{3}$$

Następnie, wprowadzając notację

$$\begin{aligned}&-\sigma_n(t_j) = -\sigma_{ww}(t_j,c) = p_n(t_j),\\ &-\sigma_t(t_j) = -\sigma_{wt}(t_j,c) = p_t(t_j),\\ &b_{ni}(t_{oi}) = -f_{ni}(t_{oi}), \qquad b_{ti}(t_{oi}) = -f_{ti}(t_{oi}).\end{aligned}$$

wyrażenie (3) można sformułować w następującej postaci

$$\begin{aligned}&p_n(t_j) =\\ &= \sum_{i=1}^{N}\int_{t_i^E}^{t_i^S}\frac{2\mu_m}{\pi(\kappa_m+1)}[[(f_{ti}(t_{oi})\frac{2\sin\eta_i}{t_{oi}-t_j} + f_{ni}(t_{oi})\frac{2\cos\eta_i}{t_{oi}-t_j} +\\ &+ f_{ti}(t_{oi})k_{ti}^{nj}(t_j,t_{oi}) + f_{ni}(t_{oi})k_{ni}^{nj}(t_j,t_{oi})]\delta_{ij}\\ &+(1-\delta_{ij})[(f_{ti}(t_{oi})K_{ti}^{nj}(t_j,t_{oi}) + f_{ni}(t_{oi})K_{ni}^{nj}(t_j,t_{oi})]]\frac{\mathrm{d}t_{oi}}{\cos\eta_i},\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}&p_t(t_j) =\\ &= \sum_{i=1}^{N}\int_{t_i^E}^{t_i^S}\frac{2\mu_m}{\pi(\kappa_m+1)}[[(f_{ti}(t_{oi})\frac{2\cos\eta_i}{t_{oi}-t_j} - f_{ni}(t_{oi})\frac{2\sin\eta_i}{t_{oi}-t_j} +\\ &+ f_{ti}(t_{oi})k_{ti}^{tj}(t_j,t_{oi}) + f_{ni}(t_{oi})k_{ni}^{tj}(t_j,t_{oi})]\delta_{ij}\\ &+(1-\delta_{ij})[(f_{ti}(t_{oi})K_{ti}^{tj}(t_j,t_{oi}) + f_{ni}(t_{oi})K_{ni}^{tj}(t_j,t_{oi})]]\frac{\mathrm{d}t_{oi}}{\cos\eta_i}.\end{aligned} \tag{5}$$

gdzie: k_{ti}^{nj}, k_{ni}^{nj}, k_{ti}^{tj}, k_{ni}^{tj} są nieosobliwymi składnikami odpowiednio przetransformowanych funkcji Greena dla punktów na tej samej szczelinie, tj. dla $i = j$. Natomiast K_{ti}^{nj}, K_{ni}^{nj}, K_{ti}^{tj}, K_{ni}^{tj} są to nieosobliwe składowe, ponieważ określają wpływ dyslokacji na linii L_i na naprężenie w punkcie o współrzędnej $t = t_j$ na linii L_j, czyli dla $j \neq i$. Zauważmy, że osobliwości występują tylko dla $i{=}j$, i są one typu Cauchy'ego. Wartość indeksu m, $m = 1{,}2$, zależy od tego, gdzie znajduje się aktualnie rozpatrywana dyslokacja. I tak dla dyslokacji w materiale 1 indeks $m = 1$, dla dyslokacji w materiale 2 indeks $m = 2$. Należy zwrócić uwagę, że ze względu na warunek zachowania ciągłości odkształceń na połączeniu dwóch materiałów naprężenia $\sigma_{y,1}$ i $\sigma_{y,2}$ spełniają następującą relację:
$\sigma_{y,1}/E_1 = \sigma_{y,2}/E_2$ – dla płaskiego stanu naprężenia,
$(1-\upsilon_1^2)(\sigma_{y,1}/E_1) = (1-\upsilon_2^2)(\sigma_{y,2}/E_2)$ – dla płaskiego stanu odkształcenia. Funkcje gęstości dyslokacji $f_{ti}(t_{oi})$ i $f_{ni}(t_{oi})$ występujące w równaniach całkowych (4) i (5) muszą dodatkowo spełniać warunek (Erdogan i inni, 1974):

$$\sum_{i=1}^{N}\int_{t_i^E}^{t_i^S}\frac{f_{ti}(t_{oi})}{\cos\eta_i}\mathrm{d}t_{oi} = 0, \quad \sum_{i=1}^{N}\int_{t_i^E}^{t_i^S}\frac{f_{ni}(t_{oi})}{\cos\eta_i}\mathrm{d}t_{oi} = 0. \tag{6}$$

Sformułowane powyżej osobliwe równania całkowe typu Cauchy'ego rozwiązywane są numerycznie za pomocą metody Gaussa-Chebysheva opisanej w pracy (Erdogana i Gupty (1972). Zgodnie z tą techniką, oddziela się część osobliwą równań, zawierającą składową $(t_o-t)^{-1}$, a przedziały całkowania normalizuje się, wprowadzając funkcję, $F_{ki}(\xi_i)$ zdefiniowaną jako:

$b_{ki}(\xi_i) = F_{ki}(\xi_i)\,(1-\xi_i)^{-\varepsilon}\,(1-\xi_i)^{-\omega}$, $k = t, n$, gdzie: ε, ω określają stopnie osobliwości, które w przypadku pojedynczej szczeliny w materiale jednorodnym są równe ½. W narożniku, w miejscu połączenia dwóch odcinków szczeliny, stopień osobliwości jest w rzeczywistości mniejszy niż ½. W pracy przyjmujemy w tym punkcie stopień osobliwości równy ½. Wprowadza to pewien błąd w rozwiązaniu, który, jak wykazano, nie ma istotnego znaczenia w rozważanym problemie wzrostu szczeliny zmęczeniowej. Założenie to w sposób zasadniczy upraszcza problem. Jego przyjęcie wymaga jednak wprowadzenia dodatkowego warunku, np. $F_{ki}(-1) = 0$, patrz (Lo, 1978; Sih, 1974).

Współczynniki intensywności naprężeń definiuje się jako

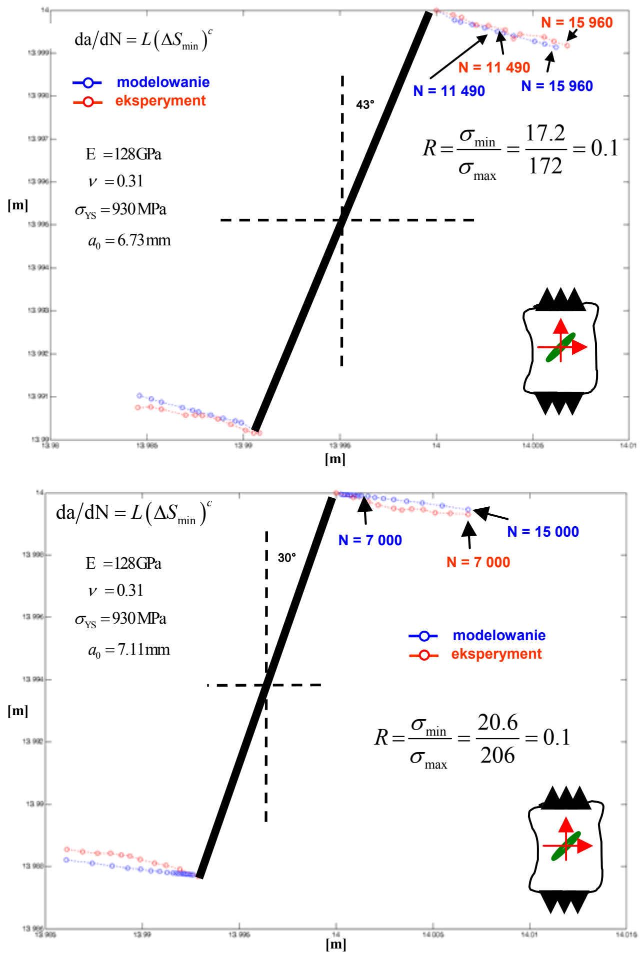
$$
\begin{aligned}
k_{\mathrm{I}}(t_j^{\mathrm{S}}) &= \lim_{t\to t_j^S}\sqrt{\frac{2(t-t_j^{\mathrm{S}})}{\cos\eta_j}}\,p_n(t_j),\\
k_{\mathrm{II}}(t_j^{\mathrm{S}}) &= \lim_{t\to t_j^S}\sqrt{\frac{2(t-t_j^{\mathrm{S}})}{\cos\eta_j}}\,p_t(t_j),\\
k_{\mathrm{I}}(t_j^{\mathrm{E}}) &= \lim_{t\to t_j^E}\sqrt{\frac{2(t_j^{\mathrm{E}}-t)}{\cos\eta_j}}\,p_n(t_j),\\
k_{\mathrm{II}}(t_j^{\mathrm{E}}) &= \lim_{t\to t_j^E}\sqrt{\frac{2(t_j^{\mathrm{E}}-t)}{\cos\eta_j}}\,p_t(t_j),
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Następnie, wykorzystując transformację zaproponowaną w pracy Muskhelishvili (1966) oraz definicje (7) współczynniki intensywności naprężeń można wyrazić w końcowej formie w następującej postaci

$$
\begin{aligned}
k_{\mathrm{I}}(t_j^S) &= -\frac{1}{\sqrt{L_j/2}}[\sin(\eta_j)F_{tj}(t_j^S)+\cos(\eta_j)F_{nj}(t_j^S)],\\
k_{\mathrm{II}}(t_j^S) &= -\frac{1}{\sqrt{L_j/2}}[\cos(\eta_j)F_{tj}(t_j^S)-\sin(\eta_j)F_{nj}(t_j^S)],\\
k_{\mathrm{I}}(t_j^E) &= \frac{1}{\sqrt{L_j/2}}[\sin(\eta_j)F_{tj}(t_j^E)+\cos(\eta_j)F_{nj}(t_j^E)],\\
k_{\mathrm{II}}(t_j^E) &= \frac{1}{\sqrt{L_j/2}}[\cos(\eta_j)F_{tj}(t_j^E)-\sin(\eta_j)F_{nj}(t_j^E)].
\end{aligned}
\tag{8}
$$

2.3. Rezultaty

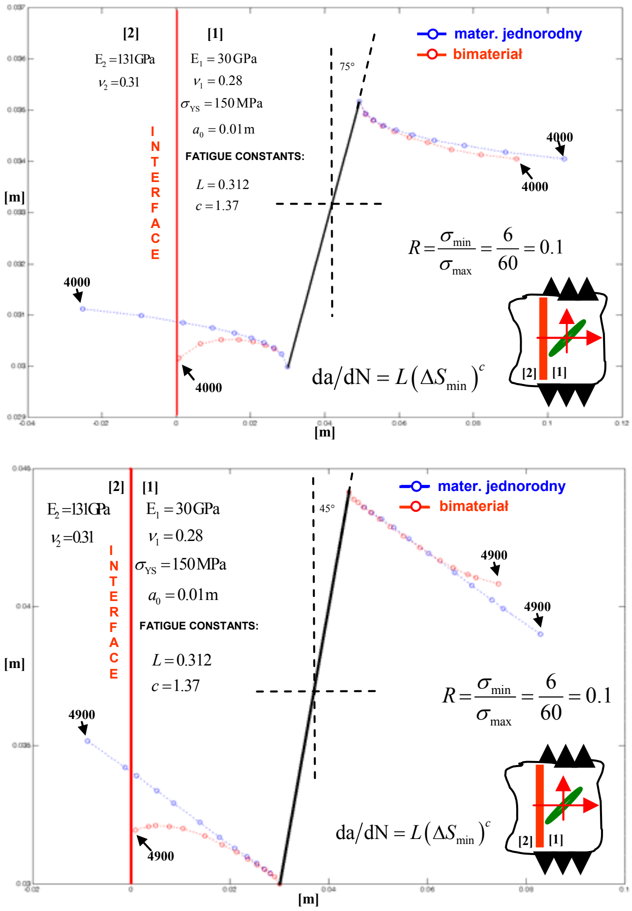
W pracy przedstawiono porównanie drogi wzrostu szczeliny zmęczeniowej (Rys.3) uzyskanej przy zastosowaniu opisywanej metody z wynikami eksperymentu z pracy Pustejovsky'ego (1979). Eksperyment dotyczył dwóch konfiguracji szczelin, jak pokazano na Rys. 3, w próbkach wykonanych ze stopu tytanu Ti-6Al-4V. Jak widać na zamieszczonych rysunkach wyniki eksperymentu i symulacji numerycznej dotyczące kierunku wzrostu szczeliny są bardzo podobne. W symulacji numerycznej użyto współczynnika gęstości energii odkształcenia, S, jako parametru określającego zarówno kierunek wzrostu, (Sih, 1974), jak i wielkość kontrolującą wzrost szczeliny (Sih i Barthelemy, 1980).



Rys. 3. Porównanie wyników eksperymentu z wynikami symulacji numerycznej

Widać stąd, że zasadnym jest stosowanie tej wielkości dla określania kierunku wzrostu szczeliny zmęczeniowej, a co za tym idzie, proponowana metoda pozwala efektywnie wyznaczyć poprawne wartości współczynników intensywności naprężeń dla skomplikowanej konfiguracji szczeliny. Jednakże zastosowanie współczynnika gęstości energii odkształcenia dla określania prędkości wzrostu szczeliny nie dało zadowalających wyników. Konieczne są tutaj dalsze badania dla polepszenia zgodności pomiędzy wynikami eksperymentów a wynikami otrzymywanymi na podstawie modeli teoretycznych. Należy dodać, iż autorzy przeanalizowali większości proponowanych w literaturze propozycji obliczania prędkości wzrostu szczeliny zmęczeniowych. Jednakże żadna z analizowanych propozycji nie dała zadowalającej zgodności z wynikami eksperymentów, gdy dla różnych kątów nachylenia szczeliny początkowej do kierunku naprężenia zewnętrznego przyjmowano niezmienne stałe materiałowe właściwe dla danego prawa wzrostu.

W przypadku symulacji wzrostu szczeliny zmęczeniowej w bimateriale, wyniki przedstawiono dla dwóch przypadków pochylenia szczeliny i porównano je z wynikami wzrostu w analogicznym warunkach, ale bez obecności drugiego materiału. Sytuację tę przedstawia Rys. 4.



Rys. 4. Wzrost szczeliny w biamteriale, rezultaty modelowania

2.4. Podsumowanie

Proponowana metoda oparta jest na koncepcji szczeliny modelowanej jako ciągły rozkład dyslokacji, których wpływ na pole naprężeń opisywany jest za pomocą odpowiednich funkcji Greena. Wynikający stąd układ osobliwych równań całkowych typu Cauchy'ego rozwiązywany jest numerycznie za pomocą metody Gaussa-Chebysheva przedstawionej w pracy Erdogana i Gupty (1972). Uzyskane wyniki wykazują zgodność z eksperymentem kierunku wzrostu szczeliny zmęczeniowej w złożonym polu naprężeń . Dalsze badania konieczne są dla poprawy przewidywania prędkości wzrostu szczeliny.

LITERATURA

1. **Erdogan F., Gupta G.D., Ratwani M.** (1974), Interaction between a circular inclusion and an arbitrarily oriented crack, *Journal of Applied Mechanics*, December, 1007-1013.
2. **Dundurs J., Mura T**. (1964), Interaction between an edge dislocation and a circular inclusion, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 12, 177-189.
3. **Erdogan F., Gupta G.D.** (1972), On the numerical solution of singular integral equations, *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 29, 525-534.
4. **Pustejovsky, M.A**. (1979), Fatigue Crack Propagation in Titanium Under General in-Plane Loading, *Engng Fracture Mech*., Vo.11, 9-15**.**
5. **Lo, K.K.** (1978), Analysis of branched cracks, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 45, 797-802.
6. **Selvarathinam A.S., Goree, A.S.** (1998)**,** T-stress based fracture model for cracks in isotropic materials, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 60, No. 5-6, 543-561.
7. **Muskhelishvili, N.I.** (1966) Some basic problems of the mathematical theory of elasticity, Moskwa.
8. **Sih, G.C.** (1974), Strain-energy density factor applied to mixed-mode crack problems, *International Journal of Fracture*, Vol.10, 305-321.
9. **Sih, G.C., Barthelemy, B.M.** (1980), Mixed mode fatigue crack growth predictions, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.13, 439-451.

FATIGUE CRACKS GROWTH IN THE BIMATERIAL - - THE MATHEMATICAL MODEL AND NUMERICAL SOLUTION

Abstract: Recently, considerable efforts have been devoted towards developing fracture mechanics theories for bimaterials, mainly due to the need for better understanding of interfacial fractures resulting from the increasing use of adhesive and diffusive bonding or explosion-clad materials, design of microelectronic packaging and coatings intended for enhancing thermal, environmental or tribological resistance. However, the modelling of the time- or cycle-dependent failure of such bimaterials, particularly those involving the ceramic and metal layers, remains still in very preliminary phase providing no reliable prediction of the actual fatigue crack trajectory and fatigue lifetimes. Although in some papers, the experimental or numerical results are accompanied by the theoretical description of the interface crack features it does not result in developing of any effective models to predict the path and magnitude of the crack propagating in bimaterial due to the cyclic loading. It is inevitably to take into account very considerable achievements of fracture mechanics to base the fatigue models on strong theoretical foundations and to attain a significant progress in modelling of fatigue phenomena in bimaterials. The fracture mechanics concerned many complex types of cracks, including branched or forked cracks, but also other geometries have also been considered. However, some of the fracture mechanics methods are very complicated and in result of what difficult to adopting in the propagation of crack. The enough large difficulty appears in case of analysis these cracks in neighbourhood of interface, also, that is the place of connection two different materials. The paper presented method makes possible easy formation of the cracks in the bimaterial and obtainment of stress intensity factors on the tips. The problem is formulated by a system of singular integral equations by using the related Green's function (dislocation or concentrated force solution) in conjunction with the technique of superposition. In the paper the approach proposed by Erdogan et al. (1974) based on the Dunder's solution for a single dislocation in presence of a circular inclusion (Dundurs and Mura, 1964) is adopted to fatigue crack growth modelling in bimaterial taking into account the mixed-mode conditions and two stress intensity factors, K_I and K_{II}. An effective algorithm to solve the integral equations which result from accounting for the effect of dislocations distributed along a broken line is being developed. It will allow us to calculate both the stress intensity factors, K_I and K_{II}, and consequently, to use the criteria to determine the direction and increment of the branched crack due to a cycle or series of cycles of the remote loading acting on the bimaterial specimen. The integral equations with the Cauchy-type singularities is solved with the help of the numerical technique (Gauss-Chebyshev method) described by Erdogan and Gupta in (1972).

EFEKT CIĄGŁEJ DEAKTYWACJI USZKODZENIA

Artur GANCZARSKI*, **Marcin CEGIELSKI***

* Katedra Mechaniki Ciał Odkształcalnych, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska, Al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków

Artur.Ganczarski@pk.edu.pl

Streszczenie: Przedmiotem prezentowanej pracy jest modelowanie efektu ciągłej deaktywacji uszkodzenia. Koncepcja ciągłego efektu otwierania/zamykania mikro-pustek jest formułowana w przypadku jednoosiowego naprężenia a następnie uogólniona na stan trójosiowy. Zademonstrowano oraz porównywano z wynikami eksperymentalnymi następujące dwa przykłady proponowanego sformułowania: niskocyklowe zniszczenie próbki ze stali nierdzewnej AISI 316L oraz wpływ uszkodzenia na ewolucję potencjału plastyczności. Zarówno jakościowa jak i ilościowa analiza otrzymanych wyników potwierdza poprawność oraz potrzebę stosowania efektu ciągłej deaktywacji uszkodzenia.

1. WPROWADZENIE

Zjawisko unilateralnego uszkodzenia nazywane również deaktywacją mikro-uszkodzeń lub efektem zamykania/otwierania mikro-szczelin jest typowym dla materiałów poddanych cyklom rozciągania i ściskania. W najprostszym przypadku, gdy obciążenie jest naprzemiennym rozciąganiem i ściskaniem, mikro-szczeliny podczas ściskania polegają zupełnemu zamknięciu tak, że materiał zachowuje się jak nieuszkodzony, czyli odzyskuje pierwotną sztywność. Matematyczny opis unilateralnego uszkodzenia oparty jest na dekompozycji tensora naprężenia lub odkształcenia na dodatnie oraz ujemne projektory (Krajcinovic, 1996; Lemaitre, 1992; Mazars, 1986; Murakami i Kamiya, 1997). W cytowanych pracach odpowiednie definicje naprężenia bądź odkształcenia efektywnego zawierają funkcję Heaviside'a zerującą ich ujemne wartości własne. Oznacza to, że ujemne wartości własne tensorów naprężenia bądź odkształcenia pozostają nieaktywnymi w procesie uszkodzenia tak długo, aż warunki obciążenia spowodują ich ponowną aktywację (Mazars, 1986). W bardziej ogólnym podejściu zarówno dodatnie jak i częściowo ujemne wartości własne tensorów odkształcenia lub naprężenia mają wpływ na ewolucję uszkodzenia (Hayakawa i Murakami, 1998; Ladeveze, 1983). Dodatnie części tensorów odkształcenia lub naprężenia są wyrażone poprzez dodatnie operatory tensorowe czwartego rzędu określone na ich wektorach własnych (Hansen i Schreyer, 1995; Krajcinovic, 1996). Ograniczenia związane z konsystentnością unilateralnego uszkodzenia w świetle kontynualnej mechaniki uszkodzeń zostały szczegółowo przedyskutowane przez Chaboche'a i współpracowników (Chaboche, 1992, 1993; Chaboche, i inni., 1995). Autorzy wykazali, że istniejące teorie rozwinięte w pracach (Ju, 1989; Krajcinovic i Fonseka, 1981; Ramtani, 1990) prowadzą w przypadku ogólnych wieloosiowych i nieproporcjonalnych ścieżek obciążenia do utraty symetrii przez tensor sztywności bądź do nieuzasadnionych nieciągłości pojawiających się na krzywej naprężenie-odkształcenie. Łatwo wykazać, że jeśli warunki unilateralne wpływają zarówno na diagonalne jak i pozadiagonalne składowe tensorów sztywności bądź podatności to nieciągłość naprężenia pojawia się w momencie gdy choćby jedna z wartości własnych tensora odkształcenia zmienia znak podczas gdy pozostałe pozostają ustalone (Skrzypek i Kuna-Ciskał, 2003). W modelu zaproponowanym przez Chaboche'a (1993) tylko diagonalne składowe odpowiadające ujemnym składowym normalnym odkształcenia są zastępowane przez początkowe (nieuszkodzone) wartości. Konsystentny opis efektu unilateralnego został podany przez Halma i Dragona (1996, 1998). Wprowadzając nowy tensor uszkodzenia czwartego rzędu określony na wektorach własnych tensora uszkodzenia drugiego rzędu, autorzy uzyskali efekt zamykania/otwierania mikro-szczelin zgodny z ogólnymi warunkami ciągłości narzuconymi na odpowiedź rejestrowaną na krzywej naprężenie-odkształcenie.

2. CIĄGŁA DEAKTYWACJA USZKODZENIA

2.1. Przypadek jednoosiowego naprężenia

W przypadku jednoosiowego naprężenia rozciągającego oraz uszkodzenia typu skalarnego, naprężenie efektywne i odpowiedni efektywny moduł sprężystości zdefiniowane są w następujący sposób

$$\tilde{\sigma} = \sigma/(1-D), \quad \tilde{E} = E(1-D). \tag{1}$$

Powyższe zależności zachowują swoją ważność również w przypadku, gdy mikro-uszkodzenia pozostają otwarte pod działaniem jednoosiowego naprężenia ściskającego. Jednakże dla pewnej klasy materiałów oraz obciążeń mikro-uszkodzenia mogą ulegać zamknięciu przy ściskaniu. Efekt ten jest cechą charakterystyczną materiałów kruchych. W przypadku, gdy mikro-uszkodzenia ulegają całkowitemu zamknięciu należy zdefiniować dwa komplety warunków, odrębnie dla rozciągania oraz ściskania

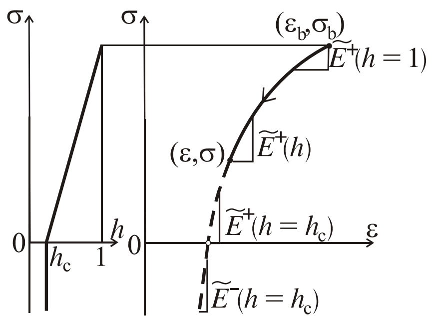
$$\tilde{\sigma}=\begin{cases}\sigma/(1-D)\\ \sigma\end{cases},\quad \tilde{E}=\begin{cases}E(1-D) & \text{gdy } \sigma>0\\ E & \text{gdy } \sigma<0\end{cases} \tag{2}$$

Mikro-uszkodzenia występujące w rzeczywistym materiale posiadają zwykle skomplikowany kształt nie pozwalający im na całkowite zamknięcie. W celu uwzględnienia tego efektu do warunków obwiązujących dla ściskania wprowadza się parametr zamknięcia mikro-pustek (crack closure parameter) h ($0\leq h\leq 1$), w związku z czym odpowiednie warunki dla rozciągania oraz ściskania przyjmują następującą postać

$$\tilde{\sigma}=\begin{cases}\sigma/(1-D)\\ \sigma/(1-Dh)\end{cases},\quad \tilde{E}=\begin{cases}E(1-D) & \text{gdy } \sigma>0\\ E(1-Dh) & \text{gdy } \sigma<0\end{cases} \tag{3}$$

Zastosowanie takiego modelu do opisu ścieżki odciążenia prowadzi do liniowej zależności pomiędzy spadkiem naprężenia oraz spadkiem odkształcenia scharakteryzowanej modułem $\tilde{E}^{+}$. Przejście do zakresu ściskania powoduje przeskok na drugą gałąź ścieżki odciążenie-obciążenie scharakteryzowanej modułem $\tilde{E}^{-}$. Rzeczywisty materiał nie wykazuje takiej biliniowej charakterystyki. Koncepcja ciągłej deaktywacji mikro-pustek zaproponowana przez Hansena i Schreyera (1995), pozwalająca na wyeliminowanie przeskoku pomiędzy $\tilde{E}^{+}$ i $\tilde{E}^{-}$ oraz na uwzględnienie efektu umocnienia towarzyszącego stopniowemu zamykaniu uszkodzeń, polega na zastąpieniu parametru h funkcją $h(\sigma)$, liniową w najprostszym przypadku (Rys. 1)

$$h(\sigma)=h_{\mathrm{c}}+(1-h_{\mathrm{c}})\langle\sigma\rangle/\sigma_{\mathrm{b}} \tag{4}$$



Rys. 1. Efekt ciągłej deaktywacji uszkodzenia

2.2. Uogólnienie na trójosiowy stan naprężenia

Rozróżnienie rozciągania od ściskania będące kluczem do wyprowadzenia zależności rządzących efektem deaktywacji mikro-uszkodzeń jest proste w przypadku jednowymiarowym lecz analogiczna partycja tensora naprężenia w przypadku 3D wcale nie jest trywialna. Jeśli posłużyć się reprezentacją tensora naprężenia poprzez jego wartości własne to można wykonać następującą dekompozycję

$$\boldsymbol{\sigma}=\operatorname{diag}\{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3\}=<\boldsymbol{\sigma}^{+}>-<\boldsymbol{\sigma}^{-}> \tag{5}$$

która w przypadku uszkodzenia typu skalarnego oraz zasady równoważności odkształceń pozwala wyprowadzić następujące wzory określające naprężenie efektywne

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{\pm}=\pm\frac{<\pm\boldsymbol{\sigma}>}{1-Dh}\pm\frac{\nu}{1-2\nu}\frac{[\mathrm{Tr}<\pm\boldsymbol{\sigma}>-<\pm\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\sigma})>]}{1-Dh}\cdot\mathbf{1} \tag{6}$$

Ze struktury wzoru (6) wynika, iż wyrazy poprzedzone mnożnikiem $\nu/(1-2\nu)$ wprowadzają sprzężenie znikające w przypadku gdy wartości własne tensora naprężenia są tego samego znaku

$$\begin{aligned}\sigma_1>0\wedge\sigma_2>0\wedge\sigma_3>0 &\Rightarrow \mathrm{Tr}<\boldsymbol{\sigma}>=<\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\sigma})>\\ \sigma_1<0\wedge\sigma_2<0\wedge\sigma_3<0 &\Rightarrow \mathrm{Tr}<-\boldsymbol{\sigma}>=<-\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\sigma})>\end{aligned} \tag{7}$$

a w konsekwencji uproszczone definicje naprężenia efektywnego oraz tensora efektywnych modułów sprężystości

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{\pm}=\pm<\pm\boldsymbol{\sigma}>/(1-Dh)\quad \tilde{\mathbf{E}}^{\pm}=\mathbf{E}(1-Dh). \tag{8}$$

Próba uwzględnienia efektu ciągłej deaktywacji mikro-uszkodzeń wymaga wprowadzenia dodatkowej hipotezy wiążącej h ze skalarną miarą tensora naprężenia

$$h(\boldsymbol{\sigma})=h_{\mathrm{c}}+(1-h_{\mathrm{c}})\chi(\boldsymbol{\sigma})/\chi(\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{b}}), \tag{9}$$

w której użyto znanej funkcji Hayhursta

$$\chi(\boldsymbol{\sigma})=\alpha\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\sigma})+(1-\alpha)J_2(\boldsymbol{\sigma}). \tag{10}$$

3. PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA

3.1. Zniszczenie niskocyklowe stali AISI 316L

W najprostszym przypadku, gdy materiał poddany jest jedno-osiowym cyklom rozciągania-ściskania o stałej amplitudzie odkształcenia, narastające uszkodzenie powoduje spadek amplitudy naprężenia oraz spadek modułu sprężystości. Wyniki eksperymentu Dufailly i Lemaitre'a (1992) (Lemaitre i Chaboche, 1985) dla próbki wykonanej ze stali stopowej AISI 316L pokazano na Rys. 2. W modelu matematycznym użyto dwóch niezależnych skalarnych zmiennych uszkodzenia: izotropowej D_{s}, działająca na dewiatorową część tensora naprężenia oraz unilateralnej D_{v}, działającej na część kulistą tensora naprężenia (Ladeveze i Lemaitre, 1984; Vereecke i Billardon, 2004), zatem jednowymiarowe naprężenie efektywne podane jest następującą zależnością

$$\tilde{\sigma}^{\pm}=\tilde{\sigma}_{\mathrm{s}}+\tilde{\sigma}_{\mathrm{v}}^{\pm}=\sigma_{\mathrm{s}}/(1-D_{\mathrm{s}})+\sigma_{\mathrm{v}}/(1-D_{\mathrm{v}}h). \tag{11}$$

Gładka zależność pomiędzy odkształceniem i naprężeniem zarówno w zakresie sprężystym jak i nieliniowym zakresie plastycznym wymaga użycia modelu Ylinena (1956), uogólnionego o efekty związane z uszkodzeniem

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\varepsilon}=\begin{cases}\tilde{E}^{\pm}(\tilde{\sigma}_0^{\pm}-|\sigma|)/(\tilde{\sigma}_0^{\pm}-c|\sigma|) & \text{obciazenie}\\ \tilde{E}^{\pm} & \text{odciazenie}\end{cases} \tag{12}$$

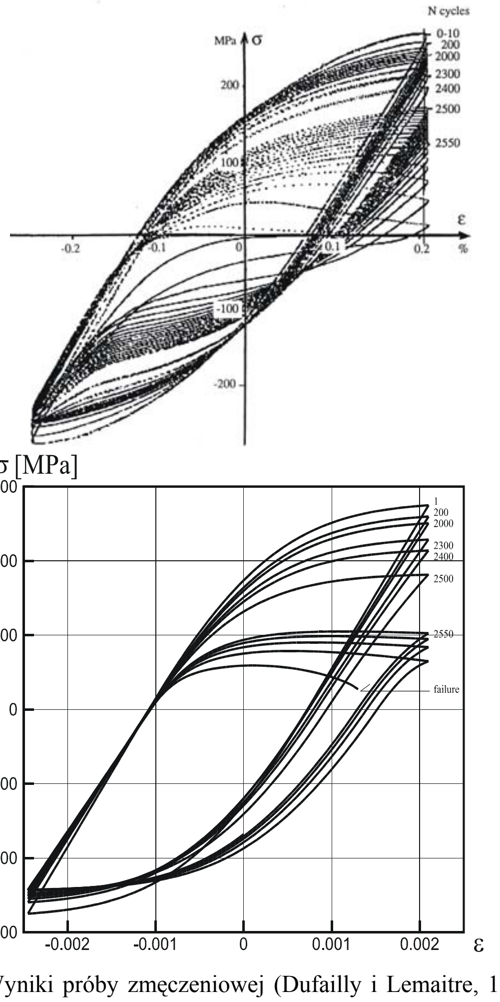
w którym efektywne moduły sprężystości oraz efektywne asymptotyczne granice plastyczności są określone w następujący sposób

$$\tilde{E}^{\pm} = E\frac{\left(1-D_{\mathrm{s}}\right)\left(1-D_{\mathrm{v}}h\right)}{1-\frac{2D_{\mathrm{v}}h}{3}-\frac{D_{\mathrm{s}}}{3}}, \quad \tilde{\sigma}_0^{\pm} = \sigma_0\frac{\left(1-D_{\mathrm{s}}\right)\left(1-D_{\mathrm{v}}h\right)}{1-\frac{2D_{\mathrm{v}}h}{3}-\frac{D_{\mathrm{s}}}{3}}. \quad (13)$$

Równania ewolucji uszkodzenia zostały wyprowadzone w oparciu o termodynamiczne podstawy teorii kinetycznej zaproponowane przez Lemaitre'a i Chaboche'a (Lemaitre i Chaboche, 1985; Litewka, 1991) a uogólnione na przypadek potencjału dyssypacji zależnego od dwóch skalarnych zmiennych uszkodzenia przez Ladeveze i Lemaitre (1984)

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}D_{\mathrm{s}} / \mathrm{d}p = \sigma_{\mathrm{s}}^2 g\left(p\right)/(3ES_{\mathrm{s}}), \\ &\mathrm{d}D_{\mathrm{v}} / \mathrm{d}p = \frac{(\tilde{\sigma}_{\mathrm{v}}^{\pm})^2}{6ES_{\mathrm{v}}}\left(\frac{1-D_{\mathrm{s}}}{1-D_{\mathrm{v}}h}\right)H\left(p-p_{\mathrm{D}}\right), \end{aligned} \quad (14)$$

w których ewolucja uszkodzenia jest proporcjonalna do akumulowanego odkształcenia plastycznego p.



Rys. 2. Wyniki próby zmęczeniowej (Dufailly i Lemaitre, 1995) – górny rysunek, numeryczna symulacja – dolny rysunek

Przybliżony opis fazy po lokalizacji odkształcenia jest aproksymowany rozwiązaniem Davidenkova (Davidenkov i Spiridonova, 1945) podstawionym następnie do trójwymiarowego uogólnienia równań konstytutywnych (12, 14)

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\varepsilon} = \begin{cases} \hat{E}^{\pm}(\hat{\sigma}_0^{\pm} - |\sigma|)/(\hat{\sigma}_0^{\pm} - c|\sigma|) & \text{obciażanie} \\ \hat{E}^{\pm} & \text{odciażanie} \end{cases} \quad (15)$$

w którym odpowiednie efektywne moduły sprężystości oraz efektywne asymptotyczne granice plastyczności

$$\hat{E}^{\pm} = \tilde{E}^{\pm}\frac{1+b/4\sqrt{\langle\bar{\varepsilon}\rangle}}{1+b/2\sqrt{\langle\bar{\varepsilon}\rangle}}, \quad \hat{\sigma}_0^{\pm} = \tilde{\sigma}_0^{\pm}\frac{1+b/4\sqrt{\langle\bar{\varepsilon}\rangle}}{1+b/2\sqrt{\langle\bar{\varepsilon}\rangle}}, \quad (16)$$

są funkcją uśrednionego odkształcenia osiowego mierzonego na dnie szyjki, umieszczonego wewnątrz nawiasu Mac Auleya gdyż jedynie rozciąganie generuje szyjkę, oraz równania ewolucji uszkodzenia

$$\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}D_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}\bar{p}} = \frac{\sigma_{\mathrm{s}}^2}{2\sqrt{2}ES_{\mathrm{s}}}\frac{1}{\left(1+b/4\sqrt{\langle\bar{\varepsilon}\rangle}\right)^2}g\left(\bar{p}\right), \\ &\frac{\mathrm{d}D_{\mathrm{v}}}{\mathrm{d}\bar{p}} = \frac{(\tilde{\sigma}_{\mathrm{v}}^{\pm})^2}{6\sqrt{2}ES_{\mathrm{v}}}\left(\frac{1-D_{\mathrm{s}}}{1-D_{\mathrm{v}}h}\right)\left(\frac{1+1.5b\sqrt{\langle\bar{\varepsilon}\rangle}}{1+b/4\sqrt{\langle\bar{\varepsilon}\rangle}}\right)^2 H\left(\bar{p}-p_{\mathrm{D}}\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Wyniki zastosowania koncepcji ciągłej deaktywacji mikro-pustek wykazują ilościową oraz jakościową zgodność z eksperymentem (Rys. 2).

2.2 Wpływ ciągłej deaktywacji uszkodzenia na potencjał plastyczności

Równania ewolucji uszkodzenia zastosowane do modelowania zniszczenia niskocyklowego stali AISI 316L zostały wyprowadzone w oparciu o kinetyczną teorię ewolucji uszkodzenia Lemaitre'a i Chaboche'a. Kluczem to tej teorii jest potencjał dyssypacji przyjęty w postaci sumy potencjału plastycznego płynięcia, nawiązującego do teorii stowarzyszonej plastyczności, oraz potencjału dyssypacji uszkodzenia. W najprostszym przypadku uszkodzenia izotropowego zakłada się, że uszkodzenie działa jedynie na efektywny dewiator naprężenia, z którym koresponduje potencjał dyssypacji w postaci

$$F = \sqrt{\tfrac{3}{2}\tilde{\mathbf{s}}:\tilde{\mathbf{s}}} - \sigma_{\mathrm{y}} + F_{\mathrm{D}}(Y, D). \quad (18)$$

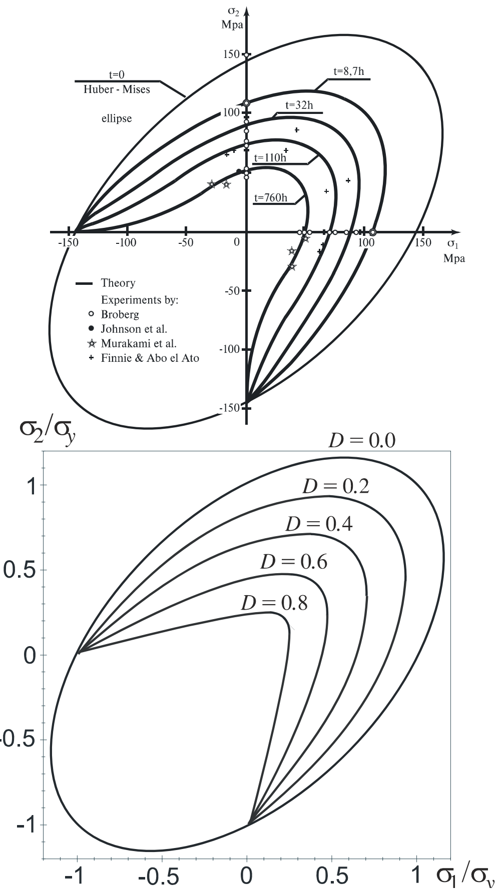
Podobnie jak w klasycznej teorii płynięcia postuluje się, że potencjał dyssypacji F jest funkcją wypukłą i kawałkami ciągłą. Niestety postać potencjału plastycznego płynięcia istotnie różni się w przypadku rozciągania, gdy h=1 oraz ściskania, gdy h=0. W przypadku płaskiego stanu naprężenia i uzależnienia parametru zamknięcia mikro-pustek h od pierwszego niezmiennika dodatnich wartości własnych tensora naprężenia $\mathrm{Tr}\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle$ potencjał plastyczności przyjmuje postać

$$\Sigma_1^2 - \Sigma_1\Sigma_2 + \Sigma_2^2 = \begin{cases} (1-D)^2 & \text{I,II,IV ćwiartka} \\ 1 & \text{III ćwiartka} \end{cases} \quad (19)$$

$\Sigma_i = \sigma_i / \sigma_{\mathrm{y}}$ oznacza bezwymiarowe naprężenie, która okazuje się być zarówno niegładka jak i nie wypukła. Powyższa ułomność potencjału plastyczności może być jednakże wyeliminowana poprzez wprowadzenie efektu ciągłej deaktywacji uszkodzenia uogólnionego (9). Ograniczając rozważania do uproszczonego przypadku gdy funkcja Hayhursta zależy jedynie od pierwszego niezmiennika dodatnich wartości własnych tensora naprężenia ($\alpha = 1$ i $\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathrm{Tr}\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle$) oraz zakładając dodatkowo, iż mikro-pustki doznają pełnego otwarcia przy maksymalnym naprężeniu rozciągającym $\sigma_{\mathrm{b}}/\sigma_{\mathrm{y}}=2(1-D)/\sqrt{3}$ oraz zamykają się całkowicie przy ściskaniu, potencjał plastyczności dany jest zależnościami

$$\Sigma_1^2 - \Sigma_1\Sigma_2 + \Sigma_2^2 = \begin{cases} (1-D)^2 & (\Sigma_{b1}, \Sigma_{b2}) \\ (1-\frac{D}{1-D}\frac{\sqrt{3}}{2}\Sigma_2)^2 & (\Sigma_{b2}, 0) \\ (1-\frac{D}{1-D}\frac{\sqrt{3}}{2}\Sigma_1)^2 & (\Sigma_{b1}, 0) \\ 1 & \text{III ćwiartka} \end{cases} \tag{20}$$

Kolejne powierzchnie plastyczności odpowiadające postępującemu uszkodzeniu pokazano wraz z wynikami eksperymentalnymi Litewki (1991) na Rys. 3.



Rys. 3. Kolejne powierzchnie plastyczności modyfikowane uszkodzeniem - rysunek górny, wyniki eksperymentalne (Litewka, 1991) i modelowane zależnością (20) – rysunek dolny

LITERATURA

1. **Chaboche J.-L.** (1992), Damage induced anisotropy: On the difficulties associated with the active/passive unilateral condition, *Int. J. Damage Mech*., 1(2), 148-171.
2. **Chaboche J.-L.** (1993), Development of continuum damage mechanics for elastic solids sustaining anisotropic and unilateral damage, *Int. J. Damage Mech*., 2, 311-329.
3. **Chaboche J.-L.** et al. (1995), Continuum damage mechanics, anisotropy and damage deactivation for brittle materials like concrete and ceramic composites, *Int. J. Damage Mech*., 4, 5-21.
4. **Davidenkov N.N., Spiridonova N.E.** (1945), Analysis of stress state in the neck of tensioned specimen, *Zavod. Lab*., XI, 6 (in Russian).
5. **Dufailly J.,Lemaitre J.** (1995), Modeling of low cycle fatigue, *Int. J. Damage Mech*., 4, 153-170.
6. **Halm D., Dragon A.** (1996), A model of anisotropic damage by mesocrack growth; unilateral effect, *Int. J. Damage Mech.*, 5, 384-402.
7. **Halm D., Dragon A.** (1998), An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials, *Eur. J. Mech. A/Solids*, 17, 3, 439-460.
8. **Hansen N.R., Schreyer H.L.** (1995), Damage deactivation, *Trans. ASME*, 62, 450-458.
9. **Hayakawa K., Murakami S.** (1998), Space of damage conjugate force and damage potential of elastic-plastic-damage materials, *Damage Mechanics in Engineering Materials*, eds Voyiadjis G.Z. et al., Elsevier, Amsterdam, 27-44.
10. **Ju J.W.** (1989), On energy based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modeling and computational aspects, *Int. J. Solids and Structures*, 25(7), 803-833.
11. **Krajcinovic D.** (1996), *Damage Mechanics*, Elsevier.
12. **Krajcinovic D., Fonseka G.U.** (1981), The continuous damage theory of brittle materials, part I and II, *J. Appl. Mech*., ASME, 18, 809-824.
13. **Ladeveze P.** (1983), On an anisotropic damage theory, in *Failure criteria of structural media*, CNRS Int. Coll. No 351, Villard-de-Lans, ed. Boehler, Balkema, Rotterdam.
14. **Ladeveze P., Lemaitre J.** (1984), Damage effective stress in quasi-unilateral conditions. Proc. *IUTAM Congr*., Lyngby, Denmark.
15. **Lemaitre J.** (1992), *A course on damage mechanics*, Springer-Verlag.
16. **Lemaitre J., Chaboche J.-L.** (1985), *Mécanique des matériaux solides*, Bordas, Paris.
17. **Litewka A.** (1991), *Creep damage and creep rupture of metals*, Wyd. Polit. Poznańskiej (in Polish).
18. **Mazars J.** (1986), A model of unilateral elastic damageable material and its application to concrete, *Energy Toughness and Fracture Energy of Concrete*, F.H. Wittmann (Ed.), Elsevier Sci. Publ., Amsterdam, The Netherlands, 61-71.
19. **Murakami S., Kamiya K.** (1997), Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics*, Int. J. Solids Struct.*, 39, 4, 473-486.
20. **Ramtani S.** (1990), Contribution á la Modelisation du Comportement Multiaxial du Beton Endommagé avec Description du Caractere Unilateral, PhD Thesis, Univ. Paris VI.
21. **Skrzypek J.J., Kuna-Ciskał H.** (2003), Anisotropic elastic-brittle-damage and fracture models based on irreversible thermodynamic, *Anisotropic Behaviour of Damaged Materials*, J.J. Skrzypek and A. Ganczarski (Eds), Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 143-184.
22. **Vereecke B., Billardon R.** (2004), An elasto-viscoplastic model coupled to damage and grain growth to take account of material variability, Proc. *XXI ICTAM*, 15-21 August 2004, Warsaw, Poland.
23. **Ylinen A.** (1956), A method of determining the buckling stress and required cross-sectional area for centrally loaded straight columns in elastic and inelastic range, *Mémoires*, Association Internationale des Ponts et Charpents, Zűrich, 16, 529-550.

EFFECT OF CONTINUOUS DAMAGE DEACTIVATION

Abstract: The aim of present paper is a modeling of continuous deactivation of damage. The concept of continuous micro-crack closure/opening effect is formulated in case of 1D stress and next extended to the general 3D case. Two examples are demonstrated and compared with experimental data: low cycle fatigue of AISI 316L stainless steel and damage affected yield potential. Detailed quantitative and qualitative analysis of obtained results confirms the necessity and correctness of an application of continuous deactivation of damage.

DETEKCJA DEFEKTÓW W MAGNETYCZNYCH PRĘTACH KOMPOZYTOWYCH Z UŻYCIEM SKANERA O DUŻEJ ROZDZIELCZOŚCI

Jerzy KALETA*, Przemysław WIEWIÓRSKI*

*Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej, Politechnika Wrocławska, ul. Mariana Smoluchowskiego 25, 50-370 Wrocław

Jerzy.Kaleta@pwr.wroc.pl

Streszczenie: W pracy zaprezentowano oryginalną metodę i aparaturę badawczą do badania defektów magnetycznych i mechanicznych w prętach magnetycznych wytworzonych z ferrytu strontu. Konieczność badań wynika z konieczności uwzględniania w wielu konstrukcjach łącznie właściwości mechanicznych i magnetycznych. Procesy technologiczne (np. skrawanie, magnesowanie), wady materiałowe, warunki eksploatacyjne (obciążenia statyczne i cykliczne) , błędy w obsłudze, itp. skutkują defektami, których detekcja i ilościowa ocena jest niezbędna. Dlatego zbudowano oryginalny szybki skaner o dużej rozdzielczości z głowicą pomiarową zawierającą sondę Halla do równoczesnych quasipunktowych pomiarów H_x, H_y, H_z. Zastosowano zaawansowaną aparaturę elektroniczną do akwizycji, przetwarzania, sterowania oraz wizualizacji wyników. Opracowano też dedykowane oprogramowanie. Przydatność metody i aparatury wykazano badając wałki referencyjne (bez uszkodzeń) oraz wałki z programowanymi defektami magnetycznymi i mechanicznymi.

1. WPROWADZENIE

1.1. Znaczenie problematyki

Radykalnie wzrasta zastosowanie silnych magnesów stałych (np. ferrytowych, neodymowych, itp.) w konstrukcjach mechanicznych i elektrycznych (silniki, urządzenia pomiarowe, drukarki, kopiarki, podajniki magnetyczne, aktuatory i szerzej urządzenia automatyki przemysłowej). Wprowadzenie tej klasy magnesów na masową skalę zwiększyło radykalnie sprawność urządzeń.

Wymusiło to konieczność stworzenia nowych, tanich, szybkich metod diagnostycznych do stosowania w fazie produkcji magnesów, jak i w fazie ich aplikacji, a także testowania i serwisowania urządzeń, które te magnesy zawierają.

Szczególnie ten drugi przypadek nie ma dotychczas skutecznych rozwiązań, a ma z kolei istotne znaczenie z następujących powodów. Wykorzystanie magnesów, w postaci masowo produkowanych półfabrykatów, np. jako pręty, zmniejsza koszty wytworzenia, szczególnie jednostkowych wyrobów specjalistycznych. Pręty te wymagają wówczas przeprowadzenia operacji technologicznych, głównie poprzez skrawanie, które mogą wpływać na właściwości mechaniczne i magnetyczne. Równie ważna i częsta jest konieczność diagnozowanie, czy uszkodzenie ma charakter magnetyczny (odmagnesowanie), czy jest następstwem np. pęknięcia. Innym z kolei, istotnym gospodarczo aspektem, jest okresowa diagnostyka magnetycznych podzespołów masowo produkowanych wyrobów (np. wałki kopiarek i drukarek laserowych). Szeroka paleta tych urządzeń na rynku wymusza z kolei konieczność opracowania takiej metodyki pomiaru i konstrukcji urządzenia diagnostycznego, które będą niezależne od wymiarów obiektu (wałka) badanego.

W poprzednich pracach autorzy prezentowali możliwości wykorzystania krzyżowych efektów magnetomechanicznych (magnetostrykcja, efekt Villariego) do stworzenia nowych metod badawczych (magnetowizja) i aparatury pomiarowej (kamera magnetowizyjna) oraz do wykazania ich przydatności w badaniach procesu zmęczenia, pękania, tekstury, historii obciążenia, optymalizacji przeróbki plastycznej i innych. Niniejsza praca jest kontynuacją przyjętego kierunku badań, np. Kaleta i inni (2000), Kaleta (2000), Kaleta i Wiewiórski (2001), Kaleta i inni (2003a, 2003b).

1.2. Cel badań

Celem badań było stworzenie oryginalnej metody i aparatury do nieniszczącej diagnostyki defektów mechanicznych (i magnetycznych) w kompozytowych wałkach magnetycznych. Kompozytowy charakter prętów ma przy tym kluczowe znaczenie. Kompozyt uzyskiwany jest głównie metodami wtrysku, z użyciem proszku i żywicy, lub metodą spiekania proszków magnetycznych. Technologie te zapewniają uzyskanie równocześnie: jednorodnego pola po długości pręta, anizotropii właściwości po przekroju oraz zadanej biegunowości pręta po obwodzie (zazwyczaj cztero- lub ośmiobiegunowe). Zaproponowana diagnostyka musi zatem mieć na uwadze dokładny, wręcz „programowany" charakter pożądanych właściwości i konieczność pomiaru ewentualnych odstępstw, w następstwie najogólniej rozumianych defektów. Szczególną uwagę poświęcono dlatego możliwości detekcji lokalnego odmagnesowania oraz wystąpienia karbów i pęknięć.

Założono konieczność stworzenia metody badawczej umożliwiającej uzyskanie dużej szybkości skanowania, wysokiej rozdzielczości pomiaru i obrazu, trójosiowej diagnostyki parametrów magnetycznych (H_x, H_y, H_z), oprogramowania umożliwiającego wizualizację jakościową i ilościową pomiarów. Dążono ponadto do rozwiązania umożliwiającego łatwą modyfikację skanera dla innych obiektów (np. płaskich). Kluczowe znaczenie miała również konieczność pomiaru dużych wartości natężenia pola magnetycznego, co skutkowało budową oryginalnej głowicy pomiarowej.

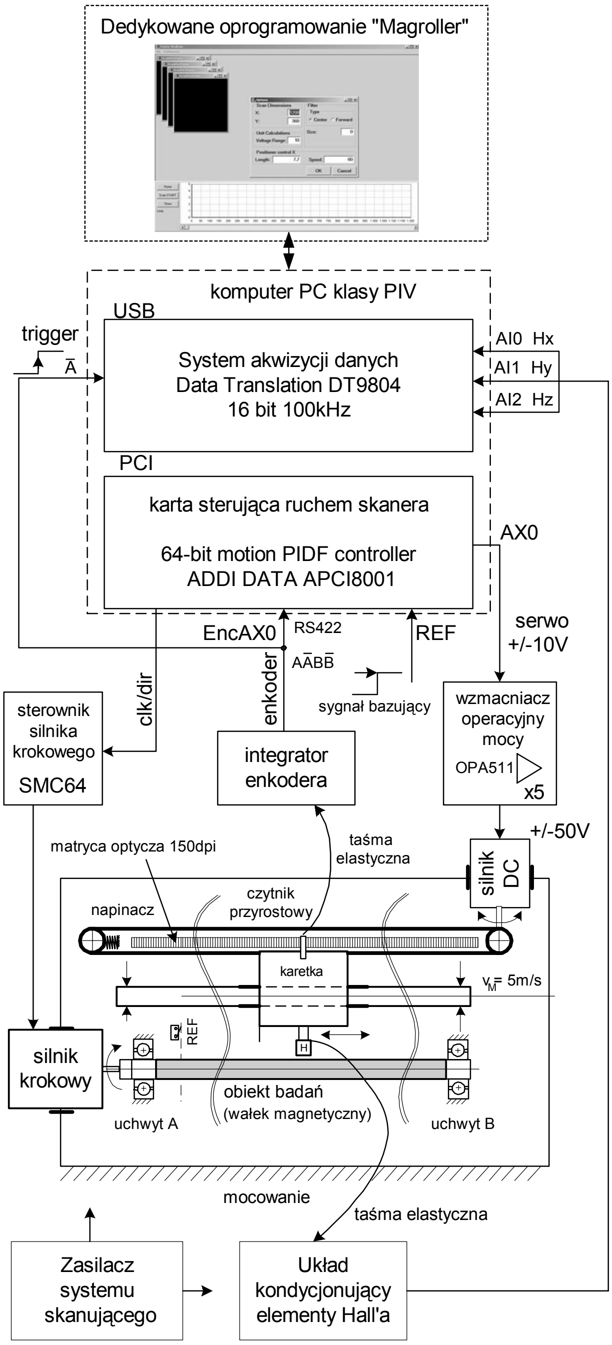
Należy ponadto podkreślić, iż innym ważnym obecnie aspektem jest konieczność modelowania krzyżowych efektów magnetomechanicznych. Wymaga to z kolei metod eksperymentalnych, umożliwiających wyznaczanie nie tylko stanu odkształcenia, ale i wyznaczania składowych wektora natężenia pola magnetycznego H dla badanego obiektu. Tu też należy upatrywać możliwości aplikacji przedstawionego rozwiązania.

2. SKANER POLA MAGNETYCZNEGO I METODYKA BADAWCZA

2.1. Budowa skanera

Schemat skanera przedstawiono na rysunku 1. System składa się z:

- mechanizmu tzw. karetki na prowadnicy ślizgowej, równoległej do osi badanego obiektu (wałka). Karetka przesuwa się wzdłuż generując sygnał pomiaru drogi poprzez układ laserowego czytnika i matrycy optycznej (rozdzielczość pomiaru - 600 DPI). Układ napędowy karetki składa się z przekładni z paskiem zębatym i silnika prądu stałego (DC),
- łożyskowanego układu mocowania i obrotu obiektu badanego. Obrót wałka realizowany jest przez silnik krokowy (400 kroków/obrót). Z kolei sterownik SMC64 zapewnia pracę z tzw. mikrokrokiem (1/8),
- głowicy pomiarowej, w postaci trójosiowej sondy Halla, zamocowanej do karetki. Sonda przemieszcza się w stałej odległości (0.5 mm) od wałka. Duża prędkość liniowa przemieszczania głowicy (do 5m/s) wymusiła konieczność zastosowania elastycznych taśm przewodzących,
- zaawansowanego systemu sterowania ADDI-DATA APCI8001, głównie stosowanego w robotyce. Regulator sprzętowy zawarty w karcie APCI-8001 zapewnia sterowanie całym procesem dokładności pozycjonowania skanera i pozwala na uzyskanie jego dużej dynamiki,
- wzmacniacza operacyjnego mocy (OPA511), pełniącego funkcję zasilacza silnika DC karetki,
- systemu akwizycji danych Data Translation (DT9804) z tzw. triggerem do pomiarów sondą Halla w zadawanych pozycjach karetki,
- oprogramowania dedykowanego Magroller (C++), obsługującego całość systemu i zapewniającego wizualizację wyników.



Rys. 1. Schemat skanera magnetycznego

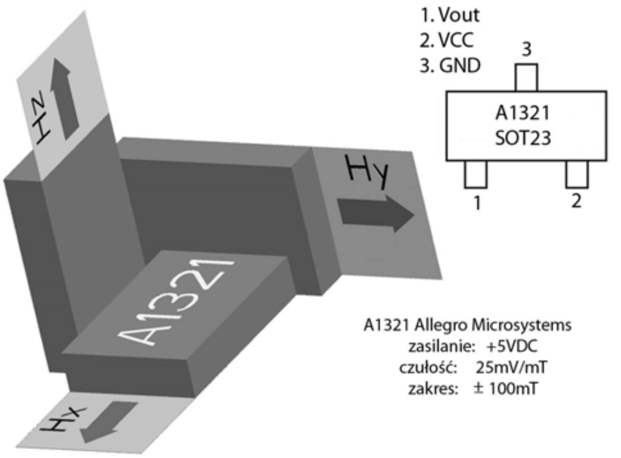
2.2. Parametry pomiarowe skanera i głowicy pomiarowej

Poniżej zestawiono główne parametry akwizycji sygnałów, ich przetwarzania oraz wizualizacji wyników:

- prędkość skanowania do 50 000 punktów/sek,
- rozdzielczość skanowania po obwodzie – max. 0.1º (stosowano: 1º),
- rozdzielczość skanowania po długości wałka – 0.15 mm, (ilość pomiarów – 1400)
- rozdzielczość mapy pola magnetycznego rozwinięcia powierzchni wałka – 1400x3200 punktów, łącznie ok. 4,5 mln. punktów (stosowano: 1400x360).
- czas skanowania wałka (dla rozdzielczości 1400x360) – ok. 3 minuty,

- częstotliwość próbkowania karty DT 9804 – 100 kHz, przy rozdzielczości 16-bit

Schemat głowicy pomiarowej przedstawiono na rysunku 2. Zintegrowaną sondę utworzono przez sklejenie trzech elementów pomiarowych (odpowiednio dla składowych H_x, H_y, H_z), z których każdy dysponuje niezależnym układem kondycjonującym. Skupienie w małej przestrzeni kompletnego układu pomiarowego pola magnetycznego, opartego o efekt Halla, daje możliwość pomiarów quasipunktowych istotnych dla analizowanej powierzchni walcowej. Zapewniono redukcję szumów układowych i temperaturowych. Uzyskano rozdzielczość pomiarowa równą 100 μT, w liniowym zakresie czujnika ±100 mT.



Rys. 2. Budowa hallotronowej głowicy pomiarowej

2.3. Obiekt badań

Obiektem badań były kompozytowe pręty magnetyczne (KPM) wytworzone z ferrytu strontu. Elementy były wykonane z wysoką precyzją. Średnica wałka wynosiła 9.60 mm, a długość robocza - 220 mm. Skład materiału był typu SrO6Fe2O3[1]. Pierwsza grupa wałków wykonana była metodą wtrysku (ang.: Injection Bonded Ferrite Magnets[2]) na osnowie nylonu, a druga – metodą spiekania (ang.: Sintered Ferrite Magnets[3]). Podstawowe parametry fizyczne badanych KPM:

- gęstość $\rho = 3.65$ g/cm^3
- wytrzymałość na rozciąganie $k_r = 63$ Mpa;
- wytrzymałość na zginanie $k_G = 100$Mpa
- absorpcja wody $w = 0.003\%$
- stabilność temperaturowa -40°C - 130°C.

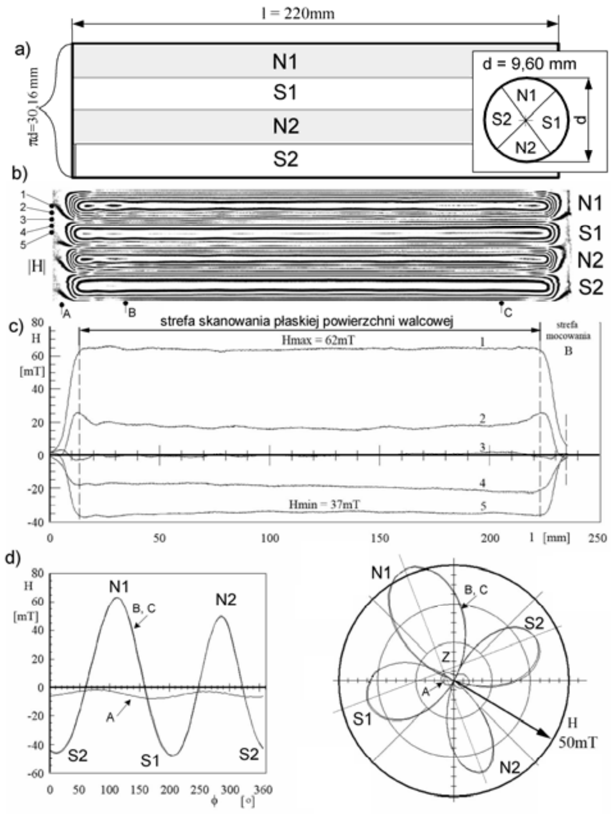
Wałki referencyjne nie miały uszkodzeń mechanicznych ani obszarów odmagnesowania. Dla weryfikacji metody badawczych służyły: 1. - wałki lokalnie odmagnesowane, ale bez karbów mechanicznych, 2.- wałki z wprowadzonymi „programowanymi" karbami mechanicznymi w postaci nawierconych otworów, nacięć oraz zadanego pęknięcia. Kolejno badaniom poddano wałki referencyjne (nieuszkodzone), a następnie wałki z defektami mechanicznymi i magnetycznymi. Wyniki omówiono sukcesywnie.

[1] Według Japan TDK Standard
[2] http://www.e-magnet.cn/productsb3.html
[3] http://www.e-magnet.cn/productsb1.html

3. BADANIA I ANALIZA WYNIKÓW

3.1. Badania wałka referencyjnego

Badania rozpoczęto od testów przeprowadzonych na wałku wzorcowym, który pochodził w serii wyrobów o gwarantowanych przez dostawcę właściwościach mechanicznych i magnetycznych. Wyniki zaprezentowano na rysunku 3. Rysunek 3a zawiera schemat rozwinięcia powierzchni bocznej wałka z czterema kierunkami magnetyzacji, odpowiednio: N_1, S_1, N_2,S_2.



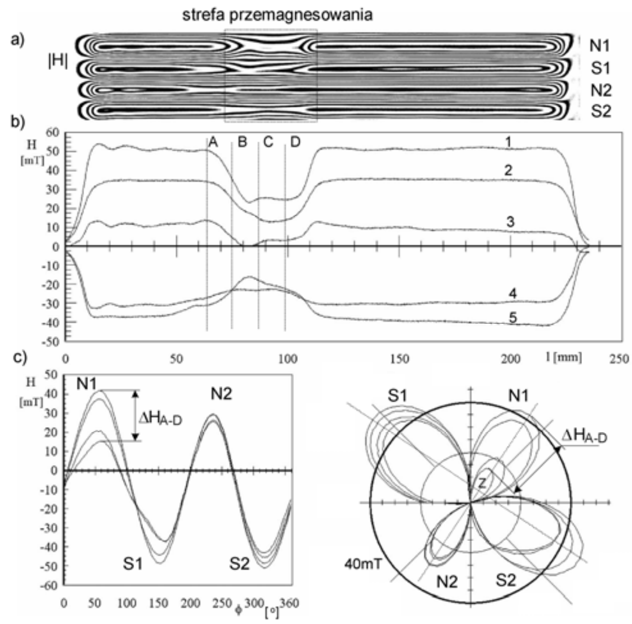
Rys. 3. Wyniki badań dla wałka referencyjnego (bez defektów): a) schemat rozwinięcia stref identycznego kierunku magnetyzacji wałka, b) poziomicowa mapa pola magnetycznego, c) przebiegi |H| dla przekrojów 1,2,3,4,5 (wskazanych na rysunku b)), d) przebiegi zmian jednego okresu sygnału H(φ) dla przekrojów poprzecznych A, B, C (wskazanych na rysunku b)) oraz (po prawej stronie) ich obraz we współrzędnych biegunowych.

Na rysunku 3b pokazano wynik pomiaru modułu wektora |**H**| wzdłuż wałka, w formie poziomic z widocznymi skupiskami strumienia magnetycznego w miejscu o określonym kierunku magnetyzacji (w rzeczywistości układ pomiarowy zapewnia mapę pola magnetycznego w kolorze, co ułatwia interpretację). Dobrze odwzorowana jest biegunowość wałka i jednorodność pola magnetycznego po długości, co potwierdza jednocześnie powtarzalność właściwości magnetycznych i mechanicznych materiału. Na rysunku zaznaczono też miejsca przekrojów podłużnych (oznaczonych jako 1,2,3,4,5) oraz przekrojów poprzecznych (oznaczonych jako: A- strefa końcowa, B, C – strefa jednorodnych właściwości). O ile wizualizacja na rysunku 3b ma głównie charakter jakościowy, to dokładną analizę ilościową pokazano na obrazie 3c, gdzie zaprezentowano przebiegi |**H**| wzdłuż wałka, dla wskazanych uprzednio przekrojów 1-5. Moment „wchodzenia" czujnika pomiarowego w strefę walcową badanego pręta sygnalizowany jest wzrostem amplitudy natężenia pola magnetycznego. Dla danego przekroju amplituda |H| jest stała w części walcowej. Anizotropowy charakter badanych materiałów magnetycznych widać wyraźnie z kolei na przebiegach zmian H(φ), dla wybranych uprzednio przekrojów poprzecznych A, B oraz C (patrz rysunek 2b), co przedstawiono na rysunku 3d. Sygnał o małej amplitudzie dotyczy przekroju A, który pochodzi z nietypowej, początkowej części pręta. Rysunek 3d (po prawej stronie) zawiera również zmiany H(φ) w układzie biegunowym, co pozwala na dokładniejsza analizę rozkładu strumienia pola magnetycznego po przekroju. Na rysunku 3d (prawa strona) zaznaczono prostopadłe linie łączące szczyty biegunów N1-N2, S1-S2, które przecinają się w punkcie Z. Dla materiału o właściwościach izotropowych punkt Z leżałby w środku układu biegunowego. Wzajemne oddziaływanie par biegunów N1-S1 i N2-S2 przesuwa punkt Z w obszar dominującego amplitudowo strefy magnetyzacji N1. Wałek referencyjny zawdzięcza właśnie swoją anizotropowość większemu namagnesowaniu jednego z biegunów; wartości amplitud pozostałych są bardzo zbliżone.

3.2. Badania wałka lokalnie odmagnesowanego

Oddziaływanie na KPM źródłem zewnętrznego pola magnetycznego, o wartości strumienia indukcji na poziomie 500mT, poprzez zbliżenie na odległość rzędu 2mm, płaskiego dwubiegunowego magnesu neodymowego, o wymiarach identycznych do średnicy wałka, przedstawiono na rysunku 4. Rysunek 4a prezentuje uzyskaną mapę pola magnetycznego |H|, z zaznaczonym miejscem zewnętrznego oddziaływania. Ilościowe skutki przemagnesowania widoczne są na rysunku 4b, zestawionego na drodze kolejnych cięć wzdłużnych w tych samych miejscach, jak w przypadku wałka referencyjnego. Na rysunku widać charakterystyczną wyrwę, zaburzającą stałą tendencję w wartościach natężenia pola magnetycznego, dla prezentowanych przekrojów w strefie magnetyzacji N1-S1. Okazuje się, że szczególnemu obniżeniu wartości uległ biegun N1, mimo że zapewniono takie same warunki oddziaływania zewnętrznym polem magnetycznym dla wszystkich czterech stref magnetyzacji. We wszystkich przekrojach, poza przekrojem 5, stwierdzono spadek oddziaływań magnetycznych o połowę. Przekrój nr 4 reprezentuje najniższy poziom spadku amplitud dla biegunów S1,S2. Oznacza to, że zewnętrzne oddziaływanie magnetyczne powoduje spadek amplitud, fabrycznie namagnesowanych prętów, do określonego poziomu, wynikającego z wzajemnych relacji pomiędzy biegunami.

Sprawia to, że pręty są odporne na stymulację zewnętrznym polem magnetycznym mniejszym od wartość strumienia indukcji na powierzchni walca. Dopiero bezpośredni kontakt z silniejszym źródłem może spowodować skutki prezentowane na rysunku 4. Potwierdzenie można odnaleźć analizując przecięcia poprzeczne, które umożliwiły określenie stopnia rotacji wektora H w płaszczyźnie poprzecznej. Na rysunku 4c można zauważyć wyraźne osłabienie bieguna N1, jednak nie pociąga to za sobą zmiany położenia punktu Z, co oznacza, że siły wewnętrznego oddziaływania magnetycznego utrzymują kierunek magnetyzacji, a wektor H nie podlega istotnej rotacji w żadnym biegunie. Świadczy to też, że nie została zaburzona magnetyczna jednorodność wewnętrzna materiału i materiał nadal „pamięta" swoją historię namagnesowania, zgodnie z kierunkiem fabrycznej premagnetyzacji.

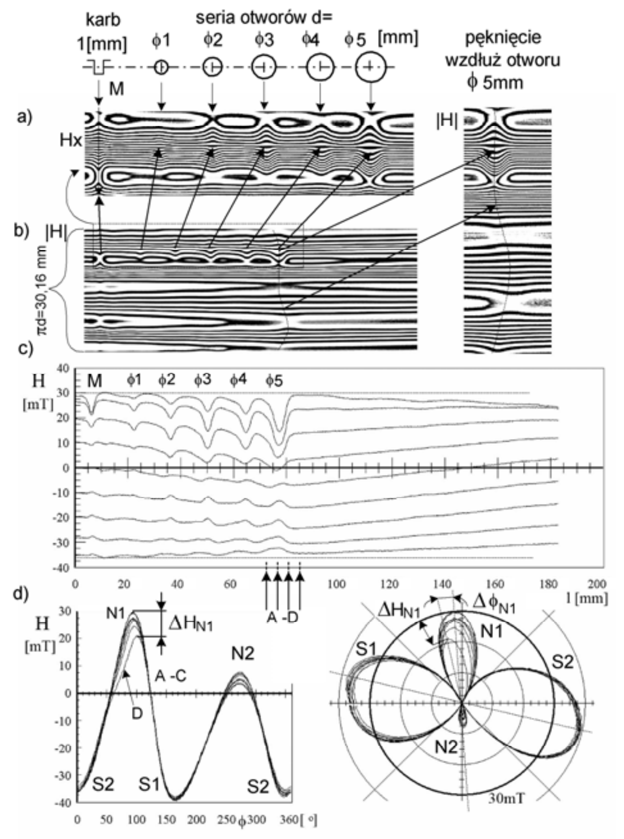


Rys. 4. Wyniki badań dla wałka poddanego lokalnemu oddziaływaniu zewnętrznym polem magnetycznym. a) Mapa pola magnetycznego przemagnesowania , b) przebiegi |**H**| dla kolejnych cięć wzdłużnych c) d) przebiegi zmian |**H**|(φ) dla zaznaczonych przekrojów poprzecznych oraz (po prawej stronie) ich obraz we współrzędnych biegunowych.

3.3. Badania wałka z defektami mechanicznymi

Oddziaływanie mechaniczne na badany materiał miało na celu określenie zdolności systemu skanującego do wykrywania defektów i określenia ich wpływu na własności magnetyczne KPM wytwarzanych metodą spiekania. Na rysunku 5 przedstawiono metodę ingerencji mechanicznej na wałku magnetycznym. Punktem odniesienia był stoczony rowek M o szerokości i głębokości 1mm. W odległości, co 20mm, kolejno, zostało rozmieszczonych pięć otworów o narastających średnicach. Głębokość otworów była równa jego średnicy. Rezultaty skanowania powierzchni walcowej, w postaci map, przedstawiono na rysunku 5a i 5b. W obszarze otworu ϕ5mm wywołano pęknięcie, rozciągające się w poprzek pręta. Z uwagi, że składowa Hx najlepiej reprezentowała magnetyczny obraz otworów została przedstawiona na rysunku 5a, zaś mapę pęknięcia przedstawiono, powiększając fragment z obszaru skanowania dla modułu wektora H (rysunki 5a i 5b po prawej stronie). Linie pola magnetycznego charakterystycznie zakrzywiają się w miejscu otworu. W prezentowanych obrazach pola magnetycznego wykazano obecność otworu ϕ1mm, mimo ograniczonej rozdzielczości sondy pomiarowej. Również stwierdzono występowanie karbu, który bazował rozmieszczenie otworów. Najsilniejsze zmiany sygnału widoczne są w otoczeniu otworu ϕ5mm, a mimo znacznej dominacji tego sygnału można zlokalizować pęknięcie, które zaznaczono.

Analiza ilościowa, podobnie jak poprzednio, polega na wygenerowaniu odpowiednich przekrojów wzdłużnych i poprzecznych. Dokonano przecięć wzdłużnych w obrębie otworów i ukazano na rysunku 5c, jak również cztery cięcia przechodzące w poprzek przez otwór ϕ5mm, które poddano zestawieniu na rysunku 5d.



Rys. 5. Wyniki badań dla wałka poddanego lokalnym defektom mechanicznym. a) Sposób i miejsce przyłożenia defektów mechanicznych, oraz mapa pola magnetycznego dla składowej Hy, b) mapa pola magnetycznego |**H**| z zaznaczonym miejscem pęknięcia i jego powiększeniem (obok) c) d) przebiegi zmian |**H**|(φ) dla cięć poprzecznych leżących w obszarze otworu ϕ5mm i wykrytego pęknięcia

Na przebiegach przekrojów wzdłużnych doskonale można zlokalizować miejsca otworów i karbu. Okazuje się, że sygnał z karbu o tej samej szerokości co średnica otworu, daje wyraźniejszy sygnał. Fakt istnienia otworu ϕ1mm, po sygnale z przecięć wzdłużnych, jest trudny do udowodnienia i należy traktować, że system z zastosowaną głowicą pomiarową jest zdolny wykrywać zaburzenia pola magnetycznego dla defektów mechanicznych o objętości minimalnie $1mm^3$. Po sygnale z przecięć wzdłużnych nie można wyciągnąć wniosku o istnieniu pęknięcia, magnetyczny sygnał przedstawi informację zbliżoną do sygnału karbu, chyba że tak, jak jest to na rysunku 5c, nastąpi nieznaczne przemieszczenie się względem siebie obu pękniętych stron. Ta wada przejawi się brakiem stabilności sygnału z przekroju wzdłużnego na jednakowym poziomie, do momentu zejścia głowicy pomiarowej ze strefy walcowej. Na rysunku widać, że linie po obu stronach pękniętego wałka tworzą tzw. „siodło” w miejscu pęknięcia.

Dokonano również czterech cięć poprzecznych wzdłuż linii propagacji pęknięcia, a wyniki zestawiono na rysunku 5d. Przekrój A dotyczy początku występowania otworu ϕ5mm, gdzie zaburzenia w sygnale magnetycznym nie są jeszcze tak duże. Kolejne przekroje dają wyraźny obraz zmian w sygnale magnetycznym. Na uwagę zasługuje fakt zaniku bieguna N2 w miejscu pęknięcia, świadczący o powstaniu wyrwy w tym obszarze magnetyzacji i rozdzieleniu tego oddziaływania na dwie części skierowane w poszczególne strony pęknięcia.

Wartość natężenia pola magnetycznego w biegunie N1 ulega osłabieniu o ΔH_{N1} w obszarze przejścia przez otwór, a na podstawie rysunku 5c, we współrzędnych biegunowych stwierdzono rotację wektora H, w miejscu przejścia przez pęknięcie. Natomiast bieguny S1, S2 praktycznie zostały nienaruszone. Może to świadczyć o powstaniu szczeliny w wałku w obszarze N2. Z uwagi na taki charakter własności magnetycznych nie można zlokalizować punktu Z oddziaływań anizotropowych, ze względu na brak możliwości poprowadzenia jednej prostej przechodzącej przez wartości maksymalne biegunów S1 i S2, świadczy to o anomalii magnetycznej.

4. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

- Wykonany system skanujący wykazał pełną przydatność do określania miejsc defektów w badanych materiałach magnetycznych w formie przemagnesowania, jak i karbów, czy pęknięć,
- zastosowana metoda zapewniła pomiary o wystarczającej rozdzielczości, zaś dynamika skanera i stworzone oprogramowanie umożliwia wykorzystanie skanera w warunkach przemysłowych.
- mapy pola magnetycznego, w miejscach defektów, przedstawiają obraz zakrzywionych linii pola magnetycznego.
- opierając się tylko na wizualizacji nie można określić czy czynnik niszczący był typu magnetycznego, czy mechanicznego. Do tego służy analiza ilościowa otrzymana w drodze kolejnych przecięć poprzecznych i wzdłużnych, pokazująca przyrosty pola magnetycznego i rotację wektora,
- w badanych prętach kompozytowych stwierdzono występowanie anizotropii magnetycznej w poszczególnych obszarach kierunku magnetyzacji, widocznej zwłaszcza dla przekrojów poprzecznych we współrzędnych biegunowych. Anizotropię magnetyczną obrazują także mapy pola magnetycznego, ale nośnikiem informacji o tym są barwy i odcienie.
- każda przeprowadzona ingerencja zewnętrznym sygnałem magnetycznym w strumień magnetyczny wałka, skutkowała wyraźnym osłabieniem natężenia pola magnetycznego wałka w miejscu oddziaływania czynnika zewnętrznego, mimo zapewnionej stałej odległości pręta względem sensora magnetycznego.

- wywołanie karbów na pręcie magnetycznym wprowadzało osłabienie oddziaływania magnetycznego w tym miejscu, z uwagi na zwiększenie odległości czujnika pomiarowego od powierzchni wałka. Należy przypuszczać, że wartość natężenia pola magnetycznego, przy powierzchni wałka pozostała niezmieniona, lub osłabiona minimalnie. Świadczy to, że zastosowanie operacji technologicznych typu skrawanie, wpływa jedynie lokalnie na oddziaływanie magnetyczne w miejscu czynnika,
- z uwagi na kruchość materiału podczas oddziaływań mechanicznych mogą pojawiać się lokalne pęknięcia i szczeliny, które znacznie pogarszają właściwości mechaniczne i wprowadzają opisywane anomalie magnetyczne, jednakże możliwe jest łączenie KPM w kaskady, przy zachowaniu odpowiedniej biegunowości i dobrania prętów pod względem anizotropii magnetycznych, do którego celu można z powodzeniem zastosować prezentowaną metodykę.
- obecnie system analizy map obrazu pola magnetycznego nie jest w stanie stwierdzić charakteru defektu, czy związany jest on z oddziaływaniem magnetycznym, czy mechanicznym. Problem można rozwiązać zapewniając możliwość dodatkowego pomiaru odległości od powierzchni badanej, co jest aktualnie przedmiotem prac.

Dalsze plany badawcze przewidują sprawdzenie możliwości sprzężenia układu KMP i materiałów o gigantycznej magnetostrykcji (Bomba i inni, 2004, 2005). Wynik pozytywny umożliwiłby konstrukcję aktuatorów, w postaci walców, pastylek o miniaturowych rozmiarach, przeznaczonych jako tłumiki drgań w zastosowaniach motoryzacyjnych. Przedstawiony system skanera zapewni łatwą i szybką diagnostykę efektów magnetomagnetycznych w tym zakresie.

LITERATURA

1. **Kaleta J., Kocańda D., Skorupa M., Topoliński T.** (2000), *Metody doświadczalne w zmęczeniu materiałów i konstrukcji, Badania podstawowe,* Wydaw. Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy, 29-52.
2. **Kaleta J.** (2000), Magnetomechanical effect in fatigue investigations of ferromagnetics, *Advances in mechanical behaviour, plasticity and damage*. Proceedings of Euromat 2000, Tours, France,. Elsevier, Amsterdam, 1149-1154.
3. **Kaleta J., Wiewiórski P.** (2001), Magnetovision as a tool for investigation of fatigue process of ferromagnetics, *Modern trends on fatigue. SAE Brasil International Conference on Fatigue. Fatigue 2001*. Proceedings, Sao Paulo, Brazil, SAE Brasil Regional Section., 115-121.
4. **Kaleta J., Wiewiórski P., Wiśniewski W.** (2003a), Badanie tekstury blach ferromagetycznych z wykorzystaniem efektu Villariego, *II Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji. Materiały, Augustów*, Dział Wydaw. Poligraficznych Politechniki Białostockiej, 2003, 139-142.
5. **Kaleta J., Wiewiórski P., Wiśniewski W.** (2003b), Magnetyczna pamięć historii odkształcania materiału ferromagnetycznego, *IX Krajowa Konferencja Mechaniki Pękania, Kielce-Cedzyna*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2003, 221-228.
6. **Bomba J., Kaleta J., Sawa P.** (2004), An initial investigation into change in magnetomechanical properties of terfenol-d rod due to prestress and temperature, *Anyagvizsgalok Lapja,* Hungary, 2004 Vol 1, 19-21.
7. **Bomba J., Kaleta J., Sawa P.** (2005)**.**: Application of giant magnetostrictive material into construction of broad spectrum vibration generator, *Mater. Sci. Forum,* Vol. 482, 403-406.

DETECTION OF DEFECTS IN MAGNETIC COMPOSITE RODS MAKING USE OF HIGH RESOLUTION SCANNER

Abstract: The paper presents original method and measurement devices for examination of magnetic and mechanical defects in rods made up from strontium ferrite. In many constructions it is necessary to carry out examinations of mechanical and magnetic properties simultaneously. Technological processes (for example cutting, magnetisation), material faults, conditions of exploitation (static and cyclic loads), errors in maintenance entail defects and the quantitative analysis of them is unavoidable. The original fast, high resolution scanner with Hall probe has been constructed to measure H_x, H_y, H_z,. Advanced electronic devices have been applied for acquisition, processing and visualisation of results. The corresponding software has been also constructed. Effectiveness of a method and devices have been tested for the reference shafts as well for shafts with mechanical and magnetic defects.

Pracę wykonano w ramach projektu PBZ-KBN-115/T08/04 „Projektowanie, otrzymywanie, struktura, właściwości i zastosowania materiałów inteligentnych metalicznych i polimerowych”, w zakresie zadania badawczego pod tytułem: Projektowanie – otrzymywanie – struktura – właściwości –zastosowanie materiałów magnetoreologicznych i magnetostrykcyjnych.

NIELOKALNA METODA WYZNACZANIA GRANICZNEJ TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ MATERIAŁU Z DEFEKTAMI GEOMETRYCZNYMI

Aleksander KAROLCZUK*, Yves NADOT, Andre DRAGON****

*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Opolska, ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole
**Laboratoire de Mecanique et de Physique des Materiaux, UMR CNRS no. 6617, ENSMA, Teleport 2, BP 40 109, 86961 Futuroscope Cedex, France

karol@po.opole.pl, andre.dragon@lmpm.ensma.fr

Streszczenie: W pracy zaprezentowano nową metodę analizy wpływu nierównomiernych rozkładów naprężeń w płaszczyźnie krytycznej na trwałość zmęczeniową materiałów konstrukcyjnych. Metoda wyróżnia odmienny wpływ gradientów naprężeń stycznych i normalnych na procesy zmęczeniowe. Nielokalne naprężenia styczne i normalne w płaszczyźnie materiału o stałej orientacji (płaszczyzna krytyczna) są uśredniane do naprężeń lokalnych. Proces uśredniania jest przeprowadzany na dwóch różniących się wielkością powierzchniach, odpowiednio dla naprężeń stycznych i normalnych. Wyznaczone w ten sposób lokalne naprężenia w płaszczyźnie krytycznej są wprowadzane do kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału w celu oszacowania granicy zmęczenia. Zaproponowana metoda została zweryfikowana na podstawie badań zmęczeniowych próbek wykonanych ze stali C36 ze sztucznie wprowadzonymi defektami geometrycznymi.

1. WPROWADZENIE

Wiele elementów maszyn i konstrukcji takich jak: części zawieszenia samochodów (Carboni et al., 2003;Nadot i Denier, 2004), połączenia spawane (Bullough et al., 2001), korbowody (Baretta et al., 1997), stalowe druty (Baretta i Boniardi, 1999), fragmenty zawieszenia pociągów (Baretta, 2003) zawiera różnego rodzaju defekty (jamy skurczowe, wtrącenia, tlenki, itp.) o różnej wielkości i kształcie. Elementy takie często pracują w warunkach zmiennych naprężeń w czasie, a w wyniku działania defektu również zmiennych w objętości materiału. Problem oceny wpływu zmiennych naprężeń/odkształceń w czasie jak i w objętości materiału nie dotyczy tylko materiałów z defektami, ale również elementów z różnego rodzaju karbami jak i elementów zginanych, czy też skręcanych.

Na podstawie wyników badań eksperymentalnych wyodrębniono następujące efekty towarzyszące nierównomiernym rozkładom naprężeń, które mają wpływ na trwałość zmęczeniową:

(i) Przy takich samych maksymalnych wartościach naprężeń nominalnych trwałość zmęczeniowa próbek cylindrycznych poddanych wahadłowemu zginaniu jest wyższa od trwałości takich samych próbek przy wahadłowym rozciąganiu-ściskaniu (Papadopoulos i Panoskaltsis, 1996; Morel i Palin-Luc, 2002).

(ii) Występowanie nie rozwijających się pęknięć zmęczeniowych (nie prowadzących do zniszczenia elementu) przy obciążeniach na granicy zmęczenia w przypadku materiałów zawierających defekty (Murakami i Endo, 1994; Endo i Ishimoto, 2006).

(iii) Brak istotnego wpływu gradientu naprężeń stycznych na granicę zmęczenia w próbkach cylindrycznych poddanych wahadłowemu skręcaniu (Papadopoulos i Panoskaltsis, 1996).

Celem pracy jest przedstawienie i weryfikacja modelu redukcji nierównomiernych rozkładów naprężeń w materiale, do naprężeń lokalnych, uwzględniających wymienione powyżej efekty. Efekt (i) jest uwzględniony poprzez uśrednianie naprężeń w wybranym obszarze materiału, uzyskując w ten sposób wartość naprężenia mniejszą od wartości maksymalnej. Istotną kwestią jest określenie obszaru uśredniania: jego kształtu i wielkości. Parametry te są podyktowane efektami (ii) i (iii). Efekt (ii) tłumaczy się zbyt małymi wartościami naprężeń rozwierających pęknięcie (wartość progowa ΔK_{th}), działających w niewielkiej odległości od koncentratora naprężeń (gwałtowny spadek naprężeń). W związku z tym postuluje się, że uśredniona wartość naprężeń normalnych (rozwierających) w płaszczyźnie potencjalnego rozwoju pęknięcia o określonym polu, gwarantującej rozwój pęknięcia, musi przekroczyć wartość krytyczną. Efekt (iii) dotyczy tylko makroskopowych naprężeń stycznych, czyli wynikających np. ze skręcania próbek cylindrycznych. W skali obserwacji kilku ziaren, makroskopowy gradient naprężeń stycznych jest nieznaczny i nie ma wpływu na inicjację pęknięć a tym bardziej na rozwój pęknięcia w dalszym etapie. Natomiast, w przypadku znacznego gradientu naprężeń stycznych w skali mezoskopowej (wynikający np. z karbów, defektów o wielkości zbliżonej do wielkości kilku ziaren) należy uwzględnić jego wpływ na powstawanie pęknięć zmęczeniowych, ale wpływ ten należy rozpatrywać w stosunkowo małym obszarze w porównaniu do obszaru wpływu naprężeń normalnych.

W pracy przedstawiono zarys metody redukcji naprężeń stycznych i normalnych dla ujęcia wpływu spiętrzenia naprężeń na trwałość zmęczeniową bez względu na przyczynę ich powstania. Proponowana metoda została zweryfikowana na podstawie badań próbek cylindrycznych wykonanych ze stali C36 ze sztucznie wprowadzonymi defektami o różnym kształcie i wielkości.

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Wyniki eksperymentu oraz jego dokładny opis można znaleźć w pracy Billaudeau et al. (2004). W niniejszym rozdziale przedstawiono tylko najważniejsze informacje dotyczące przeprowadzonych testów. Cylindryczne próbki wykonane ze stali niskowęglowej C36 (Tab.1) ze sztucznie wprowadzonymi defektami o trzech kształtach (Tab. 2, Rys. 1) poddano wahadłowemu rozciąganiu-ściskaniu, skręcaniu i kombinacji rozciągania-ściskania ze skręcaniem. Poziomy obciążeń tj. amplitudę naprężeń od rozciągania-ściskania, σ_a oraz amplitudę naprężeń od skręcania τ_a dobrano eksperymentalnie w celu uzyskania trwałości odpowiadającej granicy zmęczenia.

Tab. 1. Własności mechaniczne stali C36

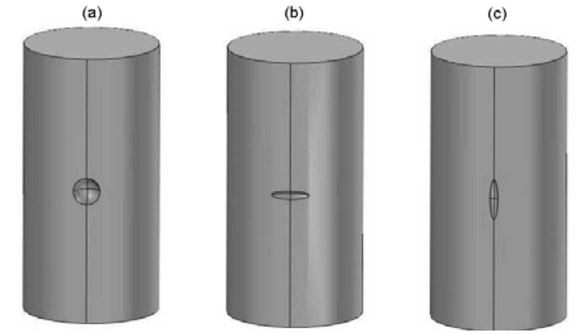
Moduł Younga: E	212 GPa
Statyczna granica plastyczności: $R_{e0.2}$	353 MPa
Granica wytrzymałości: R_m	582 MPa
Wydłużenie: A	31%
Cykliczna granica plastyczności: $R_{e0.02cy}$	278 MPa
Granica zmęczenia dla wahadłowego rozciągania-ściskania, R=-1: σ_{af}	236±12 MPa
Granica zmęczenia dla wahadłowego skręcania, R=-1: τ_{af}	169±9 MPa
Współczynnik cyklicznego umocnienia: K’	1232 MPa
Wykładnik cyklicznego umocnienia: n’	0.214

Tab. 2. Dane dotyczące typów wprowadzonych defektów oraz obciążenia

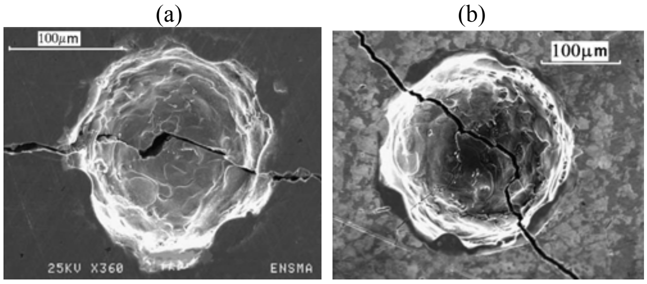
Lp.	Obciążenie	Typ defektu	Rozmiar defektu $\sqrt{area}$, µm	σ_a MPa	τ_a MPa
1	Roz-ścis.	Eliptyczny-poziomy	170	200	0
2	Roz-ścis.	Eliptyczny-poziomy	400	157	0
3	Roz-ścis.	Eliptyczny-pionowy	170	235	0
4	Roz-ścis.	Sferyczny	95	230	0
5	Roz-ścis.	Sferyczny	170	195	0
6	Roz-ścis.	Sferyczny	400	150	0
7	Roz-ścis.	Sferyczny	880	135	0
8	Skręcanie	Sferyczny	170	0	160
9	Skręcanie	Sferyczny	380	0	145
10	Skręcanie	Sferyczny	950	0	125
11	Roz-ścis.-skręcanie	Sferyczny	360	128	72

Szczegółowa analiza eksperymentalna została przeprowadzona w celu obserwacji i zrozumienia mechanizmów zmęczenia. Analiza przeprowadzona za pomocą obserwacji elektronowym mikroskopem skaningowym oraz symulacje rozkładów naprężeń wokół defektów pozwoliła na wysunięcie następujących wniosków:

- Pierwszy etap pękania następował na płaszczyźnie maksymalnego naprężenia stycznego (Rys. 2). Etap ten jest zazwyczaj pomijany w materiałach zawierających defekty.
- Makroskopowe pęknięcia pokrywają się z płaszczyzną maksymalnych naprężeń normalnych (Rys.2).
- Wpływ defektu na granicę zmęczenia nie może być uwzględniany tylko przez naprężenia w punkcie najbardziej obciążonym. Wpływ gradientu naprężeń/odkształceń musi być brany pod uwagę.



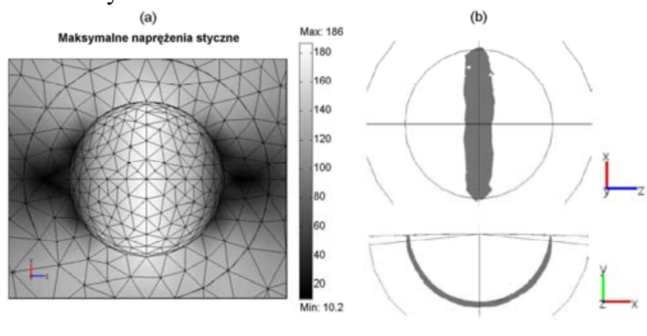
Rys. 1. Geometria defektów: (a) defekt sferyczny, (b) defekt eliptyczny poziomy, (c) defekt eliptyczny pionowy



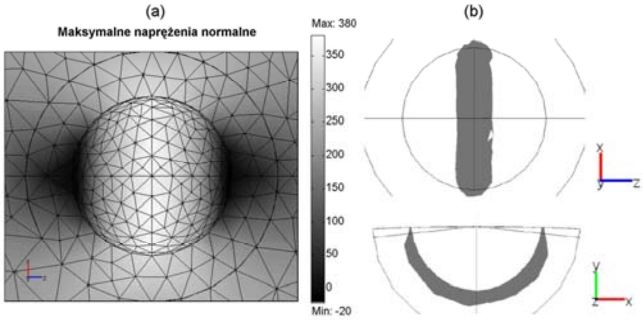
Rys. 2. Przykładowe zdjęcia pęknięć dla defektu sferycznego (a) rozciąganie-ściskanie, (b) skręcanie

3. ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ WOKÓŁ DEFEKTU

Metoda elementów skończonych (COMSOL, 2005) została wykorzystana do wyznaczania przestrzennych rozkładów naprężeń wokół defektu. Symulacje numeryczne zostały wykonane dla każdego typu defektu i obciążenia. Maksymalna wartość efektywnego naprężenia według kryterium Hubera-Misesa-Hencky’ego przekracza cykliczną granicę plastyczności (Tab. 1) prawie dla wszystkich próbek, w związku z tym symulację przeprowadzono w zakresie sprężysto-plastycznym. Z uwagi na obciążenia proporcjonalne, bez udziału wartości średniej, w obliczeniach zastosowano model izotropowego umocnienia materiału z symulacją jednej ćwiartki cyklu obciążenia. Rysunki 3 i 4 przedstawiają przykładowe mapy rozkładów maksymalnych naprężeń stycznych i normalnych.

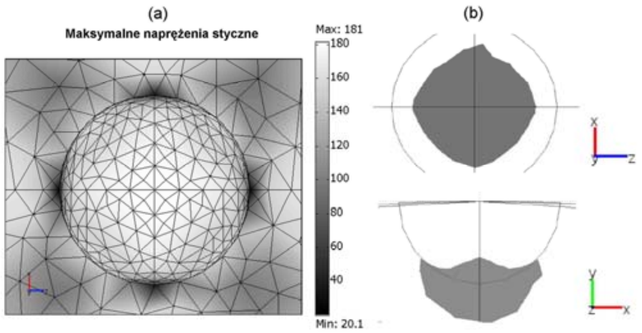


Rys. 3. Przypadek 4 wg tabeli 2: (a) rozkład maksymalnych naprężeń stycznych, (b) obszar zawierający 10% największych naprężeń stycznych

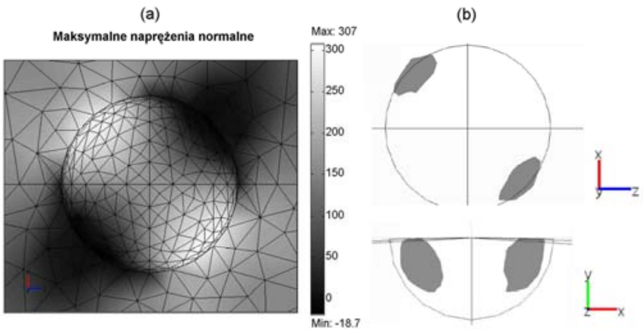


Rys. 4. Przypadek 4 wg tabeli 2: (a) rozkład maksymalnych naprężeń normalnych, (b) obszar zawierający 10% największych naprężeń normalnych

W przypadku rozciągania-ściskania obszary zawierające 10% maksymalnych naprężeń stycznych i normalnych pokrywają się. W związku z tym lokalizacja wystąpienia inicjacji pęknięcia zmęczeniowego nie budzi większych wątpliwości. Natomiast w przypadku skręcania (Rys. 5 i 6) położenia obszarów zawierających 10% maksymalnych naprężeń stycznych i normalnych nie pokrywają się. Efekt ten znacznie utrudnia lokalizację inicjacji pęknięcia zmęczeniowego i związku z tym prawidłowego oszacowania trwałości zmęczeniowej.



Rys. 5. Przypadek 8 wg tabeli 2: (a) rozkład maksymalnych naprężeń stycznych, (b) obszar zawierający 10% największych naprężeń stycznych



Rys. 6. Przypadek 8 wg tabeli 2: (a) rozkład maksymalnych naprężeń normalnych, (b) obszar zawierający 10% największych naprężeń normalnych

Tabela 3 przedstawia lokalne maksymalne naprężenia styczne i normalne dla dwóch obszarów 10% o największych naprężeniach. W obszarze zawierającym 10% największych naprężeń stycznych wyróżniono dwie płaszczyzny: płaszczyznę maksymalnych naprężeń stycznych, na której określono naprężenia styczne i normalne oraz płaszczyznę maksymalnych naprężeń normalnych, na której naprężenia styczne są zerowe. Z porównania danych zawartych w Tabeli 3 z granicami zmęczenia próbek bez defektów przy rozciąganiu-ściskaniu, σ_{af} = 240 MPa oraz przy skręcaniu τ_{af} = 169 MPa wynika, że lokalne naprężenia styczne, normalne czy też ich kombinacje nie mogą być użyte do wyznaczenia granicy zmęczenia.

Tab. 3. Lokalne maksymalne naprężenia styczne i normalne

Lp.	Obszar krytyczny: 10% największych: naprężeń stycznych – Płaszczyzna maksymalnych naprężeń stycznych		Płaszczyzna maksymalnych naprężeń normalnych	naprężeń normalnych
	τ_{ns} MPa	σ_n MPa	σ_n MPa	σ_n MPa
1	235	227	491	491
2	209	316	470	470
3	128	128	287	287
4	186	201	381	382
5	171	178	345	355
6	155	155	303	303
7	152	152	301	301
8	187	1	184	307
9	176	1	173	290
10	170	1	170	264
11	167	117	287	317

4. REDUKCJA GRADIENTÓW NAPRĘŻEŃ W PŁASZCZYŹNIE KRYTYCZNEJ

Podstawą proponowanej koncepcji szacowania wpływu gradientów naprężeń na trwałość zmęczeniową elementów maszyn i konstrukcji jest powiązanie idei płaszczyzny krytycznej (Karolczuk i Macha, 2005) z metodami nielokalnymi opisującymi stan wytężenia materiału. Metody nielokalne w obliczeniach zmęczeniowych uwzględniają stany naprężenia, odkształcenia lub energetyczne panujące nie w jednym, lokalnym punkcie materiału, ale w pewnym jego obszarze. Natomiast idea płaszczyzny krytycznej zakłada, że za zniszczenie materiału odpowiadają pewne składowe tensora naprężenia, czy też odkształcenia występujące w jednej płaszczyźnie. Zastosowanie idei płaszczyzny krytycznej w metodach nielokalnych jest jak dotychczas znikome (Qylafku et al, 1999; Seweryn i Mróz, 1998).

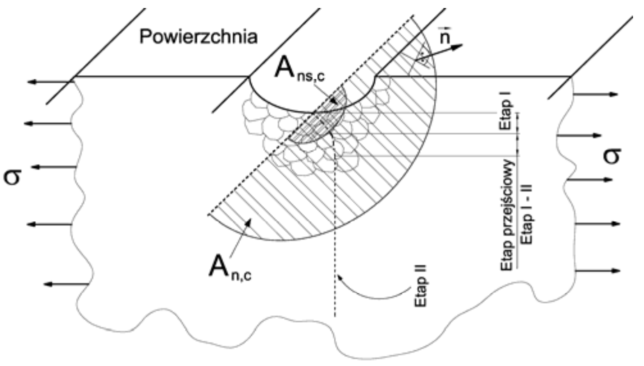
Z przeprowadzonych analiz wynika, że naprężenia normalne oraz naprężenia styczne działające w określonej płaszczyźnie muszą być rozpatrywane oddzielnie. W proponowanej metodzie, rozkłady naprężeń stycznych i normalnych są rozpatrywane osobno poprzez wyznaczenie uśrednionych przebiegów naprężeń stycznych i normalnych w płaszczyźnie krytycznej

$$\hat{\tau}_{ns}(t,\vec{n},\vec{s}) = \frac{1}{A_{ns,c}} \int_{A_{ns}} \tau_{ns}(t,\vec{n},\vec{s},x,y,z)\,dA_{ns}$$

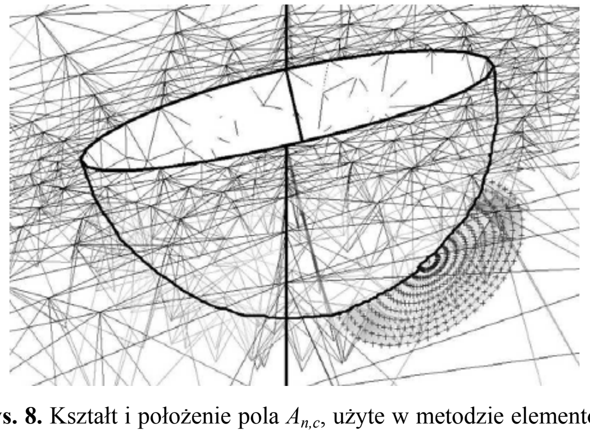
$$\hat{\sigma}_{n}(t,\vec{n}) = \frac{1}{A_{n,c}} \int_{A_{n}} \sigma_{n}(t,\vec{n},x,y,z)\,dA_{n} \tag{1}$$

gdzie τ_{ns} to naprężenia styczne w kierunku $\vec{s}$ w płaszczyźnie krytycznej o normalnej $\vec{n}$; σ_n to naprężenia normalne w tej samej płaszczyźnie; t –czas, x,y,z - położenie analizowanych punktów w globalnym układzie współrzędnych, $A_{ns,c}$ – wielkość wyodrębnionego pola powierzchni uśredniania naprężeń stycznych (Rys. 7, 8), $A_{n,c}$ – wielkość wyodrębnionego pola powierzchni uśredniania naprężeń normalnych. Tak wyznaczone przebiegi naprężeń stycznych $\hat{\tau}_{ns}$ i normalnych $\hat{\sigma}_n$ są następnie użyte w kryterium wieloosiowego zmęczenia do oszacowania trwałości zmęczeniowej. Uśrednione naprężenia normalne $\hat{\sigma}_n$ i styczne $\hat{\tau}_{ns}$ są wprowadzane na miejsce naprężeń lokalnych do wybranego kryterium wieloosiowego zmęczeniowego, według którego obliczany jest ekwiwalentny (zredukowany do stanu jednoosiowego) parametr naprężenia, odkształcenia lub energii odkształcenia.

Postuluje się, że wielkość pola powierzchni $A_{ns,c}$, gdzie analizowane są naprężenia styczne dotyczy skali mezoskopowej, czyli obszaru kilku ziaren. Natomiast, wpływ naprężeń normalnych jest rozpatrywany w skali makroskopowej na polu o wielkości $A_{n,c}$. Dla uproszczenia obliczeń założono kształt kołowy obydwu pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$, (Rys. 7, 8).



Rys. 7. Schematyczny obraz kształtu i położenia pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$, w których uśredniane są odpowiednio naprężenia styczne i normalne



Rys. 8. Kształt i położenie pola $A_{n,c}$, użyte w metodzie elementów skończonych na przykładzie defektu sferycznego

5. KRYTERIUM WIELOOSIOWEGO ZMĘCZENIA MATERIAŁÓW

Do wyznaczania granicy zmęczenia na podstawie obliczonych amplitud uśrednionych naprężeń normalnych i stycznych posłużono się kryterium Matake (Karolczuk i Macha, 2005; Matake, 1977). Kryterium to zakłada, że za zmęczenie materiału odpowiada liniowa kombinacja amplitud naprężenia stycznego i normalnego w płaszczyźnie o maksymalnej amplitudzie naprężeń stycznych. W analizowanym przypadku kryterium to przybiera postać

$$\hat{\tau}_{ns,a} + \left(2\frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} - 1\right)\hat{\sigma}_{n,a} = \tau_{af}^{cal}, \tag{2}$$

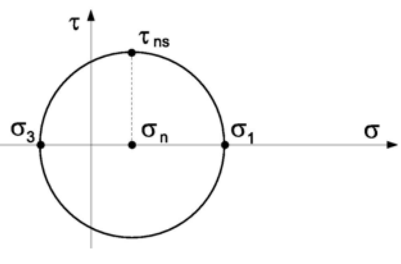
gdzie τ_{af}^{cal} jest obliczoną granicą zmęczenia przy wieloosiowym stanie obciążenia.
Matake zaproponował swoje kryterium do analizy lokalnej, w którym zachowana jest następująca zależność (Rys. 9)

$$\sigma_n = \sigma_1 - \tau_{ns}. \tag{3}$$

W przypadku naprężeń uśrednianych na pewnych powierzchniach zależność (3) nie musi być zachowana. W związku z tym proponuje się uogólnić kryterium Matake do następującej formy

$$\hat{\tau}_{ns,a} + \left(2\frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} - 1\right)\left(\hat{\sigma}_1 - \hat{\tau}_{ns,a}\right) = \tau_{af}^{cal}, \tag{4}$$

gdzie $\hat{\sigma}_1$ jest uśrednioną wartością maksymalnym naprężeń głównych w płaszczyźnie gdzie wartość $\hat{\sigma}_1$ osiąga maksimum i w czasie t dla $\hat{\tau}_{ns}(t) = \hat{\tau}_{ns,a}$.



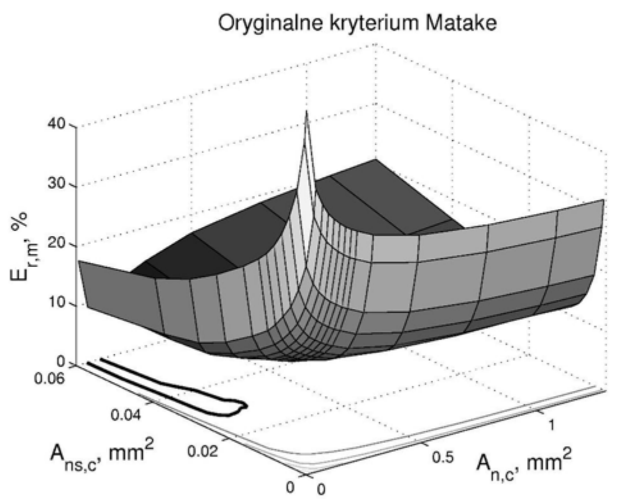
Rys. 9. Koło Mohra

6. ANALIZA WYNIKÓW OBLICZEŃ

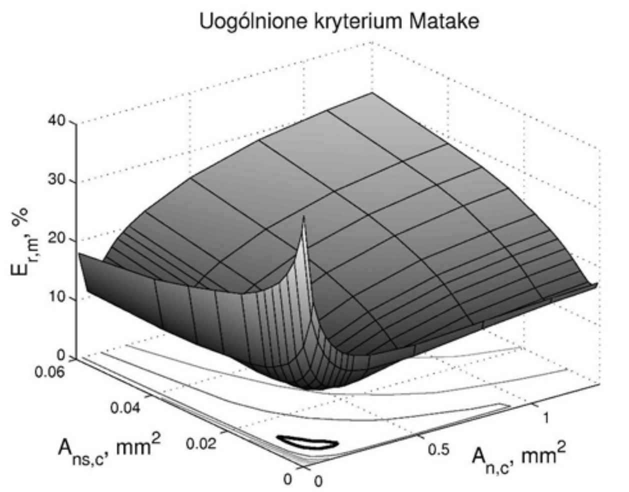
Wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ zostały dobrane na podstawie eksperymentu na podstawie prób rozciągania-ściskania z defektami sferycznymi o różnej wielkości (przypadki 4-7, tab. 2). Wpływ wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ na obliczoną granicę zmęczenia τ_{af}^{cal} został przeanalizowany dla dwóch kryteriów przedstawionych za pomocą równań (2) i (4). W analizach posłużono się następującym parametrami błędów:

$$E_r(i) = \frac{\tau_{af}^{cal}(i) - \tau_{af}}{\tau_{af}} 100\%, \quad E_{r,m} = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=4} E_r(i)^2}. \tag{5}$$

Rysunki 10 i 11 przedstawiają otrzymane wyniki dla dwóch analizowanych kryteriów. Dla podejścia lokalnego tj. $A_{ns,c}\rightarrow 0$ i $A_{n,c}\rightarrow 0$ otrzymane błędy osiągają wartość maksymalną, co potwierdza, że maksymalne lokalne naprężenia nie mogą być użyte do określenia granicy zmęczenia materiału zawierającego defekty. Najmniejszy błąd ($E_{r,m}$ = 9,1%) dla oryginalnego kryterium Matake został osiągnięty dla $A_{ns,c}$ = 0,06 mm^2 (25-100 ziaren) i $A_{n,c}$ = 0,06 mm^2. Wyznaczone wielkości pól są jednakowe, co nie jest zgodne z postawionym postulatem, że pole $A_{ns,c} < A_{n,c}$ a wielkość pola $A_{ns,c}$ powinna osiągnąć obszar co najwyżej kilkunastu ziaren. Warunki te spełnia uogólnione kryterium Matake, dla którego najmniejszy błąd, osiągnięty dla pól: $A_{ns,c} = 0.0073$ mm^2 (4-9 ziaren) i $A_{n,c} = 0.14$ mm^2, wynosi 9.5%.



Rys. 10. Parametr $E_{r,m}$ w funkcji różnych wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ wyznaczonego według zależności (2)



Rys. 11. Parametr $E_{r,m}$ w funkcji różnych wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ wyznaczonego według zależności (4)

Rozmiary pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ są kwestią otwartą. W pewnych zakresach tych pól wartość błędu $E_{r,m}$ zmienia się nieznacznie dla obydwu analizowanych kryteriów. Wyznaczanie uśrednianych wielkości naprężeń na dwóch polach jest pewnym uproszczeniem pozwalającym na uwzględnienie różnego wpływu gradientów naprężeń stycznych i normalnych na trwałość zmęczeniową. Uśredniane wielkości nie zależą od wybranego kryterium wieloosiowego zmęczenia, co pozwala na zastosowanie tych wielkości w analizie różnych kryteriów.

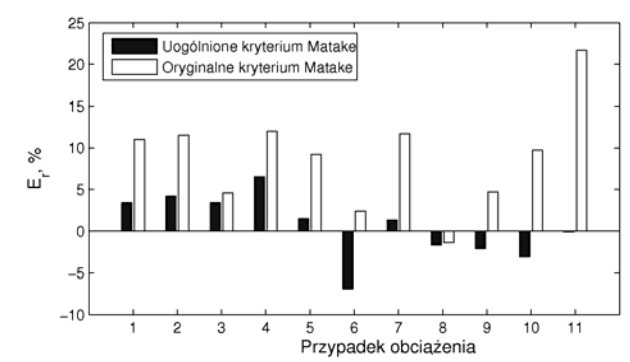
Ustalone wielkości pól dla obydwu analizowanych kryteriów zostały użyte do wyznaczenia błędów E_r dla pozostałych przypadków obciążeń i defektów. Otrzymane wyniki są przedstawione w tabelach 4 i 5 oraz na rysunkach 12 i 13. Tabele 4 i 5 zawierają również informację o lokalizacji punktu krytycznego ('hot spot'), tj. punktu gdzie parametr uszkodzenia (2) lub (4) jest największy. Położenie tego punktu jest opisane przez promień r_0, który określa odległość między wyznaczonym punktem a środkiem defektu (rys. 14). Położenie punktu krytycznego zmienia się w zależności od kształtu i wielkości defektu. Natomiast, w przypadku testów przy wahadłowym rozciąganiu-ściskaniu (lp. 1-7, tab. 4 i 5) położenie punktu krytycznego jest identyczne dla obydwu analizowanych kryteriów bez względu na kształt i wielkość defektu. Odmienna sytuacja jest w przypadku skręcania (lp. 8-10, tab. 4 i 5) i kombinacji skręcania z rozciąganiem-ściskaniem (lp. 11, tab. 4 i b), gdzie położenie punktu krytycznego zmienia się w zależności od wybranego kryterium.

Tab. 4. Parametr błędu E_r dla $A_{ns,c} = 0{,}0073$ mm2, $A_{n,c} = 0{,}14$ mm^2 oraz położenie punktu krytycznego

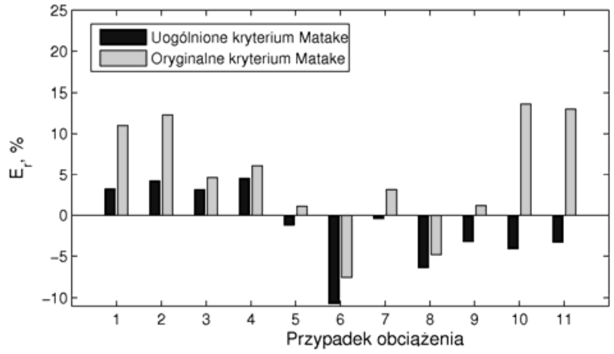
Lp.	$A_{ns,c} = 0{,}0073$ mm^2, $A_{n,c} = 0{,}14$ mm^2			
	Uogólnione kryterium Matake		Oryginalne kryterium Matake	
	E_r, %	r_0, mm	E_r, %	r_0, mm
1	3,4	0,012	11,0	0,000
2	4,2	0,054	11,5	0,054
3	3,4	0,000	4,6	0,000
4	6,5	0,046	12,0	0,046
5	1,5	0,067	9,2	0,067
6	-6,9	0,096	2,4	0,096
7	1,3	0,620	11,7	0,620
8	-1,7	0,010	-1,4	0,090
9	-2,1	0,037	4,7	0,292
10	-3,1	0,181	9,7	0,616
11	-0,1	0,236	21,7	0,286
	12,31		**35,14**	

Tab. 5. Parametr błędu E_r dla $A_{ns,c} = 0{,}06$ mm2, $A_{n,c} = 0{,}06$ mm^2 oraz położenie punktu krytycznego

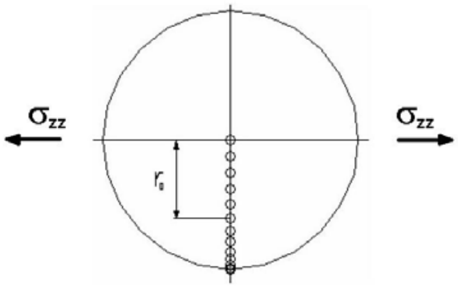
Lp.	$A_{ns,c} = 0{,}06$ mm^2, $A_{n,c} = 0{,}06$ mm^2			
	Uogólnione kryterium Matake		Oryginalne kryterium Matake	
	E_r, %	r_0, mm	E_r, %	r_0, mm
1	3,2	0,000	11,0	0,000
2	4,2	0,054	12,3	0,054
3	3,1	0,135	4,6	0,000
4	4,5	0,076	6,1	0,076
5	-1,2	0,035	1,1	0,067
6	-10,7	0,252	-7,5	0,252
7	-0,4	0,620	3,1	0,577
8	-6,3	0,021	-4,8	0,069
9	-3,2	0,037	1,2	0,292
10	-4,1	0,090	13,6	0,614
11	-3,3	0,180	13,0	0,276
	15,85		**27,86**	



Rys. 12. Parametr E_r dla wszystkich przypadków obciążenia (Tab. 2) ustalone dla $A_{ns,c} = 0{,}0073$ mm^2, $A_{n,c} = 0{,}14$ mm^2



Rys. 13. Parametr E_r dla wszystkich przypadków obciążenia (Tab. 2) ustalone dla $A_{ns,c}$ = 0,06 mm^2, $A_{n,c}$ = 0,06 mm^2



Rys. 14. Określenie położenia punktu krytycznego na przykładzie defektu sferycznego (przypadki 4-7, tab.2)

5. WNIOSKI

Zaproponowana metoda redukcji gradientów naprężeń stycznych i normalnych i zastosowanie jej do wyznaczenia granicy zmęczenia przy użyciu uogólnionego kryterium Matake okazała się efektywna dla analizowanych wyników badań. Proces uśredniania może być przeprowadzany w każdej dyskretnej chwili czasu, co umożliwia wyznaczenie uśrednionych przebiegów naprężeń stycznych i normalnych. W związku z tym przebiegi o charakterze losowym również mogą być analizowane proponowaną metodą. Przedstawiona nielokalna metoda uwzględnia odmienny wpływ gradientów naprężeń stycznych i normalnych na trwałość zmęczeniową poprzez analizę tych naprężeń na dwóch różniących się wielkością polach. W przypadku braku wystarczających danych eksperymentalnych wielkości pól $A_{ns,c}$ i $A_{n,c}$ mogą być określone na podstawie średniej wielkości ziaren.

Zarodkowanie pęknięć zmęczeniowych oraz ich prędkość propagacji w skali mezoskopowej jak i makroskopowej zależy od wielkości naprężeń rozwierających pęknięcie i naprężeń stycznych wpływających na powstawanie pęknięć. W związku z tym w prawidłowej procedurze wyznaczania pojedynczych parametrów odpowiadających za te zjawiska powinno się wziąć pod uwagę wielkości tych parametrów zmieniających się w płaszczyźnie krytycznej. Kolejne prace będą podejmowane w celu określenia funkcji wagowych do wyznaczania uśrednionych wartości naprężeń stycznych i normalnych. Funkcje te będą zależne od lokalnych wartości naprężeń normalnych i stycznych występujących w płaszczyźnie krytycznej o polach $A_{n,c}$ i $A_{ns,c}$.

LITERATURA

1. **Carboni M., Beretta S., Finzi A.** (2003), Defects and in-service fatigue life of truck wheels, *Engng Fract. Anal.* 10, 45–57.
2. **Nadot Y.,Denier V.** (2004), Fatigue failure of suspension arm: experimental analysis and multiaxial criterion, *Engng Fract. Anal.* 11, 485–499.
3. **Bullough R, Burdekin F.M., Chapman O.V.J., Green V.R., Lidbury D.P.G. Pisarski H., Warwick R.G., Wintle J.B.** (2001), The probability of "large" defects in thick-section butt welds in nuclear components, *Int. J. of Pressure Vessels and Piping,* 78, 553-565.
4. **Beretta S., Blarasin A., Endo M., Giunti T., Murakami Y.** (1997), Defect tolerant design of automotive components, *Int. J. Fatigue* 19, 319-333.
5. **Beretta S. Boniardi M.** (1999), Fatigue strength and surface quality of eutectoid steel wires, *Int. J. Fatigue* 21, 329–335.
6. **Beretta S.** (2003), Application of multiaxial fatigue criteria to materials containing defects, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* 26, 551-559.
7. **Papadopoulos I.V., Panoskaltsis V.P,** (1996), Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion, *Engng Fract. Mech.* 55(4), 513-528.
8. **Morel F., Palin-Luc T.** (2002), A non-local theory applied to high cycle multiaxial fatigue, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* 25, 649-665.
9. **Murakami Y., Endo M.** (1994), Effect of defect, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength, *Int. J. of Fatigue* 16, 163-182.
10. **Endo M., Ishimoto I.** (2006), The fatigue strength of steels containing small holes under out-of-phase combined loading, *Int. J. of Fatigue* 28, 592-597.
11. **Billaudeau T., Nadot Y. Bezine G.** (2004), Multiaxial fatigue limit for defective materials: mechanisms and experiments, *Acta Mater.* 52, 3911–3920.
12. **COMSOL** (2005)**,** Structural Mechanics Module User's Guide, version 3.2.
13. **Karolczuk A., Macha E.** (2005), A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials, *Int. J. of Fracture* 134, 267-304.
14. **Qylafku G., Azari Z., Kadi N., Gjonaj M, Pluvinage G.** (1999), Application of a new model proposal for fatigue life prediction on notches and key-seats, *Int. J. Fatigue* 21, 753–760.
15. **Seweryn A, Mróz Z.** (1998), On the criterion of damage evolution for variable multiaxial stress states, *Int. J. Solids Structures* Vol. 35, No. 14, 1589-1616.
16. **Matake T.**, (1977), An explanation on fatigue limit under combined stress, *Bulletin of the JSME* 20(141), 257-263.

NONLOCAL METHOD FOR FATIGUE LIMIT DETERMINATION OF DEFECTIVE MATERIAL

Abstract: The paper presents a new way to reduce the non-uniform shear and normal stress distribution to the uniform ones. The reduction is performed by averaging process of shear and normal stresses over two overlapping characteristic areas. Using this concept various multiaxial critical plane fatigue failure criteria could be used to estimate fatigue life. In the present paper, the Matake multiaxial fatigue failure criterion was verified on defective material subjected to proportional loading.

DWUWYMIAROWE ZAGADNIENIA NIEJEDNORODNEJ PÓŁPRZESTRZENI SPRĘŻYSTEJ OBCIĄŻONEJ NA JEJ POWIERZCHNI

Roman KULCZYCKI-ŻYHAJŁO[*], Gabriel ROGOWSKI[*], Waldemar KOŁODZIEJCZYK[*]

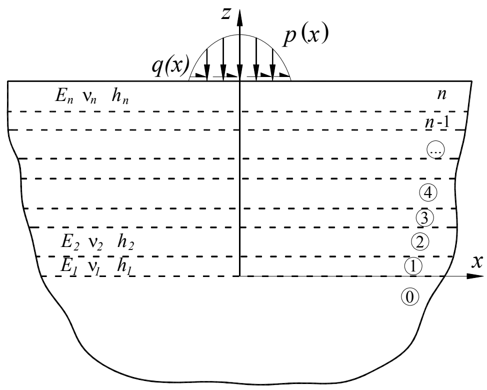
[*]Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

ksh@pb.bialystok.pl, gabrielkis@doktoranci.pb.edu.pl, waldekk@pb.edu.pl

Streszczenie: Rozpatrzono dwuwymiarowe zagadnienia teorii sprężystości dotyczące obciążenia powierzchni półprzestrzeni sprężystej pokrytej niejednorodną warstwą innego materiału sprężystego. Warstwę o zmieniających się właściwościach mechanicznych modelowano skończoną ilością warstw o stałych właściwościach mechanicznych.

1. WSTĘP

Postępy w technologii powłokowej powodują coraz szersze wykorzystywanie twardych warstw wierzchnich dla poprawienia właściwości trybologicznych powierzchni ślizgowych. Pozwalają one zmniejszyć współczynniki tarcia i wielkość zużycia, a jednocześnie nie powodują zmiany masy materiału. Punktem słabości w użyciu warstw wierzchnich jest ich pękanie (rozdzielenie, rozerwanie) bądź też rozwarstwienie i odłupywanie się na złączu warstwa/podłoże. W większości opracowań (Diao i inni, 1994, 1999; Kouitat Njiawa i inni, 1998, 1999; Schwarzer i inni, 1999, 2000; Houmid Bennani i Takadoum, 1999; Shi i Ramalingam, 2001; Abdul-Baqi i Van der Giessen, 2002; Bragallini i inni, 2003; Torskaya i Goryacheva, 2003, Kulchytsky-Zhyhailo i Rogowski, 2006) zakłada się, że warstwa jest jednorodna lub rozpatruję się kilka warstw (przeważnie 2-4 warstwy) o stałych właściwościach mechanicznych. Równolegle są rozwiązywane zagadnienia, w których moduł Younga lub moduł Kirchhofa zmieniają się wzdłuż grubości warstwy według zależności wykładniczej lub potęgowej (Giannakopoulos i Pallot, 2000; Guler i Erdogan, 2004, 2006, 2007). W obu tych przypadkach równania teorii sprężystości o zmiennych współczynnikach można sprowadzić do zastępczego układu równań o stałych współczynnikach. Pozwala to otrzymać rozwiązanie zagadnienia w postaci analitycznej. Alternatywnym podejściem do rozwiązania zagadnień dotyczących warstwy o zmieniających się właściwościach mechanicznych jest zastąpienie jej skończoną, wystarczającą dużą (co najmniej 10) ilością warstw o stałych właściwościach mechanicznych. Otrzymaniu analitycznego rozwiązania zagadnienia dotyczącego lokalnego obciążenia powierzchni uzyskanego ośrodka niejednorodnego (rys. 1) jest poświęcony niniejszy referat. Ograniczymy się do przypadku zagadnień dwuwymiarowych rozpatrywanych w ramach teorii płaskiego odkształcenia. W celu weryfikacji otrzymanego rozwiązania zostaną rozważone dwa zagadnienia dotyczące obciążenia ośrodka niejednorodnego ciśnieniem Hertza. W pierwszym zagadnieniu rozpatrzymy ośrodek warstwowy o strukturze periodycznej.



Rys. 1. Schemat zagadnienia

W zagadnieniu drugim rozwiążemy zagadnienie teorii sprężystości dotyczące obciążenia ciśnieniem Hertza jednorodnej półprzestrzeni izotropowej pokrytej warstwą materiału, której moduł Younga zmienia się wzdłuż jej grubości według zależności wykładniczej.

$$E(y) = E_{\mathrm{r}} \exp(\beta y),\ \beta = h^{-1} \ln\left(E_{\mathrm{p}} / E_{\mathrm{r}}\right),\ y < H \ , \tag{1}$$

gdzie $h=H/a$, H – grubość warstwy, a – połowa szerokości pasma obciążenia, E_{p} – moduł Younga na powierzchni warstwy wierzchniej, E_{r} – moduł Younga na powierzchni rdzenia. Zależnośćność (1) została tak dobrana, że moduł Younga w całym ośrodku zmienia się w sposób ciągły.

2. MODEL MATEMATYCZNY ZAGADNIENIA

Rozkład przemieszczeń i naprężeń w rozpatrywanym ośrodku niejednorodnym otrzymuje się w wyniku rozwiązywania następującego brzegowego zagadnienia teorii sprężystości: równania (Nowacki (1988)):

$$\left(1 - 2\nu_i\right) \Delta \mathbf{u}_i + \operatorname{grad} \theta_i = 0\ ,\ i=0,1,...,n, \tag{2}$$

warunki brzegowe (Chen i Engel, 1972):

$$\sigma_{xz}^{(n)}(x,h) = -q(x) H\left(1 - x^2\right), \tag{3a}$$

$$\sigma_{zz}^{(n)}(x,h) = -p(x) H\left(1 - x^2\right), \tag{3b}$$

$$u_x^{(i-1)}(x,h_i)=u_x^{(i)}(x,h_i),\ i=1,2,...n, \tag{4a}$$

$$u_z^{(i-1)}(x,h_i)=u_z^{(i)}(x,h_i),\ i=1,2,...n, \tag{4b}$$

$$\sigma_{xz}^{(i-1)}(x,h_i)=\sigma_{xz}^{(i)}(x,h_i),\ i=1,2,...n, \tag{4c}$$

$$\sigma_{zz}^{(i-1)}(x,h_i)=\sigma_{zz}^{(i)}(x,h_i),\ i=1,2,...n, \tag{4d}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(i)}\to 0,\ x^2+z^2\to\infty,\ i=0,1,...n. \tag{5}$$

Należy zaznaczyć, że równania określone w półprzestrzeni sprężystej (ośrodku „0") mają postać (2), jeśli półprzestrzeń jest jednorodna i izotropowa. W zagadnieniu, dotyczącym obciążenia półprzestrzeni warstwowej o strukturze periodycznej, równania (2) z indeksem „0" zastąpimy równaniami opisującymi zastępczy ośrodek homogenizowany (Woźniak, 1987; Matysiak and Woźniak, 1987).

We wzorach (3)-(5) wprowadzono oznaczenia: **u** – wektor przemieszczeń, $\boldsymbol{\sigma}$ - tensor naprężeń, θ=div**u** – odkształcenie objętościowe, ν - współczynnik Poissona, x, z – bezwymiarowe współrzędne kartezjańskie odniesione do połowy szerokości pasma obciążenia a, $p(x)$ i $q(x)$ – rozkłady normalnego i stycznego obciążenia, $z=h_i$ – dolna powierzchnia i-tej warstwy, $z=h$ – powierzchnia ośrodka niejednorodnego, i – indeks odpowiadający numerowi ośrodka sprężystego, $H(x)$ – funkcja Heaviside'a.

3. METODA ROZWIĄZYWANIA

Ogólne rozwiązanie układu równań (2) spełniające warunki w nieskończoności (5) w przestrzeni transformat Fouriera (Sneddon, 1972):

$$\tilde{f}(s,z)\equiv\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,z)\exp(-ixs)dx \tag{6}$$

ma postać:

$$\begin{aligned}2is\tilde{u}_x^{(j)}(s,z)&=2a_{4j+1}(s)|s|\cosh(|s|(h_{j+1}-z))+\\&2a_{4j+2}(s)|s|\sinh(|s|(h_{j+1}-z))+\\&a_{4j-1}(s)\begin{Bmatrix}(2+d_j)\sinh(|s|(h_{j+1}-z))+\\d_j(h_{j+1}-z)|s|\cosh(|s|(h_{j+1}-z))\end{Bmatrix}+,\\&a_{4j}(s)\begin{Bmatrix}(2+d_j)\cosh(|s|(h_{j+1}-z))+\\d_j(h_{j+1}-z)|s|\sinh(|s|(h_{j+1}-z))\end{Bmatrix}\\&h_j\le z\le h_{j+1},\ j=1,2,...,n,\end{aligned} \tag{7a}$$

$$\begin{aligned}2\tilde{u}_z^{(j)}(s,z)&=2a_{4j+1}(s)\sinh(|s|(h_{j+1}-z))+\\&2a_{4j+2}(s)\cosh(|s|(h_{j+1}-z))+\\&a_{4j-1}(s)\{d_j(h_{j+1}-z)\sinh(|s|(h_{j+1}-z))\}+,\\&a_{4j}(s)\{d_j(h_{j+1}-z)\cosh(|s|(h_{j+1}-z))\}\\&h_j\le z\le h_{j+1},\ j=1,2,...,n,\end{aligned} \tag{7b}$$

$$\begin{aligned}2is\tilde{u}_x^{(0)}(s,z)&=-2a_2(s)|s|\exp(|s|z)-\\&-a_1(s)(2+d_0+d_0|s|z)\exp(|s|z),\ z\le 0,\end{aligned} \tag{8a}$$

$$2\tilde{u}_z^{(0)}(s,z)=d_0a_1(s)z\exp(|s|z)+2a_2(s)\exp(|s|z),\ z\le 0, \tag{8b}$$

$$\begin{aligned}\mu_j^{-1}\tilde{\sigma}_{xx}^{(j)}(s,z)&=2a_{4j+1}(s)|s|\cosh(|s|(h_{j+1}-z))+\\&2a_{4j+2}(s)|s|\sinh(|s|(h_{j+1}-z))+\\&a_{4j-1}(s)\begin{Bmatrix}(2d_j+1)\sinh(|s|(h_{j+1}-z))+\\d_j(h_{j+1}-z)|s|\cosh(|s|(h_{j+1}-z))\end{Bmatrix}+\\&a_{4j}(s)\begin{Bmatrix}(2d_j+1)\cosh(|s|(h_{j+1}-z))+\\d_j(h_{j+1}-z)|s|\sinh(|s|(h_{j+1}-z))\end{Bmatrix}\\&h_j\le z\le h_{j+1},\ j=1,2,...,n,\end{aligned} \tag{9a}$$

$$\begin{aligned}\mu_j^{-1}\tilde{\sigma}_{zz}^{(j)}(s,z)&=-2a_{4j+1}(s)|s|\cosh(|s|(h_{j+1}-z))-\\&2a_{4j+2}(s)|s|\sinh(|s|(h_{j+1}-z))-\\&a_{4j-1}(s)\begin{Bmatrix}\sinh(|s|(h_{j+1}-z))+\\d_j(h_{j+1}-z)|s|\cosh(|s|(h_{j+1}-z))\end{Bmatrix}-\\&a_{4j}(s)\begin{Bmatrix}\cosh(|s|(h_{j+1}-z))+\\d_j(h_{j+1}-z)|s|\sinh(|s|(h_{j+1}-z))\end{Bmatrix}\\&h_j\le z\le h_{j+1},\ j=1,2,...,n,\end{aligned} \tag{9b}$$

$$\begin{aligned}i\mu_j^{-1}\tilde{\sigma}_{xz}^{(j)}(s,z)\operatorname{sgn}(s)&=-2a_{4j+1}(s)|s|\sinh(|s|(h_{j+1}-z))-\\&2a_{4j+2}(s)|s|\cosh(|s|(h_{j+1}-z))-\\&a_{4j-1}(s)\begin{Bmatrix}(d_j+1)\cosh(|s|(h_{j+1}-z))+\\d_j(h_{j+1}-z)|s|\sinh(|s|(h_{j+1}-z))\end{Bmatrix}-\\&a_{4j}(s)\begin{Bmatrix}(d_j+1)\sinh(|s|(h_{j+1}-z))+\\d_j(h_{j+1}-z)|s|\cosh(|s|(h_{j+1}-z))\end{Bmatrix}\\&h_j\le z\le h_{j+1},\ j=1,2,...,n,\end{aligned} \tag{9c}$$

$$\begin{aligned}\mu_0^{-1}\tilde{\sigma}_{xx}^{(0)}(s,z)&=-2a_2(s)|s|\exp(|s|z)-\\&-(2d_0+1+d_0|s|z)a_1(s)\exp(|s|z),\ z\le 0,\end{aligned} \tag{10a}$$

$$\begin{aligned}\mu_0^{-1}\tilde{\sigma}_{zz}^{(0)}(s,z)&=a_1(s)(1+d_0|s|z)\exp(|s|z)+\\&2a_2(s)|s|\exp(|s|z),\ z\le 0,\end{aligned} \tag{10b}$$

$$\begin{aligned}i\operatorname{sgn}(s)\mu_0^{-1}\tilde{\sigma}_{xz}^{(0)}(s,z)&=-2a_2(s)|s|\exp(|s|z)-\\&-a_1(s)(1+d_0+d_0|s|z)\exp(|s|z),\ z\le 0,\end{aligned} \tag{10c}$$

$$\sigma_{yy}^{(j)}(x,z)=\nu_j\left(\sigma_{xx}^{(j)}(x,z)+\sigma_{zz}^{(j)}(x,z)\right),\ j=0,1,...,n, \tag{11}$$

gdzie μ – moduł Kirchhoffa, $d_j=1/(1-2\nu_j)$, $j=0,1,...,n$, $h_{n+1}=h$.

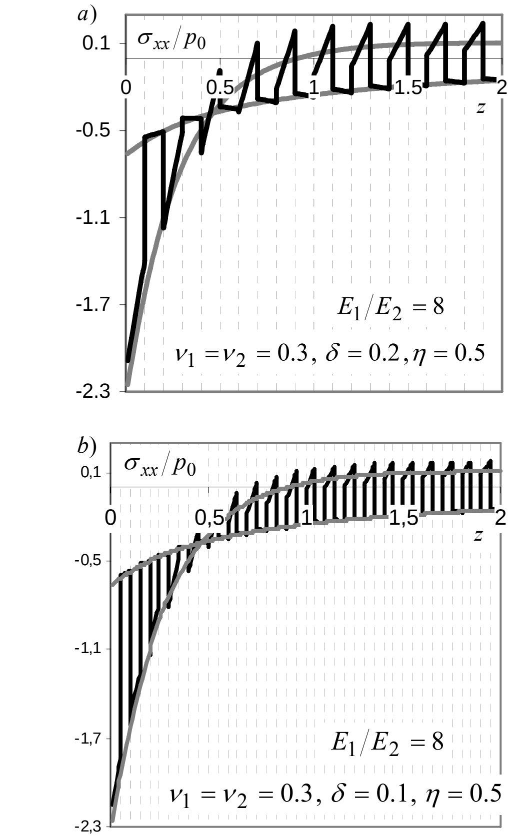
Zależności (8), (10) zostały zapisane dla jednorodnego izotropowego ośrodka „0". W przypadku, gdy ośrodek ten jest ośrodkiem homogenizowanym, należy ich zastapić wzorami, które można znaleźć w pracy Kulchytskiego-Zhyhaila i Kolodziejchyka, 2005.

Wzory (7)-(10) zawierają $4n+2$ nieznanych funkcji $a_i(s)$, $i=1,2,...,4n+2$. Funkcje te otrzymujemy rozwiązując układ równań liniowych, który powstaje na skutek spełniania warunków brzegowych (3) i (4).

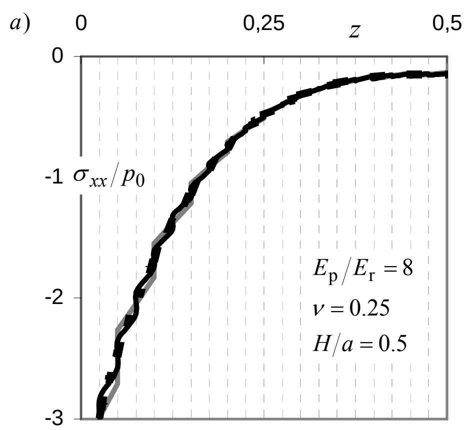
4. PRZYKŁADY

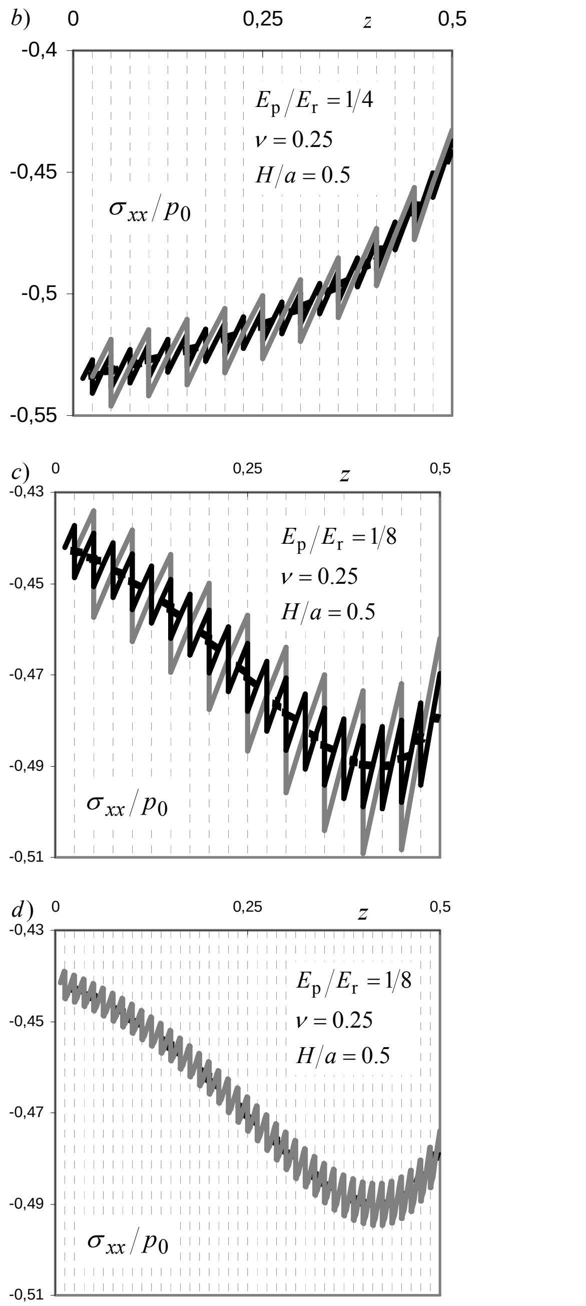
Rozpatrzmy półprzestrzeń warstwową o strukturze periodycznej, której powierzchnia jest obciążona naciskami Hertza:

$$p(x) = p_0\sqrt{1-x^2}\ . \tag{12}$$



Rys. 2. Rozkład naprężenia σ_{xx} wzdłuż osi z w zagadnieniu dotyczącym obciążenia naciskami Hertza powierzchni półprzestrzeni warstwowej o strukturze periodycznej (czarna krzywa – rozwiązanie opierające się na klasycznej teorii sprężystości, szare krzywe – model półprzestrzeni homogenizowanej, przerywane linie – powierzchnie rozdzielające warstwy)





Rys. 3. Rozkład naprężenia σ_{xx} wzdłuż osi z w zagadnieniu dotyczącym obciążenia naciskami Hertza powierzchni półprzestrzeni jednorodnej pokrytej warstwą, której moduł Younga zmienia się wzdłuż jej grubości według zależności wykładniczej (szara linia – n=10 (rys a-c) lub 40 (rys d), czarna linia n=20, przerywana linia – rozwiązanie analityczne uwzględniające zależność $E=E(z)$, przerywane linie pionowe – powierzchnie rozdzielające warstwy)

Półprzestrzeń tworzą periodycznie ułożone warstwy. Komórka periodyczności składa się z dwóch warstw o grubościach odpowiednio $l_1=\eta\delta a$ i $l_2=(1-\eta)\delta a$, modułach Younga E_1 i E_2 oraz współczynnikach Poissona ν_1 i ν_2. Parametr δ jest bezwymiarową grubością komórki periodyczności odniesioną do połowy szerokości pasma obciążenia a.

Połprzestrzeń niejednorodną modelujemy półprzestrzenią homogenizowaną pokrytą $2n$ warstwami o stałych zmieniających się periodycznie właściwościach mechanicznych. Naprężenie σ_{xx} doznaje skoku na każdej powierzchni rozdzielającej warstwy (rys. 2). Zmniejszając grubość komórki periodyczności, otrzymujemy obraz, który ma dwie obwiednie. Obwiednie te są zgodne z szarymi krzywymi na rys. 2, które są uzyskane wskutek modelowania całej półprzestrzeni warstwowej ośrodkiem homogenizowanym (Woźniak, 1987; Matysiak and Woźniak, 1987). Znaczy to, że w przypadku, gdy stosunek pomiędzy grubością komórki periodyczności a szerokością pasma obciążenia jest mały, rozwiązanie zagadnienia klasycznej teorii sprężystości dla ośrodka warstwowego nieznacznie różni się od rozwiązania zagadnienia, w którym rozważa się zastępczy ośrodek homogenizowany.

Rozważmy półprzestrzeń jednorodną pokrytą warstwą materiału, której moduł Younga zmienia się wzdłuż jej grubości według zależności (1). Analityczne rozwiązanie zagadnienia (Kulczycki i Rogowski, 2005) porównamy z rozwiązaniem, które uzyskamy, zastępując warstwę o zmiennych właściwościach mechanicznych *n* warstewkami o stałych właściwościach (rys. 3).

LITERATURA

1. **Abdul-Baqi A., Van der Giessen E.** (2002), Numerical analysis of indentation-induced cracking of brittle coatings on ductile substrates, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 39, 1427-1442.
2. **Bragallini G.M., Cavatorta M.P., Sainsot P.** (2003), Coated contacts: a strain approach, *Tribology International*, Vol. 36, 935-941.
3. **Chen W.T., Engel P.** (1972), Impact and contact stress analysis in multilayered media, Int. J. Solids Structures, Vol. 8, 1257-1281.
4. **Diao D. F., Kato K., Hayashi K.** (1994), The maximum tensile stress on a hard coating under sliding friction, *Tribology International*, Vol. 27, 267-272.
5. **Diao D.F.** (1999), Finite element analysis on local yield map and critical maximum contact pressure for yielding in hard coating with an interlayer under sliding contact, *Tribology International*, Vol. 32, 25-32.
6. **Giannakopoulos A.E., Pallot P.** (2000), Two-dimensional contact analysis of elastic graded materials, *J. Mech. Physics Solids*, Vol. 48, 1597-1631.
7. **Guler M.A., Erdogan F.** (2004), Contact mechanics of graded coatings, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 41, 3865-3889.
8. **Guler M.A., Erdogan F.** (2006), Contact mechanics of two deformable elastic solids with graded coatings, *Mechanics of Materials*, Vol. 38, 633-647.
9. **Guler M.A., Erdogan F.** (2007), The frictional sliding contact problems of rigid parabolic and cylindrical stamps on graded coatings, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 49, 161-182.
10. **Houmid Bennani N., Takadoum J.** (1999), Finite element model of elastic stresses in thin coatings submitted to applied forces, *Surface & Coatings Techn.*, Vol. 111, 80-85.
11. **Kouitat Njiawa R., Consiglio R., J. von Stebut** (1998), Boundary element modelling of coated materials in static and sliding ball-flat elastic contact, *Surface & Coatings Technology*, Vol. 102, 148-153.
12. **Kouitat Njiawa R., J. von Stebut** (1999), Boundary element modelling as a surface engineering tool: applica-tion to very thin coatings, *Surface & Coatings Techn.*, 116-119 (1999), 573-579.
13. **Kulczycki R., Rogowski G.** (2005), Pole naprężeń w półpłaszczyźnie niejednorodnej wywołane ciśnieniem Hertza, Materiały III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji, Augustów.
14. **Kulchytsky-Zhyhailo R., Kolodziejchyk V.** (2005), Stress field caused by Hertz's pressure in non-uniform half-plane with periodic structure, *Friction and Wear*, Vol.26, No. 4, 358-366.
15. **Kulchytsky-Zhyhailo R., Rogowski G.** (2006), Tensile stresses in hard coating in two-dimensional contact problem with friction, *Friction and Wear*, Vol. 27, No. 1, 33-42.
16. **Matysiak S.J., Woźniak Cz.** (1987), Micromorphic effects in a modeling of periodic multilayered elastic composites, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 25, 549-559.
17. **Nowacki W.** (1970), *Teoria sprężystości*, Warszawa, PWN.
18. **Schwarzer N.** (2000), Coating desing due to analytical modeling of mechanical contact problems on multiplayer systems, *Surface & Coatings Techn.*, Vol. 133-134, 397-402.
19. **Schwarzer N., Richter F., Hecht G**. (1999), The elastic field in a coated half-space under Hertzian pressure distribution, *Surface & Coatings Techn.*, Vol. 114, 292-304.
20. **Sneddon I.N.** (1972), *The Use of Integral Transforms*, McGraw-Hill, New York.
21. **Shi Z., Ramalingam S.** (2001), Stresses in coated solids due to normal and shear tractions on an elliptical region, *Surface & Coatings Techn.*, Vol. 138, 192-204.
22. **Torskaya E.V., Goryacheva I.G.** (2003), The effect of interface imperfection and external loading on the axi-symmetric contact with a coated solid, *Wear*, Vol. 254, 538-545.
23. **Woźniak Cz.** (1987), A nonstandard method of modelling of thermoelastic periodic composites, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 25, 483-499.

TWO-DIMENSIONAL PROBLEM OF NON-HOMOGENEOUS ELASTIC HALF-SPACE LOADED ON ITS BOUNDARY SURFACE

Abstract: The paper deals with a two-dimensional problem of an elastic non-homogeneous half-space loaded on its boundary. The body is compared of a non-homogeneous layer and a homogeneous half-space. The layer with changing material properties is described by a finite number of homogeneous layers.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr W/WM/2/05 realizowanego w Politechnice Białostockiej.

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL STUDY OF FAILURE OF CERAMIC BRICK

Andrzej LITEWKA[*], Leszek SZOJDA[**]

[*] Departamento da Engenharia Civil, Universidade da Beira Interior, Calçada Fonte do Lameiro, 6200-358 Covilhã, Portugal
[**] Department of Civil Engineering, Silesian University of Technology, ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice, Poland

litewka@ubi.pt

Abstract: The aim of the paper is to present experimental and theoretical study of deformability and fracture of brittle rock-like materials. To this end the tests of the specimens of ceramic brick subjected to various combinations of tri-axial state of stress components were performed. These experiments made it possible to construct the stress-strain curves and to measure the stresses at material failure. The data obtained for uni-axial compression were used to determine the constants included in the theoretical model. All the experimental data obtained for tri-axial loading were compared with the theoretical predictions.

1. INTRODUCTION

Complexity of phenomena that affect mechanical res-ponse of brittle rock-like materials give rise to suitable ex-periments on deformability, damage growth and fracture of rocks, cementitous composites and ceramics. Some results of experimental studies of mechanical behaviour of such materials have been previously reported mainly for uni-axial and bi-axial loading of concrete (Kupfer, 1973). The expe-rimental data for rocks and concrete subjected to tri-axial state of stress are presented by Cristescu and Hunsche (1998), Chen (1982) and Neville (1995). Simultaneously new approach based on the methods of continuum damage mechanics has been used to formulate phenomenological models capable to describe the mechanical behaviour of brittle rock-like materials (Litewka et al., 1996; Murakami and Kamiya, 1997; Halm and Dragon, 1998). Because of limited experimental data available, particularly these for tri-axial state of stress, all the theoretical descriptions were verified for some specific cases of loading only. To obtain more realistic theoretical description of overall material response further extensive experimental studies are needed.

The aim of this paper is to supply experimental data on deformability and fracture of ceramic brick subjected to tri-axial state of stress as well as to show potentialities of own theoretical model (Litewka et al., 1996; Litewka and Dębiński, 2003). The experiments presented in this note for two different types of brick have been projected as a conti-nuation of those described elsewhere (Litewka and Szojda, 2006) for only one type of brick.

2. EXPERIMENTS

The results presented here were obtained for two different sets of the brick specimens referred to as Brick 1 and Brick 2. The specimens of Brick 1 were cut out of the same material that was analyzed by Litewka and Szojda (2006) and that is why the recent and older data can be compared. The height and diameter of the cylindrical spe-cimens (Fig. 1) cut out from standard plain brick were equal to 12 cm and 6 cm, respectively. The details of the speci-mens preparation and the experimental procedure can be found elsewhere (Szojda, 2001).

The tests were performed for uni-axial compression and for two cases of tri-axial compression explained in Fig. 1 and referred to as State I and State II. The objective of the test performed under uni-axial compression was to calibrate the materials. That is why the initial Young modulus E_0 and Poisson ratio ν_0 as well as uni-axial compressive strength f_c were measured experimentally for both materials tested. The data shown in Table 1 were cal-culated as mean values of those measured for seven speci-mens of Brick 1 and for three specimens of Brick 2. The values of standard constants E_0, ν_0, f_c and those for five other parameters *A, B, C, D* and *F* seen in Table 1 are necessary to employ the theoretical model presented by Litewka & Dębiński (2003).

The objective of the tests under tri-axial state of stress was to measure the stresses at material fracture for pres-cribed loading programs. It is seen from Fig. 1 that the tri-axial State I is a combination of uni-axial compression and hydrostatic pressure whereas the State II is a simultaneous

Tab. 1. Material constant for brick

Constant	Unit	Material	
		Brick 1	Brick 2
E_0	MPa	2550	9390
ν_0	-	0.103	0.126
f_c	MPa	-10.85	-28.78
A	MPa^{-2}	1064×10^{-5}	170.2×10^{-5}
B	MPa^{-2}	100.0×10^{-5}	31.75×10^{-5}
C	MPa^{-1}	-1.500×10^{-5}	-0.1201×10^{-5}
D	MPa^{-1}	2.800×10^{-5}	0.2403×10^{-5}
F	-	0.6900	0.6000

Tab. 2. Experimental and theoretical failure stress for Brick 1 subjected to State I of tri-axial compression.

Specimen	Hydrostatic pressure, p	Failure stress σ_{3f}	
		Experiment	Theory
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
C2*	0	-10.24	-11.87
C3*	0	-12.59	-11.87
C4*	0	-11.65	-11.87
CC1*	-1.11	-15.34	-15.80
CC2*	-2.13	-20.86	-19.34
CC3*	-3.22	-22.25	-22.56
CD1*	-1.11	-16.59	-15.80
CD2*	-2.13	-22.05	-19.34
CD3*	-3.65	-22.96	-23.70
B1-H0-1	0	-9.36	-11.87
B1-H0-2	0	-11.93	-11.87
B1-H0-3	0	-10.27	-11.87
B1-H0-4	0	-9.29	-11.87
B1-H3-1	-3.25	-19.59	-22.63
B1-H3-2	-3.69	-21.56	-23.80
B1-H6-1	-6.64	-34.17	-30.83
B1-H6-2	-6.55	-33.66	-30.63
B1-H6-3	-6.57	-31.93	-30.67
B1-H9-2	-9.50	-38.51	-36.75
B1-H9-3	-9.34	-40.68	-36.44

* The data for these specimens of Brick 1 were discussed in Litewka & Szojda (2006).

Tab. 3. Experimental and theoretical failure stress for Brick 1 subjected to State II of tri-axial compression.

Specimen	Hydrostatic pressure, p	Failure stress $\sigma_{1f} = \sigma_{2f}$	
		Experiment	Theory
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
CA1*	0	-10.49	-11.87
CA2*	-2.76	-21.94	-23.94
CA3*	-3.34	-24.70	-25.54
CB1*	-0.06	-14.36	-12.47
CB2*	-2.51	-17.19	-23.19
CB3*	-3.63	-22.83	-26.30
B1-V0-1	-0.14	-13.03	-13.14
B1-V0-2	-0.20	-14.18	-13.23
B1-V2-1	-1.97	-23.50	-21.51
B1-V2-2	-1.93	-23.43	-21.40
B1-V2-3	-1.97	-25.74	-21.51
B1-V3-1	-3.70	-20.86	-26.48
B1-V3-2	-3.36	-22.86	-25.58
B1-V6-1	-6.31	-30.48	-32.65
B1-V6-3	-6.44	-32.98	-32.95
B1-V9-1	-9.09	-36.21	-38.42
B1-V9-2	-9.25	-34.83	-38.77
B1-V9-3	-9.53	-31.56	-39.30

* The data for these specimens of Brick 1 were discussed in Litewka & Szojda (2006).

action of hydrostatic pressure and uniform bi-axial comp-ression. Various combinations of the stress tensor compo-nents and at least two different loading paths shown in Fig. 2 are necessary to supply information on the shape of the limit surface at failure of the material subjected to tri-axial states of stress. The loading paths for State I and State II of tri-axial state of stress consisted of two stages. The Stage 1 was the same in both cases of tri-axial loading and consisted in a monotonic increase of hydrostatic pressure up to pre- scribed value p. In the Stage 2 of the first tri-axial state of

Tab. 4. Experimental and theoretical failure stress for Brick 2 subjected to State I of tri-axial compression.

Specimen	Hydrostatic pressure, p	Failure stress σ_{3f}	
		Experiment	Theory
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
B2-H0-1	0	-25.49	-29.68
B2-H0-2	0	-29.65	-29.68
B2-H0-3	0	-31.19	-29.68
B2-H8-2	-8.66	-57.29	-56.29
B2-H8-3	-7.74	-61.49	-53.93

Tab. 5. Experimental and theoretical failure stress for Brick 2 subjected to State II of tri-axial compression.

Specimen	Hydrostatic pressure, p	Failure stress $\sigma_{1f} = \sigma_{2f}$	
		Experiment	Theory
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
B2-V4-1	-4.17	-43.81	-49.44
B2-V4-2	-3.83	-44.93	-48.32
B2-V6-2	-6.37	-50.68	-56.05
B2-V8-1	-7.93	-64.22	-60.25
B2-V8-2	-8.07	-50.36	-60.59

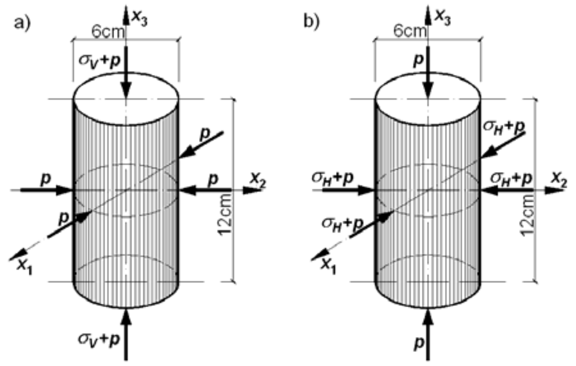


Fig. 1. Tri-axial loading of the specimens: a) State I, b) State II

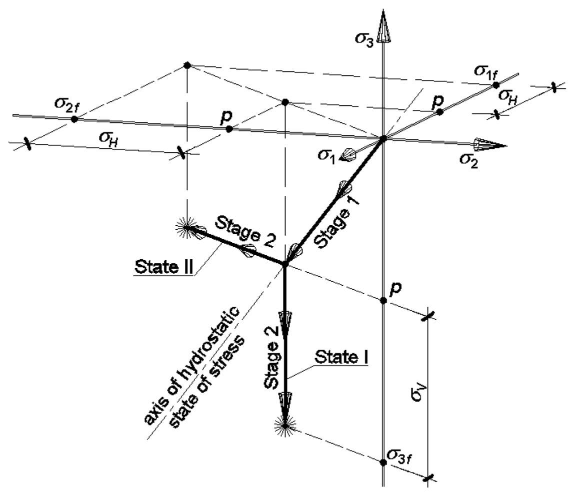


Fig. 2. Loading paths for tri-axial State I and State II: ∗ point corresponding to material fracture.

stress (State I) the compressive vertical normal stress σ_V was increased up to material failure that occurs for $\sigma_{3f} = p + \sigma_V$. In the Stage 2 of the State II of tri-axial load-ing two compressive horizontal components σ_H

of uniform bi-axial state of stress were increased simultaneously up to material failure that corresponds to $\sigma_{1f} = \sigma_{2f} = p + \sigma_H$. To obtain several combinations of the stress tensor compo-nents the various levels of the hydrostatic pressure p were used. The respective numerical data presented earlier (Litewka and Szojda 2006) as well as new ones are shown in Tables 2-5. The new experiments performed for Brick 1 and Brick 2 according to the program seen in Tables 2-5 made it possible to analyze the mechanical behaviour of brick subjected to higher levels of hydrostatic pressure p than those in earlier tests done for fifteen specimens of Brick 1 only.

3. THEORY AND DISCUSSION

The details of the theoretical model employed in this paper were presented in earlier papers (Litewka et al., 1996; Litewka and Dębiński, 2003; Litewka and Szojda 2006)
and that is why the final form of the respective relations will be shown here. This model is based on the rules of the conti-nuum damage mechanics presented by Murakami (1987). The current state of the deteriorated material structure is described by the symmetric second rank damage tensor Ω_{ij} defined by Murakami and Ohno (1981) and Betten (1983). The relevant constitutive equations were found (Litewka et al. 1996, Litewka and Dębiński 2003) by using the methods of the theory of tensor function representations applied to solid mechanics by Boehler (1987). The first equation of the theoretical model is the stress-strain relation for anisotropic elastic solid

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij} &= -\frac{\nu_0}{E_0}\delta_{ij}\sigma_{kk} + \frac{1+\nu}{E_0}\sigma_{ij} + \\ &+ C\left(\delta_{ij}D_{kl}\sigma_{kl} + D_{ij}\sigma_{kk}\right) + 2D\left(\sigma_{ik}D_{kj} + D_{ik}\sigma_{kj}\right),\end{aligned} \tag{1}$$

where ε_{ij} is the strain tensor and σ_{ij} is the stress tensor. Equ-ation (1) contains the Kronecker delta δ_{ij}, the Young mo-dulus E_0 and Poisson ratio ν_0 for an originally undamaged material, two constants C and D to be determined experi-mentally and modified damage tensor D_{ij} responsible for the current state of material structure defined by Litewka (1989).

Deterioration of the material structure due to applied load was described by the damage evolution equation ex-pressed in the form of the tensor function

$$\begin{aligned}\Omega_{ij} &= \left(A s_{kl} s_{kl}\delta_{ij} + B\sqrt{\sigma_{kl}\sigma_{kl}}\,\sigma_{ij}\right)\cdot \\ &\cdot\left(1 + \frac{227\det\boldsymbol{\sigma}}{200\left|\det\boldsymbol{\sigma}\right| + \left|\left(\sigma_{pp}\right)^3\right|}\right)^F,\end{aligned} \tag{2}$$

where Ω_{ij} is a classical second order damage tensor, s_{kl} is the stress deviator, $\det\boldsymbol{\sigma}$ is the determinant of the matrix $\boldsymbol{\sigma}$ of the stress tensor σ_{ij} and A, B, F are material parameters to be determined experimentally. The relation

$$D_i = \frac{\Omega_i}{1-\Omega_i}\ , i = 1, 2, 3 \tag{3}$$

between the principal values Ω_1, Ω_2 and Ω_3 of the damage tensor Ω_{ij} and the principal components D_1, D_2 and D_3 of the modified damage tensor D_{ij} contained in Eq. (1) was formulated by Litewka (1989).

Theoretical model used in this paper makes it possible to determine the maximum stresses that can be sustained by the material subjected to multi-axial state of stress. To this end the appropriate fracture criterion for brittle material was formulated according to the rules of the damage mechanics. The physical background of this criterion was looked for in the results of experiments and in the failure modes of bro-ken specimens. It was found that tri-axial compression of brittle materials results in crack growth to such a state that the net cross section area on certain planes is reduced to zero. This full deterioration of internal structure of the ma-terial occurs when at least one of the principal components Ω_1, Ω_2 or Ω_3 of the damage tensor Ω_{ij} determined from Eq. (2) reaches the limit value equal to unity.

To compare the experimental results with theoretical prediction, Eq. (2) was expressed in terms of the stress tensors components shown in Fig. 1a and the relation

$$\begin{aligned}\Omega_1 = \Omega_2 &= \left(\frac{2}{3}A\sigma_V^2 + Bp\sqrt{\sigma_V^2 + 2\sigma_V p + 3p^2}\right)\cdot \\ &\cdot\left[1 + \frac{227\left(\sigma_V + p\right)p^2}{200\left|\left(\sigma_V + p\right)p^2\right| + \left|\left(\sigma_V + 3p\right)^3\right|}\right]^F = 1\end{aligned} \tag{4}$$

was obtained for State I. The third principal component of the damage tensor Ω_3 does not decide in this case on the material fracture as it grows slower than Ω_1 and Ω_2. The State II of tri-axial compression seen in Fig. 1b is charac-terized by faster growth of the principal component Ω_3 of the damage tensor and that is why the material fracture occurs when

$$\begin{aligned}\Omega_3 &= \left(\frac{2}{3}A\sigma_H^2 + Bp\sqrt{2\sigma_H^2 + 4\sigma_H p + 3p^2}\right)\cdot \\ &\cdot\left[1 + \frac{227\left(\sigma_H + p\right)^2 p}{200\left|\left(\sigma_H + p\right)^2 p\right| + \left|\left(2\sigma_H + 3p\right)^3\right|}\right]^F = 1\ .\end{aligned} \tag{5}$$

In this case two others principal components Ω_1 and Ω_2 of the damage tensor are smaller than Ω_3 and that is why they do not decide about the onset of fracture.

Application of the fracture criterion requires calibration of the material. The numerical values of the constants A, B, C, D and F shown in Table 1 were obtained by using the stress-strain curves determined experimentally for uni-axial compression of Brick 1 and Brick 2. The details of the method used to identify the material parameters have been described by Litewka and Dębiński (2003). The constant F that appears in Eqs (2), (4), (5) was also determined experi-mentally and to do this, one point taken from one stress-strain curve obtained experimentally for tri-axial compres-sion is sufficient.

Equations (4) and (5) were used to calculate the values of σ_V and σ_H corresponding to material failure in State I and

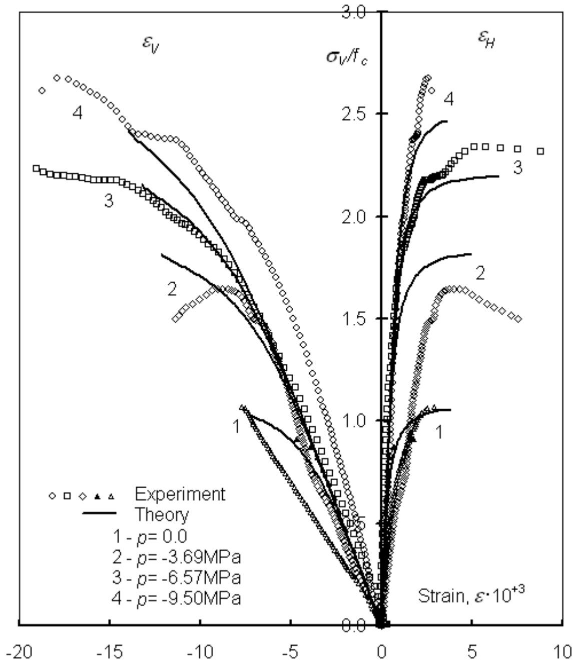


Fig. 3. Experimental and theoretical stress-strain curves for State I of tri-axial compression of Brick 1: 1 - Specimens B1-H0-3 and C4, 2 - Specimen B1-H3-2, 3 - Specimen B1-H6-3, 4 – Spe-cimen B1-H9-2

State II. These data made it possible to determine the theo-retical stresses at material fracture $\sigma_{3f} = p + \sigma_V$ for State I and $\sigma_{1f} = \sigma_{2f} = p + \sigma_H$ for State II. Comparison of these theoretical predictions with corresponding experimental da-ta is shown in Tables 2-5.

Equation (1) specified for the State I and State II of tri-axial loading explained in Fig. 1 made it possible to compare the theoretical predictions with the stress-strain relations obtained experimentally. Some examples of such curves for Brick 1 subjected to State I shown in Fig. 3 present the relation between variable component σ_V and horizontal or vertical strains determined from the relations

$$\varepsilon_V = \varepsilon_3 - \frac{1-2\nu_0}{E_0}p, \quad \varepsilon_H = \varepsilon_1 - \frac{1-2\nu_0}{E_0}p. \tag{6}$$

The principal strains $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ and ε_3 seen in Eq. (6) are measured experimentally or calculated directly from Eq. (1) for experimental or theoretical curves, respectively.

4. CONCLUSIONS

Experiments on behaviour of two types of brick sub-jected to tri-axial loading were used to study the fracture of brittle materials under higher values of compressive mean stresses than those applied in earlier tests. The theoretical stress-strain curves and stresses at material failure were determined and compared with the experimental data ob-tained. Fairly good agreement of the experimental data and theoretical predictions was detected for both materials tes-ted. Increase of compressive strength of materials for increasing hydrostatic pressure observed for both materials in both tri-axial tests used can be explained theoretically within the mathematical model proposed. Thus, the experi-mental technique adopted and phenomenological model used in this paper proved to be accurate enough to study the fracture of brittle rock-like materials.

REFERENCES

1. **Betten J.** (1983), Damage tensors in continuum mechanics, *J. Méch. Théor. Appl.*, Vol. 2, No 1, 13-32.
2. **Boehler J.P.** (1987), *Applications of tensor functions in solid mechanics*, Springer-Verlag, Wien.
3. **Cristescu N.D., Hunsche U.** (1998), *Time effects in rock mechanics*, John Wiley & Sons, Chichester.
4. **Chen W.F.** (1982), *Plasticity of reinforced concrete*, McGraw-Hill, New York.
5. **Halm D., Dragon A.** (1998), An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials, *Eur. J. Mech., A/Solids*, Vol. 17, No 3, 439-460.
6. **Kupfer H.** (1973), Das Verhalten des Betons unter mehrach-siger Kurzzeitbelastung unter besonderer Beruck-sichtigung der zweiachsiger Beanspruchung, In: *Deutcher Ausschluss fur Stahlbeton*, 229, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1-105.
7. **Litewka A.** (1989), Creep rupture of metals under multi-axial state of stress, *Arch. Mech*., Vol. 4l, No 1, 3-23.
8. **Litewka A., Bogucka J., Dębiński J.** (1996), Deformation induced anisotropy of concrete, *Arch. Civil Eng.*, Vol. 42, No 4, 425-445.
9. **Litewka A., Dębiński J.** (2003), Load-induced oriented damage and anisotropy of rock-like materials, *Int. J. Plast.*, Vol. 19, No 12, 2171-2191.
10. **Litewka A., Szojda L.** (2006), Damage, plasticity and failure of ceramics and cementitious composites subjected to multi-axial state of stress, *Int. J. Plast.*, Vol. 22, No 11, 2048-2065.
11. **Murakami S.** (1987), Progress in continuum damage mechanics, *JSME Int. J.*, Vol. 30, 701-710.
12. **Murakami S., Kamiya K.** (1997), Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics, *Int. J. Mech. Sci*., Vol. 39, No 4, 473-486,.
13. **Murakami S., Ohno N.** (1981), A continuum theory of creep and creep damage, In: *Creep in Structures*, eds. A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst, Springer-Verlag, Berlin, 422-444.
14. **Neville, A.M.** (1995), *Properties of concrete*, Longman, Harlow.
15. **Szojda L.** (2001), *Analysis of interaction of masonry structures and deformable foundation*, PhD Thesis, Silesian University of Technology, Gliwice, (in Polish).

TEORETYCZNO-DOŚWIADCZALNE STUDIUM PĘKANIA CEGŁY CERAMICZNEJ

Streszczenie: W pracy przedstawione jest teoretyczno-doświadczalne studium odkształcalności i pękania skałopodobnych materiałów kruchych. W tym celu przeprowadzono badania próbek ce-gły ceramicznej poddanych różnym kombinacjom składowych trójosiowego stanu naprężenia. Wykonane badania umożliwiły wykreślenie krzywych ściskania oraz pomiar naprężeń niszczą-cych. Dane otrzymane dla osiowego ściskania wykorzystane zosta-ły do określenia stałych zawartych w modelu teoretycznym. Wyniki doświadczalnie otrzymane dla trójosiowego obciążenia zostały porównane z przewidywaniami teoretycznymi.

Acknowledgements: This work was done within the F.C.T. Program C.E.C. U.B.I. and was financially supported by KBN Grant 5 T07E 028 25 and EC contract MTKD-CT-2004-509775.

OKREŚLENIE RÓŻNIC WARTOŚCI WSKAŹNIKÓW STRUKTURY OSTEOPOROTYCZNYCH I KOKSARTRYCZNYCH PRÓBEK TKANKI BELECZKOWEJ GŁOWY KOŚCI UDOWEJ

Adam MAZURKIEWICZ*, Tomasz TOPOLIŃSKI*

* Katedra Podstaw Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki, Wydział Mechaniczny, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
ul. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

fazipkm@utp.edu.pl, Tomasz.Topolinski@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań mikrotomograficznych próbek kości gąbczastej osteoporotycznej i koksartrycznej w postaci wartości ośmiu wskaźników oceny struktury. Stwierdzono różnice tych wartości dla obu badanych populacji jeżeli chodzi o wartości średnie, i duże podobieństwo dla względnego odchylenia standardowego. Analiza statystyczna oparta na badaniu wykresów kwantylowych wyłoniła te ze wskaźników, które ze względu no możliwość dokonywania ocen porównawczych są najistotniejsze.

1. WPROWADZENIE

Układ ruchowy człowieka jest to układ kości, stawów, wiązadeł i mięśni sterowany układem nerwowym (Będziński, 1997). Szkielet w tym układzie spełnia funkcje podporowe, podtrzymując organy ciała ludzkiego. Szkielet zbudowany jest z kości, które połączone ze sobą w stawach umożliwiają wzajemne przemieszczanie się kości względem siebie.

W ogólności kość jest zbudowana ze składników o różnych własnościach mechanicznych, strukturze czy różnym stanie skupienia. Składa się z cieczy, czyli szpiku kostnego i krwi, ciała stałego czyli tkanki beleczkowej i korowej oraz chrząstki stawowej. Poszczególne elementy składowe wykazują znaczne różnice w kształcie i własnościach, w zależności od położenia anatomicznego w ciele ludzkim, spełnianej w organizmie funkcji, stylu życia czy też przebytych chorób i urazów. W przypadku tkanki beleczkowej, budowa jej struktury również zależy od powyższych czynników.

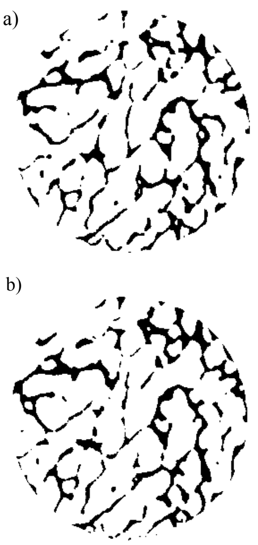
Osteoporoza (Badurski i inni, 1994) jest chorobą kości, charakteryzującą się zmniejszoną masą tkanki kostnej i destrukcją jej budowy przestrzennej (struktury), które w konsekwencji prowadzą do zwiększonego ryzyka złamań kości. Dokonując pewnego uproszczenia można stwierdzić, że jest to choroba, w której jest "za mało kości w kości" - bez zmiany jej objętości, w stosunku do normy wieku, płci i rasy. Dlatego też innym terminem określającym osteoporozę jest zrzeszotnienie kości – oznaczające rozrzedzenie kości. Choroba ta przez długi czas przebiega bez jakichkolwiek objawów. Zwykle dopiero po latach ujawnia się poprzez złamania patologiczne pod wpływem niewielkich urazów oraz występujących wraz z nimi licznych powikłań. Zaawansowana choroba doprowadza do trwałego kalectwa - ograniczenia sprawności ruchowej i przewlekłego bólu, bądź śmierci. W dodatku jest to najczęściej spotykana chorobą kości (Badurski i inni, 1994; Parfitt i Mathews, 1983). W USA występuje rocznie około 260 tysięcy przypadków uszkodzeń stawu biodrowego (Keyak i Rossi, 1997), z tego leczenie około 50% przypadków trwa dłużej niż rok. Koszt leczenia oceniany jest na 7,1 miliarda dolarów rocznie. W Polsce szacuje się, że potencjalnie zagrożonych jest tym schorzeniem 17÷25% populacji po 50 roku życia (Gawlik i Pluskiewicz, 1994).

Koksartroza jest to choroba zwyrodnieniowo-zniekształcająca stawów biodrowych. Koksartroza polega na stopniowej destrukcji chrząstki stawowej, która traci swoje własności amortyzujące i zmniejszające tarcie powierzchni stawowych kości. W rezultacie powstają nierówności na powierzchniach stawowych, a na ich brzegach pojawiają się tzw. wyrośla kostne. Stopniowo dochodzi do ograniczania ruchomości stawu biodrowego i ograniczenia możliwości chodzenia. Ból występuje nie tylko podczas poruszania się, ale również w czasie spoczynku (nierzadko też w nocy). Choroba trwa zwykle wiele lat, a objawy narastają stopniowo z różną szybkością. Choroba może dotyczyć jednego lub obu stawów biodrowych. Powyższe choroby są przyczyna zdecydowanej większości zabiegów implantacji stawów biodrowych.

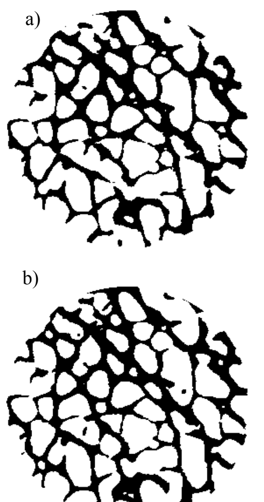
W pracy przedstawiono wyniki pomiarów wskaźników struktury próbek tkanki beleczkowej, pochodzących z głów ludzkiej kości udowej. Przebadano próbki z dwóch różnych grup kości. Pierwsza grupa pochodziła od dawców z osteoporozą, druga od dawców z koksartrozą. Celem pracy było określenie różnic pomiędzy wartościami mierzonych wskaźników struktury w obu badanych grupach kości.

2. MATERIAŁ I METODYKA BADAŃ

Materiał do badań stanowiły 42 próbki tkanki beleczkowej, z czego 21 pochodziło z kości osteoporotycznej, pozostałe z kości koksartrycznej. Próbki były w kształcie walca o średnicy 10 i wysokości 8,5 mm. Sposób ich pobrania został opisany przez Mazurkiewicza (2006). Następnie próbki zostały poddane pomiarom wskaźników struktury na mikrotomografie μCT 80. W wyniku pomiaru uzyskano około 230 obrazów przedstawiających budowę każdej próbki w przekrojach prostopadłych do jej osi. Gęstość skanowania (odległość pomiędzy obrazowanymi warstwami) wynosiła 36 μm. Na rysunku 1 i 2 przedstawiono odpowiednio dwa kolejne obrazy uzyskane z mikrotomografu dla przykładowej próbki osteoporotycznej i koksartrycznej. W tabeli 1 przedstawiono natomiast krótki opis wybranych wskaźników pomierzonych podczas badania. Szerszy opis wskaźników używanych do opisu struktury znaleźć można w pracach innych autorów (Hahn i Vogel, 1992; Parfitt i Mathews, 1983; Parfitt i Drezner, 1987; Stauber i Müller, 2006).



Rys. 1. Obrazy dwóch kolejnych warstw przykładowej próbki osteoporotycznej



Rys. 2. Obrazy dwóch kolejnych warstw przykładowej próbki koksartrycznej

Tab. 1. Wskaźniki oceny struktury tkanki beleczkowej

Symbol	Nazwa	Opis
BS	Bone Surface	Pole powierzchni tkanki wypełniającej próbkę
BV	Bone Volume	Objętość kości (tkanki kostnej zawartej w próbce)
Conn.D	Connectivity Degree	Ilość połączeń poszczególnych beleczek przypadających na jednostkę objętości próbki
D.A	Degree of Anisotropy	Określa stopień anizotropii budowy architektury pomiędzy poszczególnymi osiami w próbce
Tb.N	Trabecular Number	Średnia liczba ciągłych beleczek (mających utwierdzone oba końce) przypadających na jednostkę pola powierzchni lub objętości próbki
Tb.Sp	Trabecular Separation	Średnia odległość pomiędzy beleczkami w próbce
Tb.Th	Trabecular Thickness	Średnia grubość beleczki w próbce
TV	Trabecular Volume	Objętość próbki tkanki beleczkowej

W pracy przedstawiono wyniki pomiaru powyższych wskaźników architektury oraz wskaźników złożonych będących ich kombinacją, dla próbek osteoporotycznych i koksartrycznych.

Następnie wykonano analizę statystyczną otrzymanych wyników w celu wykrycia różnic wartości wskaźników w obu badanych grupach.

Ponieważ nie uzyskano zgody Komisji Etyki na pozyskanie preparatów z kości zdrowych, jako grupę odniesienia przyjęto preparaty koksartryczne. Kości z tej grupy nie ulegają złamaniom, a ich moduł Younga i wytrzymałość na ściskanie są porównywalne z wartościami uzyskanymi dla kości zdrowej (Bedziński i inni, 2005). Dlatego przyjęto założenie, że również wartości wskaźników struktury są na podobnym poziomie jak w przypadku kości zdrowych.

3. WYNIKI BADAŃ

W tablicy 2 przedstawiono wartości wskaźników uzyskane z badań na mikrotomografie. Pominięto tutaj wielkości BV oraz TV, jako że występują one we wskaźnikach złożonych tj. BS/BV i BV/TV. Otrzymane wartości wskaźników nie różnią się istotnie co do wartości, w porównaniu z danymi przedstawionymi w literaturze np. (Covin, 1999; Yuehuei i Draughn, 1999).

Zakresy uzyskanych wartości poszczególnych wskaźników w obu grupach w pewnym stopniu pokrywają się, leżąc w obszarach częściowo się przenikających. Różnice w wartościach średnich wydają się istotne. Jeżeli chodzi o rozrzut uzyskanych wyników to wykorzystując za jego miarę odchylenie standardowe do wartości średniej ocenianej wielkości SDW – które zestawiono w tablicy 3 – można zauważyć dość znaczny rozrzut. Wartość średnia to dla kości osteoporotycznej i koksartrycznej odpowiednio 23,2 i 21,9%, przy czym nie daje się zauważyć istotnie dużych różnic pomiędzy obu badanymi grupami kości. Jedyny wyjątek stanowią wartości wskaźnika złożonego BV/TV gdzie SDW to 38,4 i 26,9% odpowiednio dla kości osteoporotycznej i koksartrycznej. Dlatego w celu znalezienia różnic pomiędzy wartościami wskaźników wykonano wykresy kwantylowe ich wartości.

Tab. 2. Zestawienie zakresów wartości wskaźników dla obu grup próbek

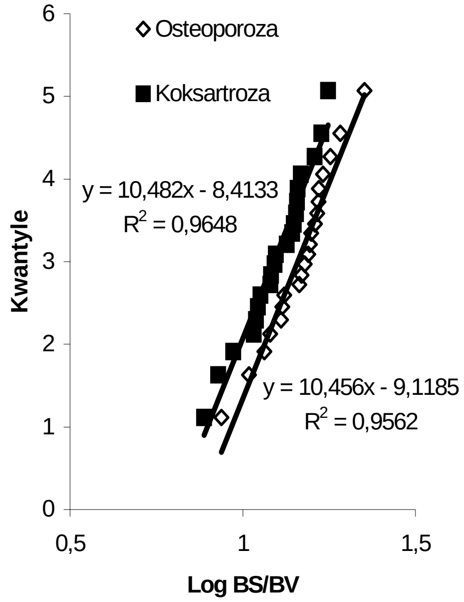
Wskaźnik	Wartość	Osteoporoza	Koksartroza
BS, mm^2	Zakres	921,1÷2031,4	890,1÷2374,5
	Średnia	1570,0	1812,9
	SDW	18,8	17,4
BS/BV, 1/mm	Zakres	8,686÷22,505	7,737÷17,646
	Średnia	15,024	12,783
	SDW	20,5	20,4
BV/TV, -	Zakres	0,068÷0,377	0,109÷0,392
	Średnia	0,185	0,260
	SDW	38,4	26,9
Conn.D, $1/mm^3$	Zakres	2,176÷5,953	2,399÷7,822
	Średnia	4,058	5,298
	SDW	24,2	31,6
D.A, -	Zakres	1,305÷2,313	1,413÷2,700
	Średnia	1,627	1,856
	SDW	14,7	17,0
Tb.N, 1/mm	Zakres	0,760÷1,680	0,961÷1,958
	Średnia	1,290	1,582
	SDW	17,7	13,8
Tb.Sp, mm	Zakres	0,380÷1,223	0,331÷0,928
	Średnia	0,664	0,481
	SDW	28,9	25,8
Tb.Th, mm	Zakres	0,089÷0,230	0,113÷0,259
	Średnia	0,139	0,164
	SDW	22,3	22,6
SDW - odchylenie standardowe względne (odchylenie standardowe / wartość średnia) w %			

Dla utworzonych wykresów dokonano obliczeń parametrów prostych regresji je opisujących i wartości współczynników determinacji dla wszystkich uzyskanych wartości logarytmów tych wskaźników (Mazurkiewicz, 2006). Uzyskane wysokie wartości R^2 (R^2_{min}>0,81) wskazały, że można przyjąć, iż analizowane wartości wszystkich wskaźników uzyskanych w eksperymencie można opisać tymi rozkładami. Przykładowy wykres kwantylowy wraz z równaniami regresji liniowej i współczynnikami determinacji dla obu grup próbek przedstawiono na rysunku 3.

Tab. 3. Zestawienie wartości SDW

Wskaźnik	SDW, %	
	Osteoporoza	Koksartroza
BS, mm^2	18,8	17,4
BS/BV, 1/mm	20,5	20,4
BV/TV, -	38,4	26,9
Conn.D, $1/mm^3$	24,2	31,6
D.A, -	14,7	17,0
Tb.N, 1/mm	17,7	13,8
Tb.Sp, mm	28,9	25,8
Tb.Th, mm	22,3	22,6
Ogólnie	23,2	21,9

Dla każdego z uzyskanych wykresów wykonano również testy równości współczynników regresji prostych regresji oraz testy równości wyrazu wolnego równań regresji opracowane według Szali (1980). Hipotezy były testowane na poziomie istotności $\alpha = 0,05$.



Rys. 3. Wykres kwantylowy logarytmo - normalny ilorazu pola powierzchni tkanki kostnej, do jej objętości w próbce

4. ANALIZA WYNIKÓW

Analizując wyniki testu statystycznego przedstawione w tablicy 4 można wyróżnić kilka przypadków. Przypadek pierwszy, kiedy po teście badanego parametru nie ma podstaw do odrzucenia zarówno hipotezy o równości współczynników regresji oraz o równości wyrazów wolnych badanych krzywych dla przyjętego poziomu istotności.

W takim przypadku można założyć, że wartości mierzonego parametru dają w wyniku chmurę punktów będących wynikiem pomiaru dla obu badanych grup. Trudno będzie zatem określić różnicę w wartościach badanej wielkości dla obu grup próbek, tzn. na podstawie uzyskanego wyniku niemożliwe będzie określenie czy kość należy do jednej z badanej grup czyli osteoporotycznej lub koksartrycznej.

Przypadek drugi, w którym dla pary prostych została przyjęta hipoteza o równości współczynników regresji a odrzucona hipoteza o równości wyrazów wolnych. W takim przypadku można zakładać, że proste opisujące obie grupy próbek będą równoległe, a zatem jedynie przesunięte względem siebie. Wskazuje to, że wartości badanego wskaźnika w obu grupach różnią się o pewną stałą, bądź zbliżoną do stałej różnicę w całym zakresie zmienności badanego wskaźnika (statystycznie: rozkłady mają różną wartość średnią przy zbliżonej wartości odchylenia standardowego). W takim przypadku na podstawie uzyskanego wyniku badania jest możliwa ocena oraz przypisanie badanej próbki do jednej z badanych grup.

Przypadek trzeci to ten, w którym odrzucono hipotezę o równości współczynników regresji jak i wyrazów wolnych. W takim przypadku obie serie różnią się istotnie od siebie, ale utrudnione jest określenie wzajemnych relacji, wobec różnicy tak wartości średniej, jak i odchyleń standardowych.

Podsumowując, każdy z uzyskanych wykresów można zakwalifikować do jednej z trzech grup. Przyporządkowanie każdego ze wskaźników do wybranej grupy przedstawiono w tablicy 4.

Tab. 4. Zestawienie wyników testów statystycznych

Hipoteza równości współczynników regresji	Przyjęta	Przyjęta	Odrzucona
Hipoteza równości wyrazów wolnych	Przyjęta	Odrzucona	Odrzucona
Badany wskaźnik	BS BV/TV	BS/BV Tb.N Tb.Th D.A Conn.D	Tb.Sp

Z wyników obu rozpatrywanych testów statystycznych można wnioskować, że najlepiej oddają różnice pomiędzy wielkościami opisującymi kości koksartryczną a osteoporotyczną wielkości przedstawione w kolumnie 3 tablicy 4. Przyjęcie hipotezy o równości współczynników kierunkowych regresji i odrzucenie hipotezy o równości wyrazu wolnego pozwalają uznać, iż oba rozpatrywane wykresy są równoległe. Parametr Tb.Sp umieszczony w kolumnie 4 tablicy 4 pozwala uzyskać statystycznie różny wynik dla koksartrozy i osteoporozy, ale „proste" odniesienie wyników do siebie nie jest możliwe. Parametry przedstawione w kolumnie 2 nie dają rozróżnienia obu badanych grup kości.

Nie stwierdzono, dla analizowanych wyników układu hipotez „odrzucona - przyjęta", tj. układu gdy wykresy mają wspólny wyraz wolny.

5. WNIOSKI

1. Wartości wskaźników architektury uzyskane z badań mikrotomograficznych obu badanych grup próbek tj. osteoporotycznych i koksartrycznych są zgodne z danymi podawanymi w literaturze.
2. Wartościach średnie wskaźników w obu grupach różnią się odpowiedni dla: BS o 15%, BS/BV o 24%, BV/TV o 41%, Tb.N o 23%, Tb.Th o 18%, Tb.Sp o 38%, D.A o 14% oraz Conn.D o 31%. Jednakże zakresy wartości uzyskane dla danego wskaźnika w obu grupach leżą w obszarach częściowo się na siebie nakładających, Z tego powodu, w przypadku pojedynczych wyników jednoznaczne rozróżnienie obu struktur jest wysoce ryzykowne.
3. Analizy statystyczne wykazały jednak, że jedynie w przypadku takich wskaźników jak BS oraz BV/TV, brak jest statystycznych podstaw do odrzucenia hipotezy, że dla obu badanych grup kości nie pochodzą one z tych samych populacji.
4. Wielkościami najlepiej oddającymi różnice pomiędzy obiema grupami kości są: BS/BV, Tb.N, Tb.Th, D.A, Conn.D, dla których przyjęto hipotezę o równości współczynników kierunkowych a odrzucono hipotezę o równości wyrazów wolnych. Dla tych wielkości wykresy są do siebie równoległe, jedynie przesunięte wzdłuż osi rzędnych. Zatem jeżeli znany jest jeden z tych wykresów, i znane jest przesunięcie pomiędzy nimi, to pomiar kontrolny może pozwolić na stwierdzenie istotności różnicy mierzonej cechy od przyjętego wzorca (pierwszego wykresu).
5. Analiza statystyczna wykazała, że wartości Tb.Sp w obu grupach statystycznie różnią się od siebie, ale nie jest możliwe bezpośrednie odniesienie uzyskanych wyników z jednej grupy na drugą. Wobec powyższego nie jest możliwe utworzenie prostych zależności opisujących wzajemne relacje w obu grupach próbek.

LITERATURA

1. **Badurski J., Boczoń S., Sawicki A.** (1994), Osteoporoza, *Wydawnictwo OSTEOPRINT*, Białystok.
2. **Będziński R., Ścigała K., Ostrowska A., Mazurkiewicz A.** (2005), Badanie własności mechanicznych i histomorfometrycznych tkanki kostnej kości udowej człowieka, *Inżynieria Biomateriałów*, Nr 47-53.
3. **Będziński R.** (1997), *Biomechanika Inżynierska*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
4. **Covin S.** (1999), *Bone mechanics handbook-second edition*, CRC Press, New York.
5. **Gawlik R., Pluskiewicz W.** (1994), Zapobieganie osteoporozie w okresie dojrzewania przed uzyskaniem szczytowej masy kostnej, *Postępy Osteoartrologii*, Nr 6, Białystok.
6. **Hahn M., Vogel M.** (1992), Trabecular bone pattern factor-a new parameter for simple quantification of bone architecture, *Bone*, Vol. 13.
7. **Keyak J., Rossi S.** (1997), Prediction of femoral fracture load using automated finite element modeling, *J. Biomech.*, Vol. 31.
8. **Mazurkiewicz A.** (2006), Badanie wpływu wybranej struktury na jej wytrzymałość jako element diagnozowania nośności kości, *Rozprawa doktorska*, ATR, Bydgoszcz.
9. **Parfitt M., Drezner M.** (1987), Bone histomorphometry: Standarization of nomenclature, symbols and units, *J. Bone Miner. Res.*, Vol. 2.
10. **Parfitt M., Mathews C.** (1983), Relatioship beetwen surface, volume and thickness of iliac trabecular bone in aiging and in osteoporosis, *J. Clinic. Invest.*, Vol. 72.
11. **Stauber M., Müller R.** (2006), Volumetric spatial decomposition of trabecular bone into rods and plates. A new method for local bone morphometry, *Bone*, Vol. 38, No 4.
12. **Szala J.** (1980), *Ocena trwałości zmęczeniowej elementów maszyn w warunkach obciążeń losowych i programowanych*, Zeszyty Naukowe nr 79, Mechanika 22, Wyd. Uczelniane ATR, Bydgoszcz.
13. **Yuehuei H., Draughn R.** (1999), *Mechanical testing of bone and the bone-implant interface*, CRC Press, New York.

ESTIMATION OF DIFFERENCES OF VALUES STRUCTURE COEFFICIENTS FOR OSTEOPOROSIS AND COXARTHROSIS SAMPLES OF TRABECULAR BONE FROM HUMAN FEMORAL HEAD

Abstract: In the work presented results of microtomographic investigations of samples of osteoporosis and coxarthrosis trabecular bone. Presented walue of eight coefficients structure the bone. Ascertained differences between average values and large similarity for relative standard deviations – SDW, for both examined population. Statistical analysis based on investigation of quantile graphs pointed these coefficients, which are the most essential from point of view of executing of comparative estimations.

THE ELASTICITY PROBLEM FOR A STRATIFIED SEMI-INFINITE MEDIUM CONTAINING A PENNY-SHAPED CRACK FILLED WITH A GAS

Bohdan MONASTYRSKYY*, Andrzej KACZYŃSKI**

* Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, NASU, 3-b Naukova Str., 79060 Lviv
** Faculty of Mathematics and Information Science, Warsaw University of Technology, Plac Politechniki 1, 00-661 Warsaw

labmtd@iapmm.lviv.ua, akacz@alpha.mini.pw.edu.pl

Abstract: This paper deals with a periodic two-layered elastic half-space weakened by an interface penny-shaped crack filled with a gas. The study is based on the approximate treatment by using the linear elasticity with microlocal parameters in the axisymmetric case. Applying the Hankel integral transforms, we obtain a system of dual integral equations. It is reduced to a set of two integral equations which are solved numerically. Some results concerning the variation of the internal gas pressure and the stress intensity factors of mode I and mode II are illustrated graphically.

1. INTRODUCTION

The mechanical behavior of solids containing gas- or liquid-filled cracks was a subject of the investigation of many authors. Interest in such problems is stimulated by their wide applications in mining engineering, gas- and oil-producing industries. Zazovskiy (1979a, 1979b) studied the possibility of propagation of a plane crack in rocks while it is pumped with a fluid or taking into account a filtration of the liquid substance into the solid structure. Sulym and Yevtushenko (1980) solved a plane problem for a crack filled with a compressible barotropic liquid. They suggested to simulate the crack's filler by a constant pressure dependent on the crack opening and determined from the equation of state of the fluid. Baluyeva and Dashevsky (1994, 1995) considered the problems of gas-filled cracks in an infinite elastic medium. Based on the concept of stress intensity factors criteria in fracture mechanics they obtained the estimations for crack growth while the mass of the gas in the crack monotonically increases. A combined thermal and mechanical influence of the heat-conducting ideal gas filling a crack on the stress-and-strain state was studied by Matczyński et al. (1999).

The present contribution is a sequel to some our earlier investigations (Kaczyński and Monastyrskyy, 2004; 2005) involving the problems for a periodic stratified space and an isotropic half-space containing a liquid-filled penny-shaped crack. It is devoted to examine the integrated effect of an ideal gas, filling a penny-shaped interface crack in a periodic two-layered semi-infinite medium, on the variation of stress intensity factors under the external both tensile and compressive load.

2. STATEMENT OF THE PROBLEM

2.1. Description of the problem

Let us consider a periodic stratified half-space, in which every repeated unit lamina of thickness l consists of two perfectly bonded layers of thicknesses l_1 and l_2 ($l = l_1 + l_2$) with different Lame's constants λ_1, μ_1 and λ_2, μ_2. The direction of the layering is perpendicular to the boundary of the body.

The composite is weakened by a penny-shaped interface crack of radius a, which is located on a plane parallel to the boundary at the distance h. The crack is filled with a fixed amount of gas.

Let refer the body to an axially symmetric co-ordinate system (r, θ, z), introducing it in the manner that the z-axis is perpendicular to the layering, directing towards the boundary, and the coordinate basic origin coincides with the center of the crack (see Fig. 1). So the crack occupies the region $\{(r, \theta, z): r \le a, 0 \le \theta < 2\pi, z = 0\}$.

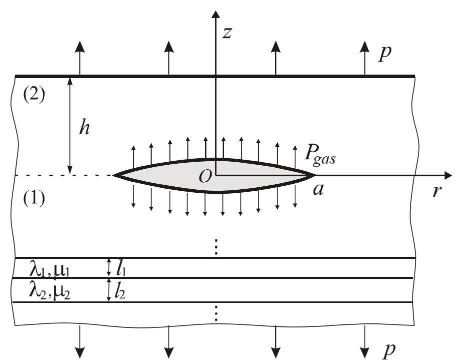


Fig. 1. Periodic stratified half-space having a gas-filled crack

The body is subjected to a uniform normal pressure p applied at infinity and at the boundary. Moreover, the surfaces of the crack are under the internal pressure of the gas P_{gas}. Notice that this parameter does not remain constant during the interaction and is unknown *a priori* because
the change of the external load leads to the change of the crack's volume, which consequently induces the magnitude of the internal pressure of the gas.

The problem under study lies in the determination of the stress-and-strain state of the composite being considered, paying much attention on the distribution of stress in the neighbourhood of the defect. Especially, the stress intensity factors as the local important parameters controlling the fracture instability are of prime interest.

2.2. Governing equations

In the description of the macroscopic behavior of solids with a periodic microheterogeneous structure Woźniak and Matysiak (1987) developed the homogenized theory of linear elasticity with microlocal parameters. We base on this approach that leads in the static axisymmetric case to the governing equations and constitutive relations of certain homogenized model of the treated body, given in terms of the unknown macro-displacements $u_z(r, z)$ and $u_r(r, z)$ as follows (Pusz, 1988):

$$\begin{gathered} C\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right]+\left(B+C\right)\frac{\partial^2\left[r u_r\right]}{\partial r\partial z}+A_1 r\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}=0,\\ A_2\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r u_r\right)}{\partial r}\right]+\left(B+C\right)\frac{\partial^2 u_z}{\partial r\partial z}+C\frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}=0,\\ \sigma_{zz}=A_1\frac{\partial u_z}{\partial z}+B\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r u_r\right)}{\partial r},\ \sigma_{rz}=C\left(\frac{\partial u_z}{\partial r}+\frac{\partial u_r}{\partial z}\right), \end{gathered} \tag{1}$$

where

$$\begin{gathered} A_1=\frac{\left(\lambda_1+2\mu_1\right)\left(\lambda_2+2\mu_2\right)}{\left(1-\eta\right)\left(\lambda_1+2\mu_1\right)+\eta\left(\lambda_2+2\mu_2\right)}>0,\\ A_2=A_1+\frac{4\eta\left(1-\eta\right)\left(\mu_1-\mu_2\right)\left(\lambda_1-\lambda_2+\mu_1-\mu_2\right)}{\left(1-\eta\right)\left(\lambda_1+2\mu_1\right)+\eta\left(\lambda_2+2\mu_2\right)}>0,\\ B=\frac{\left(1-\eta\right)\lambda_2\left(\lambda_1+2\mu_1\right)+\eta\lambda_1\left(\lambda_2+2\mu_2\right)}{\left(1-\eta\right)\left(\lambda_1+2\mu_1\right)+\eta\left(\lambda_2+2\mu_2\right)}>0,\\ C=\frac{\mu_1\mu_2}{\left(1-\eta\right)\mu_1+\eta\mu_2}>0;\ \eta=\frac{l_1}{l}. \end{gathered} \tag{2}$$

2.3. Boundary conditions

Within the scope of the above homogenized model it is convenient to pose the considered problem for the half-space $\{(r, \theta, z)$: $0\le r<\infty,\ 0\le\theta<2\pi,\ -\infty<z\le 0\}$ and the layer $\{(r, \theta, z)$: $0\le r<\infty,\ 0\le\theta<2\pi,\ 0<z\le h\}$. Hereinafter we use the superscripts $^{(1)}$ and $^{(2)}$ to refer quantities to the half-space and to the layer, respectively (see Fig. 1).

Following the classical approach based on the superposition principle, the problem is separated into two parts. For the first trivial part, the uncracked stratified medium is assumed to be loaded uniformly at the boundaries. Next we pass to the second part involving perturbations caused by the gas-filled crack. The boundary conditions of this perturbed crack problem can be written as

(a) on the bonding interfacial plane $z = 0$:

$$\begin{aligned} &\sigma_{zz}^{(1)}(r,0)=\sigma_{zz}^{(2)}(r,0)=-P_{gas}-p, && 0\le r\le a,\\ &\sigma_{rz}^{(1)}(r,0)=\sigma_{rz}^{(2)}(r,0)=0, && 0\le r\le a,\\ &\sigma_{rz}^{(1)}(r,0)=\sigma_{rz}^{(2)}(r,0), && a\le r<\infty,\\ &\sigma_{zz}^{(1)}(r,0)=\sigma_{zz}^{(2)}(r,0), && a\le r<\infty,\\ &u_z^{(1)}(r,0)=u_z^{(2)}(r,0), && a\le r<\infty,\\ &u_r^{(1)}(r,0)=u_r^{(2)}(r,0), && a\le r<\infty, \end{aligned} \tag{3}$$

(b) on the bounding surface of the semi-infinite medium and at infinity:

$$\begin{gathered} \sigma_{zz}^{(2)}(r,h)=\sigma_{rz}^{(2)}(r,h)=0,\\ \sigma_{zz}^{(1)}(r,-\infty)=\sigma_{rz}^{(1)}(r,-\infty)=0. \end{gathered} \tag{4}$$

Moreover, in order to find the unknown gas pressure P_{gas}, we use the well-known Mendeleyev–Clapeyron equation

$$P_{gas}V=g_0=const\,, \tag{5}$$

where V stands for the volume of a gas, which is equal to the volume of the crack, and g_0 – the constant, depending on mass and molar mass of gas and temperature.

3. METHOD OF SOLUTION

To solve the above-mentioned problem, we use the similar technique as that developed by Monastyrskyy and Kaczyński (2005). Because of the complexity of appearing expressions only a brief description of the proposed method will be outlined.

The proper integral representation of stresses and displacements within the every domain 1 and 2 can be constructed by solving the auxiliary boundary value problem. Instead of the boundary conditions $(3)_{1\text{-}2}$ and $(3)_{5\text{-}6}$ one should pose

$$\begin{aligned} &u_z^{(2)}(r,0)-u_z^{(1)}(r,0)=\Delta u_z(r), && 0\le r<\infty,\\ &u_r^{(2)}(r,0)-u_r^{(1)}(r,0)=\Delta u_r(r), && 0\le r<\infty, \end{aligned} \tag{6}$$

where $\Delta u_z(r)$, $\Delta u_r(r)$ are the unknown jumps of normal and shear displacements.

In dealing with the solution to this problem we use the method of the Hankel integral transforms. In this way we obtain the representation of displacements and stresses within the body via Hankel's transforms of jumps $H_0\equiv H_0[\Delta u_z(r),\ \xi]$ and $H_1\equiv H_1[\Delta u_r(r),\ \xi]$, defined by

$$H_0[\,\Delta u_z(r),\,\xi\,]=\int_0^\infty r\,\Delta u_z(r)\;J_0(r\xi)\,dr,$$
$$H_1[\,\Delta u_r(r),\,\xi\,]=\int_0^\infty r\,\Delta u_r(r)\;J_1(r\xi)\,dr, \tag{7}$$

where J_k stands for the Bessel function of the first kind of order k.

The remaining boundary conditions of the posed initial problem $(3)_{1\text{-}2}$ and $(3)_{5\text{-}6}$ then yields the system of dual integral equations written in a shortened form as

$$\begin{aligned}
&\int_0^\infty \xi^2\left(\tilde{K}_{1z}H_0+\tilde{K}_{1r}H_1\right)J_0(\xi r)d\xi=\frac{-P_{gas}-p}{C},0\le r\le a,\\
&\int_0^\infty \xi^2\left(\tilde{K}_{2z}H_0+\tilde{K}_{2r}H_1\right)J_1(\xi r)d\xi=0, \qquad 0\le r\le a,\\
&\int_0^\infty \xi\,H_0J_0(\xi r)\,d\xi=0, \qquad a\le r<\infty,\\
&\int_0^\infty \xi\,H_1J_1(\xi r)\,d\xi=0, \qquad a\le r<\infty,
\end{aligned} \tag{8}$$

with some regular kernels $\tilde{K}_{1z}$, $\tilde{K}_{1r}$, $\tilde{K}_{2z}$, $\tilde{K}_{2r}$.

Following Ufland (1977) we introduce the following representations which identically satisfy $(8)_{3\text{-}4}$:

$$\begin{aligned}
&H_0\left[\Delta u_z,\xi\right]=\xi^{-1}\int_0^a\varphi_z(t)\sin(\xi t)dt,\\
&H_1\left[\Delta u_r,\xi\right]=\xi^{-1}\int_0^a\varphi_r(t)\left(\frac{\sin(\xi t)}{\xi}-\cos(\xi t)\right)dt.
\end{aligned} \tag{9}$$

By substituting (9) into $(8)_{1\text{-}2}$ we arrive at the two integral equations for auxiliary functions φ_z, φ_r which can be reduced to the following form

$$\begin{aligned}
&\frac{\pi}{2}\frac{D}{\sqrt{A_1A_2}}\varphi_z(r)+\int_0^a\varphi_z(t)K_{1z}dt+\int_0^a\varphi_r(t)K_{1r}dt=\frac{-P_{gas}-p}{C},\\
&\frac{\pi}{2}\frac{(B+C)D}{A_1}\left(\varphi_r(r)+\int_0^r\frac{\varphi_r(t)dt}{t}\right)-\int_0^a\varphi_z(t)K_{2z}dt-\int_0^a\varphi_r(t)K_{2r}dt=0.
\end{aligned} \tag{10}$$

In the above, K_{1z}, K_{1r}, K_{2z}, K_{2r} are known complicated regular kernels (their formulae are too lengthy so we do not present them here). Furthermore, we confine ourselves to the case of different shear modulae of the subsequent layers $\mu_1\ne\mu_2$ in which

$$D=\frac{k_2\left(B+A_1k_2^2\right)-k_1\left(B+A_1k_1^2\right)}{2\left(k_1^2-k_2^2\right)} \tag{11}$$

provided k_1 and k_2 ($k_1<k_2$) are the real positive of the biquadratic in k

$$A_1C\,k^4+\left(B^2+2BC-A_1A_2\right)k^2+A_2C=0\,. \tag{12}$$

In addition to (10), the condition for the unknown pressure of the gas P_{gas} is obtained from (5), using the formula $V=2\pi\int_0^a r\Delta u_z(r)dr$ and $(9)_1$, with the result

$$2\pi P_{gas}\int_0^a t\varphi_z(t)\,dt=g_0\,. \tag{13}$$

Thus, the problem at hand reduces to the set of integral equations (10) and (13) for the unknown functions φ_z, φ_r and scalar parameter P_{gas}.

4. ANALYSIS OF RESULTS

4.1. Numerical procedure

Due to the complex structure of equations (10) it is unlikely to obtain their solutions in the analytical form. For this reason, we apply a certain numerical procedure outlined briefly below.

We find the unknown functions $\varphi_z(r)$, $\varphi_r(r)$ in the space of continuous functions on the segment [0, a]. As the set of polynomials is the full set of functions in this space, these functions can be approximated with any, a priori given accuracy by polynomials

$$\begin{aligned}
&\varphi_{zN}(r)=c_{z1}r+c_{z2}r^3+\ldots+c_{zN}r^{2N-1}\,,\\
&\varphi_{rM}(r)=c_{r1}r^2+c_{r2}r^4+\ldots+c_{rM}r^{2M}\,,
\end{aligned} \tag{14}$$

where c_{zn} ($n=\overline{1,N}$) and c_{rm} ($m=\overline{1,M}$) stand for the coefficients.

Substituting expressions (14) for $\varphi_z(r)$, $\varphi_r(r)$ into integral equations (10) and satisfying them in the set of the collocation points (for equation $(10)_1$ at the points $\underline{r}_n=na/N$ ($n=\overline{1,N}$) and for equation $(10)_2$ at the points $\underline{r}_m=ma/M$ ($m=\overline{1,M}$), we arrive at a set of non-linear algebraic equations for the unknown coefficients c_{zn}, c_{rm} and parameter P_{gas}, being the discrete analogue of the equations (10) and (13). Its solution is found by Newton's method. The desired accuracy is achieved by increasing the power of approximating polynomials in (14).

4.2. Stress intensity factors

The physically meaningful parameters are the stress intensity factors (SIF) of mode I and II, defined conventionally by

$$\begin{aligned}
&K_{\text{I}}=\lim_{r\to a^+}\sqrt{2\pi(r-a)}\;\sigma_{zz}(r,0),\\
&K_{\text{II}}=\lim_{r\to a^+}\sqrt{2\pi(r-a)}\;\sigma_{rz}(r,0).
\end{aligned} \tag{15}$$

They may be determined in terms of the solutions of (10) as

$$K_{\text{I}}=-\frac{C\,D}{A_1}\sqrt{\frac{\pi}{a}}\,\varphi_z(a),\quad K_{\text{II}}=-\frac{C\,D}{A_1}\sqrt{\frac{\pi}{a}}\,\varphi_r(a). \tag{16}$$

4.3. Results

The described numerical procedure was performed on the simplifying assumption $\lambda_1 = \mu_1$, $\lambda_2 = \mu_2$ and for the following dimensionless parameters:

$$\overline{P}_{gas} = P_{gas}/\mu_1, \quad \overline{p} = p/\mu_1, \quad \overline{\lambda}_2 = \lambda_2/\mu_1 = 2,$$

$$\overline{h} = h/a, \quad \overline{g}_0 = g_0/\mu_1 a^3 = 1,$$

$$\overline{K}_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{I}}\sqrt{a}/\mu_1, \quad \overline{K}_{\mathrm{II}} = K_{\mathrm{II}}\sqrt{a}/\mu_1.$$

Fig. 2 shows the dependence of gas pressure on the external load. It is seen that with the increasing of the external load the internal pressure of the gas decreases. This relationship is characterized by the high gradient in the range of negative values of load, i.e. for the compressive applied pressure. While the external pressure becomes tensile, the gradient decreases and the value $\overline{P}_{gas}$ tends to zero.

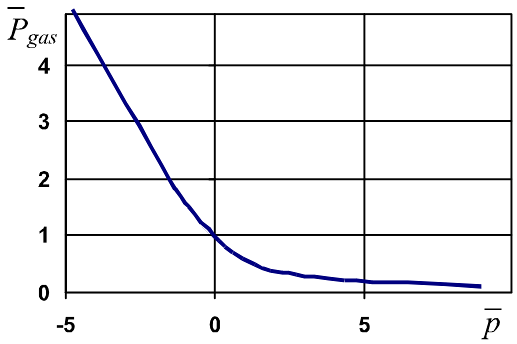


Fig. 2. Pressure of the gas versus the applied load

Variations of the SIFs of mode I and mode II due to the external load are demonstrated in Fig. 3 and Fig. 4, respectively. Similarly to the behavior of the curve $P_{gas} = P_{gas}(p)$ (see Fig. 2) the dependences $K_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{I}}(p)$ and $K_{\mathrm{II}} = K_{\mathrm{II}}(p)$ are nonlinear. Observe that if $p = 0$ then K_{I} and K_{II} are not equal to zero. Besides, these parameters remain positive for the compressive load. Figures 3 and 4 also depict the influence of the boundary on the SIFs. It can be seen that the closer to the boundary the crack is located, the more these parameters are.

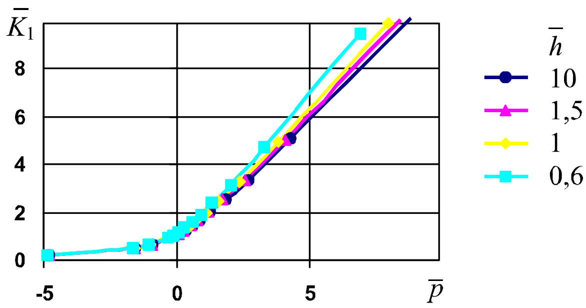


Fig. 3. SIF of mode I versus the applied load

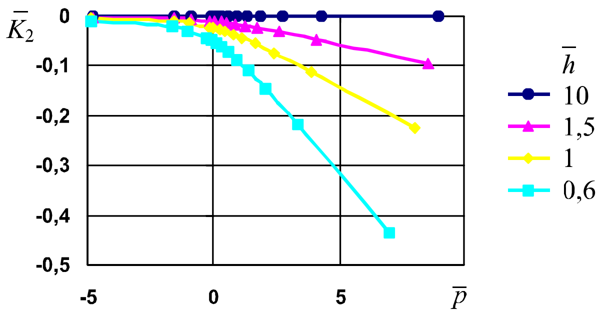


Fig. 4. SIF of mode II versus the applied load

REFERENCES

1. **Balueva A., Dashevsky I.** (1994), Model of internal gas-filled crack growth in materials, *Mechanics of Solids*, No 6, 113–118.
2. **Balueva A., Dashevsky I.** (1995), The estimations of gas-filled crack growth, *Mechanics of Solids*, No 6, 130–136.
3. **Kaczyński A., Monastyrskyy B.** (2004), On the problem of some interface defect filled with a compressible fluid in a periodic stratified medium, *J. Theor. Appl. Mech.*, Vol. 42, No 1, 41-57.
4. **Matczyński M., Martynyak R., Kryshtafovych A.** (1999), Contact problem of a crack filled with heat-conducting gas, In: *Proc. of 3rd Int. Congress on Thermal Stresses*, *June 13-17, 1999*, Cracow (Poland), 127-130.
5. **Matysiak S., Woźniak Cz.** (1987), Micromorphic effects in a modelling of periodic multilayered elastic composites, *Int. J. Engng Sci.*, Vol. 25, 549–559.
6. **Monastyrskyy B. Kaczyński A.** (2005), Stress intensity factors for a half-space with a penny-shaped crack filled with compressible liquid. In: *Materiały III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, Augustów (Poland), *1–4 czerwca* 2005, 241-244.
7. **Pusz P.** (1988), Axisymmetric Boussinesq problem for a periodic two-layered elastic half-space, *Studia Geotechnika et Mechanica.*, Vol. 10, 77-89.
8. **Ufland Y. S.** (1977), *Dual integrals method in mathematical physics problems* (in Russian), Nauka, Leningrad.
9. **Zazovsky A.** (1979a), A growth of plain penny-shaped crack in impermeable rock structure, *Mechanics of Solids*, No 2, 103–109.
10. **Zazovsky A.** (1979b), A growth of penny-shaped crack in rock mass saturated with liquid, *Mechanics of Solids*, No 2, 169–178.
11. **Yevtushenko A., Sulym G.** (1980), Stress concentration around a cavity filled with fluid, *Fiz. Chim. Mech. Mater.*, Vol. 16, No 6, 70-73.

ZAGADNIENIE PÓŁNIESKONCZONEGO UWARSTWIONEGO OŚRODKA SPRĘŻYSTEGO ZAWIERAJĄCEGO SZCZELINĘ KOŁOWĄ WYPEŁNIONĄ GAZEM

Streszczenie: Niniejsza praca poświęcona jest zagadnieniu periodycznej dwuwarstwowej półprzestrzeni sprężystej osłabionej międzywarstwową szczeliną kołową wypełnioną gazem. Zastosowano przybliżone podejście oparte na liniowej teorii sprężystości z parametrami mikrolokalnymi w osiowo-symetrycznym przypadku. Używając transformacji Hankela, otrzymano układ dualnych równań całkowych, który sprowadzono do numerycznego rozwiązania równań całkowych. Zależności dotyczące wewnętrznego ciśnienia gazu i współczynników intensywności naprężeń zilustrowano graficznie.

DWUPOWIERZCHNIOWY MODEL WZMOCNIENIA PLASTYCZNEGO PRZY PRZEMIANIE FAZOWEJ I DEFORMACJI CYKLICZNEJ

Zenon MRÓZ[*], **Grażyna ZIĘTEK**[**]

[*] Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, ul. Świętokrzyska 21, 00-049 Warszawa
[**] Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, ul. Smoluchowskiego 25, 50-370 Wrocław

zmroz@ippt.gov.pl, Grazyna.Zietek@pwr.wroc.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono model ciała sprężysto-plastycznego uwzględniający powstawanie fazy martenzytycznej indukowanej odkształceniem plastycznym. Równania ewolucji dla współrzędnych środka powierzchni plastyczności są funkcjami parametrów wyznaczonych przez powierzchnię graniczną. Zmodyfikowana postać równania opisującego powierzchnię plastyczności pozwala na uzależnienie parametrów wzmocnienia od udziału martenzytu. Zaproponowany model przeanalizowano na przykładzie jednoosiowego cyklicznego ściskania i rozciągania.

1. WPROWADZENIE

Pośród wielu procesów nieodwracalnych zachodzących w stalach ważne miejsce zajmują przemiany fazowe. Jedną z takich przemian jest przemiana martenzytyczna indukowana odkształceniem plastycznym lub naprężeniem. Występuje ona w szerokiej grupie stali austenitycznych – głównie wysokomanganowych i wysokoniklowych. Przemianę wywołaną przyłożonym naprężeniem lub odkształceniem plastycznym nazywamy atermiczną i może ona zachodzić w znacznie wyższych temperaturach niż przemiana termiczna (np. w temperaturze pokojowej). W efekcie powstania drugiej fazy, jaką jest martenzyt w austenicie zmieniają się dość istotnie związki konstytutywne, a dokładniej związki między tensorem odkształcenia i naprężenia. Przykładem takich zmian jest np. zmiana kształtu pętli histerezy oraz krzywej cyklicznego odkształcania przy cyklicznym jednoosiowym rozciąganiu i ściskaniu, a mianowicie pojawia się charakterystyczny punkt przegięcia (Mughrabi i Christ, 1997; Kaleta i Ziętek, 1998). Równania opisujące wzmocnienie materiału powinny to zjawisko uwzględniać. Najczęściej używanym w literaturze przedmiotu parametrem będącym miarą powstającego martenzytu jest objętościowy udział fazy martenzytycznej w austenicie (Fischer, 1992). Ponieważ procesy plastycznego odkształcania i transformacji martenzytycznej są procesami sprzężonymi, to ilość martenzytu będzie zależała od odkształcenia plastycznego, a dokładniej od trajektorii tego odkształcenia, a parametry wzmocnienia od ilości powstałego martenzytu.

2. MODEL WZMOCNIENIA PLASTYCZNEGO

Do opisu materiału z przemianą martenzytyczną zaproponowano model ciała sprężysto-plastycznego, którego parametry wzmocnienia plastycznego zależą od odległości powierzchni plastyczności od powierzchni granicznej. Powierzchnia plastyczności określona jest znanym z literatury przedmiotu równaniem Hubera –von Misesa.

$$f(\boldsymbol{\sigma},\mathbf{X}_p) = \sqrt{\tfrac{3}{2}(\mathbf{s}-\mathbf{X}_p)(\mathbf{s}-\mathbf{X}_p)} - \sigma_o \le 0 \tag{1}$$

Zakładamy również stowarzyszone prawo płynięcia,

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \dot{\lambda}\mathbf{N} = \dot{\lambda}\frac{3(\mathbf{s}-\mathbf{X}_p)}{2\sigma_o}, \quad \dot{\lambda} = \sqrt{\tfrac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p} \tag{2}$$

gdzie $\mathbf{s}$ jest dewiatorem tensora naprężenia, X_p tensorem naprężeń wstecznych (back stress), a σ_o jest jej promieniem. Wektor $\mathbf{N}$ jest wektorem normalnym do powierzchni plastyczności w punkcie o współrzędnych s_{ij}. Następnie wprowadzamy powierzchnię graniczną stowarzyszoną z parametrem wzmocnienia kinematycznego:

$$\Phi(\mathbf{X}_p) = \sqrt{\tfrac{3}{2}\mathbf{X}_p \cdot \mathbf{X}_p} - X_o = 0\,, \tag{3}$$

gdzie $\mathbf{X}_o$ jest promieniem tej powierzchni. Promień ten może być funkcją długości trajektorii odkształcenia plastycznego λ, jak i ilości martenzytu. Równanie ewolucji dla współrzędnych środka powierzchni plastyczności przyjmujemy w postaci

$$\dot{\mathbf{X}}_p = \dot{\lambda}C(\mathbf{X}_l - \mathbf{X}_p)\,, \tag{4}$$

gdzie $\mathbf{X}_l$ jest punktem na powierzchni granicznej, o tym samym wektorze normalnym $\mathbf{N}$ co punkt na powierzchni plastyczności. Jeśli promień powierzchni granicznej $\mathbf{X}_o$ jest stały, to otrzymujemy model równoważny do modelu zaproponowanego przez Fredericka i Armstronga.

3. TRANSFORMACJA MARTENZYTYCZNA

W rozważanym procesie transformacja martenzytyczna wywołana jest powstającym odkształceniem plastycznym. Zatem warunki zachodzenia przemiany fazowej muszą być sprzężone z procesem plastycznej deformacji. Zakładamy istnienie powierzchni transformacji:

$$\Psi(\mathbf{X}_p - \mathbf{Y}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{X}_p - \mathbf{Y})\cdot(\mathbf{X}_p - \mathbf{Y})} - X_{to} = 0\,, \tag{5}$$

gdzie $\mathbf{Y}$ jest środkiem tej powierzchni, a $\mathbf{X}_{ot}$ jej promieniem. Przy takich założeniach siłą napędową transformacji martenzytycznej jest tensor $\mathbf{X}_p$. Równania ewolucji dla parametru $\mathbf{Y}$ przyjmujemy w postaci:

$$\dot{\mathbf{Y}} = C_t(\xi, \mathbf{X}_p)\mathbf{N}_t\dot{\mu}\,, \tag{6}$$

gdzie $\mathbf{N}_t$ jest wektorem normalnym do powierzchni (5):

$$\mathbf{N}_t = \frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{X}_p} = \frac{3(\mathbf{X}_p - \mathbf{Y})}{2X_{to}}\,. \tag{7}$$

Z warunków zgodności wyznaczamy mnożnik $\dot{\mu}$:

$$d\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{X}_p}\cdot\dot{\mathbf{X}}_p + \frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{Y}}\cdot\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{N}_t\cdot\dot{\mathbf{X}}_p - \mathbf{N}_t\cdot\dot{\mathbf{Y}} = 0\,. \tag{8}$$

Stąd

$$\dot{\mu} = \frac{C}{C_t(\xi, \mathbf{X}_p)}\mathbf{N}_t\cdot(\mathbf{X}_l - \mathbf{X}_p)\dot{\lambda}\,. \tag{9}$$

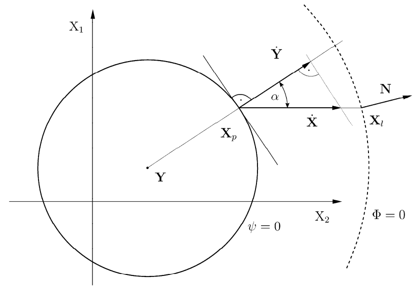
Możemy więc określić warunki zachodzenia przemiany martenzytycznej. Odciążenie lub stan neutralny zachodzą, gdy $\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{0}$, $\mathbf{N}_t\cdot\dot{\mathbf{X}}_p = 0$ lub $\mathbf{N}_t\cdot\dot{\mathbf{X}}_p < 0$. Zaś w procesie aktywnym mamy:

$$\dot{\mathbf{Y}} = C\mathbf{N}_t\left|\mathbf{X}_l - \mathbf{X}_p\right|\cos\alpha\dot{\lambda}\,, \tag{10}$$

gdzie α jest kątem między wektorem $\mathbf{X}_l - \mathbf{X}_p$ i wektorem $\mathbf{N}_t$ normalnym do powierzchni (5) (Rys.1.). Następnie należy założyć równanie ewolucji dla objętościowego udziału martenzytu w austenicie ξ. Najczęściej, w literaturze przedmiotu, przyrost fazy martenzytycznej jest liniową funkcją przyrostu długości trajektorii odkształcenia plastycznego (Fischer, 1992). Proces transformacji może rozpoczynać się wraz z wystąpieniem odkształcenia plastycznego lub, gdy skumulowane odkształcenie plastyczne λ przekroczy pewną wartość progową (Garion i Skoczeń, 2002). W pracy przyjęto podobne równanie, z tym, że faza martenzytyczna wzrasta tylko dla przyrostu odkształceń plastycznych określonych powierzchnią (5), a mianowicie:

$$\dot{\xi} = b(\xi^* - \xi)\dot{\lambda}_t\,, \tag{11}$$

gdzie λ_t jest długością trajektorii odkształcenia plastycznego, które powstaje gdy aktywna jest powierzchnia transformacji (5), a ξ^* jest wartością graniczną udziału martenzytu w austenicie. W pracy (Piwecki, 1987) wykazano, że przy tak generowanym procesie taka wartość istnieje i $\xi^* < 1$.

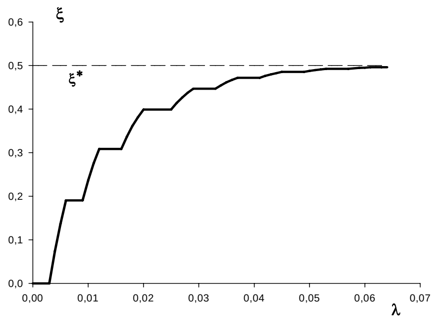


Rys. 1. Powierzchnia transformacji martenzytycznej.

Rozwiązując równanie (11) wyznaczmy zależność udziału martenzytu w austenicie od długości trajektorii odkształcenia plastycznego λ_t:

$$\xi = \xi^*\left(1 - e^{-b\lambda_t}\right) \tag{12}$$

Na rysunku 2 przedstawiono zależność parametru ξ od długości trajektorii odkształcenia plastycznego λ. Poziome odcinki krzywej odpowiadają procesowi, gdy $\dot{\lambda}_t = 0$



Rys. 2. Narastanie martenzytu w zależności od długości trajektorii λ .

W obszarze zachodzenia transformacji martenzytycznej na położenie środka powierzchni plastyczności ma wpływ nie tylko odkształcenie plastyczne, ale również faza martenzytyczna. Zakładamy, że w tym obszarze położenie środka powierzchni plastyczności opisane jest wzorem

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}_p + \mathbf{X}_t(\mathbf{Y}, \xi) \tag{13}$$

$\mathbf{X}_t$ jest naprężeniem wstecznym (back stress), które pojawia się wraz ze wzrostem udziału martenzytu w austenicie. Wtedy równanie określające powierzchnię plastyczności przyjmuje postać:

$$F = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{Z})\cdot(\mathbf{s} - \mathbf{Z})} - \sigma_o = 0\,. \tag{14}$$

Zakładając $X_{ot} = 0$ (martenzyt powstaje przy dowolnym odkształceniu plastycznym) oraz

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}_p + a(\xi)(\mathbf{Y}\cdot\mathbf{Y})\mathbf{Y} \tag{15}$$

otrzymujemy zależność zaproponowaną w pracy Mroza i Ziętek (2007).

4. JEDNOOSIOWE CYKLICZNE ŚCISKANIE Z ROZCIĄGANIEM

Zakładamy stan cyklicznego jednoosiowego ściskania i rozciągania. Równania (1), (3) i (5) są postaci:

$$
\begin{aligned}
&\left|\sigma - X_p\right| = \sigma_o ,\\
&\dot{X}_p = C\left(X_1 - X_p\right)\dot{\lambda} = C\left(X_1 - X_p\right)\left|\dot{\varepsilon}_{pl}\right| , \qquad (16)\\
&\Phi(X_p) = \left|X_p\right| - X_o = \left|X_1\right| - X_o = 0 ,\\
&\Psi(X_p - Y) = \left|X_p - Y\right| - X_{to} = 0 ,
\end{aligned}
$$

gdzie σ jest naprężeniem zmieniającym się cyklicznie. Zakładamy, że promień powierzchni granicznej jest funkcją długości trajektorii odkształcenia plastycznego i udziału martenzytu w austenicie, czyli

$$X_o = X_2(\xi) - X_2(\xi) - X_1]e^{-\omega\lambda} , \qquad \lambda = \int_0^t \left|\dot{\varepsilon}_{pl}\right| dt , \quad (17)$$

gdzie X_1 jest początkowym promieniem powierzchni granicznej dla $\lambda = 0$. X_2 dąży asymptotycznie do pewnej wartości $X_{max} = X_2(\xi^*)$. W tym przypadku równanie $(16)_2$ jest równaniem liniowym o stałych współczynnikach i możemy wyznaczyć analitycznie zależność X_p od długości trajektorii (skumulowanego odkształcenia plastycznego λ), a co za tym idzie od odkształcenia plastycznego:

$$X_p(\lambda) = De^{-C\lambda} \pm \left[\frac{Ce^{-\omega\lambda}}{C-\omega}\left(X_{max} - X_1\right) + X_{max}\right] , \qquad (18)$$

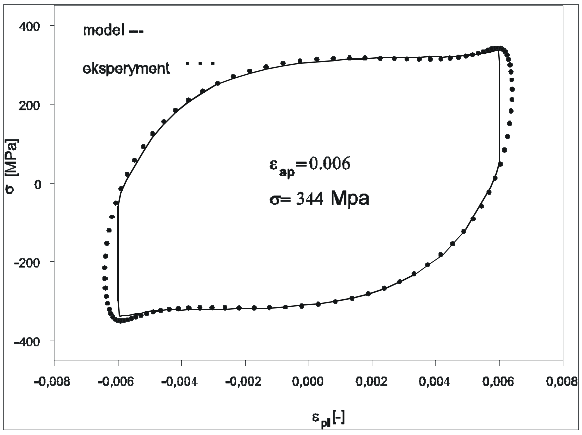
gdzie D jest stałą wyznaczaną z warunków początkowych określonych dla chwili, którą przyjmujemy jako początek stanu ustalonego. Gdy $X_p = X_{ot}$ zaczyna powstawać martenzyt i zachodzi równanie $(16)_4$. W chwili rozpoczęcia transformacji mamy $Y = 0$. Z równania (13) otrzymujemy związek między naprężeniem i X_p, a co za tym idzie odkształceniem plastycznym:

$$\sigma = X_p + f(Y) = X_p + X_t(X_p - X_{ot}, \xi) . \qquad (19)$$

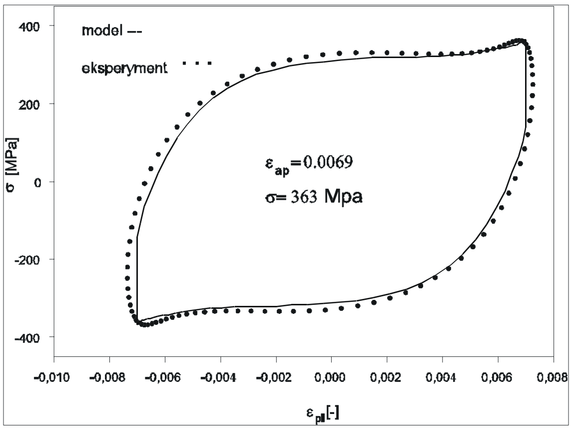
5. IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW

Identyfikację parametrów modelu oraz funkcji xT(Y) dla stanów ustalonych, tj., gdy X_o i ζ są bliskie wartościom asymptotycznym, wykonano na podstawie prób cyklicznego jednoosiowego ściskania i rozciągania przy kontrolowanej amplitudzie odkształcenia plastycznego, a następnie przeprowadzono symulację początkowego okresu obciążania (począwszy od pierwszego cyklu). Badania eksperymentalne przeprowadzono na próbkach cylindrycznych wykonanych ze stali austenitycznej typu 304L. Próbki poddawane były ściskaniu i rozciąganiu. Wielkościami mierzonymi były przebiegi naprężenia i przebieg odkształcenia całkowitego, przy stałej amplitudzie odkształcenia plastycznego ε_{ap}

Martenzyt wykrywano metodami magnetycznymi i mikroskopowymi. Dokładny opis eksperymentu podano w pracy Kalety i Ziętek (1998). Do aproksymacji średnio-kwadratowej wykorzystano pakiet oprogramowania PLOT4.0. Wyznaczanymi wielkościami była funkcja $X_t(Y)$ oraz parametry C, X_{max} i X_{ot} dla granicznej wartości parametru $\xi = \xi^*$. Identyfikację przykładowych pętli histerezy przedstawiono na rysunkach 3 i 4.



Rys. 3. Zależność σ od ε_{pl} przy stałej amplitudzie odkształcenia plastycznego $\varepsilon_{ap} = 0.006$

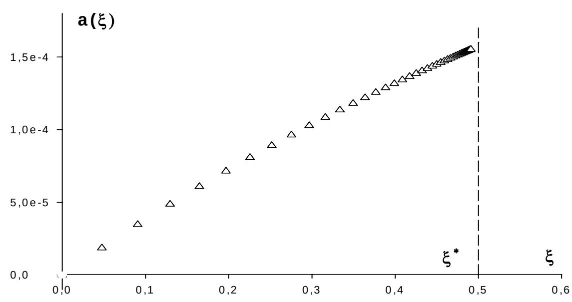


Rys. 4. Zależność σ od ε_{pl} przy stałej amplitudzie odkształcenia plastycznego $\varepsilon_{ap} = 0.0069$

Założono potęgową postać funkcji $X_t(X_p - X_{ot}, \xi)$, a mianowicie:

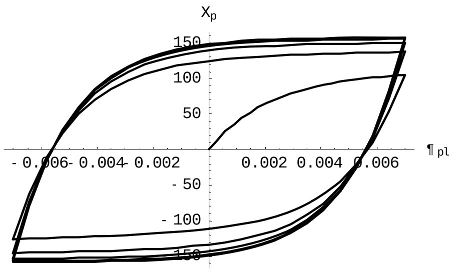
$$X_t(Y,\xi) = a(\xi)(X_p - X_{ot})^n \xrightarrow[N\to\infty]{} a^*(X_p - X_{ot})^n , \qquad (20)$$

gdzie n jest nieparzystą liczbą naturalną, N liczbą cykli, a $a^* = a(\xi^*)$.



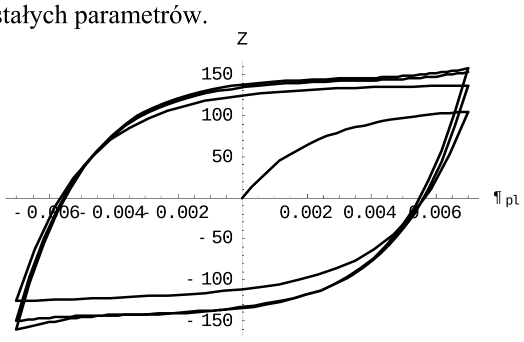
Rys. 5. Przykładowa zależność między parametrem a i objętościowym udziałem martenzytu w austenicie ξ

Następnie wykonano symulacje funkcji $X_p(\varepsilon_{pl})$ oraz $Z_p(\varepsilon_{pl})$ począwszy od pierwszego cyklu odkształcenia plastycznego, zakładając postać funkcji $a(\xi)$ oraz $X_o(\xi)$ i przyjmując $\sigma_o = 160$ MPa, $X_{ot} = 140$ MPa oraz wartości parametrów modelu uzyskanych z jednoczesnej aproksymacji pętli histerezy dla różnych amplitud odkształcenia plastycznego, dla stanów ustalonych: C = 513, $X_{max} = 160$ MPa, n = 5.



Rys. 6. Zależność X_p od ε_{pl} przy stałej amplitudzie

Obliczenia wykonano wykorzystując pakiet oprogramowania *Mathematica* przy założeniu liniowości funkcji $a(\xi)$ (rys. 5) i postaci funkcji $X_o(\xi)$ (wzór (17)). Na rysunku 6 przedstawiono zależność X_p od odkształcenia plastycznego począwszy od pierwszego cyklu obciążenia. Kolejne pętle dążą asymptotycznie do pętli otrzymanej dla stanu ustalonego. Prędkość zbieżności uzależniona jest tylko od zbieżności ξ i zależności od tej wielkości pozostałych parametrów.



Rys. 7. Zależność Z od ε_{pl} przy stałej amplitudzie

Następnie wyznaczono zależność $Z(X_p) = Z(\varepsilon_{pl})$. Ponieważ Z jako funkcja X_p jest ciągła, to zbieżność pętli $X_p(\varepsilon_{pl})$ implikuje zbieżność $Z(\varepsilon_{pl})$, a co za tym idzie zbieżność pętli histerezy $\sigma - \varepsilon$. Na rysunku 7 początkowe pętle $Z - \varepsilon_{pl}$.

6. WNIOSKI

W pracy przedstawiono opis materiału sprężysto-plastycznego, w którym zachodzi przemiana martenzytyczna indukowana odkształceniem plastycznym. Oprócz powierzchni plastyczności, która jest jednocześnie warunkiem zachodzenia procesu plastycznego odkształcenia wprowadzono powierzchnię określającą warunki zachodzenia przemiany martenzytycznej. Równania ewolucji dla parametrów wzmocnienia kinematycznego określane są poprzez powierzchnię graniczną. Parametry modelu są funkcjami objętościowego udziału martenzytu w austenicie Identyfikację parametrów modelu przeprowadzono na podstawie prób cyklicznego, jednoosiowego obciążania. Zaproponowany model dobrze opisuje stany jednoosiowe. Następnym etapem pracy będzie jego analiza dla stanów złożonych.

LITERATURA

1. **Fischer F**.D., (1992), Transformation induced plasticity in triaxially loaded steel specimens subjected to a martensitic transformation, *Eur. J. A/Solids*, Vol. 11, 233-244.
2. **Kaleta J.**, **Ziętek G.** (1998), Representation of cyclic properties of austenitic steels with plasticity-induced martensitic transformation, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials*, Vol. 21, 955-964.
3. **Mróz Z.**, **Ziętek G**. (2007), Modeling of cyclic hardening of metals coupled with martensitic transformation*, Archiwum Mechaniki Stosowanej*, Vol. 59,1-20.
4. **Mughrabi H.**, **Christ H-J.** (1997), Cyclic deformation and fatigue of selected ferritic and austenitic steels: Specific aspects, *LSIJ International*, Vol. 37, 1145-1169.
5. **Piwecki M.**, (1987), Strain-induced austenite transformation in 1H18N9 stainless steel under combined state of stress, *Arch. Metallurgy,* Vol. 32, 150-161.
6. **Garion C.**, **Skoczeń B.** (2002), Modeling of strain-induced martensitic transformation for crygoenic applications, *J. Appl. Mech.,* Vol. 69, 755-762.

TWO SURFACE MODEL OF PLASTIC HARDENING FOR MARTENSITIC TRANSFORMATION CYCLIC DEFORMATION

Abstract: The present work provides the formulation of constitutive model for elasto-plastic material with account for mixed (isotropic-kinematic) hardening dependent on the martensitic transformation process induced by plastic straining. The yield surfaces, limit back stress surface and transformation surface are introduced and the back stress evolution affected by martensitic volume fraction is proposed. The model is applied to simulate uniaxial cyclic deformation and the material parameters are identified from the available experimental data. The model predictions are confronted with experimental cyclic stress-strain curve generated for the austenitic steel.

DOŚWIADCZALNE BADANIE WPŁYWU RODZAJU WYPEŁNIENIA PODSTAWOWYCH STRUKTUR KOMPOZYTOWYCH NA ENERGIĘ ZNISZCZENIA

Tadeusz NIEZGODA[*], Stanisław OCHELSKI[*], Wiesław BARNAT[*]

t.niezgoda@wme.wat.edu.pl, wbarnat@tlen.pl

[*] Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

Streszczenie: Celem pracy jest ocena zastosowanego wypełnienia na zdolność pochłaniania energii przez kompozytowy element konstrukcji cienkościennej obciążonej dynamicznie. Elementy energochłonne wykonano w KMiIS. Badania przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej Intron. Badaniom poddano elementy energochłonne w postaci tulejek z dodatkowym wypełnieniem pianowym. Obciążenie realizowano poprzez osiowe wymuszenie kinematyczne.

1. WSTĘP

Panele energochłonne mają zastosowanie w konstrukcjach, których zadaniem jest ochrona ludzi lub ograniczenie zniszczenia całej konstrukcji w przypadku np. katastrofy śmigłowców, samochodów itp. W publikacjach niektórzy autorzy rozpatrują to zagadnienie w aspekcie lokalnej utraty stateczności i wynikającego stąd progresywnego zniszczenia (Timoszenko, 1972; Dacko i Barnat, 2004). Postępujące w miarę równomiernie zniszczenie sprawia, że praca zużyta na zniszczenie elementu energochłonnego powoduje znaczne ograniczenie skutków obciążenia udarowego konstrukcji np. uderzenia śmigłowca o ziemię. Innym zadaniem układu elementów energochłonnych może być rozpatrywanie ich np. jako układu rozpraszającego energię uderzenia pojazdu w barierkę ochronną lub energię wybuchu (Nagel i Thambiratnam, 2003; Zhong, 1993). Największa względna energie absorpcji (odniesioną do jednostki masy) posiadaj kompozytowe elementy energochłonne (Barnat i Niezgoda, 2007).

Celem niniejszej pracy było porównanie wpływu zastosowanego elementu wypełnienia na energię pochłoniętą przez podstawowy element energochłonny. Kompozytowe elementy walcowe charakteryzują się większą siłą spęczania inicjującą procesy zniszczenia niż elementy o innej geometrii (np. stożki) (Niezgoda i Barnat, 2005). Wyniki eksperymentalne posłużą do walidacji modeli numerycznych warstw ochronnych.

2. OPIS BADANYCH OBIEKTÓW

W pracy przedstawiono wybrane wyniki z badań doświadczalnych sześciu obiektów energochłonnych. Pierwszym obiektem, przedstawionym na rys 1 i 2, była tulejka wykonana z maty szklanej epoksyd o następujących wybranych własnościach: E_{11}=1.85E+10 Pa, $\nu_{1,2}$=0.158, $G_{1,2}$=3.48E+09 Pa. Tulejka charakteryzowała się średnicą wewnętrzną 40 mm i wysokością 50 mm i grubością ścianek 2 mm. Obiekt 1 – był modelem numerycznym tulejki kompozytowej, przedstawionym na rys. 1, składał się z 30744 węzłów i 22680 elementów.

Model ten zweryfikowano eksperymentalnie przy pomocy tulejki przedstawionej na rys 2.

Prawo Hooke'a dla anizotropowego materiału wykorzystywanego do modelowania elementu energochłonnego ma następującą postać:

$$\sigma_i = C_{ij} * \varepsilon_j ,$$

gdzie:
σ_i – składowe stanu naprężenia, C_{ij} – współczynniki materiałowe wprowadzone w ortogonalnym układzie współrzędnych, ε_j – składowe stanu odkształcenia.

Postać macierzy C_{ij} w ogólnym, trójwymiarowym zadaniu przyjmuje postać:

$$C_{ij} = \begin{vmatrix} 1/E_a & -\nu_{ba}/E_b & -\nu_{ca}/E_c & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{ab}/E_a & 1/E_b & -\nu_{cb}/E_c & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{ac}/E_a & -\nu_{ba}/E_b & 1/E_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{ca} \end{vmatrix}$$

W związku z tym do opisu materiału ortotropowego niezbędna jest znajomość następujących stałych materiałowych: E_a, E_b, E_c, ν_{ab}, ν_{ca}, ν_{cb}, G_{ab}, G_{ca}, G_{cb} do odpowiedniego zdefiniowania ogólnych właściwości mechanicznych materiału zgodnie z właściwościami elementu niszczonego.

Obciążenie modelu numerycznego realizowano podobnie jak w przeprowadzonych eksperymentach poprzez wymuszenie kinematyczne. Analizowane modele były obciążone przez sztywną płytę, opisaną materiałem typu MATRIG.

W modelu materiałowym uwzględniono nieliniowości fizyczne (model materiału) i geometryczne (duże przemieszczenia i odkształcenia). Do analizy zastosowano modelowanie kontaktu typu powierzchniowego. Kontakt zdefiniowano pomiędzy płytą dolną elementami energochłonnymi, a płytą uderzającą.

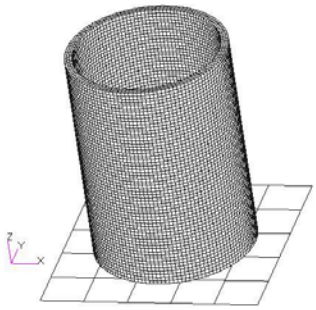
Drugi obiekt przedstawiony na rys. 3 – tulejka kompozytowa z wypełnieniem pianowym. Obiekt ten został zweryfikowany eksperymentalnie.

Trzecim obiektem były cztery tulejki cylindryczne bez inicjatorów (przyklejone do krążków kompozytowych żywicą E-53).

Czwartym obiektem były cztery tulejki cylindryczne przyklejone do płytek. Tulejki te posiadał inicjatory zniszczenia.

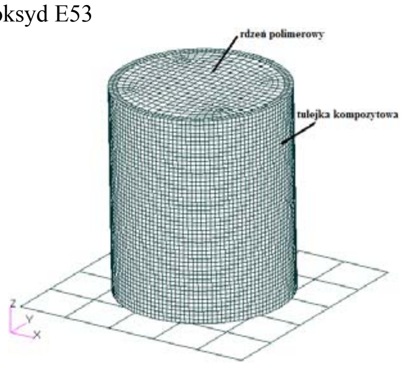
Piąty obiekt, przedstawionym na rys 7, różnił się od drugiego wypełnieniem pianką poliuretanową – budowlaną.

Szósty obiekt, przedstawiony na rys 5 i 6, różnił się od drugiego wypełnieniem pianką lotniczą – spienionym polichlorkiem winylu marki PCHW-1 o następujących własnościach materiałowych: ρ = 115 kg/m^3, E_r = 92.4 MPa, E_c = 80.6 MPa, R_m = 1.82 MPa, R_c = 0.911 MPa, ν = 0.26.



Rys. 1. Obiekt 1- model trójwymiarowy tulejki kompozytowej. Dla lepszego zobrazowania geometrii modelu pominięto górną płytę, za pomocą której realizowano wymuszenie kinematyczne.

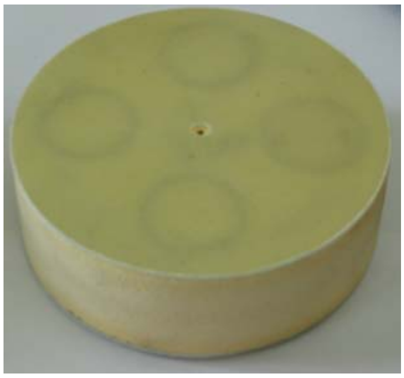
Rys. 2. Obiekt 1 – tulejka kompozytowa wykonana z maty szklanej epoksyd E53



Rys. 3. Schemat modelu numerycznego tulejki z wypełniaczem polimerowym

Rys. 4. Obiekt 2 - panel energochłonny w postaci czterech tulejek kompozytowych

Rys. 5. Obiekt 3 - Panel energochłonny w postaci czterech tulejek kompozytowych z wypełnieniem pianowym



Rys. 6. Obiekt 4 - Panel energochłonny w postaci czterech tulejek kompozytowych z wypełnieniem pianowym

Rys. 7. Obiekt 5 i 6 - Schemat wypełnienia pianowego.

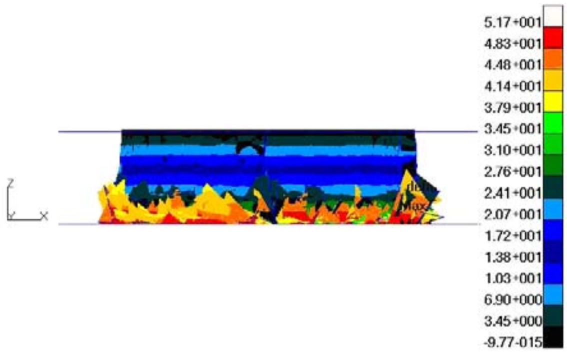
Obciążenie obiektów w eksperymencie realizowano kinematycznie z prędkością 0.01 m/s

3. WYNIKI DLA OBIEKTU 1 – TULEJKA KOMPOZYTOWA

Wyniki badan doświadczalnych dla obiektu 1 zostały wykorzystywane do walidacji modeli numerycznych.

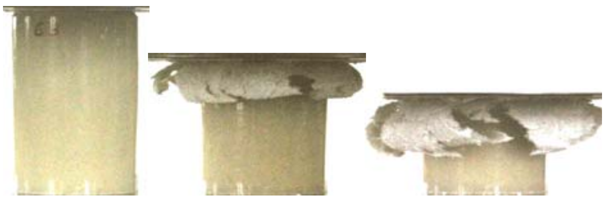
Model numeryczny tulejki został obciążony płytą nieodkształcalną dla której nadano stałą prędkości 0.01 m/s. Obliczone wielkości przedstawiono w postaci planów warstwicowych. Deformację modelu numerycznego przedstawiono na rys. 8.

W wyniku analizy oszacowano względną energie absorpcji która wniosła 10.78 kJ/kg.



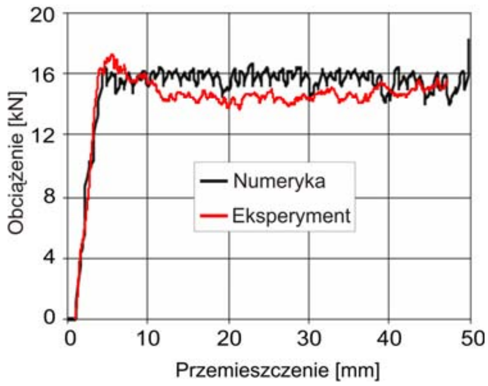
Rys. 8. Deformacja modelu numerycznego tulejki kompozytowej

Podobnie jak model numeryczny zachowywała się tulejka poddana badaniom eksperymentalnym. Sposób niszczenia kompozytowej tulejki przedstawiono na rysunku 9.



Rys. 9. Sposób niszczenia tulejki kompozytowej

Porównanie wyników siły niszczącej od przemieszczenia górnej płyty w strefie kontaktu pokazano oraz siły spęczania uzyskanej eksperymentalnie na rys. 10. Skala pionowa opisuje wielkość reakcji pionowej (kN), a skala pozioma pokazuje przemieszczenie w mm. Analizując ten wykres można zauważyć bardzo dużą sztywność badanego obiektu w początkowym liniowo-sprężystym. Następnie niszczenie badanego obiektu odbywało się przy obciążeniu siłą spęczania rzędu 15 kN. Wartości sił spęczania są do siebie zbliżone. Świadczy to o poprawności wykonywania modelu i doboru parametrów modelu materiału.

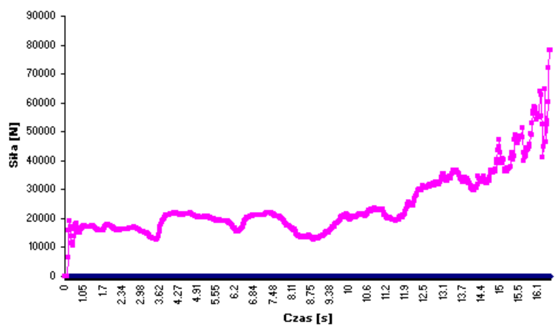


Rys. 10. Wykres przyrostu wartości reakcji pionowej uzyskanej numerycznie i eksperymentalnie

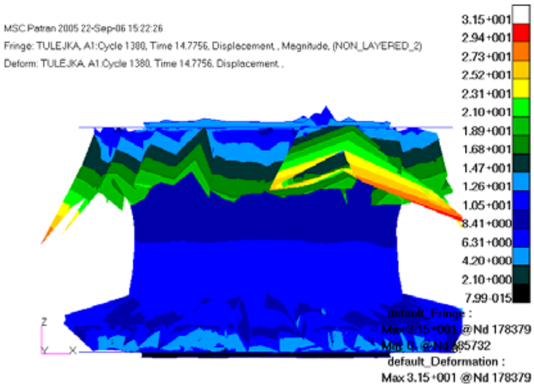
4. WYNIKI DLA OBIEKTU 2- TULEJKA KOMPOZYTOWA Z WYPEŁNIENIEM

W wyniku przeprowadzonego eksperymentu numerycznego uzyskano wykres siły spęczania w zależności od przemieszczenia czasu (rys 11). Ze względu na zastosowanie wypełniacza siła spęczania zwiększała się. Zastosowanie wypełniacza spowodowało iż tulejka kompozytowa ulegała niszczeniu w sposób inny niż dla modelu samodzielnej tulejki. Wypełniacz uniemożliwia wwinięcie się tulejki do środka modelu. Wykres siły spęczania ma charakter linowy. Na początku wykresu widać wyraźny skok wartości siły spęczania. Następnie jej wartość (dzięki zastosowaniu wypełniacza) się zwiększa. W początkowym procesie niszczenia warstwa tulejki kompozytowej ulega ziszczeniu przez lokalne wyboczenie. Następnie tulejka zostaje zniszczona poprzez rozwarstwienie (tzw. pędzel). Sposób deformacji tulejki kompozytowej przedstawiono na rysunku 12.

Na podstawie obliczeń numerycznych stwierdzono, że średnia siła spęczania wynosi 30 kN. Po uwzględnieniu drogi, jaką pokonują sztywne płyty, oszacowano pracę sił spęczania na 1050 J. Po uwzględnieniu masy elementu badanego stwierdzono, że względna energia absorpcji dla tulejki kompozytowej z wypełniaczem wynosi 40,4 kJ/kg. Oznacza to, iż względna energia absorpcji dla tulejki kompozytowej z wypełniaczem jest prawie dwukrotnie większa niż dla tulejki stalowej.

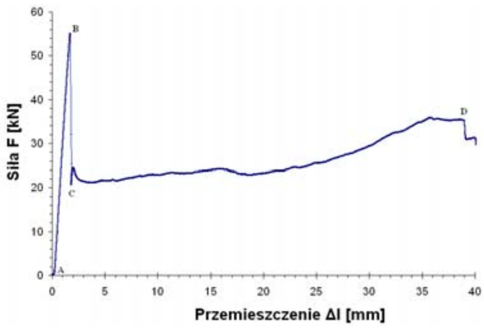


Rys. 11. Wykres siły spęczania tulejki kompozytowej z wypełnieniem pianowym uzyskany numerycznie



Rys. 12. Sposób deformacji numerycznego modelu tulejki kompozytowej z wypełnieniem pianowym

Podobnie jak modele numeryczne zachowywał się rzeczywisty obiekt. Wykres siły zniszczenia przedstawiono na rys 13. W pierwszym etapie AB nastąpiło zniszczenie początkowe warstw dla całej próbki. Następnie odnotowano katastroficzne niszczenie próbki BC charakteryzujące się niszczeniem gwałtownym poprzez pęknięcie próbki. Na odcinku CD siła spęcznia wzrastała w sposób łagodny. Spadek siły spęczania w punkcie D został spowodowany zakończeniem eksperymentu.



Rys. 13. Wykres F(Δl) z próby ściskania rurki z kompozytu epoksydowego wzmocnionego matą szklaną, wypełnionej pianką bez inicjatora- próbka nr. 1

Charakterystyczny dla próbek kompozytowych sposób zniszczenia obiektu 2 przedstawiono na rys 14.

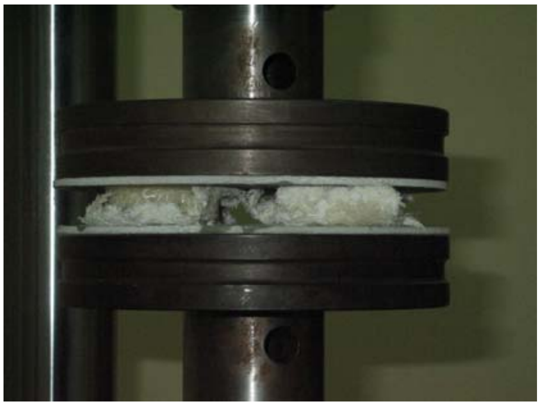
Rys. 14. Sposób deformacji tulejki kompozytowej z wypełnieniem pianowym

5. WYNIKI DLA OBIEKTU 3 – CZTERY TULEJKI

Uzyskane wyniki z badań eksperymentalnych dla obiektu trzeciego przedstawiono na rys 15.

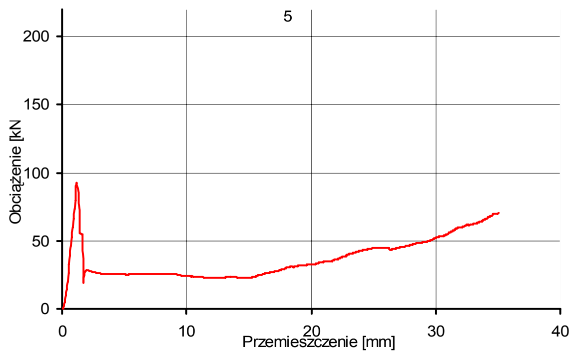
Przyklejenie elementów energochłonnych do płytek spowodowało zniszczenie elementów kompozytowych w pierwszym etapie eksperymentu w sposób katastroficzny poprzez kruche pękanie. Taki sposób niszczenia jest niepożądany dla konstrukcji energochłonnych. Następnie tulejki niszczyły się w sposób progresywny, głównie poprzez delaminację. Obiekt trzeci posiadał masę 298.9 g (przy masie rurek 74 g).

Charakter siły spęczania został przedstawiony na rys 16. Charakterystycznym dla wykresu jest występowanie piku siły spowodowane brakiem inicjatora i zapoczątkowaniem niszczenia konstrukcji w sposób katastroficzny. Wartość piku siły wyniosła 92.8 kN. Następnie wartość siły spęczania spadła do 28 kN. W wyniku mieszanego modelu niszczenia elementów energochłonnych (w miarę zapychania się tulejek) wartość siły spęczania wzrastała.



Rys. 15. Sposób niszczenia panelu energochłonnego w postaci czterech tulejek kompozytowych

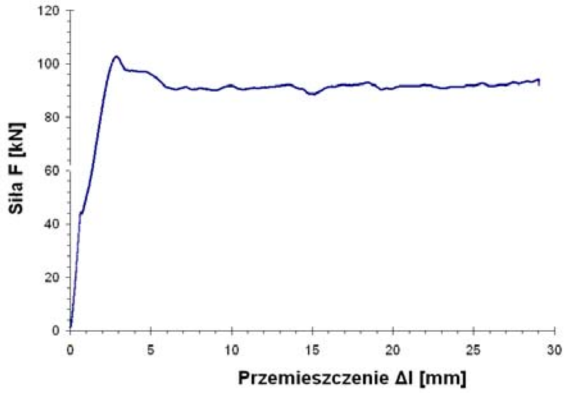
Średnia siła spęczana wyniosła 36,4 kN. Energia absorpcji wyniosła 1820 kJ a względna energia absorpcji wyniosła 24.6 kJ/kg. Zestawienie wyników eksperymentu pokazano w tabeli 1.



Rys. 16. Zależności P-Δl dla pierwszego obiektu energochłonnego

6. WYNIKI DLA OBIEKTU 4 – CZTERY TULEJKI Z INICJATORAMI

W wyniku zastosowania inicjatorów nie odnotowano katastroficznego zniszczenia obiektów. Charakter przebiegu siły niszczącej pokazano na rys 17. Poziom siły niszczącej wynosi 90 kN. Względna energii absorpcji wynosi 150 kJ/kg.



Rys. 17. Wykres F(Δl) z próby ściskania 4 rurek wykonanych z żywicy epoksydowej wzmacnianych matą szklaną, z inicjatorem, bez wypełnienia.

7. WYNIKI DLA OBIEKTU 5 – CZTERY TULEJKI Z PIANA BUDOWLANĄ

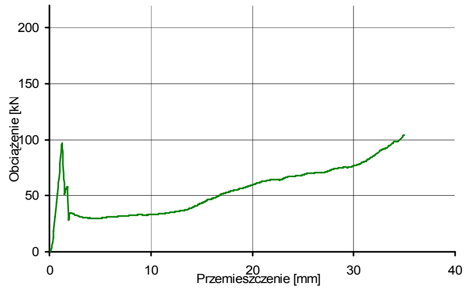
Uzyskane wyniki z badań eksperymentalnych przedstawiono na rys 18.

Rys. 18. Sposób niszczenia panelu energochłonnego w postaci czterech tulejek kompozytowych z wypełnieniem pianowym

Podobnie jak w przypadku obiektu drugiego przyklejenie elementów energochłonnych do płytek spowodowało katastroficzne (w pierwszym okresie) zniszczenie elementów kompozytowych. Obiekt piąty posiadał masę 410.8 g (przy masie rurek z wypełnieniem 185,1 g).

Charakter siły spęczania został przedstawiony na rys 19. Charakterystycznym dla wykresu jest występowanie piku siły w początkowym okresie spęczania, spowodowane brakiem inicjatora. Wartość piku siły wyniosła 97.2 kN. Następnie wartość siły spęczania spadła do 31 kN. W wyniku mieszanego modelu niszczenia elementów energochłonnych oraz ograniczenia rozwarstwiania się elementów energochłonnych poprzez piankę budowlaną wartość siły spęczania wzrastała.

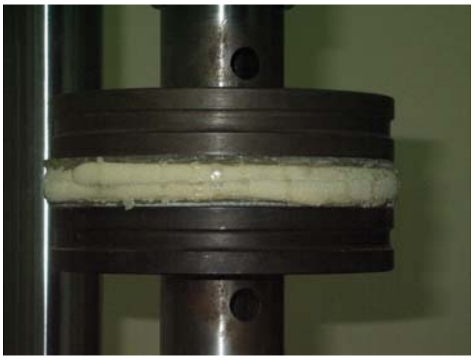
Średnia siła spęczana wyniosła 54.7 kN. Energia absorpcji wyniosła 2735 kJ a względna energia absorpcji wyniosła 14,8 kJ/kg. Zestawienie wyników eksperymentu pokazano w tabeli 1.



Rys. 19. Zależności P-Δl dla drugiego obiektu energochłonnego

8. WYNIKI DLA OBIEKTU 6 – CZTERY TULEJKI Z PIANA LOTNICZĄ

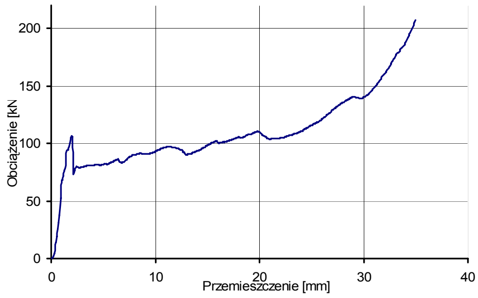
Uzyskane wyniki z badań eksperymentalnych przedstawiono na rys 20. Podobnie jak w przypadku obiektów poprzednich przyklejenie elementów energochłonnych do płytek spowodowało mieszane zniszczenie elementów kompozytowych. Duża gęstość piany lotniczej spowodowała ograniczenie swobodnej delaminacji kompozytowych elementów energochłonnych. Obiekt trzeci posiadał masę 428,8g (przy masie rurek z wypełnieniem 203,9 g).



Rys. 20. Sposób niszczenia panelu energochłonnego w postaci czterech tulejek kompozytowych z wypełnieniem pianowym w postaci pianki lotniczej

Charakter siły spęczania został przedstawiony na rys 21. Charakterystycznym dla wykresu jest występowanie piku siły spowodowane brakiem inicjatora. Wartość piku siły wyniosła 105 kN. Następnie wartość siły spęczania spadła nieznacznie do 81 kN. Tak duża wartość siły spęczania (w porównaniu z obiektem 5 prawie dwukrotnie) jest spowodowana dość dużą gęstością pianki lotniczej. W wyniku mieszanego modelu niszczenia elementów energochłonnych oraz ograniczenia rozwarstwiania się elementów energochłonnych poprzez piankę lotniczą wartość siły spęczania wzrastała.

Średnia siła spęczana wyniosła 108.9 kN. Energia absorpcji wyniosła 5445 kJ a względna energia absorpcji wyniosła 26,7 kJ/kg. Zestawienie wyników eksperymentu pokazano w tabeli 1.



Rys. 21. Zależności P-Δl dla drugiego obiektu energochłonnego

9. ZAKOŃCZENIE

W pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych czterech obiektów energochłonnych. Badania przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej typu Intron.

Kompozytowe elementy walcowe charakteryzują się większą względną energia absorpcji niż inne (Barnat i Niezgoda, 2007).

Ogólnie względna siła spęczania i energia dla konstrukcji kompozytowych jest większa niż dla konstrukcji stalowych. Brak zastosowanego inicjatora powoduje katastroficzny model zniszczenia. Zjawisko to w aspekcie energochłonności jest niepożądane. Zastosowanie wypełniacza w postaci piany spowodowało zwiększenie względnej energii absorpcji.

Dużą zaletą paneli ochronnych jest ich mała masa. W przypadku rozpatrywania zastosowaniowa elementów ochronnych dla przemysłu lotniczego ma to niemałe znaczenie. Przedstawione wyniki są wstępnymi próbami doboru wypełniacza elementy energochłonnego. Przedstawione wyniki posłużą do walidacji modeli numerycznych

Na podstawie wstępnej oceny uzyskanych wyników stwierdzono, iż odpowiednie dobranie materiału wypełniacza pozwoli na uzyskanie większej energii, potrzebnej do zniszczenia badanej konstrukcji energochłonnej. Przyszłe zastosowanie analizy numerycznej usprawni proces optymalizacji parametrów wypełnienia.

Tab. 1. Zestawienie wyników eksperymentalnych

Lp	Struktura	Masa całej struktury [g]	Masa Rurek [g]	Masa wypełnienia [g]	Masa rurek +wypełnienia [g]
1	1 rurka		74		
2	1 rurka z wypełniaczem		74	27.75	
3	4 rurki	298,9	74	0	74
4	4 rurki z inicjatorami	298	74	0	74
5	4 rurki + pianka bud.	410,8	74	111,1	185,1
6	4 rurki + pianka lot.	428,8	74	129,9	203,9

Lp	Struktura	$P_{śr}$ [kN]	Wysokość [mm]	EA [kJ]	WEA [kJ/kg]
1	1 rurka	16	50	797.9	10.78
2	1 rurka z wypełniaczem	30	50	1050	40.4
3	4 rurki	36,4	50	1820	24,6
4	4 rurki z inicjatorami	90	50	4500	150
5	4 rurki + pianka bud.	54,7	50	2735	14,8
6	4 rurki + pianka lot.	108,9	50	5445	26,7

LITERATURA

1. **Timoszenko S. P.** (1972), *Teoria stateczności sprężystej.* Arkady, Warszawa.
2. **Dacko M. Barnat W.** (2004), Stany Graniczne Cienkich Powłok Osiowo-Symetrycznych, *SYSTEM JOURNAL of Transdisciplinary Systems Science*, vol 9.
3. **Nagel G., Thambiratnam D.** (2003), Use of thin-walled frusta energy absorbers in protection of structures under impact loading. *Desingn and Analisys of Protective Structures against impart/Impulsive/Shock Loads, Queensland.*
4. **Zhong Z. H.** (1993) *Finite element procedures for contact-impact problems*, Oxford University Press.
5. **Barnat W., Niezgoda T.** (2007), Badania energochłonności elementów podatnych w aspekcie zastosowanych materiałów *Journal of Kones Powertrain and Transport*, vol. 14, No 1.
6. **Niezgoda T., Barnat W.** (2005), Numeryczna Analiza Wpływu Kształtu Podstawowych Struktur Kompozytowych na Energię Zniszczenia, *III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji Augustów, 1 – 4 czerwca 2005.*

THE EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF INFLUENCE OF KIND FULFILMENT BASIC COMPOSITE STRUCTURES ON ENERGY THE DESTRUCTION

Abstract: The opinion of applied fulfilment is on ability the aim of pracy the absorption through kompozytowy unit of thin-walled construction the energy weighted down dynamically. Energy-consuming units were executed in KMiIS. It investigations were conducted was on stamina machine engine Intron. The investigations were subjected in figure of muffs the energy-consuming units from additional foam fulfilment. Weight was realized by axial input function kinematic.

PROBLEMY ZWIĄZANE Z TRENINGIEM SZTUCZNEJ SIECI NEURONOWEJ WYKORZYSTANEJ DO MODELOWANIA CHARAKTERYSTYK ZMĘCZENIOWYCH

Krzysztof NOWICKI[*], Janusz SEMPRUCH[*]

[*] Katedra Sterowania i Konstrukcji, Wydział Mechaniczny, Uniwersytet Technologiczno - Przyrodniczy, ul. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-793 Bydgoszcz

knowicki@utp.edu.pl, semjan@utp.edu.pl

Streszczenie: Zrealizowane przez autorów projekty badawcze wskazały jednoznacznie na racjonalność wykorzystania środowiska sieci neuronowej do gromadzenia i przetwarzania danych o zmęczeniu. Istniejąca literatura, dotycząca w ogólności sieci neuronowych, w niewielkim stopniu dotyka ich praktycznej implementacji do problematyki zmęczeniowej. Wśród licznych problemów związanych z budową, przygotowaniem do pracy i praktycznym wykorzystaniem sieci neuronowych istnieje problem treningu sieci. Temu właśnie poświęcono prezentowane opracowanie. Autorzy przedstawiają ciąg decyzji, które przyjęli dla realizacji własnego eksperymentu numerycznego, przytaczając przykłady ilustrujące uzyskane w ślad tych decyzji rezultaty.

SPIS WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

σ – naprężenia normalne
σ_m – naprężenie średnie cyklu
σ_a – amplituda cyklu naprężenia
ψ_σ – współczynnik wrażliwości na asymetrię cyklu
HB – twardość materiału w skali Brinella
N – liczba cykli zmęczeniowych
N_G – podstawa próby zmęczeniowej
R_m – doraźna wytrzymałość na rozciąganie
Z_G – granica zmęczenia
Z_{so}/Z_{rc} – współczynnik przyjmowany jako określający własności plastyczne materiału

1. WPROWADZENIE

We wcześniejszych pracach (Nowicki, 2005; Nowicki i Sempruch, 2005; Sempruch i Nowicki, 2006) analizowano możliwość zastosowania środowiska sztucznej sieci neuronowej do gromadzenia i przetwarzania danych o zmęczeniu. W pracy Nowicki i Semprucha (2005) przedstawiono uzyskane wyniki modelowania charakterystyk $N-\varepsilon$ w obszarze zmęczenia niskocyklowego. Publikacja Semprucha i Nowickiego (2006) prezentuje metodę uogólniania jedno i dwuparametrycznych charakterystyk $N-\sigma$ w obszarze zmęczenia wysokocyklowego. Wyniki przedstawione w wymienionych pracach wiąże ze sobą, zaproponowana przez autorów, metoda przyspieszonego wyznaczania przebiegu podstawowych charakterystyk zmęczeniowych zaprezentowana w pracy Nowickiego (2005) bazująca na definicji atraktorów. Łączna analiza uzyskanych wyników prowadzi do konkluzji, że możliwa jest konfiguracja środowiska sztucznej sieci neuronowej, któremu można powierzyć gromadzenie i przetwarzanie danych o zmęczeniu.

2. JAKOŚĆ ZBIORU WZORCÓW TRENINGOWYCH

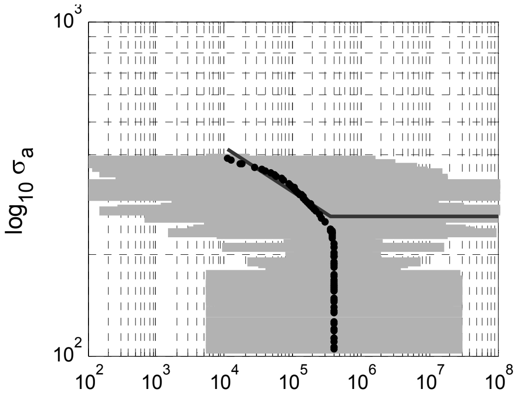
Jak wykazano w ramach prowadzonego wcześniej eksperymentu numerycznego, jakość uzyskiwanych wyników prognozowania trwałości zmęczeniowej jest jednoznacznie uwarunkowana jakością zbioru wzorców treningowych wykorzystywanych w procesie uczenia środowiska sztucznej sieci neuronowej (Nowicki, 2005; Nowicki i Sempruch, 2005; Sempruch i Nowicki, 2006). To samo stanowisko można również odnaleźć u innych autorów, w pracach o zbliżonej tematyce (Bhadeshia, 1999; Bukowski i inni, 1997; Harris i Almond, 1997; Srinivasan i inni, 2003).

Na jakość zbioru wzorców treningowych wpływa: dostępność zweryfikowanych danych źródłowych w postaci wyników eksperymentów (w tym prób zmęczeniowych) lub charakterystyk materiałowych (w tym zmęczeniowych), dostępność algorytmów tworzenia oraz przekształcania zbioru wzorców na podstawie danych źródłowych. Na jakość zbioru wzorców ma również wpływ jego struktura, rozumiana jako sposób rozmieszczenia wzorów w przestrzeni cech odtwarzanej w środowisku sztucznej sieci neuronowej.

Wpływ jakości zbioru wzorców treningowych na jakość uzyskiwanych wyników można przedstawić na przykładzie charakterystyki Wöhlera symulowanej w odniesieniu do informacji o dwóch różnych materiałach.

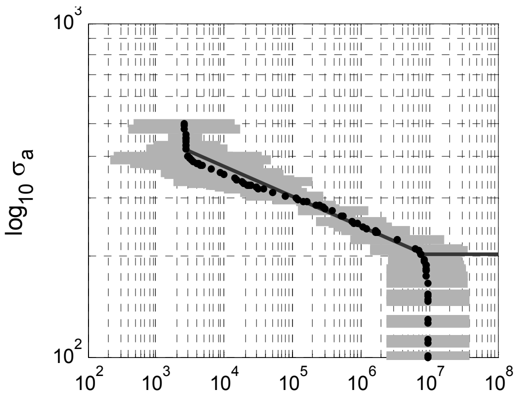
Zaplanowany eksperyment polegał na wyznaczeniu trwałości zmęczeniowej jako projekcji informacji zgromadzonych w procesie treningu przez środowisku sztucznej sieci neuronowej. Proces treningu prowadzono w oparciu o zbiory wzorców reprezentujące w sposób niejednorodny (ze względu na jakość i ilość) dane o zmęczeniu materiałów należących do grupę stali do utwardzania powierzchniowego i ulepszania cieplnego.

W zbiorach tych stal 10 nie była reprezentowana, co przełożyło się na uzyskanie projekcji charakterystyki przedstawionej na rysunku 1.



Rys. 1. Przykład wyników obliczeń sztucznej sieci neuronowej – krzywa Wöhlera dla stali 10

Wzorce dotyczące stali 20GL były reprezentowane przez zweryfikowany zbiór wiarygodnych danych eksperymentalnych pochodzących z jednego źródła, co pozwoliło na uzyskanie projekcji przedstawionej na rysunku 2.

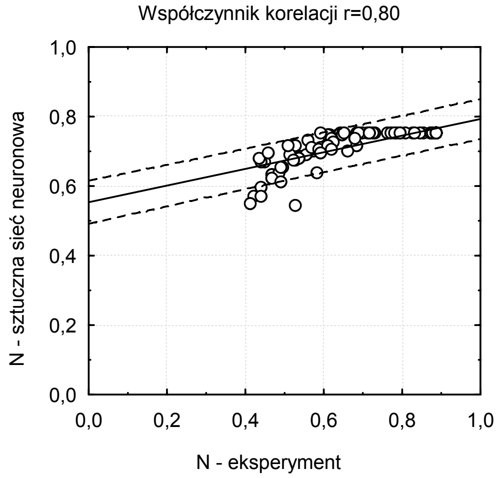


Rys. 2. Przykład wyników obliczeń sztucznej sieci neuronowej – krzywa Wöhlera dla stali 20GL

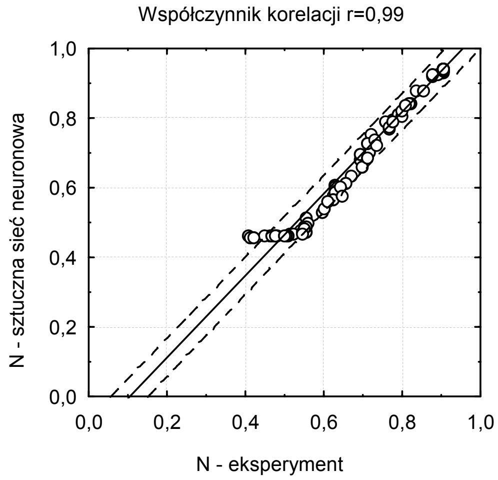
Na rysunkach 1 i 2 najbardziej prawdopodobny przebieg charakterystyki zmęczeniowej wyznaczony jako wynik obliczeń sztucznej sieci neuronowej zaznaczono czarnymi punktami. Linia ciągła stanowi aproksymację tych punktów. Załamanie się przebiegu charakterystyki dla bazowej liczby cykli wynika z przyjętego sposobu przetwarzania danych przez sztuczną sieć neuronową. Szare obszary obecne na obu wykresach reprezentują w sposób graficzny poziom wiarygodności obliczeń sztucznej sieci neuronowej. (szerszy obszar oznacza niższą wiarygodność).

Niższy poziom wiarygodności wyników uzyskanych dla stali 10 w porównaniu ze stalą 20GL można również zaobserwować poprzez porównanie wyników korelacji liniowej pomiędzy trwałością zmęczeniową określoną na drodze eksperymentalnej oraz prognozowaną przez sztuczną sieć neuronową, co przedstawiono na rysunkach 3 i 4.

Podkreślić należy, że przedstawiona powyżej skokowa zmiana jakości wyników obliczeń występuje w tym samym środowisku sztucznej sieci neuronowej, z zachowaniem procedur przygotowywania danych wejściowych do obliczeń oraz metody projekcji charakterystyk zmęczeniowych z przestrzeni cech reprezentowanej przez sztuczną sieć neuronową.



Rys. 3. Korelacja między trwałości zmęczeniową wyznaczoną eksperymentalnie oraz w środowisku sztucznej sieci neuronowej – stal 10



Rys. 4. Korelacja między trwałości zmęczeniową wyznaczoną eksperymentalnie oraz w środowisku sztucznej sieci neuronowej – stal 20GL

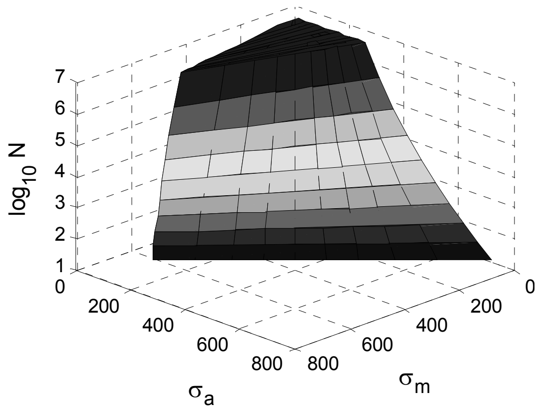
3. PROBLEMY

3.1. Źródła danych treningowych

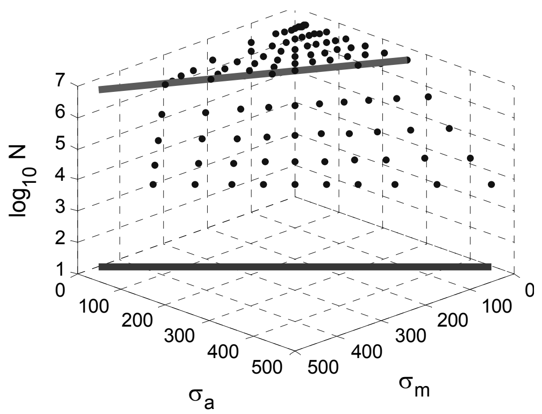
Analiza aktualnego stanu wiedzy (Bhadeshia, 1999; Bukowski i inni, 1997; Harris i Almond, 1997; Srinivasan i inni, 2003; Nowicki, 2005) wskazuje, że najlepszą metodą pozyskania zbioru wzorców jest eksperyment badawczy. Źródłem informacji na temat własności materiałów w kontekście podejmowanego problemu są ponadto normy (PN-76/H-04325, PN-93/H-84019), katalogi (Tekoma-OIW Sp. z o.o.), dostępna literatura zawierająca sprawozdania z badań (ASME, 1978, 2003) oraz wyniki badań własnych. Dla przyjętego w sztucznej sieci neuronowej sposobu przetwarzania danych konieczna ilość informacji uniemożliwia wykorzystanie wyłącznie danych eksperymentalnych, co potwierdzono w badaniach wstępnych (Nowicki i Sempruch, 2005). W związku z tym założono podział procesu uczenia sztucznej sieci neuronowej na dwa etapy, wykorzystujący niezależne zbiory wzorców treningowych.

Pierwszy zbiór wzorców treningowych służy do odtwarzania w architekturze sztucznej sieci neuronowej cech statystycznych rozmieszczenia danych o zmęczeniu materiałów w przestrzeni cech odtwarzanej w środowisku sztucznej sieci neuronowej. Rozwiązanie tak postawionego zadania wymaga dyskretyzacji przestrzeni w znacznej iczbie punktów (licznego zbioru wzorców). Proces dyskretyzacji przebiega w oparciu o zbiór danych źródłowych oraz dodatkowo z wykorzystaniem powszechnie uznanych i akceptowanych zależności zmęczeniowych. Ze względu na ograniczoną liczność zbioru danych źródłowych oraz uproszczenia obecne w zastosowanych zależnościach zmęczeniowych do modelu w sposób świadomy został wprowadzone dodatkowy błąd.

Algorytm tworzenia pierwszego zbioru wzorców treningowych bazuje na dyskretyzacji dwuparametrycznej charakterystyki zmęczeniowej, w której przyjęto liniowy przebieg linii naprężeń granicznych (podobnie jakw zależności Goodmana). Oryginalną charakterystykę dwuparametryczną zmodyfikowano, aby dla naprężeń granicznych niższych niż granica zmęczenia uzyskiwana trwałość zmęczeniowa wynosiła N_G cykli w miejsce ∞ (wymóg środowiska sztucznej sieci neuronowej) – rysunek 5. Utworzoną charakterystykę dyskretyzowano – rysunek 6.



Rys. 5. Tworzenie pierwszego zbiór treningowego – zmodyfikowana charakterystyka dwuparametryczna (przykład dla stali 45: $N_G = 4\times10^6$, $Z_G = 256$MPa, m = 12.2 dla R = -1)

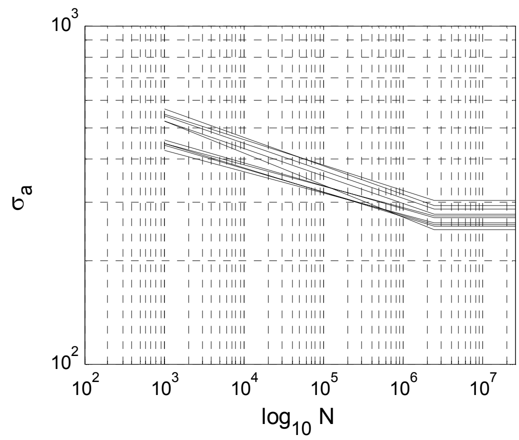


Rys. 6. Tworzenie pierwszego zbiór treningowego - dyskretyzacja powierzchni charakterystyki dwuparametrycznej (parametry jak na rysunku 5)

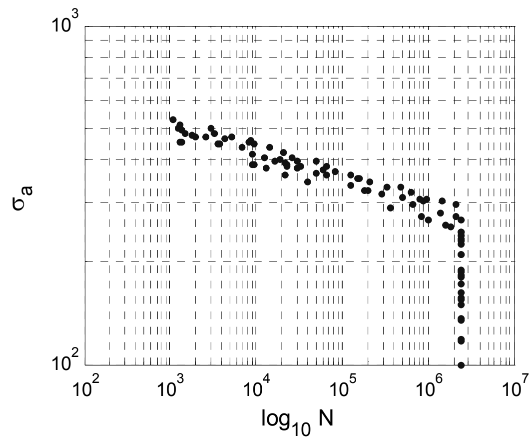
Na rysunkach 5 i 6 pokazano, że dla amplitud naprężenia cyklu bliskich R_m oraz trwałości zmęczeniowej mniejszej od 10^3 cykli nie dokonano dyskretyzacji. Linie na rysunku 6 określają: amplitudę cyklu naprężenia odpowiadającą granicy zmęczenia oraz doraźną wytrzymałość na rozciąganie R_m.

Drugi zbiór wzorców treningowych służy do zwiększenia dokładności odwzorowania struktury przestrzeni cech (douczanie). Przyjęto, że zbiór wzorców powstanie wyłącznie w oparciu o zbiór danych źródłowych. Założono również, że tworzony zbiór wzorców może w sposób niejednorodny reprezentować strukturę przestrzeni cech, co wynika z różnej ilości danych pozyskanych dla różnych materiałów i warunków badań.

Algorytm tworzenia drugiego zbioru wzorców treningowych bazuje na dyskretyzacji krzywej Wöhlera z wybranymi parametrami danymi jako rozkłady prawdopodobieństwa, co umożliwia uzyskanie rodziny krzywych – rysunek 7. Oryginalne charakterystyki modyfikowano tak, jak w przypadku algorytmu dyskretyzacji dla pierwszego zbioru wzorców. Utworzoną rodzinę charakterystyk dyskretyzowano – rysunek 8.



Rys. 7. Tworzenie drugiego zbioru treningowego – rodzina krzywych Wöhlera dla stali 45 (parametry jak na rysunku 5)



Rys. 8. Tworzenie drugiego zbioru treningowego – dyskretyzacja rodziny krzywych Wöhlera dla stali 45 (parametry jak na rysunku 5)

3.2. Przetwarzanie zbiorów wzorców

W trakcie realizacji obliczeń przez sztuczną sieć neuronową wykorzystywano zbiory wzorców w postaci przekształconej. Założono, zgodnie z zaleceniami literaturowymi (Masters, 1996), że podstawowym celem przekształcania jest domknięcie zbioru, tj.: niezależne przeskalowanie wartości wszystkich cech do przedziału <0,1>. Podkreślić należy, że zabieg ten traktuje się jako standardowy w procesie przetwarzania danych w architekturze sztucznej sieci neuronowej. Przyjęto, że domknięcie zbioru wzorców treningowych spowoduje początkowe ujednorodnienie wpływu poszczególnych cech na prognozowaną trwałość zmęczeniową. Docelowy poziom istotności poszczególnych cech zostanie odkryty w procesie uczenia sztucznej sieci neuronowej. Domknięcie zbioru wzorców powinno również skutkować ograniczeniem niepożądanej, ze względu na ryzyko pojawienia się nieprzewidywalnych błędów, zdolności sztucznej sieci neuronowej do ekstrapolacji poza obszar przestrzeni cech objęty zbiorem wzorców.

Oprócz skalowania w procedurze przekształcania zbioru wzorców zostanie zastosowane logarytmowanie cech (podobnie jak w przypadku skalowania jest to zabieg standardowy). Celem logarytmowania jest zmniejszenie skośności i kurtozy w rozkładzie prawdopodobieństwa trwałości zmęczeniowej (uzyskanie rozkładu prawdopodobieństwa zbliżonego do normalnego). Uzyskanie takiego rozkładu w sygnale wyjściowym umożliwia zastosowanie średniokwadratowej funkcji błędów dla sztucznej sieci neuronowej oraz zastosowanie szybkiej odmiany algorytmu uczenia (w miejsce metody symulacyjnej). Zastosowane przekształcenia dotyczą wszystkich zbiorów wzorców stosowanych w trakcie realizacji obliczeń przez sztuczną sieć neuronową.

W ramach prowadzonego eksperymentu przyjęto budować charakterystyki zmęczeniowe jako charakterystyki wieloparametrowe w przestrzeni N, σ_a, σ_m, R_m, HB, Z_{rc}/Z_{so}, ψ_σ. Bliższe uzasadnienie takiego wyboru znajduje się w pracy Nowickiego (2005). Dla każdego wymiaru tak wybranej przestrzeni określoną odpowiednią transformację (zależności 1 – 7). Dla trwałości zmęczeniowej odpowiednie przekształcenie jest dane w postaci:

$$N^* = \frac{\log_{10}\left(N \le N_G\right)}{\log_{10} N_{G(\max)}} \tag{1}$$

Nierówność $N \le N_G$ oznacza zaokrąglenie przez obcięcie każdej wartości N^* większej od N_G do wartości N_G. Działanie to ogranicza wartość N do 1 (w miejsce ∞) dla każdego wzorca otrzymanego dla σ_{max} mniejszego od adekwatnej granicy zmęczenia Z_G. Przekształcenia dla σ_a i σ_m mają następującą postać (możliwe jest także obcinanie przedziału względem R_e):

$$\sigma_a^* = \frac{\sigma_a}{R_{m(\max)}}, \tag{2}$$

$$\sigma_m^* = \frac{\sigma_m}{2R_{m(\max)}} + \frac{1}{2}. \tag{3}$$

Pozostałe parametry są skalowane według zależności:

$$R_m^* = \frac{R_m - R_{m(\min)}}{R_{m(\max)} - R_{m(\min)}}, \tag{4}$$

$$HB^* = \frac{HB - HB_{(\min)}}{HB_{(\max)} - HB_{(\min)}}, \tag{5}$$

$$\left(\frac{Z_{rc}}{Z_{so}}\right)^* = \frac{\left(\frac{Z_{rc}}{Z_{so}}\right) - \left(\frac{Z_{rc}}{Z_{so}}\right)_{(\min)}}{\left(\frac{Z_{rc}}{Z_{so}}\right)_{(\max)} - \left(\frac{Z_{rc}}{Z_{so}}\right)_{(\min)}}, \tag{6}$$

$$\psi_\sigma^* = \frac{\psi_\sigma - \psi_{\sigma(\min)}}{\psi_{\sigma(\max)} - \psi_{\sigma(\min)}}. \tag{7}$$

Elementy z indeksem $_{(min)}$ oraz $_{(max)}$ w wszystkich powyższych zależnościach oznaczają najmniejszą i największą wartość odpowiedniej cechy znajdującej się w bazie danych źródłowych. Symbol gwiazdki (*) umieszczony w indeksie górnym wskazuje, że dana cecha materiałowej jest reprezentowana przez wartość przeskalowaną.

3.3. Jak prowadzić trening?

W eksperymencie wykorzystano sztuczną sieć neuronową zbudowaną na bazie sztucznych neuronów o bicentralnych funkcjach aktywacji i transferu. Cechą szczególną tej sieci jest możliwość podziału procesu uczenia na etapy, o odmiennych funkcjach celu. Szczegółowy opis wykorzystanej architektury można znaleźć w pracy Nowickiego (2005).

Założony podział wzorców na dwa niezależne zbiory o różnym przeznaczeniu powoduje podział procesu uczenia na dwa niezależne cykle. Zakłada się, że rezultatem pierwszego cyklu uczenia powinna być sztuczna sieć neuronowa zdolna do odtwarzania zależności, które były podstawą generowania wzorców pierwszego zbioru treningowego. W drugim cyklu procesu uczenia spodziewane jest usunięcie z sieci uproszczeń i błędów wprowadzonych przez analitycznie utworzone wzorce pierwszego zbioru treningowego poprzez zastosowanie wzorców pochodzących bezpośrednio z badań eksperymentalnych. Przyjmuje się, że drugi cykl uczenia może być powtarzany wraz z pojawianiem się nowych wzorców. Założono, że zarówno pierwszy, jak i drugi cykl treningowy będzie wykorzystywał ten sam algorytm treningowy. Założono jednocześnie, że parametry sztucznej sieci neuronowej uzyskane na końcu pierwszego cyklu uczenia stanowią punkt startu dla cyklu drugiego. Parametry początkowe są ustalane w takcie inicjalizacji sztucznej sieci neuronowej.

Niezależnie od podziału procesu uczenia na dwa cykle, przyjęto podział każdego cyklu na dalsze dwa, różne ze względu na oczekiwane wyniki, etapy. Jako cel pierwszego z nich określono wyznaczenie liczby neuronów ukrytych oraz ich parametrów, co w prezentowanej idei odpowiada określeniu liczby i położenia atraktorów oraz kształtu ich pól receptorowych. Założono, że celem etapu drugiego jest wyznaczenie optymalnych wartości wag połączeń warstwy wyjściowej oraz hiperparametrów sztucznej sieci neuronowej, co w prezentowanej idei odpowiada określeniu optymalnej metody projekcji sygnału wyjściowego oraz określeniu wiarygodności uzyskiwanego wyniku. Ze względu na różnicę celów, każdemu etapowi procesu uczenia odpowiada niezależny algorytm treningowy.

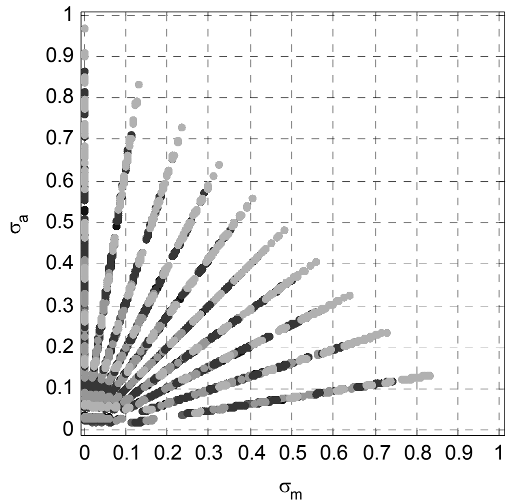
3.4. Kontrola proces uczenia

Wynikiem wieloetapowego procesu uczenia było uzyskanie sztucznej sieci neuronowej o architekturze, na którą składa się: sześć węzłów wejściowych, jeden neuron wyjściowy (wynika to z przyjętego modelu uogólniania charakterystyki zmęczeniowej) oraz 490 neuronów ukrytych (atraktorów). Początkowa liczba neuronów ukrytych wynikająca z procedury inicjalizacji sztucznej sieci neuronowej wynosiła 58100.

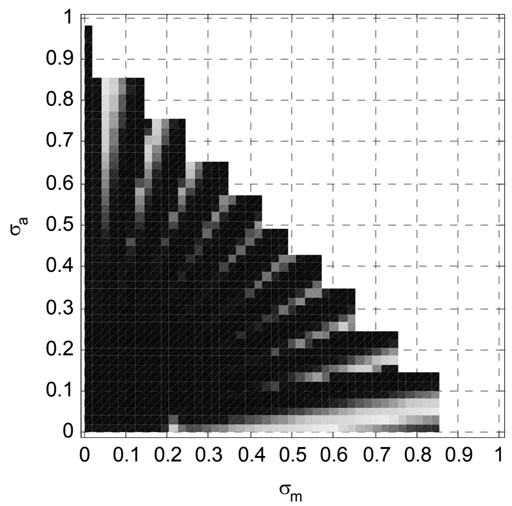
W trakcie każdego etapu treningu analizowano podstawowe parametry statystyczne sygnału wyjściowego w ujęciu globalnym dla każdego z wykorzystywanych zbiorów wzorców. Analizowanymi parametrami były: błąd średniokwadratowy sygnału wyjściowego jako miara statystycznego obciążenia sygnału wyjściowego sztucznej sieci neuronowej (prognozowanej trwałości zmęczeniowej), odchylenie standardowe sygnału wyjściowego jako miara rozrzutu wyników (również parametr stopnia złożoności sztucznej sieci neuronowej) oraz współczynnik *r* korelacji liniowej zbioru wzorców i wyników obliczeń sztucznej sieci neuronowej.

Po zakończeniu pierwszego etapu procedury treningowej badano strukturę przestrzeni cech wytworzoną w środowisku sztucznej sieci neuronowej. W tym celu porównano konfigurację przestrzenną zbioru wzorców treningowych (pierwszego) oraz przestrzeni cech. Konfiguracje pierwszego zbioru wzorców treningowych dla przykładowej kombinacji dwóch wymiarów w przestrzeni cech oraz odpowidającą im konfigurację wartości funkcji podobieństwa (wartości funkcji aktywacji neuronów ukrytych sztucznej sieci neuronowej) zawierają rysunki 9 oraz 10. Przyjęty sposób rzutowania odpowiada stosowanym w statystyce wykresom rozrzutów wielowymiarowych.

Ocena wizualna rysunków pozwala na stwierdzenie, że proces uczenia doprowadził do odtworzenia i uciąglenia struktury przestrzeni cech w środowisku sztucznej sieci neuronowej.

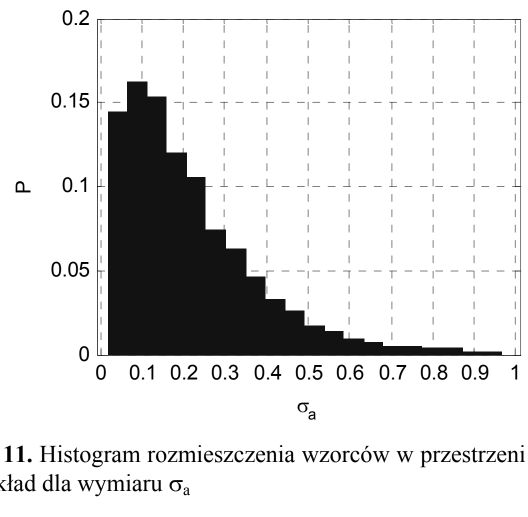


Rys. 9. Konfiguracja pierwszego zbioru wzorców w przestrzeni cech dla kombinacji wymiarów σ_m - σ_a

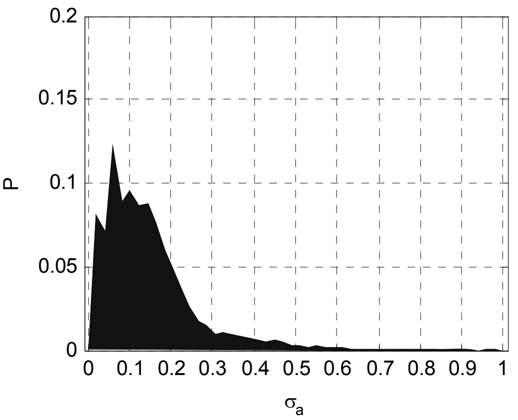


Rys. 10. Konfiguracja przestrzeni cech w środowisku sztucznej sieci neuronowej dla kombinacji wymiarów σ_m - σ_a

Dalszą analizę struktury przestrzeni cech ułatwiają histogramy rozmieszczenia wzorców w przestrzeni cech – rysunek 11 oraz skumulowanej wartości funkcji podobieństwa neuronów ukrytych – rysunek 12.

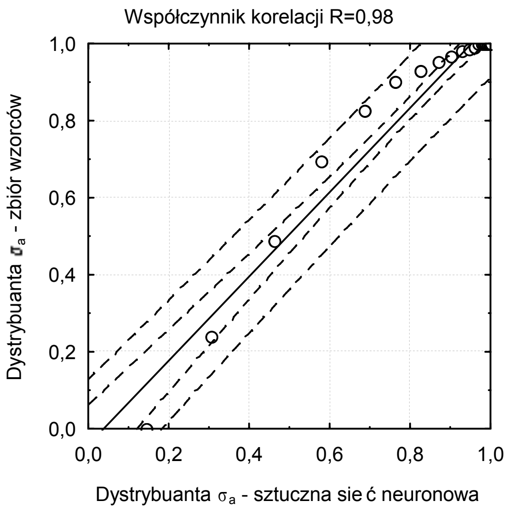


Rys. 11. Histogram rozmieszczenia wzorców w przestrzeni cech – przykład dla wymiaru σ_a

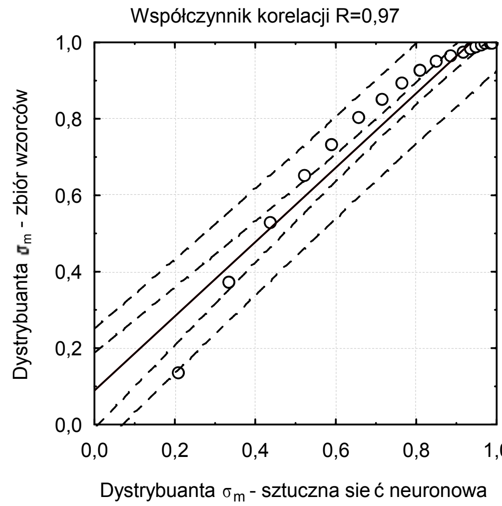


Rys. 12. Histogram skumulowanej wartości funkcji podobieństwa neuronów ukrytych – przykład dla wymiaru σ_a

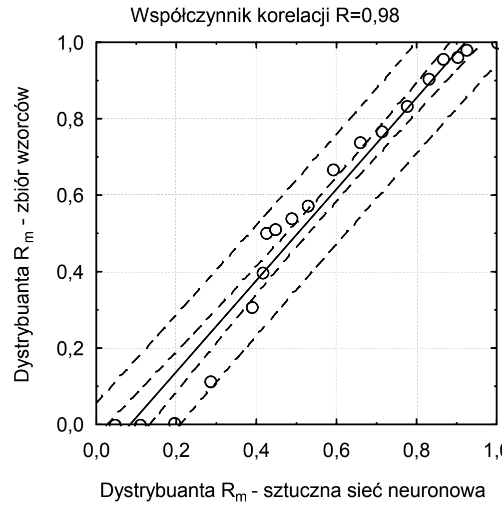
Ilościowe porównanie uzyskanej struktury umożliwiają wykresy i współczynniki korelacji liniowej pomiędzy dystrybuantą rozkładu prawdopodobieństwa rozmieszczenia pierwszego zbioru wzorców treningowych w poszczególnych wymiarach przestrzeni cech oraz dystrybuantą rozkładu prawdopodobieństwa skumulowanej wartości funkcji podobieństwa w środowisku sztucznej sieci neuronowej, które przedstawiono na rysunkach 13 – 18. Na wykresach korelacji zaznaczono linią przerywaną 95%-towe przedziały ufności dla średniej oraz dla rozrzutu pojedynczych danych.



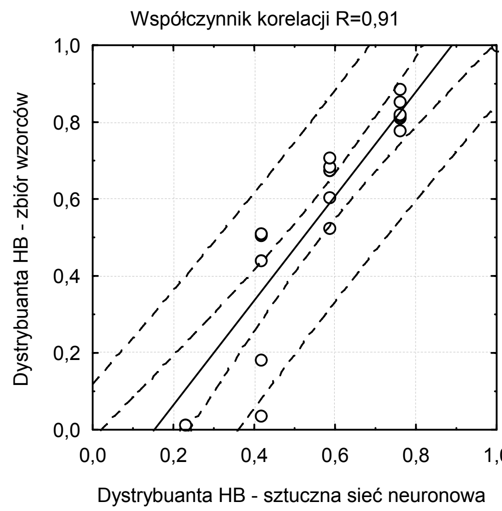
Rys. 13. Wykres korelacji liniowej dystrybuant pierwszego zbioru wzorców treningowych i skumulowanej wartości funkcji podobieństwa dla wymiaru σ_a



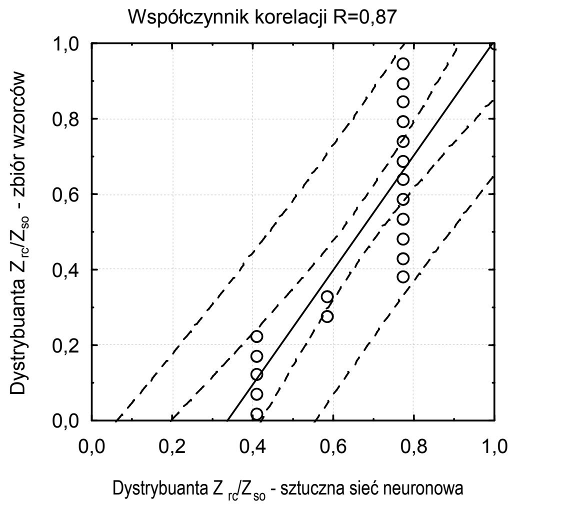
Rys. 14. Wykres korelacji liniowej dystrybuant pierwszego zbioru wzorców treningowych i skumulowanej wartości funkcji podobieństwa dla wymiaru σ_m



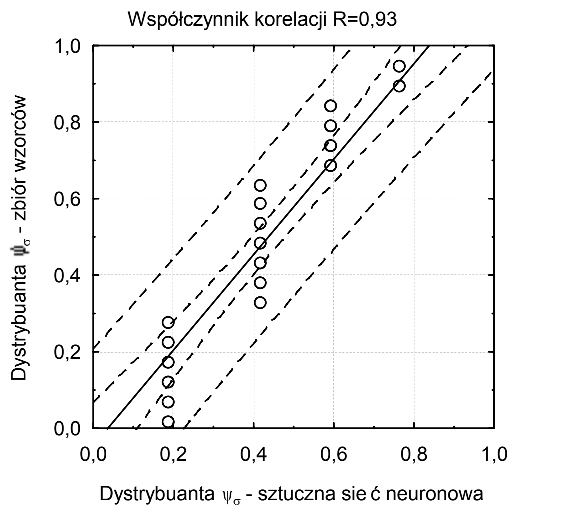
Rys. 15. Wykres korelacji liniowej dystrybuant pierwszego zbioru wzorców treningowych i skumulowanej wartości funkcji podobieństwa dla wymiaru R_m



Rys. 16. Wykres korelacji liniowej dystrybuant pierwszego zbioru wzorców treningowych i skumulowanej wartości funkcji podobieństwa dla wymiaru HB



Rys. 17. Wykres korelacji liniowej dystrybuant pierwszego zbioru wzorców treningowych i skumulowanej wartości funkcji podobieństwa dla wymiaru Z_{rc}/Z_{so}

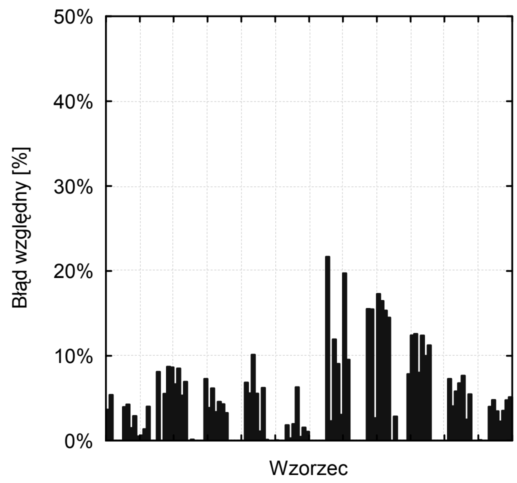


Rys. 18. Wykres korelacji liniowej dystrybuant pierwszego zbioru wzorców treningowych i skumulowanej wartości funkcji podobieństwa dla wymiaru ψ_σ

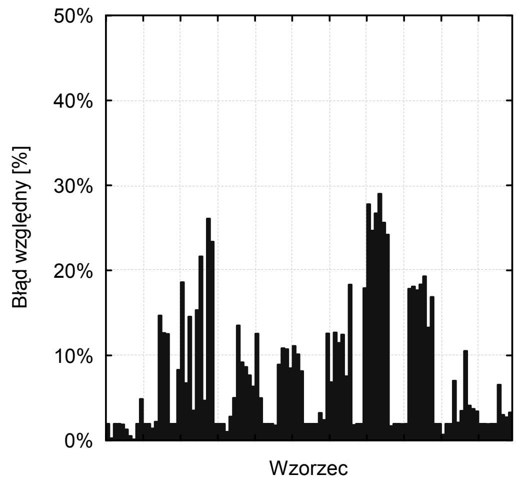
Analiza wykresów wskazuje na wysoką zgodność rozkładów prawdopodobieństwa dla wymiarów σ_a, σ_m oraz R_m oraz brak korelacji (ze względu na postać wykresu, a nie wartość współczynnika r) dla pozostałych wymiarów.

Wyniki oceny procesu uczenia sztucznej sieci neuronowej uzupełniają wykresy wartości błędu względnego prognozy trwałości zmęczeniowej dla przeskalowanych wzorców pochodzących z drugiego zbioru treningowego – rysunek 19 oraz zbioru walidacyjnego – rysunek 20. Wzorce zostały tak zgrupowane, aby dotyczyły pojedynczego materiału z przykładowej grupy.

Analiza rysunków 198 i 20 wskazuje, że podobnie jak w przypadku badań wstępnych występuje skokowy wzrost wartości błędu dla niektórych wzorców w obrębie pojedynczego materiału, co potwierdza słuszność decyzji o zaimplementowaniu w sztucznej sieci neuronowej mechanizmu oceny wiarygodności wyników obliczeń.



Rys. 19. Wykresy wartości błędów względnych dla drugiego zbioru treningowego na wyjściu sztucznej sieci neuronowej w odniesieniu do stali 15



Rys. 20. Wykresy wartości błędów względnych dla zbioru walidacyjnego na wyjściu sztucznej sieci neuronowej w odniesieniu do stali 40

Po zakończeniu procesu uczenia dokonano oceny rzeczywistej istotności wpływu poszczególnych sygnałów wejściowych na wartość błędu sygnału wyjściowego (prognozowanej trwałości zmęczeniowej). Realizacja oceny istotności polega na usuwaniu fragmentów architektury sztucznej sieci neuronowej związanych z przetwarzaniem kolejnych sygnałów wejściowych. Po uniemożliwieniu sztucznej sieci neuronowej przetwarzania jednego z sygnałów wejściowych, dla połączonych zbiorów wzorców wyznaczana jest wartość błędu średniokwadratowego w sygnale wyjściowym. Wyznaczony na tej podstawie współczynnik wzrostu wartości błędu określa krotność, o jaką wzrośnie błąd po usunięciu konkretnego sygnału wejściowego. Na podstawie wartości tego współczynnika określany jest tzw. ranking istotności określający rangę, jaką należy przypisać każdemu z sygnałów wejściowych dla danej architektury sztucznej sieci neuronowej.

4. WNIOSKI KOŃCOWE

1. Dla sieci o radialnych funkcjach bazowych celowym jest realizowanie procesu treningu w rozdzielonych etapach:
   - etap I cechuje się wykorzystaniem zbioru wzorców bazującego częściowo na danych pochodzących z uznanych zależności zmęczeniowych i polega na wstępnej konfiguracji środowiska sztucznej sieci neuronowej,
   - etap II polega na „douczeniu" sieci z wykorzystaniem zbioru wzorców zbudowanego wyłącznie o dane eksperymentalne.
2. Wskazany we wniosku pierwszym etap I jest „konserwatywny" – uzyskana struktura jest cechą stałą sieci. W związku z powyższym należy odpowiednio dużo uwagi poświęcić przygotowaniu zbioru treningowego.
3. Etap II może być kontynuowany w trakcie eksploatacji sieci, co jest ogromnym plusem prezentowanego pomysłu.
4. Trening sieci w etapie I powinien uwzględniać następujące zalecenia:
   - możliwie szeroki zbiór danych źródłowych,
   - konieczność domykania zbioru wzorców (zapis wielkości w postaci względnej standaryzowanej do przedziału <0,1>),
   - modyfikacja skośności i kurtozy zbioru (rozkład każdej wielkości obecnej w zbiorze powinien jak najlepiej odpowiadać rozkładowi normalnemu).
5. W opracowaniu zwraca się także uwagę na konieczność statystycznego uwarunkowania błędów obliczeń skonfigurowanej sztucznej sieci neuronowej.

LITERATURA

1. **American Society for Metals** (2003), *Atlas of fatigue curves*, Edited by Boyer H.E.
2. **American Society for Metals** (1978), *Metals Handbook*.
3. **Bhadeshia H.K.D.H.** (1999), Neural networks in material science, *Iron and Steel Institute of Japan International*, Vol. 39, 966-979.
4. **Bukowski L., Artymiak P., Feliks J.** (1997), Forecasting of durability of machine components using artificial neural network, *Third Conference on Neural Networks and Their Applications*, 430-435.
5. **Harris B., Almond D.P.** (1997), Neural network analysis for prediction of the fatigue lives of fibre-composite materials, *EPSRC Research Grant no. GR/J72721*.
6. **Masters T.** (1996), *Sieci neuronowe w praktyce*, WNT.
7. **Nowicki K.** (2004) Katalog własności zmęczeniowych z wykresami, *Matlab Toolbox*.
8. **Nowicki K.** (2005), *Sztuczna sieć neuronowa jako środowisko uogólnienia podstawowych charakterystyk zmęczeniowych*, Praca doktorska, Akademia Techniczno – Rolnicza w Bydgoszczy.
9. **Nowicki K., Sempruch J.** (2005), Sztuczna sieć neuronowa jako środowisko uogólnienia podstawowej charakterystyki zmęczeniowej, *III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, 497-512.
10. **PN-76/H-04325,** *Badanie metali na zmęczenie, Pojęcia podstawowe i ogólne wytyczne przygotowania próbek oraz przeprowadzenia prób*.
11. **PN-93/H-84019,** *Stal niestopowa do utwardzania powierzchniowego i ulepszania cieplnego*
12. **Sempruch J., Nowicki K.** (2006), Wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej w środowisku sztucznej sieci neuronowej. Zmęczenie i mechanika pękania, *XXI Sympozjum nt. Zmęczenie Materiałów i Konstrukcji*, 319-324.
13. **Srinivasan V.S., Valsan M., Bhanu Sankara Rao K., Mannan S.L., Raj B.** (2003), Low cycle fatigue and creep-fatigue interaction behavior of 316L(N) stainless steel and life prediction by artificial neural network approach, *International Journal of Fatigue*, Vol. 50, s. 1327-1338.
14. **Tekoma-OIW Sp. z o.o.** *Bazy Danych o Materiałach, System STALE*.

PROBLEMS IN TRAINING PROCESS OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORK USED TO MODELING OF FATIGUE CURVES

Abstract: Prior projects realized by authors proved the rationality of using of the neural network environment to the accumulation and processing of the fatigue data. The existing literature in short supply touches practical implementation of neural network to the fatigue problems. Among others problems with the practical implementation and utilization of neural networks exists the problem of the neural network training. This one is main subject of the elaboration. In this paper authors present sequence of decisions accepted for the realization of the numeric experiment and quote illustrative examples of obtained results into the trace of these decisions.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego „promotorskiego" nr 5T07B03625 finansowanego ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

STATIC AND CYCLIC STRENGTH OF A CRACKED BODY WHICH STRENGTHENED BY INJECTION TECHNOLOGIES

Volodymyr PANASYUK*, Viktor SYLOVANYUK*, Valerii MARUKHA**

* Karpenko Phisico – Mechanical Institute of the National Academy of Science of Ukraine, Naukova St., 5, 79601 Lviv
** State Enterprise "Engineering Center (Techno-Resurs)" National Academy of Science of Ukraine, Naukova St., 5, 79601 Lviv

panasyuk@ipm.lviv.ua, sylovan@ipm.lviv.ua

Abstract: Using the modern concepts of fracture mechanics, the injection processes of crack-shaped defects in structural elements in different service conditions are modeled. The corresponding calculations, on the bases of which the degree of hardening of the damaget structures by the injection technologies and parameters, which influence their efficiency, have been perfomed. The ways of optimization of injection technology of the damaged structural elements are established.

1. INTRODUCTION

In this paper a possibility of renewing the serviceability of structural elements, damaged by cracks, by using injection of the zones with defects, has been substantiated.

In practice there are technologies of healing of the cracked materials by introducing certain liquid materials in a crack, which can bind with the basic material during hardening (crystallization, polymerization, etc.). As a result the material is strengthened and can bear service loading. A degree of the elements bearing strength and their residual life depends on many factors, in particular, on adhesion strength of materials interface, correlation between elastic properties of materials, geometry of defects, strength of the injection material (instant and long – term), its hardening parameters (increase or decrease of a volume) and on many other.

Let us evaluate the strength, residual life and influence of basic parameters on the injection efficiency using, as an example the Griffith problem – a model of a body with a crack.

2. STATIC STRENGTH OF A BODY WITH A FILLED CRACK

According to the concepts of fracture mechanics, strength and integrity of structures and their loss are related with the presence of cracks and their growth in the material. A Griffith problem about strength of a plate with a crack is a classical example of such an approach (Fig. 1). It has been found that the strength of a body with a crack, calculated within the frames of energy (Griffith, 1920) and force (Irwin, 1957) approaches, is determined by the dependence:

$$\sigma_c = \sqrt{2\gamma E / \pi l} = \frac{K_C}{\sqrt{\pi l}} \tag{1}$$

Here γ is specific energy of fracture, E is Young's modulus, K_C is critical stress intensity factor.

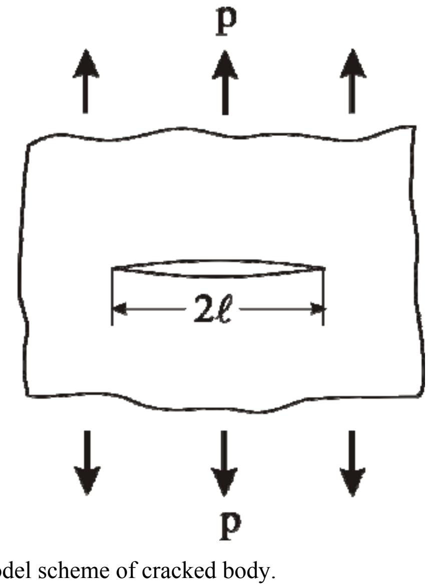


Fig. 1. Model scheme of cracked body.

Let us establish the character of the change of a cracked plate strength, if the crack is filled with the injection material. By using the solution of the problem about a thin inclusion in a plate (Panasyuk et al., 1986) for stresses in an inclusion the following expression is found:

$$\sigma = \frac{p\left(1+2\beta\right)\varepsilon}{1+2\beta\varepsilon}, \tag{2}$$

where $\varepsilon=E_1/E\leq1$; $\beta=l/c>>1$; l,c, are semi – axes of an elliptical cavity, E_1 is Young's modulus of the injection material. The stress intensity factor for a filled crack is written as:

$$K_1 = \frac{p\sqrt{\pi l}\left(1-\varepsilon\right)}{1+2\beta\varepsilon}\ . \tag{3}$$

Correlations (2), (3) allow us the establishment of the strength of a plate with a filled crack.

Let $\sigma_в^*$, be the ultimate strength of the injected material. Since, according to (2) the injection material is in the homogeneous uniaxial tension stress state, then by the theory of strength of maximum stresses, external loading at which fracture of the filled material occurs, is:

$$p_c^* = \frac{\sigma_в^*\left(1+2\beta\varepsilon\right)}{\left(1+2\beta\right)\varepsilon}\,. \tag{4}$$

On the basis of expression (3) and a critical condition of crack propagation $K_1(p_c,l)=K_C$, establish loading at which the growth of the injected crack is possible:

$$p_c = \frac{K_C\left(1+2\beta\varepsilon\right)}{\sqrt{\pi l}\left(1-\varepsilon\right)}\,. \tag{5}$$

It is clear that the process of injection, as a method of strengthening of a cracked structural material is reasonable only under condition that the injection material will not fracture until the stresses loading values will reach the strength of a cracked plate $\sigma_c = K_C/\sqrt{\pi l}$.
It proceeds from (4) that this condition will be satisfied if

$$\sigma_в^* > \frac{K_C\varepsilon\left(1+2\beta\right)}{\sqrt{\pi l}\left(1+2\beta\varepsilon\right)}\,. \tag{6}$$

The choice of the injection material is optimal if the material does not fracture earlier than the basic material, i.e:

$$p_c^* > p_c$$

Thus, taking into account correlations (4), (5) evaluate the required strength of the injected material

$$\sigma_в^* > \frac{K_{ICi}\varepsilon\left(1+2\beta\right)}{\sqrt{\pi l}\left(1-\varepsilon\right)} \tag{7}$$

Under such condition the strength of a plate with a filled crack (a crack is filled) is determined by dependence (5), i.e $\sigma_c^*=p_c$.

To verify dependence (5), experimental investigations of such materials as concrete (basic material) and polyurethane (injection material) have been performed. A testing chart is presented in Fig. 2.

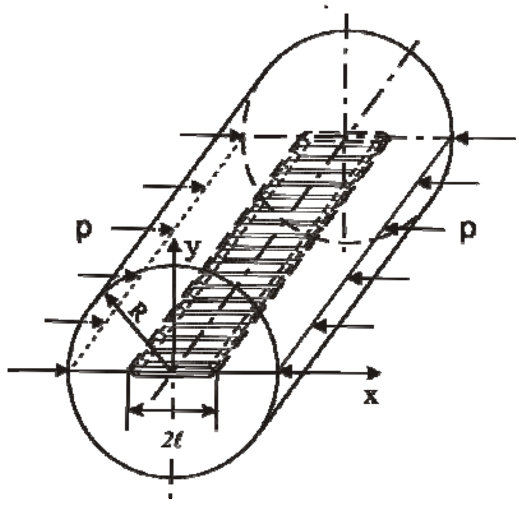


Fig. 2. Scheme of loading of cylinder specimen with a crack

The stress intensity factor for a loaded disc with a crack is found by Yarema and Krestin (1966):

$$K_1 = \frac{P}{R}\sqrt{\frac{l}{\pi}}\left[1+\frac{3}{2}\lambda^2+\frac{3}{4}\lambda^6+O\left(\lambda^8\right)\right], \tag{8}$$

here $O(\lambda^8)$ is a small value of an order of λ^8 , $\lambda=l/R$.

It is clear that when $l/R\leq0.25$ the influence of a free surface of a disc on K_I can be neglected and with an error not exceeding 10%, the value of K, for a disc with a crack can be obtained from the solution of the Griffith problem:

$$K_1 = p\sqrt{\pi l}, \quad p = P/\pi R\,. \tag{9}$$

It can be proved that under condition $l/R\leq0.25$, expression (3) gives the value of SIF for a filled crack in a disc. In this case equation (5) gives the value of a ultimate load for a cracked disc with the same approximation. The presented data and our considerations allow us to compare theoretical (5) and experimental (obtained according to the chart in Fig. 2) results. In Fig. 3 circles represent experimental data, solid lines – theoretical prediction of the strengthening effect.

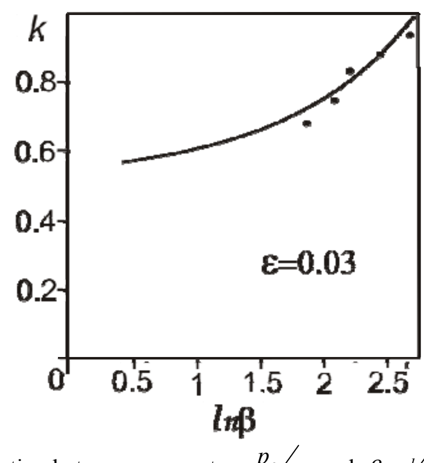


Fig. 3. Relation between parameters p_c/σ_c and $\beta = 1/c$

As one can see experimental and theoretical data agree well thus testifying to the possibility of application of such calculational models to evaluation of residual instant strength of structural elements with a "healed crack".

3. A WEDGING EFFECT DURING INJECTION

A very undesirable effect (from the viewpoint of structural integrity), that can assist the injection is wedging of a crack by an injection mixture. Supplied to the crack under pressure, the injection mixture exercises a pressure on the crack surfaces. Together with external forces this can cause crack length increment.

Let a defect, loaded by p_0, is filled with injection material, that during hardening has elastic characteristics E, ν, and exercises a pressure on the crack surface with, in general, unknown intensity p. The value of p is determined by two components: a) hydrostatic pressure p_1, of the liquid injection material supply, b) pressure p_2, arising due to the change of material volume during hardening; $p=p_1+p_2$.

The first component p_1 is known. The second is evaluated when solving the corresponding problem of mechanics. Let, when the counter action, (of basic material) is absent the injection material of volume V_0 in a liquid state during hardening occupy some volume $V_1=\alpha\ V_0$. As a result of crack surfaces counteraction and deformations related with that a contact surface of materials is established which corresponds to volume V_2 of the deformed injection material.

Stresses in the injected material, arising due to counteraction of the basic material can be approximately presented as:

$$p_2 = E_*\left(\frac{u_0+u_1+u_2}{h}-1\right). \tag{10}$$

Here u_0, u_1, u_2 are crack edges displacement caused by forces p_0, p_1, p_2 respectively:

$$h = c\sqrt{1-x^2/l^2}, \qquad c=\frac{V_1}{\pi l t}=\frac{\alpha l\left(p_0+p_1\right)}{E},$$

t is a plate thickness.

Displacements of the crack surface u_0, u are known, in particular

$$u_0=\frac{p_0}{E}\sqrt{l^2-x^2}, \quad u_1=\frac{p_1}{E}\sqrt{l^2-x^2},$$

and u_2 is obtained from the solution of the integral equation:

$$\int_{-l}^{l}\frac{u_2'}{t-x}dt-\frac{2\pi E_*\left(1-\nu\right)u_2}{E\left(1+\nu\right)h}= \\ =\frac{2\pi\left(1-\nu\right)E_*}{E\left(1+\nu\right)}\left(\frac{\left(p_0+p_1\right)\beta}{E}-1\right), \tag{11}$$

An exact solution is written as:

$$u_2=\frac{\varepsilon'\left(E-\left(p_0+p_1\right)\beta\right)}{E\left(1+\beta\varepsilon'\right)}\sqrt{l^2-x^2} \tag{12}$$

Thus, on the basis of the above presented, we can write an expression for calculation of the total stress intensity factor due to the action of all factors for a filled crack

$$K_1=\sqrt{\pi l}\,\frac{\left(p_0+p_1+\varepsilon'\left(E-\left(p_0+p_1\right)\beta\right)\right)}{1+\beta\varepsilon'}. \tag{13}$$

From the condition $K_I<K_C$ determine the pressure p_1 of the injection mixture supply, at which a crack will not increase

$$p_1<\frac{K_{IC}\left(1+\beta\varepsilon'\right)}{\sqrt{\pi l}}-p_0-\varepsilon' E \tag{14}$$

When the conditions of external loading p_0 and technological pressure of a mixture supply p_1 are set than from inequality $K_I<K_C$ the parameters of rigidity of the hardened injection material at which no crack length increment occurs are found:

$$\varepsilon'<\frac{\left(p_0+p_1\right)\sqrt{\pi l}-K_{IC}}{E\sqrt{\pi l}-\beta K_{IC}}.$$

4. INJECTED CRACKS UNDER CYCLIC LOADING

Let us establish the influence of injection on fatigue crack growth. Consider a plate with a crack, subjected to cyclic loadings under tension, which change from p_{min} to p_{max}. Establish the injection parameters at which fatigue crack stops. We will use a correction that describes a kinetic diagram of fatigue crack growth for this purpose (Yarema and Mikitishin, 1975)

$$\frac{dl}{dN}=v_0\left(\frac{\Delta K-\Delta K_{th}}{\Delta K_{fc}-\Delta K}\right)^n \tag{15}$$

where v_0, n_1, ΔK_{th}, ΔK_{fc} - are material constants.

The stress intensing factor range in the case of non-filled ΔK and filled cracks ΔK^* is calculated from expressions:

$$\Delta K=\left(p_{\max}-p_{\min}\right)\sqrt{\pi l}$$

$$\Delta K^*=\frac{\left(p_{\max}-p_{\min}\right)\sqrt{\pi l}\left(1-\varepsilon\right)}{1+2\beta\varepsilon} \tag{16}$$

It proceeds from (15), (16) that fatigue crack due to injection will not propagate in the material, if:

$$\Delta K^*\le\Delta K_{th}$$

or

$$\frac{\left(p_{\max}-p_{\min}\right)\sqrt{\pi l}\left(1-\varepsilon\right)}{1+2\beta\varepsilon}\le\Delta K_{th} \tag{17}$$

So, the rigidity of a filler ε is insufficient to stop fatigue crack propagation.

$$\varepsilon \geq \frac{(p_{\max} - p_{\min})\sqrt{\pi l} - \Delta K_{th}}{(p_{\max} - p_{\min})\sqrt{\pi l} + 2\beta \Delta K_{th}} \qquad (18)$$

5. SUMMARY AND CONCLUSIONS

By analyzing the problems related with crack injection, we have found that main parameters that have an influence on renewal of the structure carrying ability are the defect geometry (a crack) and a relative rigidity of the injection material.

It is evident that adhesion strength of the surface of materials interface is very important for injection efficiency.

In this paper it was considered that the adhesion strength is sufficient, i.e. not less than the strength of the injection material. However, a more detailed analysis is necessary to study the influence of adhesion in order to understand properly the phenomenon of crack "healing" as a result of the injection technologies application. Both experimental and theoretical investigations are needed. From the practical point view, the wedging effect in a body during injection and compression stresses relaxation in the injected material require a special attention, since under certain conditions these phenomena can be very important for this process.

One more important issue of investigations is account of plastic deformations at the crack fronts. This is especially important for considering cyclic character of external loading.

Some more problems which are worth investigating consider a quantitative analysis of the defects interaction during injection, the influence of a body free surface, transition from a plane model to 3-Δ model, etc.

REFERENCES

1. **Griffith A.A.** (1920), The phenomenon of rupture and flow in solids, *Phil. Trans. Roy. Society. Ser. A.* №221, 163-198.
2. **Irwin G.R.** (1957) Analysis of stresses and strain near the end of crack traversing a plate, *Journal of Appl. Mech.*, 24, №3.
3. **Panasyuk V. V., Stadnyk M. M., Sylovanyuk V. P.** (1986), *Kontsentratsiya napryazhenij v trehmernyx telah s tonkimi vklyucheniyami*, Kiev: Nauk. Dumka.
4. **Yarema S. Ya., Krestin G. S.** (1966) Opredelenie modulya stsepleniya hrupkih materialov putem ispytaniya diskov s treschinami na szhatie. – *Fiz. Chim. Mech. Mater*, №1, 10-14.
5. **Yarema S. Ya., Mikitishin S. I.** (1975) Analiticheskoe opisanie diagrammy ustalostnogo razrusheniya materialov. – *Fiz. Chim. Mech. Mater*, №5, 47-54.

STATYCZNA I CYKLICZNA WYTRZYMAŁOŚĆ PĘKNIĘTEGO CIAŁA UMOCNIONEGO ZA POMOCĄ TECHNOLOGII WTRYSKIWANIA

Streszczenie: Zamodelowana, przy użyciu nowoczesnych koncepcji mechaniki pękania, procesy wtryskiwania defektów w kształcie szczeliny do konstrukcyjnych elementów dla różnych warunków pracy. Przedstawiono odpowiednie obliczenia na podstawie których otrzymano stopień utwardzania elementów uszkodzonych w wyniku procesów wtryskiwania. Ustalono sposoby optymalizacji technologii wtryskiwania elementów konstrukcyjnych z uszkodzeniami.

ZAGADNIENIE SZCZELINY PROSTOPADŁEJ DO UWARSTWIENIA W LAMINATOWEJ PRZESTRZENI SPRĘŻYSTEJ O STRUKTURZE PERIODYCZNEJ

Dariusz M. PERKOWSKI[*], **Stanisław J. MATYSIAK**[*]

[*] Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

dmperkowski@doktoranci.pb.edu.pl

Streszczenie: Rozpatrzono przestrzeń będącą sprężystym kompozytem warstwowym o strukturze periodycznej osłabioną szczeliną prostopadłą do uwarstwienia. Zagadnienie zostało rozwiązane w ramach modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi (Woźniak (1987), Matysiak i Woźniak (1987)). Do analizy zastosowano metodę transformacji całkowych i dualnych równań całkowych. Otrzymano rozkład przemieszczeń i naprężeń oraz współczynniki intensywności naprężeń. Zbadano wpływ własności mechanicznych oraz geometrycznych kompozytu na rozkład współczynnika intensywności naprężeń.

1. WPROWADZENIE

Modelowanie ośrodków warstwowych o strukturze periodycznej za pomocą klasycznego opisu teorii sprężystości prowadzi do układu równań cząstkowych z silnie oscylującymi współczynnikami, co stwarza komplikacje obliczeniowe. Jednym ze sposobów uproszczenia problemu jest zastosowanie modeli przybliżonych, np. Achenbach (1975), Bakhalov i Panasenko (1984), Bensoussan i inni. (1978), Christensen (1980), Pobedria (1984), Sanchez-Palenica (1980), Woźniak (1987), Matysiak i Woźniak (1987). Model homogenizowany z parametrami mikrolokalnymi, zaproponowany przez Woźniaka a potem zaadoptowany przez Matysiaka i Woźniaka do modelowania kompozytów warstwowych o strukturze periodycznej, był bardzo często stosowany w rozwiązywaniu wielu zagadnieniach kontaktowych, szczelin, przewodnictwa ciepła itd. (patrz. prace Kaczyński (1994), Kaczyński i Matysiak (1989), (2003), Matysiak i Pauk (1995). Podejście to polegające na opisie niejednorodnego ośrodka warstwowego modelem homogenizowanym (jednorodnym), a więc układem równań cząstkowych o stałych współczynnikach. Pozwala on na zbadanie wpływu struktury warstwowej, a jednocześnie w ramach tego modelu spełnione zostały warunki ciągłości na powierzchniach łączących różne składniki kompozytu. Stosowalność modelu homogenizowanego została omówiona w pracach Kulczyckiego i Matysiaka (2005a i b), Kulczyckiego i innych (2007). W pracach tych porównano wyniki obliczeń otrzymane za pomocą modelu homogenizowanego oraz klasycznego opisu teorii termosprężystości wskazując na bardzo dobrą ich zgodność.

W niniejszej pracy przedstawiono zagadnienie szczeliny prostopadłej do uwarstwienia w kompozycie warstwowym o strukturze periodycznej. Sformułowane zagadnienie rozwiązano w ramach modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi. Zastosowano uśredniony warunek brzegowy (patrz. Perkowski i inni (2007)) pozwalający na obliczenie rozkładów naprężeń w otoczeniu wierzchołka szczeliny oraz współczynnika intensywności naprężeń.

Praca stanowi kontynuację rozważań zawartych w pracy Pusza (1992), gdzie rozpatrzono szczelinę prostopadłą do uwarstwienia, zawartą tylko w jednej warstwie będącej składnikiem kompozytu.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

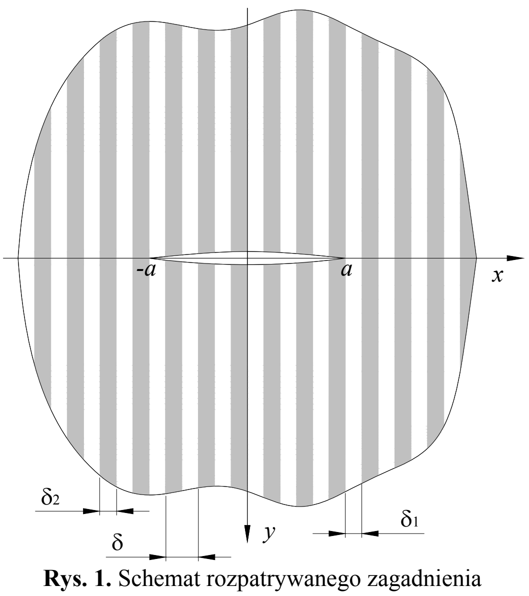
Niech a będzie połową długości szczeliny zorientowanej prostopadle do uwarstwienia (patrz. Rys. 1). Przestrzeń kompozytowa składa się z dwuskładnikowych lamin powtarzających się periodycznie o grubościach δ_1 i δ_2, $\delta = \delta_1 + \delta_2$. Niech λ_j, μ_j, j=1, 2 będą stałymi Lame'go charakteryzującymi właściwości mechaniczne lamin. Układ współrzędnych i położenie szczeliny przedstawiono na Rys. 1.

Korzystając z podejścia do zagadnień szczelin zaproponowanego przez Sneddona (1966) i symetrii zagadnienia względem Ox zapiszemy mieszane warunki brzegowe rozpatrując półpłaszczyznę y>0:

$$\begin{aligned} &\sigma_{xy}(x,0) = 0, \quad |x| \ge 0, \\ &\sigma_{yy}^{(j)}(x,0) = -f(x), \quad |x| < a, \\ &V(x,0) = 0, \quad |x| > a, \end{aligned} \tag{1a}$$

w nieskończoności natomiast przyjmujemy, że

$$\sigma_{xx}^{(j)}, \sigma_{xy}^{(j)}, \sigma_{yy}^{(j)} \to 0 \ \text{ dla } \ x^2 + y^2 \to \infty\,. \tag{1b}$$



Rys. 1. Schemat rozpatrywanego zagadnienia

Sformułowane zagadnienie zostanie rozwiązane w ramach modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi. Ponadto przyjęto idealny kontakt mechaniczny pomiędzy warstwami.

3. ROZWIĄZANIE PROBLEMU

Pole przemieszczeń oraz składowe tensora naprężenia w płaskim stanie odkształcenia postulowane są w następującej postaci:

$$\begin{aligned}
&u(x,y)=U(x,y)+h(x)q_x(x,y)\cong U(x,y),\\
&v(x,y)=V(x,y)+h(x)q_y(x,y)\cong V(x,y),\\
&\sigma_{yy}^{(j)}(x,y)\cong(\lambda_j+2\mu_j)V,_y+\lambda_j(U,_x+h_jq_x),\\
&\sigma_{xx}^{(j)}(x,y)\cong(\lambda_j+2\mu_j)(U,_x+h_jq_x)+\lambda_jV,_y,\\
&\sigma_{xy}^{(j)}(x,y)\cong\mu_j(U,_y+V,_x+h_jq_y),\ j=1,2,
\end{aligned}\tag{2}$$

gdzie U, V są makroprzemieszczeniami, q_x ,q_y są parametrami mikrolokalnymi, h jest δ-periodyczną funkcją kształtu. Warunki idealnego kontaktu mechanicznego na powierzchniach łączących różne składniki kompozytu są spełnione, gdy funkcja kształtu ma postać:

$$h(x)=\begin{cases}x-0.5\delta_1\ , & \text{dla}\quad 0\le x\le\delta_1,\\ \dfrac{-\eta x}{1-\eta}-0.5\delta_1+\dfrac{\delta_1}{1-\eta}, & \text{dla}\quad \delta_1\le x\le\delta,\end{cases}\tag{3}$$

gdzie $\eta=\delta_1/\delta$, $h_1=1$, $h_2=-\eta/(1-\eta)$.

Korzystając z pracy Kaczyńskiego i Matysiaka, (1988) możemy zapisać równania modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi

$$\begin{aligned}
&A_1\frac{\partial^2U}{\partial x^2}+C\frac{\partial^2U}{\partial y^2}+(B+C)\frac{\partial^2V}{\partial x\partial y}=0,\\
&C\frac{\partial^2V}{\partial x^2}+A_2\frac{\partial^2V}{\partial y^2}+(B+C)\frac{\partial^2U}{\partial x\partial y}=0,
\end{aligned}\tag{4}$$

oraz

$$\begin{aligned}
&\sigma_{xy}^{(j)}=C\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right),\\
&\sigma_{xx}^{(j)}=A_1\frac{\partial U}{\partial x}+B\frac{\partial V}{\partial y},\\
&\sigma_{yy}^{(j)}=D_j\frac{\partial U}{\partial x}+E_j\frac{\partial V}{\partial y},\\
&\sigma_{zz}^{(j)}=\frac{\lambda_j}{\lambda_j+2\mu_j}\left(\sigma_{xx}^{(j)}+\sigma_{yy}^{(j)}\right),\ j=1,\ 2,
\end{aligned}\tag{5}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
&\tilde{\lambda}=\eta\lambda_1+(1-\eta)\lambda_2,\ \ [\lambda]=\eta\left(\lambda_1-\lambda_2\right),\\
&\hat{\lambda}=\eta\lambda_1+\frac{\eta^2}{1-\eta}\lambda_2,\ \ \tilde{\mu}=\eta\mu_1+(1-\eta)\mu_2,\\
&[\mu]=\eta\left(\mu_1-\mu_2\right),\ \ \hat{\mu}=\eta\mu_1+\frac{\eta^2}{1-\eta}\mu_2,\\
&A_1=\tilde{\lambda}+2\tilde{\mu}-\frac{\left([\lambda]+2[\mu]\right)^2}{\hat{\lambda}+2\hat{\mu}}>0,\\
&A_2=\tilde{\lambda}+2\tilde{\mu}-\frac{[\lambda]^2}{\hat{\lambda}+2\hat{\mu}}>0,\\
&B=\tilde{\lambda}-\frac{[\lambda]\left([\lambda]+2[\mu]\right)}{\hat{\lambda}+2\hat{\mu}}>0,\\
&C=\tilde{\mu}-\frac{[\mu]^2}{\hat{\mu}}>0,\ \ D_j=\frac{\lambda_j}{\lambda_j+2\mu_j}A_1,\\
&E_j=\frac{4\mu_j(\lambda_j+\mu_j)}{\lambda_j+2\mu_j}+\frac{\lambda_j}{\lambda_j+2\mu_j}B,\ j=1,\ 2.
\end{aligned}\tag{6}$$

Równania na makroprzemieszczenia możemy rozseparować za pomocą potencjałów Ψ_1 i Ψ_2 przyjmując je w następującej postaci:

$$U=\kappa_1\frac{\partial\Psi_1}{\partial x}+\kappa_2\frac{\partial\Psi_2}{\partial x}\ ,\quad V=\frac{\partial\Psi_1}{\partial y}+\frac{\partial\Psi_2}{\partial y},\tag{7}$$

gdzie:

$$\kappa_j=\frac{A_2\gamma_j^2-C}{B+C},\tag{8}$$

zaś γ_j wyznaczamy z równania charakterystycznego

$$A_2C\gamma_j^4+\left(B^2+2BC-A_1A_2\right)\gamma_j^2+A_1C=0\,.\tag{9}$$

Otrzymujemy

$$\gamma_j^2\frac{\partial^2\Psi_j}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi_j}{\partial y^2}=0,\ j=1,2.\tag{10}$$

Równanie charakterystyczne (9) przy założeniu, że $\mu_1\neq\mu_2$ ma 4 rzeczywiste rozwiązania $\pm\gamma_1$, $\pm\gamma_2$, gdzie:

$$\gamma_1 = \left(\frac{A_1A_2 - 2BC - B^2 - \sqrt{\Delta}}{2A_2C} \right)^{\frac{1}{2}},$$
$$\gamma_2 = \left(\frac{A_1A_2 - 2BC - B^2 + \sqrt{\Delta}}{2A_2C} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{11}$$

oraz $\Delta = (B^2 + 2BC - A_1A_2)^2 - 4A_1A_2C^2 > 0.$

Warunek brzegowy na składową normalną ze względu na nieciągłość składowych $\sigma_{yy}^{(j)}(x,y)$ na powierzchniach łączących składniki kompozytu zostaje zastąpiony uśrednionym warunkiem brzegowym w postaci (patrz. Perkowski i inni (2007), Matysiak i Perkowski (2007)):

$$B\frac{\partial U}{\partial x} + A_2\frac{\partial V}{\partial y} = -f(x), \quad y = 0, \quad |x| < a. \tag{12}$$

Przedłużymy warunek (12) dla $y = 0, \quad |x| \geq a$ jako

$$B\frac{\partial U}{\partial x} + A_2\frac{\partial V}{\partial y} = -\varphi(x), \quad x \in \mathbf{R}. \tag{13}$$

Stosując metodę transformacji całkowych Fouriera otrzymujemy składowe wektora przemieszczenia w postaci

$$\tilde{U} = is\left(\kappa_1 a_1(s)\exp(-|s|\gamma_1 y) + \kappa_2 a_2(s)\exp(-|s|\gamma_2 y)\right),$$
$$\tilde{V} = -|s|\left(\gamma_1 a_1(s)\exp(-|s|\gamma_1 y) + \gamma_2 a_2(s)\exp(-|s|\gamma_2 y)\right) \tag{14}$$

gdzie

$$\tilde{f}(s,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\exp(-ixs)dx, \quad i^2 = -1. \tag{15}$$

Warunek brzegowy (13) transformuje się do postaci

$$isB\tilde{U} + A_2\frac{\partial \tilde{V}}{\partial y} = -\tilde{\varphi}(s), \quad y = 0, \tag{16}$$

Spełniając warunki brzegowe $(1a)_{1,2}$ otrzymujemy układ równań na $a_1(s)$ oraz $a_2(s)$

$$\begin{cases} (A_2\gamma_1^2 - \kappa_1 B)a_1(s) + (A_2\gamma_2^2 - \kappa_2 B)a_2(s) = -\tilde{\varphi}(s)s^{-2} \\ \gamma_1(1+\kappa_1)a_1(s) + \gamma_2(1+\kappa_2)a_2(s) = 0 \end{cases} \tag{17}$$

gdzie $\tilde{\varphi}(s)$ jest nieznaną funkcją. Funkcje $a_1(s)$ oraz $a_2(s)$ mają postać:

$$a_1(s) = \frac{\tilde{\varphi}(s)\gamma_2}{s^2(\gamma_1 - \gamma_2)}\frac{B+C}{(A_2\gamma_1^2 + B)C},$$
$$a_2(s) = \frac{-\tilde{\varphi}(s)\gamma_1}{s^2(\gamma_1 - \gamma_2)}\frac{B+C}{(A_2\gamma_2^2 + B)C}. \tag{18}$$

Rozwiązanie zagadnienia możemy sprowadzić do rozwiązania dualnych równań całkowych (patrz. Sneddon (1966))

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\infty}\frac{\tilde{\varphi}(s)}{s}\sin(xs)ds = \sqrt{\frac{\pi}{2}}f(x), \quad 0 \leq x < a,$$
$$\int_0^{\infty}\frac{\tilde{\varphi}(s)}{s}\cos(xs)ds = 0, \quad x > a, \tag{19}$$

Zakładając, że $f(x)=p_0$, a więc szczelina jest rozwierana stałym uśrednionym ciśnieniem otrzymujemy

$$\tilde{\varphi}(s) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}p_0 aJ_1(as) \tag{20}$$

Składowe tensora naprężenia mają postać

$$\sigma_{xx}^{(j)}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\infty}\tilde{\sigma}_{xx}^{\varphi(j)}(s,y)\tilde{\varphi}(s)\cos(xs)ds,$$
$$\sigma_{yy}^{(j)}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\infty}\tilde{\sigma}_{yy}^{\varphi(j)}(s,y)\tilde{\varphi}(s)\cos(xs)ds, \tag{21}$$
$$\sigma_{xy}^{(j)}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\infty}\tilde{\sigma}_{xy}^{\varphi(j)}(s,y)\tilde{\varphi}(s)\sin(xs)ds, \quad j = 1,\ 2.$$

gdzie

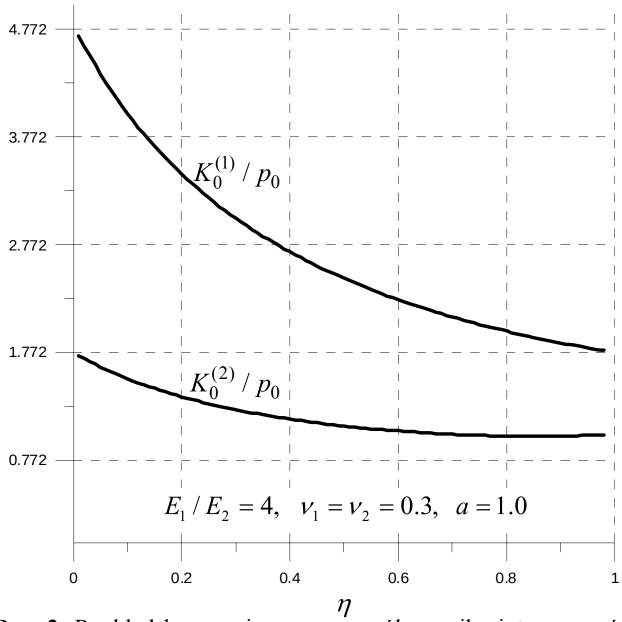
$$\tilde{\sigma}_{xx}^{\varphi(j)}(s,y) = \sum_{k=1}^{2}(-1)^{k+1}(\gamma_k^2 B - \kappa_k A_1)\exp(-|s|\gamma_k y)G_k^{\varphi},$$
$$\tilde{\sigma}_{yy}^{\varphi(j)}(s,y) = \sum_{k=1}^{2}(-1)^{k+1}(\gamma_k^2 E_j - \kappa_k D_j)\exp(-|s|\gamma_k y)G_k^{\varphi},$$
$$\tilde{\sigma}_{xy}^{\varphi(j)}(s,y) = C\sum_{k=1}^{2}(-1)^{k+1}\gamma_k(1+\kappa_k)\exp(-|s|\gamma_k y)G_k^{\varphi},$$
$$G_1^{\varphi} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}\frac{B+C}{(A_2\gamma_1^2 + B)C}, \quad G_2^{\varphi} = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - \gamma_2}\frac{B+C}{(A_2\gamma_2^2 + B)C}.$$

Znając rozkład naprężeń w otoczeniu wierzchołka szczeliny przechodzimy do obliczenia współczynnika intensywności naprężeń:

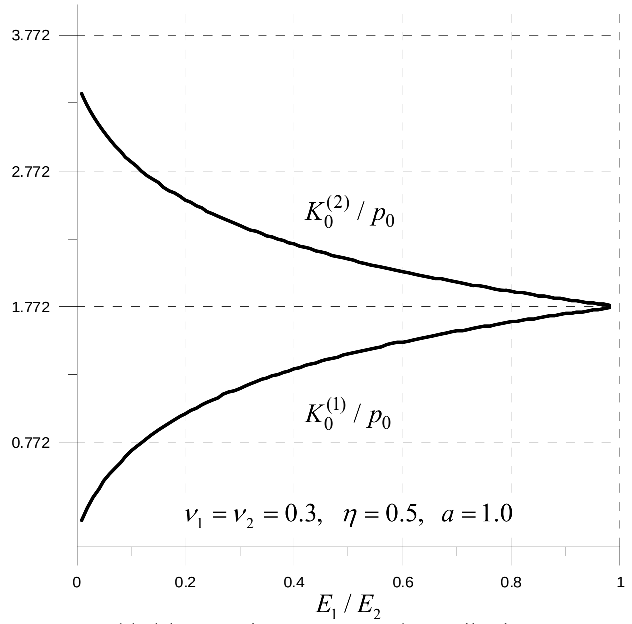
$$K_0^{(j)} = \lim_{x \to a^+}\sqrt{2\pi(x-a)}\sigma_{yy}^{(j)}(x,0) =$$
$$= -\sum_{k=1}^{2}(-1)^{k+1}(\gamma_k^2 E_j - \kappa_k D_j)G_k^{\varphi}p_0\sqrt{\pi a}, \quad j = 1,\ 2. \tag{22}$$

4. ANALIZA NUMERYCZNA

Wyniki analizy numerycznej przedstawione zostaną w formie wykresów zawierających rozkłady współczynnika intensywności naprężeń odniesionego do intensywności sił p_0 działających na swobodną powierzchnie szczeliny powodując jej otwierania. Na Rys. 2 przedstawiono rozkład współczynnika intensywności naprężeń w przypadku, gdy $\nu_1=\nu_2=0.3$ jako funkcję współczynnika nasycenia η komórki periodyczności materiałem pierwszego rodzaju. Połowa długości szczeliny jest równa a=1.0. Rysunek 3 przedstawia zależność współczynnika intensywności naprężeń jako funkcji E_1/E_2.



Rys. 2. Rozkład bezwymiarowego współczynnika intensywności naprężeń $K_0^{(j)}/p_0$ jako funkcji parametru η



Rys. 3. Rozkład bezwymiarowego współczynnika intensywności naprężeń $K_0^{(j)} / p_0$ jako funkcji parametru E_1 / E_2

LITERATURA

1. **Achenbach J.D.,** *A Theory of elasticity with microstructure for directionally reinforced composites*, CISM Courses and Lectures, Springer, New York, (1975).
2. **Bakhalov N.S., Panasenko G.P.,** *Averaged processes in periodic media*, Nauka, Moscow, (in Russian), (1984).
3. **Bensoussan A., Lions J.L., Papanicolaou G.**, Asymptotic analysis for periodic structures, North Holland, Amsterdam, (1978).
4. **Christensen R.M.**, *Mechanics of composite materials*, J. Wiley and Sons, New York, (1980).
5. **Kaczyński A.** (1994), Three-dimensional thermoelastic problems of interface cracs in periodic two-layered composites, *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 48, 783-800.
6. **Kaczyński A., Matysiak S.J.**, (1988), On the complex potentials for the linear thermoelasticity with microlocal parameters, *Acta Mechanica*, 72, 245 – 259.
7. **Kaczyński A., Matysiak S.J.** (1989), Thermal stresses in a laminate composite with a row interface cracks, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 27, 131-147.
8. **Kaczyński A., Matysiak S.J.** (2003), On the three-dimensional problem of an interface crack under uniform heat flow in a bimaterial periodically layered space, *Int. J. Fracture*, Vol. 123, 127-138.
9. **Kulchytsky-Zhyhailo R., Matysiak S.J.** (2005a), On heat conduction problem in a semi-infinite pe-riodically laminated layer, *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, 123-132.
10. **Kulchytsky-Zhyhailo R., Matysiak S.J.** (2005b), On some heat conduction problem in a periodi-cally two-layered body. Comparative results, *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, (in press).
11. **Kulchytsky-Zhyhailo R., Matysiak S. J., Perkowski D. M.,** (2007), On displacements and stresses in a semi-infinite laminated layer: comparative results, *Meccanica*, 42, 117-126.
12. **Matysiak S.J., Pauk V.** (1995), Plane contact problem for periodic laminated composite involving frictional heating, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 66, 82-89.
13. **Matysiak S. J., Perkowski D. M.**, (2007), Singularity of stresses in a periodic laminated semi-space with a boundary normal to the layering, *JTAM*, (in press).
14. **Matysiak S.J., Woźniak C.**, (1987), Micromorphic effects in a modeling of periodic multilayered elastic composites, *Int. J. Engng. Sci.*, 25, 549 -559.65, 223-238.
15. **Perkowski D. M., Matysiak S. J., Kulchytsky-Zhyhailo R.,** (2007), On contact problem of an elastic laminated half-plane with a boundary normal to layering, *Composites Science and Technology* (in press).
16. **Podebria B.J.**, (1984), *Mechanics of composite materials*, Izd. Moscow University (in Russian).
17. **Pusz P.,** (1992), On the stress distribution in a microperiodic two-layered composite with a crack normal to the layering, *Engng. Fract. Mech.*, Vol. 42, 531-542.
18. **Sneddon J. N.**, (1966), Mixed boundary value problems in potential theory, North-Holland Publ. Co., Amsterdam.
19. **Sanchez-Palenica E.**, (1980), *Nonhomogeneus media and vibration theory*, Springer, Berlin.
20. **Woźniak Cz.** (1987): A nonstandard method of modeling of thermoelastic periodic composites, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 25, 1987, p. 483-499.

ON THE CRACK PROBLEM NORMAL TO THE LAYERING IN A PERIODIC LAMINATED BODY

Abstract: The two-dimensional problem of crack normal to the layering is considered. The nonhomogeneous body is composed of periodically repeated two constituent laminae. The homogenized model with microlocal parameters given by Woźniak (1987), Matysiak and Woźniak (1987) is applied to find an approximate solution to the problem. The problem is reduced to a well-known dual integral equations. Numerical results, which show the influence of geometrical and mechanical properties of composite constituents on SIF distributions are presented in figures.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr W/WM/2/05 realizowanego w Politechnice Białostockiej, finansowanego ze środków MNiSW.

OCENA USZKODZENIA POROWATEJ CERAMIKI POLIKRYSTALICZNEJ NA PODSTAWIE ANALIZY ODKSZTAŁCEŃ W STANIE JEDNOOSIOWEGO ŚCISKANIA

Sylwester SAMBORSKI*, Tomasz SADOWSKI**

* Katedra Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin
** Katedra Mechaniki Ciała Stałego, WIBiS, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 40, 20-618 Lublin

s.samborski@pollub.pl, t.sadowski@pollub.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych tworzyw ceramicznych (MgO i Al_2O_3) o porowatości od 3,3 do 38%. Przeprowadzono jednoosiowe ściskanie próbek walcowych. Procedurę obciążania-odciążania-dociążania prowadzono aż do zniszczenia próbek. Na podstawie analizy odkształceń wyznaczono bieżące wartości cech wytrzymałościowych (moduły Younga, współczynniki Poissona) i oceniono stan anizotropowego uszkodzenia poprzez wyznaczenie stanu odkształceń trwałych przy wielokrotnym odciążaniu materiału. Strukturę ceramiki scharakteryzowano poprzez obserwacje mikroskopowe (SME). Wyznaczono odporność na kruche pękanie materiału za pomocą prób trójpunktowego zginania beleczek z karbem.

1. WPROWADZENIE

Badania procesów uszkadzania materiałów ceramicznych należą do bardzo aktualnych na świecie zagadnień opisu zachowania się materiałów konstrukcyjnych. Dotychczas prowadzono głównie próby jednoosiowego rozciągania lub zginania ceramiki. Brakuje natomiast dokładniejszych wyników badań opisujących zachowanie się materiałów ceramicznych w stanach ściskania (Munz i Fett, 1999). Jest to przypadek obciążenia najczęściej występujący w praktyce inżynierskiej, np. jako skutek zmieniającego się ciśnienia działającego na wykładziny pieców hutniczych, warstwy ceramiczne łopatek turbin itp. (Oczoś, 1996).

Istotny wpływ na wytrzymałość mechaniczną materiałów ceramicznych ma początkowa mikrostruktura, charakteryzowana poprzez wielkość ziaren, skład fazowy, pory, inkluzje itp. Ważną grupę materiałów ceramicznych stanowią ceramiki porowate, zaliczane do materiałów wielofazowych, w których drugą fazą jest gaz zawarty w porach (Pampuch, 1988; Rice, 1998). Są one szeroko stosowane w praktyce. Znajdują zastosowanie jako filtry, materiały termoizolacyjne i powłoki ciepłochronne oraz dźwiękochronne, czy też wymurówki pieców. Produkuje się coraz więcej tego typu materiałów, w których zadany z góry poziom zawartości porów ma zapewnić wymagane właściwości mechaniczne (Jayaseelan i inni, 2002; Wang i inni, 1997). Materiały ceramiczne o celowo wytworzonych porach znajdują zastosowania w medycynie oraz jako przegrody w ogniwach paliwowych (Ashby i Jones, 1996).

Zrozumienie i opisanie zależności pomiędzy cechami mikrostruktury a makroskopową odpowiedzią materiału jest wciąż dalekie od zadowalającego, choć od lat wielu badaczy poświęcało uwagę temu problemowi. Pory i rozwój mikrodefektów rozproszonych w materiałach ceramicznych, wokół których tworzą się koncentracje naprężeń, mogą stanowić przyczynę inicjującą zniszczenie danego elementu konstrukcyjnego (Sammis i Ashby, 1986). Stan makroskopowego zniszczenia poprzedzony jest procesem wzrostu defektów (szczelin).

Ważnym zagadnieniem wydaje się być opisanie zachowania materiałów ceramicznych z uszkodzeniem narastającym pod wpływem obciążenia, poprzez wyznaczenie jego bieżących charakterystyk wytrzymałościowych: modułu Younga E, współczynnika Poissona ν, odporności na kruche pękanie K_{Ic} (Rice, 1993; Ostrowski i Rödel, 1999).

2. WPŁYW PORÓW I PĘKNIĘĆ NA CECHY WYTRZYMAŁOŚCIOWE CERAMIKI

Pory o kształcie kulistym lub zbliżonym powstają podczas procesu wytwarzania ceramiki (spiekanie proszków). Pory stanowią jednak koncentratory naprężeń – obserwuje się propagację szczelin z porów (Sammis i Ashby, 1986; Sadowski i Samborski, 2003). Wzrost mikroszczelin w polikrystalicznej ceramice porowatej odbywa się wzdłuż prostych odcinków (tzw. segmentów) granic ziaren (Sadowski, 1994).

Wyróżnia się dwa rodzaje porowatości: wewnątrzziarnowa i międzyziarnowa. Większość porów o kształtach sferycznych występuje na granicach ziaren (rys. 2). Ich wymiary zawierają się w przedziale od jednego do kilku mikrometrów. Obydwa rodzaje porowatości wywierają silny wpływ na zachowanie się ceramiki pod obciążeniem. Zmniejsza się sztywność materiału E i łatwiejszy jest rozwój szczelin wzdłuż granic ziaren, wskutek obniżenia energii powierzchniowej pękania γ_{gb} (Papadopoulos i inni, 1994). Wpływ porów na moduł Younga można opisać za pomocą różnych zależności empirycznych. Kilka z nich podano w tabeli 1, oznaczając indeksami „0” i „M” odpowiednio: charakterystyki materiału o gęstości teoretycznej i materiału o pewnej zawartości porów p.

Tab. 1. Wybrane zależności opisujące wpływ porów na charakterystyki wytrzymałościowe ceramiki

Nazwisko badacza, rok	Zależność
Pampuch, 1988; Munz i Fett, 1999	$E^{\mathrm{M}} = E^{0}\left(1-p\right)^{n}$
Kachanov, 1993	$E^{\mathrm{M}} = \dfrac{E^{0}}{1+3p}$; $\nu^{\mathrm{M}} = \dfrac{p+\nu^{0}}{1+3p}$
Rice, 1998	$E^{\mathrm{M}} = E^{0}(1-p)$

Warto wspomnieć, iż mogą występować także inne mechanizmy inicjacji szczelin w ceramice, np. mechanizm Zenera-Stroha (Sadowski, 1994). Prowadzi to do wystąpienia w tworzywie ceramicznym całego układu szczelin, które mogą się rozwijać, wraz ze wzrostem obciążenia, wzdłuż granic ziaren. Kierunki inicjacji i wzrostu pęknięć zależą od obciążenia zewnętrznego działającego na materiał.

3. RÓWNANIA KONSTYTUTYWNE MATERIAŁÓW POROWATYCH Z USZKODZENIEM

Ponieważ niemożliwe jest określenie postaci równań konstytutywnych wyłącznie na podstawie wyników eksperymentalnych, istnieje potrzeba modelowania teoretycznego, uwzględniającego najistotniejsze cechy rozpatrywanego zjawiska, wynikające z doświadczeń. Przy zastosowaniu podejścia fenomenologicznego zaproponowano następującą formę równań konstytutywnych:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl}\left(p, \mathbf{D}, \tilde{p}\right)\sigma_{kl}\,, \tag{1}$$

gdzie: ε_{ij} jest tensorem odkształcenia, S_{ijkl} – tensorem podatności czwartego rzędu, będącym funkcją pewnego zestawu parametrów wewnętrznych: porowatości początkowej p, bieżącego stanu uszkodzenia opisanego tensorem odpowiedniego rzędu $\mathbf{D}$, czy też ewentualnych efektów plastycznych $\tilde{p}$; σ_{kl} jest tensorem naprężenia.

W przypadku rozpatrywania zagadnienia dwuwymiarowego, indeksy wielkości tensorowych przyjmują wartości: $i,j,k,l = 1,2$.

Uszkodzenie materiału w jednoosiowym stanie obciążenia można ocenić eksperymentalnie, na podstawie wartości modułu sprężystości przy odciążaniu (E^{U}). Wprowadza się skalarny parametr uszkodzenia (D), zdefiniowany następująco (Lemaitre, 1996):

$$D = 1 - \frac{E^{\mathrm{U}}}{E^{\mathrm{M}}}\,. \tag{2}$$

Stan anizotropowego uszkodzenia materiału opisuje się za pomocą tensora uszkodzenia rzędu drugiego lub wyższych rzędów (Skrzypek i Ganczarski, 1998). W przypadku uszkodzenia ortotropowego reprezentacja tego tensora ma postać macierzy diagonalnej (Sadowski i inni, 2005):

$$\left\{D_{ij}\right\} = \begin{Bmatrix} D_{11} & 0 \\ 0 & D_{22} \end{Bmatrix}. \tag{3}$$

Anizotropowe uszkodzenie próbek badanych w ramach niniejszej pracy opisano za pomocą tensorowego parametru uszkodzenia D_{ij}, dokonując uogólnienia skalarnego parametru uszkodzenia D na stany wieloosiowe.

$$D_{11} = 1 - \frac{E_1^{\mathrm{U}}}{E^{\mathrm{M}}}, \quad D_{22} = 1 - \frac{E_2^{\mathrm{U}}}{E^{\mathrm{M}}}\,, \tag{4}$$

gdzie: E_1^{U} i E_2^{U} są tzw. modułami odciążania w kierunkach osi x_1 i x_2, Tensor uszkodzenia ($\mathbf{D}$), obok porowatości p ma istotny wpływ na wartości składowych tensora podatności $\mathbf{S}$, o czym świadczą wyniki badań doświadczalnych. Ze względu na małe całkowite odkształcenia powstające w obciążanej ceramice, dokonano dekompozycji tensora podatności:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl}\sigma_{kl} = \left(S_{ijkl}^{0} + S_{ijkl}^{\mathrm{po}} + S_{ijkl}^{\mathrm{D}}\right)\sigma_{kl}\,, \tag{5}$$

Ponadto, wprowadzono wielkość $\mathbf{S}^{\mathrm{M}}$ określającą podatność ceramiki porowatej bez uszkodzeń, tzn.:

$$S_{ijkl}^{0} + S_{ijkl}^{\mathrm{po}} = S_{ijkl}^{\mathrm{M}} \tag{6}$$

Poszczególne części tensora podatności $\mathbf{S}$ wyrażają się następująco:

$$\left\{S_{ijkl}^{0}\right\} = \begin{Bmatrix} \dfrac{1}{E^{0}} & -\dfrac{\nu^{0}}{E^{0}} & 0 \\ -\dfrac{\nu^{0}}{E^{0}} & \dfrac{1}{E^{0}} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1+\nu^{0}}{E^{0}} \end{Bmatrix}, \tag{7}$$

$$\left\{S_{ijkl}^{\mathrm{M}}\right\} = \begin{Bmatrix} \dfrac{1}{E^{\mathrm{M}}} & -\dfrac{\nu^{\mathrm{M}}}{E^{\mathrm{M}}} & 0 \\ -\dfrac{\nu^{\mathrm{M}}}{E^{\mathrm{M}}} & \dfrac{1}{E^{\mathrm{M}}} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{(1+\nu^{\mathrm{M}})}{E^{\mathrm{M}}} \end{Bmatrix}, \tag{8}$$

$$\left\{S_{ijkl}^{\mathrm{po}}\right\} = \begin{Bmatrix} \dfrac{E^{0}-E^{\mathrm{M}}}{E^{\mathrm{M}}E^{0}} & -\dfrac{\nu^{\mathrm{M}}E^{0}-\nu^{0}E^{\mathrm{M}}}{E^{\mathrm{M}}E^{0}} & 0 \\ -\dfrac{\nu^{\mathrm{M}}E^{0}-\nu^{0}E^{\mathrm{M}}}{E^{\mathrm{M}}E^{0}} & \dfrac{E^{0}-E^{\mathrm{M}}}{E^{\mathrm{M}}E^{0}} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{(1+\nu^{\mathrm{M}})E^{0}-(1+\nu^{0})E^{\mathrm{M}}}{E^{\mathrm{M}}E^{0}} \end{Bmatrix}, \tag{9}$$

przy czym: E^{0}, ν^{0} to odpowiednio moduł Younga i współczynnik Poissona materiału ceramicznego bez szczelin i bez porów, zaś E^{M}, ν^{M} są zależnymi od porowatości początkowej charakterystykami materiału nieuszkodzonego. Ponadto:

$$\left\{S^{\mathrm{D}}_{ijkl}\right\} = \begin{Bmatrix} (2\kappa+4\vartheta)D_{11} & \kappa(D_{11}+D_{22}) & 0 \\ \kappa(D_{11}+D_{22}) & (2\kappa+4\vartheta)D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2\vartheta(D_{11}+D_{22}) \end{Bmatrix}. \quad (10)$$

Stałe κ i ϑ wynoszą:

$$\kappa = -\frac{\nu_{21}E^{\mathrm{M}} - \nu^{\mathrm{M}}E_2}{E^{\mathrm{M}}E_2(D_{11}+D_{22})}, \quad \vartheta = \frac{E^{\mathrm{M}}(1+\nu_{12}) - E_1(1+\nu^{\mathrm{M}})}{(D_{11}+D_{22})E^{\mathrm{M}}E_1} \quad (11)$$

Ze względu na przyjęte założenia o jednorodnym rozkładzie porów oraz o ortotropii stanu uszkodzenia, składowe globalnego tensora podatności wyrażono następująco:

$$\left\{S_{ijkl}\right\} = \begin{Bmatrix} \dfrac{1}{E_1} & -\dfrac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\dfrac{\nu_{12}}{E_1} & \dfrac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{(1+\nu_{12})}{E_1} \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

gdzie wielkości: E_1, E_2, ν_{12} i ν_{21} charakteryzują materiał porowaty z uszkodzeniem.

Zjawisko uszkodzenia jest procesem postępującym wraz z narastaniem stanu naprężenia lub odkształcenia w materiale. Jedną z metod wyznaczenia rozkładów D_{11} i D_{22} jest wykorzystanie koncepcji definiowania stanu uszkodzenia za pomocą modułu odciążania E^{U} (por. wzór (4)). Aby oszacować stan uszkodzenia w cylindrycznej próbce wykonanej z porowatej ceramiki, poddano ją procesowi quasi-statycznego obciążania z odciążaniem i następującym po nim dociążaniem. W kolejnych „cyklach" dociążania zwiększano maksymalne obciążenie zewnętrzne o pewną wartość (rys. 1). W rozpatrywanym przypadku jednoosiowego ściskania ($\sigma_{22} \neq 0$) próbki cylindrycznej, różne od zera pozostają następujące składowe tensora odkształcenia:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\dfrac{\nu_{21}}{E_2}\sigma_{22} \\ \dfrac{1}{E_2}\sigma_{22} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Charakterystyki ν_{21}, E_2 zmieniają się w miarę rozwoju uszkodzenia w próbce. Stan uszkodzenia próbki walcowej dla n–tego cyklu odciążania wyznacza się następująco:

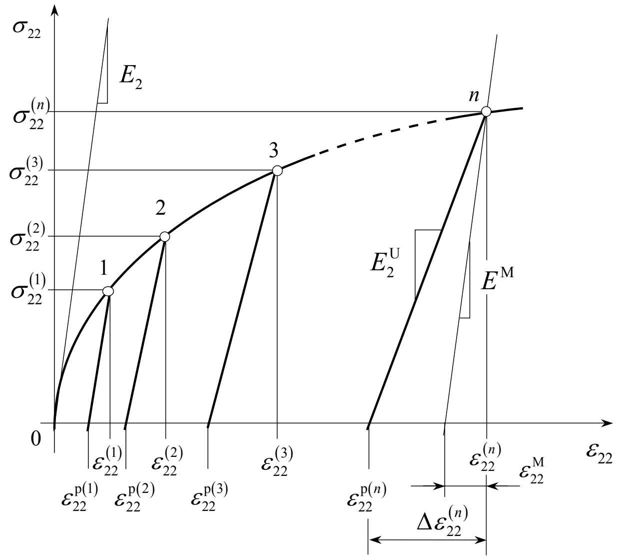
$$D_{22}^{(n)} = 1 - \frac{E_2^{\mathrm{U}(n)}\left(\sigma_{22}^{(n)}\right)}{E^{\mathrm{M}}(p)}, \quad (14)$$

$$D_{11}^{(n)} = 1 - \frac{E_1^{\mathrm{U}(n)}\left(\sigma_{22}^{(n)}\right)}{E^{\mathrm{M}}(p)}, \quad (15)$$

przy czym wielkość:

$$E_1^{\mathrm{U}(n)} = E_2^{\mathrm{U}(n)}\frac{\nu^{\mathrm{M}}}{\nu_{21}^{(n)}} \quad (16)$$

jest umownie nazywana poprzecznym modułem Younga przy odciążaniu. Powyższa analiza prowadzi zatem do wyznaczenia składowych tensora uszkodzenia w próbce cylindrycznej na podstawie analizy odkształceń w stanie jednoosiowego ściskania z odciążaniem.



Rys. 1. Schemat procesu obciążania – odciążania

4. BADANIA DOŚWIADCZALNE

Przeprowadzono trzy rodzaje eksperymentów:

- jednoosiowe ściskanie próbek walcowych, według określonego schematu obciążania – odciążania,
- trójpunktowe zginanie beleczek z karbem,
- obserwacje mikrostruktury materiału za pomocą skaningowego mikroskopu elektronowego (SME).

4.1. Metodyka badań doświadczalnych

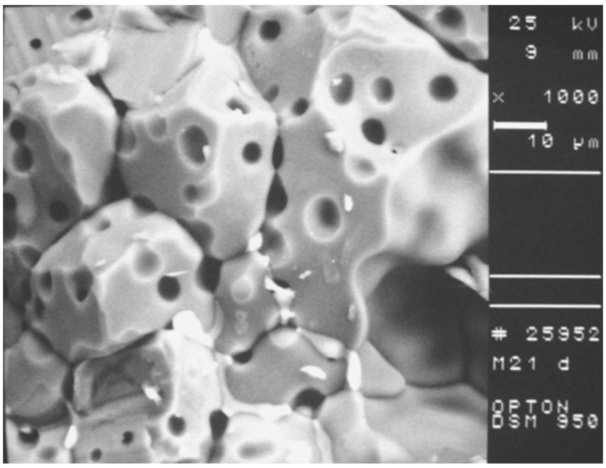
Podstawowym typem badań eksperymentalnych było przeprowadzenie serii prób jednoosiowego ściskania próbek z ceramiki porowatej. Próbki ceramiczne poddawano obciążaniu, zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 1. Do badań zostały przygotowane dwa zestawy próbek: z korundu (Al_2O_3), o porowatości nieprzekraczającej 40% oraz z magnezji (MgO), o zawartości porów do około 20%. Wykonawcą próbek był Instytut Technologii Materiałów Elektronicznych w Warszawie. Próbki ceramiczne o wymiarach ϕ 14 x 50mm obciążano za pomocą uniwersalnej maszyny wytrzymałościowej Zwick Z100, sterowanej programem komputerowym Test Expert. Dokładność pomiaru siły wynosiła 0,1 N przy zakresie pomiarowym do 100 kN, a przemieszczenia uchwytów – 0,01 μm. W prezentowanych badaniach dążono do uzyskania quasi-statycznego procesu obciążania, stąd prędkość przemieszczania uchwytów maszyny wytrzymałościowej ustalono na poziomie 100μm/min. Pomiary odkształceń próbek prowadzono z wykorzystaniem techniki tensometrii oporowej. Na próbkach naklejano tensometry Vishay typu EA-06-240LZ350. Rozmieszczenie tensometrów w kierunku osiowym x_2 i poprzecznym x_1 pozwoliło na pomiary odkształceń ε_{22} i ε_{11}. Pomiary tensometryczne były rejestrowane przez system ESAM Traveller, złożony z wielokanałowego mostka oraz programu komputerowego, umożliwiającego ciągłą rejestrację wyników na twardym dysku komputera. Obciążanie prowadzono aż do zniszczenia próbek.

Badania trójpunktowego zginania beleczek z nacięciami miały na celu określenie wpływu porowatości początkowej p na odporność na kruche pękanie ceramiki K_{Ic}. Przygotowano beleczki z karbem, o wymiarach przekroju poprzecznego 3 x 4mm i długości około 40 mm. Badania przeprowadzono za pomocą maszyny wytrzymałościowej Zwick Z100. W czasie badań rejestrowano wartości siły i przemieszczenia z dokładnością do 1 %. Deformację próbki kontrolowano sterując przemieszczeniem uchwytów.

Obserwacje mikroskopowe struktury wewnętrznej materiału pozwoliły na ocenę porowatości początkowej, określenie wymiarów ziaren i tekstury granic ziaren, a także ustalenie sposobu pękania materiału w mezoskali, poprzez badania powierzchni rozłamu. Badania przeprowadzono za pomocą mikroskopu OPTON DSM950 w Instytucie Technologii Materiałów Elektronicznych w Warszawie.

4.2. Wyniki badań i dyskusja

Jak pokazały obserwacje SEM (rys. 2) pory posiadały kształt kulisty i były równomiernie rozmieszczone wewnątrz ziaren lub na ich granicach. Obserwacje powierzchni przełomów próbek pozwoliły stwierdzić, że pękanie przebiegało głównie po granicach ziaren. W tabeli 2 zamieszczono informacje o średnich rozmiarach porów i ziaren testowanych ceramik.



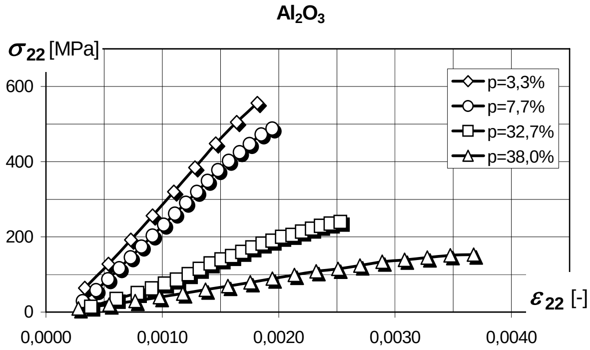
Rys. 2. Dominujący sposób pękania – po granicach ziaren

Uzyskane wyniki doświadczeń jednoosiowego ściskania stanowią dużą bazę danych na temat właściwości mechanicznych badanych tworzyw ceramicznych. Najważniejsze z tych wyników przedstawiono dalej w formie wykresów.

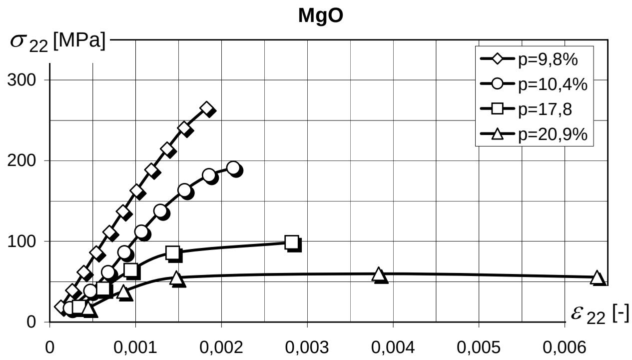
Tab. 2. Średnie wymiary porów i ziaren

Ceramika	Zakres porowatości, p [-]	Średni wymiar ziarna, d^{sr} [μm]	Średni wymiar pora, r^{sr} [μm]
Al_2O_3	0.033 – 0.380	34.99	2.21
MgO	0.098 – 0.209	25.41	1.44

Rysunki 3 i 4 przedstawiają wpływ porowatości początkowej na przebieg krzywych $\sigma-\varepsilon$ dla ceramiki korundowej i magnezjowej. Punkty to średnie wartości naprężenia i odkształcenia w górnych punktach zwrotnych kolejnych cykli obciążania – odciążania (por. rys. 1). Widoczne jest nieliniowe zachowanie ceramiki uszkodzonej.

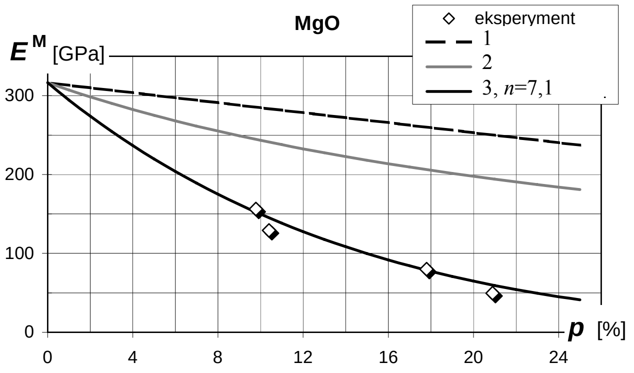


Rys. 3. Zależność naprężenia od odkształcenia dla korundu o różnej porowatości początkowej

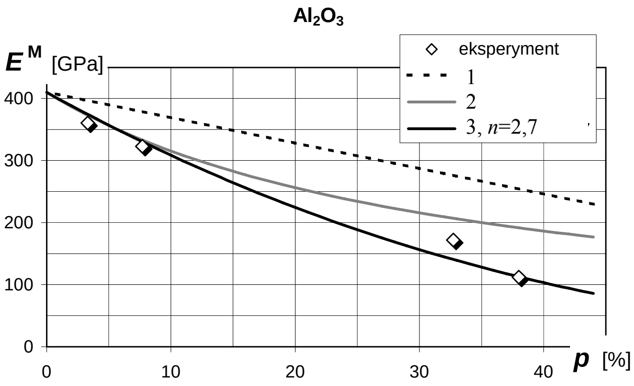


Rys. 4. Zależność naprężenia od odkształcenia dla magnezji o różnej porowatości początkowej

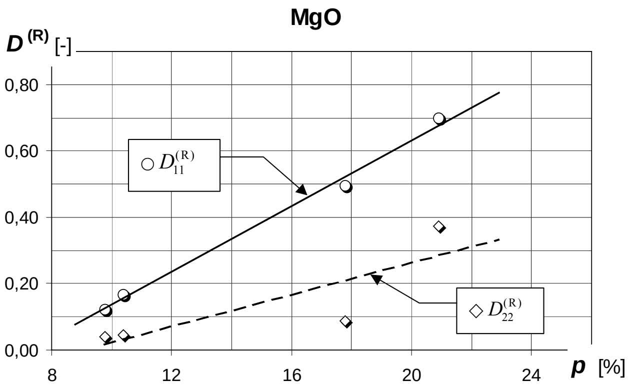
Na rysunkach 5 i 6 zamieszczono wartości początkowego modułu Younga i porównano je z zależnościami proponowanymi w literaturze (zob. tabela 1). Najlepsze przybliżenie rzeczywistego zachowania się ceramiki daje zależność potęgowa (nr 3) zaproponowana przez Pampucha (1988) oraz Munza i Fetta (1999). Na podstawie danych doświadczalnych wyliczono wartość wykładnika n: 7.1 dla MgO i 2.7 dla Al_2O_3.



Rys. 5. Początkowe wartości modułu Younga MgO w funkcji porowatości (1 – Rice, 1998; 2 – Kachanov, 1993; 3 – Pampuch, 1988, Munz i Fett, 1999)

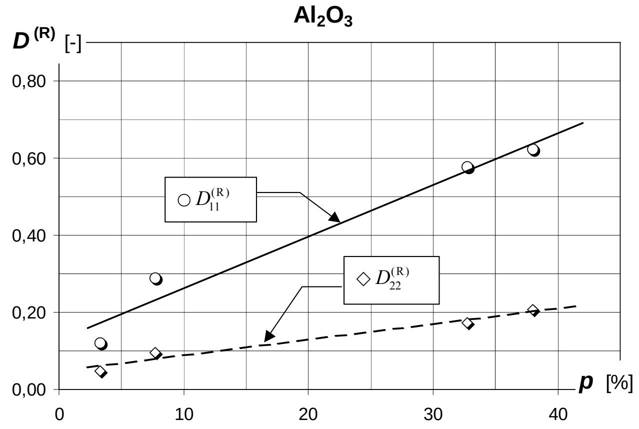


Rys. 6. Początkowe wartości modułu Younga Al_2O_3 w funkcji porowatości (1 – Rice, 1998; 2 – Kachanov, 1993; 3 – Pampuch, 1988, Munz i Fett, 1999)

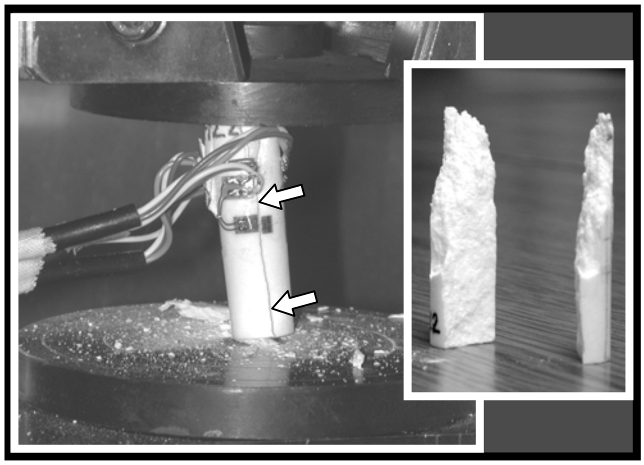


Rys. 7. Składowe tensora uszkodzenia MgO w chwili zniszczenia w kierunku poprzecznym ($D_{11}^{(R)}$) i osiowym ($D_{22}^{(R)}$)

Rysunki 7 i 8 przedstawiają wpływ porowatości początkowej na wartości składowych tensora uszkodzenia w cyklach bezpośrednio poprzedzających zniszczenie. Fakt, iż wartości $D_{11}^{(R)}$ są za każdym razem większe od $D_{22}^{(R)}$ dobrze odzwierciedla obserwowany w trakcie eksperymentów makroskopowy schemat zniszczenia próbek ceramicznych, tj. ich poosiowe rozłupywanie (rys. 9). Z kolei rysunki 10 i 11 pokazują wyniki doświadczalne (punkty) wartości współczynnika Poissona materiału porowatego nieuszkodzonego $\nu^{M}(p)$ oraz końcowe wartości (tuż przed zniszczeniem, $\nu^{(R)}(p)$. Widoczny jest wzrost współczynnika z narastaniem stanu uszkodzenia. Wartość współczynnika Poissona jest więc funkcją dwóch parametrów: początkowej porowatości p i bieżącego stanu uszkodzenia D_{ij}.

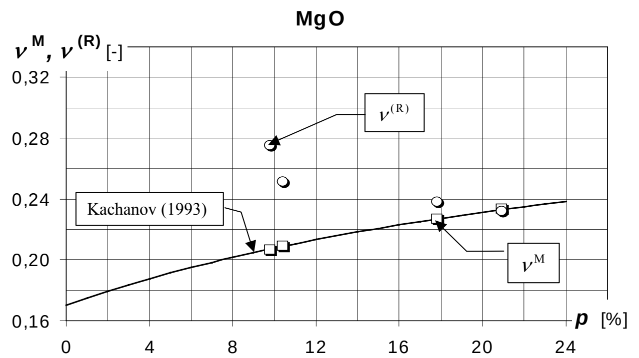


Rys. 8. Składowe tensora uszkodzenia Al_2O_3 w chwili zniszczenia w kierunku poprzecznym ($D_{11}^{(R)}$) i osiowym ($D_{22}^{(R)}$)

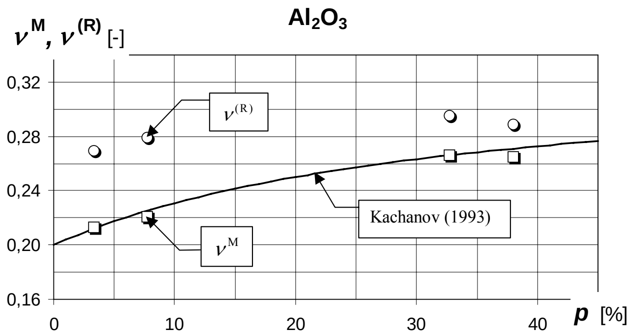


Rys. 9. Makroskopowy schemat zniszczenia próbek ceramicznych

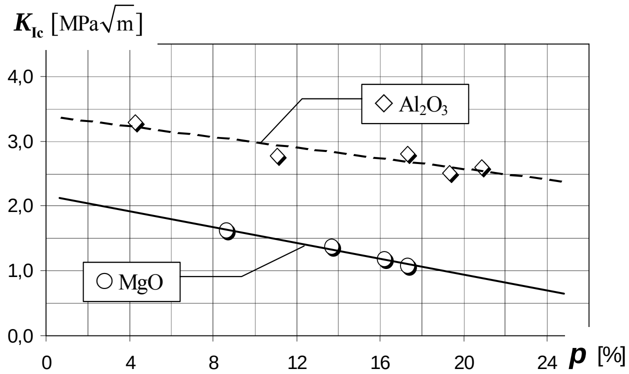
Ostatni wykres (rys. 12) to zależność K_{Ic} od porowatości dla obu testowanych ceramik. Ze wzrostem p odporność na kruche pękanie maleje, co jest zgodne z wynikami innych badaczy (np. Ostrowski i Rödel, 1999).



Rys. 10. Początkowe (ν^{M}) i końcowe ($\nu^{(R)}$) wartości współczynnika Poissona magnezji w funkcji porowatości początkowej



Rys. 11. Początkowe (ν^M) i końcowe ($\nu^{(R)}$) wartości współczynnika Poissona korundu w funkcji porowatości początkowej



Rys. 12. Wpływ zawartości porów na odporność na kruche pękanie ceramiki korundowej i magnezjowej

5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Wyniki przedstawione w niniejszej pracy wskazują, że występowanie porów oraz defektów strukturalnych w polikrystalicznej ceramice powoduje znaczące zmiany cech mechanicznych oraz końcowej wytrzymałości materiału. Podejście fenomenologiczne, wykorzystujące tensorową miarę uszkodzenia, pozwala na opisanie anizotropii uszkodzenia ceramiki o określonej historii obciążania. Możliwe jest także prognozowanie zachowania się porowatej polikrystalicznej ceramiki pod wpływem obciążenia zewnętrznego. Historia obciążania materiału w zasadniczy sposób wpływa na stan anizotropowego uszkodzenia materiałów ceramicznych. Przeprowadzone badania dostarczyły ponadto niezbędnych danych do modelowania w mezoskali, umożliwiając poznanie fizykalnej strony zjawisk rozwoju uszkodzeń w polikrystalicznej ceramice. Istnieje potrzeba prowadzenia dalszych badań porowatych materiałów ceramicznych, służących ich lepszemu wykorzystaniu w konkretnych rozwiązaniach technicznych.

LITERATURA

1. **Ashby M.F., Jones D.R.H.** (1996), *Materiały inżynierskie cz. 2. Kształtowanie struktury i właściwości, dobór materiałów.,* WNT, Warszawa.
2. **Jayaseelan D., Kondo D., Brito M.E., Ohji T.** (2002), High-Strength Porous Alumina Ceramics by the Pulse Electric Current Sintering Technique. *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 85, No 1, 267-69.
3. **Lemaitre J.** (1996), *A Course on Damage Mechanics,* Springer, Berlin.
4. **Munz D., Fett T.** (1999), *Ceramics. Mechanical Properties, Failure Behaviour, Materials Selection,* Springer, Berlin.
5. **Oczoś K.E.** (1996), *Kształtowanie ceramicznych materiałów technicznych,* Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów.
6. **Ostrowski T., Rödel J.** (1999), Evolution of Mechanical Properties of Porous Alumina During Free Sintering and Hot Pressing. *J. Am. Ceram. Soc.,* Vol. 82, No 11, 3080-3086.
7. **Pampuch R.** (1988), *Materiały ceramiczne. Zarys nauki o materiałach nieorganiczno-niemetalicznych,* PWN, Warszawa.
8. **Papadopoulos G.A., Kytopoulos V.N., Sadowski T.** (1994), Experimental Study of Fracture Process in MgO Polycrystalline Ceramics, W: *Proceedings of the Brittle Matrix Composites 4*, Warszawa 1994, 634-643.
9. **Rice R.W.** (1993), Evaluating Porosity Parameters for Porosity-Property Relations. *J. Am. Ceram. Soc.*; Vol. 76, No 7, 1801-808.
10. **Rice R.W.** (1998), *Porosity of Ceramics,* Marcel Dekker Inc., New York.
11. **Sadowski T.** (1994), Modelling of Semi-Brittle MgO Ceramic Behaviour under Compression. *Mechanics of Materials*; Vol. 18, 1-16.
12. **Sadowski T., Samborski S.** (2003), Modeling of Porous Ceramic Response to Compressive Loading. *J. Am. Ceram. Soc.*; Vol. 86, No 12, 2218-2221.
13. **Sadowski T., Samborski S., Librant Z.** (2005), Damage Growth in Porous Ceramics, W: *Proceedings of the Fractography of Advanced Ceramics II Stara Lesna, Slovakia 2004,* Trans Tech Publications, Rotterdam, Netherlands, Vol. 290, 86-93.
14. **Sammis C.G., Ashby M.F.** (1986), The Failure of Brittle Porous Solids under Compressive Stress States. *Acta Metall.*; Vol. 34, No 3, 511-526.
15. **Skrzypek J., Ganczarski A.** (1998), Application of the Orthotropic Damage Growth Rule to Variable Principal Directions. *Int. J. Dam. Mech.*; Vol. 7, 180-206.
16. **Wang H.T., Liu X.Q., Meng G.Y.** (1997), Porous α-Al_2O_3 Ceramics Prepared by Gelcasting. *Mat. Res. Bull.*; Vol. 32, No 12, 1705-1712.

DAMAGE ASSESSMENT OF POROUS POLYCRYSTALLINE CERAMICS ON THE BASIS OF STRAIN ANALYSIS IN UNIAXIAL COMPRESSION

Abstract: This article presents the outcomes of experiments on ceramics with porosity from 3.3 to 38%. Cylindrical samples of MgO and Al_2O_3 were loaded in compression. The loading-unloading-reloading procedure was conducted until rupture. On the basis of strain analysis the values of the mechanical characteristics were estimated (Young moduli, Poisson coefficients). Damage state was evaluated by estimation of permanent strains after multiple unloading of ceramic samples. Material structure was characterized by microscopic observations (SEM). Three point bending tests gave relations between porosity and fracture toughness for alumina and for magnesia.

KONCENTRACJA NAPRĘŻEŃ WOKÓŁ ZAOKRĄGLONEGO KARBU O DOWOLNEJ KRZYWIŹNIE WIERZCHOŁKA

Mykhaylo P. SAVRUK*, Andrzej KAZBERUK*

* Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

savruk@pb.edu.pl, a.kazberuk@pb.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono jednolite podejście do rozwiązywania zagadnień koncentracji naprężeń wokół karbów ostrych i zaokrąglonych. Wykorzystując metodę osobliwych równań całkowych otrzymano rozwiązanie dla rozciąganej półpłaszczyzny sprężystej zawierającej karb o wierzchołku kołowym o małym promieniu krzywizny. Przejście graniczne w rozwiązaniu numerycznym umożliwiło obliczenie współczynników intensywności naprężeń w wierzchołkach karbów ostrych o dowolnym kącie rozwarcia. Przedstawiono wzory aproksymacyjne do szacowania wartości współczynników koncentracji naprężeń w funkcji promienia krzywizny w wierzchołku karbu.

1. WPROWADZENIE

Obecnie, w mechanice pękania najbardziej rozwinięto metody analizy naprężeń w ciałach ze szczelinami. W znacząco mniejszym stopniu zbadano problemy pękania ciał z ostrymi krawędziowymi karbami, których obecność również wywołuje osobliwości pola naprężeń w ciele liniowo-sprężystym. Fakt ten można tłumaczyć znacznymi trudnościami matematycznymi pojawiającymi się podczas rozwiązywania tego typu zadań. Dlatego duże znaczenie mają różne metody przybliżone rozwiązywania zadań tej klasy na podstawie współczynników koncentracji naprężeń obliczanych dla karbów zaokrąglonych małym (ale nie bardzo małym) promieniem krzywizny. W postępowaniu takim, niezbędna jest znajomość zależności o charakterze asymptotycznym pomiędzy współczynnikiem koncentracji naprężeń w wierzchołku karbu zaokrąglonego a współczynnikiem intensywności naprężeń w wierzchołku odpowiedniego ostrego koncentratora naprężeń. Zależności te otrzymywano dla karbów o kształtach parabolicznych, hiperbolicznych (Benthem, 1987; Lazzarin i Tovo, 1996; Filippi i inni, 2002) i innych (Strandberg, 1999) mających w otoczeniu wierzchołka zmienny promień krzywizny. Próby ich wykorzystania do obliczeń współczynników intensywności naprężeń w wierzchołkach karbów ostrych prowadziły do wyników o niewystarczającej dokładności. Przeprowadzone badania własne (Savruk i Kazberuk 2006) wykazały, że na stosunek współczynników intensywności i koncentracji naprężeń wpływa nie tylko wielkość promienia krzywizny w wierzchołku karbu lecz również kształt karbu w pewnym otoczeniu wierzchołka. Poniżej zaprezentowano zastosowanie otrzymanej zależności do szacowania współczynników intensywności naprężeń w wierzchołku karbu wyciętego w krawędzi półpłaszczyzny poddanej rozciąganiu oraz wzory aproksymacyjne określające wartości współczynników koncentracji naprężeń w wierzchołkach karbów zaokrąglonych łukami o dowolnej krzywiźnie.

2. ZALEŻNOŚĆ POMIĘDZY WSPÓŁCZYNNIKAMI INTENSYWNOŚCI I KONCENTRACJI NAPRĘŻEŃ DLA KARBÓW OSTRYCH I ZAOKRĄGLONYCH

Pierwszą tego rodzaju zależnością, szeroko stosowaną w praktyce inżynierskiej do oszacowania wielkości maksymalnych naprężeń normalnych σ_{max} w wierzchołku wąskiego U-podobnego karbu poprzez współczynnik intensywności naprężeń K_I, w wierzchołku odpowiedniej szczeliny był wzór,

$$\sigma_{\max} = \frac{K_{\mathrm{I}}}{\sqrt{2\pi}} R_{\mathrm{I}} \rho^{-\lambda} \qquad (\lambda = 1/2, \quad R_{\mathrm{I}} = 2\sqrt{2}), \tag{1}$$

gdzie ρ – promień krzywizny w wierzchołku karbu. Występujący tu bezwymiarowy parametr R_I, nazywany również współczynnikiem wygładzenia naprężeń (Benthem 1987), charakteryzuje przejście od współczynnika intensywności naprężeń w wierzchołku karbu ostrego (lub szczeliny) do maksymalnych normalnych naprężeń} w wierzchołku karbu zaokrąglonego. Wzór postaci (1) występuje w wielu publikacjach m.in. Creagera i Parisa (1967) i Neubera (1977). Łatwo go uzyskać korzystając ze znanego rozwiązania zadania o koncentracji naprężeń wokół otworu eliptycznego (np. Savruk 1989). Uogólnienie wzoru (1) na przypadki karbów o kącie rozwarcia 2β i wierzchołkach zaokrąglonych promieniem krzywizny ρ dokonuje się poprzez zamianę K_I dla szczeliny na K_I^V – uogólniony współczynnik intensywności naprężeń dla karbów ostrych. Parametr λ przyjmuje się jako najmniejszy dodatni pierwiastek równania charakterystycznego

$$(1-\lambda)\sin 2\alpha + \sin\big(2\alpha(1-\lambda)\big) = 0, \quad \alpha = \pi - \beta. \tag{2}$$

Wartości współczynnika wygładzenia naprężeń R_I obliczane są z następującej formuły aproksymacyjnej ważnej dla karbów o krawędziach prostych i zaokrąglonych łukiem kołowym (Savruk, Kazberuk 2006):

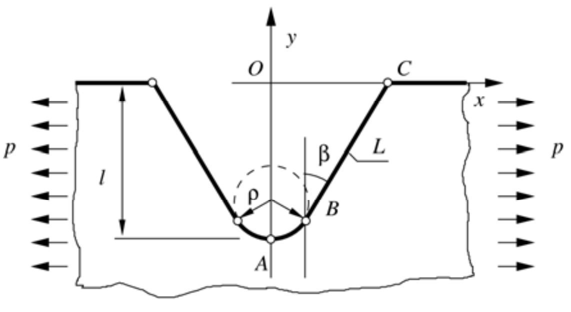
$$R_{\mathrm{I}} = \frac{1+28{,}75\gamma+98{,}04\gamma^2-102{,}1\gamma^3+47{,}4\gamma^4-8{,}436\gamma^5}{1+20{,}71\gamma}, \qquad (3)$$

gdzie $\gamma = \pi/2 - \beta$. Błąd oszacowania nie przekracza 0.1% dla $\beta < 165^{\mathrm{o}}$.

Uprzednio uważano, że dla karbów U-podobnych (β=0) wzór (1) jest dokładny. Pod uwagę brano jedynie wielkość promienia krzywizny w wierzchołku karbu nie uwzględniając kształtu karbu w otoczeniu wierzchołka. Analiza przedstawiona w we wcześniejszych publikacjach (Savruk, Kazberuk 2006, 2007) wykazała, że zależność pomiędzy współczynnikami intensywności i koncentracji naprężeń dla karbów ostrych i zaokrąglonych a promienieniem krzywizny w wierzchołku jest niejednoznaczna: przy jednakowej krzywiźnie uzyskiwano różne zależności dla różnych kształtów konturu karbu. Zatem, do oceny koncentracji naprężeń w wierzchołkach wąskich karbów o równoległych, prostych krawędziach i wierzchołku w postaci półokręgu zamiast $R_{\mathrm{I}} = 2\sqrt{2}$ należy przyjmować dokładniejszą wartość R_{I} = 2.989, wynikającą ze wzoru (3).

3. KRAWĘDZIOWY KARB W ROZCIĄGANEJ PÓŁPŁASZCZYŹNIE SPRĘŻYSTEJ

Rozważa się półpłaszczyznę sprężystą ($y \le 0$), osłabioną krawędziowym karbem zaokrąglonym łukiem kołowym o promieniu ρ. Głębokość karbu i kąt rozwarcia ramion oznaczono odpowiednio l i 2 β. Kontur karbu L i brzeg półpłaszczyzny są nieobciążone. Półpłaszczyzna jest rozciągana naprężeniami $\sigma_x^\infty = p$ (rys. 1).



Rys. 1 Karb krawędziowy w rozciąganej półpłaszczyźnie

Zespolone potencjały naprężeń (Muskhelishvili 2003) zagadnienia brzegowego zapisano w postaci

$$\Phi_*(z) = \Phi_0(z) + \Phi(z), \quad \Psi_*(z) = \Psi_0(z) + \Psi(z), \qquad (4)$$

gdzie potencjały

$$\Phi_0(z) = p/4, \quad \Psi_0(z) = -p/2$$

opisują jednorodne pole naprężeń w półpłaszczyźnie, a funkcje $\Phi(z)$ i $\Psi(z)$ określają zaburzenie naprężeń wywołane obecnością karbu L. Warunek graniczny na konturze karbu przyjmuje postać

$$\sigma_n + i\tau_{ns} = p(t) = -\frac{p}{2}\left(1 - \frac{d\bar{t}}{dt}\right), \quad t \in L, \qquad (5)$$

a w nieskończoności naprężenia są zerowe.

Przedstawienie całkowe rozwiązania zadania granicznego zapisano w postaci (Savruk, 1981)

$$\Phi(z) = \frac{1}{\pi}\int_L [f_1(t,z)g'(t)dt + f_2(t,z)\overline{g'(t)dt}],$$

$$\Phi'(z) = \frac{1}{\pi}\int_L [g_1(t,z)g'(t)dt + g_2(t,z)\overline{g'(t)dt}],$$

$$\Psi(z) = \frac{1}{\pi}\int_L [h_1(t,z)g'(t)dt + h_2(t,z)\overline{g'(t)dt}],$$

gdzie

$$f_1(t,z) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t-z} - \frac{1}{\bar{t}-z}\right), \qquad f_2(t,z) = \frac{t-\bar{t}}{2(\bar{t}-z)^2},$$

$$g_1(t,z) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{(t-z)^2} - \frac{1}{(\bar{t}-z)^2}\right), \qquad g_2(t,z) = \frac{t-\bar{t}}{(\bar{t}-z)^3},$$

$$h_1(t,z) = -\frac{\bar{t}}{2}\left(\frac{1}{(t-z)^2} - \frac{1}{(\bar{t}-z)^2}\right),$$

$$h_2(t,z) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t-z} - \frac{1}{\bar{t}-z} - \frac{(t-\bar{t})(\bar{t}+z)}{(\bar{t}-z)^3}\right).$$

Spełniając warunek graniczny (5), uzyskuje się osobliwe równanie całkowe

$$\frac{1}{\pi}\int_L \left[K(t,t')g'(t)dt + L(t,t')\overline{g'(t)dt}\right] = p(t'), \qquad t' \in L, \qquad (6)$$

którego jądra wyrażają wzory

$$K(t,t') = f_1(t,t') + \overline{f_2(t,t')} + \frac{\overline{dt'}}{dt}[t'\overline{g_2(t,t')} + \overline{h_2(t,t')}],$$

$$L(t,t') = f_2(t,t') + \overline{f_1(t,t')} + \frac{\overline{dt'}}{dt}[t'\overline{g_1(t,t')} + \overline{h_1(t,t')}].$$

Równanie konturu karbu L zapisano w postaci parametrycznej $t=l\omega(\xi)$, przy $-1 \le \xi < -1$.
Uwzględniając warunki symetrii zadania

$$g'(-t) = -\overline{g'(t)}, \quad t \in L, \qquad (7)$$

równanie całkowe (6) sprowadza się do układu n zespolonych liniowych równań algebraicznych (Savruk i inni, 1989)

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left[M^*(\xi_k,\eta_m)u^*(\tau_k) + N^*(\xi_k,\eta_m)\overline{u^*(\tau_k)}\right] = p(\eta_m), \\ \qquad\qquad\qquad\qquad m = \overline{1...n-1}, \\ u^*(+1) = -\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\left\{\mathrm{Re}\,u^*(\xi_k)\left[\sin\dfrac{\pi(2k-1)}{4n}\right]^{-1}\right. \\ \left. + i\,\mathrm{Im}\,u^*(\xi_k)\cot\dfrac{\pi(2k-1)}{4n}\right\} = 0 \end{cases}$$

z n zespolonymi niewiadomymi $u^*(\tau_k)$, $k = \overline{1,...,n}$.
Przyjęto następujące oznaczenia:

$$M^*(\xi_k,\eta_m) = M(\xi_k,\eta_m) - N(-\xi_k,\eta_m),$$

$$N^*(\xi_k,\eta_m) = N(\xi_k,\eta_m) - M(-\xi_k,\eta_m);$$

$$M(\xi,\eta)=lK(\omega(\xi),\omega(\eta)),\quad N(\xi,\eta)=lL(\omega(\xi),\omega(\eta));$$

$$\xi=G(\tau),\quad \eta=G(\theta);\quad g'(\omega(\xi))\omega'(\xi)=u(\xi)\Big/\sqrt{1-\xi^2},$$

$$u^*(\tau)\Big/\sqrt{1-\tau^2}=u(\xi)G'(\tau)\Big/\sqrt{1-\xi^2};$$

$$\xi_k=G(\tau_k),\quad \tau_k=\cos\frac{\pi(2k-1)}{4n},\quad k=\overline{1,...,n};$$

$$\eta_m=G(\theta_m),\quad \theta_m=\cos\frac{\pi m}{2n},\quad m=\overline{1,...,(n-1)}.$$

Jako nieliniową transformację zagęszczającą węzły kwadratury i węzły kolokacji w otoczeniu punktu ξ=0 (wierzchołka karbu) w celu zwiększenia dokładności rozwiązania równania całkowego przy małych wartościach parametru $\varepsilon=\rho/l$, wybrano funkcję (Johnston i Elliot 2005)

$$G(\tau)=d\,\mathrm{sh}(\mu\tau),\ \mu=\mathrm{arsh}(d),$$

gdzie stałą d dobiera się na drodze eksperymentu numerycznego (tu przyjęto d=10^{-5}).

Naprężenia w punkcie A (wierzchołku karbu) oblicza się ze wzoru (Savruk i inni, 1989)

$$(\sigma_s)_{\max}=4\,\mathrm{Im}\frac{u^*(0)}{G'(0)\omega'(0)}.$$

Wartość $u^*(0)$ wylicza się przeprowadzając interpolację Lagrange'a na węzłach Chebysheva. Uwzględniając symetrię rozwiązania (7), poszukiwana wartość wyznaczana jest z następującego wzoru:

$$u^*(0)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+n}\tan\frac{\pi(2k-1)}{4n}\mathrm{Im}\,u^*(\xi_k).$$

Uogólnione współczynniki intensywności naprężeń K_I^V w wierzchołku A ostrego karbu oblicza się z równania

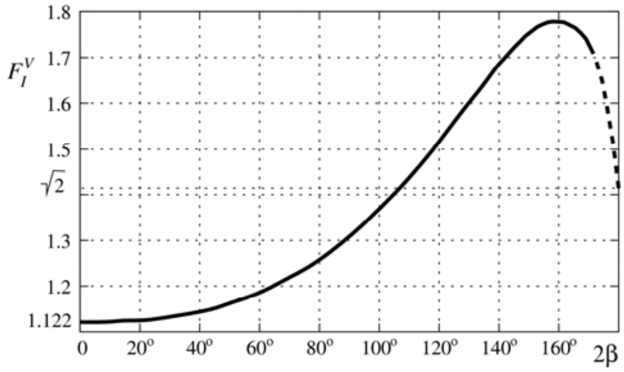
$$K_\mathrm{I}^\mathrm{V}=\left(\sqrt{2\pi}/R_\mathrm{I}\right)\lim_{\rho\to 0}\rho^{\lambda}(\sigma_s)_{\max} \tag{8}$$

Obliczenia przeprowadzono dla parametru ε zmieniającego się w przedziale $0{,}0002\le\varepsilon\le 1$. Kąt rozwarcia karbu zawierał się w przedziale od 0° do 170°. Otrzymane wartości bezwymiarowego współczynnika intensywności naprężeń $F_\mathrm{I}^\mathrm{V}=K_\mathrm{I}^\mathrm{V}/(pl^{\lambda}\sqrt{\pi})$ w funkcji kąta rozwarcia 2β przedstawiono na rys. 2, przyjmując że $F_\mathrm{I}^\mathrm{V}=\sqrt{2}$ dla $2\beta=\pi$. Identyczne wyniki (różnice nie przekraczały 0,1%) dla kątów $0°\le\beta\le 150°$ z krokiem 15^0 podał Dunn i inni (1997).

Dla niektórych wartości kąta rozwarcia karbu $2\beta=\{0°;\ 30°;\ 60°;\ 90°\}$ zbudowano zależność aproksymacyjną pozwalającą szacować wartość współczynnika koncentracji naprężeń w wierzchołku A w funkcji parametru ε

$$k_A=a+2(1-b\tanh(c\ln\varepsilon))\varepsilon^{-\lambda},\ 0<\varepsilon\le 1, \tag{9}$$

Wartości stałych b i c przedstawiono w tab. 1. Współczynnik $a=1{,}065$ nie zależy od kąta rozwarcia karbu odpowiadając wartości współczynnika koncentracji



Rys. 2. Uogólniony bezwymiarowy współczynnik intensywności naprężeń w funkcji kąta rozwarcia karbu.

Tab. 1. Wartości współczynników we wzorze (9)

2β	λ	R_I	b	c
0°	0,5000	2,989	0,1825	0,283
30°	0,4986	2,999	0,2013	0,258
60°	0,4878	2,986	0,2521	0,250
90°	0,4555	2,901	0,3420	0,259

naprężeń dla karbu o kształcie półokręgu, tzn. k_A = 3,065 (Pilkey 1997). Stałą b wylicza się z warunku

$$2(1+b)=\lim_{\varepsilon\to 0}[\varepsilon^{\lambda}k_A]=\frac{1}{p}\lim_{\varepsilon\to 0}[\varepsilon^{\lambda}(\sigma_s)_{\max}]=\frac{K_\mathrm{I}^\mathrm{V}R_\mathrm{I}l^{-\lambda}}{p\sqrt{2\pi}}$$

dla znanych wartości parametru λ i współczynnika R_I (tab. 1). Wartości stałej c uzyskano stosując aproksymację metodą najmniejszych kwadratów. Błąd względny otrzymanej zależności (9) nie przekracza 0,1%.

Podobną zależność dla półeliptycznego karbu krawędziowego o głębokości l i minimalnym promieniu krzywizny $\rho(\varepsilon=\rho/l)$ podał Neuber (1977)

$$k_t=\frac{1+2{,}48/\sqrt{\varepsilon}+1{,}16/\varepsilon}{1+0{,}517/\sqrt{\varepsilon}},\ 0<\varepsilon\le 1, \tag{10}$$

Wzór ten pozwala szacować wartość współczynnika koncentracji naprężeń z maksymalnym błędem równym 1%.

W praktyce inżynierskiej (Pilkey 1997) dla wąskich ($0{,}003\le\varepsilon\le 1$) karbów krawędziowych pół-eliptycznego i U-podobnych ($\beta=0$) stosuje się taką samą zależność. Porównanie wyników (9) przy $\beta=0$ i (10) prowadzi do wniosku, że współczynniki koncentracji naprężeń w przypadku karbu półeliptycznego są zawsze mniejsze niż dla U-kształtnego. Względna różnica odpowiednich wartości jest mniejsza od 1% przy $0{,}6<\varepsilon\le 1$ i rośnie osiągając wartość 5,4% kiedy parametr ε dąży do zera.

W pracy (Noda i innych, 1995), dla karbów o kącie rozwarcia $2\beta=60°$ przedstawiono następującą zależność aproksymacyjną współczynnika koncentracji naprężeń od parametru

$$k_t=(1{,}035-0{,}0261\varepsilon^{1/2}-0{,}145\varepsilon+0{,}084\varepsilon^{3/2})k_{t,H}, \tag{11}$$

gdzie $0<\varepsilon\le 1$ oraz

$$k_{t,H}=(1{,}121-0{,}2846\varepsilon^{1/2}+0{,}3397\varepsilon-0{,}1544\varepsilon^{3/2})k_{t,E},$$

$$k_{t,E}=1+2/\sqrt{\varepsilon}.$$

Współczynniki we wzorach (11) otrzymano metodą najmniejszych kwadratów na podstawie wyników numerycznych dla zagadnienia koncentracji naprężeń rozwiązywanego metodą sił masowych (Nisitani, Noda 1986). Błąd względny tego oszacowania nie przekracza 0,2%.

Porównanie zależności aproksymacyjnych (9) dla karbów o rozwarciu $2\beta=60^{\circ}$ z wynikami obliczanymi na podstawie wzoru (11), wskazuje, że w przedziale $0{,}008\leq\varepsilon\leq1$ różnice w obliczanych wartościach nie przekraczają 0,2%. Jednakże wraz ze zmniejszaniem się parametru ε ta różnica rośnie, osiągając 1% dla $\varepsilon=0{,}002$. Ponieważ we wzorze (11) nie występują składniki z mnożnikiem $\exp(-\lambda)$, zatem współczynnik koncentracji naprężeń (11) nie osiąga wartości granicznej. Stąd, dla $\varepsilon\to0$ błąd względny oszacowania rośnie do nieskończoności.

4. PODSUMOWANIE

Na podstawie wcześniej otrzymanej przez Autorów zależności pomiędzy współczynnikami koncentracji i intensywności naprężeń dla karbów ostrych i zaokrąglonych łukiem kołowym, przedstawiono jednolite podejście do rozwiązywania zagadnień o koncentracji naprężeń wokół krawędziowych koncentratorów naprężeń. Wykorzystując metodę osobliwych równań całkowych i transformacje sigmoidalne do numerycznego obliczania całek quasi-osobliwych otrzymano rozwiązanie zagadnienia o koncentracji naprężeń w rozciąganej półpłaszczyźnie sprężystej zawierającej karb o krawędziach prostych zaokrąglony łukiem kołowym o małym promieniu krzywizny ρ. Następnie przechodząc do granicy, kiedy $\rho\to0$, uzyskano współczynniki intensywności naprężeń w wierzchołku odpowiedniego karbu ostrego. Na tej podstawie zbudowano wzory aproksymacyjne na współczynniki koncentracji naprężeń w wierzchołkach karbów zaokrąglonych łukami kołowymi o dowolnej krzywiźnie. Przedstawiono wyniki analizy numerycznej dla krawędziowych karbów o dowolnym kącie rozwarcia. Przeprowadzone porównania szczególnych przypadków z wynikami uzyskiwanymi innymi metodami wykazały wysoką efektywność prezentowanego podejścia.

LITERATURA

1. **Benthem J.P.** (1987), Stresses in the region of rounded corners, *Int. J. Solids Struct.*, **23**, 239-252.
2. **Creager M., Paris P.C.** (1967), Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking, *// Int. J. Fract. Mech.*, 3, 247-252.
3. **Dunn M.L., Suwito W., Cunningham S.** (1997), Stress intensities at notch singularities, *Eng. Fract. Mech.*, **57**, 417-430.
4. **Filippi S., Lazzarin P., Tovo R.** (2002), Developments of some explicit formulas useful to describe elastic stress fields ahead of notches in plates, *Int. J. Solids Struct.*, **39**, 4543 -4565.
5. **Johnston P.R., Elliott D. (2005),** A sinh transformation for evaluating nearly singular boundary element integrals, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **62**. 564-578.
6. **Lazzarin P., Tovo R.** (1996), A unified approach to the evaluation of linear elastic stress field in the neighbourhood of crack and notches, *Int. J. Fract.*, **78**, 3-19.
7. **Muskhelishvili N.I.** (2003) Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, *Springer,* 768 p.
8. **Neuber H.** (1977), Die halbelliptische Kerbe mit Riss als Beispiel zur Korrelation von Mikro- und Makro-spannungskonzentrationen, *Ing.-Arch.*, **46**, 389-399.
9. **Nisitani H., Noda N.A.** (1986), Stress concentration of a strip with double edge notches under tension or in-plane bending, *Eng. Fract. Mech.,* **23**, 1051-1065.
10. **Noda N.-A., Sera M., Takase Y.** (1995), Stress concentration factors for round and flat test specimens with notches, *Int. J. Fatig.,* **17,** 163-178.
11. **Pilkey W.D.** (1997), Peterson's Stress Concentration Factors, 2 ed., 544 p.
12. **Savruk M.P.** (1981) Dvumernye zadači yprugosti dlâ tel s Teresinami, *Nauk. Dumka,* 324 s.
13. **Savruk M.P.** (1988) Koèfficienty intensivnosti naprâženij v telah s treŝinami, Meh. razrušeniâ i pročnost' materialov / Sprav. posobie pod red. V.V.Panasŭka, *Nauk. Dumka* 620 c.
14. **Savruk M.P., Kazberuk A.** (2006), Zaležnìst' mìž koefìcìentami intensivnostì ta koncentracìï napružen' dlâ gostryh i zakruglenyh kutovyh vyrìzìv, *Fìz.-him. mehanika materialiv,* **42**, 56-65.
15. **Savruk M.P., Kazberuk A.** (2007), Edinyj podhod k rešeniŭ zadač o koncentracii naprâženij okolo ostryh i zakruglennyh uglovyh vyrezov, *Prikladnaâ mehanika,* **43, 70-87.**
16. **Savruk M.P., Osiv P.N., Prokopčuk I.V.** (1989), Ĉislennyj analiz v ploskih zadačah teorii treŝin, *Nauk. dumka,* 248 s.
17. **Strandberg M.** (1999), A numerical study of the elastic stress arising from sharp and blunt V-notches in a SENT-specimen, *Int. J. Fract.,* **100**, 329-342.

STRESS CONCENTRATION NEAR A ROUNDED V-NOTCH WITH ARBITRARY VERTEX CURVATURE

Abstract: The unified approach to solve problems of stress concentration around sharp and rounded V-shaped notches in an elastic half-plane based on singular integral equation method was proposed. At first, the problem was solved for an elastic domain with V-shaped notch with rounded vertex of small radius of curvature. Then the passage to the limit, when curvature radius tends to zero, was used to obtain stress intensity factor at the vertex of sharp V-notch. The numerical results of stress intensity factors and stress concentration factors for the edge V-shaped notch in a half-plane were discussed.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu nr W/WM/9/06 realizowanego w Politechnice Białostockiej

OPTYMALNE PROJEKTOWANIE KOMPOZYTOWYCH ŁOPAT ELEKTROWNI WIATROWEJ

Eugeniusz ŚWITOŃSKI*, Mariola JURECZKO*, Arkadiusz MĘŻYK*

* Katedra Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny Technologiczny, Politechnika Śląska ul. Konarskiego 18 A, 44-100 Gliwice

eugeniusz.switonski@polsl.pl, Mariola.Jureczko@polsl.pl

Streszczenie: Wymagania stawiane elektrowniom wiatrowym, tj. generowanie dużej mocy, wytrzymałość zmęczeniowa, czy niskie koszty materiałowe oraz produkcji, związane są z parametrami mającymi zarówno wartości ciągłe (jak np. grubość dźwigarów czy żeber), jak i dyskretne (np. liczba żeber usztywniających oraz ich rozmieszczenie wzdłuż rozpiętości łopaty). Dlatego też proces optymalizacyjny poprzedzający proces projektowania elektrowni wiatrowych jest przykładem procesu złożonego, wymagającego rozpatrywania wielu kryteriów jednocześnie. A zatem jest to proces związany z zagadnieniem optymalizacji wielokryterialnej, którego nie można rozwiązać stosując klasyczne metody optymalizacji.

1. PRZEGLĄD ROZWIĄZAŃ KONSTRUKCYJNYCH ŁOPAT

Jednym z zasadniczych kryteriów, jakie powinna spełniać elektrownia wiatrowa, jest wytwarzanie przez nią możliwie jak największej mocy przy jak najmniejszych kosztach jej produkcji. Ponieważ wartość mocy wyjściowej elektrowni wiatrowej wzrasta trzykrotnie w stosunku do długości łopaty, dlatego produkowanie lekkich i coraz dłuższych łopat jest opłacalne, a ich odpowiedni dobór jest bardzo ważny (Hansen, 2002; Jureczko i Mężyk, 2003). Poza tym koszt produkcji łopat stanowi jedynie około 10 % całkowitego kosztu elektrowni wiatrowej, toteż wydatki na innowacje w konstrukcjach łopat, metodach ich wytwarzania oraz stosowanych materiałach są stosunkowo małym udziałem w całkowitych kosztach produkcji. Lżejsza i lepsza konstrukcyjnie łopata pozwala zmniejszyć wymagania stawiane piaście i wieży, zmniejszając tym samym koszty produkcji i eksploatacji całej elektrowni.

W procesie projektowania łopat elektrowni wiatrowych duży nacisk kładzie się na zmniejszenie ich masy, co z kolei przyczynia się do zmniejszenia obciążeń masowych i bezwładnościowych łopaty. Podczas gdy średnica koła wiatrowego, a więc powierzchnia „zamiatania” wiatru, wzrasta proporcjonalnie do kwadratu długości łopaty, to jej masa, według reguły opartej na doświadczeniu, powinna wzrastać trzykrotnie. W praktyce jednak zależność ta została złagodzona poprzez zmiany postaci konstrukcyjnej łopat oraz rozwój metod ich wytwarzania, optymalizujących właściwości strukturalne laminatów, z których łopaty są wytwarzane.

Jednym ze sposobów zredukowania masy łopaty elektrowni wiatrowej jest zmiana jej postaci konstrukcyjnej. Goeij i inni (1999) w swej pracy przedstawiają różne koncepcje projektowania wnętrza łopaty, uwzględniające m.in. zmęczenie kompozytów obciążonych pozaosiowo w stosunku do kątów orientacji włókien. W publikacji tej znajdują się również opisy konstrukcji łopat, technik ich wytwarzania oraz materiałów, z jakich są wykonywane.

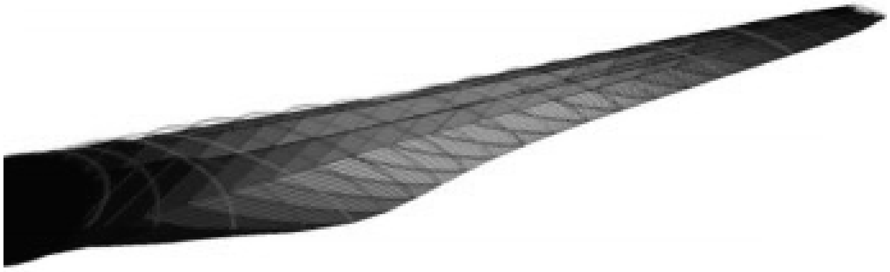
Innym sposobem zmniejszenia masy łopaty elektrowni wiatrowej, przy jednoczesnym zwiększeniu ich sztywności i trwałości, jest modyfikacja materiałów stosowanych na elementy konstrukcyjne łopat, tj. dźwigary, żebra i poszycie. I tak np. modyfikacje kompozytu, z którego wytwarzane jest poszycie, mogą polegać na zwiększeniu grubości i gęstości warstwy balsy, zwiększeniu udziału warstw zbrojeniowych, czy zmianie orientacji bądź rodzaju włókien. Kompozyty stosowane na dźwigary można modyfikować w podobny sposób.

2. MODEL NUMERYCZNY ŁOPATY ELEKTROWNI WIATROWEJ

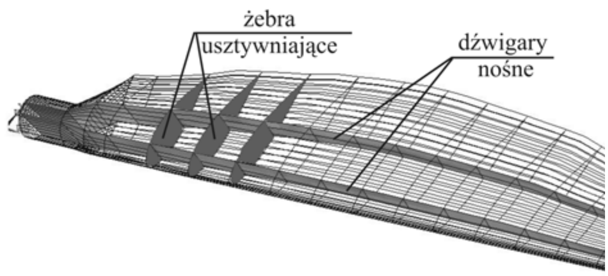
W celu opracowania modelu numerycznego łopaty elektrowni wiatrowej o cechach geometrycznych wyznaczonych na podstawie zmodyfikowanej metody Blade Element Method stworzono w języku APDL wsadowy plik parametryczny do programu Ansys®. W modelu tym wyselekcjonowano trzy grupy elementów: powłokę, dźwigary nośne i żebra usztywniające.

Wyselekcjonowanie elementów w modelu numerycznym łopaty umożliwiło zadanie im różnych grubości i danych materiałowych oraz zdefiniowanie różnych typów elementów. Poza tym możliwe było wyznaczanie naprężeń, odkształceń oraz masy poszczególnych elementów.

Wykonany model numeryczny łopaty składa się z 12343 elementów i z 10874 węzłów. Jako elementy skończone przyjęto powłokę 8-węzłową, która posiada 6 stopni swobody, co umożliwiło zamodelowanie kompozytu. Definiując kształt zastosowanego elementu skończonego zadaje się średnią lub dowolną grubość poszczególnych warstw materiałowych w każdym węźle, kąt ukierunkowania własności materiałowych poszczególnych warstw oraz właściwości ortotropowe materiałów z jakich wykonane są poszczególne warstwy. Na rys.1 przedstawiono częściowy widok struktury zewnętrznej modelu MES łopaty elektrowni wiatrowej. Natomiast na rys.2 przedstawiono jej strukturę wewnętrzną.



Rys. 1. Model strukturalny powłoki łopaty



Rys. 2. Model strukturalny łopaty z zaznaczeniem wyselekcjonowanych elementów

3. DOBÓR MATERIAŁÓW KOMPOZYTOWYCH

W obliczeniach optymalizacyjnych przyjęto, iż łopata posiada konstrukcję samonośną opartą na szklanych tkaninach modułowych o wyraźnie ukierunkowanych właściwościach mechanicznych.

W modelu numerycznym łopaty wyselekcjonowano trzy elementy, dla których przyjęto różne właściwości materiałowe. Założono, iż żebra oraz dźwigary wykonane są z laminatu o *n* warstwach kompozytu włóknistego szkło – żywica epoksydowa, o ortotropowych właściwościach mechanicznych, przy czym poszczególne warstwy zorientowane są $\pm 45^{o}$. Do obliczeń przyjęto dane materiałowe zaczerpnięte z artykułu autorstwa Tita i innych (2001). Ponieważ grubości zarówno żeber jak i dźwigarów są w procesie optymalizacji zmiennymi projektowymi, to liczba warstw kompozytu uzależniona jest od wyznaczonych wartości zmiennych projektowych, i może wynosić od 10 do 28 warstw.

Natomiast dobierając materiał na poszycie, stworzono laminat składający się z 7 warstw różnych kompozytów: żelkot, laminat włókien szklanych rozmieszczonych przypadkowo w osnowie z żywicy epoksydowej, laminat włókien szklanych rozmieszczonych trójosiowo CDB340 w osnowie z żywicy epoksydowej, balsa, laminat włókien szklanych A260 rozmieszczonych trójosiowo w osnowie z żywicy epoksydowej, balsa, laminat włókien szklanych rozmieszczonych trójosiowo CDB340 w osnowie z żywicy epoksydowej. Do obliczeń przyjęto dane materiałowe zaczerpnięte z publikacji Griffina (2002).

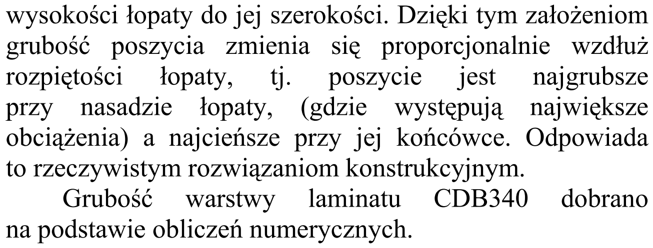
Grubości warstw z żelkotu i laminatu włókien szklanych rozmieszczonych przypadkowo w osnowie z żywicy epoksydowej przyjęto na podstawie posiadanych danych produkcyjnych. Natomiast grubości warstw balsy wynosiły odpowiednio 0.75% oraz 1.5% cięciwy w wyselekcjonowanym segmencie aerodynamicznym.

Grubość warstwy włókien A260 rozmieszczonych trójosiowo przyjęto jako 2 % wartości zależności wysokości łopaty do jej szerokości. Dzięki tym założeniom grubość poszycia zmienia się proporcjonalnie wzdłuż rozpiętości łopaty, tj. poszycie jest najgrubsze przy nasadzie łopaty, (gdzie występują największe obciążenia) a najcieńsze przy jej końcówce. Odpowiada to rzeczywistym rozwiązaniom konstrukcyjnym.

Grubość warstwy laminatu CDB340 dobrano na podstawie obliczeń numerycznych.

4. OPRACOWANIE PAKIETU PROGRAMÓW KOMPUTEROWYCH DO OPTYMALNEGO PROJEKTOWANIA ŁOPAT

Na rys. 3 przedstawiono schemat blokowy opracowanego algorytmu obliczeń numerycznych, którego zadaniem jest wspomaganie procesu projektowania łopat elektrowni wiatrowych. Algorytm ten zastosowano do wielokryterialnej optymalizacji dyskretno-ciągłej dla zagadnienia minimalizacji amplitud drgań. Programy komputerowe, w których zaimplementowano poszczególne etapy powyższego algorytmu, przygotowano w różnych środowiskach programowania komputerowego.



Rys. 3. Schemat blokowy obliczeń numerycznych

Ważnym aspektem efektywności prowadzonych badań było opracowanie odpowiedniego sposobu wymiany danych i wzajemnej współpracy pomiędzy komercyjnym oprogramowaniem ANSYS® oraz oprogramowaniem autorskim.

Moduł z zaimplementowanym procesem optymalizacyjnym, z wykorzystaniem algorytmu genetycznego, (po jego modyfikacjach mających na celu dostosowanie go do zagadnienia optymalizacji dyskretno – ciągłej) napisano w środowisku Delphi, poprzez stworzenie autorskiego programu O.Ł.E.W. v.1.7. Program ten współpracuje z programem Ansys®, w którym tworzony jest model numeryczny łopaty, o cechach geometrycznych wyznaczonych na podstawie procesu optymalizacyjnego, w celu wyznaczenia własności wytrzymałościowych i modalnych łopaty. Aby współpraca ta odbywała się szybko, bez dodatkowych utrudnień, tj. bez konieczności każdorazowego tworzenia modelu numerycznego łopaty za pomocą GUI w programie Ansys®, stworzono w języku APDL wsadowy plik parametryczny. W pliku tym zapisano cechy geometryczne łopaty jak zmienne parametryczne. Stworzenie tego pliku znacznie uprościło proces optymalizacyjny, jednocześnie znacznie skracając czas obliczeń.

5. SFORMUŁOWANIE ZADANIA OPTYMALIZACJI

Zasadniczym celem procesu optymalizacyjno – konstrukcyjnego łopat elektrowni wiatrowych, ze względu na zjawiska dynamiczne jakie towarzyszą eksploatacji elektrowni, jest zapewnienie odpowiednich charakterystyk dynamicznych układu, co szeroko zostało omówione w monografii Mężyka i Jureczko (2006). Charakterystyki dynamiczne układu określane są m.in. poprzez częstości własne oraz widmowe funkcje przejścia, gdzie częstości nietłumionych drgań własnych wyznacza się z zależności:

$$\det\left(\mathbf{K}-\mathbf{M}\omega^2\right)=0\,, \tag{1}$$

a widmową funkcję przejścia z zależności:

$$\mathbf{H}(j\omega)=\left(-\mathbf{M}\omega^2+\mathbf{C}j\omega+\mathbf{K}\right)^{-1} \tag{2}$$

gdzie: $\mathbf{M}$ – macierz bezwładności, $\mathbf{K}$ – macierz sztywności, $\mathbf{C}$ – macierz tłumienia, ω – częstość drgań własnych.

Z powyższych wzorów wynika, że przy pominięciu tłumienia, na własności dynamiczne układu wpływa postać i wartości elementów macierzy sztywności $\mathbf{K}$ i macierzy bezwładności $\mathbf{M}$. Biorąc to pod uwagę, kryterium optymalizacyjne należałoby sformułować w postaci funkcji pozwalającej na modyfikacje tych macierzy.

Macierz sztywności można modyfikować wykorzystując, np. zależność na ugięcie statyczne:

$$\mathbf{F}=\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}\Rightarrow\mathbf{x}=\mathbf{K}^{-1}\cdot\mathbf{F} \tag{3}$$

gdzie: $\mathbf{F}$– macierz kolumnowa sił uogólnionych, $\mathbf{x}$ –macierz kolumnowa przemieszczeń uogólnionych.

A zatem problem optymalizacji można sformułować jako minimalizację przemieszczenia końcówki łopaty w jej kierunku poprzecznym. Modyfikując macierz sztywności jednocześnie modyfikuje się macierz bezwładności.

Wariantem klasycznym, bardzo często stosowanym przy optymalizacji cech konstrukcyjnych układów inżynierskich, jest minimalizacja masy układu.

Osobne rozpatrywanie powyższych kryteriów może prowadzić do sprzecznych rozwiązań, tzn. polepszenie wartości jednego z kryteriów może spowodować pogorszenie wartości drugiego. Przyjmując zatem jako kryterium optymalizacji jednoczesną minimalizację przemieszczenia końcówki łopaty oraz minimalizację całkowitej masy łopaty, zostaną spełnione wszystkie wcześniej wymienione wymagania stawiane łopatom elektrowni wiatrowej.

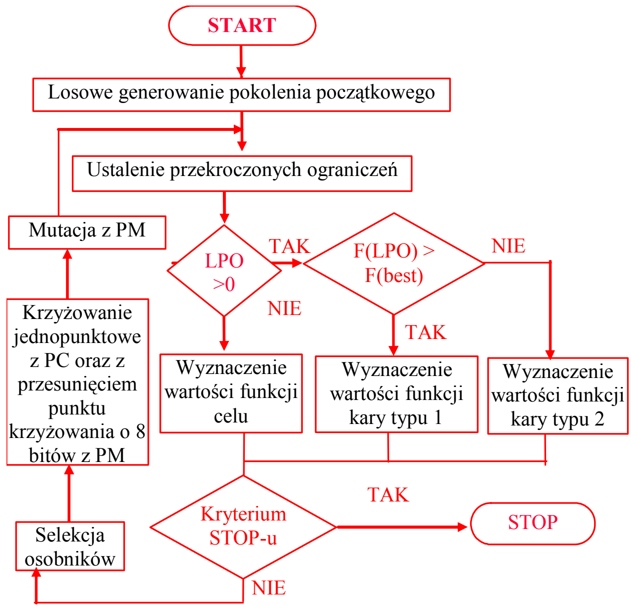
W celu wskazania najbardziej efektywnego podejścia do przedstawionego problemu optymalnego projektowania łopat, przeprowadzono trzy warianty obliczeń:

- Wariant I – wybranie kryterium minimalizacji masy łopaty jako funkcji celu i wyrażenie pozostałych kryteriów w formie ograniczeń;
- Wariant II – wybranie kryterium minimalizacji przemieszczenia końcówki łopaty jako funkcji celu i wyrażenie pozostałych kryteriów w formie ograniczeń;
- Wariant III – utworzenie funkcji celu, będącej sumą ważoną wartości dwóch najważniejszych kryteriów, tj. minimalizacji masy i przemieszczenia końcówki łopaty i wyrażenie pozostałych kryteriów w formie ograniczeń.

W procesie optymalizacyjnym jako zmienne decyzyjne rozpatrywano: grubość żeber (oznaczoną symbolem tsr), grubość dźwigarów (oznaczoną tsw), liczbę żeber usztywniających (oznaczoną nsr) i ich rozmieszczenie wzdłuż rozpiętości łopaty.

6. MODYFIKACJA PROSTEGO ALGORYTMU GENETYCZNEGO

Ze względu na występowanie w rozpatrywanym zadaniu optymalizacyjnym zmiennych o charakterze zarówno ciągłym, jak i dyskretnym, prosty algorytm genetyczny musiał zostać zmodyfikowany w celu przystosowania go do rozwiązywanego, postawionego problemu optymalizacyjnego. Modyfikacja ta dotyczyła przede wszystkim operacji równomiernego krzyżowania jednopunktowego.



Rys. 4. Schemat blokowy zasady działania zmodyfikowanego algorytmu genetycznego

7. WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

W Tab. 1 przedstawiono porównanie własności mechanicznych i modalnych łopaty elektrowni wiatrowej o cechach konstrukcyjnych pozyskanych z literatury (przed optymalizacją) oraz uzyskanych w wyniku przeprowadzonego procesu optymalizacyjnego dla wybranych wariantów optymalizacyjnych.

Tab. 1. Porównanie własności mechanicznych i modalnych łopaty przed i po optymalizacji

Funkcja celu		Model teoretyczny	Wariant I	Wariant II	Wariant III
Zmienne projektowe	tsr	0.06	0.02	0.0956	0.0960
	tsw	0.06	0.0331	0.0966	0.0702
	nsr	27	4	17	14
Masa łopaty [kg]		1119.3	831.786	1487.2	1240.7
Max naprężenie [MPa]		227	322	164	204
Max odkształcenie [%]		0.4842	0.5876	0.3376	0.4438
Przemieszczenie końcówki łopaty [m]		6.244	5.987	4.401	5.493

8. WNIOSKI

Na podstawie wyników przedstawionych m.in. w Jureczko M. (2006) oraz przeprowadzonych dla wszystkich trzech wariantów optymalizacyjnych obliczeń numerycznych symulacji numerycznych drganiowych sygnałów przemieszczeń wybranych punktów łopaty z wykorzystaniem modeli zredukowanych sformułowano następujące wnioski szczegółowe:

- zastosowanie minimalizacji masy jako kryterium optymalizacji doprowadziło do nieznacznego zmniejszenia wartości amplitud drgań łopaty przy jednoczesnej redukcji jej masy;
- zastosowanie minimalizacji przemieszczenia końcówki łopaty jako kryterium optymalizacji doprowadziło do znacznego zredukowania wartości amplitud drgań jednak przy jednoczesnym zwiększeniu jej masy;
- zastosowanie w procesie minimalizacji wagowej funkcji celu (rozważane rozwiązanie paretooptymalne) doprowadziło do zmniejszenia wartości amplitud drgań własnych łopaty przy jednoczesnym jedynie nieznacznym wzroście jej masy.

A zatem rozważane rozwiązanie paretooptymalne to rozwiązanie stanowiące kompromis pomiędzy koniecznością zapewnienia odpowiedniej sztywności łopaty a dążeniem do projektowania łopat o jak najmniejszej masie.

Podsumowując przeprowadzone badania optymalizacyjne można stwierdzić, że zastosowanie algorytmów genetycznych umożliwiło efektywne kształtowanie charakterystyk dynamicznych łopaty elektrowni wiatrowej, powodując znaczne zmniejszenie amplitud jej drgań.

LITERATURA

1. **Goeij W. C., Tooren M. J. L., Beukers A.** (1999), Implementation of bending torsion coupling in the design of a wind turbine rotor – blade. *Applied Energy*, Vol. 63, p. 191 – 207.
2. **Griffin D. A**. (2002), *Blade system design studies. Volume I: Composite technologies for large wind turbine blades*. SAND2002-1879, Unlimited Release.
3. **Hansen Martin O. L.** (2002), *Aerodynamics of wind turbines*, Published by James & James.
4. **Jones R. M.** (1999), *Mechanics of composite materials*, 2nd edition, Taylor & Francis, Inc.
5. **Jureczko M.** (2006), *Optymalizacja wielokryterialna łopat wirnika elektrowni wiatrowej ze względu na minimalizację drgań*, Rozprawa doktorska, Gliwice 2006.
6. **Jureczko M., Mężyk A.** (2003), Dobór cech geometrycznych łopaty elektrowni wiatrowej o profilu typu Clark Y. *Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej*, 20/2003, 197 – 203.
7. **Mężyk A., Jureczko M**. (2006), *Monograph Multidisciplinary optimization of the wind turbine blade with respect to minimize vibrations*, Publishers of the Silesian University of Technology, Gliwice 2006.
8. **Tita V., Carvalho J., Lirani J.** (2001), A procedure to estimate the dynamic behavior of fiber reinforced composite beams submitted to flexural vibration, *Journal of Mat. Res.* Vol. 4, no 4, 191- 207, São Carlos.

OPTIMAL DESIGN OF THE COMPOSITE WIND TURBINE BLADE

Abstract: The optimal design of the wind turbine blade involves many requirements, for example generating the large output, assurance stability of the blade structure or assurance low material costs and production. These requirements are connected with parameters of continuous nature and discrete nature. During constructional process of the wind turbine blade we have to consider many aspects, what is the reason of complexity of the problem of choice of optimal design features of the blade. This problem requires use of the multicriteria optimization methods.

ANALIZA ODKSZTAŁCEŃ LOKALNYCH W OBSZARACH NIECIĄGŁOŚCI GEOMETRYCZNYCH I NIEJEDNORODNOŚCI MATERIAŁOWYCH

Józef SZALA*, Dariusz BOROŃSKI*

* Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy
al. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz

jszpkm@utp.edu.pl, daborpkm@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono syntetyczne omówienie metod stosowanych w analizie odkształceń lokalnych w obszarach nieciągłości geometrycznych i niejednorodności materiałowych. Uwagę skoncentrowano na metodach doświadczalnych i hybrydowych znajdujących zastosowanie w badaniach realizowanych w warunkach obciążeń zmiennych w czasie. Na wybranych przykładach przedstawiono możliwości ich stosowania w analizie zagadnień zmęczenia i mechaniki pękania materiałów i konstrukcji.

1. WPROWADZENIE

Wiedza na temat lokalnego stanu odkształceń i naprężeń stanowi niezwykle istotny element wielu metod obliczeniowych stosowanych w procesie konstruowania maszyn i urządzeń. Zróżnicowanie geometryczne i materiałowe, stosowanie połączeń spajanych powodują, że praktycznie nie ma elementów konstrukcyjnych, w których nie występują efekty lokalnych spiętrzeń odkształceń i naprężeń. O ile w przypadku obciążeń statycznych ich znaczenie jest ograniczone głównie do zagadnień mechaniki pękania, tak w przypadku obciążeń zmiennych w czasie, stanowią jeden z podstawowych czynników wpływających na wytrzymałość i trwałość konstrukcji.

W ocenie stanu odkształceń i naprężeń lokalnych w obszarach nieciągłości geometrycznych i niejednorodności materiałowych stosowanych jest wiele metod: analitycznych, numerycznych, doświadczalnych i hybrydowych. W pracy przedstawione zostaną wybrane metody analizy rozkładów odkształceń i naprężeń lokalnych, ze szczególnym zwróceniem uwagi na możliwości ich stosowania w zagadnieniach zmęczenia i mechaniki pękania oraz przykłady zastosowania metod doświadczalnych i hybrydowych w analizie odkształceń w strefach zmęczeniowego pękania elementów z nieciągłościami geometrycznymi i niejednorodnością materiałową.

Spiętrzania odkształceń i naprężeń rozpatrywane są w problematyce zmęczenia materiałów od wielu lat i doczekały się szeregu znaczących opracowań. Wykorzystywane są one pośrednio także w praktyce inżynierskiej. Przykładami mogą być powszechnie stosowane teoretyczne metody analizy odkształceń i naprężeń lokalnych oparte na tzw. regule Neubera (1961) lub modelu Glinki-Molskiego (Glinka, 1985), a także nowe metody np. Łagody-Machy (1998). Ich zaletą jest prostota oraz łatwość zastosowania w metodach obliczeń trwałości zmęczeniowej, jednak skuteczność często zależy od prawidłowości doboru odpowiedniej wartości współczynników kształtu K_t lub współczynników działania karbu K_f.

Analiza wpływu stanu odkształceń i naprężeń na przebieg zmęczenia wymaga jednak wiedzy nie tylko o ich maksymalnych wartościach, ale także o ich rozkładach, udziale składowych sprężystych i plastycznych, przebiegu zmian w trakcie cyklicznie zmiennego obciążenia oraz o cyklicznych właściwośiach materiału. Z tego powodu bardzo duże znaczenie w analizie spiętrzeń odkształceń i naprężeń posiadają metody numeryczne, głównie metoda elementów skończonych. Są one jednak obarczone ograniczeniami. Związane są one głównie ze złożonością i różnorodnością postaci geometrycznej obiektów oraz charakteru obciążeń, jak i trudnościami w modelowaniu właściwości materiałowych. Pełna analiza numeryczna wymaga, m.in. bardzo precyzyjnego odtwarzania stanu obciążenia w analizowanym obiekcie. Ponadto w wielu przypadkach proste ograniczenie modelowania tylko do strefy elementu objętej analizą zmęczeniową powoduje znaczne uproszczenia. Polegają one m.in. na nieuwzględnianiu oddziaływania odrzuconej części obiektu na jego rozważany obszar (efekt dekompozycji obiektu) oraz nieuwzględnianiu zmian własności materiałowych wywołanych cyklicznością obciążenia.

Możliwość mniej lub bardziej dokładnej teoretycznej analizy stanu odkształceń i naprężeń w elemencie konstrukcyjnym nie jest tym samym w wielu przypadkach wystarczająca. Wielokrotnie, obserwowany przebieg zmian odkształceń i naprężeń lokalnych jest daleki od wyznaczonego metodami teoretycznymi. W konsekwencji ciągle bardzo ważnym narzędziem w badaniach zmęczeniowych pozostają metody analizy odkształceń i naprężeń oparte na technikach doświadczalnych.

2. PRZEGLĄD WYBRANYCH METOD ANALIZY ODKSZTAŁCEŃ I NAPRĘŻEŃ LOKALNYCH

Jak już wcześniej wspomniano, pomimo istnienia uznanych i zweryfikowanych analitycznych modeli opisujących rozkłady odkształceń i naprężeń w miejscach ich koncentracji, ich zastosowanie często jest zawężone do najprostszych geometrii i obciążeń elementów oraz prostych opisów własności materiałowych. Z tego względu możliwości ich praktycznego zastosowania w wielu przypadkach są mocno ograniczone.

Także w przypadku licznej grupy metod doświadczalnych, jak i coraz szerzej stosowanych metod numerycznych, nie da się wskazać narzędzi uniwersalnych, których zastosowanie nie budziłoby wątpliwości lub nie byłoby związane z koniecznością wprowadzania różnego typu ograniczeń.

W dalszej części pracy krótko scharakteryzowane zostaną wybrane metody numerycznej, doświadczalnej i hybrydowej analizy odkształceń.

2.1. Metody numeryczne

Postęp w zakresie technik komputerowych i technologii informatycznych powoduje, że w ostatnich latach obserwowany jest bardzo znaczny wzrost zastosowania metod numerycznych w zagadnieniach mechaniki. Dotyczy to zarówno konwencjonalnych metod takich jak metoda różnic skończonych, metoda elementów skończonych czy metoda elementów brzegowych, jak i rozwijających się gwałtownie sieci neuronowych, algorytmów genetycznych czy dynamiki molekularnej.

Te ostatnie pomimo wielu zalet dających możliwości rozwiązywania zagadnień niemożliwych do osiągnięcia metodami konwencjonalnymi, pozostają ciągle na etapie rozwoju i ich praktyczne zastosowanie np. w zagadnieniach zmęczenia i mechaniki pękania jest niewielkie. Ponadto zależą one bardzo od możliwości technicznych komputerów, co także ogranicza często ich zastosowanie.

Analiza literatury wskazuje, że najczęściej stosowanymi metodami numerycznymi w analizie odkształceń i naprężeń w zagadnieniach zmęczenia i mechaniki pękania pozostają nadal metoda elementów skończonych oraz metoda elementów brzegowych. Między innymi w pracy Mackerle'go (1995) przedstawiono wykaz 256 prac opublikowanych w latach 1992-1994 wykorzystujących metodę elementów skończonych oraz 97 prac zrealizowanych z zastosowaniem metody elementów brzegowych w analizie współczynników intensywności naprężeń oraz całki *J*.

2.1.1. Metoda elementów skończonych

Duża łatwość uzyskiwania pełnej informacji o stanie odkształceń i naprężeń w elementach o bardzo zróżnicowanej geometrii i właściwościach materiałowych powoduje, że metoda elementów skończonych stosowana jest w coraz szerszym zakresie także w analizach z zakresu obciążeń zmęczeniowych.

W metodzie tej równania różniczkowe stosowane w mechanice ciał odkształcalnych przypisuje się skończonej liczbie podobszarów tworzących cały analizowany obszar. Prosta geometria tych podobszarów nazywanych elementami skończonymi, pozwala na łatwy dobór funkcji aproksymujących rozwiązania w ich wnętrzu. Kolejne iteracje obliczeń, zmierzające do uzyskania założonego poziomu zbieżności, przy zastosowaniu odpowiednio gęstego podziału na elementy skończone (siatkę podziału) mogą zapewnić prawidłowe rozwiązanie dla całego badanego obszaru. Jednak bezkrytyczne stosowanie metody elementów skończonych spowodowane m.in. brakiem pełnego zrozumienia zasad jej funkcjonowania w wielu przypadkach może prowadzić do znacznych błędów.

Skuteczność metody bardzo często zależeć będzie od jakości modelu fizycznego reprezentującego rzeczywisty obiekt. Dotyczy to zarówno modelowania geometrycznego (sposób podziału badanego obszaru na elementy skończone, zastosowany rodzaj elementów), sposobu jego obciążania podczas analizy i co w przypadku obciążeń zmiennych w czasie jest szczególnie istotne, użytego modelu materiałowego.

Z tego względu główne zastosowanie metody elementów skończonych w przypadku analiz zmęczeniowych dotyczy:

- analizy pól odkształceń i naprężeń wyznaczanych dla sprężystych lub cyklicznych sprężysto-plastycznych własności materiału,
- wyznaczania parametrów mechaniki pękania, w tym głównie współczynnika intensywności naprężeń *K* i całki *J*.

Przykładowo obliczenia wartości współczynnika intensywności naprężeń K mogą być realizowane kilkoma metodami wykorzystującymi w różny sposób wyniki analizy pól przemieszczeń lub naprężeń w otoczeniu pęknięcia:

- metoda bezpośrednia - umożliwia wyznaczenie wartości *K* na podstawie zależności opisujących pole naprężeń lub przemieszczeń, np. w oparciu o model Irwina, metoda energetyczna γ - wykorzystuje do wyznaczenia wartości *K* wartość jednostkowej energii niezbędnej do rozwoju pęknięcia γ, metoda energetyczna *J* - pozwala na obliczenie wartości *K* na podstawie całki *J* obliczonej dla numerycznie wyznaczonych wartości liniowo-sprężystych składowych odkształceń i naprężeń dla zadanego konturu całkowania,
- metoda superpozycji (hybrydowa) – metoda wykorzystuje analityczny opis pól mechanicznych wokół pęknięcia jako funkcję naprężeń wyznaczonych numerycznie w oddaleniu od pęknięcia,
- metoda specjalnych elementów wierzchołkowych – w metodzie wykorzystuje się elementy skończone o zmienionych właściwościach, które wprowadza się w bezpośrednim sąsiedztwie wierzchołka pęknięcia; dla zapewnienia ciągłości przemieszczeń elementy te łączą się z elementami standardowymi poprzez elementy przejściowe.

2.1.2. Metoda elementów brzegowych

Istota metody elementów brzegowych polega na rozwiązywaniu rozbudowanych układów równań algebraicznych powstających w wyniku aproksymacji problemów opisywanych w postaci brzegowych równań całkowych. W odróżnieniu od metody elementów skończonych dyskretyzcji podlega jedynie brzeg (lub powierzchnia) rozpatrywanego elementu, co nie wymaga ingerencji w jego obszar wewnętrzny. Jednak otrzymywane w wyniku obliczeń rozwiązanie nie jest ograniczone tylko do brzegu, lecz daje także pełną informację o wnętrzu elementu, pomimo braku jego dyskretyzacji. Metoda elementów brzegowych umożliwia prowadzenie analiz zarówno dla liniowych, jak i nieliniowych, w tym plastycznych, modeli materiałowych. Nie pozwala jednak na wprowadzenie zróżnicowania właściwości materiałowych.

Metoda elementów brzegowych znajduje szczególne zastosowanie w analizie zagadnień związanych z modelowaniem wzrostu pęknięcia zmęczeniowego. Wynika to z jej dobrej skuteczności w zakresie analiz pól odkształceń i naprężeń w obszarach silnych spiętrzeń naprężeń, dla których opracowane zostały specjalne nieciągłe elementy brzegowe modelujące np. osobliwe pola naprężeń w strefie wierzchołka pęknięcia. Dzięki temu możliwe jest dokładne wyznaczanie wartości całki J i współczynników intensywności naprężeń.

2.2. Metody doświadczalne

Warunki badań stosowane w analizie zagadnień zmęczenia i mechaniki pękania w wielu przypadkach ograniczają możliwość zastosowania licznych technik pomiarowych. Ograniczenia te związane są przede wszystkim z możliwościami realizacji pomiaru w warunkach obciążeń zmiennych w czasie, z występowaniem silnych gradientów odkształceń oraz czułością i zakresem pomiarowym metod pomiarowych.

W większości przypadków analiza rozkładów odkształceń wymaga zastosowania metod pełnego pola, przy czym można także wskazać uzasadnione przypadki zastosowania (np. w analizie gradientów odkształceń) technik pomiaru „punktowego", głównie techniki tensometrycznej (np. Muller de Almeida i Hansen (1998)). Wymiary pojedynczych tensometrów znacznie jednak ograniczają dokładność pomiarów, ze względu na efekt uśredniania odkształceń w polu pomiarowym tensometru, co powoduje że takie rozwiązania stosowane mogą być głównie w dużych elementach. Ponadto jednoczesny pomiar odkształceń z dużej liczby tensometrów wymaga zastosowania wielokanałowych wzmacniaczy pomiarowych z równoległym trybem pomiaru.

Spośród metod pełnego pola najliczniejszą grupę stanowią metody wykorzystujące pole elektromagnetyczne, a w tym przede wszystkim metody optyczne. Analiza literatury pozwala wskazać kilka metod znajdujących najczęstsze zastosowanie w badaniach rozkładów odkształceń i przemieszczeń w analizie zagadnień zmęczeniowych. Są to głównie metody: elastooptyczna, cyfrowej korelacji obrazu, termowizyjna, wspomagana komputerowo metoda mory, interferometrii holograficznej, elektronicznej (lub cyfrowej) interferometrii plamkowej ESPI (DSPI), laserowej interferometrii siatkowej IS.

W przypadku prowadzenia pomiarów przemieszczeń w warunkach obciążeń zmiennych w czasie, realizowanych na hydraulicznych maszynach zmęczeniowych, dodatkowym utrudnieniem w ich praktycznym zastosowaniu jest wrażliwość na drgania oraz trudności w automatyzowaniu procesu pomiarowego.

Poniżej krótko scharakteryzowano wybrane metody pomiaru odkształceń lokalnych.

2.2.1. Metoda elastooptyczna

Ta jedna z najstarszych i najczęściej stosowanych metod pomiaru rozkładów odkształceń (rys.1), po pewnym spadku popularności, przechodzi w ostatnich latach wzrost zainteresowania. Jest to związane w szczególny sposób z rozwojem technik cyfrowej rejestracji i analizy obrazu. Istotne znaczenie w tym zakresie ma także rozwój stereolitografii, umożliwiający budowę trójwymiarowych modeli wykonywanych z materiałów optycznie czułych.

Spolaryzowana wiązka światła białego (o długości fali λ=400÷750nm) przechodząc przez optycznie czułą warstwę (charakteryzującą się dwójłomnością wymuszoną) ulega rozkładowi na dwie wiązki propagujące w płaszczyźnie odkształceń głównych z prędkościami v_1 (dla kierunku odkształceń ε_1) i v_2 (dla kierunku odkształceń ε_2). Różnica prędkości v_1 i v_2 powoduje względne opóźnienie pomiędzy wiązkami wynoszące

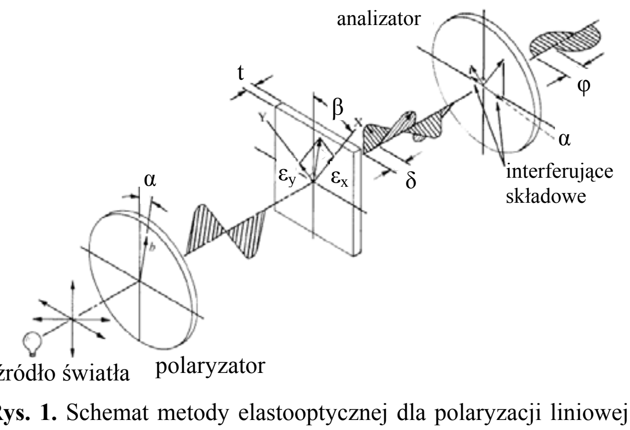
$$\delta = c\,(t/v_1 - t/v_2) = t\,(n_1 - n_2) \tag{1}$$

gdzie: n_1, n_2 - współczynniki załamania światła, t - czas

Zależność pomiędzy różnicą współczynników załamania światłą, a różnicą odkształceń głównych opisuje prawo Brewstera

$$(n_1 - n_2) = K_e\,(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \tag{2}$$

gdzie: K_e – stała elastooptyczna charakteryzująca fizyczne własności materiału



Rys. 1. Schemat metody elastooptycznej dla polaryzacji liniowej (Introduction to Stress Analysis)

Wiązki po przejściu przez obiekt interferują. W wyniku względnego opóźnienia δ niektóre barwy zostają wygaszone (gdy różnica faz interferujących wiązek jest krotnością długości fali λ), co w efekcie daje charakterystyczny obraz izochrom, opisywanych numerami ich rzędów, reprezentujących strefy o takich samych różnicach odkształceń głównych. Zastosowanie polaryzacji liniowej umożliwia ponadto wyznaczenie kierunków odkształceń głównych reprezentowanych obrazem izoklin.

Rozróżnia się kilka odmian metody, w tym m.in.:

a) dwuwymiarowa elastooptyka,
b) trójwymiarowa elastooptyka,
c) metoda pokryć elastooptycznych.

Dwuwymiarowa elastooptyka jest najbardziej tradycyjną odmianą metody, w której stosuje się geometrycznie skalowany model analizowanego obiektu wykonany z materiału elastooptycznego. Wynikiem pomiaru jest różnica naprężeń głównych (mapy izochrom) i kierunki naprężeń głównych (mapy izoklin).

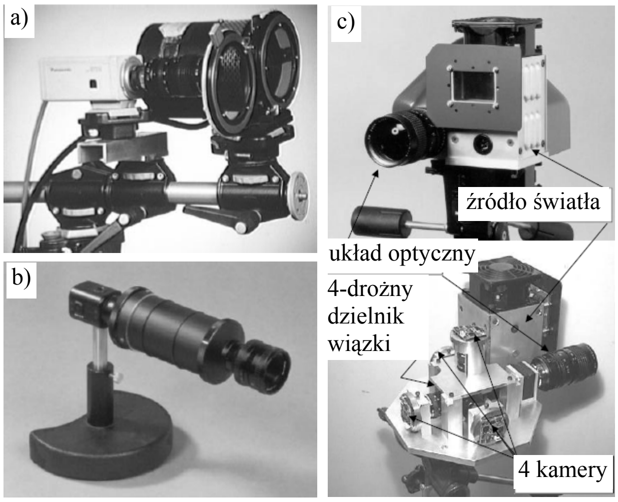
W trójwymiarowej elastooptyce (metoda zamrażania naprężeń) wykorzystuje się efekt zamrażania naprężeń w materiale o zdolności do nagłej zmiany własności przy przejściu przez charakterystyczną temperaturę.

Materiał, z którego wykonany jest model analizowanego obiektu, w podwyższonej temperaturze składa się z dwóch faz: sprężystej i wypełniającej ją fazy plastycznej lub lepkiej. Obciążenie próbki wywołuje odkształcenie fazy sprężystej. Po schłodzeniu próbki następuje nagła zmiana właściwości fazy plastycznej, przez co zostaje utrwalony stan odkształcenia fazy sprężystej, a tym samym po odciążeniu w próbce pozostaje taki sam stan naprężeń, jak przy obciążeniu. Podział próbki na „plastry” pozwala w dalszej kolejności na analizę naprężeń w układzie przestrzennym.

W metodzie pokryć elastooptycznych cienką warstwę materiału elastooptycznego przykleja się do powierzchni badanego obiektu. Światło po przejściu przez nią odbija się od powierzchni próbki i wraca na powierzchnię, gdzie rejestrowany jest obraz izochrom (i izoklin). W metodzie zakłada się, że odkształcenie elementu wywoła takie same odkształcenie warstwy, stąd jako wynik otrzymujemy mapy różnic odkształceń głównych.

W metodzie tej istnieje możliwość rozdzielenia różnic odkształceń głównych, np. poprzez dwukrotny pomiar izochrom przy normalnym i skośnym przechodzeniu promieni przez warstwę lub na podstawie izochrom i izopach (Stupnicki, 1984).

Na rysunku 2 pokazano przykładowe polaryskopy do badań odkształceń metodą pokryć elastooptycznych (metodą warstwy optycznie czułej) – w konfiguracji standardowej (rys.2a) i przeznaczonej dla elastooptyki cyfrowej (rys.2b i 2c).

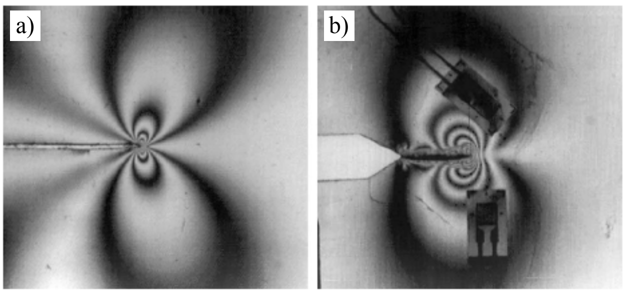


Rys. 2. Przykładowe polaryskopy stosowane w badaniach metodą pokryć elastooptycznych: a) model 031 MG – polaryskop z manualną optyką, b) poleidoscop – umożliwia jednoczesną rejestracja wielu obrazów, c) PSIOS system – umożliwia rejestrację 4 obrazów z przesunięciem fazowym (Patterson, 2002)

Przykłady zastosowania metody elastooptycznej w analizie zagadnień z zakresu zmęczenia i mechaniki pękania omówiono m.in. w pracy Jamesa i innych (2003).

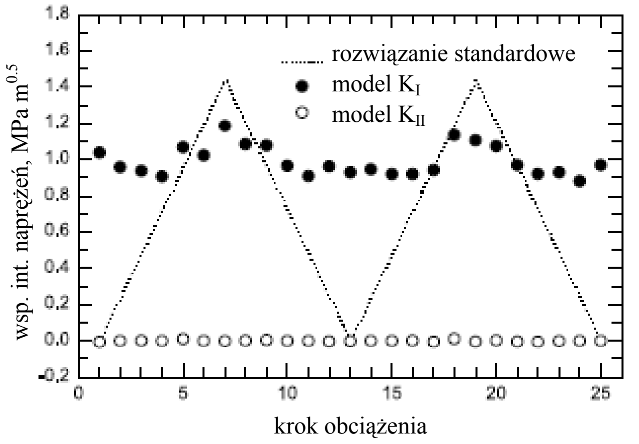
W pracy przedstawiono wyniki badań efektu zamykania pęknięcia zmęczeniowego techniką cyfrowej elastooptyki połączoną z analizą matematyczną z zastosowaniem modelu Muskhelishvili'ego.

Badania przeprowadzono na próbkach typu CT o grubości 2 mm wykonanych z poliwęglanu. Na rysunku 3 pokazano przykładowe mapy prążków uzyskane podczas badań.



Rys. 3. Mapy prążków w otoczeniu karbu (a) i w otoczeniu pęknięcia (b) (James i inni, 2003)

Wyniki analizy współczynników intensywności naprężeń K_I i K_{II} zaproponowaną w pracy metodą w porównaniu z wynikami analizy teoretycznej pokazano na rysunku 4.

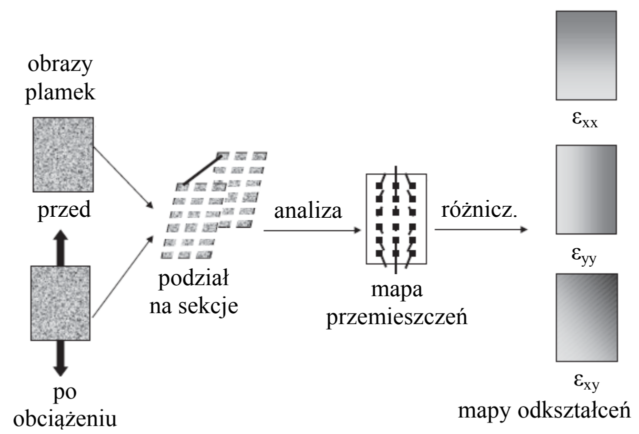


Rys. 4. Współczynniki intensywności naprężeń wyznaczone na podstawie pomiarów i zastosowanego modelu matematycznego (James i inni, 2003)

W wyniku przeprowadzonych badań stwierdzono, m.in. że strefa odkształceń plastycznych otaczających wierzchołek pęknięcia „chroni" pęknięcie od pełnego wpływu otaczającego je pola naprężeń. W pracy analizowano ponadto nacisk w strefie kontaktu, siły otwarcia pęknięcia, porównywano rozwiązania numeryczne z wynikami pomiarów.

2.2.2. Metoda cyfrowej korelacji obrazu

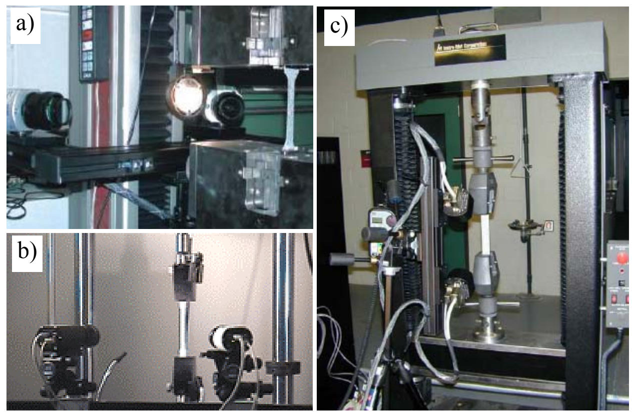
Rozwinięte w latach 80. metody korelacji obrazu (rys.5) polegają na porównaniu obrazu próbki przed i po odkształceniu uzyskanego w wyniku oświetlenia obiektu światłem białym lub światłem lasera (metody plamkowe). Przemieszczenia charakterystycznych punktów powierzchni próbki pozwalają wyznaczyć wartość odkształceń w analizowanym obszarze. Czułość metody zależy od parametrów metod obserwacji obrazu (wymiary pola obserwacji, rozdzielczość geometryczna obrazu).



Rys. 5. Schematyczne ujęcie metody cyfrowej korelacji obrazu (Lagattu i inni, 2004)

Jednym ze sposobów uzyskania losowych punktów na powierzchni próbki jest ich namalowanie. Zarejestrowanie obrazu punktów przed i po deformacji obiektu w pamięci komputera pozwala w dalszej kolejności na skorelowanie tych obrazów na podstawie intensywności zapisanej dla każdego piksela obrazu przez matrycę CCD. Zastosowanie funkcji interpolacyjnych pozwala na zwiększenie dokładności w stosunku do analizy ściśle cyfrowej przeprowadzonej dla siatki pikseli. Do analizy obrazu plamek stosowane są także metody sztucznej inteligencji,
w tym m.in. algorytmy genetyczne (Pilch i inni, 2004).

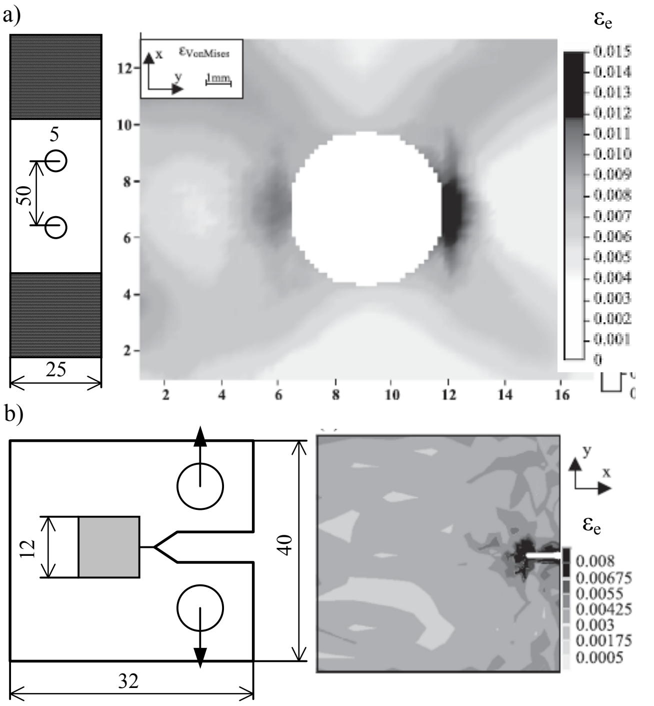
Na rysunku 6 pokazano przykładowe układy pomiarowe stosowane w analizie odkształceń metodą cyfrowej korelacji obrazu.



Rys. 6. Przykłady instrumentariów pomiarowych stosowanych w metodzie cyfrowej korelacji obrazu: a) system ARAMIS GOM mbH (www.gom.com), b) Correlated Solution (www.correlatedsolutions.com), c) Trilion Quality Systems (Schmidt i Tyson, 2003)

Rozwój technik cyfrowej korelacji obrazu związany jest z rozwojem optoelektroniki. Coraz większe rozdzielczości kamer umożliwiają bowiem uzyskiwanie coraz większych czułości pomiarowych. Jednak należy pamiętać, że w przypadku cyklicznie zmiennych obciążeń, uniknięcie efektu dekorelacji obrazu wymaga częstej rejestracji obrazu. Przy wzrastającej rozdzielczości kamer i zastosowaniu cyfrowych układów transmisji obrazu, oznacza to konieczność przesyłania bardzo dużych ilości danych w krótkim czasie. Stanowi to silne, techniczne ograniczenie możliwości zastosowania metod DIC w przypadku obciążeń zmiennych w czasie. Aktualnie spotyka się przykłady zastosowania metod DIC, jednak głównie w analizie obiektów wykonanych z materiałów o małej sztywności, których obciążenie generuje zazwyczaj duże odkształcenia, co pozwala na stosowanie kamer o mniejszych rozdzielczościach.

Przykładowo, w pracy Lagattu i innych (2004) przedstawiono wyniki badań realizowanych w warunkach silnych gradientów odkształceń: w otoczeniu otworu w płaskiej próbce wykonanej z laminatu, na wierzchołku pęknięcia w stopie TiAl i w otoczeniu szyjki powstającej w rozciąganej próbce polimerowej. Przykładowe rozkłady odkształceń wyznaczone w badaniach pokazano na rysunku 7.



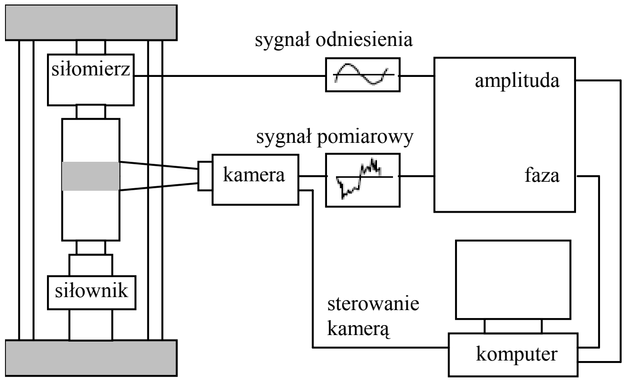
Rys. 7. Rozkłady odkształceń ekwiwalentnych ε_e (von Mises) wyznaczone metodą cyfrowej korelacji obrazu: a) w otoczeniu otworu w próbce wykonanej z termoplastycznego laminatu węglowego, b) rozkłady odkształceń własnych powstałych w wyniku obciążenia zmęczeniowego próbki typu CT wykonanej ze stopu TiAl (Lagattu i inni, 2004)

2.2.3. Termowizja

Termowizja polega na wykorzystaniu promieniowania podczerwonego do analizy rozkładu temperatury obiektu. Przyjmuje się istnienie co najmniej czterech przyczyn zmian temperatury obiektu: zewnętrzne źródła ciepła, przewodność cieplną, efekt termosprężysty oraz wewnętrzną dyssypację energii.

W analizie rozkładów odkształceń w warunkach obciążeń sprężystych zastosowanie znajduje sprzężony efekt termosprężysty. Efekt ten wykorzystuje zjawisko odwrotnej konwersji pomiędzy energią mechaniczną i cieplną towarzyszące sprężystym obciążeniom rozciągającym lub ściskającym materiału powodującym zmianę temperatury obiektu. W warunkach adiabatycznych zależność pomiędzy sumą naprężeń głównych a temperaturą jest liniowa i nie zależy od częstotliwości obciążenia.

Technika analizy naprężeń za pomocą emisji cieplnej w zakresie obciążeń sprężystych znana jest jako SPAT (stress pattern analysis by thermal emissions) i polega na analizie rozkładu temperatur w trakcie cyklicznego obciążenia obiektu (rys.8).



Rys. 8. Schemat systemu pomiarowego do analizy naprężeń metodą TSA (Lesniak i Boyce, 1995)

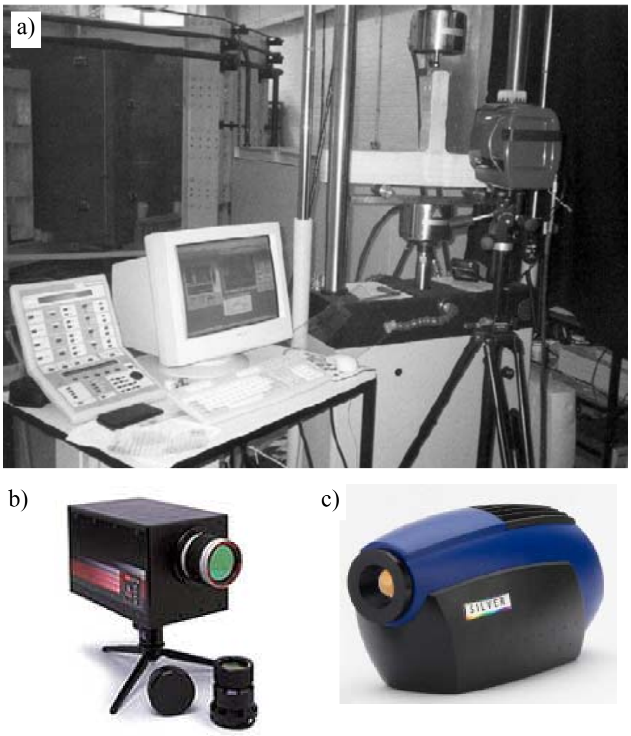
Występowanie odkształceń plastycznych w trakcie cyklicznie zmiennego obciążenia związane jest z dyssypacją energii (praca odkształcenia plastycznego), która jest główną przyczyną wewnętrznych efektów cieplnych występujących w większości materiałów. Wyznaczenie ilościowych związków odkształceń plastycznych
i temperatury mierzonej za pomocą promieniowania podczerwonego jest bardzo trudnym zadaniem, stąd zastosowanie termowizji w tym zakresie obciążeń ogranicza się głównie do analizy jakościowej, w tym analizy gradientów temperatur, detekcji uszkodzeń, itp.

Metody analizy naprężeń na podstawie pomiaru temperatur (TSA) wymagają bardzo wysokich czułości kamer termowizyjnych na poziomie 1-20 mK (czułość zwykłych kamer to około 80 mK). Na rysunku 9 pokazano przykładowe kamery termowizyjne stosowane w badaniach rozkładów naprężeń.

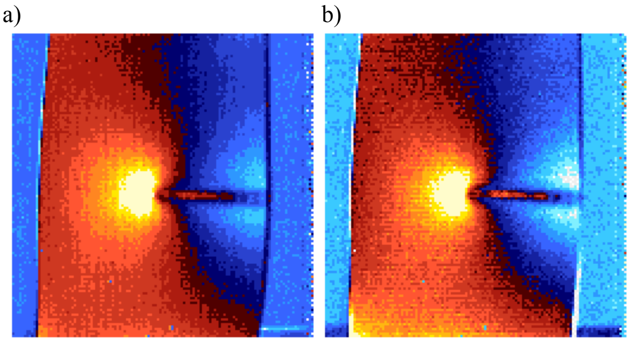
Możliwość zastosowania metody TSA w warunkach obciążeń sinusoidalnie i losowo zmiennych przedstawiono w pracy Lesniaka i innych (1998). Badania prowadzono na próbkach akrylowych z karbem (rys.10). Z kolei w pracy Ody i innych (2004) metoda termograficzna bazująca na teorii termosprężystości i termoplastyczności została zastosowana do analizy rozkładów naprężeń i odkształceń w niejednorodnych złączach (stal HT 780 i SS 400) spawanych elektronowo. W badaniach stosowano próbki złączy o zróżnicowanym położeniu karbu względem linii spoiny. Na rysunku 11 pokazano przykładowe wyniki analizy naprężeń w jednym z typów złączy, a na rysunku 12 rozkłady odkształceń plastycznych .

Otrzymane wyniki badań były w dużej zgodności z aktualnym stanem wiedzy na temat odkształceń tego typu struktur i w dobrej korelacji z wynikami analizy numerycznej metodą elementów skończonych.

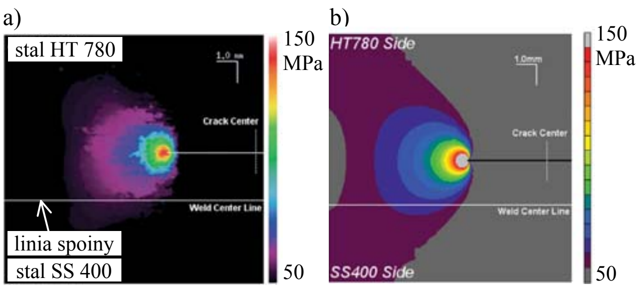
Ponadto analiza termoplastyczna wykazała swoją użyteczność w wyznaczaniu jakościowych map rozkładów odkształceń plastycznych.



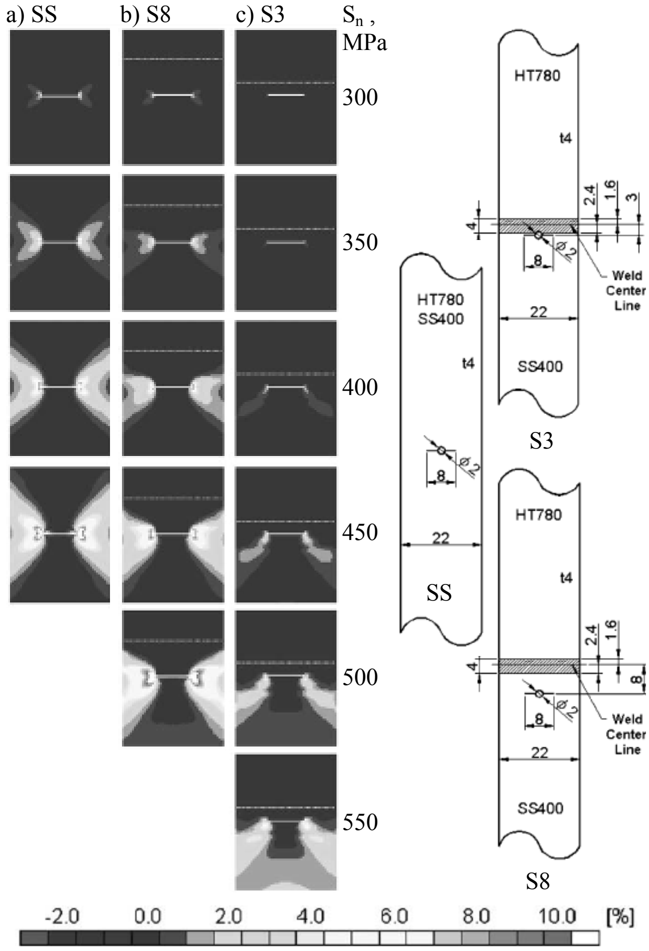
Rys. 9. Kamery termowizyjne: a) b) DeltaTherm (Earl i inni, 2003), c) Cedip (www.cedip-infrared.com)



Rys. 10. Obrazy analizy termosprężystej dla akrylowej próbki z krabem poddanej obciążeniom sinusoidalnie (a) i losowo zmiennym (b) (Lesniak i inni, 1998)



Rys. 11. Porównanie sum naprężeń głównych w otoczeniu końca pęknięcia wyznaczonych metodą termograficzną (a) i metodą elementów skończonych (b) (Oda i inni, 2004)



Rys. 12. Przykładowe rozkłady ekwiwalentnych odkształceń plastycznych dla trzech typów próbek dla różnych wartości naprężeń nominalnych (Oda i inni, 2004)

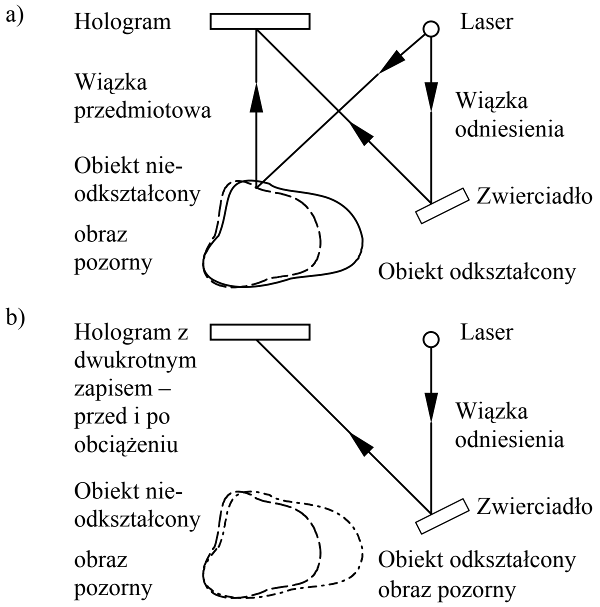
2.2.4. Interferometria holograficzna

W interferometrii holograficznej wykorzystuje się do pomiaru odkształceń podstawową cechę hologramu, tj. zdolność do pełnego odtworzenia frontu falowego fali biegnącej od przedmiotu przy rejestracji hologramu. Zestawienie bieżącej fali przedmiotowej z falą odtworzoną z hologramu umożliwia zatem porównanie dwóch stanów obiektu.

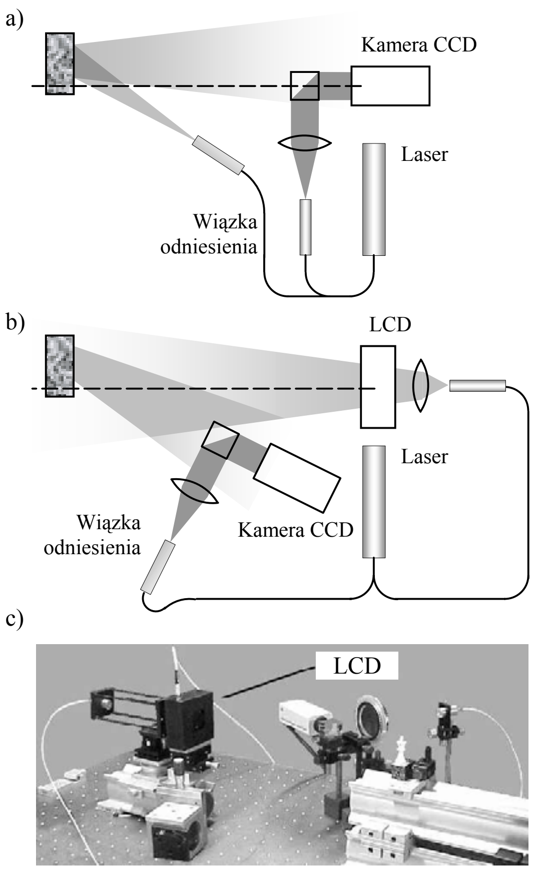
Rozróżniane są dwa podstawowe sposoby porównywania frontów falowych, metodą podwójnej ekspozycji i metodą czasu rzeczywistego (rys.13).

W przypadku metody interferometrii holograficznej czasu rzeczywistego, bieżący obraz obiektu porównywany jest z obrazem odtworzonym z wcześniej zarejestrowanego hologramu. Wymaga to, aby hologram z zapisem pierwotnego stanu obiektu zachowywał dokładnie takie samo położenie w trakcie całego badania. W wyniku oświetlenia hologramu wiązką rekonstruującą – wiązką odniesienia, uzyskujemy pozorny obraz obiektu na tle obiektu rzeczywistego. Ponieważ obydwie fale pochodzą z tego samego źródła, mogą ze sobą interferować, a powstające prążki interferencyjne dają informację o różnicy faz pomiędzy frontami fal.

W metodzie podwójnej ekspozycji klisza holograficzna podlega podwójnemu naświetleniu: na początku i na koniec obciążania. W wyniku odtworzenia hologramu poprzez falę rekonstruującą powstają dwie fale pochodzące od dwóch pozornych obrazów obiektów.



Rys. 13. Schemat odwzorowywania odkształceń w metodzie interferometrii holograficznej: a) metoda czasu rzeczywistego, b) metoda podwójnej ekspozycji



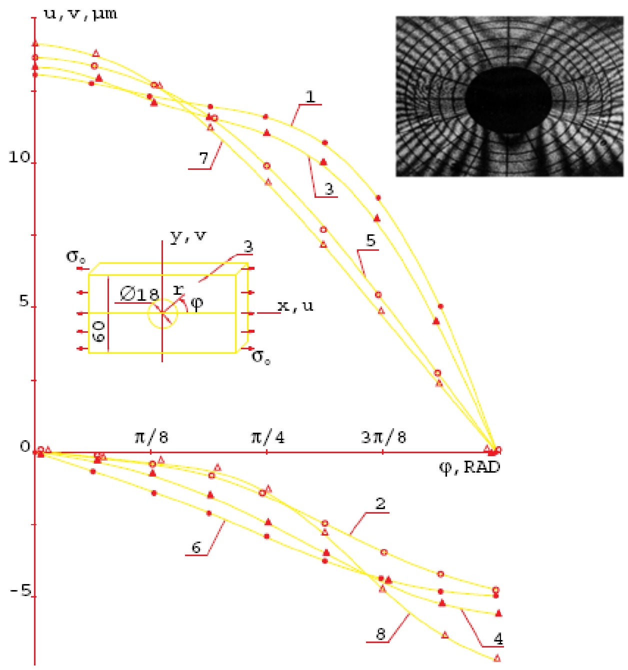
Rys. 14. Zdalna cyfrowa holografia porównawcza: a) zapis hologramu obiektu bazowego, b) odtworzenie sprzężonego czoła falowego obiektu bazowego poprzez zastosowanie LCD, c) stanowisko eksperymentalne (Osten i inni, 2001)

Ponieważ obydwa fronty falowe powstające w wyniku użycia tej samej wiązki rekonstruującej są spójne, interferują ze sobą, a powstające prążki niosą informację o różnicy faz pomiędzy obydwoma powstałymi falami świetlnymi, czyli o różnicy stanu deformacji dwukrotnie zarejestrowanego obrazu obiektu.

Rozwój metod cyfrowej rejestracji i projekcji obrazu pozwala na wprowadzanie nowych rozwiązań także w metodach holograficznych. Między innymi w metodzie dwukrotnej ekspozycji w miejsce hologramu wykonywanego na kliszy fotograficznej stosowana jest cyfrowa rejestracja obrazu za pomocą matryc CCD, a w metodzie czasu rzeczywistego prowadzone są próby z zastosowaniem matryc LCD.

Przykład zastosowania modulatora LCD w metodzie cyfrowej holografii porównawczej (digital comparative holography) przedstawiono w pracy Ostena i innych (2001) (rys.14).

Porównanie wyników badań metodą interferometrii holograficznej i metodą elementów skończonych (MSC/Nastran) z punktu widzenia możliwości przewidywania niskocyklowej trwałości zmęczeniowej przedstawiono w pracy Dzuby i innych. W badaniach stosowano m.in. płaskie próbki z otworem poddane obciążeniom rozciągającym w zakresie odkształceń sprężysto-plastycznych.



Rys. 15. Rozkłady przemieszczeń u i v w otoczeniu otworu: 1, 3, 5, 7 - przemieszczenia w kierunku u, 2, 4, 6, 8 – przemieszczenia w kierunku v, dla r = 9, 11, 21, 30 mm (Dzuba i inni)

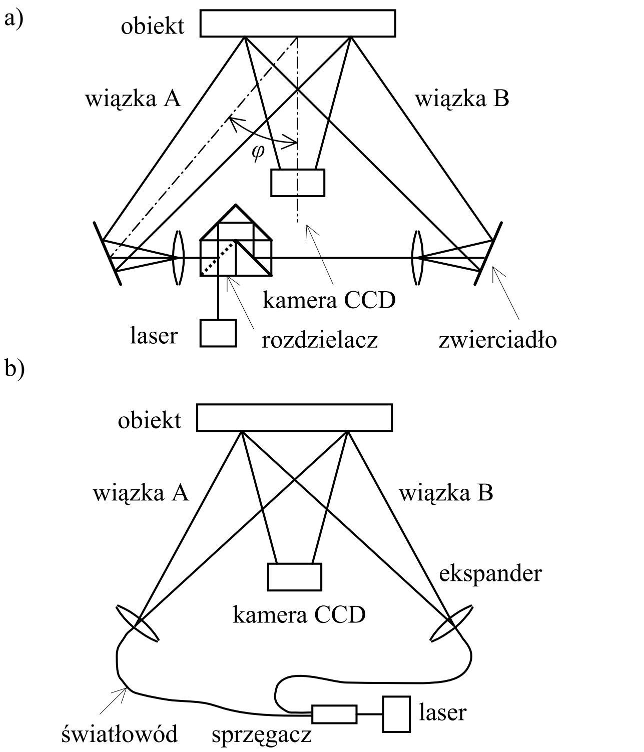
Analiza wyników badań porównawczych wykazała niezgodności w zakresie wyższych wartości odkształceń plastycznych sięgające 20%. Zdaniem autorów pracy, tak duże różnice powodują konieczność wprowadzania modyfikacji w obliczeniach numerycznych w szczególności w przypadku analizy rozwoju lokalnych odkształceń plastycznych w warunkach cyklicznie zmiennych obciążeń. Znacznie lepszą zgodność wyników badań uzyskano w zakresie odkształceń sprężystych, zarówno w przypadku płaskiej, jak i cienkościennej próbki cylindrycznej z bocznym otworem.

2.2.5. Metoda ESPI /DSPI

Metoda ESPI nazywana także holografią telewizyjną ESPI lub holografią cyfrową DSPI, jest optyczną techniką pomiaru przemieszczeń wykorzystującą zjawisko interferencji światła. Zasadę pomiaru oraz schemat konfiguracji typowych układów pomiarowych pokazano na rysunku 16. W metodzie ESPI wiązka lasera zostaje rozdzielona na dwie koherentne wiązki przedmiotowe A i B, które po rozszerzeniu w układzie kolimatora oświetlają symetrycznie powierzchnię badanego obiektu. W wyniku rozproszenia na obiekcie obu wiązek i ich późniejszej interferencji powstaje rozkład plamek niosący informację o intensywności i fazie światła, który trafia do kamery CCD. Rejestrowane przez kamerę zmiany wzorów prążków korelacyjnych wywołane są przemieszczeniami i deformacjami powierzchni obiektu powstałymi pomiędzy kolejnymi zapisami obrazu plamek. Czułość bazowa metody ESPI wiążąca obserwowane prążki z przemieszczeniem zależy od długości fali λ oraz kąta φ (rys. 16)

$$s = \lambda/2\sin\varphi. \tag{3}$$

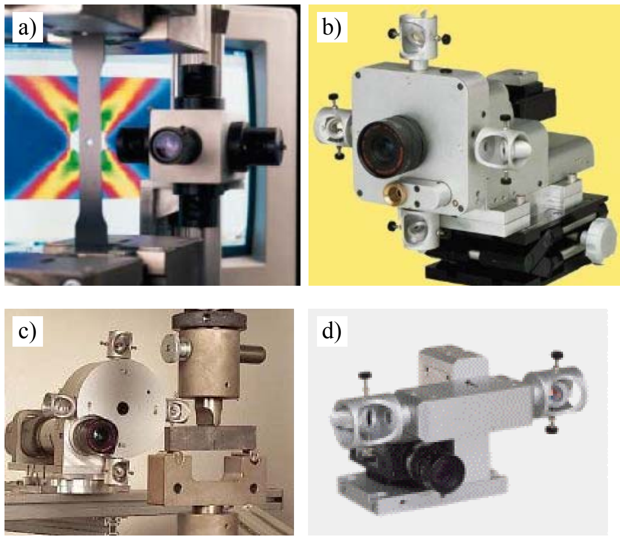
Czułość s oznacza wartość przemieszczenia odpowiadającą pojedynczemu prążkowi interferencyjnemu.



Rys. 16. Zasada pomiaru odkształceń metodą ESPI w dwóch konfiguracjach optycznych: a) konwencjonalny układ optyczny, b) układ światłowodowy

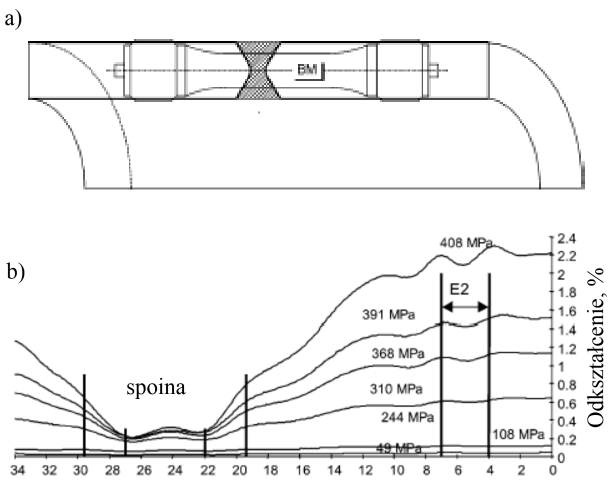
Zastosowanie dwóch wiązek przedmiotowych umożliwia późniejsze łatwe rozdzielenie składowych odkształcenia. W literaturze spotyka się jednak także opisy rozwiązań, w których jedna z wiązek przedmiotowych oświetla obiekt, a druga wiązka, nazywana wiązką odniesienia, kierowana jest bezpośrednio z lasera do kamery. Rozwiązanie takie stanowi typową konfigurację systemów ESPI w analizie odkształceń odpłaszczyznowych (out-of-plane). Spotykane są także rozwiązania z trzema wiązkami – dwiema przedmiotowymi i jedną odniesienia do pomiaru odkształceń w trzech kierunkach.

Na rysunku 17 pokazano przykłady instrumentariów stosowanych w analizie odkształceń metodą ESPI/DSPI.



Rys. 17. Przykładowe instrumentaria do badań z zastosowaniem metody ESPI/DSPI: Dantec Ettemeyer (http://www.ettemeyer.de) (a), GOM mbh, (b, c, d) (www.gom.com)

Analiza danych literaturowych wskazuje na liczne przykłady stosowania metody ESPI w badaniach rozkładów odkształceń. Między innymi w pracy (Mongabure, 2003) przedstawiono wyniki badań własności złącza spawanego z zastosowaniem metody ESPI do wyznaczania gradientów odkształceń w strefie przejścia pomiędzy metalem bazowym BM i metalem spoiny WM (rys.18).



Rys. 18. Rozkład odkształceń (b) w kierunku obciążenia wyznaczony wzdłuż próbki spawanej (a) (Mongabure, 2003)

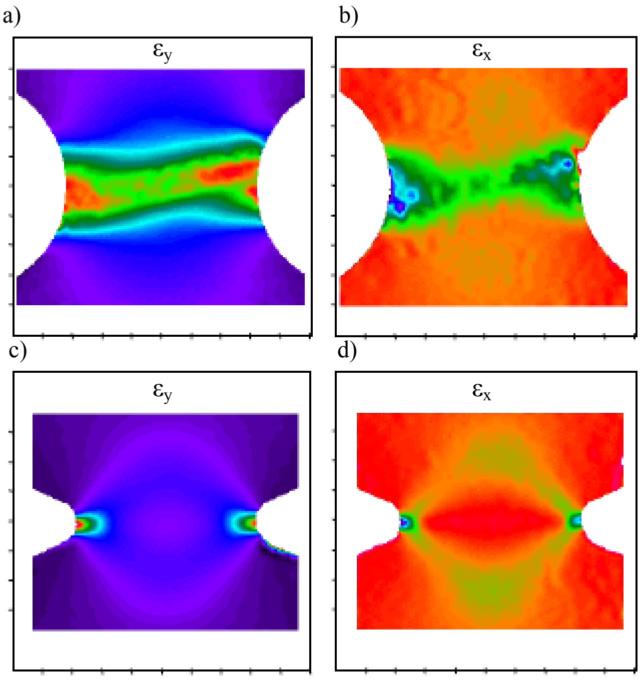
Badania spawanych ręcznie metodą łukową próbek wykonanych z nierdzewnej stali austenitycznej Z2 CND 17–12 (316L) prowadzono w warunkach obciążeń zmęczeniowych w podwyższonej temperaturze (600°C), przy czym pomiar odkształceń realizowano w warunkach obciążeń statycznych (w temperaturze pokojowej) przekładając próbki w trakcie testu zmęczeniowego z maszyny hydraulicznej na maszynę elektromechaniczną. Na rysunku 18 pokazano wyniki pomiaru odkształceń w połączeniu spawanym dla różnych wartości naprężenia nominalnego.

Metodę ESPI zastosowano także w badaniach zmęczeniowych stali SUS304 pokrywanej napylanym termicznie związkiem Al2O3/NiCr opisanych w pracy Wanga i Kido (2003). Badania prowadzono w podwyższonej temperaturze, a metodę ESPI zastosowano do pomiaru rozkładów odkształceń w celu wyznaczenia stref spiętrzenia naprężeń i zgodności ich występowania z miejscami inicjacji pęknięć i rozwarstwień pokrycia.

Zmodyfikowaną wersję metody ESPI z możliwością jednoczesnej analizy odkształceń w dwóch prostopadłych kierunkach u i v przedstawiono w pracy Leśniaka, Boyce'a (1995) na przykładzie analizy stanu odkształceń w próbce CT (compact tension) wykonanej z stopu aluminium HS30TF. Porównanie wyników pomiarów z wynikami analizy teoretycznej wykazało ich dobrą zgodność.

W pracy Moore'a i Tyrera (1996) metodę ESPI zastosowano do analizy współczynnika intensywności naprężeń w płycie z częściowym pęknięciem poddanej obciążeniu rozciągającemu. Analizę rozkładów odkształceń metodą ESPI na czole pęknięcia powstałego w wyniku obciążenia zmęczeniowego w próbce wykonanej ze stali nierdzewnej 304 poddanej trójpunktowemu zginaniu opisano w pracy (Diaza i innych, 2002).

Na rysunku 19 pokazano przykładowe mapy odkształceń wyznaczone dla tytanowych próbek z karbem w trakcie próby rozciągania (Schubach i inni, 2000).



Rys. 19. Rozkłady odkształceń w kierunku obciążenia (a) (c) i poprzecznym do kierunku obciążenia (b)(d) w próbkach tytanowych w próbie rozciągania (Schubach i inni, 2000)

2.2.6. Metoda laserowej interferometrii siatkowej

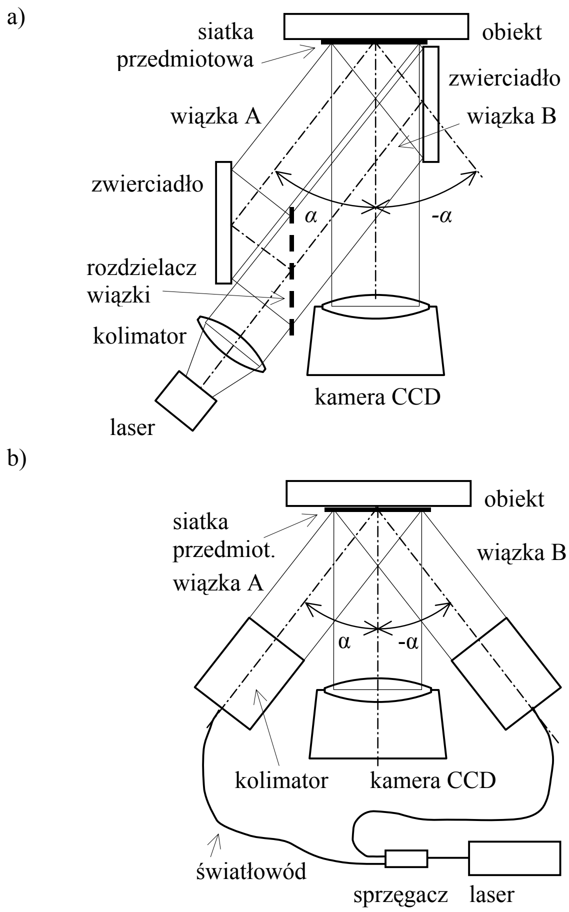
Światło lasera wykorzystywane jest także w metodzie interferometrii siatkowej IS (rys.20). Siatkę przedmiotową, którą stanowi siatka dyfrakcyjna o częstości f_s (liczba linii przypadająca na mm długości), naniesioną na badany obiekt oświetlają dwie wzajemnie spójne wiązki lasera A i B o płaskich czołach falowych. Kąty padania wiązek są równe kątom ugięcia siatki przedmiotowej (1 i –1 rzędu), co powoduje że ugięte na siatce wiązki propagują wzdłuż normalnej do powierzchni. Wartość kąta ugięcia pierwszego rzędu określa się na podstawie zależności:

$$\sin\alpha = \lambda f_s, \qquad (4)$$

w której: λ - długość fali, f_s - częstość siatki.

W wyniku deformacji siatki, spowodowanej odkształceniem obiektu, czoła falowe wiązek A i B ulegają deformacji. Interferujące w przestrzeni wiązki niosą informację o przemieszczeniach powierzchni obiektu w postaci obrazu prążków interferencyjnych. Związek prążków z przemieszczeniem opisywany jest czułością bazową metody s zależną od częstości siatki i wynoszącą:

$$s = 1/(2f_s) \qquad (5)$$



Rys. 20. Zasada działania dwuwiązkowej interferometrii siatkowej: a) konwencjonalna konfiguracja optyczna, b) układ światłowodowy

Czułość s oznacza wartość przemieszczenia odpowiadającą odległości pomiędzy kolejnymi prążkami w polu widzenia. Czułość metody rośnie wraz ze wzrostem częstości siatki, jednak ze względu na maksymalną wartość kąta padania wynoszącą 90° częstość siatki nie może być większa niż f_s=1/λ, co oznacza, że maksymalna czułość nie może przekroczyć s=λ/2 (bez cieczy immersyjnej). W badaniach rozkładów odkształceń stosuje się różne układy optyczne interferometrów w zależności od wymaganego pola pomiarowego, warunków obciążenia, typu obiektu. Najczęściej stosowane systemy opisano m.in. w pracach Patorskiego (200) i Mollenhauera i innych (1995).

Podobnie jak w przypadku metody ESPI, analiza literatury wskazuje na liczne przykłady zastosowania metody laserowej interferometrii siatkowej w analizie rozkładów odkształceń. Przykładowo, w pracy Nishioki i innych (1995) przedstawiono badania odkształceń na czole pęknięcia w jednorodnych próbkach typu CT wykonanych ze stali A533B i HT80 oraz niejednorodnych próbkach spawanych elektronowo wykonanych jako połączenie tych dwóch stali (rys.21). Do pomiarów odkształceń zastosowano czterowiązkowy (dwa kierunki analizy) interferometr o układzie optycznym opartym na technice światłowodowej. W badaniach zastosowano siatki dyfrakcyjne o częstości f_s=300 linii/mm, co umożliwiło uzyskanie dużego zakresu pomiarowego, przy zmniejszonej czułości bazowej. W wyniku przeprowadzonych badań wyznaczono rozkłady odkształceń w otoczeniu pęknięcia, a ich analiza pozwoliła zaobserwować szereg efektów wynikających ze zróżnicowania własności plastycznych zastosowanych materiałów oraz oddziaływania spoin.

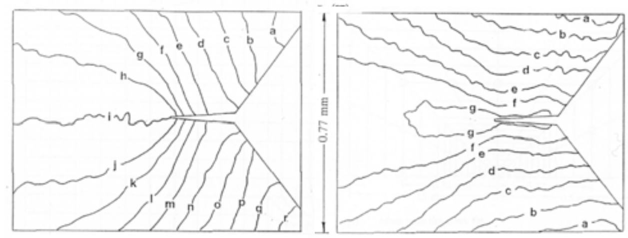
W pracy Poona, i Ruiza (1994) metodę laserowej interferometrii siatkowej zastosowano w doświadczalno-numerycznej analizie współczynnika wyzwalania energii potencjalnej *G* (prędkości intensywności wyzwalania energii – strain energy release rate) opisującej spadek energii potencjalnej odkształcenia podczas powiększania się pęknięcia. Ponadto w badaniach wyznaczano wartość współczynnika intensywności naprężeń *K* z zastosowaniem metody rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia CTOD (crack tip opening displacement). W badaniach zastosowano wykonane ze stopu tytanu Ti-6-4, IMI 318 płaskie próbki z jednostronnym pęknięciem poddane czteropunktowemu zginaniu. Na rysunku 21 pokazano przykładowe rozkłady przemieszczeń dla czoła pęknięcia zastosowane w obliczeniach wartości *K* i *G*.

W pracy Matthew i innych (2003) wyznaczano parametry mechaniki pękania dla szybko rozwijającego się pęknięcia w próbce typu SEN wykonanej ze stopu aluminium 7075-T6 (rys.22).

Z kolei próbka z nierdzewnej stali austenitycznej 304L w kształcie pierścienia z jednostronnym karbem wykonanym od jej wewnętrznej części była przedmiotem badań przedstawionych w pracy Niu i innych (2001). W trakcie badań próbkę poddawano dwustronnemu ściskaniu (rys.23) pod różnymi kątami. Wyniki badań porównywano z wynikami analizy numerycznej uzyskując zgodność na poziomie 90 %.

Badania porównawcze teoretycznych rozkładów przemieszczeń na czole pęknięcia wyznaczonych na bazie współczynnika intensywności naprężeń przy zastosowaniu rozwiązań z zakresu sprężystej mechaniki pękania oraz ich rozkładów wyznaczonych doświadczalnie przedstawiono w pracy McKellara i innych (2000).

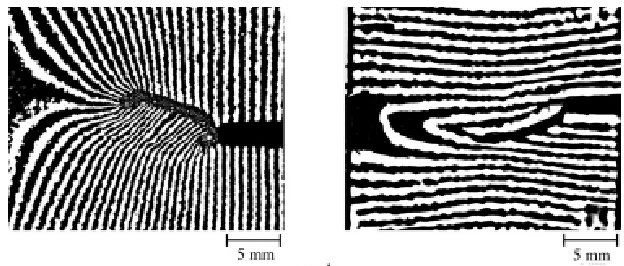
a) b)



v nm | *u* nm
a:1600, c:1200, e:800, g:400, i:0 | a:0, b:100, c:200, d:300, e:400
k:-400, m:-800, o:-1200, q:-1600 | f:500, g:600

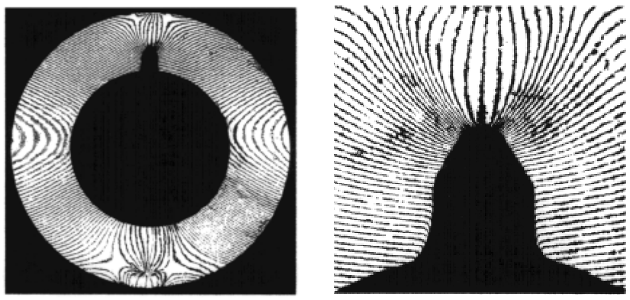
Rys. 21. Wyniki pomiarów przemieszczeń w otoczeniu czoła pęknięcia zastosowane w obliczeniach wartości *K* i *G*: a) kierunek *v*, b) kierunek *u* (Poon i Ruiz, 1994)

a) b)



Rys. 22. Obraz prążków interferencyjnych w otoczeniu pęknięcia: a) w kierunku obciążenia, b) w kierunku prostopadłym do kierunku obciążenia (Matthew i inni, 2003)

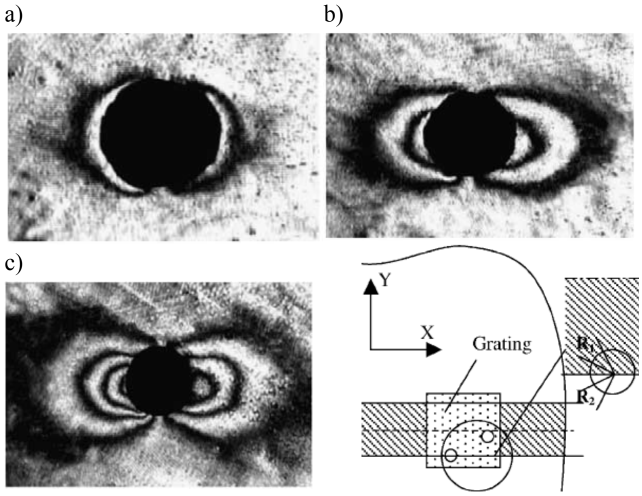
a) b)



Rys. 23. Mapy prążków interferencyjnych zarejestrowanych w karbie (b) wykonanym w próbce pierścieniowej (a) poddanej ściskaniu (Niu i inni, 2001)

a) b)

c)



Rys. 24. Mapy prążków interferencyjnych dla kierunku u dla otworu o głębokości: a) 0.2 mm, b) 0.4 mm, c) 0.6 mm (grubość złącza – 8 mm) (Ya i inni, 2004)

W pracy Ya i innych (2004) metodę laserowej interferometrii siatkowej zastosowano do analizy naprężeń własnych w aluminiowych złączach spawanych laserowo. Na rysunku 24 pokazano przykładowe mapy prążków interferencyjnych zarejestrowane w otoczeniu otworu o różnej głębokości wykonanego na granicy strefy wpływu ciepła i materiału rodzimego analizowanego złącza.

2.2.7. Porównanie metod doświadczalnych

W tablicy 1 przedstawiono kryteria, na podstawie których dokonano szczegółowego porównania omawianych w pracy metod doświadczalnej analizy odkształceń lokalnych. W świetle przedstawionego porównania można przyjąć, że nie istnieje metoda „najlepsza”, a jedynie najlepiej spełniająca konkretne warunki badań.

Tab.1. Porównanie wybranych metod doświadczalnych

Kryterium oceny	EO	TS	IC	IH	ES	IS
wielkości mierzone			X	X	X	X
czułość						X
rozdzielczość						X
dokładność						X
wymiary pola pomiarowego	X	X	X	X	X	
przygotowanie powierzchni obiektu		X	X	X	X	
możliwość pomiaru na maszynie wytrzymałościowej	X	X	X		X	X
możliwość automatyzacji pomiaru	X	X	X			X
zakres pomiarowy w jednym kroku analizy		X				X
„pamięć” deformacji obiektu	X					X

EO – elastooptyka, TS – termowizja, IC – cyfrowa korelacja obrazu, IH – interferometria holograficzna, ES – ESPI, IS – interferometria siatkowa

Przegląd danych literaturowych z zakresu zmęczenia i mechaniki pękania oraz przedstawione w pracy Moore’a i Tyrera (1996) wyniki badań ankietowych przeprowadzonych w Japonii pozwalają zauważyć, że jednymi z najczęściej stosowanych współczesnych metod doświadczalnej analizy rozkładów odkształceń są: metoda laserowej interferometrii siatkowej IS oraz metoda elektronicznej interferometrii plamkowej ESPI.

Pomimo stosowania obydwu metod w podobnych zagadnieniach z zakresu zmęczenia i mechaniki pękania, porównanie metody laserowej interferometrii siatkowej IS z metodą ESPI wskazuje na występowanie, obok cech wspólnych, także cech istotnie je różniących. Między innymi, przy zbliżonych czułościach bazowych (Monteiro i inni, 2001), metody różnią się istotnie bezwzględnym zakresem pomiarowym, na korzyść metody laserowej interferometrii siatkowej IS. Wynika to z faktu, że realizacja pomiaru z zastosowaniem metody ESPI wymaga co najmniej dwukrotnego zapisu obrazu plamek – w stanie przed i po obciążeniu. Tym samym, przy zakresie pomiarowym wynoszącym maksymalnie około kilkunastu mikrometrów, pomiar większych przemieszczeń wymaga sumowania wyników ich wielostopniowego pomiaru przy narastającym obciążeniu. Konieczność zapamiętywania „poprzedniego” obrazu plamek w metodzie ESPI powoduje także duże utrudnienie w przypadku pomiarów realizowanych w warunkach obciążeń zmiennych w czasie.

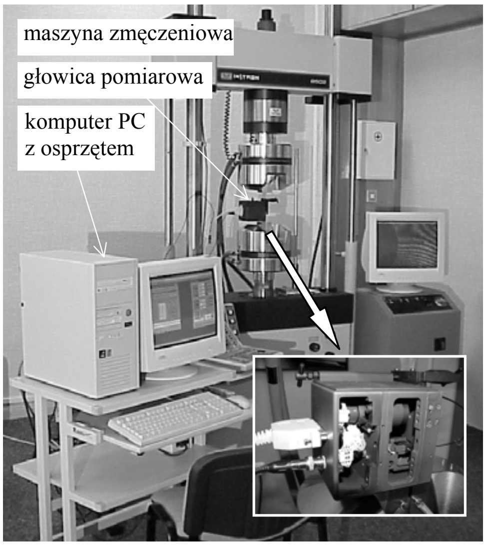
Jest to szczególnie odczuwalne w przypadku badań, w których analizowana jest historia zmian odkształceń, a nie tylko ich bieżąca wartość. W przypadku metody interferometrii siatkowej IS rolę „pamięci” odkształcenia spełnia siatka przedmiotowa. W wyniku zastosowania kompaktowych interferometrów siatkowych, nawet w przypadku wielokrotnego przerywania badania, nie zostaje utracona ciągłość analizy odkształceń. Jednak podobnie jak w przypadku metody ESPI, przekroczenie zakresu pomiarowego wymaga sumowania odkształceń zmierzonych w ramach pojedynczych pomiarów. Siatka przedmiotowa stosowana w metodzie interferometrii siatkowej, ze względu na jej parametry (dużą częstość, duży współczynnik odbicia światła) jest najczęściej wykonywana jako dodatkowy, pośredni element przyklejany do badanego obiektu (możliwe jest także wykonywanie siatki z zastosowaniem nowoczesnych technik inżynierii powierzchni). Stanowi to wadę metody, której teoretycznie nie posiada metoda ESPI. Jednak w wielu przypadkach, dla uzyskania obrazu plamek w metodzie ESPI, powierzchnia badanych obiektów także musi być dodatkowo przygotowywana poprzez pokrywanie warstwą rozpraszającą.

Podsumowując można zauważyć, że metoda IS wykazuje pewną przewagę w przypadku obciążeń zmiennych w czasie, na co wpływa głównie jej wysoka czułość i zakres pomiarowy, a także możliwość „zapamiętywania” historii obciążenia oraz większa podatność na automatyzację procesu pomiarowego.

Coraz większego znaczenia nabierają także metody podatne na stosowanie elementów optoelektroniki oraz numerycznych algorytmów zapisu i analizy danych pomiarowych. Tym samym coraz częściej można spotkać prace, w których stosowane są „cyfrowe” wersje klasycznych metod doświadczalnej analizy odkształceń i naprężeń, np. cyfrowa elastooptyka lub cyfrowa holografia (Yamaguchi, 2003; Hipp i inni, 2004).

3. BADANIA ODKSZTAŁCEŃ LOKALNYCH METODĄ LASEROWEJ INTERFEROMETRII SIATKOWEJ

Przykładem systemu badawczego umożliwiającego zautomatyzowaną analizę odkształceń lokalnych w strefach nieciągłości geometrycznych i niejednorodności materiałowych jest system laserowego ekstensometru siatkowego LES (rys.25) opracowany we współpracy Katedry PKM UTP, Instytutu Technologii Eksploatacji – PIB w Radomiu oraz Politechniki Warszawskiej – Instytutu Mikromechaniki i Fotoniki. System LES umożliwia pomiar odkształcenia lokalnego na wskazanym odcinku pomiarowym w trybie czasu rzeczywistego (on the fly) oraz wyznaczenie rozkładów odkształceń w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach na podstawie zarejestrowanych danych pomiarowych (w trybie off-line), w warunkach statycznych oraz monotonicznie, cyklicznie i nieregularnie zmiennych obciążeń. Szczegółowe omówienie systemu, w tym jego budowy i parametrów technicznych przedstawiono, m.in. w pracach Borońskiego i innych (2001), Borońskiego i Szali (2002a. 2002b) i Gieski i Borońskiego (2003).

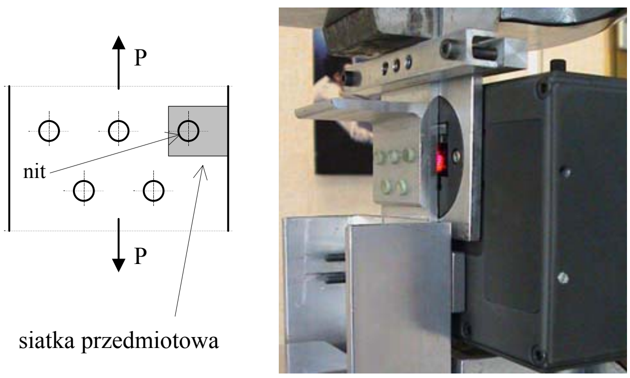


Rys. 25. System LES: widok ogólny oraz widok głowicy po zdemontowaniu bocznej osłony

3.1. Analiza odkształceń lokalnych w połączeniach nitowanych

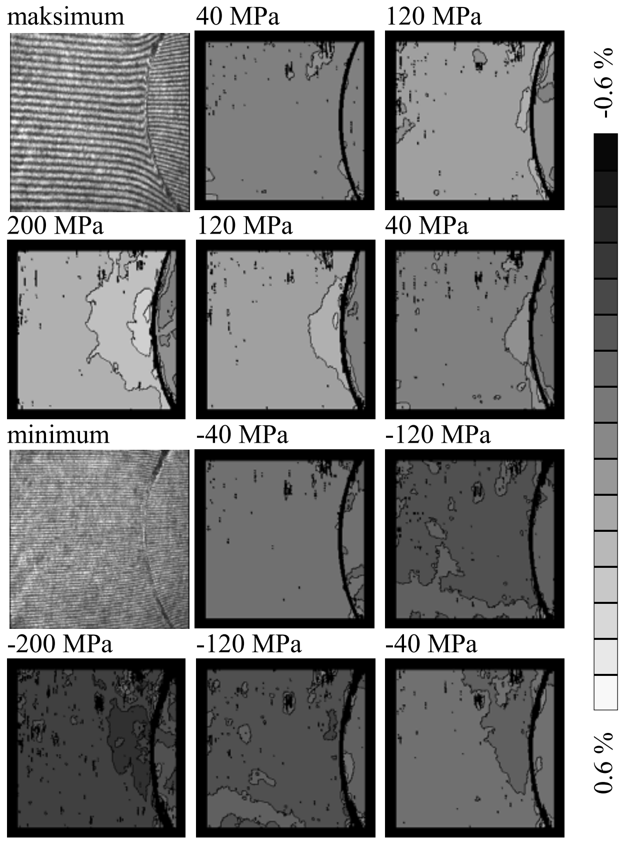
Badania rozkładów odkształceń w złączach nitowanych przeprowadzono na próbkach wykonanych z lotniczego stopu aluminium (rys.26). Ich budowa oraz własności materiałowe odpowiadały typowej nitowanej strukturze lotniczej składającej się z płaskiej płyty (płaskownika) wzmocnionej usztywnieniem (kątownikiem).

Podstawowym celem badań była analiza zmian odkształceń lokalnych w strefie zmęczeniowego pękania w trakcie cyklicznie zmiennego obciążenia o stałej wartości amplitudy naprężenia nominalnego.



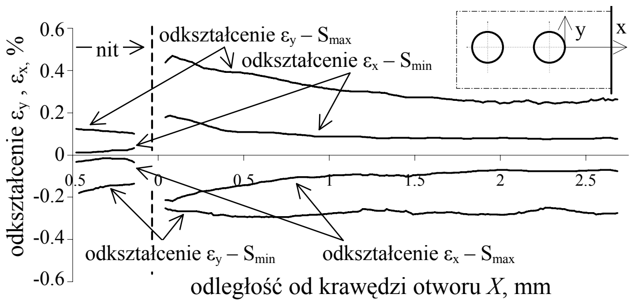
Rys. 26. Widok próbki z zamocowaną głowicą LES podczas badań zmęczeniowych

Pomiary odkształceń prowadzono dla wybranych cykli obciążenia i dla poszczególnych faz cyklu. Przykładowe wyniki pomiarów dla pojedynczego cyklu o naprężeniu nominalnym S=200MPa pokazano na rys. 27.



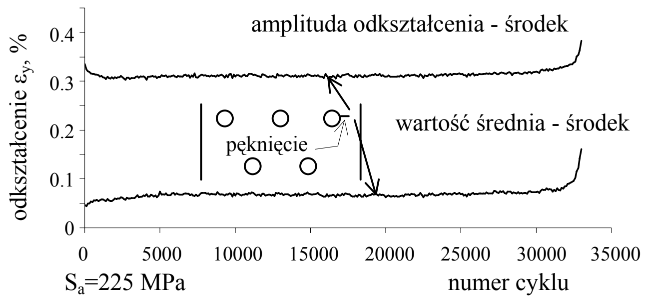
Rys. 27. Przykładowe rozkłady odkształceń ε_y (w kierunku obciążenia) w złączach nitowanych

Wyniki badań umożliwiły analizę złącza nitowanego ze względu na wiele zagadnień posiadających istotne znaczenie w zmęczeniowej analizie konstrukcji. Podczas badań analizowano, m.in. wpływ nitów na rozkład odkształceń w płaskowniku w strefie otworu (rys.28), rozkład odkształceń w strefie kontaktu płaskownika i nitów, przebieg zmian odkształceń lokalnych w strefie inicjacji pęknięć zmęczeniowych (rys.29), przebieg zmian stref odkształceń plastycznych (rys.30).

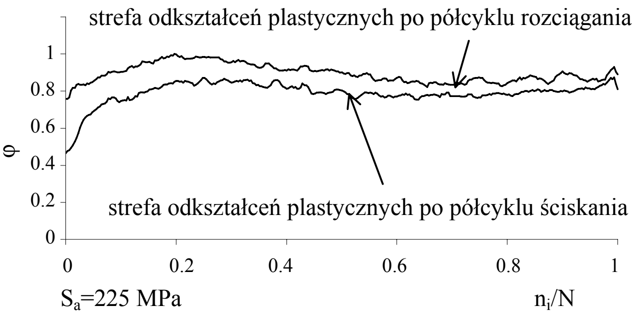


Rys. 28. Rozkłady odkształceń ε_y i ε_x w minimalnym przekroju próbki nitowanej

Przeprowadzone badania oraz analiza wyników badań umożliwiły m.in. obserwację efektu pękania wieloogniskowego spowodowanego wzajemnym oddziaływaniem płaskownika, nitów i kątownika (rys.31). Jednoczesne pękanie próbek w kilku miejscach istotnie wpływa na możliwość jednoznacznego przewidywania miejsc inicjacji pęknięć zmęczeniowych.

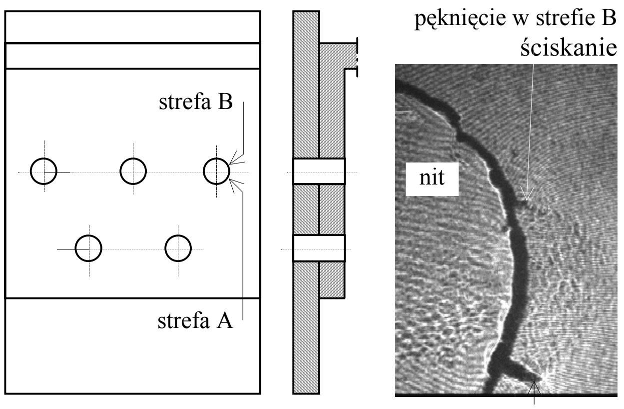


Rys. 29. Przebieg zmian odkształceń lokalnych w kolejnych cyklach obciążenia w próbce badanej przy S_a=225 MPa



Rys. 30. Przebieg zmian wielkości obszaru odkształconego plastycznie w płaskowniku w otoczeniu otworu S_a=225 MPa

Ponadto, pomiar odkształceń z zastosowaniem systemu LES umożliwił analizę stref odkształceń plastycznych w otoczeniu otworów. Zmiany rozmiaru stref odkształconych plastycznie podczas symetrycznie zmiennego obciążenia wskazały na brak stabilizacji właściwosci materiałowych w strefach zmęczeniowego pękania.



Rys. 31. Pęknięcia zmęczeniowe w próbkach nitowanych

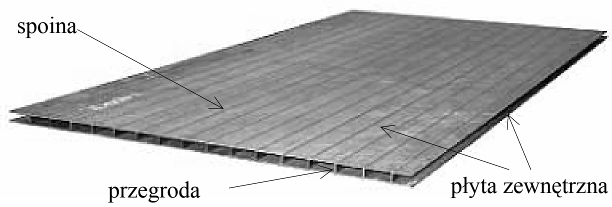
3.2. Badania odkształceń lokalnych w stalowych strukturach panelowych typu sandwich

Pęknięcia zmęczeniowe powstające w miejscach spiętrzeń naprężeń i odkształceń to najczęstszy przypadek zakładany w analizie zmęczeniowej obiektów technicznych. W większości przypadków podstawowe znaczenie nadaje się w tym zakresie karbom geometrycznym. Jednak gradient odkształceń może być także spowodowany zróżnicowaniem właściwości materiałowych.

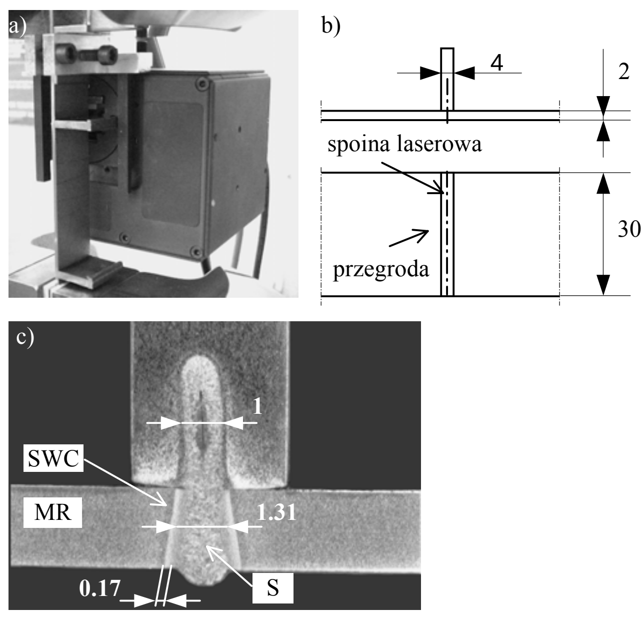
Omawiane zagadnienia znajdują silne odbicie m.in. w przypadku połączeń spawanych. W omawianym przykładzie, badania rozkładów odkształceń w połączeniu spawanym przeprowadzono na złączu laserowym modelu stalowej struktury panelowej typu „sandwich" (rys.32), w której dwie równoległe płyty zewnętrzne połączone są poprzez prostopadłe do ich powierzchni przegrody (wzmocnienia). Przegrody te mocowane są do płyt spoinami laserowymi wykonywanymi od zewnętrznej strony panelu. W prezentowanym przykładzie badań uwagę skoncentrowano głównie na analizie odkształceń w pojedynczym złączu w próbkach o budowie pokazanej na rysunku 33. Pobierane do badań fragmenty panelu obejmowały płytę z jednostronnie przyspawanymi przegrodami.

3.2.1. Rozkłady odkształceń w okresie do inicjacji pęknięcia zmęczeniowego

W trakcie badań w okresie do inicjacji pęknięcia zmęczeniowego analizowano wpływ spoiny na rozkład odkształceń w złączu w pojedynczym cyklu obciążenia oraz w kolejnych cyklach obciążenia zmęczeniowego (rys.34) w warunkach obciążenia odzerowo-tętniącego (R=0).



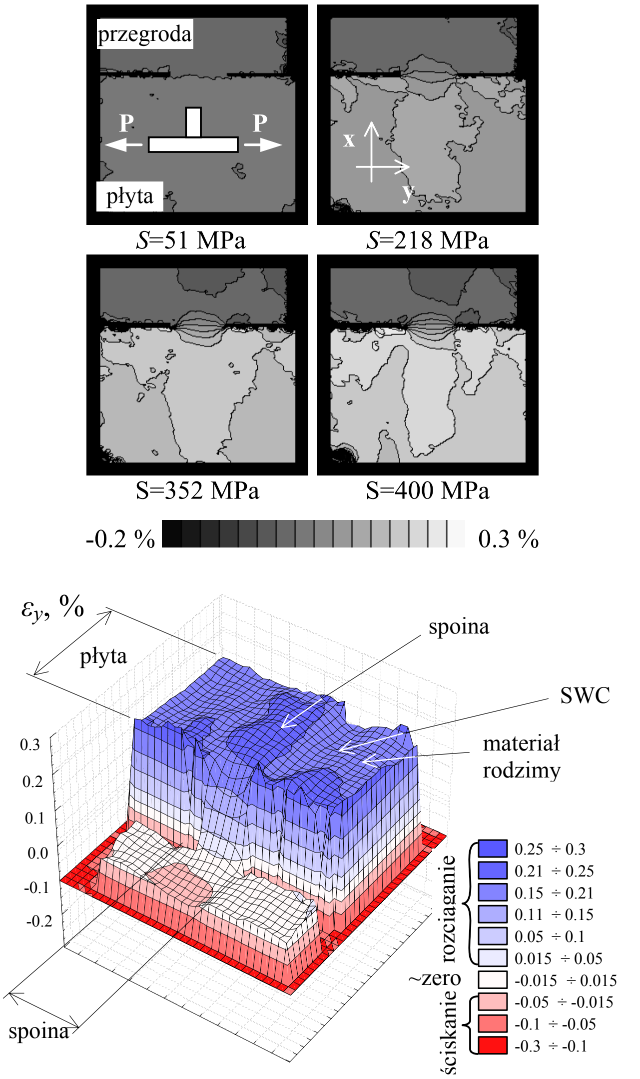
Rys. 32. Stalowa struktura panelowa typu „sandwich" firmy (MW Niemcy) (Dolby, 2003)



Rys. 33. Próbka do badań: a) próbka podczas badań, b) wymiary próbki, c) wymiary spoiny

Podczas badań wyznaczono, m.in. strefy złącza, w których występują maksymalne odkształcenia lokalne oraz maksymalne zakresy odkształceń w cyklu. Poprzez ich porównanie wykazano m.in., że strefy maksymalnych odkształceń lokalnych z pierwszego, „statycznego" nawrotu obciążenia nie „przechodziły" w strefy maksymalnych zakresów odkształceń w trakcie obciążenia cyklicznie zmiennego. Maksymalne odkształcenia lokalne zajmowały obszar na granicy materiału rodzimego i strefy wpływu ciepła, zaś maksymalny zakres odkształceń w cyklu przemieszczał się w kierunku przejścia pomiędzy płytą a przegrodą, które jednocześnie stanowi granicę pomiędzy materiałem spoiny a strefą wpływu ciepła.

Również analiza przebiegu zmian odkształceń w tych strefach w trakcie cyklicznie zmiennego obciążenia (rys.35) pokazała inny charakter zmian maksymalnych wartości odkształceń lokalnych i ich zakresów w cyklu obciążenia (rys.36).

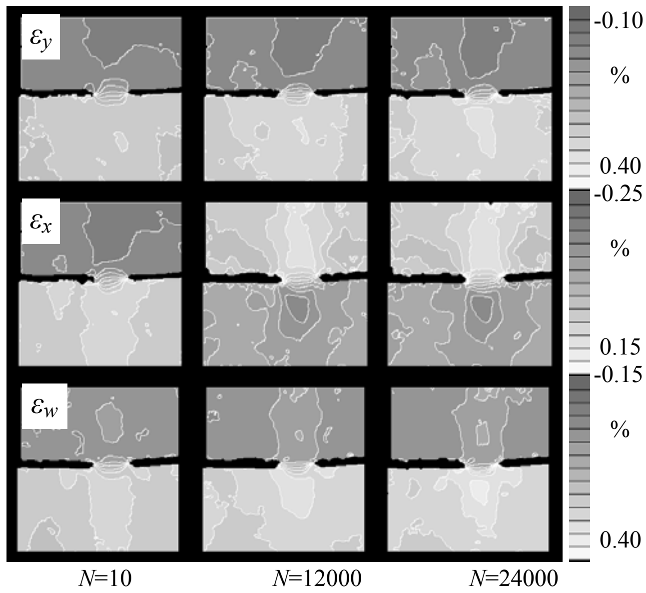


Rys. 34. Przykładowe mapy rozkładu odkształceń w złączu w kierunku y

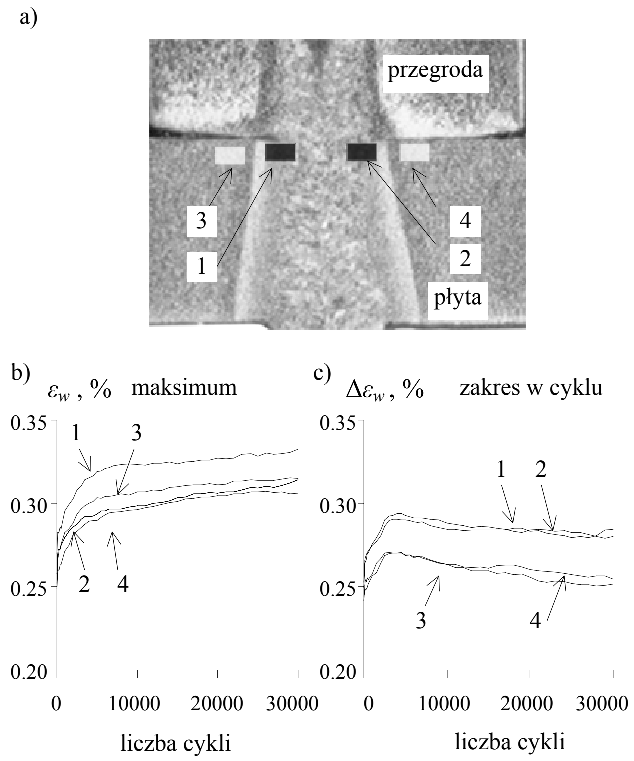
W pierwszym przypadku analiza wyników pomiarów pozwoliła zaobserwować efekt cyklicznego pełzania (podnoszący wartość odkształceń maksymalnych), a w drugim - umacniania się materiału (powodujące spadek zakresu odkształceń w cyklu).

3.2.2. Badania rozkładów odkształceń w okresie rozwoju pęknięcia zmęczeniowego

Wyniki pomiarów odkształceń, w okresie rozwoju pęknięcia, przedstawiono na rysunkach 37 i 38 na przykładzie odkształceń ε_y dla maksymalnej wartości naprężenia nominalnego w cyklu.

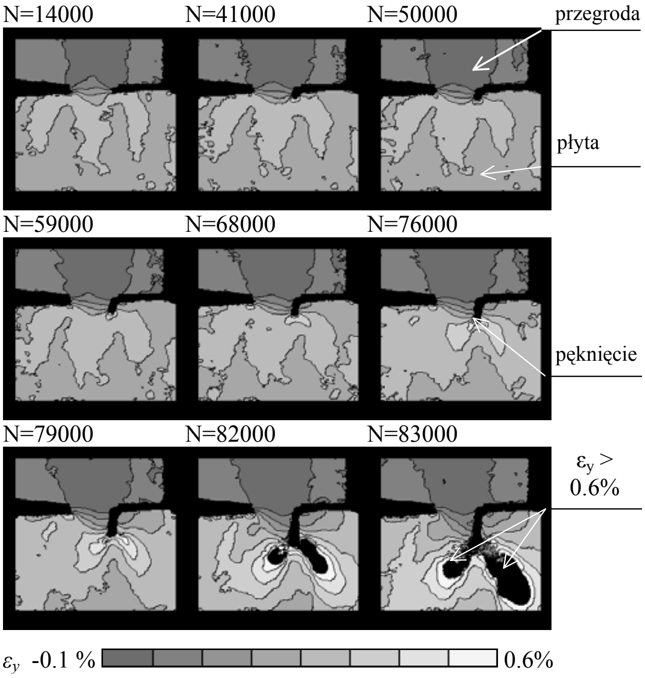


Rys. 35. Rozkłady odkształceń ε_y , ε_x i ε_w dla S_{max}=400 MPa w różnych okresach trwałości

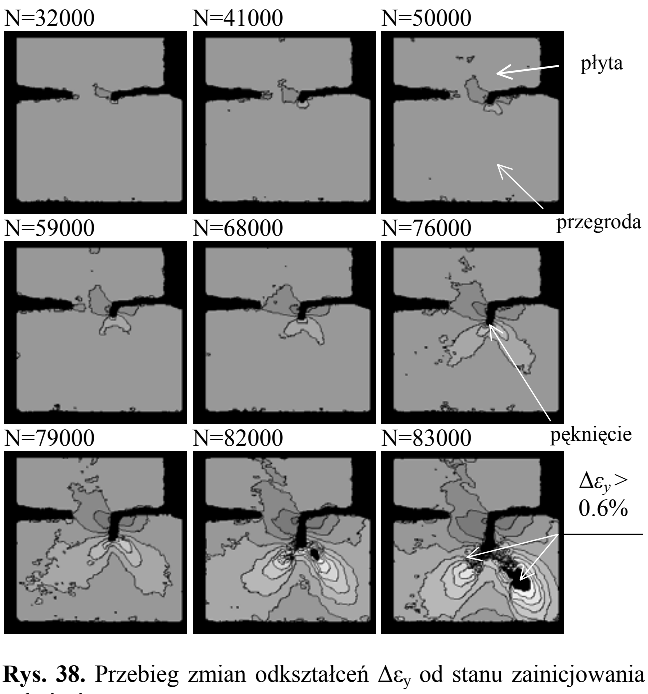


Rys. 36. Strefy analizy zmian odkształceń w złączu spawanym (a). Porównanie przebiegu zmian odkształceń ε_w (b) i ich zakresu $\Delta\varepsilon_w$ (c) w trakcie cyklicznie zmiennego obciążenia w strefach 1-4

Na rysunku 37 zestawiono zmiany rozkładów odkształceń w złączu towarzyszące rozwojowi pęknięcia w kolejnych cyklach obciążenia, zaś na rysunku 38 przebieg zmian odkształceń od stanu zainicjowania pęknięcia. Przeprowadzone pomiary pozwoliły zaobserwować charakterystyczne dla elementów z pęknięciem rozkłady odkształceń ε_y, które wraz ze wzrostem długości pęknięcia i jednoczesnym wzrostem naprężenia związanym ze zmniejszaniem się przekroju próbki, obejmują coraz większy obszar próbki



Rys. 37. Przebieg zmian rozkładu odkształceń ε_y w złączu w fazie rozwoju pęknięcia



Rys. 38. Przebieg zmian odkształceń $\Delta\varepsilon_y$ od stanu zainicjowania pęknięcia

Analiza rozkładów odkształceń pokazanych na rysunku 38 pozwala ponadto zaobserwować efekt odciążania próbki w strefach znajdujących się za frontem pęknięcia. Pozwala to na pośrednie wyznaczenie wartości odkształceń wywołanych procesem spawania oraz cyklicznym obciążeniem próbki. Przykładowo w przypadku analizowanej próbki, odkształcenia w kierunku działania siły obciążającej ε_y w odciążonych strefach wyniosły około -0.2%.

3.3. Metody hybrydowe

Stosowanie metod numerycznych w zmęczeniowej analizie odkształceń i naprężeń w wielu przypadkach niesie za sobą konieczność wprowadzania wielu uproszczeń, założeń i ograniczeń. Związane jest to głównie ze złożonością i różnorodnością postaci geometrycznej obiektów oraz charakteru obciążeń, jak i trudnościami w modelowaniu właściwosci materiałowych. Pełna analiza numeryczna wymaga także bardzo precyzyjnego odtwarzania stanu obciążenia w analizowanym obiekcie. Ponadto w wielu przypadkach proste ograniczenie modelowania tylko do strefy elementu objętej analizą zmęczeniową powoduje znaczne uproszczenia. Polegają one m.in. na nieuwzględnianiu oddziaływania odrzuconej części obiektu na jego rozważany obszar (efekt dekompozycji obiektu) oraz nieuwzględnianiu zmian własności materiałowych wywołanych cyklicznością obciążenia.

Wiele niedogodności występuje także w przypadku metod doświadczalnych, w których wyniki pomiarów najczęściej ograniczają się do wybranych składowych przemieszczeń i odkształceń lub ich związków, nie pozwalają natomiast na obliczenie wartości naprężeń, szczególnie w sytuacji występowania odkształceń plastycznych. Ponadto w przypadku analiz zmęczeniowych podstawowe zainteresowanie budzą miejsca o największych wartościach lokalnych i największych gradientach odkształceń i naprężeń lokalnych, a te usytuowane są najczęściej w miejscach bardzo trudno dostępnych dla większości metod pomiarowych.

Nowe możliwości wyznaczania stanu odkształceń i naprężeń, wynikające ze skojarzenia analiz numerycznych z doświadczalnymi technikami pomiaru, przedstawione zostały, m.in. w pracach Jayaramy i innych (1996), Kapkowskiego i Kujawińskiej (1994), Kobayashi'ego (1999), Laermanna (1999, 1995, 2000), Nishioki (1999). Przykładowo, w pracy Laermanna, twórcy pojęcia „metody hybrydowe" (1995) przedstawiono ogólne sformułowanie zasad hybrydowej, numeryczno-doświadczalnej metodyki badań, natomiast w pracy Kapkowskiego i Kujawińskiej (1994) dokonano szczegółowej klasyfikacji metod hybrydowych ze względu na sposób i zakres „przekazywania" danych pomiędzy metodą numeryczną a doświadczalną.

W literaturze spotyka się również inne konfiguracje metod stosowanych w analizie odkształceń i naprężeń dające się zakwalifikować pod pojęciem metod hybrydowych. Między innymi w pracy Nishioki (1999) dokonano ich podziału z punktu widzenia zastosowania metod numerycznych, wyróżniając metody numerycznoanalityczne, numeryczno-numeryczne i numeryczno-doświadczalne. Spośród nich jako jedne z najczęściej spotykanych metod można wskazać metody numeryczno-doświadczalne (doświadczalno-numeryczne).

Metodyka hybrydowej analizy rozkładów odkształceń i naprężeń wiąże się zazwyczaj z wykorzystaniem częściowych wyników pomiarów odkształceń lub przemieszczeń jako warunków brzegowych w analizie numerycznej. Dzięki temu można wyznaczyć np. „brakujące" składowe odkształceń oraz składowe naprężeń, np. z zastosowaniem nieliniowych modeli materiałowych. Taki sposób postępowania zastosowano m.in. w pracach Borońskiego i Lipskiego (2002) i Borońskiego i Szali (2002c).

W pracy Kobayashi'ego (1999) stwierdza się, że dzięki wprowadzeniu nowych możliwości badawczych, doświadczalno-numeryczna metodyka analizy odkształceń stała się nieodzownym narzędziem w nowoczesnej mechanice eksperymentalnej o czym mogą świadczyć m.in. liczne prace publikowane na ten temat.

Jedną z grup metod hybrydowych stanowią, zgodnie z podziałem przedstawionym w pracy Kapkowskiego i Kujawińskiej (1994), tzw. „zlokalizowane techniki hybrydowe", w których wyniki badań doświadczalnych wykorzystywane są jako warunki brzegowe w analizie numerycznej. Możliwość wyznaczania pełnego stanu odkształceń i naprężeń na podstawie wyników pomiaru przemieszczeń w określonym obszarze lub na jego brzegu jest bardzo korzystna w analizie zagadnień związanych ze zmęczeniem materiałów i konstrukcji, w których lokalne zjawiska występujące w niewielkich obszarach spiętrzeń odkształceń wielokrotnie decydują o przebiegu procesu zmęczenia całych obiektów. Między innymi z powodu nieuwzględniania złożoności procesów zachodzących w materiale w czasie długotrwałego procesu zmęczeniowego niszczenia konstrukcji, często z silną krytyką spotyka się bezkrytyczne stosowanie w analizie zmęczeniowej metod numerycznych.

Na korzyści wynikające z zastosowania doświadczalno-numerycznej analizy odkształceń i naprężeń w badaniach zmęczeniowych wskazują również doświadczenia zdobyte podczas badań prowadzonych w Katedrze Podstaw Konstrukcji Maszyn Akademii Techniczno-Rolniczej (Boroński i Lipski, 2002; Boroński i Szala, 2002c; Boroński, 1999; Boroński i Szala, 2000). Ich wynikiem jest propozycja hybrydowej, numeryczno-doświadczalnej metody badań stanu odkształceń i naprężeń w strefach zmęczeniowego pękania w warunkach cyklicznie zmiennego obciążenia.

3.3.1. Przykładowe wyniki hybrydowej analizy rozkładów odkształceń i naprężeń

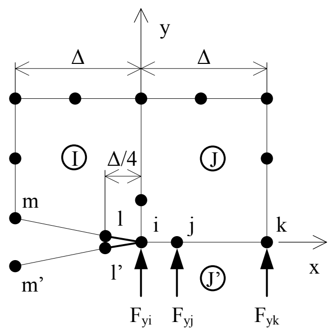
Analiza literatury pozwala zauważyć szerokie zastosowanie w metodach hybrydowych metody laserowej interferometrii siatkowej. Przykładowo w pracy Poona i Ruiza (1994) wyniki pomiarów przemieszczeń w otoczeniu pęknięcia posłużyły do numerycznej analizy wartości jednostkowej energii niezbędnej do rozwoju pęknięcia G_I (w pracy oznaczane również jako γ_I) w próbkach wykonanych ze stopu tytanu, poddanych czteropunktowemu zginaniu.

W zaproponowanej metodzie do obliczeń G_I zastosowano model zamykania się pęknięcia Irwina, według którego energia zaabsorbowana podczas przyrostu pęknięcia o Δ jest równa pracy potrzebnej do zamknięcia pęknięcia do jego początkowej długości, co opisane jest zależnością:

$$G = \lim_{\Delta \to 0} \frac{1}{2\Delta} \int_0^\Delta \sigma_y (\Delta - r, 0) v(r, \pi) dr + \lim_{\Delta \to 0} \frac{1}{2\Delta} \int_0^\Delta \tau_{xy} (\Delta - r, 0) u(r, \pi) dr = G_I + G_{II} \tag{6}$$

Do obliczenia całki zastosowano uproszczone rozwiązanie zakładające, że praca opisana zależnością (6) jest równoważona pracą sił w węzłach położonych przed wierzchołkiem pęknięcia na przemieszczeniach odpowiadających im węzłów za wierzchołkiem pęknięcia.

Przykład realizacji powyższego założenia w analizie numerycznej pokazano na rysunku 39 na przykładzie 8-węzłowych elementów typu QP (ABAQUS).



$$G_I = -\frac{1}{2\Delta} \{ F_{yi} [t_{11} (v_m - v_{m'}) + t_{12} (v_l - v_{l'})] + F_{yj} [t_{21} (v_m - v_{m'}) + t_{22} (v_l - v_{l'})] + F_{yk}^T [t_{31} \bar{v}_m + t_{32} \bar{v}_l] + F_{yk}^B [t_{31} \bar{v}_m + t_{32} \bar{v}_l] \}$$

$t_{11}=14-33\pi/8$; $t_{12}=-52+33\pi/2$
$t_{21}=-7/2+21\pi/16$; $t_{22}=17-21\pi/4$
$t_{31}=8-21\pi/8$; $t_{32}=-32+21\pi/2$

v – przemieszczenia względne,
$F_{y..}$ – siły w węzłach,
F^T_{yk}, F^B_{yk} – siły dla elementów J i J'

Rys. 39. Schemat hybrydowej analizy wartości G_I (Poon i Ruiz, 1994)

Wartości sił w węzłach obliczano na podstawie zmierzonych przemieszczeń na podstawie wyrażenia

$$[F] = [k][\delta] \tag{7}$$

w którym: [k] – macierz sztywności (zależna od właściwości materiału i wymiarów elementu), [δ] – macierz przemieszczeń, [F] – macierz sił w węzłach.

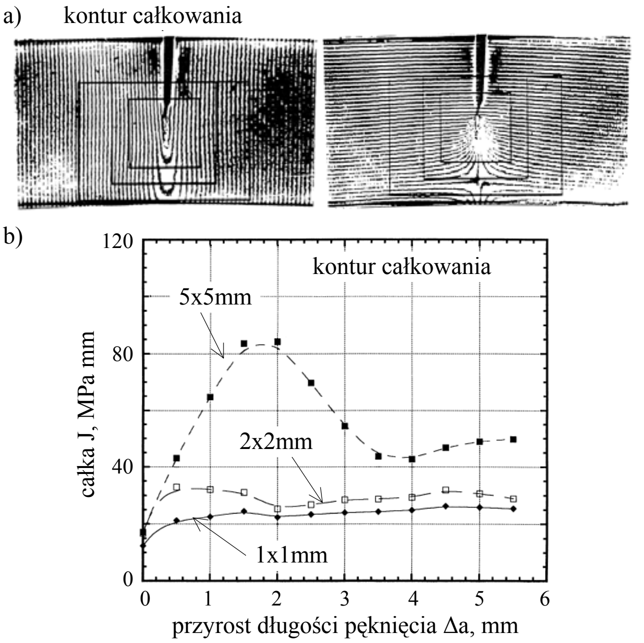
Przedstawione w pracy Poona i Ruiza (1994) wyniki badań wskazują na zależność dokładności analizy od rozmiaru elementu. Większe różnice, w odniesieniu do danych porównawczych otrzymanych metodami liniowej mechaniki pękania (LEFM), uzyskiwano w przypadku mniejszych elementów, w których węzły „l" leżały bardzo blisko wierzchołka pęknięcia, gdzie strefa plastyczna zakłócała wyniki pomiaru rozwarcia pęknięcia.

Poon i Ruiz (1994) wskazują na dwie podstawowe zalety zaprezentowanej metody analizy wartości jednostkowej energii niezbędnej do rozwoju pęknięcia G_I. Po pierwsze umożliwia ona zarówno analizę wartości G_I, jak i G_{II}, dla pierwszego i drugiego typu pękania, oraz po drugie wymaga ona tylko niewielkiej liczby punktów w których realizowane są pomiary przemieszczeń, co umożliwia zastosowanie różnych technik pomiarowych.

W pracy Kobayashi'ego (1999) metodę hybrydową wykorzystano także do analiz w zakresie sprężysto-plastycznej mechaniki pękania do wyznaczania całki *J* dla różnych położeń konturów całkowania.

Do pomiarów odkształceń zastosowano metodę laserowej interferometrii siatkowej, przy czym ze względu na ich bardzo duże wartości na wierzchołku pęknięcia, w badaniach stosowano dwie próbki o dużej (1200 linii.mm) i małej gęstości (40 linii/mm). Pierwsze pozwalały na pomiar mniejszych, drugie większych odkształceń.

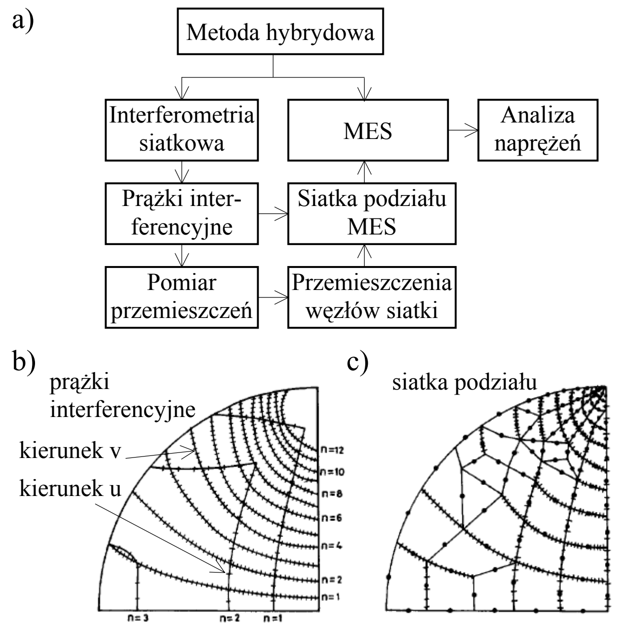
Wyniki pomiarów przemieszczeń po obydwu stronach pęknięcia w fazie jego stabilnego rozwoju wprowadzano jako warunki brzegowe w analizie numerycznej, uzyskując jako rozwiązanie sprężysto-plastyczny stan naprężeń w otoczeniu pęknięcia. W dalszej kolejności obliczano wartości całki *J* dla konturów całkowania pokrywających się z przekrojami, w których realizowano pomiar przemieszczeń (rys.40).



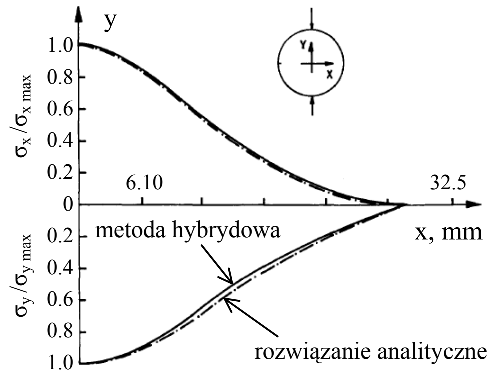
Rys. 40. Wyniki numeryczno-doświadczalnej analizy całki *J*: a) prążki interferencyjne dla kierunków u i v, b) wyniki analizy całki *J* Kobayashi (1999)

Badaniom możliwości zastosowania hybrydowej, doświadczalno-numerycznej metodyki w analizie naprężeń sprężystych poświęcono także pracę Jayaramy i innych (1996). Analizę naprężeń przeprowadzono dla tarczy poddanej obciążeniom ściskającym i porównano z wynikami obliczeń teoretycznych. W zaproponowanej w pracy metodyce hybrydowej analizy naprężeń (rys.41) do pomiaru przemieszczeń zastosowano metodę laserowej interferometrii siatkowej, natomiast analizę numeryczną prowadzono z zastosowaniem metody elementów skończonych.

Zgodnie z przedstawionym na rysunku 41 schematem postępowania, na podstawie obrazu prążków interferencyjnych rejestrowanych w trakcie badania, opracowywano siatkę podziału w modelu geometrycznym, w którego węzłach w dalszej kolejności wprowadzano obliczone na podstawie ich analizy przemieszczenia u i v. Pozwoliło to na wyznaczenie wartości naprężeń, których porównanie z naprężeniami wyznaczonymi analitycznie pokazano na rysunku 42. Jayarama i inni (1996) wskazali na bardzo dobrą zgodność wyników analizy teoretycznej i hybrydowej, przy czym istotne znaczenie ich zdaniem ma postać siatki podziału w modelu geometrycznym i rodzaj elementów użytych do jej opracowania.



Rys. 41. Metodyka numeryczno-doświadczalnej analizy naprężeń: a) schemat postępowania, b) prążki interferencyjne, c) siatka podziału MES (Jayarama i inni, 1996)

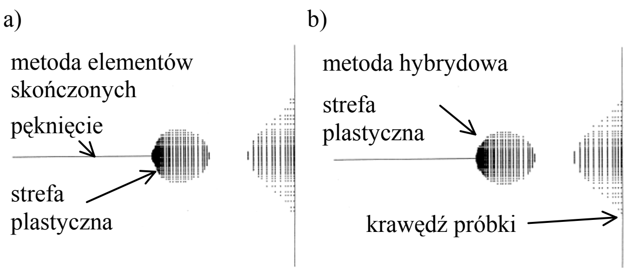


Rys. 42. Porównanie wyników numeryczno-doświadczalnej i teoretycznej analizy naprężeń w tarczy (Jayarama i inni, 1996)

Obszerny przegląd metod hybrydowych stosowanych w analizie zagadnień związanych z mechaniką pękania przedstawiono w pracy Nishioki (1999). Obok innych przykładów, szczególną uwagę poświęcono możliwościom połączenia metod laserowej interferometrii siatkowej i metody elementów skończonych w analizie zagadnień, w których występują duże odkształcenia plastyczne.

W pracy omówiono między innymi wyniki badań stanu odkształceń i naprężeń na czole pęknięcia w próbkach CT wykonanych ze stali A533B stosowanych do budowy nuklearnych zbiorników ciśnieniowych.

Na rysunku 43 zamieszczono porównanie wyników analizy strefy plastycznej metodą elementów skończonych oraz metodą hybrydową, w której wyniki pomiarów przemieszczeń wprowadzono do wybranych węzłów siatki podziału w analizie numerycznej.



Rys. 43. Porównanie wyników numerycznej (a) i hybrydowej (b) analizy odkształceń i naprężeń w próbce z pęknięciem – strefy plastyczne (Nishioka, 1999)

Otrzymane wyniki pomiarów wykazały bardzo zbliżony kształt i rozmiar strefy plastycznej na czole pęknięcia.

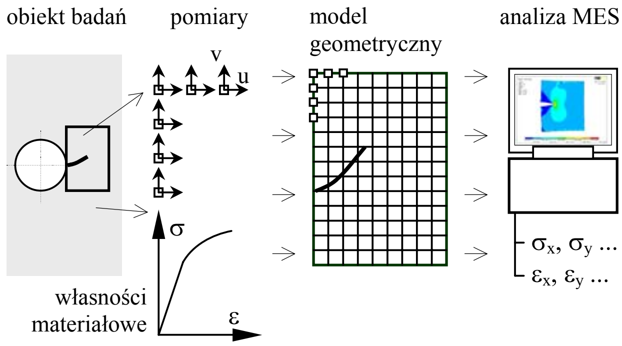
Analiza literatury wskazuje także, że obok istniejących rozwiązań hybrydowej analizy odkształceń i naprężeń, duże nadzieje na dalszy ich rozwój wiąże się z nowymi metodami numerycznymi, takimi jak algorytmy genetyczne, czy sieci neuronowe oraz innymi metodami sztucznej inteligencji, które powinny umożliwić m.in. pełniejsze wykorzystanie wyników badań eksperymentalnych, np. pomiarów przemieszczeń realizowanych metodą laserowej interferometrii siatkowej.

3.3.2. Zlokalizowana metoda hybrydowej analizy odkształceń i naprężeń

Zlokalizowana metoda analizy odkształceń i naprężeń w elementach konstrukcyjnych oparta jest na założeniu możliwości ograniczenia analizy numerycznej badanego obiektu do jego części poddanej analizie doświadczalnej (Boroński, 2005). Do analizy stanu odkształceń i naprężeń stosuje się doświadczalną metodę pomiaru rozkładów odkształceń w warunkach obciążeń zmęczeniowych oraz numeryczną metodę elementów skończonych z nieliniowymi modelami cyklicznych właściwosci materiałowych.

Zgodnie ze sposobem postępowania stosowanym w metodzie (rys. 44) w wybranym lokalnym obszarze rzeczywistego obiektu realizowany jest polowy pomiar przemieszczeń na jego powierzchni. Badany obiekt może znajdować się w dowolnym, znanym lub nieznanym stanie obciążenia, po zrealizowaniu dowolnej liczby cykli obciążenia. Wybrany do analizy obszar obiektu zostaje następnie „zamodelowany" geometrycznie za pomocą siatki elementów skończonych. W dalszej kolejności, w węzłach siatki znajdujących się na granicy modelu, wprowadza się wymuszenie kinematyczne odpowiadające zmierzonym przemieszczeniom w kierunkach x i y. Dalsza analiza numeryczna prowadzona z zastosowaniem nieliniowego modelu (lub modeli) materiału pozwala wyznaczyć składowe odkształceń i naprężeń w rozpatrywanym obszarze obiektu.

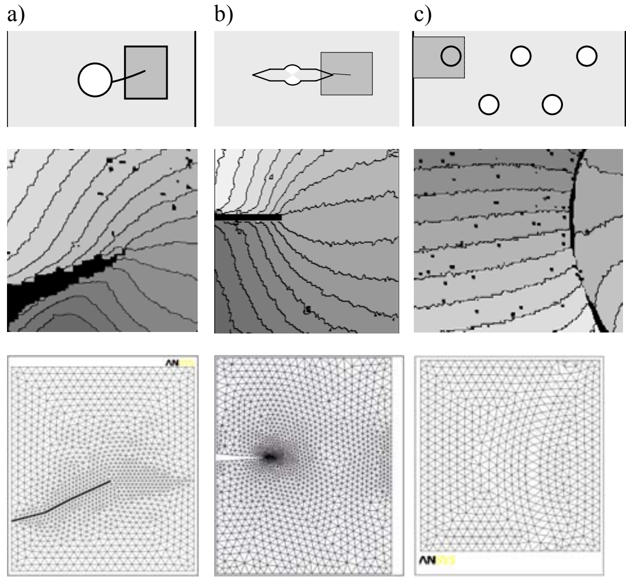
Wprowadzenie w modelu numerycznym, jako warunków brzegowych, stanu przemieszczeń wyznaczanego w badaniach doświadczalnych uwalnia od konieczności odtwarzania w analizie MES pełnej geometrii obiektu oraz warunków obciążenia w jakich znajdował się obiekt w trakcie pomiaru odkształceń.



Rys. 44. Schemat postępowania w zlokalizowanej hybrydowej metodzie analizy odkształceń i naprężeń lokalnych

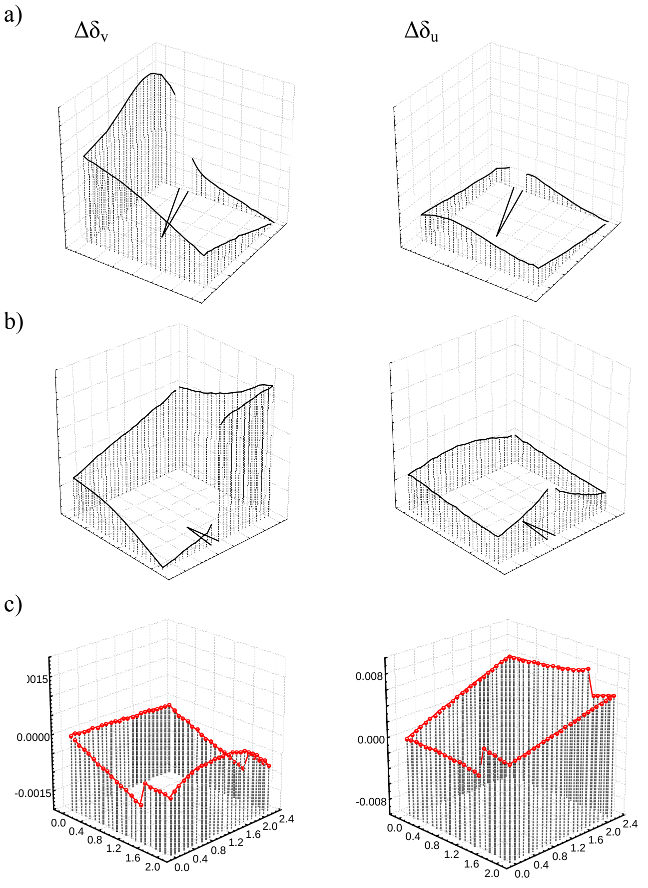
Przedstawione wyżej założenia zastosowano w hybrydowej metodzie analizy odkształceń i naprężeń zaproponowanej w Katedrze Podstaw Konstrukcji Maszyn Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczeg w Bydgoszczy. W metodzie do pomiaru przemieszczeń zastosowano laserowy ekstensometr siatkowy, a do analizy numerycznej środowisko programu ANSYS.

Opracowaną metodę stosowano w badaniach stanu odkształceń i naprężeń w różnych obiektach znajdujących się w różnych fazach zmęczenia i wykonanych z różnych materiałów. Na rysunku 45 pokazano przykłady analizowanych obiektów: aluminiowej próbki z pęknięciem propagującym od centralnie zlokalizowanego otworu, stalowej próbki typu CCT z centralnym pęknięciem oraz próbki aluminiowej, nitowanej struktury lotniczej.



Rys. 45. Przykładowe obiekty badań: aluminiowa próbka z pęknięciem propagującym od otworu (a), stalowa próbka z centralnym pęknięciem typu CCT (b) oraz próbka aluminiowej, nitowanej struktury lotniczej (c). Przykładowe rozkłady przemieszczeń (w środku). Modele geometryczne stosowane w analizie numerycznej (na dole)

We wszystkich przypadkach wyznaczano rozkłady składowych odkształceń i naprężeń w zadanych cyklach obciążenia, w kilkudziesięciu fazach cyklu obciążenia. W tym celu rejestrowano rozkłady przemieszczeń δv i δu w otoczeniu rozpatrywanej strefy, a następnie wyznaczone wartości przemieszczeń wprowadzano jako wartości brzegowe w analizie numerycznej. Na rysunku 45 (na dole rysunku) pokazano siatki podziału stosowane w analizie numerycznej. Ograniczały się one do strefy pomiaru przemieszczeń w analizowanych obiektach. Przykładowe przebiegi (rozkłady) przemieszczeń δv i δu wprowadzane w węzłach znajdujących się na granicy modelu numerycznego (siatki podziału) pokazano na rysunku 46. Do modelowania nieliniowych własności materiałowych stosowano wykresy cyklicznego odkształcenia opisane zależnością Ramberga-Osgooda.

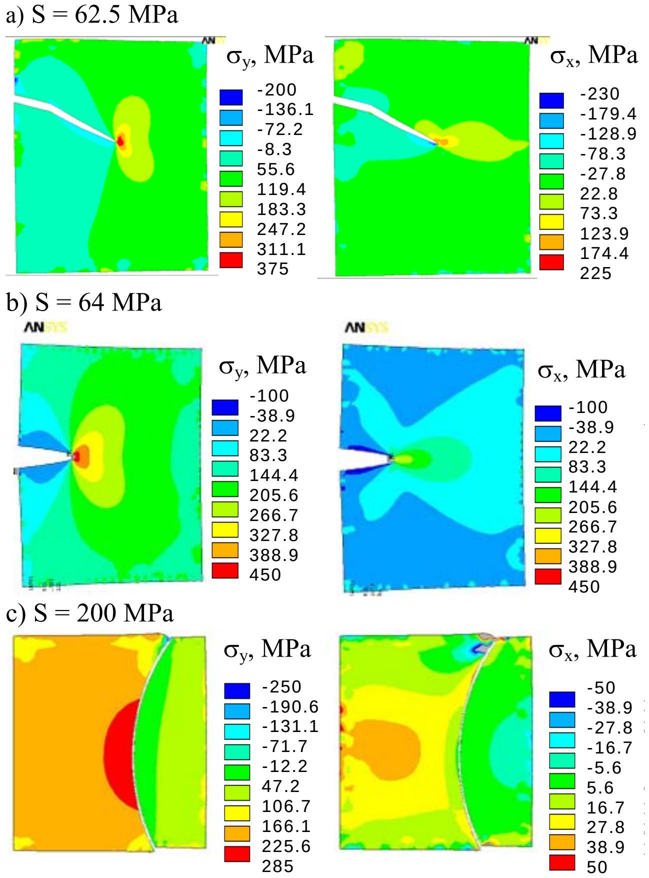


Rys. 46. Przykładowe rozkłady przemieszczeń w kierunku v i u – warunki brzegowe w analizie numerycznej: aluminiowa próbka z otworem (a), stalowa próbka CCT (b), próbka nitowana (c)

W wyniku przeprowadzonej analizy numerycznej wyznaczano rozkłady składowych odkształceń i naprężeń dla poszczególnych faz cyklu obciążenia. Na rysunku 47 pokazane zostały przykładowe rozkłady naprężeń σ_y i σ_x dla maksymalnych wartości obciążenia omawianych obiektów, tj. dla naprężenia nominalnego S = 62.5 MPa (próbka z otworem), S = 64 MPa (probka CCT) i S = 200 MPa (próbka nitowana).

4. PODSUMOWANIE

Możliwość analizy odkształceń i naprężeń lokalnych w strefach nieciągłości geometrycznych i niejednorodności materiałowych stanowi jeden z niezbędnych warunków skuteczności metod konstruowania maszyn i urządzeń. Jest to szczególnie istotne w problematyce zmęczenia i mechaniki pękania materiałów i konstrukcji, gdzie zagadnienia lokalnych spiętrzeń odkształceń i naprężeń w dużej mierze decydują o trwałości i bezpieczeństwie eksploatacji złożonych struktur. Przedstawione w pracy przykłady analizy odkształceń w strefach nieciągłości geometrycznych i niejednorodności materiałowych pozwoliły na zilustrowanie możliwości stosowania w tym zakresie metod doświadczalnych oraz metod hybrydowych, doświadczalno-numerycznych.



Rys. 47. Wybrane wyniki analizy hybrydowej

LITERATURA

1. **Boroński D.** (1999), *Badania rozkładu odkształceń i naprężeń lokalnych w próbkach z karbem w warunkach cyklicznego obciążenia*, Praca doktorska, ATR Bydgoszcz.
2. **Boroński D.** (2005), *Doświadczalna analiza rozkładów odkształceń w strefach zmęczeniowego pękania*, Wydawnictwa Uczelniane ATR, Bydgoszcz, 2005.
3. **Boroński D., Giesko T., Sałbut L.** (2001), Projekt i wykonanie laserowego ekstensometru siatkowego do polowej analizy rozkładów odkształceń w elementach konstrukcyjnych, *Zesz. Nauk. Politechniki Opolskiej*, Mechanika 68, 103-110.

4. **Boroński D., Lipski A.** (2002), Hybrydowa analiza odkształceń i naprężeń na czole pęknięcia zmęczeniowego, *XIX Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania, Bydgoszcz-Pieczyska 2002*, 59-66.
5. **Boroński D., Szala J.** (2000), The Quasihybrid Method of Strain Analysis in the Fatigue Life Calculation Methods, *Structural Integrity in the 21st Century*, EMAS, 133-140.
6. **Boroński D., Szala J.** (2002a), Badania stref inicjacji i rozwoju pęknięcia zmęczeniowego za pomocą laserowego ekstensometru siatkowego LES, *Przegląd Mechaniczny* 7-8, 25-32.
7. **Boroński D., Szala J.** (2002b), Laser grating extensometer LES for fatigue full-field strain analysis, *ECF 14 Fracture Mechanics Beyond 2000*, EMAS, 297-304.
8. **Boroński D., Szala J.** (2002c), The hybrid strain analysis in fatigue loading conditions, *Proceedings of the 8th International Fatigue Congress, Stockholm*, EMAS, 2775-2782.
9. **Diaz F.V., Kaufmann G.H., Armas A.F., Möller, O.** (2002), Measurement of the near-tip displacement field in a fatigue damaged steel plate by digital speckle pattern interferometry, *Optics and Lasers in Engineering*, Vol.37, 621-629.
10. **Dolby R. E.** (2003), Trends in welding processes in engineering construction for infrastructure projects, *56th IIW Annual Assembly*, Bucharest, Romania.
11. **Dzuba A.S., Grigoriev V.D., Pisarev V.S.**, Comparison of the MSC/Nastran and holographic interferometry data on a local strain/stress evaluation in the elasto-plastic range.
12. **Earl J.S., Dulieu-Barton J.M., Shenoi R.A.** (2003), Determination of hygrothermal ageing effects in sandwich construction joints using thermoelastic stress analysis, *Composites Science and Technology*, 63, 211–223.
13. **Giesko T., Boroński D.** (2003), Zautomatyzowane systemy maszynowego widzenia w badaniach zmęczeniowych, *Problemy Eksploatacji*, 3, 177-188.
14. **Glinka G.** (1985), Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notched and cracks, *Engineering Fracture Mechanics,* 22, 485-508.
15. **Hipp M., Woisetschlager J., Reiterer P., Neger T.** (2004), Digital evaluation of interferograms, Measurement 36, 53–66
16. *Introduction to Stress Analysis by the PhotoStress® Method*, Tech Note TN-702-2.
17. **James M.N., Pacey M.N., Wei L.-W., Patterson E.A.** (2003), Characterisation of plasticity-induced closure—crack flank contact force versus plastic enclave, *Engineering Fracture Mechanics,* 70, 2473–2487.
18. **Jayarama Rao G., Rathinam P., Narayanan R.** (1996), Development of Hybrid Method Coupling Moiré Interferometry and Finite Element Analysis, *Computers and Structures*,
60, 433-440.
19. **Kapkowski J., Kujawińska M.** (1994), Współczesne zastosowania technik hybrydowych w mechanice ciała stałego, *Mat. konf. XVI Sympozjum Mechaniki Eksperymentalnej Ciała Stałego, Jachranka*, 132-151.
20. **Kobayashi A.S.** (1999), Hybrid method in elastic and elastoplastic fracture mechanics, *Optics and Lasers in Engineering*, 32, 299-323.
21. **Laermann K.-H.** (1995), New achivements and perspectives of optical methods in experimental solid mechanics, *Optics and Lasers in Engineering*, 22, 249-270.
22. **Laermann K.-H.** (1999), Hybrid analysis of two- and three-dimensional solids composed of different materials, *Optics and Lasers in Engineering*, 32, 183-203.
23. **Laermann K-H.** (2000), Hybrid techniques in experimental solid mechanics, *Optical Methods in Experimental Solid Mechanics*, K-H Laermann eds. Springer-Verlag.
24. **Lagattu F., Brillaud J., Lafarie-Frenot M.-C.** (2004), High strain gradient measurements by using digital image correlation technique, *Materials Characterization,* 53, 17– 28.
25. **Lesniak J.R., Boyce B.R.** (1995), A high-speed differenial thermographic camera, *SEM* 6/95.
26. **Lesniak J.R., Boyce B.R., Howenwater G.** (1998), Thermoelastic measurement under random loading, *SEM* 6/98
27. **Łagoda T., Macha E.** (1998), *Wieloosiowe zmęczenie losowe elementów maszyn i konstrukcji – cz. III*, Studia i Monografie, Z. 104, Politechnika Opolska.
28. **Mackerle J.** (1995), Fracture mechanics parameters and finite element and bundary element methods - a bibliography (1992-1994), *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol.19, 209-223.
29. **Matthew, T., Kokaly, M.T., Lee, J., Kobayashi, A.S.** (2003), Moiré interferometry for dynamic fracture study, *Optics and Lasers in Engineering,* Vol.40, 231-247.
30. **McKellar, D.K., Hills, D.A., Nowell, D.** (2000) A comparison between actual and stress intensity near-crack-tip elastic fields, *International Journal of Fatigue*, Vol.22, 551-558.
31. **Mollenhauer D.H., Ifju P.G., Han B.** (1995). A compact, robust and versatile moiré interferometer, *Optics and Lasers in Engineering*, 23, 29-40.
32. **Mongabure, P., Matheron, P., Madi, Y.** (2003) Mechanical cyclic behaviour of 316L welded joint, Comportement cyclique de joints soudés en 316L, *Mécanique & Industries*, Vol.4, 619-626.
33. **Monteiro, J.M., Vaz, M.A.P., Melo, F.Q., Silva Gomes, J.F.** (2001), Use of interferometric techniques for measuring the displacement field in the plane of part-through crack existing in a plate, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol.78, 253-259.
34. **Moore, A.J., Tyrer, J.R.** (1996) Two-dimensional strain measurement with ESPI, *Optics and Lasers in Engineering*, Vol.24, 381-402.
35. **Muller de Almeida S.F., Hansen J.S.** (1998), Enhanced measurement of strain distributions, *Experimental Mechanics* Vol. 38, 48-54.
36. **Neuber H.** (1961), Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress-strain law, *ASME Journal of Applied Mechanics*, 28, 544-550.
37. **Nishioka T.** (1999), Hybrid numerical methods in static and dynamic fracture mechanics, *Optics and Lasers in Engineering*, 32, 205-255.
38. **Nishioka, T., Nishi, M., Fujimoto, T., Sakakura, K., Epstein, J.** (1995), Moire intrferometry measurements of near tip deformation in inhomogeneous elastic-plastic fracture specimens, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol.63, 261-275.
39. **Niu, L-S., Shi, H-J, Robin, C., Pluvinage, G.** (2001), Elastic and elastic-plastic fields on circular rings containing a V-notch under inclined loads, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.68, 949-962.
40. **Oda I., Willett A., Yamamoto M., Matsumoto T., Sosogi Y.** (2004), Non-contact evaluation of stresses and deformation behaviour in pre-cracked dissimilar welded plates, *Engineering Fracture Mechanics*, 71, 1453–1475.
41. **Osten W.„ Baumbach T., Seebacher S., Jüptner W.** (2001), Remote Shape Control by Comparative Digital Holography Fringe 2001 *The 4th International Workshop on Automatic Processing of Fringe Patterns*, Bremen, Germany, 17-19 September 2001.
42. **Patorski K.** (red.) (2005), *Interferometria laserowa z automatyczną analizą obrazu*, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej.
43. **Patterson E.A.** (2002) Digital Photoelasticity: principles, practice and potential measurements lecture, *Strain*, 38, 27–39.

44. **Pilch A., Mahajan A., Chu T.** (2004), Measurement of whole-field surface displacements and strain using a genetic algorithm based intelligent image correlation method, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 126, 3, 479-488.
45. **Poon, C.Y., Ruiz, C.** (1994), Hybrid experimental-numerical approach for determining strain energy release rates, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 20, 1994, 123-131.
46. **Schmidt T., Tyson J.** (2003), Dynamic Strain Measurement Using Advanced 3D Photogrammetry, *Proceedings of IMAC XXI*, Kissimmee.
47. **Schubach H.R., Wegner R., Ettemeyer A.** (2000), 3D-ESPI for the Characterization of Metallic Alloys during Tensile Tests, *IX International Congress on Experimental Mechanics, June, 5-8, 2000*, Orlando, Florida.
48. **Stupnicki J.** (1984), Optyczne metody badań w mechanice. *Metody doświadczalne mechaniki ciała stałego. Mechanika techniczna tX*, praca zbiorowa pod redakcją W. Szczepińskiego, PWN, Warszawa.
49. **Wang,R., Kido, M.** (2003), High temperature fatigue deformation behaviors of thermally sprayed steel measured with electronic speckle pattern interferometry method, *Materials Research Bulletin*, Vol.38, 1401-1411.
50. www.cedip-infrared.com .
51. www.correlatedsolutions.com .
52. www.ettemeyer.de .
53. www.gom.com.
54. **Ya M., Marquette P., Belahcene F., Lu J.** (2004), Residual stresses in laser welded aluminium plate by use of ultrasonic and optical methods, *Materials Science and Engineering*, A 382, 257–264.
55. **Yamaguchi I.** (2003), Holography, speckle, and computers, *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 39, 411–429.

LOCAL STRAIN ANALYSIS IN THE ZONES OF GEOMETRICAL DISCONTINUITIES AND MATERIAL INHOMOGENEITIES

Abstract: Synthetic description of the methods applied in local strain analysis in the zones of geometrical discontinuities and material inhomogeneities were presented in the paper. Attention was concentrated on the experimental and hybrid methods used for investigations realised in cyclic loading conditions. Selected examples of local strain and stress analysis in fatigue and fracture problems were presented.

NOWOCZESNE METODY BADAŃ NIENISZCZĄCYCH W OCENIE DEGRADACJI WODOROWEJ

Maciej SZWED*, Wojciech MANAJ*, Grzegorz WOJAS*, Jan PŁOWIEC*, Tomasz LUSA*, Krystian PARADOWSKI*, Marcin CIESIELSKI*, Andrzej ZAGÓRSKI*, Wojciech L. SPYCHALSKI*, Krzysztof J. KURZYDŁOWSKI*

* Wydział Inżynierii Materiałowej, Politechnika Warszawska, ul. Wołoska 141, 02-507 Warszawa

mszwed@inmat.pw.edu.pl

Streszczenie: Postęp technologiczny w dziedzinie badań nieniszczących oraz rozwój wiedzy o degradacji wodorowej pozwalają na ocenę stanu technicznego instalacji lub urządzenia, szacunkową ocenę czasu ich bezpiecznej dalszej eksploatacji oraz ciągły monitoring pracy elementu. W artykule przedstawiono badania ultradźwiękowe, za pomocą których wykryto, zlokalizowano oraz określono głębokości zalegania wewnętrznych nieciągłości materiałowych rurociągu. Zostały one zinterpretowane jako rozwarstwienia przebiegające wzdłuż kierunku obróbki plastycznej, co zostało następnie potwierdzone za pomocą badań niszczących po wycięciu uszkodzonego fragmentu rurociągu. Pokazano, że tego typu uszkodzenia, będące przykładem zniszczenia indukowanego wodorem, mogą być skutecznie wykrywane za pomocą metod nieniszczących. Jednoczesne zastosowanie kilku z nich umożliwia ponadto śledzenie rozwoju rozwarstwień oraz określenie czasu bezpiecznej eksploatacji.

1. WPROWADZENIE

Na korozję wodorową składa się zespół zjawisk wpływających głównie na obniżenie właściwości plastycznych oraz wytrzymałościowych metali pod wpływem wodoru.

Korozja wodorowa jest zjawiskiem często spotykanym w praktyce przemysłowej, gdzie istnieje wiele możliwości absorbowania wodoru przez metale. Wodór pochłaniany przez stal z mediów technologicznych ma na nią destrukcyjny wpływ. W zależności od rodzaju stali i środowiska, temperatury i wartości naprężeń, może przejawiać się pękaniem metalu, powstawaniem wewnętrznych pęcherzy wodorowych, obniżeniem właściwości mechanicznych metalu i wykonanych z niego konstrukcji, odwęglaniem stali oraz w powstawaniem wewnętrznych pęcherzy wypełnionych metanem lub siarkowodorem (Timmins, 1997; Śmiałowski, 1961).

W wyniku tych procesów, nawet w stosunkowo niskich temperaturach, może dochodzić do zniszczeń wodorowych na skutek pułapkowania wodoru na defektach strukturalnych (Timmins, 1997). Wodorownie metalu w niskich temperaturach zachodzi podczas procesów technologicznych, w których zachodzi katodowa polaryzacja powierzchni metalu z zewnętrznego źródła prądu. Czynnikiem, który wywołuje nasycanie stali wodorem mogą być również procesy korozyjne zachodzące z depolaryzacją wodorową.

Praca instalacji przemysłowych w warunkach możliwie najwyższego ich obciążenia stwarza konieczność monitorowania zagrożenia instalacji degradacją wodorową. Zagadnienie to jest niezwykle ważne, gdyż mimo mnogości prac badawczych i zebranego doświadczenia nie można z dużą dokładnością określić realnego czasu pracy tego typu instalacji ze względu na działanie szeregu czynników. Względy bezpieczeństwa oraz ekonomiczne aspekty przymusowego przestoju instalacji nakazują ciągłe monitorowanie stanu materiału konstrukcji. W pracy pokazano zastosowanie nowoczesnych badań ultradźwiękowych w ocenie stopnia degradacji wodorowej materiałów stosowanych w instalacjach petrochemicznych.

Przedmiotem badań był rurociąg instalacji Hydrokrakingu. Medium przesyłanym rurociągiem były pozostałości poreakcyjne (węglowodory), woda, wodór oraz siarkowodór o temperaturze ok. 54°C i ciśnieniu 13MPa. Siarkowodór oraz siarka obecna w stali pod postacią siarczków manganu stworzyły warunki sprzyjające zachodzeniu niskotemperaturowej korozji wodorowej. Nawodorowanie zachodziło w wyniku korozji wewnętrznej powierzchni rurociągu w obecności wody znajdującej się w przesyłanym medium, a zawartość siarkowodoru powodowała wielokrotny wzrost nawodorowania stali (Łunarska, 1993). Wodór dyfundujący do stali jest pułapkowany na granicy rozdziału faz wtrącenie niemetaliczne-osnowa, następnie w wyniki wzrostu ciśnienia wtrącenie zostaje oddzielone od osnowy i powstaje pęcherz wodorowy. Ciśnienie wodoru w pęcherzu może osiągać wartości rzędu kilku tysięcy atmosfer, co powoduje wzrost i łączenie się nieciągłości, a w konsekwencji powstanie rozwarstwienia (Timmins, 1997).

Kształt i rozmieszczenie siarczków w stali ma bardzo istotny wpływ na zachodzenie korozji wodorowej. Najbardziej niepożądany jest kształt wydłużony, ze względu na koncentrację naprężeń na końcach pułapki. Stąd, najbardziej pożądany jest kształt okrągły, który można osiągnąć poprzez: redukcję rozmiarów wtrącenia lub odpowiednią obróbkę cieplno-plastyczną. Najprostszym i zarazem najbardziej skutecznym sposobem minimalizacji rozmiarów wtrąceń jest redukcja zawartości siarki. Poniżej 0,002% wtrącenia MnS są bardzo małe i mniej skłonne do wydłużeń. Należy unikać również niejednorodnego rozkładu wtrąceń, gdyż może to powodować powstawanie lokalnej koncentracji wodoru i szybką propagację pęknięcia (Timmins, 1997).

2. OPIS BADAŃ

Omawianym przykładem zniszczeń wywołanych niskotemperaturową korozją wodorową jest rozwarstwienie kolana rurociągu instalacji Hydrokrakingu. Medium przesyłanym rurociągiem były węglowodory (pozostałości poreakcyjne), woda, wodór i siarkowodór. Nawodorowanie zachodziło w wyniku korozji wewnętrznej powierzchni kolana. Siarkowodór, jako silny promotor wnikania wodoru, spowodował wielokrotny wzrost nawodorowania stali (Śmiałowski, 1961; Łunarska, 1993).

Okresowa kontrola grubości ścianki rurociągu instalacji Hydrokrakingu wykazała występowanie pocienień, które
po dokładnej analizie zostały zinterpretowane jako rozwarstwienia wodorowe. Oględziny wnętrza rurociągu przeprowadzone po jego rozszczelnieniu wykazały występowanie pękniętego pęcherza w miejscu wskazanym przez badania ultradźwiękowe. Pojawiła się konieczność analizy stanu elementu pod kątem oceny możliwości dalszej jego bezpiecznej eksploatacji. Przeprowadzono badania nieniszczące metodą emisji akustycznej, badania tensometryczne oraz badania ultradźwiękowe. Badanie metodą emisji akustycznej miało na celu ciągły monitoring pracy kolana, w którym zostały wykryte uszkodzenia. Dzięki badaniom tensometrycznym uzyskano dodatkowe informacje o propagacji uszkodzeń kolana rurociągu. Za pomocą badań ultradźwiękowych wykryto, zlokalizowano oraz określono głębokości zalegania wewnętrznych nieciągłości materiałowych, które zostały uznane za rozwarstwienia przebiegające wzdłuż kierunku obróbki plastycznej (Rys.1).

Rys. 1. Rozwarstwienie materiału kolana; przekrój poprzeczny

Po wycięciu kolana wykonano badania składu chemicznego oraz obserwacje mikrostruktury materiału w celu potwierdzenia genezy powstania rozwarstwień.

2.1 Badania składu chemicznego

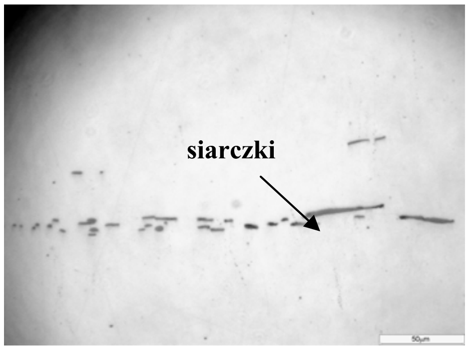
Za pomocą spektrometru iskrowego ARC-MET 930 wykonano analizę składu chemicznego materiału kolana. Badanie potwierdziło gatunek stali, z którego wg dokumentacji było wykonane kolano. Poniżej w Tabeli 1 przedstawiony został skład chemiczny stali wg normy ASTM A 106-99. Maksymalna zawartość siarki wg normy sięga 0,048%. Siarka w postaci siarczków wewnątrz materiału tworzy pułapki wodorowe, co prowadzi do powstawania pęcherzy i rozwarstwień. Dlatego też powinno się zastosować w tym przypadku stal o obniżonej zawartości siarki (poniżej 0,002%).

Tab. 1. Skład chemiczny materiału rurociągu [%]

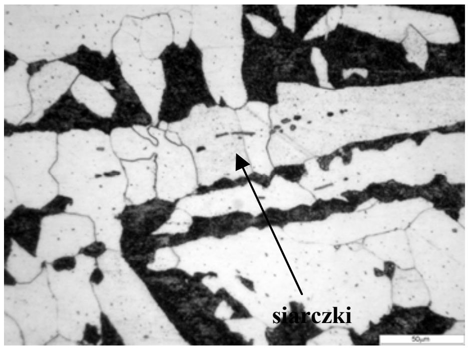
Pierwiastek	C	Si	Mn	S	P
Wartość zmierzona	0,15	0,24	1,08	0,029	0,016
ASTM A 106 gr. B	max 0,3	min 0,1	0,29 - 1,06	max 0,058	max 0,048

2.2 Obserwacje mikrostruktury

Badania mikroskopowe, przeprowadzone za pomocą mikroskopu Nikon, na przekroju poprzecznym ukazały ferrytyczno - perlityczną strukturę z charakterystycznymi pasmami, będącymi efektem obróbki plastycznej. Zauważono również wydłużone wtrącenia siarczków występujące w pasmach (Rys.2a i 2b), które mogły stanowić pułapki dla wodoru i być przyczyną rozwarstwiania się materiału.



Rys. 2a. Materiał rurociągu: polerowany, nie trawiony; widoczne wydłużone siarczki (pow. 200x)

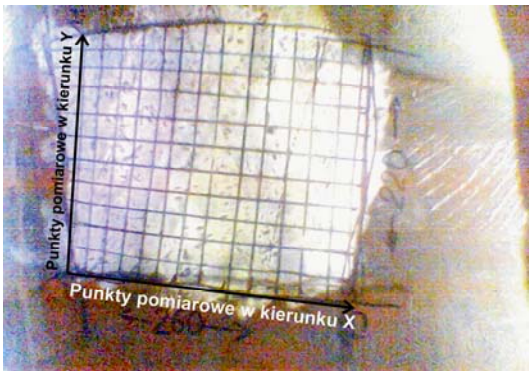


Rys. 2b. Mikrostruktura materiału rurociągu; widoczne wydłużone siarczki (pow. 200x)

2.3 Badania ultradźwiękowe

Badania ultradźwiękowe są jedną z kluczowych metod oceny stanu technicznego urządzeń i ich elementów. Wykorzystanie zautomatyzowanego systemu pomiarowego oraz zastosowanie specjalistycznego oprogramowania do analizy i zobrazowania wyników badań, umożliwiającego ciągłą rejestrację wyników pomiaru grubości, pozwala na graficzne przedstawienie wyników badań z dużą dokładnością, w postaci map grubości, ubytków korozyjnych i rozwarstwień.

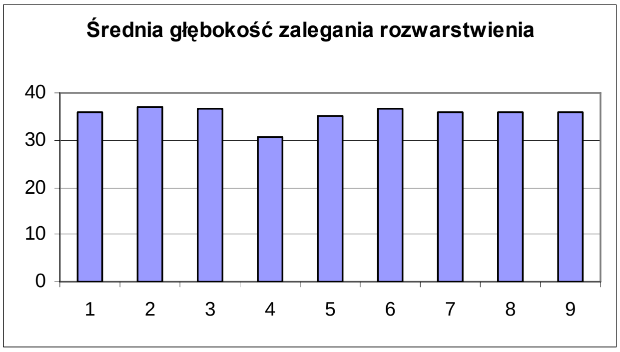
W ramach kontroli wykonywano badania ultradźwiękowe aparatem USN 60 firmy Krautkramer, przy użyciu głowicy MB4F o częstotliwości pomiarowej 4MHz. Do pomiarów stosowano kontaktową metodę echa (Deputat, 1979). Przed wykonaniem pomiarów defektoskop skalowano na próbce odniesienia nr 2. Pomiary wykonano wg siatki pomiarowej, gdzie punkty pomiaru były równo oddalone od siebie o 20 mm. Pierwsze badania przeprowadzono
w trakcie postoju awaryjnego instalacji, na obszarze 260x200 mm, zwanym dalej obszarem reprezentatywnym – rysunek 3. W trakcie kolejnych kontroli, zakres obszaru objętego monitoringiem powiększano ze względu na obserwowane duże obszary rozwarstwień. Drugi pomiar podczas rozruchu instalacji na obszarze 400x340 mm. Kolejne badania przeprowadzano w trakcie eksploatacji. Kontrola była przeprowadzana w odstępach jednotygodniowych.



Rys. 3. Obszar objęty pierwszym badaniem – obszar reprezentatywny 260x200 mm

Tabela 2 oraz wykres na rysunku 4 przedstawiają statystyczną analizę wyników pomiarów grubości dla obszaru reprezentatywnego wykonanych w kolejnych tygodniach kontroli.

Stwierdzenie obecności charakterystycznych punktów na obrazie – mapie grubości, powstałej na podstawie wyników pierwszych pomiarów – dla obszaru reprezentatywnego, pozwoliło na śledzenie jej zmian uzyskiwanych podczas następnych badań. Wykonano analizę obwiedni echa powstałego po odbiciu wiązki fali ultradźwiękowej – pod kątem amplitudy echa oraz jego szerokości i położenia. Badania prowadzono z zachowaniem tych samych parametrów badania – zakres obserwacji 125mm i stałe wzmocnienie ok. 80dB, można zatem uznać, że parametry badania oraz układ aparat-głowica nie wpływały na zmiany wyników.



Rys. 4. Średnia głębokość zalegania rozwarstwienia w kolejnych badaniach, w obszarze reprezentatywnym

3. ANALIZA WYNIKÓW POMIARÓW ULTRADŹWIĘKOWYCH

Wyniki pomiarów, w postaci map grubości, oraz analiza obrazów defektoskopowych pozwoliły wskazania nieciągłości określić mianem echa od rozwarstwień. Analiza wyników badań wykonanych podczas postoju instalacji i po rozruchu pozwala na stwierdzenie, że w okresie między badaniami, zasięg pękniętego rozwarstwienia materiału uległ zmniejszeniu, co pozwala przypuszczać, że rozwarstwienie było domykane na skutek oddziaływania ciśnienia medium na ściankę wewnętrzną rury. Podczas kolejnych kontroli zasięg siatki pomiarowej systematycznie powiększano,
w celu określenia granic obszaru zajętego przez wykryte nieciągłości. Kolejne badania, poza stwierdzeniem o postępującej propagacji nieciągłości w kierunku powierzchni badanego elementu – zmiany intensywności barw i ich odcieni na mapach pełnych obszarów, pokazują powiększanie się powierzchni nieciągłości.

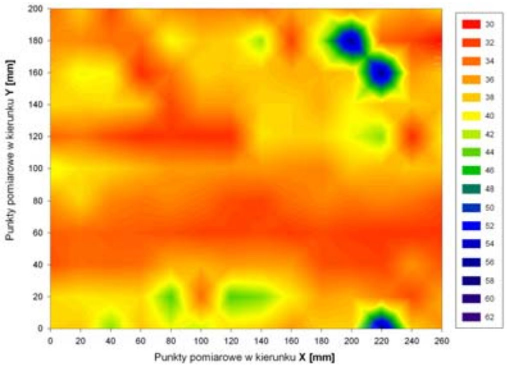
Badania ultradźwiękowe i wizualne, przeprowadzone w laboratorium, na materiale wyciętym z monitorowanego kolana potwierdziły istnienie i lokalizację stwierdzonych, we wcześniejszych badaniach, nieciągłości, właściwie określonych jako rozwarstwienie. Mapa głębokości zalegania nieciągłości dla wyników pierwszych badań, potwierdza zgodność z wynikami uzyskanymi w trakcie ciągłego monitoringu stanu materiału w kolejnych dniach kontroli ultradźwiękowej.

W obszarze reprezentatywnym otrzymano wartość średniej głębokości zalegania nieciągłości 35,9 mm (rys.5), natomiast dla całego obszaru objętego badaniem 39,0 mm.

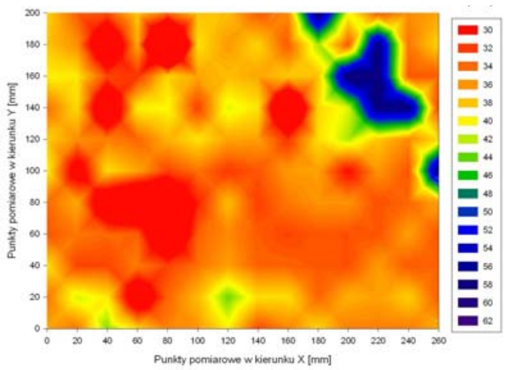
Tab. 2. Statystyczne opracowanie wyników badań – pod kątem głębokości [mm] zalegania rozwarstwienia w obszarze reprezentatywnym

Numer kolejnego badania / Głębokość zalegania rozwarstwienia	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Średnia [mm]	36,0	37,1	36,7	30,7	35,3	36,7	36,0	35,8	35,9
Odchylenie stand.[mm]	3,32	4,89	3,81	4,78	6,03	5,24	10,53	6,94	8,77
Błąd standardowy	0,27	0,39	0,29	0,38	0,48	0,42	0,84	0,55	0,43
Min [mm]	18,4	18,4	30,5	13,0	19,7	17,8	11,0	7,9	8,7
Max [mm]	44,1	59,1	58,0	52,9	57,8	57,8	63,7	58,2	59,0

Stwierdzono zmiany w kolorystyce obszarów określonych jako markery, przy porównaniu map powstałych po pierwszym i po ostatnim badaniu, co świadczy o zmianie geometrii nieciągłości – rys.6. Prawdopodobną przyczyną nieznacznych zmian głębokości zalegania rozwarstwienia może być zmiana parametrów obciążenia materiału.



Rys. 5. Mapa grubości - obszar reprezentatywny 260x200 mm. Wyniki pierwszego badania



Rys. 6. Mapa grubości - obszar reprezentatywny 260x200 mm. Wyniki końcowego badania

3.1. Analiza czynników wpływających na wyniki pomiarów ultradźwiękowych

Zgodnie z algorytmem doboru techniki pomiarowej, rysunek D.4, normy PN-EN 14127:2004/2006, parametry badania zostały dobrane prawidłowo, przy zachowaniu wymagań norm dotyczących badań ultradźwiękowych. Stosowana technika pomiarowa jest zgodna z warunkami określonymi dla ultradźwiękowego pomiaru grubości.

Rozszerzenie się wewnętrznej nieciągłości w płaszczyźnie równoległej do powierzchni elementu, powoduje wystąpienie dodatkowych wskazań w kolejnym badaniu. Nastawy aparaturowe były podczas wszystkich dni kontroli bezpośrednio wykonywane przez certyfikowany personel oraz sprawdzane zgodnie z wymaganiami odpowiednich norm. Były one kontrolowane w trakcie badania i po jego zakończeniu, zgodnie z określoną procedurą postępowania z aparaturą w trakcie i po zakończeniu badania.

Kolejnym parametrem mogącym mieć wpływ na pomiary była temperatura badania. Pierwszy pomiar wykonano podczas postoju instalacji – wewnątrz nie było podwyższonego ciśnienia, a obiekt miał w przybliżeniu tę samą temperaturę co otoczenie. Badania kolejne wykonywano przy rozruchu instalacji – obiekt był przedmuchiwany ciepłym medium gazowym, co spowodowało wzrost temperatury obiektu do około 40°C. Następne badania natomiast, wykonywano na obiekcie w pełnym ruchu technologicznym, gdzie od wewnątrz na ściany badanego kolana działa ciśnienie wewnętrzne, a temperatura procesu powoduje wzrost temperatury badanego obiektu do około 54°C. Zwiększenie parametrów temperaturowych dotyczących badanego obiektu wpływa na prędkość rozchodzenia się fali w materiale, dlatego powodować może zmiany w rozkładzie wewnętrznych nieciągłości materiału i zwiększoną wykrywalność lub detekcję ich obecności na większym obszarze, niż badania przy niższej temperaturze obiektu (Deputat, 1979).

Temperatura pomiaru wpływa także na pomiary grubości. W analizowanym przypadku zmiana odczytu grubości związana z różnymi temperaturami nie powinna być większa niż 0,25mm (PN-EN 14127:2004/2006).

4. WNIOSKI

Badania ultradźwiękowe doskonale sprawdzają się w monitorowaniu rozwarstwień po ataku wodorowym. Jednoczesne zastosowanie kilku metod badań nieniszczących umożliwia ponadto śledzenie rozwoju rozwarstwień oraz określenie czasu bezpiecznej eksploatacji. W przypadku zastosowania pomiarów ultradźwiękowych do monitorowania rozwoju rozwarstwień wodorowych, niezbędne jest wykonywanie kolejnych badań przy tych samych ustawieniach aparatury oraz dokładnie w tych samych miejscach. Niezależnie od tego należy brać pod uwagę fakt, że na wyniki pomiarów wpływ mogą mieć zmienne warunki pracy urządzenia – ciśnienie oraz temperatura pracy.

LITERATURA

1. **Deputat J.**, (1979), *Badania ultradźwiękowe*, Zeszyt 1 – Badania nieniszczące wyrobów i półwyrobów hutniczych, IMŻ Gliwice
2. **Łunarska E.**, (1993), Zagrożenie korozją wodorową w instalacjach przemysłowych, jego monitorowanie i zapobieganie korozji, *Materiały IV Krajowej Konferencji Korozyjnej KOROZJA'93*, IChF PAN, Warszawa
3. **Śmiałowski M.** (1961), *Wodór w stali*, WNT, Warszawa.
4. **Timmins P.F.**, (1997), *Solutions to Hydrogen Attack in Steels*, ASM, Materials Park, USA.
5. PN-EN 14127:2004/2006 – *Badania nieniszczące. Ultradźwiękowe pomiary grubości*

MODERN NDT METHODS FOR HYDROGEN DEGRADATION ASSESMENT

Abstract: Technological progress in NDT as well as hydrogen degradation knowledge advancement make the vessel condition and on-line control feasible. The detection and localization of defects with ultrasonic method is presented. Those were suspected as a delamination arose up to the plastic forming direction and confirmed by the destructive examination after cutting defected element from the pipeline. This paper shows that kind of failure induced with hydrogen may be detected with non-destructive methods. Parallel usage of some NDT techniques allow to follow delamination growth and assess the safety exploitation period.

OPTYMALNE PROJEKTOWANIE KOMPOZYTOWYCH ŁOPAT ELEKTROWNI WIATROWEJ

Eugeniusz ŚWITOŃSKI*, Mariola JURECZKO*, Arkadiusz MĘŻYK*

* Katedra Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny Technologiczny, Politechnika Śląska ul. Konarskiego 18 A, 44-100 Gliwice

eugeniusz.switonski@polsl.pl, Mariola.Jureczko@polsl.pl

Streszczenie: Wymagania stawiane elektrowniom wiatrowym, tj. generowanie dużej mocy, wytrzymałość zmęczeniowa, czy niskie koszty materiałowe oraz produkcji, związane są z parametrami mającymi zarówno wartości ciągłe (jak np. grubość dźwigarów czy żeber), jak i dyskretne (np. liczba żeber usztywniających oraz ich rozmieszczenie wzdłuż rozpiętości łopaty). Dlatego też proces optymalizacyjny poprzedzający proces projektowania elektrowni wiatrowych jest przykładem procesu złożonego, wymagającego rozpatrywania wielu kryteriów jednocześnie. A zatem jest to proces związany z zagadnieniem optymalizacji wielokryterialnej, którego nie można rozwiązać stosując klasyczne metody optymalizacji.

1. PRZEGLĄD ROZWIĄZAŃ KONSTRUKCYJNYCH ŁOPAT

Jednym z zasadniczych kryteriów, jakie powinna spełniać elektrownia wiatrowa, jest wytwarzanie przez nią możliwie jak największej mocy przy jak najmniejszych kosztach jej produkcji. Ponieważ wartość mocy wyjściowej elektrowni wiatrowej wzrasta trzykrotnie w stosunku do długości łopaty, dlatego produkowanie lekkich i coraz dłuższych łopat jest opłacalne, a ich odpowiedni dobór jest bardzo ważny (Hansen, 2002; Jureczko i Mężyk, 2003). Poza tym koszt produkcji łopat stanowi jedynie około 10 % całkowitego kosztu elektrowni wiatrowej, toteż wydatki na innowacje w konstrukcjach łopat, metodach ich wytwarzania oraz stosowanych materiałach są stosunkowo małym udziałem w całkowitych kosztach produkcji. Lżejsza i lepsza konstrukcyjnie łopata pozwala zmniejszyć wymagania stawiane piaście i wieży, zmniejszając tym samym koszty produkcji i eksploatacji całej elektrowni.

W procesie projektowania łopat elektrowni wiatrowych duży nacisk kładzie się na zmniejszenie ich masy, co z kolei przyczynia się do zmniejszenia obciążeń masowych i bezwładnościowych łopaty. Podczas gdy średnica koła wiatrowego, a więc powierzchnia „zamiatania” wiatru, wzrasta proporcjonalnie do kwadratu długości łopaty, to jej masa, według reguły opartej na doświadczeniu, powinna wzrastać trzykrotnie. W praktyce jednak zależność ta została złagodzona poprzez zmiany postaci konstrukcyjnej łopat oraz rozwój metod ich wytwarzania, optymalizujących właściwości strukturalne laminatów, z których łopaty są wytwarzane.

Jednym ze sposobów zredukowania masy łopaty elektrowni wiatrowej jest zmiana jej postaci konstrukcyjnej. Goeij i inni (1999) w swej pracy przedstawiają różne koncepcje projektowania wnętrza łopaty, uwzględniające m.in. zmęczenie kompozytów obciążonych pozaosiowo w stosunku do kątów orientacji włókien. W publikacji tej znajdują się również opisy konstrukcji łopat, technik ich wytwarzania oraz materiałów, z jakich są wykonywane.

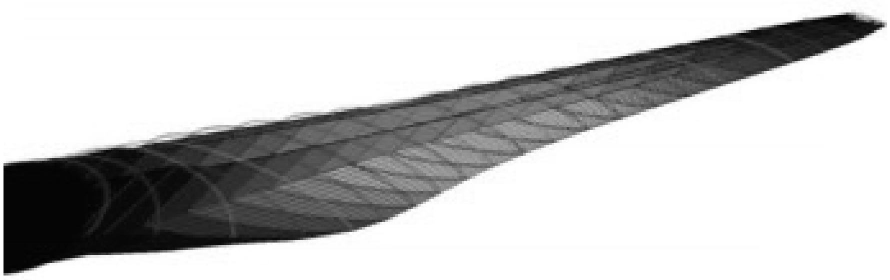
Innym sposobem zmniejszenia masy łopaty elektrowni wiatrowej, przy jednoczesnym zwiększeniu ich sztywności i trwałości, jest modyfikacja materiałów stosowanych na elementy konstrukcyjne łopat, tj. dźwigary, żebra i poszycie. I tak np. modyfikacje kompozytu, z którego wytwarzane jest poszycie, mogą polegać na zwiększeniu grubości i gęstości warstwy balsy, zwiększeniu udziału warstw zbrojeniowych, czy zmianie orientacji bądź rodzaju włókien. Kompozyty stosowane na dźwigary można modyfikować w podobny sposób.

2. MODEL NUMERYCZNY ŁOPATY ELEKTROWNI WIATROWEJ

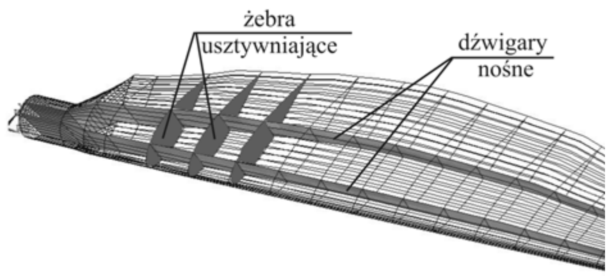
W celu opracowania modelu numerycznego łopaty elektrowni wiatrowej o cechach geometrycznych wyznaczonych na podstawie zmodyfikowanej metody Blade Element Method stworzono w języku APDL wsadowy plik parametryczny do programu Ansys®. W modelu tym wyselekcjonowano trzy grupy elementów: powłokę, dźwigary nośne i żebra usztywniające.

Wyselekcjonowanie elementów w modelu numerycznym łopaty umożliwiło zadanie im różnych grubości i danych materiałowych oraz zdefiniowanie różnych typów elementów. Poza tym możliwe było wyznaczanie naprężeń, odkształceń oraz masy poszczególnych elementów.

Wykonany model numeryczny łopaty składa się z 12343 elementów i z 10874 węzłów. Jako elementy skończone przyjęto powłokę 8-węzłową, która posiada 6 stopni swobody, co umożliwiło zamodelowanie kompozytu. Definiując kształt zastosowanego elementu skończonego zadaje się średnią lub dowolną grubość poszczególnych warstw materiałowych w każdym węźle, kąt ukierunkowania własności materiałowych poszczególnych warstw oraz właściwości ortotropowe materiałów z jakich wykonane są poszczególne warstwy. Na rys.1 przedstawiono częściowy widok struktury zewnętrznej modelu MES łopaty elektrowni wiatrowej. Natomiast na rys.2 przedstawiono jej strukturę wewnętrzną.



Rys. 1. Model strukturalny powłoki łopaty



Rys. 2. Model strukturalny łopaty z zaznaczeniem wyselekcjonowanych elementów

3. DOBÓR MATERIAŁÓW KOMPOZYTOWYCH

W obliczeniach optymalizacyjnych przyjęto, iż łopata posiada konstrukcję samonośną opartą na szklanych tkaninach modułowych o wyraźnie ukierunkowanych właściwościach mechanicznych.

W modelu numerycznym łopaty wyselekcjonowano trzy elementy, dla których przyjęto różne właściwości materiałowe. Założono, iż żebra oraz dźwigary wykonane są z laminatu o *n* warstwach kompozytu włóknistego szkło – żywica epoksydowa, o ortotropowych właściwościach mechanicznych, przy czym poszczególne warstwy zorientowane są $\pm 45^{o}$. Do obliczeń przyjęto dane materiałowe zaczerpnięte z artykułu autorstwa Tita i innych (2001). Ponieważ grubości zarówno żeber jak i dźwigarów są w procesie optymalizacji zmiennymi projektowymi, to liczba warstw kompozytu uzależniona jest od wyznaczonych wartości zmiennych projektowych, i może wynosić od 10 do 28 warstw.

Natomiast dobierając materiał na poszycie, stworzono laminat składający się z 7 warstw różnych kompozytów: żelkot, laminat włókien szklanych rozmieszczonych przypadkowo w osnowie z żywicy epoksydowej, laminat włókien szklanych rozmieszczonych trójosiowo CDB340 w osnowie z żywicy epoksydowej, balsa, laminat włókien szklanych A260 rozmieszczonych trójosiowo w osnowie z żywicy epoksydowej, balsa, laminat włókien szklanych rozmieszczonych trójosiowo CDB340 w osnowie z żywicy epoksydowej. Do obliczeń przyjęto dane materiałowe zaczerpnięte z publikacji Griffina (2002).

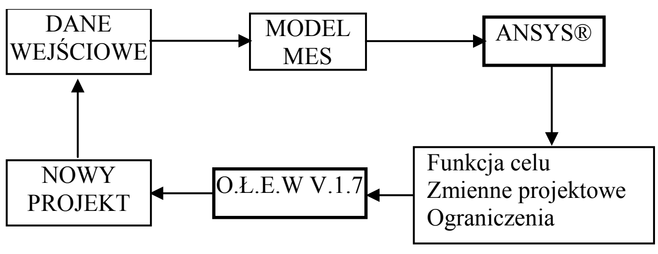
Grubości warstw z żelkotu i laminatu włókien szklanych rozmieszczonych przypadkowo w osnowie z żywicy epoksydowej przyjęto na podstawie posiadanych danych produkcyjnych. Natomiast grubości warstw balsy wynosiły odpowiednio 0.75% oraz 1.5% cięciwy w wyselekcjonowanym segmencie aerodynamicznym.

Grubość warstwy włókien A260 rozmieszczonych trójosiowo przyjęto jako 2 % wartości zależności wysokości łopaty do jej szerokości. Dzięki tym założeniom grubość poszycia zmienia się proporcjonalnie wzdłuż rozpiętości łopaty, tj. poszycie jest najgrubsze przy nasadzie łopaty, (gdzie występują największe obciążenia) a najcieńsze przy jej końcówce. Odpowiada to rzeczywistym rozwiązaniom konstrukcyjnym.

Grubość warstwy laminatu CDB340 dobrano na podstawie obliczeń numerycznych.

4. OPRACOWANIE PAKIETU PROGRAMÓW KOMPUTEROWYCH DO OPTYMALNEGO PROJEKTOWANIA ŁOPAT

Na rys. 3 przedstawiono schemat blokowy opracowanego algorytmu obliczeń numerycznych, którego zadaniem jest wspomaganie procesu projektowania łopat elektrowni wiatrowych. Algorytm ten zastosowano do wielokryterialnej optymalizacji dyskretno-ciągłej dla zagadnienia minimalizacji amplitud drgań. Programy komputerowe, w których zaimplementowano poszczególne etapy powyższego algorytmu, przygotowano w różnych środowiskach programowania komputerowego.



Rys. 3. Schemat blokowy obliczeń numerycznych

Ważnym aspektem efektywności prowadzonych badań było opracowanie odpowiedniego sposobu wymiany danych i wzajemnej współpracy pomiędzy komercyjnym oprogramowaniem ANSYS® oraz oprogramowaniem autorskim.

Moduł z zaimplementowanym procesem optymalizacyjnym, z wykorzystaniem algorytmu genetycznego, (po jego modyfikacjach mających na celu dostosowanie go do zagadnienia optymalizacji dyskretno – ciągłej) napisano w środowisku Delphi, poprzez stworzenie autorskiego programu O.Ł.E.W. v.1.7. Program ten współpracuje z programem Ansys®, w którym tworzony jest model numeryczny łopaty, o cechach geometrycznych wyznaczonych na podstawie procesu optymalizacyjnego, w celu wyznaczenia własności wytrzymałościowych i modalnych łopaty. Aby współpraca ta odbywała się szybko, bez dodatkowych utrudnień, tj. bez konieczności każdorazowego tworzenia modelu numerycznego łopaty za pomocą GUI w programie Ansys®, stworzono w języku APDL wsadowy plik parametryczny. W pliku tym zapisano cechy geometryczne łopaty jak zmienne parametryczne. Stworzenie tego pliku znacznie uprościło proces optymalizacyjny, jednocześnie znacznie skracając czas obliczeń.

5. SFORMUŁOWANIE ZADANIA OPTYMALIZACJI

Zasadniczym celem procesu optymalizacyjno – konstrukcyjnego łopat elektrowni wiatrowych, ze względu na zjawiska dynamiczne jakie towarzyszą eksploatacji elektrowni, jest zapewnienie odpowiednich charakterystyk dynamicznych układu, co szeroko zostało omówione w monografii Mężyka i Jureczko (2006). Charakterystyki dynamiczne układu określane są m.in. poprzez częstości własne oraz widmowe funkcje przejścia, gdzie częstości nietłumionych drgań własnych wyznacza się z zależności:

$$\det\left(\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2\right) = 0\,, \tag{1}$$

a widmową funkcję przejścia z zależności:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \left(-\mathbf{M}\omega^2 + \mathbf{C}j\omega + \mathbf{K}\right)^{-1} \tag{2}$$

gdzie: **M** – macierz bezwładności, **K** – macierz sztywności, **C** – macierz tłumienia, ω – częstość drgań własnych.

Z powyższych wzorów wynika, że przy pominięciu tłumienia, na własności dynamiczne układu wpływa postać i wartości elementów macierzy sztywności **K** i macierzy bezwładności **M**. Biorąc to pod uwagę, kryterium optymalizacyjne należałoby sformułować w postaci funkcji pozwalającej na modyfikacje tych macierzy.

Macierz sztywności można modyfikować wykorzystując, np. zależność na ugięcie statyczne:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\cdot\mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{K}^{-1}\cdot\mathbf{F} \tag{3}$$

gdzie: **F**– macierz kolumnowa sił uogólnionych, **x** –macierz kolumnowa przemieszczeń uogólnionych.

A zatem problem optymalizacji można sformułować jako minimalizację przemieszczenia końcówki łopaty w jej kierunku poprzecznym. Modyfikując macierz sztywności jednocześnie modyfikuje się macierz bezwładności.

Wariantem klasycznym, bardzo często stosowanym przy optymalizacji cech konstrukcyjnych układów inżynierskich, jest minimalizacja masy układu.

Osobne rozpatrywanie powyższych kryteriów może prowadzić do sprzecznych rozwiązań, tzn. polepszenie wartości jednego z kryteriów może spowodować pogorszenie wartości drugiego. Przyjmując zatem jako kryterium optymalizacji jednoczesną minimalizację przemieszczenia końcówki łopaty oraz minimalizację całkowitej masy łopaty, zostaną spełnione wszystkie wcześniej wymienione wymagania stawiane łopatom elektrowni wiatrowej.

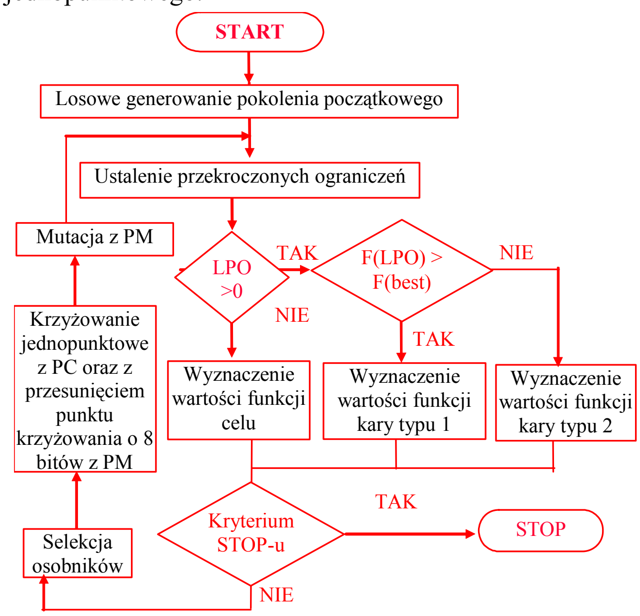
W celu wskazania najbardziej efektywnego podejścia do przedstawionego problemu optymalnego projektowania łopat, przeprowadzono trzy warianty obliczeń:

- Wariant I – wybranie kryterium minimalizacji masy łopaty jako funkcji celu i wyrażenie pozostałych kryteriów w formie ograniczeń;
- Wariant II – wybranie kryterium minimalizacji przemieszczenia końcówki łopaty jako funkcji celu i wyrażenie pozostałych kryteriów w formie ograniczeń;
- Wariant III – utworzenie funkcji celu, będącej sumą ważoną wartości dwóch najważniejszych kryteriów, tj. minimalizacji masy i przemieszczenia końcówki łopaty i wyrażenie pozostałych kryteriów w formie ograniczeń.

W procesie optymalizacyjnym jako zmienne decyzyjne rozpatrywano: grubość żeber (oznaczoną symbolem tsr), grubość dźwigarów (oznaczoną tsw), liczbę żeber usztywniających (oznaczoną nsr) i ich rozmieszczenie wzdłuż rozpiętości łopaty.

6. MODYFIKACJA PROSTEGO ALGORYTMU GENETYCZNEGO

Ze względu na występowanie w rozpatrywanym zadaniu optymalizacyjnym zmiennych o charakterze zarówno ciągłym, jak i dyskretnym, prosty algorytm genetyczny musiał zostać zmodyfikowany w celu przystosowania go do rozwiązywanego, postawionego problemu optymalizacyjnego. Modyfikacja ta dotyczyła przede wszystkim operacji równomiernego krzyżowania jednopunktowego.



Rys. 4. Schemat blokowy zasady działania zmodyfikowanego algorytmu genetycznego

7. WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

W Tab. 1 przedstawiono porównanie własności mechanicznych i modalnych łopaty elektrowni wiatrowej o cechach konstrukcyjnych pozyskanych z literatury (przed optymalizacją) oraz uzyskanych w wyniku przeprowadzonego procesu optymalizacyjnego dla wybranych wariantów optymalizacyjnych.

Tab. 1. Porównanie własności mechanicznych i modalnych łopaty przed i po optymalizacji

Funkcja celu		Model teoretyczny	Wariant I	Wariant II	Wariant III
Zmienne projektowe	tsr	0.06	0.02	0.0956	0.0960
	tsw	0.06	0.0331	0.0966	0.0702
	nsr	27	4	17	14
Masa łopaty [kg]		1119.3	831.786	1487.2	1240.7
Max naprężenie [MPa]		227	322	164	204
Max odkształcenie [%]		0.4842	0.5876	0.3376	0.4438
Przemieszczenie końcówki łopaty [m]		6.244	5.987	4.401	5.493

8. WNIOSKI

Na podstawie wyników przedstawionych m.in. w Jureczko M. (2006) oraz przeprowadzonych dla wszystkich trzech wariantów optymalizacyjnych obliczeń numerycznych symulacji numerycznych drganiowych sygnałów przemieszczeń wybranych punktów łopaty z wykorzystaniem modeli zredukowanych sformułowano następujące wnioski szczegółowe:

- zastosowanie minimalizacji masy jako kryterium optymalizacji doprowadziło do nieznacznego zmniejszenia wartości amplitud drgań łopaty przy jednoczesnej redukcji jej masy;
- zastosowanie minimalizacji przemieszczenia końcówki łopaty jako kryterium optymalizacji doprowadziło do znacznego zredukowania wartości amplitud drgań jednak przy jednoczesnym zwiększeniu jej masy;
- zastosowanie w procesie minimalizacji wagowej funkcji celu (rozważane rozwiązanie paretooptymalne) doprowadziło do zmniejszenia wartości amplitud drgań własnych łopaty przy jednoczesnym jedynie nieznacznym wzroście jej masy.

A zatem rozważane rozwiązanie paretooptymalne to rozwiązanie stanowiące kompromis pomiędzy koniecznością zapewnienia odpowiedniej sztywności łopaty a dążeniem do projektowania łopat o jak najmniejszej masie.

Podsumowując przeprowadzone badania optymalizacyjne można stwierdzić, że zastosowanie algorytmów genetycznych umożliwiło efektywne kształtowanie charakterystyk dynamicznych łopaty elektrowni wiatrowej, powodując znaczne zmniejszenie amplitud jej drgań.

LITERATURA

1. **Goeij W. C., Tooren M. J. L., Beukers A.** (1999), Implementation of bending torsion coupling in the design of a wind turbine rotor – blade. *Applied Energy*, Vol. 63, p. 191 – 207.
2. **Griffin D. A**. (2002), *Blade system design studies. Volume I: Composite technologies for large wind turbine blades*. SAND2002-1879, Unlimited Release.
3. **Hansen Martin O. L.** (2002), *Aerodynamics of wind turbines*, Published by James & James.
4. **Jones R. M.** (1999)**,** *Mechanics of composite materials*, 2nd edition, Taylor & Francis, Inc.
5. **Jureczko M.** (2006), *Optymalizacja wielokryterialna łopat wirnika elektrowni wiatrowej ze względu na minimalizację drgań*, Rozprawa doktorska, Gliwice 2006.
6. **Jureczko M., Mężyk A.** (2003), Dobór cech geometrycznych łopaty elektrowni wiatrowej o profilu typu Clark Y. *Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej*, 20/2003, 197 – 203.
7. **Mężyk A., Jureczko M**. (2006), *Monograph Multidisciplinary optimization of the wind turbine blade with respect to minimize vibrations*, Publishers of the Silesian University of Technology, Gliwice 2006.
8. **Tita V., Carvalho J., Lirani J.** (2001), A procedure to estimate the dynamic behavior of fiber reinforced composite beams submitted to flexural vibration, *Journal of Mat. Res.* Vol. 4, no 4, 191- 207, São Carlos.

OPTIMAL DESIGN OF THE COMPOSITE WIND TURBINE BLADE

Abstract: The optimal design of the wind turbine blade involves many requirements, for example generating the large output, assurance stability of the blade structure or assurance low material costs and production. These requirements are connected with parameters of continuous nature and discrete nature. During constructional process of the wind turbine blade we have to consider many aspects, what is the reason of complexity of the problem of choice of optimal design features of the blade. This problem requires use of the multicriteria optimization methods.

ON ONE MATHEMATICAL MODEL OF THE LASER-INDUCED THERMAL SPLITTING

Aleksander YEVTUSHENKO*, Małgorzata ROŻNIAKOWSKA, Michał KUCIEJ***

*Faculty of Mechanical Engineering, Białystok Technical University, ul. Wiejska 45C, 15-351 Białystok
**Technical University of Lodz, ul. Wólczańska 223, 90-924 Łódź

ayevt@pb.edu.pl, kuciej@pb.bialystok.pl

Abstract: Distribution of the transient temperature field and the corresponding quasi-static thermal stresses were examined in the system consisted of a bulk substrate and a thin coating of different material deposited on it. Such a system is heated through the outer surface of coating by the pulsed heat flux generated due to absorption of laser pulse irradiation of rectangular or triangular time shape. The dependencies of temperature and stresses on geometrical and thermophysical properties of the substrate and the coating were studied. It was proved that there is the possibility of applying the obtained results to modelling of thermal splitting for brittle materials.

1. INTRODUCTION

Thermal splitting of brittle non-metals (like glass, ceramic materials, granite) is the easiest one, because these materials exhibit big difference between the melting temperature and the temperature of thermal strength. Low thermal conductivity of brittle materials is the cause why considerable thermal stresses are generated in thin subsurface layer in the initial moment. As a result, destruction of the sample takes place shortly after the heating process starts (Kamienkov et al., 1996).

Analytical methods for calculation of the temperature fields and thermal stresses generated by the pulse laser irradiation were developed mainly for homogeneous materials (Dostanko et al., 2002). On the other hand, the material to be splitted, quite often has the form of a protective coating or thin film deposited on the homogeneous substrate. The mathematical model of controlled thermal splitting of homogeneous and piece-wise homogeneous bodies at assumption of uniform distribution of the heat flux intensity was considered earlier (Li et al., 1997; Evtushenko et al., 2005).

2. TEMPERATURE

Controlled thermal splitting is in practice realized with the aid of frictional or laser heating. In such processes the region of heating has elliptical shape with its longer axis parallel to the direction of the detail moving. The heating occurs while the processed surface translates on the distance equal to the length of this ellipse's longer axis. The cooling takes place when the object passes the distance between the heated region and the front boundary of the region to which the cooling agent is applied.

For small values of Fourier's numbers, which correspond to characteristic times of thermal splitting, the large part of the heat flux is directed into the body, perpendicularly to its surface. That makes it possible to consider the generation of temperature fields and thermal stresses as the one-dimensional non-stationary process. Let us consider the system of semi-infinite substrate with the coating of the thickness d (Fig. 1).

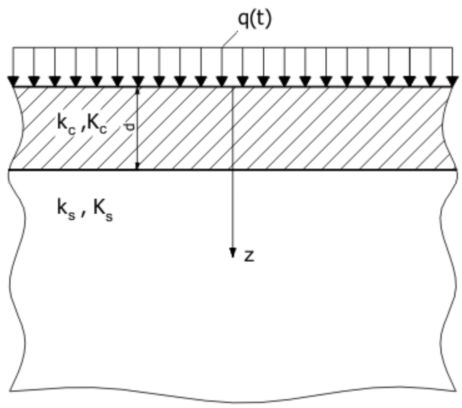


Fig. 1. Heating model of the homogeneous body with coating

Thermophysical properties of the substrate and the coating differ. The coating is heated on the free surface by the heat flux with the intensity q. Perfect thermal contact between the substrate and the coating is assumed.

Temperature distribution in the coating T_c and in the substrate T_s can be found from the solution of the following initial-boundary-value problem of heat conduction:

$$\frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} = \frac{1}{k_c}\frac{\partial T_c}{\partial t},\ 0 < z < d,\ t > 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} = \frac{1}{k_s}\frac{\partial T_s}{\partial t},\ d < z < \infty,\ t > 0 \quad (2)$$

$$T_c(z,0) = 0,\ 0 < z < d \quad (3)$$

$$T_s(z,0) = 0,\ d < z < \infty \quad (4)$$

$$K_c \left.\frac{\partial T_c}{\partial z}\right|_{z=0} = -q_0 q^*(t), \quad t > 0 \tag{5}$$

$$T_c(d,t) = T_s(d,t), \quad t > 0 \tag{6}$$

$$K_c \left.\frac{\partial T_c}{\partial z}\right|_{z=d} = K_s \left.\frac{\partial T_s}{\partial z}\right|_{z=d}, \quad t > 0 \tag{7}$$

$$T_s(z,t) \to 0 \quad \text{at} \quad z \to \infty \tag{8}$$

In numerical calculations, in connection with the boundary condition (5), usually the rectangular

$$q^*(t) = \begin{cases} 1, \ 0 < t \le t_s \\ 0, \ t > t_s \end{cases} \tag{9}$$

or triangular

$$q^*(t) = \begin{cases} 2t/t_r, \ 0 < t \le t_r \\ 2(t_s - t)/(t_s - t_r), \ t_r \le t \le t_s \\ 0, \ t > t_s \end{cases} \tag{10}$$

time shape of the laser pulse, is used (Evtushenko et al., 2005). For comparative numerical analysis the parameters of functions (9) and (10) are chosen in such a manner that pulse duration and energy are the same in both cases.

From the solution of the linear initial-boundary-value problem of heat conduction (1)–(8), the temperature distributions in the coating were found in the form

$$T_c(z,t) = T_0 T^*(\zeta,\tau), \ \zeta \ge 0, \ \tau \ge 0 \tag{11}$$

where for the uniform heat flux intensity (9)

$$T^*(\zeta,\tau) = T^{(0)*}(\zeta,\tau) - T^{(0)*}(\zeta,\tau-\tau_s)H(\tau-\tau_s) \tag{12}$$

and for the triangular one (10)

$$T^*(\zeta,\tau) = \frac{2}{\tau_r}\left[T^{(1)*}(\zeta,\tau) - T^{(1)*}(\zeta,\tau-\tau_r)H(\tau-\tau_r)\right] - \\ -\frac{2}{\tau_s-\tau_r}\left[T^{(1)*}(\zeta,\tau-\tau_r)H(\tau-\tau_r) - T^{(1)*}(\zeta,\tau-\tau_s)H(\tau-\tau_s)\right] \\ 0 \le \zeta \le 1, \ \tau \ge 0 \tag{13}$$

In the equations (12), (13) $T^{(0)*}$ and $T^{(1)*}$ are the solutions of the transient heat conduction problem (1)–(8) for constant $q^*(\tau) = 1$ and linearly changing with time $q^*(\tau) = \tau$, $\tau > 0$ heat flux intensity, respectively:

$$T^{(k)*}(\zeta,\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^n T_n^{(k)*}(\zeta,\tau), \ 0 \le \zeta \le 1, \ \tau > 0, \ k = 0,1 \tag{14}$$

$$T_0^{(0)*}(\zeta,\tau) = u \, \mathrm{ierfc}\left(\frac{\zeta}{u}\right),$$

$$T_n^{(0)*}(\zeta,\tau) = u\left[\mathrm{ierfc}\left(\frac{2n+\zeta}{u}\right) + \mathrm{ierfc}\left(\frac{2n-\zeta}{u}\right)\right], \ n = 1,2,3,.. \tag{15}$$

$$T_0^{(1)*}(\zeta,\tau) = \frac{1}{4}u^3 F\left(\frac{\zeta}{u}\right),$$

$$T_n^{(1)*}(\zeta,\tau) = \frac{1}{4}u^3\left[F\left(\frac{2n+\zeta}{u}\right) + F\left(\frac{2n-\zeta}{u}\right)\right], \ n = 1,2,3,... \tag{16}$$

$$F(x) = \left(1 + \frac{2}{3}x^2\right)\mathrm{ierfc}(x) - \frac{1}{3\sqrt{\pi}}\exp(-x^2) \tag{17}$$

$$\mathrm{ierfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\exp(-x^2) - x\,\mathrm{erfc}(x)$$

$$\mathrm{erfc}(x) = 1 - \mathrm{erf}(x) \quad u \equiv 2\sqrt{\tau} \tag{18}$$

$$\Lambda^n = \begin{cases} (-1)^n |\lambda|^n, & -1 < \lambda \le 0 \\ \lambda^n, & 0 \le \lambda < 1 \end{cases} \qquad \lambda = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}$$

$$\varepsilon = \frac{K_s}{K_c}\sqrt{\frac{k_c}{k_s}} \tag{19}$$

In the further part of the paper all quantities connected with the temperature fields $T^{(0)*}(\xi,\tau)$ (14), (15) and $T^{(1)*}(\xi,\tau)$ (14), (16) will be denoted with upper or lower indices in brackets: respectively zero (0) and one (1). Dimensionless parameter $0 < \varepsilon < \infty$ (19), known as the "thermal activity coefficient of the substrate in relation to the coating", is comprised in parameters λ and Λ, which are the constant factors in the solutions (14). It should be noted that the solutions of the corresponding problems of heat conduction for homogeneous half-space are obtained from the first component of the expression (15), (for $n = 0$).

3. STRESSES AND DEFORMATIONS

Experimental examinations of the controlled superficial splitting proved that from the three normal components of the stress tensor – longitudinal, lateral and in the direction of heating – only the lateral component σ_y is useful in thermal splitting (Dostanko et al., 2002). As the result of action of this component, thermal splitting proceeds in the direction of the heat flux movement trajectory. The longitudinal component σ_x is undesirable because when it has enough greater values exceeding tensile strength of materials, the micro cracks oriented at various angles to the direction of splitting are created and divergence between the line of splitting and the direction of heat flow movement occurs. The normal component of stress tensor σ_z has no essential meaning in one-dimensional problem.

On the basis of these data quasi-static normal stresses σ_y induced by the non-stationary temperature field (11)–(19) can be determined from the equations, which describe thermal bending of thick plate of the thickness d with free ends:

$$\sigma_y(z,t) = \sigma_0 \sigma_y^*(\zeta,\tau), \quad 0 \le z \le d, \ t \ge 0 \tag{20}$$

$$\sigma_y^*(\zeta,\tau) = \varepsilon_y^*(\zeta,\tau) - T^*(\zeta,\tau), \quad 0 \le \zeta \le 1, \ \tau \ge 0 \tag{21}$$

$$\varepsilon_y^*(\zeta,\tau)=\int_0^1 T^*(\zeta,\tau)d\zeta+12(\zeta-0,5)\int_0^1(\zeta-0,5)T^*(\zeta,\tau)d\zeta\ ,$$
$$0\le\zeta\le1,\ \tau\ge0 \qquad (22)$$

When the heating of the plate's surface is realised with the uniform heat flux (9) then the dimensionless lateral stress σ_y^* can be found from the equation:

$$\sigma_y^*(\zeta,\tau)=\sigma_y^{(0)*}(\zeta,\tau)-\sigma_y^{(0)*}(\zeta,\tau-\tau_s)H(\tau-\tau_s),$$
$$0\le\zeta\le1,\ \tau\ge0 \qquad (23)$$

for the triangular time shape of the heat pulse (10) one has:

$$\sigma_y^*(\zeta,\tau)=\frac{2}{\tau_r}\left[\sigma_y^{(1)*}(\zeta,\tau)-\sigma_y^{(1)*}(\zeta,\tau-\tau_r)H(\tau-\tau_r)\right]-$$
$$-\frac{2}{\tau_s-\tau_r}\left[\sigma_y^{(1)*}(\zeta,\tau-\tau_r)H(\tau-\tau_r)-\sigma_y^{(1)*}(\zeta,\tau-\tau_s)H(\tau-\tau_s)\right],$$
$$0\le\zeta\le1,\ \tau\ge0 \qquad (24)$$

where

$$\sigma_y^{(k)*}(\zeta,\tau)=\sum_{n=0}^{\infty}\Lambda^n\sigma_n^{(k)*}(\zeta,\tau),\quad 0\le\zeta\le1,\ \tau\ge0\quad k=0,1 \qquad (25)$$

$$\sigma_n^{(k)*}(\zeta,\tau)=Q_n^{(k)}(\tau)-\zeta R_n^{(k)}(\tau)-T^{(k)*}(\zeta,\tau),\ k=0,1 \qquad (26)$$

$$Q_n^{(k)}(\tau)=4I_n^{(k)}(\tau)-6J_n^{(k)}(\tau),$$

$$R_n^{(k)}(\tau)=6I_n^{(k)}(\tau)-12J_n^{(k)}(\tau),\ k=0,1;\ n=0,1,2,... \qquad (27)$$

$$I_0^{(k)}(\tau)=C^{(k)}(u)L^{(k)}\left(\frac{1}{u}\right)\quad J_0^{(k)}(\tau)=uC^{(k)}(u)M^{(k)}\left(\frac{1}{u}\right)$$
$$k=0,1 \qquad (28)$$

$$I_n^{(k)}(\tau)=C^{(k)}\left[L^{(k)}\left(\frac{2n+1}{u}\right)-L^{(k)}\left(\frac{2n-1}{u}\right)\right]$$
$$k=0,1;\ n=1,2,3\ldots \qquad (29)$$

$$J_n^{(k)}(\tau)=$$
$$C^{(k)}\left\{u\left[M^{(k)}\left(\frac{2n+1}{u}\right)-2M^{(k)}\left(\frac{2n}{u}\right)+M^{(k)}\left(\frac{2n-1}{u}\right)\right]-\right.$$
$$\left.-2n\left[L^{(k)}\left(\frac{2n+1}{u}\right)-2L^{(k)}\left(\frac{2n}{u}\right)+L^{(k)}\left(\frac{2n-1}{u}\right)\right]\right\}$$
$$k=0,1;\ n=1,2,3\ldots \qquad (30)$$

$$C^{(0)}(u)=u^2\quad C^{(1)}(u)=0.25u^4 \qquad (31)$$

4. RESULTS AND DISCUSSION

The input dimensionless parameters of the calculations are: spatial coordinate ξ, Fourier's numbers τ, τ_r (dimensionless laser pulse rise time) and τ_s (dimensionless laser pulse duration). Isolines for the normal stresses $\sigma^*=\sigma_y/\sigma_0$ were drawn in the coordinates (ζ,τ) for different temporal profile of the heat pulse. All calculations were conducted for the pulses with dimensionless duration $\tau_s=0.15$, which is characteristic for irradiation done by CO_2 laser, which emits light at wavelength 10.6 μm (Dostanko et al., 2002).

The authors presented the numerical examinations of thermal stresses distribution for the system consisting of ceramic coating ($K_c=2.0$ W/mK, $k_c=0.8\cdot10^{-6}$ m²/s), ZrO_2 deposited on the 40H steel substrate ($K_s=41.9$ W/mK, $k_s=10.2\cdot10^{-6}$ m²/s) (Fig. 2).

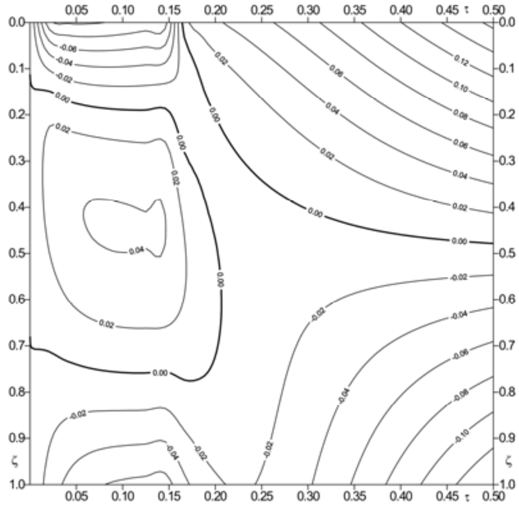


Fig. 2. Isolines of dimensionless lateral stress σ_y^* for ZrO_2 ceramic coating and 40H steel substrate at rectangular laser pulse duration $\tau_s=0.15$

The coefficient of thermal activity for this system found from the equation (19), $\varepsilon=5.866$, and the parameter λ has the value $\lambda=-0.708$. Thermal diffusivity of zirconium dioxide is small when compared with the value for steel. That difference is the cause of high temperatures on the processed surface and considerably higher than for the homogeneous half-space (one order of magnitude) lateral tensile stresses generated in the superficial layer when the heating is finished. So, the thermal processing of the coating from zirconium dioxide leads to the generation of superficial cracks, which divide the surface into smaller fragments. Of course the distribution of cracks at different depths depends on the heat flux intensity, the diameter of the laser beam, pulse duration and other parameters of the laser system. But when using dimensionless variables and parameters the results can be compared and the conclusion is that for the heating duration $\tau_s=0.15$, penetration depth of cracks for coating–substrate system (ZrO_2–40H steel) is, more than two times greater than for the homogeneous material. The opposite, to the discussed above, combination of thermo-physical properties of the coating and the substrate is represented by the copper–granite system, often used in ornaments decorating interiors of the buildings like theatres and churches. For the copper coating $K_c=402$ W/mK, $k_c=125\cdot10^{-6}$ m²/s, while for the granite substrate

$K_s = 1.4$ W/mK, $k_s = 0.505 \cdot 10^{-6}$ m^2/s, what means that the substrate is practically thermal insulator and the coating has good thermal conductivity. The distribution of lateral thermal stresses for copper–granite system is on Fig. 3.

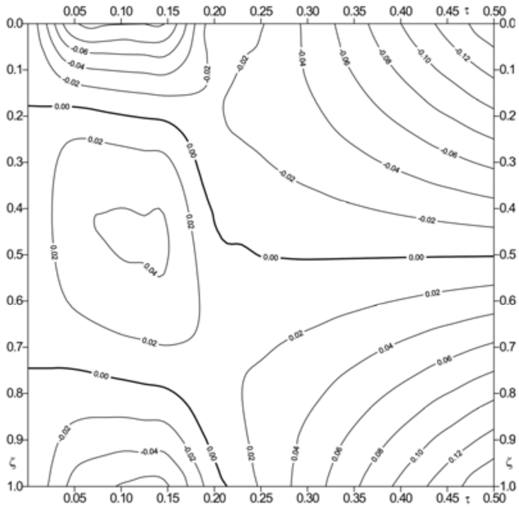


Fig. 3. Isolines of dimensionless lateral stress σ_y^* for copper coating and granite substrate at rectangular laser pulse duration $\tau_s = 0.15$

In this situation, when the thickness of the coating increases, the temperature on the copper surface decreases. Therefore the effective depth of heat penetration into the coating is greater for the better conducting copper than for thermally insulating zirconium dioxide. We note that near to the heated surface $\zeta = 0$ lateral stresses σ_y are compressive not only in the heating phase $0 < \tau < 0.15$ but also during relaxation time, when the heat source is off. Considerable lateral tensile stresses occur during the cooling phase close to the interface of the substrate and the coating, $\zeta = 1$. This region of the tensile stresses on the copper-granite interface can destroy their contact and in effect the copper coating exfoliation can result.

5. CONCLUSIONS

Analysis of the evolution of stresses in the homogeneous plate proves that when it is heated, considerable lateral compressive stresses occur near the outer surface. The value of this stresses decreases when the heating is stopped and after some time the sign changes – what means that the tensile stresses takes place. The time when it happens increases monotonously with increase of a thermal pulse duration (rectangular laser pulses) or with increase of rise time (triangular laser pulses). When the lateral tensile stresses exceed the strength of the material then a crack on the surface can arise. The region of lateral compressive stresses, which occur beneath the surface, limits their development into the material. The presence of the coating (for example, ZrO_2) with thermal conductivity lower than for the substrate results in considerably higher than for the homogeneous material, lateral tensile stresses in the subsurface after the termination of heating. The depth of thermal splitting is also increased in this case. When the material of the coating (for example, copper) has greater conductivity than the substrate (granite) then the stresses have compressive character all the time. The coating of this kind can protect from thermal splitting. The region vulnerable for damage in this case is close to the interface of the substrate and the coating where considerable tensile stresses occur during the cooling phase.

REFERENCES

1. **Dostanko A. P. et al.** (2002), *Technology and technique of precise laser modification of solid-state structures*, Tiechnoprint, Minsk (in Russian).
2. **Evtushenko O. et al.** (2005), Thermal cleavage stresses in a piecewise-homogeneous plate, *Mater. Sci.*, Vol. 41 No 5, 581–588.
3. **Kamienkov V. S. et al.** (1996), Features of superficial cracks formation at the neodymium laser-induced splitting, *Phys. Chem. Proces. Mater.*, (in Russian), Vol. 3, 51–55.
4. **Li et al.** (1997), Decreasing the core loss of grain-oriented silicon steel by laser processing, *J. Mater. Proces. Techn.*, vol. 69, 180–185.

O PEWNYM MATEMATYCZNYM MODELU PROCESU LASEROWEGO TERMOROZŁUPYWANIA

Streszczenie: Zbadano nieustalone pole temperatury i związane z nim quasi-stacjonarne termiczne naprężenia w układzie składającym się, z podłoża i cienkiej warstwy naniesionej na to podłoże (nagrzewanie impulsowym strumieniem ciepła). Znaleziono zależności temperatury i naprężeń od geometrycznych i cieplno-fizycznych właściwości podłoża i warstwy. Pokazano, że istnieje możliwość wykorzystania otrzymanych rezultatów do modelowania procesu sterowanego termicznego rozdzielania (rozłupywania) kruchych materiałów.

Project was carried out as a part of a grant no. S/WM/01/03 financed from the fund of Bialystok University of Technology.