BENEDYKT BORNSTEIN

Sprowadzonych
1779.

ELEMENTY FILOZOFII
JAKO
NAUKI ŚCISŁEJ

WYDANIE Z ZAPOMOGI KASY POMOCY DLA OSÓB PRACUJĄCYCH
NA POLU NAUKOWEM IMIENIA D-ra JÓZEFA MIANOWSKIEGO.

WARSZAWA.
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI E. WENDEGO I SP.

1916.

Cena 10 złp.

BENEDYKT BORNSTEIN

ELEMENTY FILOZOFII
JAKO
NAUKI ŚCISŁEJ

WYDANIE Z ZAPOMOGI KASY POMOCY DLA OSÓB PRACUJĄCYCH
NA POLU NAUKOWEM IMIENIA D-ra JÓZEFA MIANOWSKIEGO.

WARSZAWA.
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI E. WENDEGO I SP.
—
1916.

3.50
26. X. 1928.

WOJEWÓDZKA i MIEJSKA BIBLIOTEKA PUBLICZNA
31238
w Białymstoku
CZYTELNIA DLA DOROSŁYCH
11+16

Gepräft und freigegeben durch die Kais. Deutsche Presseabteilung
Warschau den 4. VII. 1916. T. № 1646. Dr. № 92.

Miejska Biblioteka Publiczna
5385
w Białymstoku

Druk Rubieszewskiego i Wronowskiego w Warszawie.

74/77

ŻONIE MOJEJ, JADWIDZE,

POŚWIĘCAM.

CZĘŚĆ I.

Ruch, przestrzeń, nieskończoność.

ROZDZIAŁ I.

Analiza ruchu.

1. Przez termin „ruch“ oznaczamy przechodzenie (ewent. przejście) przedmiotu z jednego położenia w przestrzeni do innego wzdłuż pewnej drogi przestrzennej.

Pytamy teraz, na czem to przechodzenie z jednego położenia w przestrzeni do innego polega, w jaki sposób się odbywa, co je cechuje, jeżeli na drodze ruchu między położeniem początkowem a końcowem istnieje pewna mnogość położeń pośrednich?

Zanim odpowiemy na to pytanie, musimy zastrzedz się co do znaczenia, w jakiem tu mówimy o istnieniu pewnych położeń pośrednich na drodze ruchu. Rozumiemy przez to, że położenia te istnieją na tej drodze rzeczywiście, aktualnie, że każde z nich jest tam wyznaczone poszczególnie, nie zaś że istnieje tylko możliwość takiego wyznaczenia, że położenie pewne jest tam tylko możliwe, może być zaktualizowane, lecz niem jeszcze nie jest, nie istnieje we właściwem tego słowa znaczeniu. Tę możliwość istnienia właściwego, istnienia aktualnego, nazywają istnieniem potencyalnem i od takiego właśnie istnienia potencyalnego, które jest tylko możliwością istneinia właściwego, należy odróżniać zasadniczo istnienie właściwe, aktualne. Mówiąc o istnieniu pewnych położeń na drodze

ruchu, mamy właśnie na myśli istnienie ich właściwe, rzeczywiste, aktualne, nie zaś potencyalne.

Po tej zasadniczej dla całej kwestyi uwadze wróćmy do naszego pytania i przypuśćmy, że jakiś przedmiot przeszedł po jakiejś drodze od pewnego położenia A do innego B i że na tej drodze AB istnieje pewna mnogość położeń aktualnych. W jaki sposób, pytamy, odbył się ten ruch, to przejście przedmiotu z położenia A do położenia B wzdłuż drogi powyższej AB?

2. Jeżeli przedstawiamy sobie przedmiotowo to, co oznacza przejście przedmiotu z położenia A do położenia B wzdłuż drogi AB i co oznacza, że na drodze tej między A i B istnieją aktualnie pewne położenia pośrednie, to na pytanie powyższe damy odpowiedź bez wahania, zdziwieni tylko, że pytają nas wogóle o rzeczy tak oczywiste. Odpowiedź ta brzmieć będzie:

„Jeżeli jakiś przedmiot przeszedł z położenia A do położenia B wzdłuż jakiejś drogi AB, na której między A i B istnieją aktualnie pewne położenia pośrednie, to odbyć się to mogło tylko w ten sposób, że w pewnym momencie *) natrafił on po raz pierwszy na położenie pośrednie i przeszedł przez nie — i to położenie musiało być pierwsze (a_1), licząc od A, z pośród wszystkich położeń, istniejących aktualnie na drodze ruchu między A i B; dalej, w jednym z następnych momentów przeszedł on znowu, t. j. po raz drugi (po raz pierwszy od pierwszego przejścia), przez dalsze położenie pośrednie — i to położenie musiało być pierwsze po a_1,

*) Przez moment rozumiemy bezwzględnie prosty element czasu, przekrój czasu, który, jako taki, sam nie jest już czasem (odstępem czasu), podobnie jak punkt geometryczny, przekrój rozciągłości, sam nie jest już rozciągłością.

a więc drugie z kolei (a_2), licząc od A; i w ten sposób przejść musiał kolejno przez każde z kolejnych położeń (a_1, a_2, a_3 i t. d.), istniejących aktualnie na drodze ruchu między A i B".

Powyższy sąd oczywisty przedstawia w istocie rzeczy połączenie dwóch pewników.

Pewnik 1. Przedmiot, który przeszedł z położenia A do położenia B wzdłuż drogi AB, na której istnieją aktualnie pewne położenia pośrednie, musiał w pewnym momencie natrafić po raz pierwszy na położenie pośrednie i przejść przez nie; dalej, w jednym z następnych momentów musiał natrafić znowu, t. j. po raz drugi, na dalsze położenie pośrednie i przejść przez nie i t. d., i t. d.; w ten sposób musiał on kolejno przejść przez każde z położeń, istniejących aktualnie na drodze ruchu między A i B.

Pewnik 2. Aktualnie istniejące położenie, na które przedmiot w ruchu, dokonanym od A do B wzdłuż drogi AB, natrafił po raz pierwszy, musiało być pierwsze (a_1), licząc od A, z pośród wszystkich położeń, istniejących aktualnie na drodze ruchu między A i B; położenie, na które natrafił za drugim razem, musiało być drugiem z kolei (a_2) takiem położeniem i t. d., i t. d.; w ten sposób położenia aktualne, przez które przedmiot przechodził w ruchu swym, dokonanym od A do B wzdłuż drogi AB, przedstawiać musiały mnogość kolejnych położeń a_1, a_2, a_3 i t. d.

Pewniki te więc mówią nam, że mnogość położeń, istniejących aktualnie wzdłuż pewnej przebieżonej drogi, musi wobec natury tego, co nazywamy ruchem, składać się z kolejno po sobie następujących elementów a_1, a_2, a_3 i t. d., a więc musi posiadać pierwszy element a_1, po którym idzie najbliższy a_2 i t. d.

3. Przypuśćmy teraz, że przedmiot przebiegł drogę naszą AB z istniejącemi w niej aktualnie położeniami pośredniemi i w odwrotnym również kierunku, od B do A. Odbyć się to mogło również tylko w ten sposób, że w pewnym momencie natrafił on po raz pierwszy na aktualnie istniejące położenie pośrednie i przeszedł przez nie (pewnik 1), i to położenie musiało być pierwsze (a'), licząc od B, z pośród wszystkich istniejących między B i A (pewnik 2). To położenie a', które jest pierwsze, licząc od B, jest tem samem ostatnie (a_n), licząc od A, z pośród wszystkich położeń, istniejących aktualnie między A i B (B i A). Okazuje się tedy, że mnogość położeń, istniejących aktualnie wzdłuż drogi AB, o ile droga ta ma być przebieżona w obydwóch kierunkach, musi się składać z kolejnych elementów, przyczem posiadać musi nie tylko element pierwszy (a_1), lecz i ostatni (a_n). Mnogość jednak, składającą się z kolejnych elementów i posiadającą element pierwszy i ostatni, nazywamy mnogością skończoną. A więc okazuje się, że mnogość położeń, aktualnie istniejących wzdłuż drogi AB, o ile droga ta ma być przebieżona w obydwóch kierunkach, musi być mnogością skończoną.

4. Przy bliższem jednak w rzecz wejrzeniu dochodzimy do wniosku, że skończoność mnogości położeń aktualnych, t. j. istniejących aktualnie, na drodze AB jest nieodzowna już wtedy, gdy droga AB ma być przebieżoną w jednym chociażby kierunku, a nie tylko w dwóch. Przypuśćmy bowiem, że mnogość położeń kolejnych a_1, a_2, a_3 i t. d. nie posiada ostatniego elementu (jest nieskończona), czyli że po każdem bez wyjątku położeniu następuje inne; wtedy po każdem bez wyjątku przejściu naszego przedmiotu przez pewne położenie następowaćby musiało nowe przejście (gdy-

by bowiem nie nastąpiło, t. j. gdyby przejście przez pewne położenie było ostatniem przejściem, to znaczyłoby to wbrew założeniu, że i położenie to jest ostatnie między A i B). Jeżeli jednak po każdem przejściu naszego przedmiotu przez pewne położenie następuje inne przejście, to znaczy, że proces przechodzenia przez położenie pośrednie między A i B nie ma końca, nigdy nie jest zakończony, że wszystkie położenia pośrednie nie mogą być przebieżone, a więc tembardziej nie może być przebieżona cała droga AB (aczkolwiek jest ona przebiegana). Z założeniem więc, że droga AB jest przebieżona, sprzeczne jest przypuszczenie o nieistnieniu ostatniego elementu mnogości a_1, a_2, a_3 i t. d., czyli przypuszczenie o nieskończonej naturze tej mnogości. Okazuje się tedy, że mnogość położeń, istniejących aktualnie wzdłuż drogi AB, musi być skończona, jeżeli droga ta ma być przebieżona w jednym choćby kierunku — infinitum in actu pertransiri nequit.

5. Rezultat powyższy możemy również otrzymać łatwo przez oparcie się na następującej definicyi mnogości skończonej o elementach aktualnych: „mnogość o elementach aktualnych jest skończona, jeżeli może być utworzona (ew. została utworzona) przez kolejne dołączanie tych elementów do elementu pierwotnego“ *).

---

*) Por. analogiczną definicyę mnogości skończonych wogóle u Cantora w jego Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten (Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik, t. 91, str. 266); jest tam ona jednak niepotrzebnie skomplikowana przez niezaznaczenie „gotowego“ charakteru w mowie będącej mnogości, przez niezaznaczenie tego, że chodzi tu o mnogość, która przez kolejne dołączanie elementów może być utworzona, ew. została utworzona, a nie o mnogość, która w ten sposób tylko się tworzy, powstaje.

Skondensowanie dowodu, które otrzymamy zapomocą tej definicyi, ma swe źródło w tem, że w samej tej definicyi implicite już zawiera się wyłuszczony poprzednio sąd o konieczności ostatniego aktu w czynności, odbywającej się etapami a doprowadzonej do końca. Dzięki temu bowiem sądowi bezsprzecznemu definicya powyższa mnogości skończonej okazuje się dopiero równoważna definicyi odnośnej § 3-go, która od mnogości skończonej wymaga posiadania ostatniego elementu w szeregu elementów kolejnych. I rzeczywiście, że mnogość, utworzona przez kolejne dołączanie elementów aktualnych, musi posiadać element ostatni, wynika właśnie z tego, że chodzi tu o utworzenie mnogości przez kolejne dołączanie elementów, a nie tylko o jej tworzenie, że więc wymagamy, aby tworzenie tej mnogości było doprowadzone do końca, a więc żeby pewne dołączenie nowego elementu było już ostatniem dołączeniem, element wtedy dołączony ostatnim elementem tej mnogości. Gdyby było inaczej, gdyby dołączanie elementów nowych było nieograniczone, nie miało końca, wtedy nie utworzylibyśmy żadnej określonej mnogości, nie otrzymalibyśmy mnogości in statu essendi, lecz wciąż mielibyśmy do czynienia z mnogością tworzącą się, będącą in statu fiendi, z mnogością o zawartości nieokreślonej, nieograniczonej, zmieniającej się przy każdem dołączaniu nowego elementu. Nam jednak chodzi o mnogość, która może być utworzoną kompletnie, mnogość o składzie stałym, mnogość gotową, in statu essendi, a taka mnogość może być otrzymana przez kolejne dołączanie nowych elementów tylko wtedy, gdy to dołączanie ma koniec, gdy zachodzi ostatnie dołączenie, a więc gdy mnogość utworzona w ten sposób posiada ostatni element*). W ten sposób okazuje się, że wszel-

*) Gdybyśmy jednak chcieli twierdzić, że mnogość w ten sposób utworzona, aczkolwiek posiada element ostatni, mimo to może być nieskończona, gdyż ten ostatni element może właśnie zajmować nieskończone miejsce w szeregu utworzonych elementów, może posiadać nieskończony numer porządkowy, to stworzylibyśmy w ten sposób sprzeczne w sobie pojęcie nieskończoności, w którem z nieskończoności, zlewającej się ze skończonością, nie pozostaje nic prócz nazwy. Teorya mnogości nieskończonych mogła powstać wtedy dopiero, gdy raz na zawsze odrzucono sprzeczne pojęcie liczby nieskończonej, jako ostatniego elementu w nieograniczonym, a więc nie mogącym posiadać ostatniego elementu, szeregu liczb skończonych.

ka mnogość, czyniąca zadość obecnej, wygodniejszej dla nas definicyi mnogości skończonych, czyni również zadość definicyi dawniejszej tych mnogości.

Jeżeli teraz będziemy się posiłkowali tą drugą definicyą mnogości skończonych, to w mowie będący dowód przyjmie następującą bardzo prostą formę. Według pewnika 1-go „przedmiot, który przeszedł z położenia A do położenia B wzdłuż drogi AB, na której istnieją aktualnie pewne położenia pośrednie..., musiał kolejno przejść przez każde z tych położeń“. Znaczy to innemi słowy, że mnogość położeń aktualnych, przebieżonych przez nasz przedmiot podczas tego ruchu, została utworzona przez kolejne dołączanie przebieżonego w pewnym momencie aktualnego elementu (położenia) do elementów dawniej już przebieżonych. W myśl jednak obecnej definicyi mnogości skończonych przez kolejne dołączanie elementów aktualnych powstać może właśnie tylko mnogość skończona.

A więc mnogość położeń aktualnych, które przedmiot przebiegł w ruchu swym od A do B, może być tylko skończona, a więc i mnogość położeń, istniejących aktualnie

wzdłuż drogi AB, musi być skończona, jeżeli ruch po tej drodze ma być możliwy.

6. Rezultat, do którego doszliśmy rozmaitemi drogami w §§ 3 — 5 przez oparcie się na bezwarunkowo prawdziwych danych § 2-go, możemy sformułować w postaci następującego twierdzenia:

„Ruch przedmiotu z położenia A do położenia B wzdłuż drogi AB, na której istnieją aktualnie położenia pośrednie, jest możliwy wtedy tylko, jeżeli mnogość tych położeń jest skończona".

7. Twierdzenie to jest bezwarunkowo prawdziwe niezależnie od tego, czy poruszający się przedmiot jest jakiemś ciałem fizycznem, czy też utworem geometrycznym, czy droga ruchu jest jakąkolwiek linią fizyczną lub też jednowymiarową, czysto rozciągłą, t. j. pozbawioną jakości zmysłowych linią geometryczną—wszystkie te okoliczności są zupełnie obojętne dla prawdziwości powyższego twierdzenia, gdyż własności ruchu, sformułowane w § 2, a dla treści naszego twierdzenia zasadnicze, dotyczą wszelkiego wogóle ruchu przy istnieniu aktualnych położeń pośrednich.

W dalszym ciągu niniejszej pracy ograniczymy się do rozpatrywania ruchu wzdłuż linii geometrycznych, t. j. jednowymiarowych, czysto rozciągłych utworów. Przedmiotem zaś, którego ruch będziemy rozpatrywali, będzie punkt geometryczny, który jest przekrojem linii, granicą między jej częściami rozciągłemi. Położeniami aktualnemi, przez które przechodzić ma w pewnym momencie ów poruszający się punkt, będą punkty, istniejące aktualnie na linii jego ruchu. Dla dalszego jeszcze uproszczenia przypuśćmy, że linia, wzdłuż której ruch się odbywa, jest linią prostą, t. j. utworem jednowymiarowym, czysto rozciągłym o bezwzględnie stałym kierunku. Wtedy twierdzenie § 6-go przyjmie następującą postać:

„Ruch punktu geometrycznego z punktu A do punktu B wzdłuż linii prostej geometrycznej AB, na której istnieją aktualnie punkty pośrednie, jest możliwy wtedy tylko, gdy mnogość tych punktów jest skończona".

8. Przejdźmy teraz do dziedziny czysto geometrycznej, do własności charakteryzujących wszelką prostą geometryczną. Jeden z pewników geometrycznych głosi, że między dwoma punktami linii prostej istnieje zawsze inny jeszcze punkt, z czego bezpośrednio wynika, że między dwoma jej punktami istnieje nieskończona mnogość punktów. Rzeczywiście wobec tego, że punkt jest przekrojem linii, a więc nie jest już sam odcinkiem linii, utworem jednowymiarowym, lecz tylko zerowymiarowym czyli nierozciągłym, zawsze między dwa punkty linii prostej, jakkolwiek mała byłaby ich odległość, będzie można wstawić punkt inny jeszcze, n. p. między punkty A i B—punkt C_1; z tej samej racyi między punkty A i C_1 wstawić będzie można punkt C_2, między A i C_2—punkt C_3 i t. d. bez ograniczenia. W ten sposób mnogość punktów C_1, C_2, C_3 i t. d., istniejąca między punktami A i B linii prostej, nie będzie miała ostatniego elementu, czyli będzie nieskończona. Tak więc jest bezwarunkowo prawdziwe następujące twierdzenie:

„Mnogość punktów, istniejących między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, jest nieskończona" *).

Uwaga. Twierdzenie to dotyczy nie tylko mnogości punktów C_1, C_2, C_3 i t. d. ad infinitum, która to mnogość

*) Twierdzenie to ma walor dla wszelkiej wogóle linii geometrycznej, a nie tylko dla linii prostej.

nie wyczerpuje, jak wiadomo, wszystkich punktów, istniejących na linii prostej między A i B, lecz również i tem bardziej odnosi się do tych wszystkich punktów.

9. Zachodzi tu jednak teraz pytanie zasadnicze: w jaki sposób istnieją elementy tej nieskończonej mnogości punktów pośrednich? czy w linii prostej istnieją one zawsze w właściwem tego słowa znaczeniu, t. j. aktualnie, czy też tylko potencyalnie, to znaczy, że każdy taki punkt pośredni istnieć właściwie zaczyna wtedy dopiero, gdy zostanie zaktualizowany, wpierw natomiast wcale w właściwem tego słowa znaczeniu nie istnieje, lecz tylko istnieć może?

Otóż w związku z tem pytaniem przyjmijmy teraz *tymczasowo* następujące dowolne założenie:

Punkty, istniejące między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, istnieją aktualnie*).

Uwaga. Mówiąc w powyższem założeniu o punktach, istniejących między dwoma punktami dowolnej linii prostej geometrycznej, nie mamy tu na myśli tylko szeregu kolejnych punktów C_1, C_2, C_3 i t. d. ad infinitum, który to szereg, jako zwyczajnie nieskończony, nie wyczerpuje wszystkich punktów odcinka AB. Powyższe założenie tymczasowe rozciąga się też na wszystkie punkty, istniejące między dwoma punktami danego odcinka, na wszystkie punkty, zawarte w tym odcinku, i twierdzi o nich, że istnieją te punkty w właściwem tego słowa znaczeniu, t. j. aktualnie. Znaczy to więc, że linia — według tego założenia — składa się z poszczególnych, aktualnych punktów; że punkty linię tę składające są, jak mówimy, wcześniejsze, a w każdym razie nie późniejsze od linii, że istnieją one same przez się, a nie dopiero dzięki linii i odpowiedniej aktualizacyi, że, wyróżniając w linii punkt jaki, nie powołujemy go dopiero wtedy do istnienia, lecz tylko zwracamy uwagę na coś, co i przedtem istniało już w właściwem tego słowa znaczeniu.

*) Analogiczne założenie co do czasu brzmieć będzie: Momenty, istniejące między dwoma momentami czasu, istnieją aktualnie.

10. Z bezwarunkowo prawdziwego twierdzenia geometrycznego § 8-go, orzekającego, że „mnogość punktów, istniejących między dwoma punktami linii prostej geometycznej, jest nieskończona“, oraz z dowolnego założenia poprzedniego paragrafu, głoszącego, że „punkty, istniejące między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, istnieją aktualnie“, wynika natychmiast twierdzenie następujące:

Mnogość punktów, istniejących aktualnie między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, jest nieskończona.

Łącząc teraz powyższe twierdzenie z twierdzeniem § 7-go, otrzymujemy następujący syllogizm:

Ruch punktu geometrycznego z punktu A do punktu B wzdłuż linii prostej geometrycznej AB, na której istnieją aktualnie punkty pośrednie, jest możliwy wtedy tylko, gdy mnogość tych punktów jest skończona (twierdz. § 7); mnogość jednak tych pośrednich punktów, istniejących aktualnie między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, jest nieskończona (twierdzenie powyższe); a więc ruch punktu geometrycznego z punku A do punktu B wzdłuż linii prostej geometrycznej AB nie jest możliwy (jest niemożliwy).

Wobec tego, że prosta AB jest dowolną prostą geometryczną, a punkty A i B dowolnemi jej punktami, możemy przeto ich nie wymieniać i wniosek otrzymany sformuło-

wać w postaci następującego ogólnego twierdzenia (*opartego, jak przypominamy, na dowolnem założeniu § 9-go*):

Ruch punktu geometrycznego wzdłuż linii prostej geometrycznej nie jest możliwy (jest niemożliwy)*).

---

*) Twierdzenie to, jak łatwo sprawdzić, ma walor dla wszelkiej wogóle linii geometrycznej, a nie tylko dla linii prostej.

ROZDZIAŁ II.

Paradoksy Zenona z Elei a warunki geometryczne ruchu.

11. Paradoksy Zenona z Elei, dotyczące ruchu, nie są niczem innem, jak tylko illustracyą, zastosowaniem lub dopełnieniem powyższych twierdzeń, wykazujących niemożliwość ruchu po linii prostej. Do rozpatrzenia tych paradoksów „dichotomii“, „Achillesa“ i „strzały“ przejdziemy teraz (czwarty paradoks, który pomijamy, dotyczy innej strony zagadnienia).

Paradoks „dichotomii“ głosi, że ruchu niema, gdyż poruszające się ciało, zanim dosięgnie kresu swej drogi, musi nasamprzód przebiedz jej połowę, a więc i połowę tej połowy i t. d. do nieskończoności. Rozpatruje tu więc Zenon między punktem wyjścia a punktem ostatecznym ruchu szereg punktów $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, i t. d. bez ograniczenia (t. j. bez ostatniego elementu), który to szereg w porządku odwrotnym przejść musi ciało, ażeby dotrzeć do kresu swej drogi, ażeby ją (odcinek 0 — 1) przebyć całkowicie. Przyjmuje tu przytem Zenon implicite, że elementy tego szeregu, punkty leżące w połowie, ćwierci i t. d. tego odcinka, istnieją tam

rzeczywiście, aktualnie. A wtedy istotnie ruch wzdłuż danej linii staje się niemożliwy, gdyż ciało przebiedz musi nieskończoność poszczególnych (aktualnych) punktów, gdy tymczasem — według twierdzenia § 7-go — warunek konieczny możliwości ruchu polega na tem, żeby mnogość aktualnie istniejących punktów pośrednich była skończona. W danym przypadku nieskończoność tych punktów nie będzie przebieżona już dlatego, że nie posiada pierwszego elementu, a więc ciało nie zacznie jej nawet przebiegać, gdyż początek tego przebiegania polegać musi na przejściu przez pierwszy jej element (por. § 2), a tego elementu tu właśnie niema.

Widzimy tedy, że przy przyjęciu na linii prostej nieskończoności punktów aktualnych paradoks „dichotomii" staje się prawdą nieodpartą.

12. Paradoks, zwany „Achilles", wykazuje, że szybkonogi Achilles nie dogoni nigdy powolnego żółwia, albowiem, ażeby tego dokonać, musiałby nasamprzód dobiedz do punktu wyjścia żółwia, który w ciągu tego czasu posunie się naprzód i znajdzie się w dalszym punkcie swej drogi. Gdy Achilles dobiegnie do tego drugiego punktu, żółwia tam już znowu nie zastanie i w ten sposób żółw zawsze będzie na przodzie, Achilles zawsze w tyle.

Rozpatrzmy to bliżej nieco.

Przypuśćmy, że Achilles porusza się dziesięć razy szybciej, niż żółw, i że początkowy dystans między nimi wynosi dziesięć metrów. Wtedy, gdy Achilles przebiegnie ten dystans, żółw posunie się dalej o 1 metr, gdy Achilles ten metr przebiegnie, żółw będzie w odległości $\frac{1}{10}$ metra i t. d., i t. d. Droga, którą ma przebiedz Achilles, będzie w ten sposób równa w metrach $10+1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\ldots$ ad infinitum, droga

żółwia $=1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\ldots$ ad inf. Jeżeli teraz Achilles przebiegłby całą swą drogę—i koniecznie całą—to dogoniłby żółwia, gdyż, jak widać z formuł powyższych, przebiegłby on wtedy również i całą drogę żółwia. Otóż założywszy, że etapy drogi Achillesa i żółwia, punkty 1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10^2}$ i t. d. ad inf., istnieją na linii wyścigu rzeczywiście, aktualnie, otrzymamy natychmiast w wyniku, że Achilles całkowitej swej drogi nie przebiegnie, żółwia więc nie dogoni. Nie przebiegnie zaś drogi swej dlatego, że musiałby przytem przebiedz nieskończoność punktów aktualnych (1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10^2}$.... ad inf.), gdy tymczasem — według twierdzenia § 7-go — warunek konieczny możliwości ruchu polega na tem, żeby mnogość aktualnych punktów pośrednich była skończona. W danym przypadku nieskończoność tych punktów nie będzie przebieżona dlatego, że nie posiada ostatniego elementu, gdy tymczasem w paradoksie dichotomii uniemożliwiał ruch brak pierwszego elementu w mnogości punktów pośrednich. Okazuje się tedy, że przy założeniu aktualnego istnienia punktów - etapów drogi Achillesa i żółwia drogi te nie będą przebieżone, i paradoks, że szybkonogi Achilles nie dogoni powolnego żółwia, będziemy zmuszeni uznać za prawdę nieodpartą.

13. Że Achilles jednak mimo wszystko dogoni tu żółwia, że przebiegnie swą drogę pomimo tego, że składać się ma ona, według założenia, z aktualnych odcinków w mnogości nieskończonej (10, 1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10^2}$ i t. d. ad infinitum), starają się niektórzy wykazać przez powoływanie się na dane

Miejska Biblioteka Publiczna w Białymstoku

analizy. Drogę Achillesa przedstawia następujący szereg nieskończony: $10+1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\ldots$ ad inf., lecz suma tego szeregu równa się wszak $\frac{100}{9}=11^1/_9$. A więc droga, jaką ma przebyć Achilles, ażeby dopędzić żółwia, $=11^1/_9$ metra; dlaczegóżby Achilles — pytają oni — nie miał drogi tej przebyć? Dlatego, powtarzamy, że według założenia droga ta składać się ma z nieskończonej mnogości odcinków aktualnych (t. j. oddzielonych punktami aktualnemi), a mnogość taka nie może być przebieżona w całości, gdyż narastanie drogi przebieżonej przez kolejne dołączanie przebieżonych odcinków aktualnych daje rezultat określony wtedy tylko, gdy ilość ich jest skończona (por. §§ 4, 5). Na to jednak właśnie odpowiedzą nam, że rezultat określony można mimo wszystko otrzymać zapomocą kolejnego dołączania nieskończonej mnogości elementów, gdyż oto najzupełniej określona suma powyższa $=\frac{100}{9}$ powstaje dzięki takiemu kolejnemu a nieograniczonemu dołączaniu: $10+1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\ldots$ ad infinitum. Otóż w takiem pojmowaniu sumy szeregu nieskończonego tkwi właśnie błąd zasadniczy: suma taka nie powstaje i powstać nie może przez kolejne dołączanie nieskończonej mnogości składników — tą drogą nigdy do końca nie dojdziemy, nigdy określonego, ostatecznego rezultatu nie otrzymamy (por. §§ 4, 5). Tę oczywistość uświadamiają sobie teraz dokładnie już i matematycy*) i przez sumę na-

*) Por. G. Hessenberg, Grundbegriffe der Mengenlehre, 1906, str. 173: „Nieskończony szereg dodawań nie daje żadnego rezultatu, albowiem niema końca".

szego szeregu nieskończonego $\sum_{-1}^{\infty}\frac{1}{10^n}$ pojmują nie rezultat nieskończonego dodawania, który niczemu się nie równa, lecz granicę $\sum_{-1}^{\infty}\frac{1}{10^n}$ dla $n=\infty$, która się właśnie równa $\frac{100}{9}=11^1/_9$. Tak więc powoływanie się na matematykę może tylko raz jeszcze doprowadzić nas do tej oczywistej prawdy, że kolejne a nie mające końca dołączanie elementów w żadnych warunkach i w żadnej dziedzinie nie może dać określonego rezultatu i że dlatego właśnie nie może być przebieżona droga Achillesa, dzieląca go od punktu, w którym dogoniłby żółwia, o ile droga ta ma się składać z nieskończoności aktualnych odcinków.

14. Przejdźmy teraz do trzeciego argumentu Zenona, który przytacza on w celu wykazania niemożliwości ruchu, do t. zw. „strzały". Argument ten sformułować można w ten sposób: Wszelki przedmiot w ruchu zajmuje w każdym momencie przestrzeń, która mu jest równa. Przedmiot, który zajmuje równą mu przestrzeń, jest nieruchomy. A więc strzała w ruchu jest nieruchoma.

Rozpatrzmy powyższy syllogizm, mający wykazać niemożliwość ruchu. Pierwsza jego przesłanka jest bezsprzecznie prawdziwa. Jeżeli bowiem poruszające się ciało rozpatrujemy nie w pewnym odstępie czasu, lecz w jednym tylko jego poszczególnym (aktualnym) momencie, wtedy ciało to zajmuje ściśle określoną przestrzeń, równą jego rozciągłości. Gdyby było inaczej, gdyby przestrzeń ta była większa od danego ciała, znaczyłoby to, że nie rozpatrujemy ruchu ciała w jednym niepodzielnym momencie czasu, lecz w pewnym

jego odstępie, w przeciągu którego ciało zdążyło się przesunąć i w ten sposób potrafiło zająć ogółem przestrzeń większą od siebie. Rozpatrywane jednak w jednym jedynym momencie ciało w ruchu musi zajmować równą mu przestrzeń, jak to też głosi przesłanka pierwsza.

Przyjmijmy teraz—tymczasowo tylko*)—również i drugą przesłankę, głoszącą nieruchomość przedmiotu w równej mu przestrzeni. Wtedy z przesłanek: „wszelki przedmiot w ruchu zajmuje w każdym momencie przestrzeń, która mu jest równa“ oraz „przedmiot, który zajmuje równą mu przestrzeń, jest nieruchomy“ — wynika wniosek: wszelki przedmiot w ruchu jest w każdym momencie nieruchomy.

A więc strzała w ruchu jest w każdym momencie nieruchoma. Nie znaczy to jednak jeszcze, że strzała w ruchu jest wogóle nieruchoma, i żeby otrzymać teraz ten zenonowski wniosek, że strzała w ruchu jest wogóle, jest zawsze nieruchoma, a nie tylko w każdym poszczególnym (aktualnym) momencie czasu, potrzebne jest jeszcze jedno założenie. Założenie to, będące dla dziedziny czasu odpowiednikiem naszego założenia prowizorycznego z § 9-go, głosić będzie, że czas nie jest niczem innem, jak zbiorem poszczególnych, aktualnych momentów. Wtedy, przy takiem założeniu, istotnie strzała, nieruchoma w każdym momencie, byłaby tem samem zawsze, w przeciągu całego czasu ruchu nieruchoma, albowiem cały ten czas ruchu byłby wtedy tylko zbiorem poszczególnych momentów, z których w każdym strzała byłaby nieruchoma.

Okazuje się tedy, że gdy zgodzimy się nawet na drugą przesłankę syllogizmu Zenona, to wniosek jego o niemożli-

*) Por. niżej § 24.

wości ruchu strzały będzie wymagał jeszcze poza tem przyjęcia założenia o składaniu się czasu z aktualnych momentów.

15. Argument „strzały“ możemy przedstawić również w takiej formie, która dotyczeć będzie tylko elementów przestrzennych ruchu, a to w ten sposób, że zamiast mówić o poszczególnych momentach w czasie ruchu strzały mówić będziemy o poszczególnych jej położeniach na drodze ruchu. Wtedy argument ten brzmieć będzie w sposób następujący: strzała w ruchu zajmuje w każdem swem aktualnem położeniu przestrzeń, która jest jej równa; strzała, która zajmuje równą sobie przestrzeń, jest nieruchoma—strzała w ruchu jest więc w każdem swem aktualnem położeniu nieruchoma. Jeżeli teraz zwrócimy uwagę na to, że wyrażenie „strzała w aktualnem położeniu“ oznacza, iż krańcowe punkty strzały wyznaczają pewne punkty aktualne na danej drodze, i następnie przyjmiemy nasze prowizoryczne założenie, że wszystkie punkty linii prostej (drogi strzały) istnieją aktualnie, to dojdziemy natychmiast do wniosku, że strzała w ruchu jest nieruchoma nie tylko w swych poszczególnych (aktualnych) położeniach, lecz wszędzie, wzdłuż całej drogi ruchu. Albowiem gdziekolwiek znajdzie się strzała na tej drodze, złożonej — według przyjętego założenia — z punktów aktualnych, wszędzie krańcowe jej punkty zajmować będą pewne punkty aktualne, a więc strzała w ruchu wszędzie zajmować będzie położenie aktualne, czyli wszędzie, na całej drodze ruchu będzie ona zgodnie z powyższym syllogizmem nieruchoma.

I znów widzimy, że przyjęcie drugiej przesłanki: „strzała, która zajmuje równą sobie przestrzeń, jest nieruchoma“ nie wystarcza tu jeszcze do wyprowadzenia wniosku o bezwzględnej nieruchomości strzały, i że nieruchomość tę wywołuje tu ostatecznie dopiero składanie się linii z aktualnych punktów.

16. Któż jednak zgodzi się na to, że ruch wogóle jest niemożliwy a w szczególności ruch najprostszy, ruch wzdłuż linii prostej? Któż zgodzi się na to, że szybkobiegacz nie dogoni żółwia lub że strzała w ruchu pozostaje zawsze i wszędzie nieruchoma? Twierdzenia te przecież przeczą najpospolitszym faktom, są w sprzeczności z tem, co uważamy za szczyt oczywistości, głoszą niemożliwość tego, co jest rzeczywistością bezpośrednią. Lecz cóż w istocie rzeczy zmusza nas do uznania tych twierdzeń? Wszak wtedy tylko byłyby one dla nas obowiązujące, gdyby albo bezpośrednio były prawdziwe, albo też byłyby prawowitemi wnioskami z przesłanek bezwarunkowo prawdziwych. Bezpośrednio prawdziwe one nie są; przeciwnie, zaprzeczają stanowczo temu, co za takie uznajemy; są zaś one wnioskami, przytem wnioskami najprawidłowszemi z danych przesłanek — to nie ulega wątpliwości. Lecz to nie rozstrzyga jeszcze kwestyi, która polega teraz na tem, czy wszystkie przesłanói, które się na twierdzenia te złożyły, są istotnie prawdziwe. Bo jeżeliby choć jedna z nich nie mogła się wylegitymować ze swej wartości poznawczej, to tem samem znaleźlibyśmy źródło, z którego sączy się ten jad sceptycyzmu. Zrewidujmy więc nasamprzód przesłanki, które prowadzą do naszego prowizorycznego twierdzenia, że „ruch punktu geometrycznego wzdłuż linii prostej geometrycznej nie jest możliwy“ (§ 10).

17. Więc przedewszystkiem dane § 2-go, dające się sformułować zapomocą dwóch pewników. Pewniki te są wzorem oczywistości, gdyż cóż w istocie rzeczy może być bardziej oczywiste nad to, że przedmiot, który przebył drogę z wyznaczonemi na niej rzeczywiście, aktualnie etapami (położeniami), musiał nasamprzód przebiedz jeden z tych etapów, i etap ten musiał być pierwszy śród wszystkich, leżących na drodze ruchu, następnie musiał przebiedz drugi taki etap i t. d. kolejno wszystkie. Szczytem więc oczywistości jest sąd, że mnogość aktualnych położeń pośrednich, przez które ciało przebiegło, musi posiadać pierwszy element, za którym idzie kolejno drugi, trzeci i t. d. Mnogość ta przytem, ażeby mogła być przebieżoną, musi oczywiście posiadać element ostatni, gdyby go bowiem nie posiadała, to dołączanie przebieżonych elementów końca by nie miało i mnogość nie byłaby przebieżona (§ 4). Mnogość zaś, składająca się z elementów kolejnych, mająca przytem element pierwszy i ostatni, jest mnogością skończoną. W ten sposób więc twierdzenie nasze, wymagające dla możliwości ruchu skończonej mnogości pośrednich położeń aktualnych, jest bezwzględnie prawdziwe. W zastosowaniu do ruchu punktu po linii prostej geometrycznej głosi ono, że „ruch punktu geometrycznego z punktu A do punktu B wzdłuż linii prostej geometrycznej AB, na której istnieją aktualnie punkty pośrednie, jest możliwy wtedy tylko, gdy mnogość tych punktów jest skończona“ (§ 7).

Dalszą przesłanką wniosku o niemożliwości ruchu punktu geometrycznego po linii prostej geometrycznej jest twierdzenie o nieskończoności punktów między dwoma danemi punktami tej linii (§ 8). Twierdzenie to, jako bezpośrednio wynikające z pewnika o trzecim punkcie między dwoma danemi na linii prostej, jest również prawdziwe, jak i ten pewnik, będący wobec nierozciągłej natury punktu geometrycznego prawdą bezwarunkową.

18. Już krok jeden dzieli nas od fatalnego wniosku o niemożliwości ruchu punktu geometrycznego po linii prostej. Jeżeli bowiem przyjmiemy, że nieskończona mnogość punktów, zawarta między dwoma punktami linii prostej, jest

mnogością punktów, istniejących w właściwem tego słowa znaczeniu, istniejących aktualnie, to wniosek ów jest nie do uniknienia. Lecz ta ostatnia przesłanka różni się zasadniczo od poprzednich: tamte były bezwzględnie prawdziwe i oczywiste, ta zaś zupełnie nie posiada siły przekonywającej, przytem takiej, jaka wymagana byłaby do przyjęcia poglądu, prowadzącego już bezpośrednio do paradoksalnego wniosku o niemożliwości ruchu. Przesłanka ta już od czasów Arystotelesa uważana była za błędną przez wielu filozofów i matematyków, którzy nie widzieli żadnych danych do rozkładania linii na poszczególne, aktualne punkty, do uważania jej za agregat oddzielnych elementów. Linia wogóle, linia prosta w szczególe, to utwór ciągły, nie wykazujący bynajmniej budowy, że tak powiem, ziarnistej, nie mamy w nim nigdzie punktów poszczególnych, zanim ich sami tam nie stworzymy, zanim ich nie wyznaczymy, nie zaktualizujemy. Nie mamy żadnych danych do przypuszczenia, że punkty te preegzystują w linii, że w niej istnieją aktualnie wprzód jeszcze, nim je zaktualizowaliśmy, wiemy natomiast, że przyjęcie takiej preegzystencyi punktów aktualnych prowadzi nieuniknienie do zaprzeczenia najoczywistszego dla nas zjawiska, zjawiska ruchu. Ażeby więc możliwość ruchu ratować wogóle, w szczególności zaś ażeby uratować możliwość ruchu punktu geometrycznego wzdłuż prostej geometrycznej, trzeba jedynie rzeczy bardzo prostej i łatwej: nie wprowadzać bezzasadnej i błędnej przesłanki o istnieniu aktualnem punktów, zawartych w linii geometrycznej (prostej). Punkty te bowiem nie istnieją w niej w właściwem tego słowa znaczeniu, lecz tylko mogą istnieć, innemi słowy, nie istnieją aktualnie, lecz potencyalnie; wprzód musi istnieć linia, dopiero potem mogą

w niej istnieć punkty; one to istnieją dzięki linii, nie linia dzięki nim.

19. Punkty te przytem nie są samodzielnemi składnikami linii, lecz tylko zależnemi od niej elementami (momentami), nie mogącemi jako przekroje istnieć samodzielnie, niezależnie od linii. Jako zaś nieistniejące samodzielnie, nie mogą też, oczywiście, punkty geometryczne poruszać się samodzielnie. Jeżeli więc mówimy o ruchu punktu geometrycznego wzdłuż linii geometrycznej, to mamy na myśli — a w każdym razie mieć powinniśmy — nie ruch samodzielnie i oddzielnie istniejącego punktu, lecz ruch pewnego punktu, który wyznaczyliśmy w samodzielnie już poruszającem się ciele (trójwymiarowem, o ile chodzi o ruch w przestrzeni trójwymiarowej) i który ciało to jak gdyby reprezentuje. Punkt geometryczny nie porusza się więc samodzielnie, lecz jest przenoszony przez utwór samodzielnie już się poruszający.

20. Przyjmijmy tedy, że każdy z nieskończoności punktów, istniejących w linii prostej geometrycznej, istnieje tam nieaktualnie; inaczej mówiąc, że istnieje tam potencyalnie, czyli że każdy z punktów tej mnogości nie istnieje w właściwem tego słowa znaczeniu, a tylko istnieć może. Jak wtedy przedstawiać się będzie kwestya możliwości ruchu? Oczywiście nasze twierdzenie prowizoryczne § 10-go, głoszące niemożliwość ruchu punktu geometrycznego wzdłuż prostej geometrycznej, nie będzie mogło być wydedukowane, gdyż mogliśmy je wyprowadzić tylko przy założeniu aktualnego istnienia nieskończoności punktów prostej geometrycznej. Teraz jednak nieskończoność punktów linii prostej w niczem już ruchowi po niej przeszkadzać nie będzie. Nie będzie zaś ruchowi temu przeszkadzała z tej prostej przyczy-

ny, że żaden punkt z tej nieskończonej mnogości w istocie rzeczy nie istnieje sam przez się na linii prostej; punkt więc, poruszający się po tej linii od początkowego położenia do końcowego, nie tylko nieskończoności punktów na swej drodze nie napotka, lecz nie napotka nawet ani jednego punktu, o ile go sami tam nie wyznaczymy, nie zaktualizujemy. Ruch więc punktu po linii ciągłej, nie będącej z natury swej agregatem punktów poszczególnych, odbywa się w sposób ciągły, nie zaś przez nieskończone przechodzenie z jednego jej punktu na drugi, gdyż tych poszczególnych punktów w linii tej niema wcale. W ten sposób twierdzenie o niemożliwości ruchu punktu geometrycznego wzdłuż prostej geometrycznej okazuje się zupełnie nieuzasadnione, gdyż na bezzasadnej oparte przesłance.

21. A jak z kolei przedstawia się teraz sprawa paradoksów Zenona z Elei?

Widzieliśmy, że i one zawdzięczają istnienie swe temu błędnemu założeniu o składaniu się linii ciągłej z rozdzielnych punktów lub odstępu czasu z poszczególnych momentów; i one więc natychmiast upadną, o ile to dowolne założenie odrzucimy. A więc nasamprzód „dichotomia“ (§ 11) utraci swą siłę przekonywającą natychmiast, skoro tylko uprzytomnimy sobie, że ciało, przebiegające całą swą drogę, zupełnie nie przechodzi wpierw jej połowy, wpierw jeszcze ćwierci i t. d., połowa ta bowiem, ćwierć i t. d. nie jest w linii tej zaktualizowana, gdyż niema w linii punktu aktualnego, oddzielającego jedną połowę od drugiej, niema punktów, dzielących ją na ćwierci i t. p. Możemy wprawdzie punkty te wyznaczyć, zaktualizować, i wtedy już w pewnym momencie ciało w ruchu swym przejdzie przez nie. Jeżeli jednak sami punktów na drodze ruchu ciała nie wyznaczamy, wtedy

ciało drogę swą (0—1) przebiegnie, nie przebiegając zupełnie przez jej połowę, ćwiartkę i t. d., z tej prostej przyczyny, że punktów $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ i. t. d. na drodze tej niema zupełnie. Linia bowiem prosta jest wprawdzie dichotomicznie podzielna, lecz nie znaczy to wcale, że jest tem samem dichotomicznie podzielona. Byłaby taką wtedy tylko, gdyby się składała z punktów aktualnych; wtedy, niezależnie od naszego wyróżniania poszczególnych punktów, punkty te istniałyby aktualnie w linii prostej, istniałyby punkty $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, i t. d., i ruch poprzez tę nieskończoność punktów poszczególnych istotnie nie mógłby zachodzić. Lecz tak byłoby wtedy tylko, jeżelibyśmy przyjęli bezzasadną przesłankę o oddzielnych składnikach linii ciągłej. Tak jednak nie jest, jeżeli przesłankę tę odrzucamy: wtedy punkt biegnie swobodnie po linii prostej, gdyż nie przechodzi przez nieistniejącą mnogość nieskończoną poszczególnych wyrazów dichotomicznego podziału. O ruch jego jesteśmy spokojni, choć krańcowe punkty linii, po której się nasz punkt porusza, oddzielone są od siebie nieskończoną mnogością punktów; spokojni jesteśmy dlatego, że wiemy, iż mnogość ta jest tylko mnogością punktów możliwych, lecz nie rzeczywistych. W ten sposób paradoks „dichotomii“ rozwiewa się bez śladu.

22. W ten sam sposób zniweczony zostaje „Achilles“ (§ 12). Albowiem etapy, przez które przebiegać ma Achilles w pogoni za żółwiem, istnieją aktualnie na drodze pościgu tylko przy założeniu preegzystencyi punktów w linii geometrycznej. Po odrzuceniu tej przesłanki mnogość nieskończona tych położeń okazuje się nieistniejącą w postaci poszczególnych punktów na drodze ruchu, a więc Achilles

i żółw nie mają już do przebieżenia nieskończonej mnogości punktów poszczególnych (1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10^2}$ .... ad inf.), i dlatego też, zgodnie z rzeczywistością, drogi swe przebiegają i spotykają się w odległości $\frac{10}{9}$ od punktu wyjścia żółwia.

Jakże jednak będzie — może kto zapytać — jeżeli my sami te punkty-etapy poszczególnie wyznaczymy na linii pościgu Achillesa za żółwiem, jeżeli wyznaczymy punkty 1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10^2}$, i t. d. ad infinitum? czy i wtedy Achilles żółwia dogoni? Oczywiście, gdybyśmy mogli wyznaczyć wszystkie poszczególne wyrazy tej nieskończonej mnogości (a nie tylko ich liczbę skończoną, choćby dowolnie wielką), to Achilles wtedy nie dogoniłby żółwia. Że kolejno jednak, jednego po drugim, wszystkich tych etapów wyznaczyć nie można—o tem wiemy (§§ 4, 5); pozostaje przypuszczenie, że wszystkie poszczególne punkty tej nieskończonej mnogości można na linii prostej zaktualizować równocześnie. Gdyby to było możliwe, wtedy istotnie na takiej prostej Achilles nie dogoniłby żółwia, podobnie jak nie dogoniłby go na prostej, w której preegzystowałyby wszystkie wogóle jej punkty. Lecz taka konsekwencya, płynąca z przypuszczenia o możliwości aktualizacyi nieskończoności poszczególnych punktów, w dotatecznej już mierze kompromituje to dowolne założenie i wystarcza najzupełniej, aby je odrzucić.

23. Taki sam los, jaki spotkał „dichotomię“ i „Achillesa“, oczekuje również „strzałę“. I ten paradoks znika natychmiast, gdy odrzucimy nasze bezzasadne założenie o rozdzielnej naturze linii i czasu. Albowiem wtedy tylko, jak widzieliśmy w § 14, otrzymamy wniosek, że strzała w ruchu

jest zawsze, w przeciągu całego czasu nieruchoma, gdy przyjmiemy dowolne założenie, że czas płynie nie w sposób ciągły, lecz sączy się oddzielnemi kroplami-momentami, że składa się z tych poszczególnych momentów. Jeżeli jednak odrzucimy to przypuszczenie, tak niezgodne z naturą momentu, który jest tylko przekrojem, możliwym jedynie dzięki istnieniu tego odstępu, lecz nie umożliwiającym go dopiero — jeżeli przypuszczenie to odrzucimy, wtedy rzeczywistość zostanie uratowana przed zakusami myśli, opierającej się na błędnych założeniach, ruch i jego możliwość znów staną się zrozumiałe.

Tak samo, oczywiście, sprawa przedstawiać się będzie, jeżeli ruch strzały rozpatrywać będziemy nie w czasie, lecz w przestrzeni, jak to uczyniliśmy w § 15. Wtedy również paradoks powyższy zniknie natychmiast, skoro tylko odrzucimy to πρωτον ψευδος, tę przesłankę o preegzystencyi poszczególnych punktów w linii geometrycznej. Albowiem wtedy tylko strzała na linii swego ruchu będzie wszędzie nieruchoma, jeżeli jej punkty końcowe zawsze zajmować będą położenia aktualne, a to może zachodzić tylko przy składaniu się linii z aktualnych punktów.

24. Tak się kwestya „strzały“ przedstawia wtedy, gdy przyjmuje się ową drugą przesłankę tego argumentu, orzekającą nieruchomość przedmiotu w równej mu przestrzeni, a więc (na zasadzie prawdziwej przesłanki pierwszej) i nieruchomość jego w każdym aktualnym momencie czasu i w każdem aktualnem położeniu. W istocie jednak rzeczy sprawa zenonowska przedstawia się jeszcze gorzej, gdyż w mowie będąca przesłanka druga okazuje się błędna, a wraz z nią i twierdzenie o niemożliwości ruchu przedmiotu już

w poszczególnym momencie czasu i w poszczególnem jego położeniu w przestrzeni.

Gdyby przesłanka w mowie będąca i oparte na niej twierdzenie były prawdziwe, wtedy ruch przedmiotu, który, zachodząc w przeciągu pewnego czasu bez wyszczególnionych w nim momentów wzdłuż drogi bez pewnych zaktualizowanych w niej punktów, nie prowadzi do swego zaprzeczenia *), okazałby się przerywany jednak przez momenty bezruchu wtedy, gdyby zachodził w czasie, w którym wyróżniamy poszczególne przekroje lub w przestrzeni, w której wyznaczamy aktualne etapy drogi ruchu. W tych poszczególnych (w liczbie skończonej) momentach czasu i położeniach drogi przedmiot w ruchu traciłby na mocy przesłanki drugiej swą ruchomość i musiałby za każdym razem przy szczęśliwem przejściu tych momentów krytycznych znowu jakim niepojętym sposobem ją odzyskiwać, znowu z bezruchu budzić się do ruchu. Tak musiałoby być, gdyby przesłanka, o której mowa, była prawdziwa; tak nie jest, albowiem jest ona błędna.

Na czem bowiem w istocie rzeczy opiera się przeświadczenie o prawdziwości twierdzenia, głoszącego nieruchomość

*) O ile jednak zechcielibyśmy przyjąć odwieczność ruchu. Gdyby bowiem obecność ciała w pewnem położeniu wykluczała ruch jego w tem miejscu — jak tego chce w mowie będąca przesłanka — to żaden wogóle ruch nie mógłby się nigdy zacząć. Albowiem ciało, zajmujące do pewnego czasu w stanie spoczynku określone położenie, ażeby wyjść z tego stanu spoczynku, musi zacząć się ruszać — oczywiście w tem położeniu, które zajmuje (o ile nie przyjmiemy nonsensu, że może ono poruszać się tam, gdzie go niema). Gdyby jednak z racyi owej przesłanki nie mogło ono tego uskutecznić, to w takim razie początek wszelkiego ruchu byłby niemożliwy.

przedmiotu w równej mu przestrzeni, orzekającego, że przedmiot w pewnym momencie czasu zlokalizowany, zajmujący określone położenie, musi tam być nieruchomy? To przeświadczenie o sprzeczności, istniejącej między obecnością, choćby momentalną, przedmiotu w pewnem położeniu a ruchem jego w tem położeniu, opiera się na tem, że ruch uzewnętrznia się w zajmowaniu przez poruszający się przedmiot szeregu położeń; przedmiot, zajmując jednak pewne położenie, nie może równocześnie zajmować innego, a więc niema tu tych dwóch przynajmniej położeń, mających być oznaką ruchu, niema więc i samego ruchu, jeżeli przedmiot zajmuje określone położenie.

W tem rozumowaniu tkwi jednak ukryty błąd. Bo choć istotnie ruch, trwający czas pewien, uzewnętrznia się naogół w szeregu położeń, zajmowanych przez ciało w ruchu, to jednakże jest to słuszne tylko przy rozpatrywaniu ruchu w pewnym odstępie czasu i nie może być zupełnie miarodajne dla ruchu, rozpatrywanego w poszczególnym momencie, kiedy właśnie przedmiot musi zajmować jedno, a nie wiele położeń. Ależ — powiedzą nam na to — przecież ruch polega właśnie na zmianie położenia, jakże więc może zachodzić w pewnym momencie, kiedy ciało zajmuje określone położenie, a nie zmienia go właśnie. Lecz skąd — pytamy — to twierdzenie, że go wtedy nie zmienia? W pewnem położeniu, w pewnym momencie, przedmiot istotnie nie może zmienić swego położenia, to znaczy, nie może być równocześnie w innem miejscu, lecz może to położenie zmieniać (choć nie zmienić), tak że w dowolnie blizkim momencie położenie to już będzie zmienione, ciało będzie wtedy w innem miejscu. Ruch bowiem to nie tylko uskutecznione już poruszenie się, lecz i poruszanie się, nie tylko zaszła zmiana

położenia, lecz i zmienianie go, nie tylko urzeczywistnione przejście w inne miejsce, lecz i przechodzenie — bo ruch to przedewszystkiem odbywająca się czynność. Ażeby czynność ta została dokonana, uskuteczniona, na to potrzeba odstępu czasu, dokonywać się jednak może ona i w momentach; już i w pewnym momencie czasu, a więc w poszczególnem położeniu ciała, może się odbywać to przechodzenie (choć jeszcze nie przejście) do innego położenia, będące istotą ruchu, a uzewnętrzniające się w tem, że w dowolnie blizkim momencie ciało, będące w ruchu, zajmie już inne położenie (por. niżej odnośniki do §§ 73 i 74). Obecność więc momentalna ciała w pewnem położeniu bynajmniej nie wyklucza ruchu w tem położeniu, nie jest świadectwem panującego tam bezruchu, i ciało będzie w danem położeniu w spoczynku (bezruchu) wtedy dopiero, gdy przez pewien czas jeszcze, a nie tylko przez moment dany będzie zajmowało to położenie (praesentia perdurabilis). — A więc druga przesłanka argumentu „strzały“ okazuje się błędną w swem zbyt ogólnem sformułowaniu.

25. Jeżeli teraz paradoks „strzały“ (a zamiast strzały wziąć możemy oczywiście przedmiot dowolny) wprowadzimy w inny, również w starożytności znany sposób, mianowicie zapomocą pytania „gdzie się strzała porusza?“, to już nie zadowoli nas dawana na to pytanie przez przeciwników ruchu odpowiedź, głosząca: „nigdzie — albowiem strzała, tam gdzie jest, nie może się poruszać i nie może się poruszać również tam, gdzie jej niema“. Przekonaliśmy się bowiem, że na błędzie oparte jest twierdzenie o wykluczaniu się obecności ciała w pewnem miejscu i ruchu w tem miejscu.

---

26. Tak więc rozwiewają się bez śladu oparte na błędnem założeniu paradoksy Zenona z Elei, podobnie jak upadło

nasze twierdzenie prowizoryczne o niemożliwości ruchu punktu geometrycznego wzdłuż linii prostej. Twierdzenie to zawdzięczało swe istnienie tej samej bezzasadnej przesłance zenonowskiej o atomistycznej budowie rozciągłości i czasu, którąśmy tymczasowo tylko przyjęli. Po jej odrzuceniu ruch znowu wstępuje w swe prawa, rzeczywistość znowu się rekonstytuuje. Możemy więc teraz śmiało rzeczywistość lub możliwość ruchu stwierdzić na miejscu naczelnem, jako pewnik, i dedukcyę naszą poprowadzić w odwrotnym kierunku już bez założeń dowolnych, oczekując w rezultacie twierdzenia, prostującego owe prowizoryczne a bezzasadne i błędne założenie § 9-go. Twierdzenie to zawierać będzie znany już nam konieczny warunek geometryczny (geometryczno-ontologiczny) możliwości ruchu, warunek, który tkwić musi w istocie rozciągłości, jeżeli ma ona być terenem ruchu.

Dedukcya ta tak się przedstawiać będzie:

Ruch punktu geometrycznego wzdłuż linii prostej geometrycznej jest możliwy *) (I).

Z drugiej jednak strony wiemy, że:

Ruch punktu geometrycznego między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, na której istnieją aktualnie punkty pośrednie, jest możliwy wtedy tylko, gdy mnogość tych punktów jest skończona **) (II).

Z sądów I i II wynika wniosek:

Mnogość punktów, istniejących aktualnie między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, może być tylko skończona (III).

Skądinąd jednak wiemy, że:

---

*) Por. § 19.

**) Por. § 7, dowód zaś tego twierdzenia w §§ 3—5.

Mnogość punktów, istniejących między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, jest nieskończona *) (IV).
A stąd (z III i IV) wynika wniosek, że:

Mnogość nieskończona punktów, istniejących między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, nie jest mnogością punktów, istniejących aktualnie (V).

27. Jako wniosek z tego twierdzenia wypływa natychmiast, że i przestrzeń geometryczna (t. j. czysta rozciągłość, nie będąca już częścią innej czystej rozciągłości), w której ten odcinek się znajduje, nie składa się z punktów aktualnych. Gdyby się bowiem z nich składała, to tem samem składałby się z nich wszelki utwór, w przestrzeni tej się znajdujący. Tak jednak nie jest, gdyż znajdujący się w niej odcinek prostoliniowy z nich się nie składa. A więc przypuszczenie, że przestrzeń geometryczna składa się z punktów aktualnych, sprzeczne jest z twierdzeniem V, czyli że przestrzeń geometryczna nie składa się z punktów aktualnych.

---

*) Por. § 8.

ROZDZIAŁ III.

Linia prosta jako mnogość nieskończona punktów.

28. Rezultat osiągnięty przez nas dotychczas, streszcza się w twierdzeniu, że „mnogość nieskończona punktów, istniejących między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, nie jest mnogością punktów, istniejących aktualnie". Twierdzenie to jest tak pewne, jak pewną jest rzeczą, że jest możliwy ruch punktu (właściwie ruch ciała, w którem ten punkt został zaaktualizowany) wzdłuż najprostszej z linii geometrycznych, wzdłuż linii prostej. Mówi nam jednak twierdzenie powyższe tylko o punktach danej mnogości, to mianowicie, że nie istnieją aktualnie, innemi słowy, wobec tego że każdy z tych punktów istnieć może, mówi nam, że istnieją one potencyalnie; lecz nie mówi o tem, w jaki sposób sama mnogość tych punktów istnieje, czy i ona tylko istnieje potencyalnie, czy też może, mimo to że jej elementy istnieją tylko potencyalnie, sama, jako całość, istnieje aktualnie *).

---

*) Stosunek odmienności, zachodzący między naturą elementów poszczególnych a naturą całości, składającej się z tych elementów, zachodzi n. p. w mnogości liczb naturalnych: elementy tej mnogości, poszczególne liczby, są skończone, mnogość ich mimo to jest nieskończona.

Rozpatrzmy to bliżej.

Wiemy, że mnogość punktów, istniejących między dwoma punktami danej linii prostej, jest nieskończona (IV). Pewniki geometryi naszej pozwalają najściślej mnogość tę określić; wiemy dzięki nim, że do mnogości tej należą wszystkie punkty, którym jedno-jednoznacznie odpowiadają liczby rzeczywiste, wymierne i niewymierne, istniejące między liczbami, odpowiadającemi danym dwóm punktom końcowym. Mnogość zaś wszystkich liczb rzeczywistych, zawartych między pewnemi granicami, jest mnogością ściśle określoną, gdyż o każdej liczbie danej możemy powiedzieć, czy do mnogości tej należy, czy nie należy. Dlatego też i o każdym punkcie, oznaczonym przez odpowiednią liczbę, będziemy mogli powiedzieć, czy należy, czy też nie należy do mnogości punktów, istniejących między dwoma danemi punktami linii prostej.

W ten sposób i w tem znaczeniu znamy wszystkie punkty w mowie będącej mnogości; wiemy, że takie i takie punkty, t. j. punkty, oznaczone odpowiednio przez takie i takie liczby, do mnogości tej należą, a więc istnieją między danemi dwoma punktami linii prostej, o innych zaś wiemy, że do niej nie należą, tam nie istnieją. Zawartość więc (czyli skład) tej mnogości jest ściśle, jednoznacznie określona, jest stała, niezmienna: elementy tej mnogości pozostają zawsze te same, nie ubywają, ani nie przybywają. Jest to, słowem, mnogość gotowa, mnogość in statu essendi, w przeciwstawieniu do mnogości, będącej dopiero w trakcie tworzenia się, in statu fiendi, mnogości o zawartości zmiennej, nieokreślonej, zależnej od dołączania lub odłączania elementów. Otóż mnogości dobrze określonej, mnogości in statu essendi, nadają zazwyczaj miano mnogości aktualnej w przeciwstawieniu do mnogości in statu fiendi, tworzącej się dopiero, mającej dopiero zaistnieć całkowicie, którą nazywają mnogością potencyalną. Widzimy więc, że jeżeli posiłkujemy się terminem „aktualny“ nie w zastosowaniu do elementów mnogości, lecz w zastosowaniu do samej mnogości, to termin ten oznacza to samo, co termin „określony“ lub „dobrze określony“ i zamiast mówić, że mnogość jest dobrze, dokładnie określona, a więc że ogół jej elementów jest dany, możemy powiedzieć, że mnogość ta istnieje aktualnie. W tem właśnie znaczeniu mówią infinityści o aktualnem istnieniu mnogości nieskończonych*) — i mają, jak widzimy, najzupełniejsze prawo po temu, gdyż rzeczywiście mnogości takie mogą być najdokładniej określone i dane.

Wracając do naszego przykładu, możemy powiedzieć, że mnogość nieskończona punktów, istniejących między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, jako mnogość ściśle określona, o zawartości więc niezmiennej, jest mnogością aktualną, istnieje aktualnie. Tak więc okazuje się ostatecznie, że:

1) Mnogość nieskończona punktów, istniejących między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, istnieje aktualnie (VI)—mimo to, że jak dowiedliśmy

2) mnogość ta nie jest mnogością punktów, istniejących aktualnie (V)**).

---

*) Por. Couturat. De L'infini mathématique 1896, spec. str. 465—467.

**) Zwracamy tu uwagę na to, że z powyższych dwóch twierdzeń, dotyczących mnogości punktów, pierwsze dotyczy samej mnogości (jako całości), drugie zaś poszczególnych punktów. Ażeby to wyraźniej zaznaczyć, możemy w twierdzeniu pierwszem mówić „o mnogo-

Oba te twierdzenia są bezwarunkowo prawdziwe, nie mogą więc oczywiście przeczyć sobie, mimo pewien pozór sprzeczności, jaki wydaje się istnieć między niemi. Zniknie on całkowicie, gdy bliżej w istotę rzeczy wejrzymy.

29. Ażeby to uczynić, należy sobie przedewszystkiem uświadomić, czem jest ta mnogość nieskończona punktów, istniejących (istniejąca) między dwoma punktami linii prostej, krócej: mnogość nieskończona punktów odcinka prostoliniowego. Należy mianowicie zwrócić uwagę na to, że mnogość tych punktów nie tylko zawiera się w danym odcinku, lecz i wyczerpuje go całkowicie. Albowiem, jak wiadomo, nie może istnieć choćby najmniejsza rozciągłość (między dwoma punktami), która byłaby niedostępna dla przekrojów, t. j. dla punktów geometrycznych; punkty więc geometryczne mogą w rozciągłości istnieć wszędzie, innemi słowy, nie może istnieć jakakolwiek rozciągłość, nie rozwiązująca się bez reszty w mnogość punktów (potencyalnych). To zaś znaczy, że mnogość punktów jest identyczna z danym odcinkiem prostoliniowym, i dlatego też właśnie zamiast mówić o tym odcinku mamy prawo mówić i mówimy o mnogości nieskończonej punktów, w odcinku tym istniejących, w nim zawartych, odcinek ten składających — i vice versa. Otóż o tej mnogości punktów, istniejących (istniejącej) w odcinku prostoliniowym, twierdzimy, że istnieje ona aktualnie; to zaś znaczy, że istnieje coś stałego, niezmiennego, co właśnie jest daną mnogością. Owo „coś“ znajdziemy natychmiast,

---

ści nieskończonej punktów, istniejącej między dwoma punktami“ (zamiast o mnogości nieskończonej punktów, istniejących...), w twierdzeniu zaś drugiem o mnogości tej możemy powiedzieć, że nie jest ona „mnogością punktów, z których każdy istnieje aktualnie“.

jeżeli tylko przypomnimy sobie to, cośmy stwierdzili przed chwilą, mianowicie, że mnogość nieskończona punktów, istniejących (istniejąca) w danym odcinku prostoliniowym jest identyczna z samym tym odcinkiem, że więc zamiast mówić: „mnogość punktów, istniejących (istniejąca) w odcinku prostoliniowym, istnieje aktualnie“ możemy powiedzieć wprost: „odcinek prostoliniowy istnieje aktualnie“. Okazuje się tedy, że to, co w danym odcinku jest aktualnego, nie jest to nic innego, jak sam ten właśnie odcinek: on jest tem czemś stałem, niezmiennem, tem, co istnieje in statu essendi, aktualnie. Rezultat tak prosty, tak jasny i zrozumiały, że wydaje się, iż wprost go formułować nie było warto: wszak każdy wie, że rozciągły odcinek prostoliniowy, o ile jest dany, to tem samem istnieje aktualnie, in statu essendi. A jednak to twierdzenie tak oczywiste wprowadza do nauki o nieskończoności niezwykłą wprost jasność, usuwa wszelkie pozory sprzeczności, wszelkie nieporozumienia i kontrowersye.

Przedewszystkiem wobec tożsamości: „prostoliniowy odcinek geometryczny = mnogość nieskończona punktów, istniejących (istniejąca) między dwoma punktami linii prostej geometrycznej“ twierdzenia nasze VI i V z poprzedniego paragrafu przybiorą następującą postać:

1) Prostoliniowy odcinek geometryczny istnieje aktualnie (VI′).

2) Prostoliniowy odcinek geometryczny nie jest mnogością punktów, istniejących (= z których każdy istnieje) aktualnie (V′).

Teraz już wszelki pozór sprzeczności, który wydawał się istnieć między twierdzeniami V i VI, znika bez śladu; teraz jest dla nas rzeczą już zupełnie jasną i przejrzystą, w ja-

ki sposób mnogość punktów, istniejących między dwoma punktami linii prostej, może istnieć aktualnie, chociaż jej elementy aktualnie nie istnieją. Dzieje się to dlatego, że mnogość w mowie będąca nie jest właśnie niczem innem jeno samym odcinkiem prostoliniowym, ciągłym i rozciągłym odcinkiem, ograniczonym owemi dwoma punktami. Oczywiście odcinek taki, dany w przestrzeni, istnieje tam w stanie kompletnym, gotowym, istnieje więc w tem znaczeniu aktualnie. To jednak nie przeczy bynajmniej tej prawdzie, że nie jest on mnogością punktów aktualnych, że więc z poszczególnych punktów się nie składa, że nie jest ich zbiorem, agregatem. Znaczy ta prawda, że odcinek ów istnieje przed punktami, które w nim mogą być aktualizowane, że punkty te więc w nim nie preegzystują, że ciągły odcinek jest ciągły i w tem znaczeniu, że nie składa się z poszczególnych, oddzielnych elementów. Twierdzenia V′ i VI′ nie tylko, jak widzimy, nie przeczą sobie, lecz jedno z nich jest koniecznem dopełnieniem drugiego *).

*) Zwrócić należy przytem uwagę na to, że termin „aktualny“ ma w obydwóch twierdzeniach odmienne znaczenie. Zachodzi to w zależności od tego, że w twierdzeniu pierwszem dotyczy on pierwotnie nie poszczególnego elementu, lecz mnogości elementów, o której twierdzimy, że jest ona czemś jednoznacznie określonem, stałem, gotowem, zamkniętem w sobie, a nie czemś zmiennem, tworzącem się dopiero. W tem właśnie znaczeniu czegoś stałego, określonego (défini) w przeciwstawieniu do zmiennego, nieokreślonego (indéfini) używamy terminu „aktualny“ w twierdzeniu pierwszem, przenosząc jednak jego znaczenie dzięki zastosowaniu tożsamości, o której była wyżej mowa, z mnogości elementów potencyalnych na poszczególny przedmiot, będący tą właśnie mnogością (na odcinek prostoliniowy). Natomiast w twierdzeniu drugiem termin „aktualny“ stosuje się wyłącznie do elementów poszczególnych, a nie do ich mnogości i oznacza „istnienie rzeczywiste“ elementu w przeciwstawieniu do jego „istnienia potencyalnego“, do „możliwości tylko istnienia“. Jest poza tem rzeczą oczywistą, że i sam odcinek prostoliniowy, jako poszczególny przedmiot, może być rozpatrywany jako „aktualny“ w tem również znaczeniu tego terminu.

30. Zapoznajmy się jeszcze bliżej nieco z tym faktem, że pewna aktualna mnogość nieskończona punktów jest czemś z punktów poszczególnych zupełnie się nie składającem, że jest odcinkiem ciągłym i rozciągłym, który sam przez się żadnego punktu aktualnego w sobie nie zawiera. W jaki sposób jednak w takim razie—mógłby kto zapytać—istnieją „wszystkie“ punkty tej mnogości, kiedy ani jeden z nich nawet w odcinku tym nie istnieje aktualnie? Odpowiedź brzmi: wszystkie punkty te istnieją właśnie jako ten odcinek, który jest mnogością tych punktów w znaczeniu ich ogółu, ich całości, ich wszystkości, lecz nie, jak wiemy, w znaczeniu agregatu, czyli zbioru. Ten odcinek prostoliniowy przedstawia ogół, wszystkość punktów, w nim zawartych, z których każdy (dowolny) istnieje jednak tylko potencyalnie, i choć może istnieć rzeczywiście, sam przez się jednak w ten sposób jeszcze nie istnieje. Wszystkie punkty istnieją więc aktualnie (jako odcinek), jeżeli przez „wszystkie“ rozumieć „wszystkie razem“, ich „jednię“, ich „wszystkość“, „ogół“; nie istnieją jednak, jak wiemy, aktualnie, jeżeli przez aktualne istnienie wszystkich punktów pojmować istnienie aktualne „każdego oddzielnie“ punktu.

Musimy przy rozumowaniu nad istotą nieskończoności wystrzegać się stanowczo dwuznaczności, tkwiącej w używanych tu terminach, musimy odróżniać wyraźnie dwa szeregi pojęć, kryjących się pod temi samemi terminami, choć oznaczających rozmaite przedmioty. A więc z jednej strony ter-

miny: „mnogość elementów“, „istnienie aktualne mnogości“, „istnienie aktualne wszystkich elementów mnogości“, „elementy składające daną mnogość“—mogą dotyczyć elementów poszczególnych danej mnogości, elementów aktualnych, istniejących w właściwem tego słowa znaczeniu i wtedy też posiadają znaczenie takie, w jakiem zwykle są używane w życiu potocznem. „Mnogość elementów“ oznacza wtedy zbiór, agregat poszczególnych przedmiotów; „istnienie aktualne mnogości“ lub „istnienie aktualne wszystkich elementów mnogości“ oznacza tem samem już istnienie aktualne każdego oddzielnego, poszczególnego elementu tej mnogości; wyrażenia: „elementy istnieją w mnogości“, „zawierają się w mnogości“, „składają mnogość“ oznaczają wtedy, że elementy istnieją niezależnie od mnogości, i że przez ich agregacyę dopiero powstaje odnośna mnogość. Zupełnie jednak co innego oznaczają te terminy, o ile dotyczą nie elementów aktualnych, lecz potencyalnych, nie istniejących, lecz istnieć tylko mogących. „Mnogość elementów“ jest wtedy tylko systemem elementów, ich ogółem, ich całością. Jej „istnienie aktualne“ lub „istnienie aktualne wszystkich jej elementów“ jest właśnie istnieniem aktualnem tej całości, tej wszystkości, wszystkich elementów razem, lecz zupełnie nie oznacza aktualnego istnienia każdego z nich oddzielnie. To zaś, że „elementy istnieją, zawarte są w pewnej mnogości lub ją składają“ zupełnie nie jest wtedy równoznaczne z tem, że oddzielne elementy rzeczywiście istnieją i tworzą pewną mnogość, że są jej składnikami w zwykłem tego słowa znaczeniu, postulującem aktualne istnienie części składowej. Przeciwnie, wyrażenia te oznaczają wtedy, że mnogość ta, ta całość, istnieje nasamprzód aktualnie, a jej elementy mogą w niej tylko zaistnieć, być zaktualizowane; wyrażenie „elementy

składają daną mnogość“ oznacza wtedy tylko to, że są one elementami tej mnogości, że do niej należą — i nic ponad to *).

31. Do powyższych dystynkcyi — zasadniczych dla filozoficznej teoryi mnogości i choć w niej na ogół znanych, lecz mimo to prawie nie uwzględnianych — prowadzą nieodparcie twierdzenia nasze, dotyczące istoty odcinka prostoliniowego, jako nieskończonej mnogości punktów. Twierdzenia te i związane z niemi odróżnienia powyższe pozwalają zrozumieć i równocześnie usunąć toczące się od tysiącoleci kontrowersye między zwolennikami finityzmu i infinityzmu. Rozumiemy teraz, że prawdę głosili finityści, twierdząc, że nieskończony zbiór punktów poszczególnych nie może istnieć aktualnie, rozumiemy również, iż prawdziwą jest teza infinitystów, że mimo wszystko system nieskończony punktów aktualnie istnieje. Wiemy, że tezy te, pozornie sprzeczne, nie tylko sobie nie przeczą, lecz że wzajemnie się dopełniają. Wiemy poza tem, iż finityści skrajni z powyższego swego prawdziwego twierdzenia zbyt pośpieszny i błędny wyprowadzali wniosek, że linia, nie mogąc składać się z nieskończoności punktów aktualnych, składa się z ich liczby skończonej; wiemy również, że skrajni infinityści niekrytycznie system swój nieskończony często za zbiór uważali i z aktualno-

---

*) Dlatego też lepiej byłoby wogóle nie używać wyrażenia „składanie się mnogości z elementów“, jeżeli chodzi o elementy, istniejące potencyalnie. Podobnie też i termin „zbiór“, „agregat“ nasuwa błędne myśli, jeżeli jest użyty w stosunku do elementów, nie istniejących aktualnie. Bez porównania odpowiedniejszym jest wtedy termin „system“ (Dedekind), który uwydatnia pierwiastek całości i jedności, znamionujący wtedy mnogość.

ści systemu nieskończonego błędnie wnioskowali o aktualności nieskończonego zbioru, o aktualności jego elementów. Rozumiemy teraz źródło tych błędów, polegające na tem, że zarówno jedni, jak i drudzy, przyjmowali z góry założenie, że linia składa się z poszczególnych punktów, że jest mnogością punktów aktualnych, założenie, które okazało się zasadniczo błędne, gdyż sprzeczne z możliwością najprostszego ruchu. Błąd, tkwiący w tem ich wspólnem założeniu, wypaczał każdą z powyższych dwóch tez prawdziwych i dopełniających się wzajemnie, lecz rozdzielonych między dwie różne szkoły, i prowadził, jak widzieliśmy przed chwilą, do dalszych błędów, do tego, że finityści, słusznie nie uznając aktualnego istnienia elementów mnogości nieskończonych, błędnie uznać również nie chcieli aktualności samej mnogości, jako całości, samego nieskończonego systemu punktów potencyalnych; infinityści zaś słuszne uznawanie tej ostatniej aktualności błędnie przenosili na aktualność samych elementów tego systemu.

32. Taki był los powyższych tez prawdziwych w skrajnych systemach finityzmu i infinityzmu. Inaczej jednak rzecz się przedstawia według poglądu umiarkowanych stronników tych kierunków. W poglądzie tym pierwiastki finitystyczne i infinitystyczne łączą się z sobą w jedną całość i przenikają wzajemnie, finityzm bowiem umiarkowany uznaje już istnienie aktualne systemu nieskończonego punktów, infinityzm zaś ze swej strony zgadza się na finitystyczną interpretacyę istoty tego systemu w tym sensie, że przypisuje mu byt tylko czysto pojęciowy, lecz nie realny: system nieskończony punktów istnieje wprawdzie—według tego poglądu—aktualnie, lecz mimo to nie realnie, a tylko idealnie, w czystem pojęciu, ściślej—jako czyste pojęcie.

Rozpatrzmy to bliżej nieco.

Weźmy odcinek prostoliniowy 0—1, to znaczy odcinek linii prostej, zawarty między dwoma punktami, oznaczonemi przez liczby 0 i 1. Formuła $N=\lim_{n=\infty}\left(\frac{\alpha_1}{2}+\frac{\alpha_2}{2^2}+\frac{\alpha_3}{2^3}+\cdots\frac{\alpha_n}{2^n}+\cdots\right)$, gdzie α-y są zerem lub jednostką, określa, jak wiadomo, ogół wszystkich liczb wymiernych i niewymiernych, zawartych między 0 i 1, a więc pośrednio i ogół punktów, odpowiadających tym liczbom, czyli ogół punktów odcinka 0—1. Otóż według poglądu, o którym mówimy teraz, ogół (system) nieskończony tych punktów istnieje wprawdzie jako całość kompletna, istnieje aktualnie, lecz tylko dzięki tej formule i tylko o tyle, o ile istnieje ona, a właściwie jej znaczenie (pojęcie jej odpowiadające). System więc nieskończony punktów 0—1 posiada istnienie czysto pojęciowe, gdyż łącznik, obejmujący je wspólnie i będący właśnie ich całością, ich systemem, jest natury czysto logicznej, idealnej, jest pojęciem, którego wyrazem jest formuła powyższa. Zapomocą tego wzoru możemy zaktualizować (zrealizować) w przestrzeni dowolnie wielką liczbę punktów odcinka 0—1, lecz liczba ta będzie zawsze skończona, nigdy więc—według omawianego poglądu—nie zrealizujemy wszystkich punktów tego odcinka, nie nadamy mu istnienia realnego poza istnieniem idealnem, które posiada on dzięki owej formule syntetycznej.

Zwolennicy tego bardzo rozpowszechnionego poglądu uważają przeto, że zrealizować ogół nieskończony punktów, nadać byt pozapojęciowy pojęciu wszystkich punktów można tylko zapomocą realizacyi (aktualizacyi) każdego punktu oddzielnie. Wobec zaś tego, że wypełnienie takiej realizacyi

w stosunku do nieskończonego systemu punktów jest niemożliwe, dochodzą oni z konieczności do wniosku, że system nieskończony wszystkich punktów, zawartych między 0—1, poza dziedziną czysto pojęciową istnieć nie może, to znaczy, że istnieje tylko pojęcie tego systemu, że natomiast w dziedzinie rozciągłej nie może system ten być zrealizowany, że więc najprostszy nawet utwór geometryczny, odcinek prostoliniowy, bytu rozciągłego nie posiada. W ten sposób rozciągła linia prosta geometryczna, źródło pewników geometrycznych, przedmiot, którym zajmowali się geometrzy w przeciągu dwóch przeszło tysięcy lat, okazuje się nieistniejącym, niemożliwym nawet.

33. Skąd jednak płynie ten paradoks, skąd to zaprzeczenie rozciągłego bytu przedmiotowi, który przedstawiamy sobie właśnie jako rozciągły? Otóż źródło tego tkwi znowu w tem błędnem przypuszczeniu, że linia wogóle, a linia prosta w szczególności składa się z punktów aktualnych, i że aby ją otrzymać, trzeba zaktualizować (zrealizować) wszystkie oddzielne jej punkty. Lecz wiemy, że tak nie jest, wiemy, że linia prosta nie jest zbiorem poszczególnych punktów, że odcinek prostoliniowy zawiera ogół swych punktów (potencyalnych), nie zawierając każdego z nich oddzielnie (aktualnie), że więc realizacya tego odcinka jest zupełnie niezależna od realizacyi oddzielnych jego punktów. Błąd przeto popełniamy zasadniczy, odmawiając bytu rozciągłego odcinkowi prostoliniowemu z tej racyi, że nie możemy zrealizować lub że wogóle istnieć nie mogą w przestrzeni wszystkie jego punkty, „wszystkie“ w znaczeniu: „każdy oddzielnie“; istnieć bowiem będzie ten odcinek jako rozciągły już wtedy, gdy wszystkie jego punkty, jako „wszystkie razem“, jako „całość“, będą stanowiły rozciągłość, a to właśnie zachodzi

w rzeczywistości. „Wszystkie razem“ bowiem jego punkty, ich ogół, ich system—to właśnie nasz odcinek prostoliniowy, dany nam przecież jako utwór rozciągły. I w jakikolwiek byśmy sposób zrealizować chcieli ten odcinek, jedno jest pewne, że nigdy tego nie osiągniemy zapomocą realizacyi jego poszczególnych elementów; to jednak będzie świadczyło nie o tem, że odcinek ten wogóle istnieć nie może realnie, rozciągle, lecz o tej znanej nam prawdzie, że nie składa się on z punktów poszczególnych, aktualnych.

Odrzucając to błędne założenie o składaniu się linii prostej z punktów aktualnych, przywracamy możliwość jej realizacyi, podobnie jak na tej samej drodze dawniej odnaleźliśmy utraconą możliwość ruchu po tej najprostszej z linii. Odcinek linii prostej, będący systemem nieskończonym punktów, z których każdy, aczkolwiek nie istnieje, istnieć jednak może, tylko przy tem błędnem założeniu traci swą właściwą naturę i z utworu ciągłego i rozciągłego, zawierającego w sobie nieskończoność punktów potencyalnych, staje się utworem czysto pojęciowym, pojęciem tej nieskończoności punktów. Te dwa jednak nieskończone systemy są czemś toto genere różnem i, jako takie, muszą być odróżniane od siebie: z jednej strony pojęcie nieskończoności punktów, uzewnętrznione we wzorze analitycznym, z drugiej utwór rozciągły, pojęciu temu i wzorowi odpowiadający.

34. Teraz dopiero we właściwem świetle przedstawia się nam ta okoliczność, że odcinek prostoliniowy, utwór rozciągły i ciągły, jest mnogością nieskończoną punktów. Okazuje się bowiem, że w dziedzinie pozapojęciowej spełnia on tę samę rolę, jaką w dziedzinie pojęciowej odgrywa wzór analityczny, odpowiadający temu utworowi. Podobnie bo-

wiem, jak wzór analityczny $N=\lim_{n=\infty}\left(\frac{\alpha_1}{2}+\frac{\alpha_2}{2^2}+\frac{\alpha_3}{2^3}+\cdots\frac{\alpha_n}{2^n}+\cdots\right)$, gdzie α-y $=0$ lub 1, dzięki znaczeniu swemu obejmuje *pojęciowo* nieskończoną mnogość liczb, zawartych między liczbami 0 i 1 (a pośrednio i nieskończoność odpowiadających im punktów), jest tym łącznikiem, który tworzy z nich jedną całość, jeden system, sam jest właściwie tym systemem, gdyż sam jedynie istnieje aktualnie, kiedy tymczasem poszczególne jego elementy, określone liczby, tylko mogą w ten sposób zaistnieć — tak samo w dziedzinie pozapojęciowej, realnej, utwór rozciągły i ciągły, odcinek prostolinijny 0—1, odpowiednio obejmuje w sobie *realnie* nieskończoną mnogość punktów, zawartych między punktami, którym odpowiadają liczby 0 i 1, jest tym łącznikiem, który tworzy z nich jedną całość, jeden system, sam jest tym systemem, gdyż sam jedynie istnieje aktualnie, kiedy tymczasem poszczególne jego elementy, określone punkty, tylko mogą w ten sposób zaistnieć.

Continuum rozciągłe jest przeto w świecie pozapojęciowym tą jednią, zawierającą w sobie nieskończoność, o której myślą idealiści, że istnieje tylko w świecie czystych pojęć i jest właściwością wyłączną syntetycznej natury myśli naszej.

35. Lecz bądźmy ostrożni i wystrzegajmy się błędu! Łatwo bowiem możemy go popełnić i wpaść w odwrotną krańcowość, niż ta, której bezzasadność wykazaliśmy przed chwilą. Przekonaliśmy się wtedy, że odcinek linii prostej istnieć może nie tylko jako system czysto pojęciowy, wyrażony we wzorze analitycznym, lecz i jako utwór realny, rozciągły; że istnieje nie tylko pojęcie prostoliniowego odcinka geometrycznego *), lecz i sam ten odcinek rozciągły. Oczywiście jest to prawdą nie tylko dla linii prostej, jako osi zmiennej niezależnej, lecz i dla wszelkiej linii prostej, wyrażonej przez odpowiednią funkcyę ciągłą, będącą systemem nieskończonym dwójek liczbowych. Okazuje się tedy, że bezzasadne jest zupełnie i z błędnych płynie przesłanek przypuszczenie, że żadnej funkcyi ciągłej nie odpowiada utwór rozciągły i ciągły, że wszelkie krzywe geometryczne to tylko funkcye ciągłe i nic ponadto. Lecz gdybyśmy teraz na tej zasadzie, że funkcyi n. p. $Ax+By+C=0$ odpowiada linia prosta rozciągła, twierdzić chcieli, że wszelkiej wogóle funkcyi ciągłej odpowiadać może linia rozciągła, to wpadlibyśmy w inną krańcowość, równie błędną, jak poprzednia, która głosiła zupełne nieistnienie rozciągłych odpowiedników funkcyi ciągłych. Okazuje się bowiem—i to właśnie dowieść zamierzamy w rozdziale następnym — że istnieją pewne kategorye funkcyi ciągłych, które mieć nie mogą odpowiedników przestrzennych.

*) Por. tu jednak w kwestyi pojęć utworów rozciągłych uwagę, zawartą niżej w § 62 (początek).

ROZDZIAŁ IV.

Forma pojęciowa a forma rozciągła.

36. Jako przykład grupy funkcyi ciągłych, którym nie mogą odpowiadać krzywe rozciągłe, mogą służyć między innemi funkcye o nieskończenie wielu maximach i minimach w każdym (dowolnie małym) odstępie.

Ażeby dowieść, że odpowiedniki rozciągłe takich funkcyi istnieć nie mogą, innemi słowy, że funkcye takie nie mogą posiadać odpowiedników rozciągłych, przypuśćmy odwrotność tego, a więc, że pewna funkcya o nieskończenie wielu maximach i minimach w każdym odstępie posiada odpowiednik rozciągły, t. j. odpowiadającą jej krzywą geometryczną. Wtedy krzywa ta będzie posiadała w każdym odstępie nieskończenie wiele punktów (x, y), dla których y będzie miało tę samą wartość *). Niech dla pewnego odstępu $(x_1 = m,\ x_2 = n)$ y równa się a $(y = a)$. Jeżeli teraz weźmiemy rozciągłą prostą geometryczną, odpowiadającą wzorowi $y = a$, to prosta ta przetnie naszą krzywą w nieskończenie wielu punktach danego odstępu, dla których $y = a$. Lecz punkty przecięcia dwóch linii rozciągłych są punktami zaktualizowanemi, wyróżnionemi właśnie przez to, że są punktami przecięcia, z pośród innych punktów tej linii, innemi słowy, są punktami, istniejącemi w właściwem tego słowa znaczeniu, aktualnie. A więc na prostej geometrycznej $y = a$ (zarówno jak i na naszej krzywej) otrzymamy w danym odstępie $(x_1 = m,\ x_2 = n)$ nieskończoną mnogość punktów, istniejących aktualnie. Lecz mnogość punktów, istniejących aktualnie między dwoma punktami linii prostej geometrycznej $(x_1 = m,\ y_1 = a$ i $x_2 = n,\ y_2 = a)$, może być tylko skończona (III, § 26). W ten sposób przypuszczenie nasze, że pewna funkcya o nieskończenie wielu maximach i minimach w każdym odstępie posiada odpowiednik rozciągły, t. j. odpowiadającą jej krzywą geometryczną, prowadzi do sprzeczności (z tw. III). A więc:

Żadna funkcya o nieskończenie wielu maximach i minimach w każdym odstępie nie posiada odpowiednika rozciągłego, t. j. odpowiadającej jej krzywej geometrycznej.

37. Taką funkcyą ciągłą o nieskończenie wielu maximach i minimach w każdym odstępie jest między innemi owa słynna funkcya Weierstrassa: $y = \sum_0^\infty b^n \cos a^n x\pi$ (gdzie a i b poddane są pewnym warunkom) — funkcya, nie posiadająca w żadnym „punkcie“ określonej pochodnej. A więc, jak wynika z powyższego dowodu, i tej również funkcyi nie odpowiada krzywa rozciągła *), i nie mamy prawa mówić o roz-

*) W myśl twierdzenia, głoszącego, że wszelka funkcya o nieskończenie wielu maximach i minimach w każdym odstępie przybiera w tym odstępie nieskończenie wiele razy tę samą wartość. Dowód patrz: König. Ueber stetige Functionen, die innerhalb jedes Intervalls extreme Werte besitzen. (Monatshefte für Mathematik und Physik, 1890, Bd. I, Heft 1, 8—10).

*) Musimy wystrzegać się w stosunku do tej funkcyi (i podobnych) pewnego rozpowszechnionego nieporozumienia. Otóż wszyscy wprawdzie przyznają, że odpowiadać jej mająca krzywa nie może być

ciągłej krzywej weierstrassowskiej, nie posiadającej w żadnym punkcie określonej stycznej, albowiem krzywa taka nie istnieje zupełnie i istnieć nie może *).

---

linią ruchu wobec tego, że nie posiada w żadnym punkcie określonej pochodnej, ruch więc po niej nie posiadałby w żadnym punkcie określonego kierunku (co jest niemożliwe), mimo to jednak wielu uważa, że funkcya weierstrassowska posiada odpowiednik rozciągły, albowiem punkty, przez tę funkcyę objęte, tworzyć mają granicę między dwiema częściami płaszczyzny, mają dzielić płaszczyznę na dwie części, jak to właśnie czynią linie rozciągłe (Por. Köpcke. Ueber Differentiirbarkeit und Anschaulichkeit d. stetigen Functionen. Mathem. Annalen, t. 29). Otóż tu właśnie mamy do czynienia z nieporozumieniem. W jakiem bowiem znaczeniu punkty, objęte przez funkcyę powyższą, dzielą płaszczyznę na dwie części? W tem tylko, że dla każdego danego punktu (x, y) tej płaszczyzny, gdzie x i y są descartesowskie współrzędne prostokątne, y jest albo większe, albo równe, albo też mniejsze od $f(x)$, funkcyi Weierstrassa — tak że każdy punkt (x, y) tej płaszczyzny leży na odnośnej rzędnej albo wyżej, albo niżej od odnośnego punktu, objętego przez naszą funkcyę, albo też jest z nim identyczny. Jeżeli więc mamy zaktualizowany (zrealizowany) pewien punkt (x, y) tej funkcyi, to dzieli on swą rzędnę oczywiście na dwie części. I gdyby nieskończoność punktów, objętych przez tę funkcyę, mogła być zrealizowana, wtedy cała płaszczyzna byłaby rzeczywiście podzielona na dwie części. Ale tak właśnie nie jest; linii rozciągłej, odpowiadającej funkcyi Weierstrassa, jak wiemy, niema, i nie mamy prawa własności poszczególnego zrealizowanego punktu, odpowiadającego pewnej funkcyi, przenosić z góry na ogół jej punktów, gdyż ogół ten właśnie niekiedy zrealizowany być nie może.

*) Jeżeli mowa już o funkcyach ciągłych bez pochodnych, to wspomnieć jeszcze należy o tem, że nie istnieją odpowiedniki rozciągłe nie tylko dla takich funkcyi, jak powyższa, która nie posiada określonej pochodnej w żadnym ze swych „punktów“, lecz i dla funkcyi ciągłych, nie posiadających jej w jednym chociażby punkcie. Tak n. p. funkcya ciągła $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ nie posiada odpowiednika rozciągłego w otoczeniu punktu $(0, 0)$, gdyż, o ileby go posiadała, to każda linia prosta z pe

Dosyć jednak przykładów (por. również ostatni odnośnik). Wystarcza zupełnie dowód, przeprowadzony przez nas w poprzednim §-ie dla grupy funkcyi ciągłych o nieskończenie wielu maximach i minimach, ażeby przekonać się, że istnieją takie funkcye ciągłe, którym nie odpowiadają krzywe rozciągłe, że więc prawdą jest, iż:

Nie wszystkie funkcye ciągłe posiadają odpowiedniki rozciągłe, t. j. odpowiadające im krzywe geometryczne (VII).

38. Opierając się na powyższej prawdzie, będziemy mogli głębiej wniknąć w kwestyę stosunku matematycznych utworów czysto pojęciowych do utworów rozciągłych.

---

wnej nieskończoności linii prostych przecinałaby go w otoczeniu tego punktu w nieskończenie wielu punktach aktualnych — co jest niemożliwe według tw. III.

Nie będzie również istniał odpowiednik rozciągły w otoczeniu pewnego punktu funkcyi, nie posiadającej w tym punkcie określonej pochodnej, chociażby była ona nie tylko ciągła w tym punkcie, lecz i w otoczeniu jego stale wzrastała, jak n. p. funkcya: $f(0) = 0$, $f(x) = x \left[1 + \frac{1}{3} \sin (\lg x^2) \right]$ w punkcie $(0, 0)$. Prosta bowiem, n. p. $y = \frac{2}{3} x$, w przecięciu z ową krzywą aktualizowałaby w otoczeniu punktu $(0, 0)$ nieskończoność punktów, objętych wzorem $\operatorname{Sin} \lg x^2 = -1$.

Posiłkując się twierdzeniem o niemożliwości istnienia nieskończoności punktów aktualnych na linii prostej, nie trudno byłoby również dowieść, że wszelka t. zw. krzywa „nie-zwykła“ nie może być krzywą rozciągłą (por. ścisłe pojęcie krzywej „zwykłej“ w wielkiej „Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften 2-gi t. II. A. § 11). A że z drugiej strony wiadomo, że wszelka krzywa „zwykła“ posiadać musi zawsze określoną styczną (dowód patrz: O. Stolz. Grundzüge der Differential- und Integralrechnung I, 1893, str. 35, oraz jego Vorlesungen über allgemeine Arithmetik I, 1885, str. 195), więc z powyższych dwóch twierdzeń wynikałby wniosek, że żadna wogóle „krzywa“ bez stycznych nie może być krzywą rozciągłą, że żadna wogóle funkcya ciągła bez pochodnych nie może posiadać odpowiednika rozciągłego.

Nasamprzód jednak zadamy sobie pytanie: przy jakich założeniach wszelka funkcya ciągła posiadałaby zawsze jako odpowiednik krzywą rozciągłą? Otóż, gdybyśmy przyjęli, że wszelka krzywa rozciągła jest zbiorem nieskończonym punktów aktualnych i że każdy punkt tego zbioru preegzystuje w przestrzeni, a więc nie musi być przez nas dopiero realizowany, wtedy oczywiście wszelka funkcya ciągła, mnogość nieskończona dwójek liczbowych, wskazywałaby pośrednio wszystkie poszczególne punkty, dwójkom tym w pewnym układzie spółrzędnych odpowiadające, a więc wyznaczałaby pewien zbiór nieskończony punktów, funkcyi naszej odpowiadający — wtedy więc istnienie funkcyi ciągłej związane byłoby zawsze z istnieniem odpowiedniej krzywej rozciągłej. Widzimy tedy, że przypuszczenie o składaniu się linii z punktów aktualnych, przy poglądach umiarkowanie finitystycznych prowadzące do negacyi wszelkich krzywych ciągłych a rozciągłych (§ 32), przy poglądach znów skrajnie infinitystycznych doprowadza do wręcz przeciwnego wniosku — do uznania odpowiedników rozciągłych dla wszelkiej funkcyi ciągłej. Wiemy jednak, że przypuszczenie o preegzystencyi w przestrzeni punktów aktualnych, z których mają się składać linie rozciągłe, jest błędne (§ 27). Nie dziw przeto, że doprowadza ono do równie błędnego, jak dowiedliśmy, twierdzenia, głoszącego, iż każdej funkcyi ciągłej odpowiada krzywa rozciągła.

Wszędzie ten sam błąd widzimy, wszędzie mści się ten sam błąd pierworodny, zapoznający prawdziwą naturę utworów rozciągłych, ich ciągłość, jako niezłożoność z części ostatecznych, ich prius ontologiczne w stosunku do mogących w nich dopiero zaistnieć punktów. Krzywa rozciągła to nie zbiór poszczególnych punktów, to ich system, to forma ciągła, w której może być zaktualizowany każdy z punktów, odpowiadający warunkom, wyrażonym w odnośnym wzorze funkcyjnym. Znaczenie tego wzoru obejmuje pośrednio (t. j. za pośrednictwem liczb) wszystkie punkty, czyniące mu zadość; wszystkie punkty te (a bezpośrednio — odpowiadające im dwójki liczbowe) tworzą w funkcyi jedną całość, jeden system, lecz całość ta, ten system to utwory czysto pojęciowe, to forma pojęciowa tylko, to tylko pojęcie, obejmujące wszystkie te punkty, stanowić mające linię. Czy jednak pewnej takiej czysto pojęciowej, idealnej formie odpowiadać będzie forma pozapojęciowa, realna, czy εἶδος rozciągłe będzie mogło się zrealizować równolegle do εἶδος czysto pojęciowego, czy system nieskończony punktów będzie mógł zaistnieć nie tylko jako pojęcie, lecz i jako rozciągłe continuum liniowe—to, jak wiemy, jest właśnie pytanie, które wobec rozmaitych form pojęciowych do rozmaitych prowadzi odpowiedzi. I nie dziwi nas teraz zupełnie, że taka funkcya Weierstrassa lub jej podobne odpowiedników rozciągłych nie mają, że im nie odpowiadają w przestrzeni rozciągłe continua liniowe; raczej niespodziewaną wyda nam się teraz ta okoliczność, że w olbrzymiej ilości przypadków odkrywamy w świecie przestrzennym tę jednię, tę całość, te formy, obejmujące nieskończoność, które uważamy zazwyczaj za wyłączne własności naszej myśli (por. § 34).

39. Czemu to jednak mimo wszystko się dzieje — może kto zapytać — że, przypuściwszy istnienie krzywej rozciągłej, odpowiadać mającej funkcyi ciągłej o nieskończenie wielu maximach i minimach, dochodzimy do sprzeczności z bezwarunkowo prawdziwemi twierdzeniami, gdy tymczasem istnienie funkcyi odnośnej leży całkowicie poza obrębem sprzeczności? W czem tkwi tu moment, który decyduje

o sprzecznej naturze utworu rozciągłego, lecz traci swą siłę, jeżeli chodzi o odpowiednik pojęciowy tego utworu?

Odpowiedź na to pytanie znajdziemy natychmiast, jeżeli przypomnimy sobie tylko, dlaczego to krzywa rozciągła, odpowiadająca funkcyi ciągłej nieskończenie często oscylującej, okazała się utworem sprzecznym (§ 36). Przyczyna tego tkwiła w tem, że pewna prosta przecinała ją w skończonym odstępie w nieskończoności punktów, przyczem każdy z tych punktów, jako utworzony przez przecięcie linii, bypunktem, istniejącym w właściwem tego słowa znaczeniu, istniejącym aktualnie, a istnienie właśnie nieskończoności punktów aktualnych w odcinku prostoliniowym jest niemożliwe. W ten sposób okazuje się, że momentem, decydującym o niemożliwości istnienia w mowie będącej krzywej rozciągłej, jest aktualizacya pewnej nieskończoności poszczególnych elementów, do której prowadziłoby istnienie tej krzywej.

Ażeby znaleźć teraz odpowiedź na drugą część naszego pytania, ażeby zrozumieć, dlaczego moment powyższy traci swą siłę, jeżeli chodzi o odpowiednik pojęciowy w mowie będącej krzywej, należy tylko zwrócić się do odnośnych funkcyi i rozpatrzeć, jak się tam stan rzeczy przedstawia, czy i tam zachodzi aktualizacya nieskończoności poszczególnych elementów. Otóż jeżeli weźmiemy dowolną funkcyę o nieskończenie wielu maximach i minimach w każdym odstępie oraz pewną funkcyę liniową (odpowiednik pojęciowy linii prostej rozciągłej), to zespół powyższy będzie pod omawianym względem posiadał zasadniczo odmienne własności, niż odpowiadający mu zespół rozciągły. Będzie on wprawdzie również posiadał nieskończoność elementów wspólnych, lecz każdy z nich nie będzie właśnie istniał aktualnie. Wszystkie pierwiastki tych równań, ich wspólne elementy, będą

dane w formulę pewnej „wszystkie razem“, lecz nie każdy oddzielnie; każdy oddzielnie z nich jednak zaktualizowany sam przez się nie będzie *).

I na tem właśnie polega różnica zasadnicza aktualnych systemów nieskończonych czysto pojęciowych i rozciągłych. Pewien zespół pierwszych, o ile posiada nieskończoność wspólnych elementów, to posiada je w ten sposób, że istnieją one tylko „wszystkie razem“, objęte pewnym wzorem (por. przykład drugi w odnośniku na str. 52—53), lecz nie „każdy oddzielnie“; natomiast pewien zespół drugich, pewien zespół n. p. linii rozciągłych, o ile posiadać ma wspólne elementy (punkty), to właśnie posiada je aktualnie w ten sposób, że „każdy oddzielnie“ z tych elementów jest zaktualizowany, jako przecięcie linii — i dotyczy to zarówno skończonej, jak i nieskończonej mnogości tych wspólnych elementów. W systemach więc czysto pojęciowych, o ile mają one nieskończoność wspólnych elementów, nieskończoność ta nie istnieje w postaci nieskończoności elementów aktualnych, natomiast w rozciągłych systemach liniowych nieskończoność wspólnych elementów będzie nieskończonością punktów przecięcia linii i, jako taka, musi być nieskończonością elementów poszczególnych, aktualnych.

Tu oto tkwi zasadnicza, a tak oczywista różnica między istotą dziedziny analitycznej, czysto pojęciowej i dziedziny rozciągłej, a jej odkrycie pozwala nam do głębi zrozumieć stosunek tych dwóch dziedzin i ostatecznie zdać sobie spra-

*) Wprawdzie będziemy mogli zapomocą tej formuły zaktualizować z nieskończoności elementów wspólnych ilość dowolną, lecz zawsze będzie to tylko ilość skończona; wszystkie natomiast elementy wspólne poszczególnie zaktualizowane nie będą.

wę z tego, dlaczego pewna funkcya ciągła może nie zawierać sprzeczności, pomimo że jej odpowiednik rozciągły byłby utworem sprzecznym.

* *
*

40. Jeżeli teraz zechcemy raz jeszcze rzucić okiem na stosunek dziedziny czysto pojęciowej do dziedziny rozciągłej i zatrzymamy się dla przykładu na linii prostej, na odcinku prostoliniowym 0—1, to przedstawi się nam widok następujący.

Każdy poszczególny punkt pomyślany, n. p. punkt, istnieć mający na połowie drogi między 0 i 1, może być zrealizowany w dziedzinie rozciągłej; dla pojęcia więc tego punktu może istnieć odpowiednik pozapojęciowy. W ten sposób pojęciu skończonej mnogości punktów odcinka 0—1 odpowiadać może, a ewentualnie i będzie, mnogość poszczególnych punktów, zrealizowanych w tym odcinku.

Jeżeli teraz jednak pomyślimy sobie pewną mnogość nieskończoną punktów tego odcinka, przytem mnogość zwyczajnie nieskończoną, przeliczalną, t. j. mnogość mocy wszystkich liczb naturalnych, n. p. mnogość punktów, objętych wzorem $\frac{1}{10^n}$, gdzie $n = 0, 1, 2, 3 \ldots$ ad infinitum, to pojęciu takiej mnogości nie będzie już odpowiadał żaden przedmiot w przestrzeni. Albowiem mnogość zwyczajnie nieskończona punktów, z których każdy istniałby aktualnie, w odcinku prostoliniowym, jak wiemy, istnieć nie może już jako nieskończona, zbiór więc punktów aktualnych nie będzie w przestrzeni odpowiednikiem pojęcia takiej mnogości. Nie może nim być jednak również żaden odcinek rozciągły,

w którymby wszystkie te punkty, i tylko one, istniały potencyalnie, któryby więc był formą rozciągłą wszystkich tych punktów. Nie może być tym odpowiednikiem odcinek ten dlatego, że jest on, jak wiadomo, mnogością nieskończoną punktów mocy continuum, zawiera więc poza punktami naszej mnogości jeszcze inne punkty. Mnogość więc zwyczajnie nieskończona punktów prostoliniowego odcinka nie może istnieć w przestrzeni ani jako zbiór poszczególnych punktów, ani jako odcinek, nie może więc wogóle istnieć w przestrzeni, istnieć realnie; istnienie jej jest czysto pojęciowe, idealne; istnieje mnogość ta tylko jako czyste pojęcie tych punktów, ich idea.

Jeżeli teraz pójdziemy jeszcze o krok dalej i pomyślimy sobie mnogość wszystkich punktów, istniejących w odcinku 0—1, mnogość, daną n. p. zapomocą wzoru $N = \lim_{n=\infty} \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2^2} + \ldots \frac{\alpha_n}{2^n} + \ldots \right)$, gdzie alfy = 0 lub 1, i będącą, jak wiadomo, mocy continuum, to odpowiednik realny tej nieskończonej mnogości również nie może istnieć, jako zbiór punktów aktualnych, mimo to jednak istnieć on będzie i będzie właśnie odcinkiem rozciągłym 0—1, tem właśnie rozciągłem continuum liniowem, całością, w której nie jest, lecz może być zaktualizowany (zrealizowany) każdy z punktów objętych wzorem powyższym.

Gdybyśmy jednak, opierając się na powyższym przykładzie, przypuścili, że pojęciu każdej mnogości punktów mocy continuum odpowiada utwór rozciągły, to popełnilibyśmy błąd; wiemy bowiem, że istnieją takie mnogości punktów mocy continuum, takie funkcye ciągłe, ktorym nie odpo-

wiadają krzywe rozciągłe (VII, § 37), które więc istnieć mogą tylko jako czyste pojęcia.

Widzimy, jak należy tu postępować ostrożnie, krok za krokiem, jak błędne otrzymalibyśmy rezultaty, kierując się jakąś z góry powziętą myślą o stosunku dziedziny pojęciowej do dziedziny rozciągłej lub niedostatecznie ugruntowanemi analogiami. Gdybyśmy n. p., opierając się na tem, że poszczególnemu punktowi pomyślanemu zawsze odpowiadać może punkt w przestrzeni, i że to samo zachodzi dla każdej skończonej mnogości punktów, przypuścili, że ten sam stosunek zachodzi i dla nieskończonych systemów punktów, a w pierwszym rzędzie systemów zwyczajnie nieskończonych, to otrzymalibyśmy w rezultacie na odcinku prostoliniowym zbiór nieskończony poszczególnych punktów i zaprzeczylibyśmy w ten sposób możliwości ruchu wzdłuż tego odcinka. Gdy zaś, unikając tej złowrogiej konsekwencyi, odrzucamy słusznie możliwość odpowiednika realnego dla systemu zwyczajnie nieskończonego, lecz nie zatrzymujemy się na tem i, idąc bezwładnie a niekrytycznie w tym samym kierunku, zaprzeczamy istnieniu takiego odpowiednika i dla nieskończonych systemów punktów mocy wyższej, mocy continuum, to znów mści się na nas takie zbyt pośpieszne uogólnianie, i znów wpadamy w błąd zasadniczy, w negacyę geometrycznych utworów rozciągłych. Jeżeli jednak i tego błędu nie popełnimy, to strzeżmy się następnego z kolei: pośpiesznego uogólniania zdobytej prawdy o istnieniu odpowiedników rozciągłych dla pewnych mnogości mocy continuum. Gdybyśmy bowiem przypuścili, że wszystkie takie mnogości punktów posiadają odpowiedniki realne, to popełnilibyśmy, jak wiemy, znowu błąd bezsprzeczny.

41. Osiągnięciu prawdy w omawianej kwestyi przeszkadza pozawszystkiem, a może przedewszystkiem, ta okoliczność, że „aktualne istnienie mnogości punktów“ odruchowo wprost uważamy za równoznaczne z „aktualnem istnieniem punktów mnogości“, że wyrażenia te używane są zazwyczaj promiscue, gdyż przez aktualne istnienie mnogości pojmowane jest prawie wyłącznie aktualne istnienie jej elementów. Wtedy, oczywiście, niema ratunku przed błędem: jeżeli uznajemy istnienie aktualne w przestrzeni mnogości nieskończonych mocy continuum, to popełniamy błąd przez to, że przez istnienie to pojmujemy istnienie aktualne wszystkich poszczególnych punktów tej mnogości; jeżeli zaś takie istnienie aktualne nieskończoności punktów poszczególnych odrzucamy, to przy omawianem nieporozumieniu odrzucamy równocześnie również i istnienie aktualne mnogości nieskończonej tych punktów — i znowu popełniamy błąd.

To brzemienne w najbardziej opłakane skutki nieporozumienie ma swą głębszą przyczynę w tem, że przez mnogość (a tem bardziej przez zbiór) przywykliśmy rozumieć w życiu praktycznem coś jednorodnego pod względem swej natury z naturą składających ją elementów, że rozumiemy przez nią tylko skupienie tych elementów i sposób ich istnienia przenosimy natychmiast na istnienie samej mnogości i vice versa. Widzieliśmy jednak, że mnogości nieskończone nie są właśnie takiemi skupieniami, agregatami elementów, że są to systemy, istniejące przed swemi elementami, gdyż elementy te są tylko potencyalne, tylko może każdy z nich zaistnieć aktualnie, lecz w ten sposób nie preegzystuje w systemie, do którego należy. Mówiąc, że system nieskończony elementów istnieje aktualnie, rozumiemy przez to tylko

to, że system ten, jako całość, jest zupełny, że nie tworzy się dopiero, lecz jest gotów, o zawartości stałej, dokładnie określonej. Istnienie aktualne mnogości jest równoznaczne z tem, że jest ona zupełna, dobrze określona (bien défini) w przeciwstawieniu do mnogości w stanie tworzenia się, o zawartości zmiennej, nieograniczonej (indéfini). Istnienie aktualne natomiast elementów mnogości jest równoznaczne wprost z ich istnieniem w właściwem tego słowa znaczeniu w przeciwieństwie do możliwości tylko ich istnienia, czyli do t. zw. istnienia potencyalnego. Rozumiemy teraz, że aktualne istnienie mnogości elementów jest zupełnie niezależne od aktualnego istnienia elementów mnogości, gdyż mnogość (system) może określać nie tylko elementy, które istnieją, lecz również takie, które zaistnieć dopiero mogą.

Jeżeli dalej unikać będziemy uważania wszelkiej wogóle aktualizacyi elementów lub systemów za równoznaczną z ich realizacyą w dziedzinie pozapojęciowej, gdyż aktualizować mogą się wszak elementy i systemy jako czyste tylko pojęcia, to zabezpieczymy się przed dalszemi nieporozumieniami i umożliwimy sobie wniknięcie nie tylko w istotę nieskończoności, lecz i w naturę stosunku, jaki zachodzi między światem czystych pojęć a światem rozciągłym.

W tym celu przedewszystkiem jednak poznać trzeba było konstytucyę utworów rozciągłych. Poznanie to osiągnęliśmy dzięki analizie ruchu i sformułowaniu zasadniczych warunków geometrycznych (geometryczno-ontologicznych) jego możliwości. Okazało się mianowicie, że ruch po linii prostej możliwy jest wtedy tylko, gdy linia ta nie składa się z nieskończoności punktów aktualnych. Mimo wszystko linia ta jest jednak systemem nieskończonym punktów, a że

wszystkie te punkty nie mogą każdy oddzielnie istnieć aktualnie, jest więc ona systemem punktów potencyalnych. Te dwie prawdy: pierwsza, że linia ciągła i rozciągła nie składa się z nieskończoności punktów aktualnych; i druga, że jest ona mimo to systemem nieskończonym punktów możliwych — te dwie prawdy odsłoniły przed nami rąbek tajemnicy ustroju świata rozciągłego i jego stosunku do świata czystych pojęć.

CZĘŚĆ II.

Logika a intuicya.

ROZDZIAŁ V.

Przyczyny przeciwstawiania logiki i intuicyi.

42. Blizko z sobą związane problematy ruchu, przestrzeni i nieskończoności z dawien dawna dostarczały przykładów, mających jakoby niezbicie świadczyć o tem, że w procesie naszego poznania biorą udział dwie siły, dwie władze, znajdujące się z sobą w dysharmonii i przeciwieństwie: rozum i intuicya. Według tego poglądu sądy, dotyczące pewnego przedmiotu, wypadają wręcz odmiennie w zależności od tego, czy są ferowane przez rozum na zasadzie pojęć, jakie ten posiada o odnośnym przedmiocie, a także na zasadzie praw logicznych, rządzących temi pojęciami, czy też oparte są na bezpośredniem przedstawieniu przedmiotu, na takiem przedstawieniu, w którem przedmiot ten dany nam jest w swej własnej jak gdyby postaci, staje przed świadomością naszą w pełni swego bytu. Takie bezpośrednie przedstawienie przedmiotu — a najpospolitszą kategoryę takich przedstawień stanowią spostrzeżenia konkretnych przedmiotów—nosi miano przedstawienia intuicyjnego, krócej intuicyi, w przeciwstawieniu do przedstawienia pojęciowego, krócej pojęcia, w którem przedmiot odnośny jest tylko pomyślany, lecz nie dany nam jak w przedstawieniu

intuicyjnem w bezpośredniej pełni swego bytu *). Otóż według omawianego przez nas teraz poglądu, który zdołał przetrwać od zarania myśli greckiej aż do ostatnich czasów, sądy, oparte na materyale pojęciowym i zasadach logiki, przedstawiają często rzecz w zgoła innem świetle, niż sądy, oparte bezpośrednio na przedstawieniu intuicyjnem przedmiotu; logika więc i intuicya mają być z sobą sprzeczne, mają się zwalczać wzajemnie. Otóż chcemy dowieść na podstawie danych bezwarunkowo pewnych, że przykłady, świadczyć mające o tej dziwnej niezgodzie źródeł naszego poznania, w najmniejszym nawet stopniu nie przemawiają na korzyść tezy, do której poparcia zostały powołane, że, przeciwnie, w świetle tych przykładów logika i intuicya okazują się w najzupełniejszej zgodzie z sobą i harmonii: logika nigdy nie zadaje kłamu intuicyi, intuicya nigdy nie przeczy rezultatom, osiągniętym przez myśl logiczną; zarówno logika jak i intuicya okazują się prawdziwe.

Jeżeli jednak mówimy tu o prawdziwości intuicyi, to zwrócić musimy natychmiast uwagę na następującą kwestyę. Jak widać z powyższego, termin „intuicya“ używany bywa w dwóch przynajmniej znaczeniach; oznaczać on może: 1) przedstawienie intuicyjne i 2) poznanie, na takiem przedstawieniu intuicyjnem oparte, sąd, stwierdzający własności przedmiotu przedstawienia intuicyjnego (termin ten, po trzecie, może oznaczać również „władzę“ wydawania sądów intuicyjnych lub posiadania przedstawień intuicyjnych). Otóż jeżeli mówimy o prawdziwości intuicyi, to dotyczy to tylko intuicyi w znaczeniu drugiem, intuicyi, jako poznania intuicyjnego, t. j. takiego, które odnosi się do przedmiotów, danych w przedstawieniu intuicyjnem. Czy zaś same te przedstawienia intuicyjne, a właściwie przedmioty tych przedstawień, są również „prawdziwe“, t. j. istnieją w świecie transsubjektywnym w tej postaci, w jakiej są nam dane, czy też innej, to dla prawdziwości samego poznania intuicyjnego jest obojętne, gdyż ono za przedmiot swój ma przedmioty takie właśnie, jakie są nam dane bezpośrednio w odnośnem przedstawieniu intuicyjnem, przedmioty więc immanentne, a nie transcendentne. Prawdziwość tego poznania jest bezwzględna, jeżeli tylko stwierdza ono to, co rzeczywiście jest dane w przedstawieniu intuicyjnem, którego dotyczy, i jest zupełnie niezależna od tego, czy samo to przedstawienie posiada walor transcendentny, czy samo jest „bezwzględnie prawdziwe“ w tem znaczeniu, że przedstawia byt bezwzględny, prawdziwie rzeczywisty, a nie tylko fenomenalny. Jak widać z uwag powyższych, należy najstaranniej odróżniać kwestyę prawdziwości poznania intuicyjnego od kwestyi „prawdziwości“ (właściwie: rzeczywistości) przedmiotów przedstawień intuicyjnych, i gdyby tych dwóch tak odmiennych kwestyi z sobą nie mieszano, to napewno dałoby się uniknąć tysiącznych nieporozumień, otaczających problemat intuicyjnego poznania.

Tak się więc rzecz przedstawia, gdy mówimy o prawdziwości intuicyi; wtedy mamy tu na myśli specyalnie prawdziwość poznania intuicyjnego, a nie istniejących przedstawień. Jeżeli jednak mówimy o zgodzie, o nieistnieniu rozdźwięku między intuicyą a logiką, to tutaj pojęcie intuicyi jest szersze i obejmuje nie tylko poznanie intuicyjne, lecz i przedstawienia intuicyjne. Znaczy to, że — jak postaramy się wykazać — poznanie czysto pojęciowe, logiczne, nie tylko

*) Bliżej istotą pojęć i intuicyi zajmuje się Husserl w drugim tomie dzieła swego p. t. „Logische Untersuchungen“ 1900, 1901, passim. Drugie wydanie tego dzieła ukazało się w r. 1913.

nie przeczy odnośnemu poznaniu intuicyjnemu, lecz również nie przeczy nigdy i przedstawieniom, stanowiącym podstawę tego poznania. W jaki jednak sposób — może kto zapytać — poznanie logiczne może wogóle przeczyć przedstawieniom, a specyalnie przedstawieniom intuicyjnym, i co taka sprzeczność między niemi ma oznaczać, na czem ma ona polegać? Otóż polegać ona ma na tem, że poznanie logiczne, na pojęciach przedmiotów oparte, wydobywa jakoby na jaw w poszczególnych przypadkach sprzeczności logiczne, tkwiące w przedmiocie odnośnego przedstawienia intuicyjnego, wykazuje jego niemożliwość wewnętrzną, niemożliwość oczywiście, jako bytu prawdziwie rzeczywistego, nie mogącego już zawierać w sobie sprzeczności logicznych, a nie jako bytu fenomenalnego. Byt natomiast fenomenalny, immanentny, byt otaczającego nas intuicyjnego świata doświadczalnego, okazałby się w ten sposób bytem ułudnym, któremu nie obcą jest sprzeczność wewnętrzna, logiczna. Otóż twierdzimy, że logika okazuje się w najzupełniejszej zgodzie nie tylko z sądami intuicyjnemi, lecz i intuicyjnemi przedstawieniami, że przedmioty przedstawień intuicyjnych, w których chciano odkryć sprzeczności logiczne, sprzeczności żadnych nie wykazują, że więc tem samem upada paradoksalna nauka o sprzeczności wewnętrznej, tkwiącej w otaczającym nas świecie i zmuszającej nas do wybiegania poza ten ułudny i ułomny świat fenomenalny w prawdziwie rzeczywiste regiony doskonałego pod względem logicznym świata absolutu.

Jeżeli teraz zadamy sobie pytanie, w czem tkwi błąd zasadniczy doktryny, przeciwstawiającej logikę intuicyi i jedną z tych funkcyi poznawczych uważającej za źródło prawdy, drugą zaś za przyczynę błędu, to okaże się, że najczęściej

błąd ten zawiera się w błędnych przesłankach, dotyczących natury przedmiotów badanych, a wynikających z nieodróżniania rozmaitych rodzajów istnienia przedmiotów. Jeżeli chodzi o dziedzinę matematyki i nauk pokrewnych, dziedzinę, z której przeważnie czerpała przykłady omawiana przez nas teraz teorya, to zauważyć tu można przynajmniej potrójne nieodróżnianie odmiennych od siebie rodzajów bytu: 1) istnienia pojęciowego, idealnego od realnego wogóle, a specyalnie czysto rozciągłego, 2) istnienia samodzielnego od niesamodzielnego i 3) aktualnego od potencyalnego. Z chwilą, gdy na te oczywiste dystynkcye zostaje zwrócona uwaga, gdy przestajemy utożsamiać to, co jest różne, gdy zdajemy sobie dokładnie sprawę z jakiego rodzaju przedmiotami mamy do czynienia i jakich przedmiotów dotyczą nasze sądy, z chwilą tą znika równocześnie owa paradoksalna teorya o dwóch wrogich sobie władzach poznawczych, gdyż okazuje się, że przykłady, na które się teorya ta powoływała, mogły świadczyć na jej korzyść tylko na skutek błędnego nieodróżniania różnych od siebie przedmiotów. Zanim więc wykażemy zgodność zupełną logiki i intuicyi w interesujących nas tutaj problematach ruchu, przestrzeni i nieskończoności, musimy uprzednio bliżej nieco rozpatrzyć owe odmienne, a często pomimo to nieodróżniane dziedziny bytu, wykazać ich odmienność i związaną z tem odmienność panujących w nich stosunków i praw.

43. Zaczynamy od dziedziny czysto rozciągłej, dziedziny precyzyjnych przedmiotów geometrycznych w odróżnieniu od dziedziny czysto pojęciowej, dziedziny znaczeń. Chodzi mianowicie o oto, że często, aż nazbyt często, można się spotkać ze zdaniem, iż dziedzina precyzyjnych przedmiotów geometrycznych jest dziedziną nierozciągłą, nierealną,

lecz pojęciową, idealną; że dziedziny czysto rozciągłej (t. j. rozciągłej, lecz pozbawionej jakości zmysłowych), a z nią i przedmiotów geometrycznych rozciągłych wogóle niema i być nie może. Otóż nasamprzód trzeba usunąć to nieporozumienie, trzeba przywrócić utworom geometrycznym ich realność, ich charakter rozciągły; trzeba uświadomić sobie, że bytu ich nie wyczerpuje znaczenie pojęć odnośnych, że poza tem istnieją one w sposób zgoła inny, jako przedmioty rozciągłe, składające się z części obok- czy też pozewnątrzległych.

Widzieliśmy w §§ 32 i 33 niniejszej pracy, że linii geometrycznej usiłowano odmówić realności, zaprzeczyć istnienia w dziedzinie rozciągłej na tej zasadzie, że nie sposób zrealizować nieskończoności punktów poszczególnych, mających tę linię składać. Przekonaliśmy się jednak niezbicie (§§ 26 i 29), że geometryczna linia rozciągła z poszczególnych punktów aktualnych składać się nie może, że nie może być zbiorem punktów, istniejących w właściwem tego słowa znaczeniu, chociaż jest systemem nieskończoności punktów, z których każdy istnieć może. Podstawa więc, na której chciano oprzeć niemożliwość istnienia linii geometrycznej, jako utworu rozciągłego, upada, gdyż linia ta nie jest zupełnie zbiorem nieskończonym poszczególnych punktów (aktualnych), który istotnie zrealizować się nie daje.

Lecz nie jest to jedyny błędny argument, który wytaczano przeciwko realności linii geometrycznej. Kwestyę tę otacza poza tem splot nieporozumień, mających swe źródło bądź w błędnem utożsamianiu przedmiotów rozciągłych z przedmiotami zmysłowemi (spostrzeganemi lub wyobrażanemi), bądź w pomieszaniu natury czynnika, określającego własności precyzyjnego utworu geometrycznego, z naturą sa-

mego tego utworu, bądź w nieodróżnianiu rozmaitych znaczeń terminu „idealny“.

Gdyby rzeczywiście było prawdą, że poza liniami spostrzeganemi lub wyobrażanemi żadne inne linie nie mogą być przedmiotami rozciągłemi, wtedy istotnie sprawa rozciągłej, realnej, nie idealnej, nie czysto pojęciowej natury linii geometrycznych byłaby przegrana. Albowiem linie geometryczne są utworami precyzyjnemi, bezwzględnie dokładnemi, posiadającemi pewne własności nie w przybliżeniu, lecz zupełnie dokładnie, a takie utwory nigdy nie mogą nam być w swej precyzyjności dane zapomocą zmysłów, nigdy nie możemy o przedmiocie spostrzeżonym lub wyobrażonym twierdzić, że posiada on pewną własność w całkowitej doskonałości, nigdy n. p. nie możemy stwierdzić, czy linia fizyczna (spostrzeżona) lub linia prosta, którą prowadzimy w wyobraźni, jest linią, posiadającą bezwzględnie prosty kierunek, a więc jest właściwą linią prostą. Poza tem linie geometryczne są utworami jednowymiarowemi i są wolne od jakości zmysłowych (n. p. barwy), gdy tymczasem spostrzegane linie fizyczne lub linie wyobrażane są przedmiotami, w których jeden wymiar (długość) wprawdzie dominuje, lecz nie jest jedyny, przyczem przedmioty te nie są pozbawione cech zmysłowych. Niema przeto kwestyi, że linie spostrzegane lub wyobrażane nie są liniami geometrycznemi, t. j. utworami bezwzględnie dokładnemi, jednowymiarowemi i pozbawionemi jakości zmysłowych. Gdybyśmy więc teraz przypuścili, że tylko linie spostrzegane lub wyobrażane są utworami liniowemi rozciągłemi, to doszlibyśmy natychmiast do wniosku o nierozciągłej, nierealnej naturze linii geometrycznych. Albowiem z twierdzeń:

1) Linie spostrzegane lub wyobrażane nie są liniami geometrycznemi — i

2) Tylko linie spostrzegane lub wyobrażane są liniami rozciągłemi,

wynika natychmiast wniosek:

Linie rozciągłe nie są liniami geometrycznemi — i odwrotnie

Linie geometryczne nie są liniami rozciągłemi.

Ten jednak wniosek, pozbawiający linie geometryczne rozciągłej, realnej natury, jest równie błędny, jak i druga z przesłanek, na których jest oparty. Albowiem nie tylko linie spostrzegane lub wyobrażane są liniami rozciągłemi. Wyobraźmy sobie n. p. linię prostą. Przedmiot tego wyobrażenia będzie utworem rozciągłym, lecz nie będzie pozbawionym barwy, nie będzie utworem jednowymiarowym, nie będzie posiadał zapewnionego bezwzględnie stałego kierunku. Lecz pozbawmy w myśli tę rozciągłą linię wyobrażoną wielowymiarowości, pozbawmy ją jakości zmysłowych, określmy jej kształt precyzyjny, a stanie przed nami przedmiot najzupełniej odpowiadający pojęciu linii prostej geometrycznej. Linii tej nie możemy sobie wprawdzie wyobrazić zmysłowo, lecz mimo to możemy przedstawić ją sobie najdokładniej, opierając się na wyobrażeniu konkretnej linii prostej i wyobrażenie to w myśli idealizując *). I kształt rozciągły otrzymanego w ten sposób przedmiotu tak przedmiotowo staje przed nami, tak przedmiotowo dane są nam w tem przedstawieniu własności tego precyzyjnego, a rozciągłego przedmiotu, że wprost niezrozumiałem wydaje się, w jaki sposób powstać może to utożsamianie utworów rozciągłych z utworami zmysłowemi.

*) Por. K. Twardowski. Wyobrażenia i pojęcia. 1898.

A błąd ten, którego rezultatem jest pozbawienie linii geometrycznych istnienia w przestrzeni rozciągłej, popierany bywa jeszcze przez inne nieporozumienie, zmierzające w tym samym kierunku. Odmawia się mianowicie liniom geometrycznym natury rozciągłej, pozapojęciowej na tej zasadzie, że są to utwory ścisłe, które mogą być dane tylko dzięki prawidłu pojęciowemu. Nieporozumienie to polega na następującem pomieszaniu pojęć. Jeden mianowicie z czynników, określających linię geometryczną, uważa się za wyznaczający jej naturę i utożsamia się w ten sposób linię z prawidłem pojęciowem, które mówi nam wprawdzie, jakie własności ma posiadać i posiada pewna linia geometryczna, lecz bynajmniej przez to nie udziela jej swej natury pojęciowej i nie pozbawia jej charakteru rozciągłego, a tylko normuje go zgodnie z istotą rozciągłości *). Uznanie rozciągłej natury, uznanie kształtu w linii geometrycznej zgadza się najzupełniej z tem, że nie może ona w swej precyzyjności dana nam być zzewnątrz, że jej kształt dokładny nie może być zapomocą zmysłów stwierdzony, lecz musi być ustanowiony. Wszystko to jednak zupełnie nie pozbawia linii geometrycznej jej realnej, pozapojęciowej natury, nie sprzeciwia się jej istnieniu w dziedzinie przestrzennej. Uznać tę oczywistość musi taki nawet wyznawca idealnej natury linii geometrycznych, jakim jest F. Klein, i na pytanie: „czy jest rzeczą możliwą dokładnie oznaczyć stosunek funkcyonalny pomiędzy y i x zapomocą krzywej na płaszczyźnie?“ odpowiada: „zapomo-

*) Jeżeli zaś chce go normować niezgodnie z tą istotą, to wtedy oczywiście udać się to nie może, i mamy wtedy n. p. znane nam już funkcye bez odpowiedników rozciągłych.

cą krzywej, według prawidła utworzonej, zapewne (gewiss), o ile podane jest prawo, które nią włada“ *).

Precyzyjność więc linii geometrycznej, jej idealna doskonałość w niczem nie szkodzi jej rozciągłej, realnej naturze. Jeżeli zaś często mimo to się zdarza, że z precyzyjności linii geometrycznych i wogóle z ich niezmysłowej, niekonkretnej natury wyprowadza się wniosek o ich naturze idealnej, pojęciowej, to w znacznym stopniu błąd ten przypisać należy pomieszaniu rozmaitych znaczeń, w jakich używany bywa termin „idealny“.

Po pierwsze, nazywając przedmiot „idealnym“, rozumieć przez to możemy, że posiada on istnienie tylko pojęciowe, nieintuicyjne (w kantowskiem, węższem tego słowa znaczeniu). W tem znaczeniu przedmiot idealny przeciwstawiamy przedmiotom realnym, jako posiadającym naturę pozapojęciową, intuicyjną, n. p. konkretną lub czysto rozciągłą. Po drugie, przez przedmiot idealny rozumie się często przedmiot, w którego ustanowieniu gra rolę nasza myśl abstrahująca, n. p. przedmiot czysto rozciągły, który wyodrębniamy z konkretnej rzeczywistości przez abstrahowanie od pewnych jej cech, od pewnych jakości zmysłowych. I jeżeli taki przedmiot nazywamy idealnym, to przeciwstawiamy go już nie realnemu przedmiotowi, lecz konkretnemu, zmysłowemu. Po trzecie zaś przez przedmiot idealny rozumieć można przedmiot precyzyjny, posiadający pewną własność w bezwzględnej doskonałości, w przeciwstawieniu do przedmiotów pospolitych, mniej lub więcej od doskonałości tej oddalonych.

Jakie więc z tych trzech znaczeń terminu „idealny“

*) F. Klein. Ueber den Funktionsbegriff und dessen Darstellung durch eine willkürliche Kurve (§ 3). Mathematische Annalen, t. 23.

daje się zastosować do linii geometrycznych? Otóż linia geometryczna jest utworem idealnym w drugiem i trzeciem znaczeniu tego wyrazu, nie jest jednak idealna w jego znaczeniu pierwszem. Jest ona idealna, jako twór niekonkretny, jest idealna, jako twór precyzyjny, lecz nie jest idealna, jako przedmiot rozciągły, istniejący w dziedzinie przestrzennej. I z tą jej realnością, rozciągłością, daną w samem przedstawieniu przedmiotu, a właściwie w samym przedmiocie przedstawienia, najzupełniej jest zgodny jej charakter niekonkretny i precyzyjny, gdyż posiadać naturę pozapojęciową, to zupełnie jeszcze nie znaczy być przedmiotem świata rzeczywistego, przedmiotem konkretnym i zmysłowym. Linia geometryczna posiada naturę pozapojęciową, rozciągłą, mimo to jednak nie jest przedmiotem konkretnym, zmysłowym, istniejącym w świecie fizycznym, lecz jest w pewnym stopniu tworem naszej myśli, która pewne elementy z (wyobrażenia) linii konkretnej usuwa, inne zaś wprowadza i w ten sposób wespół z wyobrażeniem daje przedmiot, który nie jest ani rozciągłością konkretną, ani czystem, nierozciągłem pojęciem, lecz rozciągłością czystą i precyzyjną. Dzięki czynnikom powyższym, dzięki elementom wyobrażeniowym i pojęciowym, biorącym udział w intuicyi geometrycznej, t. j. w bezpośredniem przedstawieniu przedmiotów geometrycznych, przedmioty te stają przed naszą świadomością w istotnej swej naturze, t. j. jako czysto rozciągłe i precyzyjne.

Jeżeli jednak mieszamy znaczenia terminów, jeżeli przedmiot idealny w znaczeniu niekonkretny, nierzeczywisty, utożsamiamy z przedmiotem idealnym, jako nierealnym, czysto pojęciowym, wtedy niema już miejsca na czystą i precyzyjną rozciągłość, i linia geometryczna staje się czystem pojęciem, znaczeniem. Rozciągły przedmiot pojęcia sam przy-

biera wtedy naturę czysto pojęciową, prawidło pojęciowe, wyznaczać mające własności przedmiotu, samo staje się tym przedmiotem, i poza rozciągłością wyobrażoną lub spostrzeżoną niemożliwą się staje żadna inna rozciągłość. Tej jednak metamorfozie rozciągłości czystej w pojęcie czyste, opartej, jak widzieliśmy, na całym splocie nieporozumień, zadaje kłam sam przedmiot, który staje przed naszą świadomością, jako czysto rozciągły, jako coś, co jest zasadniczo różne od odpowiadającego mu czystego pojęcia.

44. Samo jednak odróżnienie dziedziny czysto rozciągłej od czysto pojęciowej, aczkolwiek zasadniczo ważne, nie jest jednak dla celu naszego wystarczające. Należy nie tylko dziedziny te odróżniać, lecz poza tem uświadomić sobie zasadniczą odmienność zachodzących w nich stosunków, ażeby ustrzedz się przed popełnianiem błędu, polegającego na tem, że z istnienia przedmiotu w jednej dziedzinie (czysto pojęciowej) wnioskujemy o istnieniu odpowiednika tego przedmiotu w dziedzinie równoległej (czysto rozciągłej).

Znamy już przykłady, dosadnie charakteryzujące tę odmienność stosunków, panujących w tych równoległych dziedzinach, odmienność, wynikającą z różnej zupełnie ich natury; przykłady takie mamy dane już w każdej parze posiadających wspólne elementy linii geometrycznych, jeżeli zespół tych rozciągłych utworów zestawimy z zespołem odpowiadających im funkcyi, utworów czysto pojęciowych, analitycznych. Wtedy okaże się, że wspólność elementów w utworach dziedziny rozciągłej przejawia się w sposób zupełnie odmienny, niż w utworach analitycznych. W dziedzinie rozciągłej musi być zaktualizowany każdy element wspólny oddzielnie, gdyż każdy taki element jest punktem poszczególnego przecięcia danych utworów rozciągłych; sy-

stem wspólnych elementów aktualizuje się tu z konieczności w postaci oddzielnych, poszczególnych punktów, — jak to stwierdzi każdy, kto wie, co to są przecinające się linie rozciągłe. Inaczej w dziedzinie analitycznej. Tam aktualizować możemy system wspólnych elementów w całości, możemy go zawrzeć w formule analitycznej (por. przykład drugi w odnośniku na str. 52—53), nie wyszczególniając, nie aktualizując poszczególnych jego elementów — coś, co jest sprzeczne całkowicie z naturą przecinających się linii rozciągłych, lecz najzupełniej odpowiada naturze funkcyi, posiadających elementy wspólne. Taka oto elementarna różnica istnieje, jak widzieliśmy, w stosunkach, panujących między dziedziną czysto rozciągłą a dziedziną czysto pojęciową; różnica, która jest przejawem zasadniczej odmienności natury tych dziedzin, tego, że czemś zgoła różnem są systemy ciągłe dwójek liczbowych, istniejące aktualnie tylko w znaczeniu formuły funkcyjnej, od odpowiadających im ciągłych systemów punktów geometrycznych, aktualizujących się w postaci innej zupełnie, w postaci utworów rozciągłych, linii geometrycznych.

Opierając się na tej zasadniczej, a charakterystycznej własności linii rozciągłych, że, przecinając się, tworzą one tem samem system aktualnych elementów (punktów przecięć), oraz na tem, że system nieskończony punktów aktualnych na linii prostej jest niemożliwy (§ 26), dowiedliśmy w § 36, że istnieje cała grupa funkcyi, które nie mogą mieć odpowiedników rozciągłych, gdyż te przecinałyby linię prostą w nieskończoności punktów aktualnych, co jest właśnie niemożliwe. W ten sposób okazało się dowodnie, do jak błędnych rezultatów dochodzimy, jeżeli, nie zwracając uwagi na zasadniczą odmienność dziedziny pojęciowo-analitycznej

i dziedziny rozciągłej, z istnienia funkcyi wnioskujemy o możliwości odpowiedniej krzywej geometrycznej, jeżeli dziedzinę rozciągłą uważamy za równie bogatą w przedmioty, jak i dziedzinę pojęciową. Okazało się dowodnie, że racyonalistyczny pogląd o doskonałej równoległości myśli i rozciągłości jest błędny, że nie wszystko, co jest pojęciowo możliwe, możliwe jest również realnie, jako utwór rozciągły, że więc te dwa szeregi równoległe, pojęciowy i czysto rozciągły, nie są jednakowo zapełnione i rozległe, nie są pod tym względem doskonale równoległe, gdyż w drugim z nich istnieją luki, brak niekiedy odpowiedników dla utworów szeregu pojęciowego, analitycznego.

45. Ażeby do głębi zrozumieć całą odmienność w mowie będących przedmiotów rozciągłych i analitycznych, należy zwrócić jeszcze uwagę na elementy tych przedmiotów, na to mianowicie, że nawet sposób ich istnienia jest zupełnie różny, co oczywiście wynika z odrębnej całkowicie ich natury; w jednym bowiem przypadku mamy do czynienia z punktami geometrycznemi, które są przekrojami (granicami) linii rozciągłych, w drugim przypadku z liczbami, czemś zgoła różnem od jakiegokolwiek przekroju rozciągłości.

Nie mamy tu przytem na myśli tego tylko, że punkty istnieją w dziedzinie rozciągłej, liczby zaś w dziedzinie pojęciowej — poza tem jeszcze w rodzaju ich istnienia zachodzi zasadnicza różnica. Różnica ta polega mianowicie na tem, że poszczególne punkty (zaktualizowane) istnieją niesamodzielnie tylko, liczby natomiast — samodzielnie. Znaczy to, że poszczególny punkt może istnieć tylko jako nieodłączna część (moment) pewnej całości, w której się znajduje, pewnej rozciągłości, w której jest zaktualizowany, że z tej całości, z rozciągłości, nie może być realnie (nie pojęciowo!) wydzielony, nie może n. p. być sam jeden bez swego otoczenia rozciągłego (choćby najmniejszego) przesunięty. I jest to najzupełniej zrozumiałe, gdyż wynika z istoty punktu, z tego, że jest on tylko granicą, tylko przekrojem rozciągłości, a przekrój może wszak istnieć tylko w przedmiocie, którego jest przekrojem. Przekrój, istniejący samodzielnie, niezależnie od tego, co dzieli, przekrój, któryby dał się realnie oddzielić od tego, czego jest przekrojem, byłby to przedmiot, który przeczy właśnie temu, co oznaczamy przez wyraz przekrój w właściwem tego słowa znaczeniu, byłby to przedmiot sprzeczny z sobą. Dlatego też punkt geometryczny, jako przekrój linii rozciągłej, posiada istnienie tylko niesamodzielne, istnieje tylko jako moment nieodłączalny od całości rozciągłej, w której się znajduje. Inaczej jednak zupełnie sprawa się przedstawia, gdy przechodzimy do elementów dziedziny analitycznej, do liczb. Liczba, oznaczająca pewien punkt na linii rozciągłej, jest zupełnie w innym stosunku do systemu analitycznego, w którym się znajduje, niż oznaczany przez nią punkt do systemu rozciągłego, którego jest momentem. Jeżeli idzie o liczbę, to oczywiście mowy niema o tem, by była ona przekrojem w właściwem tego słowa znaczeniu, które przypuszcza istnienie rozciągłej całości, jako czegoś, co jest właśnie przecinane (jeżeli mówimy o przekrojach czasu, to i czas uważamy wtedy za przedmiot, posiadający zasadniczo tę samą naturę, co i rozciągła linia prosta). System analityczny, do którego dana liczba należy, jest .czemś czysto pojęciowem, a jego elementy tem samem nie mogą stanowić przekrojów lub granic w tem oczywiście znaczeniu tych terminów, które stosuje się do dziedziny czysto rozciągłej i oznacza coś, co istnieć może niesamodzielnie tylko. Poszczególne liczby

przeciwnie, jako części obejmującego je systemu, zachowują w stosunku do tego systemu zupełną samodzielność, mogą być z systemu tego dowolnie wyłączane; istnienie liczby poszczególnej (zaktualizowanej) nie jest związane nieodłącznie z istnieniem jej „otoczenia“ liczbowego.

Rozpatrzmy pewien przykład interesujący, który nam zillustruje tę zasadniczą różnicę, zachodzącą pod względem samodzielności istnienia między elementami dziedziny rozciągłej a dziedziny analitycznej, i znów wykaże, jak zawodne bywają wnioski ze stosunków, panujących w dziedzinie pojęciowej, o stosunkach rozciągłej dziedziny. Weźmy nasz odcinek prostoliniowy 0—1. Przedstawia on system punktów, odpowiadających wszystkim liczbom rzeczywistym, zawartym między 0 i 1, włączając te liczby graniczne. System ten liczb można, jak wiemy, wyrazić zapomocą wzoru $N = \lim_{n=\infty} \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2^2} + \frac{\alpha_3}{2^3} + \ldots \frac{\alpha_n}{2^n} + \ldots \right)$, gdzie każda z alf jest zerem lub jednostką. Usuńmy teraz z powyższego systemu liczbowego elementy krańcowe. Nie przedstawia to najmniejszej trudności. Otrzymamy wtedy system liczbowy, wyrażający się wzorem $N = \lim_{n=\infty} \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2^2} + \frac{\alpha_3}{2^3} + \right.$ $\left. + \ldots \frac{\alpha_n}{2^n} + \ldots \right)$, gdzie każda z alf jest zerem lub jednostką, byleby nie wszystkie razem były zerami lub jednostkami. Ten system liczbowy rzeczywiście nie zawiera 0 i 1, liczby te są istotnie z poprzedniego systemu usunięte, w systemie obecnym ich niema, gdyż znaczenie powyższego wzoru je wyklucza, a sam system liczbowy dany jest nam tylko w „znaczeniu“ tego wzoru. Liczby poszczególne nie są, jak widzimy, nieodłączalne od systemu ciągłego, który je obejmuje, istnieją w stosunku do niego samodzielnie.

Przejdźmy teraz do dziedziny rozciągłej, do rozciągłego odpowiednika naszego pełnego systemu i przez usunięcie jego elementów krańcowych, punktów odpowiadających liczbom 0 i 1, starajmy się otrzymać odpowiednik rozciągły naszego zredukowanego systemu liczbowego. Cóż się okaże? Punkty krańcowe, jako istniejące niesamodzielnie, jako nierozerwalnie naskutek swej natury połączone z utworem rozciągłym, który ograniczają lub przecinają, usunąć się realnie z pełnego odcinka nie dadzą, i w ten sposób nie otrzymamy samodzielnie istniejącego odcinka rozciągłego, zawierającego wszystkie punkty pełnego odcinka z wyjątkiem punktów krańcowych. Oddzielić realnie punktów granicznych od odcinka, który one ograniczają, nie można. Ten tylko może marzyć o tem, kto miesza punkty geometryczne z punktami fizycznemi i usunięcie punktu granicznego z odcinka pojmuje jako odsunięcie pewnej minimalnej kuleczki z których składać się ma dany odcinek. Lecz chociaż nie można usunąć rzeczywiście z odcinka naszego jego punktów granicznych, można jednak od nich się oderwać, można od nich abstrahować, i coś w dziedzinie rozciągłej mimo wszystko naszemu pojęciu odpowiadać będzie. Oczywiście będzie to odcinek 0—1 bez punktów krańcowych.

Cała rzecz jednak na tem polega, w jaki sposób istnieć będzie ten odcinek, czy będzie on istniał tak, jak zwykły odcinek prostej linii, czy będzie istniał w stosunku do niej samodzielnie, będzie się mógł n. p. wzdłuż niej przesuwać? Otóż wiemy, że to jest niemożliwe, że punkty graniczne są od niego nieodłączne, że bez nich przesunąć się nie daje. Istnienie więc tego zredukowanego „odcinka“ jest zupełnie odmienne od istnienia odcinka pełnego 0—1; istnieje on niesamodzielnie w przeciwstawieniu do samodzielnego ist-

nienia odcinka pełnego *). Tymczasem analityczne odpowiedniki tych utworów rozciągłych, zupełnie różnych pod względem rodzaju swego istnienia, niczem się pod tym względem od siebie nie różnią, gdyż odnośny system liczbowy zredukowany istnieje, jak widzieliśmy, równie samodzielnie, jak i system liczbowy niezredukowany.

Przekonywamy się znowu, jak z istnienia utworów analitycznych nie można żadnego wyprowadzać wniosku o istnieniu wogóle lub rodzaju istnienia ich odpowiedników rozciągłych, że trzeba tu się liczyć z zasadniczą odmiennością tych dziedzin, wyrażającą się przedewszystkiem w zgoła odmiennym rodzaju istnienia ich elementów. Widzimy przytem, że odróżnienie istnienia liczbowo-analitycznego od istnienia rozciągłego najściślej się łączy z odróżnieniem samodzielnego i niesamodzielnego istnienia elementów.

46. Stosunek, który zachodzi tu między dziedziną rozciągłą a dziedziną analityczno-liczbową, jest zupełnie analogiczny do tego stosunku, który istnieje między światem konkretnym a światem pojęciowym wogóle. Podobnie bowiem jak cechy przedmiotów konkretnych są z sobą zrosłe i realnie nieodłączne od całkowitego przedmiotu, tak samo i tutaj punkty geometryczne są zrosłe i nieodłączne realnie od utworów rozciągłych, w których tkwią; a z drugiej znów strony pojęcia, własnościom przedmiotów konkretnych odpowiadające, i liczby, odpowiadające punktom geometrycznym,

*) Oczywiście i pełny odcinek istnieje tylko względnie samodzielnie, istnieje samodzielnie względnie do odnośnej linii prostej. Sama bowiem ta linia nie jest przedmiotem samodzielnym w stosunku do płaszczyzny, w której się znajduje. Bezwzględnie samodzielnemi przedmiotami w przestrzeni trójwymiarowej będą tylko utwory trójwymiarowe, bryły.

w równym stopniu odznaczają się możnością samodzielnego i oddzielnego istnienia. Cokolwiek bowiem zapomocą pojęć zwykłych lub liczb w przedmiotach realnych, konkretnych lub czysto rozciągłych wyróżnimy, to jako wyróżniające pojęcie lub wyróżniająca liczba staje się elementem nie tylko od innych różnym, lecz i oddzielnym od innych (samodzielnym). W realnych przedmiotach barwa i rozciągłość, choć bez wątpienia przedmioty od siebie różne, są jednakże od siebie i od ciała, w którem tkwią, realnie nieodłączne; pojęcie jednak barwy jest już nie tylko różne od pojęcia rozciągłości, lecz zupełnie od niego oddzielone, posiada w stosunku do pojęcia rozciągłości i w stosunku do pojęcia konkretnego barwno-rozciągłego ciała zupełną samodzielność. To samo właśnie widzimy i w świecie liczb, gdzie liczby poszczególne (zaktualizowane) są nie tylko od siebie różne, lecz i oddzielnie istnieją, gdy tymczasem odpowiadające im w dziedzinie realnej punkty (zaktualizowane), aczkolwiek od siebie różne, są zrosłe z obejmującą je całością i od niej nieodłączne. W dziedzinie liczbowej i wogóle pojęciowej elementy różne są już tem samem oddzielnie, samodzielnie istniejące; natomiast w dziedzinie realnej samodzielnym pojęciom pewnych przedmiotów przedmioty samodzielne odpowiadać, jak widzieliśmy, nie mogą, i, wnioskując z samodzielności istnienia liczb i pojęć zwykłych o samodzielnem istnieniu odpowiadających im w dziedzinie realnej przedmiotów, popełniamy błąd oczywisty i zasadniczy.

47. Przechodzimy z kolei do zasadniczego dla całej naszej pracy odróżnienia istnienia aktualnego od potencyalnego. Później zobaczymy, w jak znacznym stopniu nieodróżnianie tych tak zasadniczo odmiennych rodzajów bytu przyczyniło się do powstania i utrwalenia się poglądu o dysharmonii, panującej między logiką naszą a intuicyą.

Ażeby jednak uniknąć nieporozumień przy odróżnianiu tych dwóch rodzajów „istnienia“, musimy tu raz jeszcze zwrócić uwagę na rzecz następującą. Idzie mianowicie o to, ażeby przez „istnienie potencyalne“ nie rozumieć pod żadnym pozorem pewnego rodzaju istnienia rzeczywistego, różniącego się od istnienia zwykłego, aktualnego tem tylko, że jest ono mniej wyraźne, jak gdyby ukryte. Rzecz się ma inaczej zupełnie: to, co w sposób niefortunny przyjęto nazywać „istnieniem“ potencyalnem, nie jest żadnem, ani jawnem, ani ukrytem istnieniem w właściwem tego słowa znaczeniu, a wyłącznie tylko możliwością istnienia. W pierwszej części dowiedliśmy, że wszystkie punkty linii prostej geometrycznej nie mogą istnieć aktualnie, że „istnieją“ one potencyalnie. Otóż w żaden sposób nie wolno sobie tego w ten sposób przedstawiać, że poszczególne punkty geometryczne mimo wszystko istnieją w linii, której są elementami, istnieją tylko w niej w sposób niewyraźny, jak gdyby są przysłonięte przez całun ciągłości, i że z pod tej zasłony można je wywołać, można je uczynić widocznemi przez ich wyróżnienie, zaktualizowanie. Otóż w takim poglądzie na potencyalność mielibyśmy znowu zawarte wszystkie błędy, wynikające z nieodróżniania wogóle aktualności od potencyalności, gdyż w ten sposób pojęta potencyalność punktów byłaby tylko zamaskowaną aktualnością i prowadziłaby do tych samych paradoksów, co i przyjęcie istnienia w linii prostej punktów aktualnych. W istocie rzeczy w linii prostej wewnątrz pewnego jej odcinka niema bezwzględnie żadnych punktów; punkty tam tylko mogą zaistnieć, mogą być wyznaczone, jako przekroje tego odcinka, i jeżeli mówimy o linii prostej, jako o systemie pewnych punktów, istniejących potencyalnie, to powinniśmy wyłącznie rozumieć przez

to, że każdy z tych punktów jest w tej linii możliwy, jako jej przekrój, i że może wprawdzie być w ten sposób w niej wyznaczony, lecz sam przez się wyznaczony jeszcze nie jest, nie istnieje jeszcze tam rzeczywiście. Trzeba więc pamiętać, że „istnienie potencyalne“ nie jest wogóle żadnem istnieniem, a tylko możliwością istnienia, i dla samej sprawy byłoby bez wątpienia lepiej unikać powyższego, mogącego w błąd wprowadzić, wyrażenia.

Widzieliśmy w poprzedniej części, że pojęcia aktualności i potencyalności przeniesione zostały z elementów na systemy tych elementów, że mówi się nie tylko o elementach potencyalnych i aktualnych, lecz również o aktualnych i potencyalnych mnogościach elementów. W zastosowaniu do mnogości, jako całości, jako ogółu elementów, pojęcia aktualności i potencyalności mają z natury rzeczy inne znaczenie, niż w zastosowaniu do poszczególnych ich elementów. Oznaczają one mianowicie, że mnogość pewna, pewien system istnieje już w stanie kompletnym, gotowym, in statu essendi, względnie że w stanie takim nie istnieje, że tworzy się dopiero, jest in statu fiendi. Otóż jest rzeczą pierwszorzędnej wagi nie tylko odróżniać wogóle aktualność od potencyalności, lecz, gdy chodzi o systemy elementów, baczyć, by nie mieszano — jak to się powszechnie dzieje — aktualności względnie potencyalności mnogości, jako całości, z aktualnością względnie potencyalnością poszczególnych jej elementów. Albowiem, jak wiemy, istnieją systemy, które nigdy nie dadzą się kompletnie zaktualizować przez aktualizacyę wszystkich poszczególnych swych elementów, nigdy więc, innemi słowy, przy tego rodzaju próbie aktualizacyi nie będą in statu essendi, chociaż elementy ich już wyszczególnione istnieć będą aktualnie (n. p. nieograniczony sze-

reg punktów na linii prostej). Z drugiej zaś strony bywają systemy, które jako całości istnieją aktualnie, kompletnie, są in statu essendi, chociaż poszczególne ich elementy są w nich tylko możliwe, tylko mogą zostać zaktualizowane, lecz niemi jeszcze nie są, gdyż całość wyprzedza tu właśnie i warunkuje istnienie aktualne swych elementów (n. p. odcinek prostoliniowy, jako system nieskończony punktów.)

Jeżeli ograniczymy się teraz do rozpatrywania tylko systemów gotowych, systemów in statu essendi, to trzeba będzie odróżniać systemy in statu essendi o elementach potencyalnych i systemy takie o elementach aktualnych, przyczem wiemy już, że nie zawsze system gotowy o elementach potencyalnych daje się zaktualizować również w postaci poszczególnych, aktualnych elementów, innemi słowy, że nie zawsze systemowi aktualnemu o elementach potencyalnych będzie mógł odpowiadać system aktualny o elementach aktualnych. Jest to zawsze możliwe dla systemów skończonych, taki system, taką mnogość możemy zawsze kompletnie przedstawić w postaci poszczególnych, aktualnych elementów; inaczej jednak zupełnie dla systemów nieskończonych. W takich systemach dany aktualnie może nam być tylko system nieskończony, jako całość, a nie jako zbiór poszczególnych elementów. W części pierwszej pracy niniejszej, wychodząc z intuicyi ruchu, stwierdziliśmy poza tem, że system nieskończony punktów poszczególnych (aktualnych) w odcinku rozciągłym nie tylko nie może być nam dany, lecz też i wogóle istnieć nie może; system nieskończony punktów istnieje tylko jako całość w pojęciu pewnej nieskończoności punktów. W ten sposób okazuje się, że dwa szeregi równoległe systemów in statu essendi, jeden w dziedzinie elementów potencyalnych, drugi w dziedzinie aktual-

nych elementów nie są jednakowo bogate, nie są jednakowo rozległe, gdyż w ostatnio wzmiankowanej dziedzinie istnieją luki, brak niekiedy odpowiedników dla odnośnych systemów o elementach potencyalnych. Dziedziny równoległe systemów o elementach potencyalnych i aktualnych znajdują się więc tu w takim samym do siebie stosunku, jak i dziedziny równoległe przedmiotów idealnych i realnych. Popełnilibyśmy jednak błąd zasadniczy, gdybyśmy aktualność mieszali z realnością, potencyalność z idealnością: wszak poza wszystkiem wiemy, że istnieją systemy o elementach aktualnych nie tylko w dziedzinie realnej, lecz i idealnej (n. p. systemy pojęć lub liczb poszczególnych), systemy zaś o elementach potencyalnych nie tylko w dziedzinie idealnej, lecz i realnej (n. p. rozciągły odcinek prostoliniowy, jako system nieskończony punktów potencyalnych) *).

48. Wobec zasadniczej odmienności systemów o elementach potencyalnych i aktualnych jest rzeczą zupełnie naturalną, że stosunki, zachodzące między elementami tych dwóch dziedzin, mogą być zgoła różne, że więc popełniamy błąd, przenosząc bez uprzedniej krytyki prawa, panujące w jednej dziedzinie, na dziedzinę drugą. Błąd taki zachodziłby wtedy n. p., gdybyśmy śród rozmaitych kompletnych szeregów punktów aktualnych (na odcinku prostoliniowym) uznali możliwość istnienia takiego szeregu tych punktów, któryby nie miał ostatniego elementu, lub w którym po pewnym punkcie nie byłoby punktu najbliższego. Taki szereg gotowy punktów aktualnych jest, jak stwierdziliśmy w części

*) Błędne utożsamianie potencyalności z idealnością, wnioskowanie o idealnej naturze systemu na zasadzie potencyalności jego elementów, jest cechą charakterystyczną a często nawet i punktem wyjścia systemów idealistycznych.

pierwszej niniejszej książki, niemożliwy, chociaż jest on najzupełniej możliwy w dziedzinie kompletnych, gotowych systemów o elementach potencyalnych lub systemów o elementach aktualnych, lecz nie gotowych, a będących tylko w trakcie tworzenia się, w trakcie aktualizowania.

Rozpatrzmy n. p. mnogość nieskończoną punktów odcinka prostoliniowego 0 — 1, daną przez wzór $\frac{1}{2^n}$ (gdzie $n = 1, 2, \ldots$ ad inf.). Mnogość ta w postaci poszczególnych, aktualnych punktów, przytem w stanie gotowym, kompletnym, całkowicie odpowiadającym jej pojęciu, wyrażonemu we wzorze powyższym, istnieć w odcinku 0 — 1 nie może, nie może więc istnieć całkowity szereg poszczególnych punktów $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ i t. d. — szereg, nie mający ostatniego elementu, licząc od punktu 1, nie mający innemi słowy punktu najbliżej położonego w stosunku do punktu 0. Jeżeli jednak mieć będziemy na myśli szereg punktów $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ i t. d., nie jako szereg gotowy już, kompletny, istniejący in statu essendi, lecz jako szereg, będący w trakcie stawania się, in statu fiendi, wtedy istotnie żaden zaktualizowany punkt nie będzie ostatnim punktem szeregu, który chcemy zaktualizować w postaci poszczególnych elementów, żaden taki punkt nie będzie również punktem najbliższym punktu 0, gdyż zawsze będziemy mogli zaktualizować dalszy jeszcze punkt tego szeregu, punkt jeszcze bliższy 0, niż poprzedni. Może więc istnieć na danym odcinku prostoliniowym nie mający końca szereg punktów aktualnych, lecz tylko wtedy, gdy mowa o szeregu w trakcie tworzenia się, lecz nie o szeregu gotowym, całkowitym. Mimo wszystko jednak mnogość powyższa punktów może być zaktualizo-

wana i jest zaktualizowana w całości — tylko już nie jako zbiór poszczególnych punktów, lecz jako system dany pojęciowo we wzorze $\frac{1}{2^n}$ (gdzie $n = 1, 2 \ldots$ ad inf.), jako system pojęciowy tylko, jako pojęcie właśnie tej nieskończoności punktów. Mamy tu dane całkowicie wszystkie odnośne punkty, ich nieskończoność, lecz nie każdy oddzielnie, a tylko wszystkie razem, przytem, jak w danym przypadku, wobec nieskończoności przeliczalnej punktów, pojęciowo tylko, nie realnie. W tem pojęciu system powyższy istnieje już in statu essendi, w stanie gotowym, choć nie ma ostatniego elementu. Ale trzeba pamiętać, że gdy mówimy tu o systemie gotowym, to w istocie mamy tu tylko pojęcie tego systemu, a to, że system ten nie ma ostatniego elementu, oznacza zgodnie z tem, że mamy tylko pojęcie takiego systemu bez ostatniego elementu, lecz nie sam system, jako zbiór gotowy poszczególnych, aktualnych elementów.

Otóż jeżeli nie odróżniamy istnienia potencyalnego elementów od aktualnego, jeżeli nie odróżniamy kwestyi aktualności systemu elementów od kwestyi aktualności samych elementów, jeżeli mieszamy aktualizacyę systemu jako całości i jako zbioru poszczególnych elementów, jeżeli nie widzimy różnicy między systemem gotowym a systemem w trakcie tworzenia się dopiero, to nic dziwnego, że zgoła odmienne stosunki, panujące śród tych tak różnych rodzajów przedmiotów, są niekrytycznie przenoszone z jednej dziedziny do drugiej, i że w rezultacie tego możemy otrzymać n. p. zasadniczo błędne twierdzenie o istnieniu na odcinku prostoliniowym nieskończonej mnogości poszczególnych punktów, a więc mnogości poszczególnych punktów bez ostatniego elementu lub też o elementach niekolejnych.

W tem nieodróżnianiu rozmaitych rodzajów istnienia przedmiotów, w tem niezdawaniu sobie sprawy z odmienności zupełnej stosunków, zachodzących w tych różnych, choć równoległych dziedzinach, w tem przenoszeniu przedmiotów z jednej takiej dziedziny do drugiej, choć przedmiot, możliwy w jednej z nich, nie jest już niekiedy możliwy w drugiej, tkwi, jak to zaznaczyliśmy na początku niniejszego rozdziału, najgłębsze źródło błędnej doktryny o dysharmonii między logiką a intuicyą. Postaramy się niżej wykazać, że przy należnem przedmiotom intellektualnem poszanowaniu właściwej im natury wszelki pozór sprzeczności między logiką a intuicyą znika, a w przykładach na korzyść tej doktryny przytaczanych okazuje się ukrytym u podstawy błąd metabazy do innej dziedziny.

ROZDZIAŁ VI.

Zgodność logiki i intuicyi w problemacie nieskończoności.

49. Co do tego, że systemy nieskończone istnieją, wątpliwości być nie może. Takich przykładów, dowodzących ich istnienia, jakie podali nam Bolzano lub Dedekind *), możemy nagromadzić liczbę dowolną, a śród nich najelementarniejszym bez wątpienia będzie system nieskończony liczb naturalnych, dany nam albo zapomocą znanego prawa tworzenia jego elementów przez dołączenie jednostki, albo też zapomocą szeregu warunków (własności), którym czyni zadość **). Systemy nieskończone istnieją w swych definicyach w stanie gotowym, kompletnym, co już specyalnie jest widoczne i nie może nasuwać wątpliwości przy definicyach aksyomatycznych, określających dany system nie zapomocą prawa tworzenia elementów, lecz przez ogół warunków, którym czynić ma zadość. I nic tu nie pomogą wszelkie argumentacye finitystów, którzy nieskończoność chcą uznać tylko pod postacią nieograniczoności, a więc tylko w trakcie nigdy nie mogącego być zakończonym tworzenia się, lecz nie w stanie gotowym, kompletnym, zakończonym. Mimo wszyst-

---

*) Por. Bolzano. Paradoxien des Unendlichen. 1889, str. 14; Dedekind. Was sind und was sollen die Zahlen? 1911, str. 17.

**) Por. Hessenberg. Grundbegriffe der Mengenlehre, 1906, str. 178.

ko istnieją systemy nieskończone in statu essendi, gotowe, kompletne, aktualne.

Jakaż jednak przyczyna tego, że do dziś dnia jeszcze istnieją przeciwnicy nieskończoności, i gdzie tkwi błąd w ich argumentacyi logicznej, zapomocą której chcą wykazać sprzeczność, istnieć mającą w samem pojęciu nieskończoności aktualnej?

Zwróćmy się do takiego n. p. Evellin'a, jednego z najbardziej nieprzejednanych przeciwników tego pojęcia, a zobaczymy, że wadliwość logiczną pojęcia nieskończoności aktualnej, gotowej widzi on w tem, iż zawiera oño jakoby sprzeczne z sobą cechy nieograniczoności i skończoności: nieskończoność ta jest nieograniczona, gdyż zawiera nie dającą się wyczerpać mnogość wyrazów, a mimo to ma być skończoną, gdyż tworzy system zakończony i zamknięty (achevé et clos). W istocie jednak rzeczy nieskończoność aktualna nie może być — według Evellin'a — ani skończoną, ani nieograniczoną. „W jaki sposób ma być skończoną? Wszak przekracza wszelką miarę. W jaki sposób nieograniczoną? Wszak zamyka to, co powinno zawsze pozostawać otwartem". Z powyższej analizy — mówi dalej Evellin — wniosek wynika bardzo prosty: „Wmawiamy sobie, że posiadamy ideę nieskończoności, nie mamy jej jednak; nie mamy jej, i nikt jej nigdy nie miał i mieć nie będzie, albowiem nie ma ona żadnego prawa do egzystencyi. Pojęcie kwadratowego koła jest równie niespójne i równie sprzeczne w swych terminach, jak i pojęcie czegoś nieograniczonego, co się kończy, czegoś nie mogącego być zakończonem, co się uważa za zakończone" *).

*) Evellin. La raison pure et les antinomies. 1907, str. 9.

Bezsprzecznie, gdyby analiza Evellin'a była słuszna, słusznym również byłby oparty na niej wyrok, skazujący pojęcie nieskończoności aktualnej na wieczną banicyę z krainy tworów niesprzecznych. Analiza ta jest jednak błędną, błędną w tym przedewszystkiem punkcie, w którym imputuje nieskończoności aktualnej skończoność na tej zasadzie, że jest ona właśnie aktualna, t. j. zakończona i zamknięta. Lecz pojęcie „zakończony" lub „zamknięty" zupełnie nie jest identyczne z pojęciem „skończony". System pewien jest „zakończony" wtedy, kiedy nie tworzy się, lecz jest gotowy, „in statu essendi"; wtedy również jest on „zamknięty", gdyż co do zawartości swej jednoznacznie określony. Czy jest on wtedy koniecznie skończony, t. j. czy posiada element ostatni, t. j. kwestyą, której w żadnym razie rozstrzygnąć nie może podobieństwo wyrazów „skończony" i „zakończony", lub nawet użycie w obydwóch przypadkach tego samego wyrazu „skończony" w dwóch różnych jednak znaczeniach. Skądinąd jednak wiemy i mamy dość odpowiednich przykładów, że systemy aktualne, zamknięte, określone jednoznacznie w swej zawartości, mogą równie dobrze posiadać zawartość skończoną, jak i nieskończoną. Nieskończoność aktualna nie jest więc skończonością, podobnie jak nie jest z drugiej strony nieograniczonością. Przeciwnie, podobnie jak jest zaprzeczeniem skończoności, jest również najwyraźniejszem zaprzeczeniem i nieograniczoności. albowiem jest właśnie nieskończonością aktualną, in statu essendi, jednoznacznie określoną (zamkniętą), a nie, jak nieograniczoność, nieskończonością w trakcie tworzenia się, in statu fiendi, nieskończonością niegotową jeszcze, niekompletną, niewyznaczoną jednoznacznie co do swych elementów *). Słusznie

*) I takiem też jest pojęcie nieograniczoności u Evellin'a: „sto-

więc Evellin widzi niemożliwość tego, by nieskończoność aktualna była skończonością i nieograniczonością, słusznie ze zdziwieniem pyta, w jaki sposób jest to możliwe, słusznie widzi rozbieżność między temi terminami; niesłusznie jednak pojęcie nieskończoności aktualnej pojmuje w ten właśnie implikujący sprzeczność sposób, kiedy, jak widzieliśmy, nieskończoność nie jest tu właśnie nieograniczonością, a aktualność nie ma tu znów nic ze skończonością wspólnego. Okazuje się tedy, że analiza pojęcia nieskończoności jest u Evellin'a błędną, opartą na pomieszaniu pojęć, że więc również nieuzasadniony jest wynikający z tej analizy wniosek skrajnie finitystyczny o sprzeczności, zawartej w pojęciu nieskończoności aktualnej.

50. Nieskończone systemy aktualne mogą więc istnieć i istnieją, jak mamy tego niezliczone dowody. Lecz oto powstaje teraz kwestya pierwszorzędnej wagi: jakiego rodzaju istnienie systemów aktualnie nieskończonych w tych licznych przykładach jest zadokumentowane, w jaki sposób systemy nieskończone dane są nam w tych przykładach. Stwierdzić tu należy — a nie zaprzeczy temu najskrajniejszy nawet infinitysta — że systemy nieskończone dane nam mogą być tylko zapomocą czegoś, co obejmuje sobą ową mnogość nieskończoną elementów, tylko w postaci pewnej całości (prawie

suje się ono do wszelkiej wielkości, która się zmienia, zwiększając się ciągle lub zmniejszając"; oznacza ono wielkość „zawsze otwartą" (l, c. str. 8). Wobec tego jednak Evellin właśnie nie ma prawa twierdzić, że nieskończoność aktualna jest nieograniczonością dlatego już, że obejmuje nie dającą się wyczerpać mnogość wyrazów. Jeżeli bowiem owa niewyczerpalna mnogość jest in statu essendi — to wtedy jest wprawdzie aktualna, lecz nie jest właśnie zawsze otwarta, nie jest nieograniczona; jeżeli zaś byłaby in statu fiendi, to byłaby wprawdzie nieograniczona, lecz nie byłaby wtedy zamknięta, nie byłaby aktualna.

tworzenia, definicyi), nigdy jednakże w postaci nieskończoności poszczególnych, aktualnych elementów. Takie tylko przykłady przytoczyć możemy, jako dowód istnienia nieskończoności aktualnej, gotowej, in statu essendi, przykłady, w których nigdy nie dana jest nam nieskończoność poszczególnych elementów. Jeżeli więc kto na zasadzie takich przykładów twierdzi nie tylko, że istnieją nieskończone systemy aktualne, lecz również że istnieją nieskończone systemy elementów aktualnych, ten może nieświadomie, lecz mimo to bezsprzecznie popełnia błąd logiczny, czyni skok w inną zgoła dziedzinę, powołuje się na przykłady, które dowodzą raczej czegoś odwrotnego, gdyż w każdym razie stwierdzają, że nieskończoność nam przynajmniej dana nie jest w postaci oddzielnych, aktualnych elementów. Dowolną, lecz zawsze skończoną tylko ilość tych elementów aktualnych z systemu nieskończonego zaktualizować możemy, czy jednak wszystkie elementy tego systemu istnieją niezależnie od nas w postaci elementów aktualnych, to wielka kwestya, której w każdym razie rozstrzygnąć nie można przez proste petitio principii, jak to czyni n. p. Bolzano w swym dowodzie twierdzenia o istnieniu mnogości nieskończonych.

Bierze on mianowicie zdanie pewne *A*, które jest prawdziwe, i wypowiada to w zdaniu „*A* jest prawdziwe", które jest prawdziwe, tak że mamy znów zdanie: „„*A* jest prawdziwe" jest prawdziwe". To zdanie jest prawdziwe, tak że mamy znów dalsze zdanie analogiczne i t. d., i t. d. ad infinitum. I oto w powyższem prawie tworzenia mamy istotnie dany system nieskończony zdań i możemy na zasadzie tego prawa tworzyć, aktualizować coraz to nowe zdania. Lecz to nie wystarcza Bolzano. Twierdzi on nie tylko, że „my cią-

gle nowe zdania odnośne tworzyć możemy“, lecz że „lepiej powiedziawszy, zdania takie same w sobie istnieją, niezależnie od tego, czy je tworzymy, czy nie“ *). Twierdzi więc Bolzano dogmatycznie, że nieskończony system powyższy istnieje nie tylko w tej postaci, w jakiej jest nam dany, w postaci powyższego prawa tworzenia, lecz i w zupełnie innej, mianowicie jako zbiór oddzielnych zdań w liczbie nieskończonej, które w regionach logicznych wiodą byt zupełnie niezależny od nas i od naszego myślenia. Jasne jest zupełnie, że to istnienie aktualne wszystkich poszczególnych elementów systemu nieskończonego jest bezzasadnie i niekrytycznie przez Bolzano z góry postulowane, albowiem z tego, że pewne zdanie *A* jest prawdziwe, zupełnie nie wynika istnienie aktualne zdania, stwierdzającego ten stan rzeczy, czy też mu odpowiadającego, a więc zdania „*A* jest prawdziwe“ i t. d. i t. d. Wielką jest tedy kwestyą, czy „lepiej jest powiedzieć“, czy też zasadniczo gorzej, że poszczególne elementy (w danym przypadku zdania) w liczbie nieskończonej istnieją same w sobie niezależnie od tego, czy je aktualizujemy, że istnieją już same przez się aktualnie, a nie tylko potencyalnie **).

Że istnieją przypadki, w których bezsprzecznie popełniamy błąd, wnioskując o możliwości istnienia systemu nieskończonego o elementach aktualnych z tego, że system ten nam jest wogóle w pewien sposób dany w aktualnej postaci, to stwierdzone zostało przez nas w stosunku do systemu nieskończonego punktów odcinka prostoliniowego. Stwierdziliśmy mianowicie, że mnogość nieskończona punktów tego odcinka nie może istnieć, jako zbiór oddzielnych, aktualnych

*) Bolzano. l. c. str. 14.

**) To nieodróżnianie dostateczne istnienia potencyalnego od aktualnego jest charakterystycznym błędem również i logiki Husserla.

punktów, że „mnogość punktów, istniejących aktualnie między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, może być tylko skończona“ (§ 26). To ostatnie twierdzenie było u nas wnioskiem z dwóch przesłanek: 1) ruch punktu geometrycznego wzdłuż wszelkiej linii prostej jest możliwy i 2) ruch punktu geometrycznego między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, na której istnieją aktualnie punkty pośrednie, jest możliwy wtedy tylko, gdy mnogość tych punktów jest skończona. Jeżeli przez ruch punktu geometrycznego nie będziemy pojmowali samodzielnego ruchu samodzielnie istniejącego punktu (takich punktów geometrycznych bowiem niema), lecz, jak być powinno, ruch punktu, zaktualizowanego n. p. w trójwymiarowem ciele, to możliwość ruchu takiego punktu geometrycznego wzdłuż linii prostej będzie dla nas tak oczywista, jak jest nią możliwość wogóle ruchu ciał w przestrzeni geometrycznej *), a więc będzie oczywista bezwzględnie — i pierwsza przesłanka naszego wniosku okaże się bezwzględnie i bezwarunkowo prawdziwa. Nie mniej prawdziwa jest przesłanka druga. Wynika ona, jak to widać z § 3 naszej pracy, już z pewników 1-go i 2-go, przy dwukrotnem ich zastosowaniu. Co zaś dotyczy tych pewników, to przedstawiają one prawdy tak oczywiste, formułują własności ruchu tak od istoty jego nieodłączne, że implicite są przyjmowane przez najzagorzalszych nawet przeciwników ruchu, n. p. przez Zenona eleatę, który niemożliwość ruchu na tem właśnie opiera, że powyższe niesformułowane wprawdzie przez niego ściśle własności ruchu nie mogą się jakoby przejawić naskutek ustroju, właściwego geometrycznej drodze ruchu. I druga tedy przesłanka naszego wniosku przed-

*) Por. również w tej kwestyi niżej § 59 i odnośnik do tego §-u.

stawia prawdę bezwzględną i bezwarunkową, takim więc jest też i ten wniosek, głoszący niemożliwość nieskończoności punktów aktualnych w odcinku prostoliniowym.

Do wykrycia tej niemożliwości doszliśmy przedewszystkiem przez oparcie się na intuicyi ruchu, przez stwierdzenie jego elementarnej a bezsprzecznej własności, polegającej na tem, że jeżeli ciało w ruchu przebiega pewne etapy aktualne, to etapy te muszą być kolejne (a_1, a_2, a_3 . . . . . i t. d.), nie mogą więc być mnogością, nie posiadającą kolejnych sąsiednich elementów, t. j. taką mnogością, której dwa dowolnie blizkie elementy zawsze mają jeszcze trzeci między sobą. Przedstawiając sobie intuicyjnie ruch dowolnego ciała, stwierdzamy bezwzględnie powyższe własności ruchu (pewniki 1 i 2), stwierdzamy w ten sposób niemożliwość istnienia nieskończoności aktualnych punktów w odcinku prostoliniowym, jako drodze ruchu. Odcinek ten bez wątpienia zawiera w sobie nieskończoność punktów, lecz punkty te okazują się istniejącemi nie aktualnie, lecz potencyalnie tylko. I niema tu oczywiście najmniejszej sprzeczności między intuicyą a logiką czy analizą, albowiem analiza nie twierdzi i nie może twierdzić zupełnie, że punkty odcinka prostoliniowego przedstawiają mnogość nieskończoną poszczególnych, aktualnych elementów, gdyż wogóle filozoficzną kwestyą rodzaju istnienia elementów mnogości zupełnie się nie zajmuje. W jaki sposób elementy te istnieją, o tem powiadomić nas może tylko wniknięcie bezpośrednie, intuicyjne w naturę omawianych przedmiotów, tylko bezpośrednie odwołanie się do nich — i wtedy przekonywamy się, że nieskończoność punktów w odcinku prostoliniowym, jako drodze ruchu, w postaci poszczególnych elementów istnieć nie może.

51. Do tego samego twierdzenia dojść możemy drogą krótszą jeszcze, bez przywoływania na pomoc intuicyi ruchu, a wprost opierając się na przedstawieniu bezpośredniem szeregu aktualnych punktów. Jeżeli jednak posiłkowaliśmy się dotychczas intuicyą ruchu i rozpatrywaliśmy odpowiednio do tego linię prostą, jako drogę ruchu, a nie wprost tylko jako utwór geometryczny, to mieliśmy na względzie tę okoliczność, że prawdy intuicyjne, dotyczące ruchu, znajdują się w tem szczególnem a wyjątkowem śród innych prawd intuicyjnych położeniu, iż nie bywają kwestyonowane przez niekrytycznie myślących analityków, co się tak często zdarza wobec prawd n. p. geometrycznych. Dlatego właśnie, ażeby ustrzedz wywody nasze przed nieporozumieniem i nadać im nawet subjektywnie walor bezwzględny, obraliśmy tę drogę okólną zamiast krótszej, bezpośrednio prowadzącej do celu. Teraz jednakże, gdy rezultat w ten sposób ustanowiony jest już ostatecznie, możemy wykazać, że i intuicya bytu nieruchomego do tych samych wyników prowadzi.

Jeżeli mianowicie mamy przed sobą szereg poszczególnych, w odcinku prostoliniowym aktualnie istniejących punktów, to zdajemy sobie sprawę z bezwzględną pewnością z tego, że punkty te muszą kolejno następować po sobie, że niemożliwe jest, żeby po pewnym punkcie nie było następnego, najbliższego, o ile wszystkie w mowie będące punkty istnieją już aktualnie. Rozumiemy, że nie tylko do istoty ruchu należy to, iż ciało, poruszające się z pewnego punktu wzdłuż odcinka prostoliniowego musi w pewnym momencie natrafić po raz pierwszy na punkt pewien, punkt najbliższy punktowi wyjścia danego ciała, lecz że i niezależnie od wszelkiego ruchu punkt taki, najbliższy danemu punktowi, istnieć musi w szeregu punktów, o ile ten szereg jest gotowym zbiorem

poszczególnych, aktualnych elementów. Mając przed sobą taki gotowy szereg punktów aktualnych odcinka prostoliniowego, stwierdzamy z bezwzględną pewnością, że własność powyższa jest nieodłączna od tego szeregu, że zaprzeczenie tej własności usuwa równocześnie aktualny charakter istnienia wszystkich jego członów. I nie dlatego twierdzimy, iż niekolejny szereg punktów aktualnych istnieć nie może, że my takiego szeregu nie możemy sobie intuicyjnie przedstawić; lecz, odwrotnie — nie możemy go sobie przedstawić intuicyjnie dlatego, że on istnieć nie może, to znaczy: nie możemy połączyć intuicyjnie cech aktualności punktów z ich niekolejnością dlatego, że cechy te przedmiotowo się wykluczają, są incompatibilia. Mamy tu do czynienia nie z ograniczonością podmiotową naszej władzy przedstawiania sobie, lecz z własnościami nieodłącznemi od istoty przedmiotów, z niezłomnemi ich prawami, które nie mogą być przez nas naruszone przedmiotowo, to znaczy nie mogą być naruszone w intuicyjnem przedstawieniu przedmiotów. Tu oto, w przedmiocie, w przedmiocie intuicyi, tkwi źródło skrępowania naszej władzy intuicyjnej, a nie w podmiotowej ograniczoności naszych przedstawień.

A jednak, powiedzą nam, między dwoma punktami linii prostej geometrycznej zawsze wszak istnieje trzeci, między pierwszym i trzecim — czwarty i t. d. do nieskończoności, tak, że niema w tym szeregu żadnego punktu geometrycznego, któryby sąsiadował z punktem pierwszym. Ależ bezsprzecznie! Cała kwestya tylko na tem polega, w jaki to sposób istnieje ów szereg punktów bez elementu najbliższego do pierwszego punktu. Że między dwa punkty aktualne, choćby najbliżej położone, możemy wstawić trzeci, to jest bezsprzecznym pewnikiem intuicyjnym, jak również i to, że proces ten możemy powtarzać nieograniczoną ilość razy.

W ten sposób możemy otrzymywać na danym odcinku prostoliniowym coraz to liczniejszy szereg punktów, punkty coraz to bliższe do punktu pierwszego, nigdy nie otrzymując punktu doń najbliższego. Lecz szereg taki nie jest właśnie szeregiem gotowym; wszystkie jego punkty jeszcze nie istnieją, on tworzy się dopiero, on dąży bezskutecznie do nieskończoności, pozostając zawsze skończonym, on jest tylko nieograniczony, lecz nie nieskończony w ścisłem tego słowa znaczeniu. Nasze jednak poprzednie twierdzenie o koniecznem istnieniu punktów sąsiednich w pewnym ich szeregu dotyczyło właśnie szeregu już gotowego, którego *wszystkie* elementy istnieją już (każdy) aktualnie, lecz nie szeregu in statu fiendi. Ten więc, kto przeciwko temu twierdzeniu powoływaćby się zechciał na pewnik geometryczny o trzecim punkcie między dwoma danemi, złożyłby świadectwo, że nie wie, o czem mówi, że nie odróżnia przedmiotów zgoła od siebie różnych, że nieświadomie przebiega z dziedziny systemów, będących w trakcie tworzenia się, do systemów gotowych. Na takiej oto błędnej podstawie opierałby się tu jego atak na prawdziwość intuicyi, nie mówiąc już o tem, że sam intuicyę przywoływałby tu na pomoc, intuicyę, z której wypływa ów pewnik geometryczny.

Zgoda — mógłby na to odpowiedzieć skrajny infinitysta, nie chcący żadną miarą pogodzić się z nieistnieniem nieskończoności punktów aktualnych — zgoda, że w poprzednim przypadku mieliśmy istotnie do czynienia tylko z tworzącym się, a nie gotowym systemem punktów geometrycznych; lecz dany całkowity odcinek jest już przecież systemem gotowym punktów, systemem aktualnym, a nie tworzącym się dopiero, a mimo to niema wszak w nim punktów sąsiednich. Bez wątpienia; kwestya tylko na tem polega, sy-

stemem jakich punktów jest dany aktualny odcinek, potencyalnych czy aktualnych? Otóż widzieliśmy, że nie mamy żadnych danych do twierdzenia, że odcinek prostoliniowy jest zbiorem punktów aktualnych, wiele zaś mamy danych, przeczących zasadniczo temu twierdzeniu. Jeżeli jednak odcinek prostoliniowy jest systemem punktów potencyalnych tylko, punktów jeszcze nie istniejących, jeżeli tylko w takim systemie mogą istnieć elementy bez sąsiadów bezpośrednich, to nie mamy tu w najmniejszym nawet stopniu instancyi negatywnej w stosunku do omawianego przez nas twierdzenia, które wszak dotyczy tylko systemu (gotowego) o punktach aktualnych i bynajmniej nie głosi, że system taki (posiadający zawsze elementy sąsiednie) może nasycić całkowicie pojemność rozciągłego odcinka, może go adekwatnie wyczerpać. I tutaj znowu zarzut przeciwko bezwarunkowo pewnym danym intuicyjnym polegałby na nieporozumieniu, na błędnem pomieszaniu już nie systemów aktualnych i tworzących się dopiero, lecz aktualnych i potencyalnych elementów, na błędnem niezdawaniu sobie sprawy z tego, że w tych tak różnych dziedzinach i prawa panują inne, że zasadniczo różne przedmioty mają i własności inne zasadniczo.

Rozumiemy teraz, że analiza, dająca nam przykłady gotowych systemów punktów o elementach niekolejnych (n. p. continuum liniowe), w najmniejszym nawet stopniu nie przeczy twierdzeniu intuicyjnemu o nieistnieniu zbiorów punktów niekolejnych w tym przypadku, gdy punkty te istnieją aktualnie, albowiem kwestyą, w jaki sposób istnieć mogą, a w jaki nie mogą elementy tych systemów, analiza zupełnie się nie zajmuje.

Podobnie jak z gotowym szeregiem nieskończonym punktów aktualnych, a niekolejnych, ma się tak samo rzecz

z gotowym szeregiem nieskończonym punktów aktualnych bez ostatniego elementu. I w tym przypadku, najściślej z poprzednim związanym, bezpośrednia statyczna intuicya bez uciekania się do intuicyi ruchu prowadzi nas do znanego już twierdzenia o niemożliwości istnienia takiego szeregu nieskończonego w odcinku prostoliniowym. Zbioru gotowego aktualnych punktów w odcinku prostoliniowym, któryby nie posiadał ostatniego elementu, przedmiotowo, intuicyjnie przedstawić sobie nie można; nie można z gotowem, zupełnem istnieniem takiego zbioru połączyć przedmiotowo braku w nim ostatniego elementu — taki system, składający się z elementów poszczególnych, istotnie byłby niezamknięty, niegotowy, gdyby nie posiadał zamykającego go elementu. To, co jest najzupełniej możliwe przy systemie, danym jako całość, zawiera sprzeczność przedmiotową przy rozdzielnem istnieniu jego elementów.

W ten sposób okazuje się, że intuicya elementów aktualnych potwierdza nie wymagające zresztą zupełnie potwierdzenia dane, których nam dawniej dostarczyła intuicya ruchu, mianowicie, że w odcinku prostoliniowym istnieć może tylko skończona mnogość punktów aktualnych.

52. Gdzie jednak wogóle istnieć będzie nieskończoność elementów aktualnych, jeżeli jej niema w odcinku rozciągłym, którego istotnie żadna ilość skończona punktów geometrycznych wyczerpać nie może, w którym jest więc miejsce na nieskończoność punktów? Otóż nigdzie nieskończoność taka istnieć nie może. Twierdzenie o skończonej naturze mnogości punktów odcinka daje się uogólnić, rozszerzyć nie tylko na wszelką mnogość aktualnych punktów geometrycznych, lecz i na wszelką wogóle mnogość elementów aktualnych. Sąd nasz bowiem intuicyjny o nie-

możliwości nieskończonego zbioru punktów aktualnych w danym odcinku w najmniejszej nawet mierze nie był zależny od jakości elementów danego zbioru, od tego, że były one punktami prostoliniowego odcinka, lecz wyłącznie oparty był na sposobie ich istnienia, na tem, że elementy te istniały aktualnie, i był wyrazem tego, że z tem aktualnem istnieniem elementów zbioru nigdy w parze iść nie może jego nieskończoność w ścisłem tego słowa znaczeniu. Przytem twierdzenie to dotyczy nie tylko zbiorów o aktualnie istniejących elementach realnych, niepojęciowych, lecz również i zbiorów takich o elementach idealnych, n. p. zbiorów pojęć, sądów i liczb. I takie zbiory o elementach aktualnych mogą istnieć tylko w skończonej postaci. Widoczne jest to z tego, że sąd intuicyjny o skończonej naturze systemów o elementach aktualnych opierał się na aktualności wogóle, a nie tylko na realności odnośnych elementów. Zgodnie z tem system n. p. nieskończony wszystkich liczb naturalnych istnieć może tylko w tej postaci, w jakiej jest nam dany, a więc jako prawo tworzenia lub jako system pewników, nie zaś jako zbiór nieskończony poszczególnych liczb, istniejący w jakiejś tajemniczej, niedostępnej dla nas dziedzinie. System liczb naturalnych istnieje rzeczywiście w całości, istnieją wszystkie liczby naturalne; lecz poszczególnie istnieją one tylko potencyalnie, gdyż system ten istnieje aktualnie tylko jako całość, lecz nie w postaci oddzielnych, aktualnych elementów; każdy z jego elementów tylko może zaistnieć aktualnie, lecz sam przez się, sam w sobie w ten sposób nie istnieje.

Jakże to — może kto zapytać — więc po każdej liczbie naturalnej liczba następna tylko być może, a nie musi? Wszak rzecz się zupełnie inaczej przedstawia, wszak istota

szeregu liczb naturalnych na tem właśnie polega, że żadna liczba nie może być w nim ostatnią, że po każdej liczbie dalsza następować musi, a nie tylko może. Jeżeli jednak następować musi, więc i następuje, czyli, innemi słowy, po każdej liczbie naturalnej jest inna liczba naturalna, a nie tylko być może — i cały szereg liczb naturalnych istnieje tedy w postaci poszczególnych, aktualnych, a nie potencyalnych tylko elementów *).

To jednak rozumowanie, które pojęciu nieskończoności chce a priori zapewnić byt od niego różny, które chce zamiast jednego pojęcia systemu nieskończonego liczb naturalnych podsunąć sam ten system w postaci nieskończoności poszczególnych elementów, zawierać musi, jak wszelkie tego rodzaju rozumowanie ontologiczne, błąd u swej podstawy — i rzeczywiście błąd taki zawiera. Co bowiem w istocie rzeczy znaczy, że po każdej liczbie naturalnej liczba inna być musi, a więc i jest tem samem, a nie tylko być może? Oznacza to, że system liczb naturalnych wyznaczony jest przez definicyę w sposób jednoznaczny, że wszelka nieokreśloność jest przez tę definicyę usunięta, że w tem znaczeniu, jako nieokreśloność, wszelka możliwość z systemu tego jest wykluczona, a istnienie liczby następującej po liczbie dowolnej nie jest tu zależne od pewnych zewnętrznych warunków, nie jest tylko możliwe, lecz jest konieczne w myśl samej definicyi systemu. Tak się rzecz ma z wszelkim systemem dobrze określonym, i na tem polega, jak wiemy, aktualny charakter tego systemu (por. § 28) w przeciwstawieniu do charakteru tylko potencyalnego systemu w trakcie tworzenia się, nieokreślonego jednoznacznie pod względem swej zawartości

*) Por. Couturat. De l'infini mathématique, str. 469, 470.

i dopuszczającego w ten sposób rozmaite możliwości. Ktoby chciał jednak wykluczenie możliwości, jako braku zdeterminowania elementów systemu, pojmować tu, jako wykluczenie ich potencyalnego istnienia, jako stwierdzenie więc ich istnienia aktualnego, ten popełniłby błąd logiczny, ten pomieszałby właśnie określoność elementów z ich aktualnem istnieniem, aktualność więc systemu (dobre jego określenie) z aktualnością jego elementów, i w ten sposób uczyniłby niczem nieuprawniony skok z dziedziny pojęcia nieskończoności w dziedzinę nieskończoności poszczególnych pojęć (liczb), wyłudziłby tylko zapomocą błędu, nie zaś wykazał aktualność wszystkich poszczególnych liczb naturalnych.

Przy pomocy logicznych rozumowań nie sposób uzyskać istnienia aktualnego dla elementów systemu nieskończonego, nigdy logika ani analiza tego nie uczyni, choćby już dlatego, że z pojęć nigdy odrębnego od nich bytu wycisnąć nie można. Intuicya nasza natomiast z bezwzględną pewnością stwierdza, że istnienie takie nieskończoności poszczególnych elementów jest wręcz niemożliwe, że sprzeczność przedmiotową w sobie zawiera — i niema tu między nią a logiką najmniejszej, jak widzimy, sprzeczności. Jeżeli jednak sąd nasz intuicyjny, dotyczący nieskończoności poszczególnych elementów, rozszerzymy na nieskończony system wogóle bez względu na sposób istnienia jego elementów i twierdzić będziemy, że system taki wogóle jest niemożliwy, wtedy staniemy w sprzeczności z logiką i analizą, które dają nam liczne przykłady nieskończonych systemów, jako całości. Źródłem tej sprzeczności będzie jednak nie błędność naszej intuicyi, lecz bezzasadne uogólnienie prawdziwego intuicyjnego twierdzenia, popełnione naskutek niezdawania sobie sprawy z możliwości rozmaitych rodzajów

istnienia elementów mnogości, i w istocie rzeczy zajdzie tu sprzeczność nie między twierdzeniem analitycznem a intuicyjnem, lecz między twierdzeniem analitycznem a pseudo-intuicyjnem. Tak samo zupełnie rzecz się będzie miała, gdy z istnienia danych nam przez logikę i analizę aktualnych systemów nieskończonych, jako całości, wnioskować zechcemy o istnieniu systemów nieskończonych o poszczególnych elementach aktualnych. Wtedy staniemy w sprzeczności z twierdzeniem intuicyjnem o niemożliwości takich systemów, lecz winę tej sprzeczności ponosi tu nie logika lub analiza, a tylko nasze nieodróżnianie aktualności systemu od aktualności jego elementów. I znów nie będziemy tu mieli żadnej rzeczywistej dysharmonii między intuicyą a logiką, gdyż twierdzenie sprzeczne z twierdzeniem intuicyjnem będzie tylko pseudo-logiczne, lecz nie ugruntowane istotnie na logice lub analizie.

Z dotychczasowych zarzutów wychodzą czystemi zarówno nasze twierdzenia intuicyjne, zaprzeczające możliwości istnienia systemów nieskończonych w postaci poszczególnych elementów, jak też i pojęcie tych systemów, pojęcie nieskończoności, a sam spór między logiką i intuicyą okazuje się tu prostem nieporozumieniem, wynikającem z nieodróżniania różnych rodzajów bytu.

Lecz oto z innej znów strony podnoszą się głosy przeciwko pojęciu nieskończoności, a równocześnie w odpowiedzi na nie nowe zarzuty przeciwko intuicyjnym twierdzeniom. Zwróćmy się w tę stronę i zobaczmy, czy mogą one wpłynąć na zmianę rezultatów, osiągniętych przez nas dotychczas w tej kwestyi.

53. Przeciwnicy bezwzględni nieskończoności z innej oto strony próbują atakować samo pojęcie nieskończoności.

Opierają się oni na tej własności systemów nieskończonych (ściślej: nadskończonych, pozaskończonych), że w systemach tych, w przeciwieństwie do systemów skończonych, elementy części właściwej i całości mogą być sobie jednojednoznacznie przyporządkowane, to znaczy, że do każdego elementu całkowitego systemu można dobrać jeden element systemu, będącego tylko częścią właściwą poprzedniego, i odwrotnie. Tak więc elementy systemu całkowitego liczb naturalnych 1, 2, 3 . . . . . ad infinitum można w sposób jedno-jednoznaczny (doskonały) przyporządkować elementom części właściwej tego systemu, n. p. liczbom tylko parzystym 2, 4, 6 . . . . ad infinitum, łącząc w pary 1 z 2, 2 z 4, 3 z 6 i t. d. W tej właśnie możliwości jedno-jednoznacznego przyporządkowania elementów całości i części właściwej *), w tej ich, jak mówimy, równoważności lub równej mocy widzą przeciwnicy nieskończonych systemów aktualnych dowód sprzeczności logicznej, zawartej w pojęciu takich systemów.

Oto w jaki sposób przywódca nowoczesnego finityzmu, Renouvier, sprzeczność tę stara się wykazać: „Twierdzę, — mówi on **) — że gdyby całkowity szereg liczb całkowitych dany był aktualnie, to istniałyby dwie liczby równe, z których jedna byłaby większą od drugiej, co przedstawia sprzeczność formalną, in terminis, nazywamy bowiem wielkości równemi wtedy, jeżeli jedna z nich nie jest ani większa,

*) Jeżeli każdy element mnogości A jest elementem mnogości B, lecz nie każdy element mnogości B jest elementem mnogości A, wtedy mnogość A nazywamy częścią właściwą mnogości całkowitej B. Jeżeli zaś każdy element mnogości A jest elementem mnogości B i odwrotnie każdy element mnogości B jest elementem mnogości A, wtedy mówimy, że mnogości A i B są tożsame (że A jest tą samą mnogością, co B).

**) Renouvier. Principes de la Nature, t. I, str. 55.

ani mniejsza od drugiej — takie jest znaczenie wyrazów. Przypuśćmy, że szereg ten jest dany; możemy wtedy utworzyć inny szereg, składający się całkowicie i wyłącznie z drugich potęg elementów pierwszego szeregu, możemy bowiem zawsze wziąć drugą potęgę pewnej liczby. W ten sposób, zgodnie z hipotezą, szereg drugi będzie zawierał liczbę wyrazów równą liczbie wyrazów szeregu pierwszego. Jednakże szereg pierwszy zawiera wszystkie liczby, zarówno drugie potęgi, jak i inne liczby; drugi natomiast zawiera tylko drugie potęgi; pierwszy więc posiada większą liczbę wyrazów, niż drugi, ponieważ, zawierając wszystkie liczby, zawiera tem samem wszystkie drugie potęgi, a poza tem jeszcze i liczby, nie będące drugiemi potęgami. Lecz zgodnie z hipotezą czy konstrukcyą powyższe liczby wyrazów są równe; istnieją więc liczby równe, z których jedna jest większa od drugiej. Lecz wniosek ten jest niedorzecznością. Niedorzecznością więc jest przypuszczenie, że szereg naturalny liczb dany jest aktualnie. $C . b . d . d^{u}$.

Mimo całą pozorną ścisłość powyższego dowodu można jednak w nim i w podobnych mu dowodach wykryć błąd logiczny. Błąd polega tu na użyciu w przesłankach wniosku terminu „liczba“ w dwóch rozmaitych znaczeniach, jest błędem „quaternio terminorum“. Mówiąc bowiem w przesłance drugiej, że „szereg pierwszy (szereg liczb całkowitych) posiada liczbę elementów większą, niż szereg drugi (szereg drugich potęg)“, autor wypowiada to twierdzenie na tej zasadzie, że szereg pierwszy oprócz wszystkich elementów szeregu drugiego zawiera jeszcze inne elementy, w pierwszym szeregu niezawarte; inną więc, bogatszą mianowicie zawartość szeregu pierwszego, większą obfitość w nim elementów nazywa autor większą ich „liczbą“. Tymczasem wykazując

w przesłance pierwszej, że mimo wszystko szeregi te muszą mieć równą liczbę elementów, Renouvier posiłkuje się innem pojęciem liczby, gdyż nie twierdzi już, że liczby te są równe dlatego, że zawartość w mowie będących szeregów jest ta sama (tożsama) — nie jest nią bowiem, — lecz równość liczby elementów w obydwóch szeregach opiera na podstawie zgoła innej, na możności mianowicie jedno-jednoznacznego przyporządkowania tych elementów. W drugiej przesłance wniosku „liczba“ elementów zależy od rezultatu stwierdzenia na zasadzie definicyi systemów, czy elementy w nich są te same („równa liczba“), czy też w jednym z nich istnieją poza wszystkiemi elementami drugiego systemu jeszcze takie, których niema w drugim („większa liczba“ elementów w pierwszym systemie); w pierwszej natomiast przesłance liczba elementów zależy od rezultatu doskonałego przyporządkowania elementów dwóch szeregów — w obydwóch więc przesłankach termin średni, pojęcie liczby, jest różny, żaden więc wniosek z nich nie wynika.

Pojęcie nieskończoności aktualnej i teraz, podobnie jak poprzednio (§ 49), wychodzi zwycięsko z walki o swą niesprzeczność logiczną.

A jednak — powiedzą przeciwnicy tego pojęcia — jeżeli przyjmiemy systemy aktualnie nieskończone, to w rezultacie dojdziemy do niezawodnej sprzeczności, dojdziemy do tego wniosku, że $a + b = a$. Weźmy bowiem pewną mnogość zwyczajnie nieskończoną $M + N$ i jej część właściwą również nieskończoną M; mnogości te są równoważne, czyli posiadają równą (tę samą) moc, co Cantor symbolizuje w sposób następujący:

$$\overline{\overline{M + N}} = \overline{\overline{M}}.$$

Jeżeli teraz przez a oznaczymy moc mnogości nieskończonej M, t. j. $\overline{\overline{M}}$, przez b moc mnogości N, $a + b$ zaś określimy jako moc połączonej mnogości $M + N$, t. j. jako $\overline{\overline{M + N}}$, to powyższa równość przybierze postać:

$$a + b = a.$$

Otóż ta formuła, wyrażająca równość mocy całej mnogości nieskończonej i jej części właściwej, zdradza — według finitystów — sprzeczność logiczną, ukrytą w pojęciu nieskończoności aktualnej. Lecz gdzież tu w istocie rzeczy mamy jakąkolwiek sprzeczność logiczną? dlaczego $a + b$ nie może być równe a, jeżeli $a + b$ nie oznacza tu tego, co zwykle jest przez $a + b$ oznaczane? A tak właśnie rzecz się ma w danym przypadku: $a + b$ przez definicyę nie oznacza nic innego nad moc mnogości $M + N$, t. j. tę jej własność, że może ona być jedno-jednoznacznie przyporządkowana pewnej określonej mnogości (mnogości wszystkich liczb naturalnych), zupełnie zaś nie oznacza tego, że do a jednostek *dołączamy* b jednostek, a mimo to a pozostaje niezmienione; znak $+$ nie posiada tu swego zwykłego arytmetycznego sensu. Gdybyśmy pierwszą część formuły $a + b = a$ pojmować chcieli w ten sposób, że do a jednostek dołącza się b jednostek, wtedy rzeczywiście stanęlibyśmy wobec sprzeczności, gdyż mnogość jednostek $a + b$ nie byłaby wtedy tożsamą z mnogością a *), my jednak uznalibyśmy ją za tożsamą (znak $=$). Lecz z tego tylko jeden wniosek wynika, ten mianowicie, że nie mamy prawa w powyższej formule znaku $+$ komentować przedmiotowo w sensie elementarnej arytmetyki, że nie powinniśmy przez $a + b$ pojmować czegoś innego nad to, co ono przez definicyę

*) Por. definicye w odnośniku na str. 110.

oznacza, a więc moc mnogości połączonej $M + N$, t. j. $\overline{\overline{M + N}}$. W symbolu $M + N$ znak $+$ oznacza już rzeczywiście dołączanie elementów, i mnogość $M + N$ nie może być z tego powodu tożsama z mnogością M, nie przeszkadza to jednak zupełnie, że mnogości te mogą być równoważne, t. j. posiadać równą (tę samą) moc, a więc, że $\overline{\overline{M + N}} = \overline{\overline{M}}$, inaczej, że $a + b = a$.

Formuła więc $a + b = a$, wyrażająca tożsamość mocy całości i części mnogości nieskończonych, w najmniejszym nawet stopniu nie zdradza sprzeczności logicznej, ukrytej w pojęciu tych mnogości, gdyż zupełnie nie przeczy twierdzeniu logicznemu o nietożsamości całości i jej części, wynikającemu już z definicyi części w stosunku jej do całości oraz definicyi tożsamości dwóch mnogości *). Ona głosi jedynie tożsamość *mocy* części i całości w mnogościach nieskończonych, lecz nie tożsamość samych tych mnogości, cząstkowej i całkowitej.

Ależ w takim razie, może kto powiedzieć, moc mnogości nieskończonej nie jest tem, co my przez zwykłą liczbę całkowitą pojmujemy, gdyż pozostawać ona może tą samą wtedy, gdy mnogość, której odpowiada, zmienia się przez dołączenie elementów i n. p. z M przechodzi w $M + N$. Przez

*) Z definicyi tych bowiem wynika, że wtedy tylko dwie mnogości A i B mogłyby być równocześnie w stosunku tożsamości i w stosunku części do całości, gdyby 1) „każdy element mnogości A był elementem mnogości B i odwrotnie, każdy element mnogości B był elementem mnogości A“, równocześnie zaś 2) „każdy element mnogości A był elementem mnogości B, lecz nie każdy element mnogości B był elementem mnogości A“. Zespół jednak tych warunków sprzeczność logiczną zawiera. A więc dwie mnogości A i B, będące do siebie w stosunku części do całości, nigdy nie mogą być tożsame.

liczbę zaś całkowitą pojmujemy coś, co pari passu kroczy za elementami, do których się odnosi, zwiększa się w miarę ich przybywania, zmniejsza się, gdy ubywają; coś, co jest dokładną miarą zawartości mnogości, jej obfitości co do elementów. I ten, kto w ten sposób sprawę przedstawi, będzie miał racyę bezwzględną. Moc (liczba kardynalna) mnogości jest istotnie w stosunku do mnogości nieskończonych czemś różnem od liczby w zwykłem tego słowa pojmowaniu, istotnie nie jest już miarą zawartości mnogości nieskończonej, nie przedstawia ilości jej elementów w zwykłem tego słowa znaczeniu *), gdyż niekoniecznie zmienia się wtedy, gdy elementy te przybywają, gdy mnogość staje się obfitszą, bogatszą w zawartość **). I jeżeli teraz uświadomimy sobie tę zasadniczą różnicę między mocą nadskończoną a zwykłą liczbą (ilością), to usuniemy znaczną dozę paradoksalności z twierdzenia o tożsamości (równości) mocy, odpowiadającej części i całości mnogości nieskończonej.

Z twierdzeniem tem trudno nam się było pogodzić wtedy, gdy przez moc (liczbę kardynalną) pojmowaliśmy liczbę zwykłą, będącą miarą zawartości mnogości, jej bogactwa

*) Dlatego też słusznie czyni Dedekind, ograniczając pojęcie ilości (Anzahl) wyłącznie do systemów skończonych (Was sind und was sollen die Zahlen? § 161).

**) Cantor, twórca teoryi mnogości, kładzie słuszny nacisk na różnicę mocy mnogości i jej zawartości (Entität, Realität), dążąc jednak do uogólnienia liczb skończonych przez pojęcie mocy, traci z oczu zasadniczą różnicę między liczbą skończoną a mocą mnogości nieskończonych, polegającą na tem, że liczba skończona idzie jednak pari passu za zawartoscią mnogości (chociaż nie jest tą zawartością), moc zaś nieskończona tego właśnie nie czyni. (Por. Cantor. Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten. Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik, tom 91, 1887 r.)

co do elementów. Wtedy bowiem istotnie, w jaki sposób część i całość mnogości jakiejkolwiek, wszystko jedno skończonej czy nieskończonej, może posiadać tę samą moc, tę samą miarę zawartości, gdy zawartości te jednak są różne? Teraz jednakże, gdy zdajemy sobie sprawę z tego, że moc mnogości nieskończonej nie jest miarą jej zawartości, nie jest więc tem, czem jest zwykła liczba, znika poważny motyw, przeszkadzający nam przypisać części i całości tę samą liczbę kardynalną, tę samą moc. Teraz również do głębi rozumiemy błąd zawarty w renouvierowskim dowodzie sprzeczności logicznej, tkwić mającej w pojęciu aktualnych systemów nieskończonych: Renouvier dlatego dochodzi do wniosku, że część i całość mnogości nieskończonych posiadają równocześnie tę samą i nie tę samą liczbę elementów, że tę samą moc, która cechuje część i całość mnogości nieskończonej, błędnie uważa za liczbę w zwykłem tego słowa znaczeniu, która jak cień kroczy za zawartością mnogości i z tego powodu dla całości zawsze musiałaby być większa, niż dla części. Z chwilą, gdy uświadamiamy sobie odrębność natury mocy i liczby zwykłej, jako miary zawartości, z chwilą, gdy przestajemy mieszać te dwa pojęcia, quaternio terminorum w dowodzie Renouviera staje się oczywiste, i bezsprzeczność pojęcia nieskończoności aktualnej zostaje zabezpieczona od ataków, również i z tej strony prowadzonych.

54. Mimo wszystko jednak, mimo uświadomienie sobie dokładne pojęcia mocy, mimo to, że równość mocy części i całości mnogości nieskończonych oznacza tylko możliwość jedno-jednoznacznego przyporządkowania ich elementów, lecz nie świadczy zupełnie o ich jednakowej obfitości — mimo wszystko jednak coś paradoksalnego pozostaje w tym fakcie, że część i całość w mnogościach nieskończonych tę samą

moc mogą posiadać, t. j. że dwie mnogości nie jednakowo bogate pod względem swej zawartości mogą być jednak w przypadku nieskończoności elementów przyporządkowane sobie jedno-jednoznacznie. Wciąż nie możemy pogodzić się z tym faktem, że ten nadmiar elementów, istniejący w całości w porównaniu z jej częścią właściwą, znika tu w jakiś sposób tajemniczy, gdyż do każdego elementu całości udaje się nam zawsze dobrać jedno-jednoznacznie element mniej bogatej w przedmioty części tej całości.

Powiedzą nam: wydaje się to niezrozumiałem dlatego, że przyzwyczajeni jesteśmy do mnogości skończonych, posiadających zawsze ostatni element, mnogości, w których część i całość nigdy nie mogą być sobie jedno-jednoznacznie przyporządkowane, i to nasze przyzwyczajenie przeszkadza nam teraz pogodzić się z niezaprzeczonym faktem, że w mnogościach nieskończonych, w mnogościach, nie posiadających ostatniego elementu, takie przyporządkowanie jest możliwe. Źródło przypuszczalne ułudy zostaje wskazane, ułuda jednak nie pryska: i w stosunku do mnogości nieskończonych, mimo że zwracamy specyalną uwagę na ich odrębność od skończonych mnogości, wciąż nie możemy pogodzić się z tym faktem, że nadmiar elementów całości w porównaniu z jej częścią nie uwydatnia się tam, gdzie się uwydatnić mimo wszystko powinien, mianowicie przy jedno-jednoznacznem przyporządkowaniu elementów tych dwóch mnogości. Gdzież więc tkwi istotne źródło tego naszego oporu, i czy opór ten ma przedmiotowe ugruntowanie? Na to pytanie postaramy się teraz dać odpowiedź.

Nie możemy się żadną miarą pogodzić z jedno-jednoznaczną odpowiedniością jakiejkolwiek, wszystko jedno skończonej czy nieskończonej całości i jej części, składających

się z poszczególnych, aktualnych elementów, gdyż bogatszy, obfitszy skład całości jest tu rzeczywiście większy od składu części, i wszelkiej całości, składającej się z aktualnych elementów, przynależy w stosunku do jej części ta własność, którą posiada w świecie aktualnych elementów przedmiot, oznaczany przez wyraz „większy“ (= bogatszy co do zawartości aktualnych elementów). Równocześnie jednak całość mnogości nieskończonej elementów aktualnych okazałaby się nie większą od swej części (równą jej), przyczem zaprzeczona jej cecha „większości“ byłaby znów cechą tegoż przedmiotu, który w świecie aktualnych elementów oznaczany jest przez wyraz „większy“ (= wykazujący resztę po dokonaniu jedno-jednoznacznego przyporządkowania jego elementów i elementów porównywanego z nim przedmiotu). I choć wyraz „większy“ w obydwóch przypadkach posiada rozmaite znaczenie, współoznacza rozmaitą treść (1-o bogatszy co do zawartości aktualnych przedmiotów, 2-o wykazujący resztę po dokonaniu jedno-jednoznacznego przyporządkowania), jednakże oznacza on i tu i tam ten sam przedmiot, ten przedmiot właśnie, który posiada daną nam intuicyjnie „większość“ elementów aktualnych, będącą równocześnie i większem bogactwem zawartości aktualnych przedmiotów i ową resztą, która uwidocznić się musi przy jedno-jednoznacznem przyporządkowaniu. I oto dlatego, że w mnogościach nieskończonych o elementach aktualnych te dwie nieodłączne cechy tego, co oznaczamy przez wyraz „większy“, musiałyby być rozerwane, odłączone od siebie, i całość byłaby tam bogatsza tylko od swej części pod względem zawartości elementów aktualnych, lecz mimo to nie wykazywałaby już tego nadmiaru przy jedno-jednoznacznem przyporządkowaniu jej elementów i elementów tej części — oto

dlatego, oparci na intuicyjnem przedstawieniu „większej mnogości o elementach aktualnych“, nie możemy się pogodzić z istnieniem mnogości nieskończonych, składających się z aktualnych elementów. Mnogości takie zawierałyby bowiem sprzeczność przedmiotową, rozerwane byłoby w nich to, co jako nierozerwalne dane jest nam w przedmiocie. Sprzeczności logicznej niema tu jednak, gdyż z tego, że mnogość pewna o elementach aktualnych jest „bogatsza w zawartość“ od innej mnogości, nie można na drodze analityczno-logicznej wydedukować, że musi ona również „wykazywać resztę po dokonaniu odpowiedniego jedno-jednoznacznego przyporządkowania“. Że tak być musi, że cechy te w mnogościach o elementach aktualnych są nierozerwalnie z sobą połączone, o tem powiadomić nas może tylko sam przedmiot, dany nam intuicyjnie, lecz nie wydzielone z niego i oddzielone od siebie cechy-pojęcia.

Tu oto, w przedmiocie, tkwi istotne źródło naszego słusznego oporu przeciwko uznaniu możliwości nieskończonych mnogości o elementach aktualnych: przedstawienie intuicyjne, w którem przedmiot odnośny („większa, bogatsza mnogość o elementach aktualnych“) jest nam dany, pozwala nam stwierdzić własność tego przedmiotu, polegającą na niemożliwości jedno-jednoznacznego przyporządkowania jego elementów i elementów jego części właściwej, co jest równoznaczne ze stwierdzeniem niemożliwości istnienia mnogości nieskończonych o elementach aktualnych.

A jednak — powiedzą nam skrajni infinityści — gdyby istniały mnogości nieskończone o poszczególnych, aktualnych elementach, to jako nieskończone nie miałyby one ostatniego elementu, a wtedy mimo wszystko owa zaprzeczona jedno-jednoznaczna odpowiedniość części ich i całości

mogłaby mieć miejsce. Bezwarunkowo tak byłoby, gdyby mnogości takie istnieć mogły; lecz one właśnie istnieć nie mogą 1) dlatego, że rozpatrywane intuicyjnie już same przez się wykazują sprzeczność wewnętrzną, wynikającą z nieistnienia kolejnych elementów lub ostatniego elementu w zbiorze gotowym poszczególnych przedmiotów, (por. §§ 51, 52) i 2) że posiadają one omawianą teraz własność, która właśnie nieodwołalnie zdradza ukrytą w nich niemożliwość przedmiotową. Bezwarunkowo, jeżeli przyjmiemy istnienie przedmiotu, sprzeczność przedmiotową zawierającego, wtedy równocześnie przyjąć będziemy musieli i wszystkie tego kroku logiczne konsekwencye, a przedmiotowa sprzeczność i niemożliwość szeroko się rozleje (oczywiście tylko w teoryi) po dziedzinie bytu, i przyjąć potem będziemy musieli istnienie tego, co jest przedmiotowo niemożliwe. Wtedy i jedno-jednoznaczne przyporządkowanie części i całości elementów aktualnych okazałoby się możliwem, lecz możliwość ta zyskana byłaby za cenę uprzedniego wprowadzenia do dziedziny bytu czegoś, co jest właśnie niemożliwe przedmiotowo.

Okazuje się raz jeszcze, że poglądy finitystyczne są słuszne bezwarunkowo, jeżeli chodzi o mnogości nieskończone aktualnych elementów. Jeżeli jednak przejdziemy do innych przedmiotów, do innych przedstawień intuicyjnych, to i rezultaty oczywiście otrzymamy inne. A więc możliwość jedno-jednoznacznego przyporządkowania części i całości okaże się już wtedy możliwa, gdy zamiast rozpatrywać systemy ściśle nieskończone elementów aktualnych, zwrócimy się do systemów nieograniczonych, a więc od mnogości in statu essendi przejdziemy do mnogości in statu fiendi. Wtedy bez najmniejszej trudności, bez najmniejszego oporu ze

strony przedmiotu przyporządkowywać będziemy każdej z liczb naturalnych odpowiednią liczbę parzystą, aktualizując jedynkę, zaktualizujemy i dwójkę, aktualizując dwójkę, zaktualizujemy czwórkę, trójce zaktualizowanej przyporządkujemy zaktualizowaną szóstkę i w ten sposób, tworząc szereg liczb naturalnych, zawsze elementom szeregu całkowitego 1, 2, 3 i t. d. będziemy mogli przyporządkować elementy części właściwej tego szeregu 2, 4, 6 i t. d. Możliwość więc jedno-jednoznacznego przyporządkowania całości i części, będących w trakcie tworzenia się i składających się z elementów aktualnych, najzupełniej odpowiada naturze przedmiotu.

A jakże się rzecz przedstawia z systemami gotowemi, aktualnemi, in statu essendi, czy tu odpowiedniość doskonała między elementami całości nieskończonej i jej części jest bezwzględnie wykluczona? Bynajmniej — dotyczy to tylko nieskończonych systemów aktualnych o elementach aktualnych, a więc zbiorów poszczególnych przedmiotów. Jeżeli jednak zwrócimy się do systemów aktualnych nieskończonych, danych nam jako całości, do systemów, których elementy nie istnieją, a tylko mogą istnieć, to tutaj rzeczy przedstawią się nam zgoła inaczej. Wobec tego, że w takich systemach poszczególne elementy nie istnieją wcale w właściwem tego słowa znaczeniu, więc i owa większa obfitość całości w stosunku do jej części właściwej również w postaci poszczególnych, aktualnych elementów nie istnieje zupełnie, a tem samem niema tu tego przedmiotowego momentu, który uniemożliwia jedno-jednoznaczne przyporządkowanie całości i części, niema tu owej reszty poszczególnych przedmiotów, które stanowią o tem, że cała mnogość elementów jest w zwyklem tego słowa znaczeniu większa od swej części i dlatego też nigdy, ani wtedy nawet, gdy jest nieskończona,

nie może jej być równoważna, równa, posiadać jednakową z nią moc. Tego momentu w mnogościach o elementach potencyalnych niema, i jeżeli mówimy, że cała mnogość jest tu „większa“ od swej części, to przedmiotowy odpowiednik terminu „większy“ jest tu zgoła odmienny od tego, co oznaczamy przez ten termin przy mnogościach, składających się z aktualnych elementów. Większa bowiem obfitość elementów w całości, niż w części jest tu tylko zaznaczona, istnieje tylko w samem znaczeniu definicyi (jeżeli chodzi o całości czysto pojęciowe), lecz nie w postaci aktualnych elementów — i ta właśnie okoliczność pozwala w przypadku mnogości nieskończonych na jedno-jednoznaczne przyporządkowanie elementów części i całości, na to, że część i całość będą posiadały tu tę samą liczbę kardynalną (moc).

Tutaj jednakże, w mnogościach o elementach potencyalnych, liczba kardynalna będzie nie pełną, lecz tylko uwstecznioną liczbą kardynalną zwykłą (odpowiadającą zbiorom elementów aktualnych), gdyż tylko jedną jej cechę posiadać będzie, mianowicie będzie wyrazicielką klasy równoważnych mnogości, nie będzie natomiast posiadała drugiej jej cechy, polegającej na tem, że liczba zwykła jest również wyrazicielką obfitości zbioru co do poszczególnych elementów. Jednostki zwykłej liczby całkowitej, t. j. ilości aktualnych przedmiotów zbioru, jak cień towarzyszą poszczególnym przedmiotom tego zbioru, są wyrazem, odbiciem ich jednostkowo-aktualnego charakteru, a sama liczba w ten sposób jest odbiciem zawartości zbioru. Tu natomiast elementy nie mogą być liczone w zwykłem tego słowa znaczeniu, gdyż ich niema, one nie istnieją w właściwem tego słowa znaczeniu — i dlatego właśnie liczba kardynalna w mnogościach o elementach potencyalnych nie jest odpowiednikiem zawartości tych mnogości *).

Teraz rozumiemy, gdzie jest przyczyna tego uwstecznienia liczby kardynalnej mnogości nieskończonych: tkwi ona w potencyalnej naturze ich elementów, w zaniku ich zawartości, jako zbioru poszczególnych elementów **). Natomiast przyczyna ta pozostawałaby dla nas zupełnie niepojęta, gdybyśmy ją widzieć chcieli, jak to czynią skrajni infinityści, tylko w charakterze nieskończonym mnogości. Dlaczego bowiem, jeżeli rodzaj istnienia elementów mnogości nieskończonych pozostawałby taki sam, jak i mnogości skończonych o elementach aktualnych, odpowiednik liczbowy tych mnogości doznałby jednak zmiany tak zasadniczej, uległby takiemu uwstecznieniu? dlaczegoby liczba kardynalna miała przestać być odpowiednikiem zawartości zbioru? Wszystkiego tego nie rozumiemy i nie możemy zrozumieć, a cały problemat nieskończoności pozostanie dla nas tajemnicą niezgłębioną, o ile nie opuścimy dziedziny pojęć i nie zwrócimy się po odpowiedź do przedmiotów i rodzaju ich bytu. Jeżeli jednak to uczynimy, jeżeli zwrócimy uwagę na to, w jaki sposób przedmioty mnogości nieskończonej są nam dane, i nie będziemy chcieli przypisywać im innego rodzaju bytu,

---

*) Jeżeli jednak mnogości te mogą być zaktualizowane w postaci aktualnych elementów (jak to ma miejsce w mnogościach skończonych), to liczbę tych elementów uważamy przenośnie za liczbę kardynalną również i elementów potencyalnie istniejących.

**) Ta jednak potencyalna natura elementów mnogości nie przeszkadza porównywaniu mnogości pod względem równoważności, gdyż do wykazania możliwości jedno-jednoznacznego przyporządkowania elementów wystarcza, aby elementy mnogości dane były w postaci ogólnej, lecz niekoniecznie w postaci poszczególnych przedmiotów.

wtedy wszystko stanie się jasne, i to, co przedmiotowo okazało się niemożliwe w dziedzinie pewnych przedmiotów, okaże się przedmiotowo możliwe w innej dziedzinie. Niemożliwa, mianowicie, w dziedzinie aktualnych elementów równoważność całości nieskończonej i jej części okazuje się najzupełniej możliwą w dziedzinie elementów potencyalnych, gdyż większa obfitość całości w porównaniu z jej częścią ma tu zupełnie inny charakter, niż w dziedzinie elementów zwykłych, aktualnych.

55. W §§ 52 i 54 zamiast intuicyi punktów aktualnych wprowadziliśmy intuicyę przedmiotów aktualnych wogóle i w ten sposób otrzymaliśmy uogólnienie poprzedniego twierdzenia na wszystkie mnogości o elementach aktualnych. Lecz dla przyszłych naszych wywodów nie jest niezbędne to samo przez się wprawdzie bardzo ważne uogólnienie otrzymanych tam wyników, gdyż same one dostarczają wystarczającego materyału do wyprowadzenia wniosków w interesującej nas teraz kwestyi. Dlatego też wnioski nasze, dotyczące nieskończoności, będziemy w dalszym ciągu opierali wyłącznie na danych części pierwszej, kierując się tu zasadą, ażeby do minimum ograniczyć punkty wyjścia naszych roztrząsań. Z tego powodu i w kwestyi równoważności części i całości cofniemy się od ogólnych rozważań do bardziej ograniczonej dziedziny, do dziedziny przestrzeni, której ustrój wewnętrzny został już w części pierwszej ustalony.

Jakże się w dziedzinie przestrzennej przedstawia kwestya równoważności części i całości? Otóż wiemy, że cała linia prosta posiada tu tę samą moc punktów, co część jej, n. p. odcinek 0 — 1 *), co więcej, że przestrzeń całą możemy

*) Możliwość jedno-jednoznacznego przyporządkowania punktów x odcinka 0 — 1 i punktów dodatnich y linii prostej 0 — ∞ widoczna jest już ze związku $y = \frac{1}{x} - 1$, gdzie y zmienia się od ∞ do 0, kiedy x przyjmuje wartości od 0 do 1.

jedno-jednoznacznie odwzorować na tym odcinku. W jaki to sposób jednak jest możliwe, pytamy, aby nieskończenie bogatsza w punkty przestrzeń dała się odwzorować na dowolnie małym odcinku swym 0 — 1, jakim sposobem jest możliwe połączyć jedno-jednoznacznie w pary elementy tych tak zasadniczo różnych co do swej obfitości systemów? Na pytanie to znajdujemy odpowiedź w rezultatach, otrzymanych przez nas w części I-ej, a dotyczących ustroju wewnętrznego przestrzeni i jej utworów. W § 27 stwierdzone mianowicie zostało ostatecznie, że przestrzeń geometryczna (podobnie jak i jej wszelkie utwory) nie składa się z punktów aktualnych, że nie jest zbiorem nieskończonym punktów istniejących aktualnie, lecz tylko systemem nieskończonym punktów możliwych. Pod względem więc elementów aktualnych cała przestrzeń nie jest bogatsza od swej części najmniejszej (gdyż ani jedna, ani druga same przez się takich elementów nie zawierają) — i to właśnie umożliwia tu jedno-jednoznaczne przyporządkowanie elementów części i całości, gdyż łączenie w pary nie zachodzi tu między istniejącemi elementami, lecz tylko możliwemi. Przedmiotowo jest to w tym samym stopniu możliwe, co i łączenie w pary elementów całości i części w systemach in statu fiendi, gdyż ten fakt, że w nieskończonych systemach aktualnych wszystkie elementy są już dane, oznacza, jak wiemy, tylko, że jest dany określający je czynnik, lecz nie to, że każdy z tych elementów dany jest rzeczywiście, aktualnie. Że tak a nie inaczej rzecz ma się z elementami przestrzeni, to właśnie ostatecznie zostało stwierdzone dzięki bezwzględnie pewnym i przez nikogo ni-

gdy nie podawanym w wątpliwość twierdzeniom intuicyjnym, dotyczącym ruchu.

Systemy nieskończone rozciągłe wykazują w porównaniu z systemami nieskończonemi czysto pojęciowemi w interesującej nas teraz kwestyi pewną bardzo ciekawą właściwość, wynikającą z zasadniczo różnej w obydwóch przypadkach natury samego systemu, t. j. całości, określającej ową nieskończoność elementów. W systemach czysto pojęciowych całością tą jest sama definicya systemu; w systemach rozciągłych definicya przybiera postać determinacyi realnej, postać utworu rozciągłego. W pierwszym przypadku całość nie podlega mierze, gdyż jest czemś czysto pojęciowem, w drugim wypadku jest wielkością przestrzenną, a więc czemś, co się mierzyć daje. Dlatego też oba rodzaje systemów obok cech wspólnych wykazują również zasadniczą różnicę w kwestyi stosunku części do całości. Różnica ta mianowicie polegać będzie na tem, że większa obfitość co do elementów systemu nieskończonego całkowitego w porównaniu z jego częścią nie daje się ująć liczbowo w systemach czysto pojęciowych, poddaje się jednak liczbie w systemach rozciągłych. W systemach pojęciowych istnieje bowiem ona tylko w znaczeniu definicyi czy szeregu postulatów, w systemach zaś rozciągłych manifestuje się realnie. W jaki jednak sposób? — pytamy. Wszak nie w postaci większej obfitości poszczególnych elementów, z nich bowiem systemy nieskończone rozciągłe się nie składają. Oczywiście, że ta większa obfitość elementów całości nieskończonej w porównaniu z jej częścią nie przejawia się tu — jak zresztą nie przejawia się nigdzie — w postaci ilościowej, wyraża się natomiast tu pod postacią wielkościową, jako większa wielkość całości w porównaniu z jej częścią. System nieskończony punktów, zawartych w odcinku 0 — 2, jest równoważny wprawdzie systemowi nieskończonemu punktów, zawartemu w odcinku 0 — 1, całkowity system nieskończony punktów i jego część właściwa tę samą moc posiadają, elementy całości i części dadzą się tu jedno-jednoznacznie połączyć w pary, słowem, większa zawartość całości w porównaniu z jej częścią dotychczas nie przejawia się zupełnie, gdyż aktualnie nie istnieje, o ile rozpatrujemy tylko *elementy* (potencyalne) części i całości. Przejawi się ona jednak natychmiast, jeżeli przejdziemy do *całości* (aktualnej) tych systemów, która w danym przypadku będzie postacią nie tylko aktualną, lecz i rozciągłą, realną. Wtedy system nieskończony punktów, zawartych w odcinku 0—2, okaże się odcinkiem rozciągłym 0—2, system nieskończony punktów, zawartych w odcinku 0—1, będzie odcinkiem rozciągłym 0 — 1, i większa zawartość systemu pierwszego (całości) w porównaniu z systemem drugim (częścią) przejawi się jako dwa razy większa długość pierwszego odcinka. Tu oto, w dziedzinie przestrzennej, manifestuje się nam najwyraźniej właściwa natura systemów nieskończonych, to, że nie są one zbiorami poszczególnych, aktualnych elementów, lecz tylko pewnemi całościami o elementach możliwych, manifestuje się tu w tem mianowicie, że większa obfitość systemu uwidocznia się nie w większej ilości jego elementów, lecz w większej wielkości całości, którą przedstawia taki system. Tu oto jesteśmy świadkami tego, że nieskończoność nie posiada cudownej, przypisywanej absolutowi mocy harmonijnego łączenia rzeczy wręcz odmiennych, że z rozdzielnych elementów nierozciągłych mimo ich nieskończoność nie powstaje ciągłość rozciągła, a wielkość geometryczna nie jest wyrazem ilości nieskończonej.

Widzimy, że i w dziedzinie przestrzennej problemat stosunku całości mnogości nieskończonej do jej części traci całą swą paradoksalność, o ile tylko uświadamiamy sobie bezwzględnie pewne twierdzenia intuicyjne o naturze wewnętrznej przestrzeni geometrycznej i jej utworów, o tem, że nie są one agregatem punktów poszczególnych, lecz całością rozciągłą, systemami rozciągłemi punktów tylko możliwych, lecz nie aktualnych. Na tych twierdzeniach części pierwszej oprzemy swe wnioski ostateczne w kwestyi stosunku logiki i intuicyi w problemacie nieskończoności, przyczem dla osiągnięcia zupełnej ścisłości ograniczymy te wnioski do dziedziny przestrzennej, która uchodzi za prawdziwe i typowe jak gdyby siedlisko nieskończoności elementów. I cóż się wtedy okaże? Której ze stron walczących przypisać należy zwycięstwo? czy logika, czy też intuicya wychodzi zwycięsko z tego odwiecznego sporu? Otóż okazuje się, że sporu między logiką a intuicyą niema tu wcale, że niema tu żadnej między niemi dysharmonii i rozbieżności, że zarówno odnośne twierdzenia intuicyjne, jak i twierdzenia logiki i analizy są bezwzględnie pewne i bynajmniej przytem z sobą niesprzeczne. Pozór zaś sprzeczności powstaje tu dlatego, że nie zwracamy uwagi na przedmioty, do których twierdzenia te odnoszą się i w stosunku do których są jedynie prawdziwe. Nie zwracamy uwagi na to, że finitystyczne twierdzenia intuicyjne dotyczą wyłącznie mnogości o elementach aktualnych, zaś wzory logiczno-analityczne wykazują wprawdzie niezbicie możliwość systemów nieskończonych, lecz elementy tych systemów dane są nam właśnie nieaktualnie, i żadna siła aktualności tych elementów wycisnąć z pojęć nie potrafi. I oto jeżeli odróżniamy istnienie elementów potencyalne od aktualnego, to udaje się nam ograniczyć do prawdziwych rozmiarów zakres odnośnych twierdzeń intuicyjnych i logiczno-analitycznych, i okazuje się wtedy, że zakresy tych twierdzeń nie zachodzą właśnie na siebie, że przedmioty ich są różne, że więc twierdzenia te nie mogą sobie przeczyć. Okazuje się wtedy, że bezwzględnie pewne twierdzenie intuicyjne o nieistnieniu nieskończoności punktów aktualnych w odcinku prostoliniowym w zupełnej harmonii pozostaje z niemniej pewnem twierdzeniem analitycznem (właściwie analityczno-intuicyjnem, t. j. matematyczno-przedmiotowem) o istnieniu nieskończoności punktów w tym odcinku, albowiem to ostatnie twierdzenie nic nie orzeka samo przez się o rodzaju istnienia punktów, a na zasadzie już choćby pierwszego twierdzenia dotyczyć ono może tylko punktów potencyalnych, lecz nie aktualnych. Popełniamy natomiast błąd zasadniczy wtedy, gdy wszelkie elementy wogóle uważamy za zwykłe, aktualne przedmioty: wtedy z jednej strony intuicyjnie pewne nieistnienie nieskończoności punktów aktualnych uważamy za jednoznaczne z nieistnieniem wogóle nieskończoności punktów (skrajny finityzm), z drugiej zaś wzory analityczne, obejmujące taką nieskończoność punktów, uważamy za dowody istnienia nieskończoności punktów aktualnych (skrajny infinityzm) — i stajemy wtedy wobec sprzeczności, którą przypisujemy nic tu niewinnej logice lub intuicyi, a której winą w istocie rzeczy jest nasze nieodróżnianie zasadniczo odmiennych rodzajów istnienia przedmiotów.

ROZDZIAŁ VII.

Zgodność logiki i intuicyi w problematach ruchu i przestrzeni.

56. W dalszym ciągu śledzić będziemy przejawy tego brzemiennego w skutki pomieszania przedmiotów i dziedzin, które doprowadziło do tej dziwnej a z gruntu błędnej doktryny, przeciwstawiającej twierdzenia logiki i analizy twierdzeniom intuicyi i jedne z tych twierdzeń uważającej za rewelacye prawdy, drugie za rewelacye błędu.

Przechodząc do odnośnych problematów ruchu i przestrzeni, zatrzymamy się nasamprzód na kwestyi następującej. Jeżeli przedstawiamy sobie intuicyjnie skończony prostoliniowy odcinek geometryczny, to, opierając się na tem przedstawieniu, twierdzimy z całą pewnością, że odcinek taki, jako przedmiot samodzielny, musi mieć gdzieś początek i gdzieś koniec, musi mieć początkowy i końcowy punkt graniczny. Prostoliniowy odcinek rozciągły, który nie byłby określony jednoznacznie co do swego początku i końca, któryby nie posiadał należących doń punktów granicznych, byłby czemś w nieokreśloności swojej niemożliwem, przeczyłby istocie tego, co rozumiemy przez rozciągły odcinek (samodzielny), nie posiadałby własności nieodłącznych od tego przedmiotu, więc nie mógłby nim być, nie mógłby być sobą,

gdyż zawierałby sprzeczność wewnętrzną. Na zasadzie więc intuicyjnego przedstawienia prostoliniowego odcinka (jako przedmiotu samodzielnego) wypowiadamy pretendujące do bezwzględnej pewności twierdzenie intuicyjne o niemożliwości (samodzielnego) istnienia prostoliniowego odcinka geometrycznego, pozbawionego punktów granicznych. Otóż to twierdzenie intuicyjne uważane jest prawie powszechnie za sprzeczne z danemi analizy i, jako takie, poczytywane za błędne. Analiza mianowicie, jak już wiemy, bez najmniejszej trudności konstruuje pojęcie wszystkich liczb rzeczywistych, zawartych n. p. między 0 i 1 z wykluczeniem jednak tych liczb granicznych. Intuicya jednak nam mówi, że istnieć nie może odcinek prostoliniowy, odpowiadający temu pojęciu, t. j. nie posiadający ostatniego elementu *), i tu właśnie mamy posiadać niezbity dowód sprzeczności, zachodzącej między analizą i intuicyą, a przy bezwarunkowej prawdziwości pierwszej i dowód zarazem niedokładności i błędności drugiej. „Nasze przedstawienie przestrzenne — mówi F. Klein — jednak, jak się wydaje, poucza nas, że nie możemy zakończyć żadnego odstępu bez tego, ażeby rzeczywiście nie dołączyć doń punktu końcowego. A więc i ogółu wszystkich liczb od 0 do 1 z wyłączeniem obydwóch punktów granicznych również nie będziemy sobie mogli przedstawić przestrzennie (wird man sich räumlich kaum vorstellen können), choć bezsprzecznie jest on dany, jako mnogość dobrze określona“. I ten stan rzeczy, według Kleina, ma być właśnie dowodem tego, że „przedmioty geometryi abstrak-

*) Odcinek, odpowiadający temu pojęciu, nie będzie posiadał końcowego elementu, gdyż po odrzuceniu granicznego elementu żaden element nie będzie już ostatnim, niema bowiem punktu sąsiedniego z odrzuconym.

cyjnej nie są, jako takie, dokładnie (scharf) ujmowane przez intuicyę przestrzenną", ma świadczyć o „niedokładności naszego przestrzennego ujęcia" *).

Nie będziemy tu badali bliżej motywów, które doprowadziły Kleina do tej zbyt pośpiesznej deprecyacyi intuicyi przestrzennej przedmiotów; motywów, tkwiących przedewszystkiem w nieliczeniu się z zasadniczą różnicą, istniejącą między intuicyą przedmiotów geometrycznych a konkretnem ich sobie wyobrażaniem (por. § 43) — obchodzi nas tu bowiem głównie przedmiotowa strona kwestyi. Otóż Klein uważa, że odcinek prostoliniowy 0—1 bez punktów krańcowych istnieje w przestrzeni geometrycznej, zupełnie tak samo, jak odcinek 0—1 niepozbawiony tych punktów (o tem poucza nas jakoby analiza), tylko że nasza intuicya nie może go sobie przedstawić i słabość swoją dokumentuje w twierdzeniu o niemożliwości takiego odcinka w przestrzeni geometrycznej. Czy tak jest jednak w istocie rzeczy, czy rzeczywiście dlatego twierdzimy, iż odcinek taki jest w przestrzeni (jako przedmiot samodzielny) niemożliwy, że go sobie przedstawić nie możemy, czy też odwrotnie, nie możemy go sobie przedstawić przedmiotowo, intuicyjnie dlatego, że jest on tam przedmiotowo niemożliwy? Na pytanie nasze odpowiedź znajdziemy w poprzednich naszych rozważaniach. W § 45-ym, opierając się na istocie punktu geometrycznego, jako przekroju, który istnieć może tylko niesamodzielnie, wykazaliśmy nieodłączalność przedmiotową poszczególnych punktów od ich otoczenia, nieodłączalność, która jest tylko innym wyrazem niesamodzielności ich istnienia, jako przekrojów. Okazało się wtedy, że punkty graniczne odcinka 0 — 1 istotnie nie mogą być odłączone przedmiotowo od pozostałej jego części, gdyż odłączenie takie sprzeczne jest z naturą przestrzeni i punktów geometrycznych. A więc nie dlatego odmawiamy samodzielnego istnienia rozciągłego omawianemu odcinkowi, że intuicya nasza nie może go sobie przedstawić przedmiotowo, lecz odwrotnie, nie może ona tego uczynić dlatego właśnie, że przedmiot taki istnieć przedmiotowo nie może, gdyż sprzeczność przedmiotową zawiera. Nie mamy więc tu najmniejszej nawet niedokładności naszej intuicyi, i twierdzenie intuicyjne o niemożliwości (samodzielnego) istnienia rozciągłego odcinka bez punktów granicznych okazuje się bezwarunkowo prawdziwe.

*) F. Klein. Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie. Eine Revision der Prinzipien. 1907, str. 19 i odnośnik.

A cóż na to powiada analiza, czy nie przeczy ona temu twierdzeniu? Ależ bynajmniej. Wszak na zasadzie analizy twierdzić możemy tylko, że istnieje mnogość liczb, obejmująca wszystkie liczby od 0 do 1 z wyłączeniem tych granic; czy jednak mnogość taka może się zrealizować w postaci samodzielnego odcinka rozciągłego, tego na zasadzie samej analizy, bez oparcia się na innych przesłankach, wywnioskować nie sposób. Zapewne, jeżeli wprowadzimy błędną przesłankę o składaniu się przestrzeni z poszczególnych punktów aktualnych, jeżeli oprzemy się na nieistniejącej preegzystencyi punktów takich w przestrzeni, jeżeli nie zwrócimy uwagi na niesamodzielność istnienia punktów w przeciwstawieniu do samodzielnego istnienia liczb, objętych przez dany system, i w ten sposób przejdziemy do porządku dziennego nad tą zasadniczą różnicą, zachodzącą między dziedziną liczbowo-analityczną a światem rozciągłym — wtedy zapewne, po popełnieniu tego szeregu błędów, dojdziemy do

wniosku o błędności naszego intuicyjnego twierdzenia. Jeżeli jednak tych niewątpliwych błędów nie popełnimy, jeżeli uświadomimy sobie całą przepaść, dzielącą świat pojęć i świat rozciągłości, wtedy nie będziemy już nieopatrznie przenosili stosunków, istniejących w jednej z tych dziedzin, do drugiej dziedziny, nie będziemy zadawali kłamu intuicyi, powołując się na wzory analityczne, ani też nie będziemy czynili zarzutów analizie, że rozpatruje przedmioty, niemożliwe w przestrzeni geometrycznej. Wtedy i w naszym przypadku ostatecznie zrozumiemy najzupełniejszą prawdziwość zarówno odnośnego twierdzenia intuicyjnego jak i analitycznego, zrozumiemy, że między analizą i intuicyą geometryczną, odnoszącemi się do zgoła różnych przedmiotów, niema bezwzględnie żadnej sprzeczności.

57. Jeżeli teraz przejdziemy do stosunku logiki i intuicyi w problemacie t. zw. krzywych bez stycznych, a specyalnie „krzywej“ weierstrassowskiej, to przedstawi się nam widok zupełnie analogiczny do tego, jaki napotkaliśmy przed chwilą. Jeżeli bowiem przyjmiemy błędny pogląd o składaniu się linii geometrycznych z punktów aktualnych, lub ogólniej, pogląd o preegzystencyi poszczególnych punktów aktualnych w przestrzeni geometrycznej, to wtedy wszelkiej funkcyi geometrycznej będzie z konieczności odpowiadała pewna rozciągła linia geometryczna, gdyż według tego poglądu nie będzie ona niczem innem, jak tylko zbiorem punktów poszczególnych, wyznaczonych przez tę funkcyę. Mając pewną funkcyę, mamy wtedy przez nią wyznaczony pewien zbiór punktów z ogółu punktów poszczególnych, preegzystujących w przestrzeni, i istnienie aktualne punktów, składających przestrzeń, prowadzi w ten sposób z konieczności do istnienia odpowiedników rozciągłych dla wszelkich

funkcyi ciągłych. Logika więc wtedy tylko prowadzi do wniosku, że wszelkiej funkcyi ciągłej, a więc n. p. i funkcyi weierstrassowskiej, odpowiada krzywa rozciągła, gdy opiera się na powyższej błędnej przesłance; wtedy tylko dochodzimy do wniosku, że podobnie jak istnieją funkcye bez pochodnych (n. p. owa w mowie będąca funkcya weierstrassowska), tak samo istnieć muszą odpowiadające im krzywe bez stycznych. Wiemy jednak, że przesłanka ta jest błędna, i że po jej odrzuceniu dochodzimy drogą dedukcyi logicznej do ostatecznego wniosku wręcz odwrotnego, do wniosku, że krzywa rozciągła weierstrassowska, nie posiadająca w żadnym punkcie określonej stycznej, nie istnieje i istnieć nie może, chociaż istnieje funkcya Weierstrassa, nie posiadająca w żadnym „punkcie“ określonej pochodnej (por. § 37). Nie logika więc formalna i nie analiza głoszą tu istnienie tego, co nie istnieje i istnieć nie może, lecz wina cała spada tu na błędną pod względem materyalnym przesłankę, z której logicznie wypływa już ten błędny wniosek o istnieniu krzywych bez stycznych.

Wniosek ten przeczy przytem bezpośrednio naszej geometrycznej intuicyi linii rozciągłej: *) krzywa rozciągła taka,

---

*) Przypominamy tu raz jeszcze, że intuicyę geometryczną należy ściśle odróżniać od intuicyi zwykłej, od intuicyi przedmiotów zmysłowych, fizycznych. Krzywa geometryczna nie jest, jak wiemy, linią fizyczną, która przedstawia wstęgę przynajmniej dwuwymiarową o jednym wymiarze znacznie przewyższającym drugi, lecz linią rozciągłą jednowymiarową, którą przedstawiamy sobie jako taką przy pomocy wyobrażeń odpowiednio zmodyfikowanych przez myśl idealizującą. Gdyby więc kto chciał twierdzić, że krzywa geometryczna zawsze posiada styczną dlatego, że intuicya krzywej fizycznej czy też wyobrażonej stwierdza, że przez każdy punkt takiej krzywej można przeprowadzić prostą,

jaką jest w swem bezpośredniem, przedmiotowem przedstawieniu, w każdym punkcie posiadać musi określony kierunek, określoną styczną z lewej i prawej strony; linia rozciągła o nieokreślonym w pewnym punkcie kierunku to coś w swej nieokreśloności niemożliwego, to non-ens, które ma być linią rozciągłą, a równocześnie przeczy zasadniczo warunkom jej istnienia. Tem bardziej takim przedmiotem niemożliwym dla intuicyi, gdyż zawierającym przedmiotową sprzeczność, będzie krzywa weierstrassowska, która w każdym punkcie ma być pozbawiona określonej stycznej. I niema tutaj najmniejszej sprzeczności między intuicyą a logiką lub analizą, gdyż, jak widzieliśmy przed chwilą, logika, oparta na prawdziwych pod względem przedmiotowym przesłankach, dochodzi do tego samego wniosku, co i intuicya bezpośrednia, analiza zaś dotyczy sama przez się tylko funkcyi i tylko przez nieporozumienie może wyroki ferować o przedmiotach, wychodzących poza zakres jej jurysdykcyi.

Niestety, nieporozumienia takie są bardzo rozpowszechnione. Dziedziny czysto pojęciowej nie odróżnia się od dziedziny realnej, czyste pojęcie miesza się z przedmiotem pozaidealnym, który pojęciu temu ma odpowiadać, ciągłą funkcyę analityczną uważa się za krzywą rozciągłą, a w każ-

---

wyznaczającą mniej lub więcej ściśle jej kierunek w tym punkcie, to oczywiście uzasadnienie takie nieistnienia krzywych geometrycznych bez stycznych byłoby z gruntu błędne. Z tego bowiem, że krzywe empiryczne posiadają takie a takie własności, zupełnie nie wynika, że te same własności posiadać będą tak odmienne od nich pod pewnemi względami utwory, jakiemi są krzywe geometryczne. Tak n. p. z tej racyi, że krzywe fizyczne składają się ze skończonej ilości punktów fizycznych, nie wynika zupełnie, że i krzywe geometryczne składają się również ze skończonej ilości punktów geometrycznych.

dym razie za coś, czemu krzywa taka odpowiadać zawsze musi. Wtedy oczywiście dochodzimy do błędnego twierdzenia, że wszelkiej funkcyi bez pochodnej odpowiadać będzie w dziedzinie rozciągłej krzywa bez stycznych, i niektórzy uczeni twierdzą nawet, iż „można *dowieść*, że istnieją krzywe, nie posiadające stycznej, o ile krzywe te są określone, jako continua analityczne drugiego rzędu“ *). Mamy tu jednak oczywiste nieporozumienie. Cóż bowiem rozumieć należy przez „krzywą, określoną jako continuum analityczne“? Czy będzie to utwór rozciągły, odpowiadający tylko wzorowi analitycznemu, który będzie wtedy dla utworu tego właśnie wzorem, prawidłem, pojęciem; czy też krzywa ta będzie właśnie owem czysto pojęciowem continuum analitycznem, funkcyą analityczną, która niewłaściwie tylko, w przenośni nazwana została „krzywą“?

Jeżeli weźmiemy pierwszą interpretacyę terminu „krzywa“, to się okaże, że nie tylko dotychczas nikt nie dowiódł, że istnieją krzywe rozciągłe, nie posiadające stycznych określonych, ale że nawet nikt tego nie starał się dowieść, gdyż tym, co głoszą istnienie takich krzywych, najzupełniej wystarcza fakt istnienia funkcyi bez pochodnych — że funkcyom zaś tym odpowiadają utwory realne, że funkcye te nie są czystemi ideami, to przyjmowane jest naogół a priori, dogmatycznie, lecz nie bywa przedmiotem dowodu. Wiemy poza tem, że można byłoby to dowieść wtedy tylko, gdybyśmy przyjęli błędną przesłankę o preegzystencyi punktów aktualnych w przestrzeni geometrycznej, lub inne jakieś równoważne, a równie błędne twierdzenie. Jeżeli natomiast wyj-

---

*) Poincaré. Nauka i hipoteza, przekład polski M. H. Horwitza, str. 31.

dziemy z najelementarniejszych a bezwarunkowo prawdziwych przesłanek, prowadzących do twierdzenia o nieskładaniu się linii z punktów aktualnych, wtedy rzeczywiście otrzymać będziemy mogli dowód logiczny, dotyczący kwestyi istnienia „krzywych“ bez stycznych, n. p. „krzywej“ weierstrassowskiej (por. § 37). Dowód ten jednak przekona nas właśnie, że krzywej rozciągłej, którąby odpowiadała pojęciu, wyrażonemu we wzorze Weierstrassa, niema i być nie może, że owa funkcya bez pochodnych jest ideą, nie dającą się zrealizować w świecie rozciągłym.

Jeżeli więc przez „krzywą, określoną jako continuum analityczne“ pojmować będziemy utwór rozciągły, to taka krzywa nie może istnieć bez stycznych określonych. Jeżeli natomiast przyjąć drugą interpretacyę powyższego wyrażenia i przez krzywą pojmować samą funkcyę analityczną, samo continuum analityczne, to taka „krzywa“ może istotnie nie posiadać „stycznych“, lecz krzywa taka nie będzie wtedy krzywą istotną, rozciągłą, lecz tylko jej pojęciem (i to niezupełnem — por. § 62), będzie funkcyą analityczną, styczne zaś jej nie będą liniami rozciągłemi, lecz tylko pochodnemi analitycznemi.

Cóż więc nam mówi tutaj analiza i intuicya i czy przeczą one tutaj sobie? Analiza nam mówi, że istnieją funkcye bez pochodnych, krzywych zaś bez stycznych wzory funkcyi analitycznych same przez się zupełnie nie dotyczą; intuicya zaś przestrzenna o krzywych bez stycznych twierdzi, że utwory takie nie istnieją, natomiast zrzeka się głosu, a w każdym razie zrzec się powinna, w kwestyi funkcyi bez pochodnych, jako utworów czysto pojęciowych. Niema więc cienia sprzeczności między analizą i intuicyą w kwestyi krzywych bez stycznych, gdyż analiza i intuicya dotyczą tu zupełnie in-

nych przedmiotów. Pozór zaś sprzeczności powstać może tu wtedy tylko, gdy odnośne intuicyjne lub analityczne twierdzenie zostanie bezprawnie rozszerzone na równoległą dziedzinę, gdy na zasadzie tego, że niema krzywych bez stycznych, będziemy chcieli wnioskować wbrew danym analizy, że niema również funkcyi ciągłych bez pochodnych, lub też odwrotnie, z istnienia takich funkcyi wyprowadzimy wbrew danym intuicyi wniosek o istnieniu krzywych rozciągłych bez stycznych. Wtedy dopiero to nieuwzględnienie zasadniczych odmienności w naturze dziedziny rozciągłej i pojęciowej doprowadzi nas do stworzenia konfliktu między logiką a intuicyą.

58. Do jak błędnych rezultatów moglibyśmy dojść, wnioskując niekrytycznie z istnienia pojęć o istnieniu lub możliwości odpowiadających im przedmiotów pozapojęciowych, realnych, o tem najlepiej się przekonamy, gdy rozpatrzymy foronomiczne analogon „krzywych bez określonych stycznych“, a więc „ruch bez określonej co do kierunku prędkości“, innemi słowy „ruch bez określonego (w każdym momencie) kierunku“.

Pomyślmy sobie ruch wzdłuż pewnej krzywej, przyczem punkty tej krzywej niech będą dane zapomocą wzorów $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, gdzie $\varphi(t)$ i $\psi(t)$ są funkcyami ciągłemi parametru t. Jeżeli teraz przez parametr t pojmuje się czas, wtedy mówi się zazwyczaj, że podczas gdy t przebiega pewien odstęp czasu, n. p. od a do b, wtedy punkt (x, y) przebiega odpowiednią część krzywej $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$. W ten sposób wzór: $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$ będzie najdokładniej wyznaczał ruch punktu (x, y), znaczenie tego wzoru będzie pojęciem pewnego ruchu. Przypuśćmy jednak, że wzór powyższy określa pewną „krzywą“ bez stycznych.

Cóż wtedy? czy i wtedy powiemy, że ruch punktu, określony przez funkcye ciągłe $x = \varphi(t)$ i $y = \psi(t)$, jest możliwy dlatego, że istnieje jego pojęcie, uzewnętrznione we wzorze powyższym? Lecz ruch taki wzdłuż „krzywej“ bez stycznych określonych byłby przecież ruchem bez określonych co do kierunku prędkości, ruchem bez określonego w każdym momencie kierunku, ruchem więc, który jest przedmiotowo niemożliwy, gdyż sprzeczność rzeczową zawiera: ruch bowiem, który nie ma kierunku, to non-ens, to coś, co ma być ruchem, a jednak nie posiada zasadniczych własności ruchu. I na to wszyscy się naogół zgadzają, że ruch w istotnem, nie zaś przenośnem, symbolicznem tego słowa znaczeniu po t. zw. krzywych bez stycznych jest niemożliwy, i nie wprowadza nas tu na szczęście w błąd ta okoliczność, że pojęcie tego ruchu istnieć może bez sprzeczności we wzorze $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, jeżeli ogół punktów (x, y) będzie „krzywą“ bez stycznych, a przez t pojmować będziemy czas. Ci sami jednak, którzy uznają powyższy stan rzeczy, twierdzą, że wzór powyższy określa prawdziwą, rozciągłą krzywą bez stycznych, i na potwierdzenie tego zdania, sprzecznego z intuicyą linii rozciągłej, powoływać się będą na w mowie będący wzór funkcyjny, na wzór, którego kompetencyę w kwestyi istnienia jego realnych odpowiedników sami będą musieli zakwestyonować, gdy t oznaczać będzie moment czasu. Gdyby jednak chcieli być konsekwentni w błędzie, to musieliby przyjąć istnienie i tego odpowiednika, musieliby uznać ruch bez określonego w każdym momencie kierunku na tej zasadzie, że pojęcie tego ruchu istnieje.

Cóż jednak w istocie rzeczy daje nam analityczne pojęcie, wyrażone przez wzór $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, jeżeli t oznacza czas? Wzór ten oznacza, że dowolnemu momentowi czasu t odpowiada ściśle określony punkt (x, y), który jest w zależności od t coraz to inny. Czy jednak ta zmiana współrzędnych punktu (x, y) może być wywołana przez ruch tego punktu, to a priori właśnie nie jest pewne, i o ruchu punktu, danym przez wzór $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, wtedy tylko mówić będziemy mogli, gdy ruch ten będzie posiadał określony kierunek, w przeciwnym razie wzór powyższy określać będzie poszczególne położenia punktu (x, y) w zależności od czasu, ale między niemi ruch odnośny właśnie będzie niemożliwy: będziemy mogli zrealizować poszczególne położenia tego punktu, ale nie będą one położeniami punktu, będącego w ruchu, nie będą objęte jednym ciągłym ruchem. Rzecz się tu ma zupełnie tak samo, jak w kwestyi „krzywych bez stycznych“, gdzie możemy zrealizować poszczególne punkty, wyznaczone przez wzór odnośny, ale nie będą to właśnie punkty linii rozciągłej, nie będą objęte jedną ciągłą rozciągłością. W obydwóch przypadkach mamy idee, jednie pojęciowe, które nie dają się zrealizować w dziedzinie rozciągłości i ruchu, którym nie odpowiadają jednie realne, gdyż te ostatnie przeczyłyby zasadniczym własnościom dziedzin, w których mają istnieć. Nie tylko więc w kwestyi krzywych bez stycznych niekrytyczne poddanie się hipnozie pojęć prowadzi nas na manowce — to samo może zajść w analogicznej kwestyi ruchu bez określonego kierunku, jeżeli ułudna wiara w możność realizacyi wszelkich idei okaże się silniejszą od świadectwa bezsprzecznych danych przedmiotowo-intuicyjnych.

59. Ta sama fatalna przesłanka o składaniu się rozciągłości z punktów aktualnych, która w uprzednio rozpatrzonych przypadkach istnienia nieskończoności punktów

aktualnych, istnienia krzywych bez stycznych oraz skończonych samodzielnych odcinków prostoliniowych bez początku i końca, doprowadza do uznania wbrew bezpośrednim danym intuicyjnym (§§ 51, 57, 56) możliwości przedmiotów, których przedmiotowa niemożliwość wynika pozatem dedukcyjnie z podstaw bezwarunkowo pewnych (§§ 26, 37, 45) — ta sama przesłanka doprowadza znów (§ 10) w przypadku ruchu ciał geometrycznych w przestrzeni geometrycznej do wniosku o niemożliwości istotnej tego, czego możliwość, a nawet rzeczywistość jest nam dana, do wniosku o logicznej niemożliwości ruchu w przestrzeni geometrycznej (a więc i fizycznej) *). W tym jednak przypadku dane intuicyjne są

*) Ażeby stwierdzić ten fakt, że dany nam bywa (choć nie bezpośrednio) nie tylko ruch ciał fizycznych w przestrzeni fizycznej, lecz równocześnie i ciał geometrycznych w przestrzeni geometrycznej, należy uświadomić sobie stosunek, w jakim pozostaje przestrzeń i ciało fizyczne do przestrzeni i ciał geometrycznych (czysto rozciągłych). Dla naszego celu wystarczy zresztą, jeżeli będziemy rozpatrywali nie całą przestrzeń fizyczną lub geometryczną, lecz pewną wydzieloną z niej część, pewien obszar. Otóż z otaczającego nas świata fizycznego czyli rozciągłej przestrzeni fizycznej wyodrębniliśmy pewną część, pewien obszar. W tej części przestrzeni fizycznej możemy odróżnić dwie jej strony: po pierwsze — stronę fizyczną, materyalno-dynamiczną, materyę, jako taką, i siły w niej działające; po drugie — stronę geometryczną, przestrzenność czyli rozciągłość. Samej, „czystej“ materyi, któraby nie była zarazem rozciągła, nie znamy, podobnie jak nie znamy samej rozciągłości, „czystej“ rozciągłości, któraby nie była przesycona fizycznością; mimo to jednak odróżniamy doskonale „czystą rozciągłość“ od „czystej fizyczności“, jako przedmioty zupełnie różne, chociaż stwierdzamy równocześnie, że nie są to przedmioty, istniejące samodzielnie, lecz tylko razem, jako strony, jako momenty pewnego samodzielnego przedmiotu — fizyczności rozciągłej czy też rozciągłości fizycznej. Znaczy to innemi słowy, że w rozpatrywanej przez nas części przestrzeni fizycznej tkwi, jako jej moment, odpowiednia część przestrzeni geometrycznej, pewna czysta rozciągłość, rozciągłość właśnie owej części przestrzeni fizycznej, będącej już czemś więcej, niż sama, niż „czysta“ rozciągłość. Ta czysta rozciągłość, tkwiąca w przestrzeni fizycznej, ta rozciągłość geometryczna jest jedyną znaną nam czystą rozciągłością, i innej realnej rozciągłości geometrycznej nie znamy. (Por. n. p. Couturat. De l'infini mathématique, str. 544: „Niema dwóch przestrzeni, lecz jest tylko jedna przestrzeń: w tej samej przestrzeni konstruujemy nasze figury idealne, w którą rzutujemy przedmioty realne, t. j. system naszych percepcyi“. Por. również, nie mówiąc już o Kancie i kantystach, Leibniza „Nouveaux essais sur l'entendement humain, księga II, rozd. IV: „Nie trzeba sobie wyobrażać dwóch rozciągłości, jednej abstrakcyjnej, rozciągłości przestrzeni, i drugiej konkretnej, rozciągłości ciała, albowiem rozciągłość konkretna jest taką tylko dzięki abstrakcyjnej rozciągłości“.

Otóż jeżeli teraz w naszej części przestrzeni fizycznej będzie nam dany ruch pewnego ciała fizycznego, to abstrahując od elementu czysto fizycznego, będziemy równocześnie mieli przed sobą ruch pewnego ciała geometrycznego w przestrzeni geometrycznej, tylko że te przedmioty czysto rozciągłe będą nam dane nie bezpośrednio i będą istniały w przestrzeni fizycznej nie samodzielnie, lecz w połączeniu z elementem fizycznym.

czemś tak bezpośrednio i tak już nieodparcie się narzucającem, że nawet największy przeciwnik ruchu, Zenon eleata, nie przeciwstawiał w istocie rzeczy rezultatu swych dedukcyi logicznych odnośnym twierdzeniom intuicyjnym, nie odważył się uznać twierdzeń tych za błędne. Nie twierdził bowiem Zenon, że się mylimy, stwierdzając intuicyjnie daną faktyczność ruchu, on głosił jedynie, że ruch ten, że ten przedmiot stwierdzony, nie jest czemś prawdziwie rzeczywistem, nie posiada bytu absolutnego, lecz tylko byt fenomenalny, pozorny, ułudny, gdyż sprzeczność w sobie zawierający. I oto tutaj mamy mieć dowód sprzeczności, istniejącej już nie między sądami czysto logicznemi a sądami intuicyjnemi,

lecz między pierwszemi z tych sądów a odnośnemi przedstawieniami intuicyjnemi. Logika ma tu zaprzeczać „prawdziwości“ przedstawień intuicyjnych, ma wykrywać w otaczającym nas świecie sprzeczności wewnętrzne, wykazujące jego fenomenalny, ułudny charakter (por. § 42).

Czy rzeczywiście jednak oderwana od rzeczywistości logika posiada tę cudowną siłę ferowania wyroków o stopniu realności świata fenomenalnego? czy rzeczywiście może ona sama przez się wykryć sprzeczności, tkwiące w tych zjawiskach, może wykazać n. p., że w ruchu kryje się sprzeczność logiczna? Oczywiście mamy tu do czynienia ze smutnem nieporozumieniem, któreśmy już w ciągu naszej pracy tyle razy spotykali. Nie logika gra tu rolę zasadniczą, nie ona tu sama z siebie dochodzi do wniosku o niemożliwości ruchu, lecz opiera się tu logika na przesłankach materyalnych i od prawdziwości tych przesłanek, a nie tylko od prawdziwości logiki, zależy prawdziwość omawianego wniosku. Jeżeli cofniemy się do § 10-go, to zobaczymy, że niemożliwość najprostszego ruchu, ruchu punktu geometrycznego wzdłuż linii prostej geometrycznej, wynika z szeregu przesłanek, między któremi oprócz bezpośrednio pewnych istnieje jedna zupełnie dowolna przesłanka o aktualnem istnieniu punktów linii prostej (§ 9). Otóż ta bezpodstawna przesłanka doprowadza właśnie do owego paradoksalnego twierdzenia o niemożliwości ruchu, i w niej to właśnie, nie zaś w logice, pełniącej tu rolę pomocniczą tylko, tkwi cała wina tego lekkomyślnego wniosku o sprzeczności, ukrytej w przedmiotach świata fenomenalnego. Wszystko to jednak jest niewidoczne w argumentacyi skróconej Zenona i występuje dopiero na jaw wtedy, gdy argumentacya „dichotomii“ zostanie w sposób należyty rozwinięta. Wtedy łatwo już oddzielamy jej

elementy prawdziwe od błędnych i przekonywamy się, że elementy błędne wkradły się do tej argumentacyi dzięki nieuwzględnieniu właściwej natury przedmiotu (linii rozciągłej). Cały więc niepojęty konflikt między logiką a intuicyą okazuje się tu w właściwem świetle konfliktem między bezsprzecznemi danemi intuicyjnemi a dowolnem założeniem, wypaczającem naturę pewnego przedmiotu. W argumentacyi jednak Zenona ta dowolna a błędna przesłanka została ukrytą, rzucała się zaś w oczy przedewszystkiem forma logiczna tej argumentacyi, i to wystarczało, żeby w ciągu tysięcy lat paradoks Zenona przytaczano jako dowód sprzeczności, istniejącej między logiką a intuicyą, lub jako dowód logiczny sprzeczności, tkwić mającej w przedmiotach świata fenomenalnego.

60. W ostatnich jeszcze czasach dwaj wybitni filozofowie francuscy, Evellin i Bergson, opierając się na argumentach Zenona przeciw ruchowi, doszli do przekonania, że ruch rzeczywisty w przestrzeni fenomenalnej jest niemożliwy, to zaś, co nam się w niej jawi, to właśnie ruch pozorny tylko, to tylko refleks zwodniczy prawdziwego ruchu, to sprzeczny w sobie fenomen.

Filozofowie ci, podobnie jak Zenon, odróżniają dwa rodzaje bytu: byt prawdziwy, istotny, rzeczywisty, byt, będący rzeczą samą w sobie, i byt pozorny, ułudny, fenomenalny. Pierwszy z tych bytów nie może zawierać w sobie sprzeczności, natomiast drugi może, według nich, zawierać w sobie sprzeczność wewnętrzną, i to właśnie, że taka sprzeczność w nim się kryje, jest dowodem jego zjawiskowej, ułudnej natury. Uznają więc ci filozofowie, że mogą istnieć przedmioty i zjawiska, które mimo swą przedmiotowość fenomenalną mogą zawierać w sobie sprzeczność, że więc w świecie feno-

menalnym może istnieć to, co zawiera w sobie cechy sprzeczne, n. p. ruch w przestrzeni rozciągłej, zjawisko, wykazujące według nich cechy sprzeczne z cechami rozciągłości, w której zachodzi. I oto zjawisko ruchu, jako zawierające według tego poglądu sprzeczność, staje się dla tych filozofów cudowną nitką, która budzi w nich nadzieję wydobycia się z gmatwaniny bytu fenomenalnego na przejrzystą dziedzinę rzeczy samych w sobie, budzi nadzieję poznania tej dziedziny przez wykazanie, jaką ona być musi, aby już nie zawierała sprzeczności.

Zenon twierdził, że byt rzeczywisty, jeżeli ma istnieć w przestrzeni, nie może być ruchomy, gdyż ruchomość stoi w sprzeczności z istotą rozciągłości, że więc istota bytu polega na nieruchomości, że jest to bezruch w przestrzeni. Bergson natomiast ruchomości przyznaje palmę pierwszeństwa w jej walce z rozciągłością i twierdzi, że byt prawdziwy — to ruch, lecz ruch nie w przestrzeni; gdy tymczasem Evellin uważa, że ruch i przestrzeń dają się pogodzić i mogą wspólnie a zgodnie istnieć w dziedzinie prawdziwego bytu, o ile tylko rozciągłości prawdziwej przypiszemy inne własności, niż te, które posiada w świecie fenomenalnym, a które właśnie uniemożliwiać mają ruch. W ten sposób konstruuje się byt prawdziwy, posiadać mający nad bytem fenomenalnym tę kapitalną wyższość, że jest to byt, nie zawierający sprzeczności, a więc możliwy istotnie, nie zaś tylko w zjawisku ułudnym. Przyjrzyjmy się nieco bliżej próbom konstrukcyi tego bytu metafizycznego, próbom, opartym na sprzeczności, tkwiącej jakoby w zjawisku ruchu.

W pierwszym rzędzie ruch w przestrzeni rozciągłej byłby już, jak widzieliśmy, niemożliwy, gdyby przestrzeń ta składała się z nieskończoności punktów aktualnych. Otóż,

jeżeli nie odróżniamy punktów aktualnych od potencyalnych i twierdzimy, że nasza przestrzeń rozciągła składa się z nieskończoności punktów aktualnych, to rzeczywiście ruch w takiej przestrzeni rozciągłej jest niemożliwy, byt prawdziwy jest nieruchomy (Zenon). Wobec tego wszakże, że mimo wszystko jesteśmy jednak świadkami ruchu, więc filozofowie niektórzy, ażeby wyjść z tego położenia, zdawałoby się bez wyjścia, i aby nie negować jednak rzeczywistości istotnej ruchu, twierdzą, że odbywa się on wprawdzie w przestrzeni, lecz w przestrzeni zgoła odmiennej co do natury od tej jedynej znanej nam rozciągłości. I oto Evellin twierdzi, że ruch ciał zachodzi nie w naszej fenomenalnej rozciągłości, która jest, według niego, zasłoną, rzuconą przez nasz podmiot na świat sam w sobie, lecz w przestrzeni innej, przedmiotowej, rzeczywistej, przestrzeni samej w sobie, różnej zasadniczo od czystej przestrzeni geometrycznej. Ta przestrzeń geometryczna to, według Evellina, twór wyobraźni i rozsądku, twór pożyteczny może dla naszego życia codziennego i nauki, lecz mimo wszystko twór subjektywny, wypaczający istotę rzeczy i zawierający w sobie sprzeczność. W świecie samym w sobie niema, według Evellina, tej rozciągłości, którą nam kłamią zmysły i rozsądek, i „miejsce samo w sobie“ nie składa się zupełnie z nieskończoności punktów poszczególnych, nieskończoności, która sama przez się jest już niemożliwa i uniemożliwia poza tem ruch. To „miejsce samo w sobie“, ta przestrzeń rzeczywista składa się, według niego, ze skończonej ilości stykających się punktów nierozciągłych, i taka, czyniąca ruch możliwym, konstytucya przestrzeni metafizycznej dana jest nam jakoby przez logikę, przez nasz rozum spekulatywny, który jedynie jest zdolny przeniknąć do pozbawionej sprzeczności dziedziny rzeczy samych w so-

bie, przedrzeć się przez zasłonę, utkaną przez wyobraźnię a podtrzymywaną przez tkwiący w rzeczywistości praktycznej rozsądek *).

Mamy tu znów przed sobą teoryę o „walce, która się w każdej chwili toczy w głębi naszego umysłu między wyobraźnią a rozumem“ **), między intuicyą a logiką, teoryę, która, przeciwstawiając logikę intuicyi, deprecyuje intuicyę a wywyższa logikę. Wiemy jednak, że przesłanki tej teoryi są tu całkowicie błędne; wiemy, że ruch w naszej rozciągłej przestrzeni odbywać się może, gdyż nie składa się ona zupełnie z nieskończoności punktów aktualnych, lecz tylko potencyalnych, że więc aby otrzymać teren, na którym mógłby się ruch odbywać, niema potrzeby zupełnie konstruować jakiejś rozciągłości, która będzie czemś zgoła innem, niż to, co my przez ten termin oznaczamy. Logika więc nie poprawia w niczem wyobraźni, jeżeli chodzi o zjawiska ruchu i przestrzeni, rozum nie jest tu w sprzeczności z intuicyą, ani też nie ma nad nią wyższości, jak głosi Evellin.

Może jednak rzecz się ma zupełnie przeciwnie, może słuszność ma Bergson, który twierdzi wręcz odwrotnie, że świat pojęć nas tu w błąd wprowadza, ratunek zaś jedyny leży w intuicyi?

Nie będziemy tu bliżej badali odnośnych teoryi Bergsona — uczyniliśmy to już gdzie indziej ***). Tu tylko zwrócimy uwagę na to, że Bergson uważa, iż ruch w przestrzeni

*) Por. Evellin. Infini et quantité. 1880 oraz La raison pure et les antinomies. 1907, passim.

**) Infini et quantité, str. 80.

***) Por. Kant i Bergson. Studyum o zasadniczym problemacie teoryi poznania. 1913.

nie jest ruchem rzeczywistym, gdyż przestrzeń geometryczna, w której go umieszczamy, jest tworem nie realnym, lecz pojęciowym *), jest jak gdyby ekspozyturą świata logicznego, tak samo jak on sztywna, tak samo nieruchoma. „Ta przestrzeń nieruchoma, pusta, tylko myślana, nigdy postrzegana, ma akurat wartość symbolu, nie więcej“. (Bergson. Wstęp do metafizyki, tłom. polskie, str. 73). To myśl nasza — według Bergsona — kierowana względami praktycznemi, rozpina pod światem rzeczywistego, niepodzielnego ruchu obcą mu kanwę czystej przestrzenności i jawi nam jako zjawisko, zachodzące w przestrzeni, jako ruch-długość to, co w swej istocie, jako proste i niepodzielne, istnieć jakoby w przestrzeni nie może. Że zaś istotnie ruch rzeczywisty odbywa się poza przestrzenią, to — według Bergsona — wskazywać ma nam intuicya bezpośrednia, w której ruch jest w czasie, a czas poza przestrzenią **). Jeżeli zaś ruch w ten sposób nie zachodzi w przestrzeni, to oczywiście natychmiast odpadają wątpliwości Zenona z Elei, gdyż dotyczą one wszak tylko ruchu w przestrzeni.

Lecz cóż to za ruch, pytamy, który odbywa się poza przestrzenią? My takiego ruchu nie znamy i mówimy o możliwości nie takiego ruchu. Dla nas ruch ciała jest nieodłączny od samego poruszającego się ciała i jest tam, gdzie jest to ciało. Ciało zaś poruszające się jest bezsprzecznie w przestrzeni, jakże więc ruch tego ciała ma istnieć i odbywać się gdzie indziej, poza przestrzenią? Każdemu nieuprze-

*) Por. odnośnik na str. 142.

**) Niżej, w odnośniku drugim do § 73, staraliśmy się podać te momenty prawdziwe bezpośrednio, które w połączeniu oczywiście z błędnemi przesłankami mogą istotnie doprowadzić do negacyi ruchu w przestrzeni.

dzonemu badaczowi bezpośrednia intuicya przedmiotu (o ile nie wprowadzamy do niej pewnych błędnych przesłanek) mówi w tym względzie zupełnie co innego, niż Bergsonowi, mówi mianowicie, że ruch jest w czasie, lecz że równocześnie jest i w przestrzeni, nie zaś poza przestrzenią. Bergson jednak, chcąc za wszelką cenę wyrwać świat rzeczy samych w sobie, świat zmienności z materyalizujących pęt przestrzeni, powołuje się tu na nieistniejącą intuicyę, podobnie jak Evellin, modyfikując istotę rozciągłości, powoływał się na nieistniejące wskazania rozumu i logiki. A pseudo-objektywną pobudką do opuszczenia granic świata fenomenalnego była w obydwóch tych przypadkach sprzeczność logiczna, którą jakoby świat ten kryje w sobie, a która się przejawia w zjawisku ruchu w naszej przestrzeni. Sprzeczności tej jednak, jak wiemy, niema bezwzględnie; pozór zaś jej powstał z błędu, z tego, że przestrzeń chcieliśmy składać z punktów aktualnych, z których się składać nie może. Jeżeli tego jednak nie czynimy, jeżeli nie wypaczamy istoty rozciągłości, wtedy ruch w przestrzeni okazuje się zjawiskiem, nie zawierającem najmniejszej sprzeczności, i ten fakt, że zachodzi on w przestrzeni, nie prowadzi zupełnie, jak to przypuszczał Bergson, do pozbawienia ruchu właściwej mu ciągłości. Ruch w czasie i w przestrzeni odbywać się może, jak widzieliśmy, w sposób ciągły, t. j. bez przerw i spoczynków, dlatego że ani czas, ani przestrzeń nie zawierają same przez się etapów, któreby ruch ten mogły przerywać, jeżeli zaś sami aktualizujemy w nich punkty i momenty, to elementy te również, jak wiemy, nie przerywają ruchu (por. § 24).

Okazuje się, że szukanie ruchu i przestrzeni „prawdziwszych“, „rzeczywistszych“ od fenomenalnego ruchu w fenomenalnej przestrzeni w tym celu, by świat fenomenalny po-

zbawić tkwiącej w nim jakoby sprzeczności, oparte jest tu na błędzie elementarnym nieodróżniania potencyalnego istnienia od aktualnego. Ten błąd elementarny prowadzi bezpośrednio do uznania niemożliwości ruchu w przestrzeni, do wykrycia, a właściwie stworzenia sprzeczności w takim ruchu, następnie zaś, gdyśmy w ten sposób doszli do fatalnego twierdzenia o istnieniu sprzeczności w danych nam przedmiotowo zjawiskach, pobudza nas do szukania wyjścia z tej sprzeczności i odnalezienia jej winowajców. I oto występują na scenę rozum i intuicya, jako dwa czynniki, z których jednemu przypisuje się całą winę stworzenia tej sprzeczności, drugiemu zaś całą zasługę wydobycia nas z niej. To rozum i jego logika wskazują nam prawdziwą konstytucyę rzeczywistości, którą zagmatwała intuicya zmysłowa — tak mówią racyonaliści; to intuicya metafizyczna odkrywa nam całkowitą istotę bytu rzeczywistego, zschematyzowanego i uproszczonego przez naszą logikę — tak głoszą znów intuicyoniści.

Tutaj spór między logiką a intuicyą przestaje być już sporem między dwojakiego rodzaju sądami, dotyczącemi tego samego przedmiotu; tutaj przedmiot sam ulega zdwojeniu na fenomen i rzecz samą w sobie, i spór między logiką a intuicyą dotyczy tego, który z tych czynników objektywnie odtwarza świat rzeczy samych w sobie, który zaś stwarza subjektywnie świat zjawisk. I tu jednak, podobnie jak w poprzednich przypadkach, spór cały okazuje się nieporozumieniem, wywołanem przez świadome lub nieświadome przyjęcie błędnej przesłanki. — Na takich to podstawach oparte wznoszą się rozległe systemy metafizyczne, na skrzydłach fantazyi wybiegające w zaświaty, aby dotrzeć do tego, co mają tuż przed sobą, aby zdobyć byt bez sprzeczności.

61. Gdy oparci na błędnej przesłance dochodzimy, jak w przypadku paradoksów Zenona, do wniosku o sprzeczności, ukrytej w świecie fenomenalnym, do wniosku, że to, co jest możliwe i rzeczywiste w świecie naszego doświadczenia, jest logicznie niemożliwe, to wywody takie już a priori spotkać się muszą z wyraźną nieufnością, albowiem przeczą powszechnemu przekonaniu, że rzeczywistość i możliwość przedmiotu (choćby przedmiot ten miał być tylko fenomenem) implikuje z konieczności jego bezsprzeczność logiczną. Inaczej jednak rzecz się przedstawia w przypadkach, dawniej przez nas rozpatrywanych, kiedy to dane pojęciowe nie zaprzeczały możliwości przedmiotów, lecz ją wbrew danym intuicyjnym wydawały się stwierdzać. W tych przypadkach logika w swej rzekomej walce z intuicyą znajduje w rozpowszechnionym poglądzie na możliwość już nie wroga, lecz sprzymierzeńca, albowiem według tego poglądu to, czego pojęcie nie zawiera w sobie sprzeczności logicznej, jest jeżeli już nie rzeczywiste, to w każdym razie (przedmiotowo) możliwe. Dlatego też bez bliższego wniknięcia w istotę rzeczy skłonni jesteśmy stanąć tu po stronie logiki przeciw intuicyi, która zaprzeczać się zdaje przedmiotowej możliwości tego, co jest pod względem logicznym bez zarzutu. Przekonaliśmy się jednak ostatecznie o prawdziwości odnośnych twierdzeń intuicyinych i o tem, że w żadnej sprzeczności z logiką one się nie znajdują; a to dowodzi już, że pogląd powyższy na istotę możliwości jest błędny.

ROZDZIAŁ VIII.

Możliwość logiczna a przedmiotowa.

62. Wiemy na zasadzie dedukcyi z twierdzeń bezwarunkowo prawdziwych, że mnogość zwyczajnie nieskończona punktów aktualnych na odcinku prostoliniowym istnieć nie może, że istnieć nie może weierstrassowska rozciągła krzywa bez stycznych, że w tej dziedzinie rozciągłej również istnieć nie może, jako przedmiot samodzielny, odcinek prostoliniowy n. p. 0—1 bez punktów granicznych.

Rozpatrzmy teraz pojęcia powyższych przedmiotów, a więc pojęcie zwyczajnie nieskończonej mnogości punktów, istniejących aktualnie na odcinku prostoliniowym, pojęcie weierstrassowskiej krzywej rozciągłej bez stycznych (t. j. pojęcie nieskończoności punktów, objętych znaczeniem odnośnej funkcyi bez pochodnych i tworzących krzywą rozciągłą), wkońcu pojęcie samodzielnie istniejącego odcinka rozciągłego 0—1 bez punktów granicznych (t. j. pojęcie nieskończoności punktów, objętych znaczeniem odnośnego wzoru analitycznego, a tworzących samodzielny odcinek rozciągły). Zachodzi pytanie, czy pojęcia te zawierają, czy też nie zawierają sprzeczności logicznej?

Przedewszystkiem unikajmy tu podsunięcia na miejsce powyższych pojęć innych, mało z pozoru od nich się różniących, mianowicie pojęć, w których nie byłby wyszczególnio-

ny rodzaj istnienia przedmiotów, których dotyczą. W naszym przypadku byłyby to następujące pojęcia: pojęcie mnogości zwyczajnie nieskończonej punktów odcinka prostoliniowego, dalej pojęcie mnogości nieskończonej punktów, objętych znaczeniem funkcyi Weierstrassa, wkońcu pojęcie nieskończoności punktów, objętych znaczeniem wzoru analitycznego dla odnośnych znaczeń zmiennej niezależnej. Gdybyśmy bowiem tak postąpili, to otrzymalibyśmy pojęcia nie tych przedmiotów, o które nam chodzi, i ich logiczna bezsprzeczność w żadnym już związku nie byłaby z możliwością naszych przedmiotów. Z tego bowiem n. p., że mamy najdokładniejsze i pod względem logicznym będące bez zarzutu pojęcie o mnogości dwójek liczbowych czy też punktów, objętych znaczeniem wzoru weierstrassowskiego *), nie wynika oczywiście żaden wniosek o możliwości realizacyi tego ogółu punktów w postaci pewnej krzywej rozciągłej.

Przejdźmy teraz do właściwych pojęć interesujących nas tu przedmiotów i rozpatrzmy kwestyę ich logicznej bezsprzeczności. Pojęcia te powstały przez dołączenie do odnośnych pojęć analitycznych określenia, dotyczącego rodzaju istnienia ich przedmiotów, a więc w pierwszym przykładzie określenia elementów mnogości, jako istniejących aktualnie, w drugim wzgl. trzecim określenia samego systemu, jako rozciągłego wzgl. samodzielnego. Chodzi więc o to, czy przez to dołączenie powstała sprzeczność logiczna, czy też

*) Dokładność tego pojęcia polega jednak, jak trzeba pamiętać, tylko na tem, że mnogość przez nie dana jest dobrze zdefiniowana, t. j. że o każdym elemencie możemy powiedzieć, czy należy, czy też nie należy do danej mnogości.

nasze pojęcia są równie bez zarzutu, jak i w skład ich wchodzące pojęcia analityczne?

Rzeczywiście okazuje się, że nasze pojęcia, choć przedmioty ich są niemożliwe, sprzeczności logicznej jednak nie zawierają. Nie zawierają zaś tej sprzeczności dlatego, że, oznaczając przedmioty tych pojęć jako aktualne, rozciągłe lub samodzielne, nie określamy jeszcze tem samem własności, jakie przedmioty te posiadać będą, jako właśnie aktualne, rozciągłe lub samodzielne — własności, które może okażą się sprzeczne z własnościami, wyznaczonemi przez pojęcia analityczne, w skład naszych pojęć wchodzące. Wprowadzone terminy „aktualny“, „rozciągły“, „samodzielny“ oznaczają tu tylko pewne przedmioty, są tylko znakami, które je wskazują i pozwalają zwrócić się do tych przedmiotów w celu zasięgnięcia o nich informacyi, same jednak nas o nich nie informują, gdyż wszelki znak wskazuje tylko przedmiot, lecz sam przez się nie podaje jego własności. Z tego, że przedmioty naszych pojęć mają istnieć aktualnie, rozciągle, samodzielnie, wiemy wprawdzie po porozumieniu się, co to mają być za przedmioty, nie wiemy jednak z góry jeszcze przed przeprowadzeniem dalszych badań, czy ta ich aktualność, rozciągłość i samodzielność może iść, czy też nie może iść w parze z własnościami, mającemi cechować te przedmioty, a wyznaczonemi w pojęciach analitycznych. Terminy te nie zawierają tu jeszcze żadnego poznania (które musiałoby być wyrażone w sądzie), one tylko wskazują źródło poznania, odpowiedni przedmiot, lecz ze źródła tego jeszcze nic do nich nie wpłynęło. I dlatego to z samych tych terminów-pojęć żadne poznanie również i wypłynąć nie może, są one pod tym względem najzupełniej indyferentne, nie mogą nas poinformować same przez się o tem,

czy przedmiot przez nie oznaczony może lub nie może posiadać pewnych własności, i w kwestyi tej odsyłają nas właśnie do samego przedmiotu, który wskazują.

W pojęciach naszych przedmiotów, które istnieć nie mogą, istotnie nie można wykryć sprzeczności, zawierają one bowiem dwa rodzaje pojęć składowych, nie dających się porównać, gdyż leżących w dwóch różnych płaszczyznach: pojęcia, określające własności, i pojęcia, wskazujące przedmioty. Nasze pojęcia istotnie z tego powodu logicznej sprzeczności nie wykazują, czy jednak ich przedmioty nie zawierają sprzeczności, co do tego dać nam one nie są w stanie z wyżej wymienionych względów najmniejszej nawet gwarancyi. W ten sposób okazuje się, że możliwość logiczna pojęcia zupełnie świadczyć nie może o możliwości przedmiotu tego pojęcia. Lecz w każdym razie świadczy ona — mógłby kto powiedzieć — jeżeli nie o istotnej, przedmiotowej możliwości przedmiotu, to choćby o jego możliwości logicznej. Lecz cóż to jest możliwość logiczna, możliwość pojęciowa przedmiotu, który nie jest pojęciem? To nic innego, oczywiście, n d możliwość jego pojęcia, nieściśle zastosowana do samego przedmiotu; możliwość przedmiotu może być tylko przedmiotową, albo nie będzie niczem, jak tylko możliwością jego pojęcia. A ta możliwość pojęcia przedmiotu nic jeszcze, jak widzieliśmy, nie mówi, bo mówić nie może, o możliwości samego przedmiotu, i dlatego też nie mamy najmniejszego prawa występować przeciwko intuicyi, stwierdzającej niemożliwość pewnych przedmiotów, albo nawet tylko podawać dane jej w wątpliwość na tej zasadzie, że w pojęciach tych przedmiotów niema sprzeczności logicznej, pojęciowej. Sprzeczność bowiem i możliwość logiczna, pojęciowa dotyczy tylko dziedziny pojęć, lecz nie dziedziny przedmiotów,

oznaczanych przez te pojęcia i będących już czemś od nich różnem. Tej dziedziny dotyczy już nie logika, lecz intuicya.

Jeżeli chcemy przekonać się tedy, czy mnogość zwyczajnie nieskończona punktów aktualnych w odcinku prostoliniowym istnieć może, czy może istnieć weierstrassowska rozciągła krzywa bez stycznych lub samodzielny odcinek prostoliniowy 0—1 bez punktów granicznych, to, aby tę kwestyę rozstrzygnąć, wyjść musimy poza dziedzinę pojęć i zwrócić się do samych przedmiotów, do tych mianowicie, które odpowiadają oznaczającej części składowej naszych pojęć. W naszym przypadku będą to elementy aktualne, linie rozciągłe, odcinki samodzielne. Jeżeli do tych przedmiotów się zwrócimy, jeżeli je sobie przedstawimy intuicyjnie, to stwierdzimy z bezwarunkową pewnością, że szereg punktów aktualnych zawsze musi mieć element ostatni, że krzywa rozciągła zawsze musi posiadać określony kierunek (określoną styczną), a z samodzielnem istnieniem odcinka prostoliniowego zawsze musi być połączone posiadanie przezeń punktów granicznych — innemi słowy, że przedmioty naszych pojęć pełnych są niemożliwe, istnieć nie mogą, gdyż zawierają sprzeczność.

Teraz już sprzeczność ta znaleźć może swój odpowiednik w dziedzinie pojęciowej, gdyż dane, zawarte w intuicyjnych przedstawieniach przedmiotów, mogą być sformułowane w odnośnych twierdzeniach, i z temi twierdzeniami, określającemi już własności aktualnych, rozciągłych lub samodzielnych przedmiotów, okażą się logicznie sprzeczne te własności, które przedmiotom tym przypisują analityczne części składowe naszych pojęć. A tę adekwacyę między pojęciami i przedmiotami, wyrażającą się w tem, że przedmiotowi sprzecznemu, niemożliwemu odpowiada teraz i pojęcie

sprzeczne, osiągnęliśmy dzięki temu, że zbogaciliśmy treść tego pojęcia, że zawarliśmy w niej rezultat naszego poznania przedmiotu, że oznaczające składniki tego pojęcia określają już teraz również własności oznaczonego przedmiotu. Bo przy innego rodzaju składnikach pojęć mowy oczywiście być nie może o adekwacyi w powyższem znaczeniu między pojęciami a przedmiotami: jakże mogą one wykazywać sprzeczność, zawartą w przedmiocie, jeżeli wogóle odnośnych własności tego przedmiotu nie określają (nie współoznaczają, według terminologii J. S. Milla), a tylko wskazują kierunek, w którym należy iść, aby je odszukać? Wszak o adekwacyi między pojęciem a odrębnym od niego przedmiotem wtedy tylko może być mowa, gdy w pojęciu zawarty już jest rezultat poznania przedmiotu, nigdy zaś wtedy, gdy pojęcie jest tylko znakiem, przyporządkowanym przedmiotowi. Zanim więc wystąpimy przeciwko intuicyi na tej zasadzie, że orzeka ona często niemożliwość przedmiotów pojęć niesprzecznych i przeczy w ten sposób jakoby odpowiedniości między pojęciem a przedmiotem, powinniśmy wprzód uświadomić sobie ową dwojaką naturę pojęć i nie żądać od jednego ich rodzaju tego, co może wypełnić tylko druga ich kategorya.

63. Przesąd, że to, czego pojęcie nie zawiera sprzeczności, jest zawsze możliwe (przedmiotowo), znajduje w dziedzinie nas tu interesującej poparcie w szeregu nieporozumień, które należy nieco bliżej rozpatrzeć. Zajmuje nas tu możliwość przedmiotów w czystej, geometrycznej przestrzeni, co do której specyalnie uważa się zazwyczaj, że w niej to, co nie zawiera sprzeczności logicznej, jest nie tylko możliwe, lecz nawet i rzeczywiste *). Moment, szczególnie sprzyjają-

*) Jeżeli chodzi o rzeczywistość w przestrzeni geometrycznej

cy rozpowszechnieniu się tego błędnego poglądu, polega tu na specyficznej naturze przestrzeni geometrycznej, na jej niezmienności i jednorodności, dzięki którym różni się ona zasadniczo od przestrzeni fizycznej, od fizyczności przestrzennej. Świat fizyczny zmienia się z czasem i jest różny w zależności od miejsca, natomiast czysta, pozbawiona pierwiastku materyalnego przestrzeń geometryczna nie poddana jest już zmianom czasowym i jest we wszystkich swych częściach jednorodna. Dlatego też rzeczywiście to, co jest możliwe w niej tu i teraz, możliwe jest w niej wszędzie i zawsze. Znika więc dla przestrzeni geometrycznej różnica możliwości merytorycznej i faktycznej, i to, co jest w niej możliwe w zasadzie, jest równocześnie możliwe i faktycznie, a to wobec nieistnienia pobocznych okoliczności, przywiązanych do danego położenia, w fizycznym czasie i przestrzeni. Istotnie więc możliwość istnienia przedmiotów geometrycznych jest, że tak powiemy, łatwiejsza, niż możliwość istnienia przedmiotów konkretnych. Cała ta jednak kwestya nie ma w istocie rzeczy nic wspólnego ze sprawą stosunku możliwości przedmiotowej do możliwości logicznej, a to z tej prostej przyczyny, że jest kwestyą już całkowicie immanentną dziedzinie przedmiotowej i dotyczy tylko przedmiotowej możliwości przedmiotów w przestrzeni geometrycznej. Jeżeli teraz jednak przedmiotową możliwość merytoryczną, przedmiotową możliwość w zasadzie (t. j. rozpatrywaną niezależnie od poszczególnych okoliczności konkretnego czasu i przestrze-

przedmiotów pojęć niesprzecznych, to, jak wiemy, ta teorya o preegzystencyi w przestrzeni utworów geometrycznych oparta jest na błędnej przesłance o składaniu się przestrzeni geometrycznej z punktów aktualnych i ma swe źródło w nieodróżnianiu istnienia od jego możliwości.

ni) pomieszamy z niesprzecznością odnośnego pojęcia, z możliwością logiczną — którą zwykle również się określa jako możliwość „w zasadzie“ — przedmiotowej zaś możliwości faktycznej nie odróżnimy od możliwości przedmiotowej wogóle, to pomieszanie tych zasadniczo różnych kwestyi odbije się fatalnie na interesującym nas tu problemacie i stworzy pozór, że to, co jest możliwe logicznie, jest przynajmniej w przestrzeni geometrycznej możliwe i przedmiotowo.

Dalsza okoliczność, sprzyjająca rozpowszechnieniu się tego błędnego poglądu na możliwość utworów geometrycznych, również ma swe źródło w specyficznej naturze przestrzeni geometrycznej. Przestrzeń geometryczna, jako czysta, t. j. pozbawiona elementu materyalno-dynamicznego, może być nazwana w pewnem tego słowa znaczeniu „bierną“. Otóż tę jej bierność, wynikającą z braku w niej elementu dynamicznego, mieszają powszechnie z biernością bezwzględną, jako zanikiem wszelkiej indywidualności, wszelkich rysów oryginalnych, i przestrzeń geometryczną — świadomie lub nieświadomie — pojmują wraz z Platonem jako pewnego rodzaju niebyt (το μη ον), który musi przyjąć wszelką narzuconą mu formę, gdyż jest czemś, co nie posiada własnej indywidualności, z którą musiałby się liczyć czynnik kształtujący. Jeżeli zaś taka byłaby natura przestrzeni, to oczywiście niezrozumiałe byłoby, dlaczego w takim przedmiocie nie miałoby istnieć wszystko to, co nie zawiera sprzeczności logicznej. Albo też do tego samego poglądu o bierności zupełnej naszej przestrzeni geometrycznej dochodzi się, wyprowadzając pośpiesznie błędny wniosek z prawdziwego twierdzenia o nieistnieniu kształtów określonych w przestrzeni geometrycznej, i twierdzi się, że „z tego continuum, pozbawionego pierwotnie kształtu, może się wyłonić

bądź jedna, bądź druga przestrzeń [t. j. euklidesowa lub nieeuklidesowa], podobnie jak na kartce białego papieru można według woli narysować prostą lub koło“ *).

Pogląd powyższy, że przestrzeń geometryczna jest czemś, nie posiadającem natury indywidualnej, tkwi głęboko ukryty u tych filozofów, którzy, idąc za Kantem, przyznają przestrzeni geometrycznej (choć może w mniejszym od niego stopniu) realność fenomenalną, i sama filozofia Kanta zawiera w sobie elementy, umożliwiające utrwalenie się podobnej doktryny. Aczkolwiek bowiem sam Kant przeczył temu, że przedmiot wszelkiego pojęcia, będącego bez zarzutu z punktu widzenia logiki formalnej, możliwy jest w przestrzeni geometrycznej **), to jednak elementom logiki transcendentalnej przypisywał taką potęgę kształtującą, taką siłę metodologiczną narzucania imperatywów formom czasu i przestrzeni, że formy te mogły się wydawać wobec tych czynników biernemi zupełnie, tem bardziej, że ich charakter fenomenalny zdawał się zawierać przyczynę tej powolności wobec oktrojowanych im kształtów. To bowiem stosowanie się przedmiotów do naszych pojęć, ta ich bierność możliwa jest — według Kanta — tylko dlatego, że są to przedmioty fenomenalne, a więc bądź co bądź prawdziwego, absolutnego bytu nie posiadające. Ta fenomenalność przestrzeni jest też u nowokrytycysty Evellina najściślej właśnie związana z jej zupełną biernością i zależnością od umysłu naszego, „który ją według

*) Poincaré. Wartość nauki, przekł. polski L. Silbersteina, str. 37.— Por. także nasze: Prolegomena filozoficzne do geometryi, 1912, str. 113, 114.

**) Por. Kant. Krytyka czystego rozumu, przekł. polski P. Chmielowskiego, str. 230—232 (Rozdz. p. t. „Wymagalniki empirycznego myślenia wogóle“).

swej woli dzieli i poddziela“ *), a Bergson, w tylu punktach blizki Evellinowi, a przez niego i Kantowi, twierdzi również, że przestrzeń geometryczna, ta zasłona fenomenalna, narzucona — według niego — przez naszą logikę geometryzującą światu absolutnemu, okazuje się z racyi tej swojej natury tylko powolną służką naszej myśli, „środowiskiem jednolitem i pustem, nieskończonem i nieskończenie podzielnem, poddającem się obojętnie każdemu sposobowi rozkładania **).

Z tego jednak, że nasza przestrzeń geometryczna nie posiada w sobie elementu dynamicznego, że sama przez się nie zawiera w sobie kształtów określonych, że, jako niekonkretna, może być w pewnem tego słowa znaczeniu nazwana „wytworem myśli naszej“, a więc czemś „fenomenalnem“ — z tego wszystkiego tylko po dokonaniu najlekkomyślniejszego skoku logicznego wyprowadzić można wniosek o zupełnym braku indywidualnego oblicza w tym przedmiocie, który nazywamy czystą przestrzenią rozciągłą, i o związanej z tem jego bierności wobec wszelkich niesprzecznych nakazów myśli naszej. Albowiem bytem określonym nie jest wszak koniecznie to, co przedstawia ośrodek siły; indywidualny charakter wyrażać się może nie tylko w posiadaniu aktualnem określonego kształtu, lecz w możliwości przyjęcia pewnych form, niemożliwości zaś przyjęcia innych; idealność przedmiotu, jako jego niekonkretność, nie ma nic wspólnego z jego naturą idealną, jako tożsamą z naturą naszej myśli (por. § 43), a na fenomenalnym, nie posiadającym pełni rzeczywistości, charakterze przedmiotu,

*) Por. Evellin. Infini et quantité. 1880, str. 25.

**) Por. Bergson. Ewolucya twórcza, przekł. polski F. Znanieckiego. 1913, str. 136.

który mimo swą fenomenalność może wszak posiadać najbardziej oryginalną naturę, w równym stopniu nie można oprzeć jego powolności w stosunku do myśli naszej, jak nie można na nim było dawniej ugruntować zasadniczej z nią rozbieżności, wyrażającej się w sprzeczności logicznej, tkwić mającej w bycie fenomenalnym (por. §§ 59 i 60).

Nie mamy tedy żadnych danych do uważania rozciągłej przestrzeni geometrycznej za jakiś niebyt, lub w najlepszym przypadku półbyt, pozbawiony indywidualnej natury i z tego powodu umożliwiający realizacyę wszelkiej idei niesprzecznej. Nie mamy żadnych danych po temu i mieć ich nie możemy, gdyż przeczyłyby one istotnemu stanowi rzeczy. Nie tylko bowiem wiemy bezpośrednio, że dziedzina czystej rozciągłości jest czemś zasadniczo różnem od dziedziny pojęć, dziedziny znaczeń i oznaczeń, lecz poza tem znamy jej wybitnie oryginalną naturę, jej swoistą konstytucyę, tak różną n. p. od konstytucyi dziedziny analitycznej (por. §§ 44, 45). I dlatego też nie tylko nas nie dziwi, lecz jest czemś najzupełniej przez nas oczekiwanem, że znajdą się niezawierające sprzeczności utwory analityczno-pojęciowe, które nie będą mogły mieć odpowiedników w rozciągłej przestrzeni geometrycznej, chociaż pojęcie tych odpowiedników, składające się z pojęcia danego utworu analitycznego i z pojęcia, wskazującego odpowiednią dziedzinę bytu, przed określeniem własności tej dziedziny sprzeczności logicznej oczywiście zawierać nie będzie.

64. Niemożliwość mnogości zwyczajnie nieskończonej punktów aktualnych na odcinku prostoliniowym, niemożliwość (weierstrassowskiej) krzywej rozciągłej bez stycznych i samodzielnego odcinka prostoliniowego bez punktów granicznych wykazaliśmy w sposób dwojaki: po pierwsze, przez

odwołanie się bezpośrednie do intuicyi zbioru punktów aktualnych, krzywej rozciągłej i samodzielnego odcinka prostoliniowego, przez przywołanie przed siebie tych przedmiotów i stwierdzenie, że nieodłącznemi od nich są własności wręcz sprzeczne z temi, jakie chcieliśmy widzieć z niemi połączone; po drugie — i to jest dla nas specyalnie ważne — przez dedukcyę z sądów najbardziej elementarnych. Podstawowemi takiemi sądami były dla nas pewniki, dotyczące ruchu (§ 2), twierdzenia tak pewne i oczywiste, że największy przeciwnik ruchu, Zenon z Elei, nie odważył się im zaprzeczyć i nawet je implicite w argumentach swych przeciwko ruchowi stosował. A jednak z ust skrajnego sceptyka, który zawrze przymierze z dogmatycznym racyonalizmem, możemy mimo wszystko usłyszeć zdanie, że z pojęcia ruchu nie wynika bynajmniej to, że przedmiot poruszający się od A do B wzdłuż drogi AB, na której istnieją aktualnie pewne położenia pośrednie, musi w pewnym momencie natrafić po raz pierwszy na położenie pośrednie, lub że to położenie musi być pierwsze, licząc od A, z pośród wszystkich położeń pośrednich—że więc pewniki nasze nie posiadają apodyktycznej pewności, że ruch posiadać może i inne własności, niż te, któreśmy stwierdzili w odnośnych pewnikach. Cóż na to wszystko odpowiemy, w jaki sposób obronimy bezwarunkową prawdziwość i pewność apodyktyczną podstawowych sądów naszych dedukcyi?

Sprawa jest tu nader prosta i nie wymaga wielkiego trudu od obrońcy. Wszak nikt nie twierdzi, że to z pojęcia ruchu wynikają te jego własności, że pojęcie „przechodzenia czy przejścia z jednego położenia w przestrzeni do innego“ wyjawi nam wszystkie tajemnice oznaczanego przez nie przedmiotu. Takie pojęcie ruchu wskazuje nam tylko pewien

przedmiot, lecz jaki on jest, jakie są jego charakterystyczne własności, tego nam nie mówi, i o tem możemy dowiedzieć się tylko od samego przedmiotu przez intuicyjne przedstawienie go sobie. Dane, jakich nam to intuicyjne przedstawienie dostarcza, formułują właśnie nasze pewniki intuicyjne, i uświadamiamy sobie przytem nieodparcie, że od przedmiotu, oznaczanego przez termin-pojęcie „ruch“ (nie zaś od tego pojęcia!) własności te są nieodłączne, że bez nich nie byłby on sobą. Cała więc owa sceptyczno-racyonalistyczna argumentacya nas zupełnie nie dotyczy i trafia w próżnię.

Podobnie rzecz się ma również i z innemi pewnikami, na których się opieramy: stwierdzamy odnośny stan rzeczy nie na zasadzie niemych pojęć wskazujących, lecz na podstawie samych wiele mówiących przedmiotów. To, że linie rozciągłe przecinają się w punktach aktualnych lub że punkt geometryczny, jako przekrój linii rozciągłej, jest czemś istniejącem niesamodzielnie (jako właśnie przekrój) i w sposób bezwymiarowy, nierozciągły (jako przekrój utworu jednowymiarowego), to jest najwyższą oczywistością dla każdego, kto wie, co oznaczają terminy: „rozciągłość“, „linia rozciągła“, „przekrój linii rozciągłej“, „istnienie aktualne“ i t. d., i kto zwróci się do oznaczanych przez nie przedmiotów. Kto jednak nie wie, czy też nie chce wiedzieć, co terminy te oznaczają, ten oczywiście może łączyć je dowolnie, nie popełniając przytem nie tylko logicznej, lecz i przedmiotowej sprzeczności, gdyż terminy te, straciwszy teraz swą funkcyę oznaczającą, swój stosunek do przedmiotów, będą już tylko czystemi symbolami, które możemy odnieść i powiązać z dowolnemi pojęciami. Wtedy pozostawać będziemy ściśle w dziedzinie czysto logicznej, wyzbędziemy się pojęć, oznaczających przedmioty, leżące poza tą dziedziną, lecz

równocześnie pozbawimy się wszelkiej możliwości ferowania wyroków o przedmiotach, których dane terminy, zwykle je oznaczające, teraz zupełnie nie dotyczą. Jedno więc z dwojga: albo idzie nam o poznanie przedmiotów, a wtedy od pojęć, oznaczających je, lecz nic o nich nie mówiących, zwrócić się musimy do wskazanych przez nie przedmiotów, albo też idzie nam o powiązanie samych tylko pojęć, a wtedy pojęcia, oznaczające przedmioty *), będą tu zupełnie zbytecznym i obcym balastem.

65. Zrozumiały dobrze ten stan rzeczy nauki, których metoda na dedukcyi logicznej polega, przedewszystkiem nauki matematyczne. Z chwilą, gdy postanowiły one ukonstytuować się jako systemy czysto dedukcyjne, wyprowadzające na drodze logicznej nowe twierdzenia z sądów podstawowych, gdy postanowiły przy tych dedukcyach pod żadnym pozorem nie uciekać się do intuicyi przedmiotów, z tą chwilą i same przedmioty straciły dla nauk tych, jako systemów czysto dedukcyjnych, wszelkie znaczenie, a równocześnie pojęcia, oznaczające te przedmioty, swą funkcyę transcendentną, polegającą na wskazywaniu czegoś, co poza niemi już leży. Wszystko, co potrzebne jest dla dedukcyi logicznych, mieści się w tych systemach już w ich podstawowych twierdzeniach, które nie dotyczą określonych przedmiotów (gdyż nic z nich przyjść nie może nauce, której istota polega na dedukcyi logicznej bez odwoływania się

*) Zwrócić tu należy uwagę na to, że pojęcia takie nie muszą być koniecznie pojęciami, niedającemi się sprowadzić do pojęć prostszych; mogą i one pewną treść współoznaczać, o ile treść ta nie zawiera własności danego przedmiotu, lecz tylko służy do bliższego go oznaczenia (n. p. pojęcie ruchu, jako przechodzenia z jednego położenia w przestrzeni do innego; pojęcie punktu, jako przekroju linii rozciągłej i t. p.).

już do przedmiotów), lecz określają tylko zasadnicze własności czegoś, o czem z tego punktu widzenia nic nie wiemy, czem ono jest, choć ustanawiamy, jakie ono jest, jakie własności posiada. W ten sposób n. p. geometrya, jako system czysto dedukcyjny, opiera się na określonych zapomocą systemu sądów własnościach podstawowych, przynależących punktom, prostym i płaszczyznom, własnościach, wyrażających się w stosunkach, jakie między temi elementami istnieją. Czem jest jednak punkt, prosta lub płaszczyzna—to jest dla geometryi, jako nauki czysto dedukcyjnej, z wyżej wymienionych względów zupełnie obojętne *). Terminy „punkt“, „prosta“, „płaszczyzna“ nie oznaczają już tu określonych przedmiotów, lecz są tylko symbolami ogółu stosunków, wyrażonych w odnośnym systemie definicyi, dotyczących tych terminów. Nie wskazują one przedmiotów, będących, jako podstawy tych stosunków, czemś od nich różnem, lecz dotyczą tylko samych tych stosunków, tylko treści logicznej, w której się te wyrażają. „Jeżeli matematyka, mówi Couturat, jest nauką „abstrakcyjną“, to jest nią nie dlatego, że, jak przypuszczają empirycy i pozytywiści, abstrahuje od znacznej części własności przedmiotów doświadczenia, lecz dlatego, że nie jest ona w żadnym stopniu nauką o przedmiotach....“ **). Trzeba to tylko dobrze rozumieć. Matematyka, nawet jako system czysto dedukcyjny, ma oczywiście pewien przedmiot, o którym poucza, tylko że ten przedmiot nie jest właśnie przedmiotem w właściwem tego słowa znaczeniu, nie jest

*) Por. Couturat. Les principes des mathématiques, 1905, str. 206: „W ten sposób geometrya czysta, która jest tylko systemem implikacyi, nie twierdzi nic, co dotyczy punktów; ściśle mówiąc, ona ich nie zna i ich nie potrzebuje“.

**) Por. Couturat, l. c., str. 207.

czemś, co wskazują nam odnośne pojęcia, nie jest transcendentnym przedmiotem tych pojęć, pewnym substratem własności, lecz redukuje się tylko do samych tych własności, do samej treści pojęciowej, jest czemś bez jądra przedmiotowego, czemś tym pojęciom immanentnem, z niemi tożsamem. I jeżeli to „coś“ nazwiemy przedmiotem, to będzie on toto genere różny od zwykłego, odmiennego od treści pojęciowej i w stosunku do niej transcendentnego przedmiotu, będzie „przedmiotem immanentnym“, t. j. właśnie samą tą treścią *). I oto tutaj dochodzimy do ścisłego odróżnienia z jednej strony dziedziny logiki i nauk czysto dedukcyjnych, z drugiej strony nauk, opartych na intuicyi w najobszerniejszem tego słowa znaczeniu: przedmiotem pierwszej kategoryi nauk są treści czysto pojęciowe, „przedmioty immanentne“, przedmiotem drugiej kategoryi — przedmioty w właściwem tego słowa znaczeniu, przedmioty transcendentne w stosunku do dotyczących ich pojęć.

Rozumiemy doskonale, że w podstawowych sądach nauk, przedstawionych w postaci czysto logicznej, w sądach, które zwykle nazywamy pewnikami, a które tutaj są tylko definicyami elementów nauki, możemy zawrzeć treść dowolną, byleby z sobą niesprzeczną, możemy, innemi słowy, w sposób dowolny określić stosunki i własności odnośnych elementów. Ze strony tych elementów żadnego oporu spodziewać się nie możemy, gdyż my je dopiero w owych pewnikach-definicyach tworzymy, gdyż poza temi definicyami są one niczem. Wszelki więc pewnik może tu być zastąpiony przez inny, lecz równocześnie z tem ulega zmianie od-

*) Odróżnieniem treści (przedmiotu immanentnego) od właściwego, transcendentnego przedmiotu przedstawień zajmują się specyalnie prace Brentano i jego szkoły (Husserl, Meinong, Twardowski).

nośny przedmiot immanentny *). Jeżeli jednak opuszczamy dziedzinę czystej logiki, wracamy do pojęć, oznaczających przedmioty (transcendentne), i do przedmiotów tych się zwracamy (gdyż jeżeli uznajemy oznaczającą funkcyę pojęć, lecz z niej nie korzystamy, to oczywiście rezultat jest ten sam, jak gdybyśmy jej wogóle nie uznawali), to wtedy już pod żadnym pozorem dla podważenia prawdziwości przedmiotowej pewników nie mamy prawa powoływać się na to, że mogą one być zastąpione przez wręcz odmienne, logicznie równie możliwe, jak i poprzednie; tak bowiem nie jest, gdyż mamy tu już do czynienia z przedmiotami w właściwem tego słowa znaczeniu, których pewniki już nie mogą dowolnie określać, lecz do których stosować się muszą. Tak więc możliwość logiczna pojęć i sądów, będąca wszystkiem w dziedzinie immanentnych przedmiotów pojęć, jest niczem, jeżeli chodzi o ich przedmioty transcendentne, jeżeli chodzi o ich możliwość przedmiotową i o prawdziwość przedmiotową dotyczących ich sądów.

---

66. Matematyka, jako metoda logiczna, nie informuje nas, jak to widzieliśmy przed chwilą, zupełnie o przedmiotach i ich naturze. Jest to, według wyrażenia Russela, nauka, „w której nigdy nie wiadomo, o czem się mówi, ani czy też to, co się mówi, jest prawdą“ **). Ten charakter metody lo-

*) Mamy tu owo krążenie przedmiotów około naszych pojęć i sądów, na którem Kant chciał oprzeć możliwość poznania apriorycznego przedmiotów. Zachodzi ono tu jednak nie dla przedmiotów immanentnych naszego doświadczenia, lecz tylko dla przedmiotów immanentnych naszych pojęć, przedmiotów więc, które są z temi pojęciami tożsame.

**) Oczywiście, nie znaczy to, że w matematyce nie wiadomo, *co*

giczno-matematycznej pozwala nam do głębi zrozumieć przyczynę tego, że specyalnie dziedzina problematów filozoficzno-matematycznych jest terenem walki między logiką a intuicyą. Matematyka w swej czysto logicznej postaci nic nie wie o tem, czem jest punkt, linia prosta, liczba lub mnogość — dla niej są to tylko symbole, przywiązane do pewnego ogółu stosunków. Matematycy jednak rzadko tylko potrafią krytycznie wstrzymać swój sąd o przedmiotach, o których ich nauka żadnego sądu nie wypowiada, i w jej nawet imieniu zabierają bezprawnie głos w sprawach, od których ona celowo abstrahuje. I jakiż tego rezultat? Opuszczając przynależną mu z prawa dziedzinę czystych pojęć, matematyk gubi się w obcym świecie przedmiotów, nie zdaje sobie sprawy z właściwej mu głębokości, z rozmaitych dziedzin i rodzajów jego elementów i, podobnie jak ślepiec, który dopiero co przejrzał, widzi wszystko na tej samej od siebie odległości, tak i on rzutuje wszystkie przedmioty na tę samą płaszczyznę, na jedyną płaszczyznę przedmiotową, znaną mu z życia potocznego — płaszczyznę przedmiotów zwykłych, a więc rozciągłych, aktualnych, samodzielnych. Jeżeli wtedy mówi on o prostej nieeuklidesowej, to rozumie przez nią zwykłą w swym rodzaju bytowania linię, a więc utwór rozciągły, posiadający tylko własności niezwykłe *); jeżeli chodzi o krzywą bez stycznych, to jest to dla niego zwykła pod względem przedmiotowym krzywa, krzywa rozciągła, niezwykła tylko

---

się mówi, że używa się terminów nie posiadających sensu. Znaczy to tylko, że sens terminów matematyki abstrakcyjnej wyczerpuje się w ich znaczeniu i nie polega na oznaczaniu przedmiotów (dlatego też nie wiemy tam, *o czem* mówimy).

*) Por. w tej kwestyi nasze Prolegomena filozoficzne do geometryi, rozdz. VIII.

pod względem stosunków, które ujawnia; jeżeli mówi o odcinku prostoliniowym bez punktów granicznych, to pojmuje przezeń odcinek, istniejący w sposób zwykły, samodzielny, posiadający tylko odmienne niż zazwyczaj własności; jeżeli wypowiada sąd o naturze mnogości nieskończonych, to sąd ten brzmi, że są to zwykłe mnogości, zbiory zwykłych, aktualnie istniejących elementów, niezwykłe tylko ze względu na własności, które ujawniają. I jest to zupełnie zrozumiałe: matematyka abstrakcyjna ma do czynienia tylko z własnościami i stosunkami, wszelka różnica w jej „przedmiotach“ polega na różnicy w ich własnościach i stosunkach; poza tem wszystkie one są jednorodne, wszystkie są immanentnemi przedmiotami pojęć, są treścią pojęciową, znaczeniem. I oto matematyk tę jednorodność przedmiotów immanentnych przenosi dogmatycznie w dziedzinę transcendentnych przedmiotów, wszędzie widzi zwykłe przedmioty pod względem rodzaju bytowania i zachwyca się tylko niezwykłością ich własności, nie zdając sobie sprawy z tego, że te osobliwe własności są właśnie związane z innym, niż zwykły, rodzajem bytu, z istnieniem n. p. czysto pojęciowem, niesamodzielnem lub nieaktualnem. I oto przeciwko takiemu narzucaniu przez analityków i logików (nie przez analizę i logikę!) zwykłym przedmiotom własności niezwykłych a sprzecznych z ich rodzajem istnienia występują w obronie prawdy intuicyoniści, którzy na zasadzie danych przedmiotowych stwierdzają niemożliwość przedmiotową owych płodów niekrytycznego myślenia.

Czy jednak cała wina tego sporu między logiką a intuicyą spada na barki logików i analityków, czy intuicyoniści są tu bez winy zupełnie? Bynajmniej, i oni tu popełniają błąd zasadniczy, przytem ten sam błąd, co i analitycy, tylko

że, wychodząc z innego punktu, dochodzą na tej samej błędnej drodze do wręcz odmiennych rezultatów. I oni nie znają innego rodzaju istnienia poza zwykłem istnieniem aktualnem, rozciągłem lub samodzielnem, którego dotyczą ich sądy, i dlatego nie uświadamiają sobie, że przy innym rodzaju istnienia przedmioty mogą posiadać własności inne, niż zwykłe. I oto analiza poprawia tu błędy intuicyonistów, podobnie jak intuicya prostuje błędne poglądy analityków, lecz w tym odwiecznym sporze, uchodzącym za spór między logiką a intuicyą, nigdy logika lub analiza nie okazywała się w sprzeczności z intuicyą, nigdy intuicya nie zadawała kłamu logice lub analizie. Przedmioty, których dotyczą czysta logika i intuicya, są odmienne zupełnie, i dlatego też sądy odnośne nie mogą być z sobą w sprzeczności; to tylko wspólny błąd ich adeptów — nieodróżnianie rozmaitych rodzajów bytu i przedmiotów — mógł w rezultacie doprowadzić do zakorzenienia się tej do gruntu błędnej, a tak z góry już nieprawdopodobnej doktryny, której utrzymywanie się w ciągu tysiącoleci stanowi bezsprzecznie jedną z najciemniejszych kart w dziejach filozofii.

CZĘŚĆ III.

Nauka a filozofia.

ROZDZIAŁ IX.

Prawdziwość poznania naukowego rozciągłości i ruchu.

67. W najściślejszym związku z problematem, dotyczącym stosunku logiki do intuicyi, znajduje się kwestya prawdziwości twierdzeń i pojęć, odnoszących się do przedmiotów, istniejących poza temi twierdzeniami i pojęciami. Mówiąc o przedmiotach, istniejących poza twierdzeniami i pojęciami, mamy tu na myśli zwykłe przedmioty, przedmioty intuicyjne, t. j. takie, które nie są tylko treścią pojęciowo-logiczną, nie są immanentne i tożsame z owemi twierdzeniami i pojęciami, nie są pewnym tylko ogółem postulowanych własności, lecz czemś transcendentnem w stosunku do tych pojęć i twierdzeń, czemś przedmiotowem, co właśnie przez owe twierdzenia i pojęcia powinno zostać ujęte i poznane. Otóż kwestya polega na tem, czy przedmioty intuicyjne, czy n. p. rozciągłość lub ruch, tak zasadniczo różne w naturze swej od wszystkiego, co pojęciowe, mogą być do głębi prawdziwie, adekwatnie ujęte zapomocą pojęć, czy też takie poznanie pojęciowe przedmiotów intuicyjnych musi z natury rzeczy być powierzchowne, niezdające sprawy z najistotniejszych własności tych przedmiotów, a nawet wypaczające je i prowadzące w ten sposób

do wniosków błędnych i paradoksalnych? Na to pytanie postaramy się nasamprzód odpowiedzieć przez analizę dwóch typowych przypadków pojęciowego ujęcia przedmiotów intuicyjnych, mianowicie przez rozpatrzenie pojęciowego ujęcia continuum rozciągłego i ruchu.

68. Poznanie pojęciowe przedmiotów intuicyjnych cechuje przedewszystkiem charakter wybitnie analityczny: poznanie to wyróżnia w przedmiocie rozmaite jego realnie nieodłączne własności, rozczłonkowuje w ten sposób przedmiot i przedstawia nam przy pomocy wielości elementów to, co przedmiotowo stanowi jedną nierozdzielną całość (§§ 45, 46). Otóż ta właśnie okoliczność, że w poznaniu pojęciowem ujmujemy jedność przedmiotu zapomocą wielości jego cech czy elementów, że w ten sposób jedność ontologiczna, charakteryzująca przedmiot, w dziedzinie logiczno-analitycznej jak gdyby się zatraca — ta okoliczność stała się przyczyną nieufności względem tego rodzaju poznania i spowodowała, że odmawia mu się często cechy doskonałego ujęcia przedmiotu, dorównania mu, cechy adekwatności.

Czy słusznie jednak? Weźmy przykład, który w wysokim stopniu zdaje się na pierwszy rzut oka potwierdzać charakter nieadekwatny pojęciowego ujęcia przedmiotów intuicyjnych, rozpatrzmy, w jaki sposób analiza ujmuje prostoliniowy odcinek ciągły i rozciągły. Wiemy, że ujmuje go ona jako pewną ściśle określoną mnogość punktów, że uważa go za system wszystkich punktów „rzeczywistych“ (t. j. odpowiadających wszystkim liczbom „rzeczywistym“, a więc wymiernym i niewymiernym), zawartych w odnośnych granicach. Chodzi więc o to, czy takie naukowe poznanie ciągłej rozciągłości jest do głębi, adekwatnie prawdziwe, czy też tylko posiada

wartość metodologiczno-praktyczną, lecz nie istotną wartość prawdy?

Ażeby na to odpowiedzieć, musimy rozstrzygnąć kwestyę, czy też rzeczywiście odcinek prostoliniowy jest pewną mnogością punktów, czy też nią nie jest; jeżeli jest pewną mnogością punktów, w takim razie analiza ujmuje go takim, jakim jest, i poznanie to jest bezwzględnie prawdziwe; jeżeli nie jest mnogością punktów, w takim razie analiza, uważająca go za taką mnogość, popełnia błąd, wypacza przedmiot, daje nam poznanie wyraźnie nieadekwatne.

Zwróćmy się więc do przedmiotu. Otóż bezpośrednio jest dla nas pewne, że między dwa dowolne punkty prostoliniowego odcinka zawsze wstawić możemy nieograniczoną ilość punktów pośrednich, że w szczególności takie wstawianie punktów możemy przeprowadzić metodycznie przez podział naszego odcinka (0—1) na części równe, a więc: 1) na dwie części równe—punkt $^1/_2$; 2) na trzy części równe—punkty $^1/_3$ i $^2/_3$; 3) na cztery części równe — punkty $^1/_4$, $^2/_4$ ($=^1/_2$), $^3/_4$; i t. d. ad infinitum według ogólnego wzoru $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n} \ldots\ldots \frac{n-1}{n}$, gdzie n jest jedną z liczb szeregu 1, 2, 3..... W ten sposób okazuje się, że w odcinku prostoliniowym 0 — 1 jest miejsce dla każdego punktu, odpowiadającego dowolnej liczbie wymiernej (ułamkowej), zawartej między 0 i 1. Dalej wiemy jednak, że ten ogół punktów wymiernych nie wyczerpuje naszego ciągłego odcinka prostoliniowego, że gdybyśmy w nim widzieli tylko tę mnogość punktów, to musielibyśmy odmówić mu cechy ciągłości, gdyż okazałoby się, że istnieją w nim pewne luki, przez które mogą przechodzić linie geometryczne, nie przecinając naszego odcinka w żadnym z jego punktów (wymiernych). Ażeby więc przywrócić mu charakteryzującą go ciągłość—tę niezaprzeczoną własność rozciągłości,

która się właśnie przejawia w tem również, że rozciągłość nie posiada żadnych przerw nierozciągłych (luk), któreby do niej nie należały, jako jej momenty, jako punkty geometryczne — trzeba przyznać, że jest w nim miejsce nie tylko dla punktów wymiernych, lecz również i dla całego ogółu dalszych punktów, punktów, odpowiadających liczbom niewymiernym. Pozatem jednak stwierdzić musimy, że punkty wymierne wraz z punktami niewymiernemi całkowicie już wyczerpują nasz odcinek prostoliniowy, że dalsze zagęszczenie continuum liniowego, aczkolwiek nie zawiera sprzeczności logicznej, doprowadziłoby nas jednak pośrednio do zaprzeczenia jego najelementarniejszej własności, wyrażonej w pewniku Archimedesa. W ten sposób znamy bezwzględnie dokładnie zawartość punktową naszego odcinka, gdyż o każdym danym zapomocą liczby punkcie możemy powiedzieć, czy należy on do naszego odcinka, czy też nie należy, czy jest tam dla niego miejsce, czy też miejsca dla niego niema. W tem właśnie znaczeniu powiedzieć możemy, że rozciągły odcinek prostoliniowy jest dobrze określoną mnogością punktów, i że analiza, ujmując go jako taką właśnie mnogość, daje nam poznanie bezwzględnie, adekwatnie prawdziwe.

69. W jakiż to jednak sposób jest możliwe? zapyta przeciwnik pojęciowego poznania; gdzie tu adekwatność poznawcza, kiedy przedmiot jeden, jednolity, niezdradzający żadnych pozorów wielości, poznajemy tu jako mnogość elementów? Czyż niesłusznie mówi Poincaré: „continuum, tak rozumiane, jest tylko zbiorem indywiduów, uszeregowanych w pewnym porządku; jest ich wprawdzie nieskończenie wiele, lecz każde jest zewnętrzne względem innych; nie odpowiada to zwykłemu pojmowaniu, przypuszczającemu między elementami, stanowiącemi continuum, pewną łącznię wewnętrzną,

tworzącą z nich całość, w której nie punkt istnieje przed linią, lecz linia przed punktem; ze słynnej formuły: continuum jest to jedność w mnogości, pozostała tylko mnogość, jedność znikła“ *)? Gdyby tak było, jak przypuszczają intuicyoniści, utwierdzani często w tem mniemaniu przez samych analityków, gdyby rzeczywiście w poznaniu pojęciowem linia okazała się tylko wielością oddzielnych elementów bez wszelkiej jedni, prawdziwem zaś byłoby jednak zwykłe pojmowanie, „przypuszczające między elementami, stanowiącemi continuum, pewną łącznię wewnętrzną, tworzącą z nich całość“, wtedy istotnie poznanie pojęciowe wypaczałoby tu naturę przedmiotu, byłoby nieadekwatne. Tak jednak bynajmniej nie jest, gdyż wprawdzie pojmowanie linii, jako całości, istniejącej przed jej elementami, okazuje się bezwarunkowo prawdziwe, analityczne jednak ujęcie linii rozciągłej w najmniejszym stopniu nie zaprzecza temu prawdziwemu pojmowaniu istoty linii.

Cóż bowiem znaczy w analizie, że odcinek prostoliniowy przedstawia mnogość dobrze określoną punktów? Znaczy to tylko, że o każdym danym zapomocą liczby punkcie możemy powiedzieć, czy należy on do tego odcinka, czy też nie należy. W jaki jednak sposób punkty te do odcinka tego należą, czy składają one ten odcinek w zwykłem tego słowa znaczeniu, tak jak punkty fizyczne składają ciało fizyczne, czy też są do niego w innym zupełnie stosunku, czy istnieją tam aktualnie, czy też tylko potencyalnie, a więc czy rzeczywiście continuum rozwiązuje się w wielość poszczególnych elementów, czy więc pozostaje tylko mnogość, a jedność znika, czy też od-

*) Poincaré. Nauka i hipoteza, przekł. polski M. H. Horwitza, str. 21, 22.

wrotnie, jedność linii i jej prius ontologiczne przed punktami pozostają nienaruszone—o tem wszystkiem analiza nie może i nie chce nas w najmniejszym nawet stopniu poinformować, gdyż tego rodzaju kwestye, jako czysto ontologiczne, zupełnie wychodzą poza zakres jej badań. Ona nie bada istoty elementów ani tego, w jaki sposób tworzą one całość; „jedyna własność tych szczebli (elementów)—mówi ten sam Poincaré*)—wchodząca do rozumowań matematyków, polega na tem, że znajdują się one przed lub po takich a takich innych szczeblach; ta więc jedynie własność powinna wchodzić do określenia". Jeżeli więc mówimy, że odcinek prostoliniowy jest mnogością nieskończoną punktów, to nie mamy żadnego prawa podsuwać pod to analityczne twierdzenie obcego mu znaczenia ontologicznego i twierdzić n. p., że analiza rozwiązuje linję w wielość poszczególnych, aktualnych punktów, że niszczy przynależną jej przedmiotowo jedność i zamienia ją pojęciowo na zbiór oddzielnych indywiduów. Tylko niekrytyczne operowanie terminami, tylko branie ich w potocznem znaczeniu mogło spowodować, że zasadniczy termin analizy „mnogość" z góry uważany bywa za oznaczający zbiór, agregat poszczególnych, aktualnych elementów, że więc analizie, zajmującej się tylko stosunkami między pewnemi członami, imputują się poglądy naukowe na charakter ontologiczny, przynależny tym członom. W przesłankach matematyki — jak to uświadamiają sobie i z naciskiem głoszą sami matematycy—nigdy poglądy ontologiczne nie są zawarte, jeżeli więc powołujemy się na analizę, jako na autorytet, w kwestyi n. p., czy linia istnieje przed punktami, czy też punkty przed linią, to zdradzamy albo zupełne nieoryentowanie się w istocie ma-

*) Nauka i metoda, przekł. polski M. H. Horwitza, str. 22.

tematyki, albo też brak konsekwencyi, wywołany niekrytycznem poddaniem się brzmieniu wyrazów.

Czy linia jest mnogością punktów w znaczeniu agregatu aktualnych elementów, czy też tylko w znaczeniu systemu elementów możliwych, tę kwestyę rozstrzygnąć może tylko nauka, dotycząca samych przedmiotów, a nie wyłącznie stosunków między niemi, nauka przytem, zajmująca się specyalnie badaniem rodzaju bytu, przynależnego odnośnym przedmiotom, słowem filozofia, jako ontologia. I otóż badania ontologiczne, przeprowadzone w pierwszej części niniejszej książki, wykazały w sposób ścisły i — jak mamy nadzieję — ostateczny, że: „prostoliniowy odcinek geometryczny nie jest mnogością punktów, istniejących aktualnie" (§ 29), że więc linia prosta nie rozwiązuje się w wielość poszczególnych punktów, że więc istnieje przed punktami, nie zaś punkty przed linią. Okazało się, że gdy mówimy o linii geometrycznej, jako o mnogości punktów, to zgodnie z przedmiotem mnogość taka oznaczać może tylko system punktów możliwych, może oznaczać to tylko, że dowolny punkt, objęty tym systemem (i tylko taki), może być w linii tej zaktualizowany, w żadnym jednak razie nie może oznaczać tego, że punkty tego systemu, wyczerpującego daną linię, są wszystkie poszczególnie zaktualizowane i w ten właśnie sposób wyczerpują rozciągłość. I tym twierdzeniom bezwzględnie pewnym, opartym na najprostszych danych przedmiotowo-intuicyjnych, analiza, jak widzimy, zupełnie nie przeczy, gdyż kwestyą powyższą nie zajmuje się zupełnie, przekazując jej rozwiązanie filozofii i oczekując od niej określenia natury ontologicznej tych elementów, które mogą zadośćuczynić jej definicyom.

Mimo oczywistą już teraz prawdę twierdzenia, że pojęciowe ujęcie continuum rozciągłego nie wypacza zupełnie

właściwego mu charakteru jedności, nie przedstawia tego continuum jako wielości elementów aktualnych, mimo to jednak wciąż jeszcze nasuwają się wątpliwości co do adekwatności tego pojęciowego poznania, gdyż wciąż jeszcze nie możemy pogodzić się z tem, ażeby jeden, jednolity odcinek rozciągły miał być systemem nieskończonym punktów. Ale trzeba tu raz jeszcze ostatecznie uświadomić sobie, co ten „system punktów“ ma oznaczać, a złudzenie, wywołane przez ten skrót językowy, zniknie bezpowrotnie. Bo wszak, powtarzamy raz jeszcze, to, że linia rozciągła jest systemem nieskończonym punktów, oznaczać ma to tylko, że jest ona całością, jednią, obejmującą te punkty, że jest przedmiotem, w którym każdy z tej nieskończoności punktów może być zaktualizowany. Jeżeli teraz chcemy się przekonać, czy pojęciowe ujęcie linii rozciągłej, jako systemu punktów (w powyższem znaczeniu tych terminów), jest bezwzględnie prawdziwe, czy też niem nie jest, to powinniśmy tylko zwrócić się do przedmiotu i stwierdzić, czy rzeczywiście każdy z nieskończoności punktów (wymiernych i niewymiernych) może być w tej linii zaktualizowany, czy też nie może. Odpowiedź, jak wiemy, wypada twierdząca, a stąd wniosek o zupełnej adekwatności analitycznego ujęcia continuum rozciągłego.

70. Gdzie jednak — pytają dalej intuicyoniści skrajni — mamy w tem pojęciowem ujęciu tę ciągłość intuicyjną, charakteryzującą linię rozciągłą? Wszak w tem ujęciu ciągłość ta zupełnie nie została zachowana, raczej w swą odwrotność się zamieniła. „Definicya matematyczna — mówi James — wielkości ciągłej, jako wielkości, której każde dwa elementy i człony zawierają między sobą inny jeszcze człon, jest wprost przeciwna pojęciu empirycznemu czy intuicyjnemu, według którego rzecz jest ciągła, gdy części jej przedstawiają się nam jako bezpośrednio stykające się i nie zawierają nic pomiędzy sobą“ *). Jeżeli więc ujęcie pojęciowe rozciągłości ujmuje adekwatnie jej jedność, to—według powyższego poglądu — stanowczo już zdaje się wypaczać inną jej cechę zasadniczą — ciągłość. Lecz i to mniemanie okaże się równie błędne, jak i pogląd, według którego w poznaniu analitycznem continuum rozciągłego pozostaje tylko wielość, charakteryzująca zaś je jedność znika. Czyż bowiem ten warunek, ażeby między dwoma punktami danej linii istniał koniecznie inny jeszcze punkt do niej należący, nie jest koniecznym warunkiem jej ciągłości intuicyjnej, w danym razie braku w niej przerw skończonych? Wszak gdyby między dwoma dowolnemi jej punktami nie było (=nie mogło być) trzeciego do niej należącego, to znaczyłoby to, że między temi dwoma punktami istnieje pewna przerwa skończona, nie zawierająca punktów danej linii, pewien „skok“, znaczyłoby, że części tej linii są niespójne, że nie stykają się właśnie bezpośrednio, że linia ta więc jest intuicyjnie nieciągłą. A więc określenie analityczne ciągłości linii, wymagające (między innemi), żeby między dwoma jej punktami istniał zawsze trzeci do niej należący, nie tylko nie zamienia w odwrotność jej ciągłości intuicyjnej, przedmiotowej, lecz jest najbardziej dorównanym jej wyrazem i ujęciem.

A jednak — mógłby dalej twierdzić zwolennik argumentacyi Jamesa — w linii ciągłej części mimo wszystko stykają się bezpośrednio, między takiemi częściami niema już innych części, według zaś określenia analitycznego ciągłości między

*) W. James. Introduction à la philosophie. Essai sur quelques problèmes de métaphysique, traduit par R. Picard. 1914, str. 232.

każdemi dwoma elementami linii ciągłej musi być inny jeszcze element. Lecz w tej argumentacyi mamy przecież najoczywistsze „quaternio terminorum“, przeniesienie własności z „części“ linii w pewnem tego słowa znaczeniu (składniki właściwe linii) na punkty geometryczne, „części“ linii w zupełnie innem znaczeniu tego wyrazu (jej elementy niesamodzielne, momenty), i stąd bezpodstawne wymaganie, aby analiza, operująca „momentami“ linii, jej punktami, ustanawiała między niemi stosunki, zachodzące między właściwemi częściami składowemi linii, co właśnie nieodparcie prowadzićby musiało do zupełnego wypaczenia przedmiotu.

W jednym tylko przypadku nie mielibyśmy tu błędu logicznego, ale mielibyśmy zato błąd rzeczowy; gdybyśmy mianowicie przypuścili, że punkty geometryczne są istotnie właściwemi częściami składowemi linii, że linia nie jest niczem innem, jak zbiorem poszczególnych, samodzielnie istniejących punktów. Wtedy istotnie ciągłość intuicyjna linii, polegająca na stykaniu się jej części, byłaby przez pewnik o trzecim punkcie między każdemi dwoma do gruntu zniszczona, lecz winę tego ponosiłby tu nie ów bezsprzecznie prawdziwy pewnik, lecz jego tłomaczenie błędne pod względem ontologicznym. Wypaczenie ciągłości linii byłoby tu tylko bezpośrednim wynikiem zasadniczego wypaczenia jej konstytucyi ontologicznej *).

*) Jeżeli kto twierdzić zechce, że linia geometryczna jest zbiorem aktualnych punktów geometrycznych, to w każdym razie stanie w sprzeczności z danemi przedmiotowemi, intuicyjnemi. Jeżeli, mianowicie, będzie bronił tezy o składaniu się tej linii z punktów stykających się, to temu przeczyć będzie intuicya rozciągłości, wyrażona w pewniku o trzecim punkcie między każdemi dwoma; jeżeli zaś przechyli się na stronę przeciwników teoryi kontaktu i będzie głosił, że linia składa się z niestykających się punktów, to znów zaprzeczy temu intuicyjnemu faktowi, że w rozciągłości między jej częściami właściwemi niema żadnych przerw, że stykają się one z sobą. Cóż wtedy pozostaje do zrobienia? Chcąc być konsekwentnym, chcąc się utrzymać przy swem założeniu, trzeba zarówno w jednym, jak i w drugim wypadku wprost zaprzeczyć przedmiotowym danym intuicyi, trzeba je uznać za błędne i zwodnicze, przypisując je zmysłom lub wyobraźni zmysłowej, i przeciwstawić im swe twierdzenie, jako rewelacyę wyższej władzy poznawczej, źródła prawdy— Rozumu. I oto zwolennik stykania się punktów, składających linię prostą, uważa tę teoryę za płynącą z rozumu, teoryę zaś niestykania się ich za poroniony płód wyobraźni; zwolennik zaś niestykających się punktów twierdzi, że to on właśnie przekroczył granicę intuicyi, pozostawiając daleko za sobą tkwiącego w oczywistości zmysłowej stronnika teoryi kontaktu. Zwolennik kontaktu punktów zarzuca wyobraźni, że to jej nieograniczona działalność wciąż nowe punkty wstawia między dane i nie dopuszcza w ten sposób, by się z sobą zetknęły, jak tego rozum rzekomo żąda; przeciwnik zaś tej teoryi również niezadowolony jest ze zmysłowości, gdyż ona to właśnie utożsamiać ma ciągłość linii ze stykaniem się jej punktów, stykaniem, które wobec nierozciągłej natury punktu geometrycznego zawiera sprzeczność w sobie. „Zapewne — mówi zwolennik niestykania się punktów geometrycznych — nie można tego (t. j. niestykania się) pojąć zapomocą dotyku ani też spostrzedz przy pomocy oczu; ale poznajemy to zapomocą rozumu i poznajemy jako coś, co musi z konieczności być takie, a nie inne“. (Bolzano. Paradoxien des Unendlichen. II wyd., 1889 r., str. 74). „Zapewne — twierdzi ze swej strony wyznawca teoryi kontaktu — stykanie się punktów nie daje się wyobra-

71. Mimo wszystko jednak, co było powiedziane, intuicyonista dalej twierdzić będzie, że ciągłość intuicyjna w poznaniu pojęciowem zniknęła, i że to właśnie jest dowodem nieadekwatności tego poznania. Co do tego, że analityczna definicya ciągłości jest czemś zgoła różnem od obrazu linii ciągłej, co do tego dwóch zdań oczywiście być nie może, lecz cała ta kwestya nie ma w istocie rzeczy nic wspólnego z ade-

kwatnością analitycznego poznania ciągłości intuicyjnej. Albowiem jedynym, choć koniecznym warunkiem bezwzględnej prawdziwości poznania danego przedmiotu będzie ten, ażeby własności, przypisane w tem poznaniu przedmiotowi, były własnościami, które ten rzeczywiście posiada. Bynajmniej jednak nie chodzi tu o to, ażeby treść poznająca, to, zapomocą czego poznajemy, te nasze pojęcia, definicye i twierdzenia

---

zić. Lecz cóż naturalniejszego? Wyobraźnia, która nie może dotrzeć do elementów ostatecznych, nigdy nie będzie w stanie wyobrazić sobie stosunków, zachodzących między niemi. W dziedzinie absolutu musimy z góry zrezygnować z wszelkiej intuicyi zmysłowej i przyjmować wyłącznie wnioski, płynące z Rozumu". (Evellin. Infini et quantité, 1880, str. 67).

I oto rozum, będący w sprzeczności z intuicyą, okazuje się również w sprzeczności z samym sobą: równocześnie za prawdę podaje stykanie się punktów geometrycznych i ich niestykanie się. Widzimy, z jaką nieufnością przyjmować należy rewelacye takiego rozumu, z jakim sceptycyzmem zachowywać się trzeba względem sprzecznych z intuicyą prawd, które głosi: te prawdy, rzekomo pochodzące z czystego rozumu, wywyższającego się ponad intuicyę przedmiotu, są—jak w naszym przypadku—zrodzone przez błąd, przyjęty w założeniu, błąd, wspólny obydwóm antynomicznym twierdzeniom. Błąd ten w obydwóch przypadkach, jak chwast, otacza ziarenko prawdy, tkwiące w każdem z tych twierdzeń, i nie pozwala, by zakiełkowało i wydało owoce. Zagłusza w teoryi kontaktu element prawdy, tkwiący w nieuznawaniu odstępów między rozciągłością ciągłą, w teoryi zaś przeciwnej ten moment prawdziwy, który polega na zgodności z pewnikiem o trzecim punkcie między dwoma danemi. I trzeba teraz tylko to wspólne a błędne założenie o składaniu się linii z punktów aktualnych odrzucić, wyplenić ten chwast szkodliwy, a odosobnione elementy prawdy zamiast prowadzić do wręcz sprzecznych z sobą i sprzecznych z intuicyą wyników połączą się w jedną całość, najzupełniej odpowiadającą zarówno danym intuicyjnym, jak i pojęciowemu ich ujęciu.

były w swej pojęciowej naturze odzwierciadleniem lub kopią poznanych przedmiotów. Gdyby tak było, wtedy nasze poznanie stawałoby się najzupełniej zbyteczne, gdyż byłoby tylko niepotrzebnem powtórzeniem przedmiotu, danego nam intuicyjnie. Istota jednak poznania polega nie na tem, ażeby za jego pomocą dany nam był przedmiot (gdyż dany jest on nam jeszcze przed poznaniem), lecz ażeby był poznany, ażeby były stwierdzone jego własności (w najogólniejszem tego słowa znaczeniu). W jaki sposób jednak zostaną one stwierdzone, przy pomocy jakich elementów, to dla adekwatności tego poznania jest zgoła obojętne, gdyż prawdziwość jego zależeć może tylko od tego, co ono głosi, nie zaś w jaki sposób to czyni; a więc czy poznajemy przedmiot takim, jakim on jest, nie zaś czy poznajemy go zapomocą czegoś mu pokrewnego lub nawet z nim identycznego. Albowiem poznanie przedmiotu nie jest przecież przedmiotem poznania i dlatego też nie potrzebuje być z nim identyczne lub nawet co do natury pokrewne; to tylko przedmiot poznany powinien być identyczny z przedmiotem, zadanym do poznania—i nic więcej *). Dlatego też trafiają w próżnię wszelkie zarzuty, skierowane przeciwko temu, że przestrzenność ujmujemy zapomocą nieprzestrzennych punktów, oznaczanych liczbami, zarzuty, opierające się na tem, że mnogość liczb mocy continuum jest czemś jednak zgoła różnem od samego continuum rociągłego. Tak jest bez wątpienia — widzieliśmy sami, że konstytucya świata liczbowego jest poza wszystkiem zgoła różna od konstytucyi rozciągłości—lecz przecież zapomocą owej mnogości liczb przedmiot rozciągły nie ma nam być dany, lecz tylko

---

*) Por. naszą rozprawę p. t. „Poznanie rzeczywistości". Przegląd filozoficzny. 1914, I.

poznany, nie chodzi więc o to, aby powyższa treść poznająca odtwarzała przedmiot swym bytem, immanentnie, lecz o to, by ujmowała jego własności przez swe skierowanie ku przedmiotowi, przez swą transcendentną intencyę, zupełnie niezależną od jej immanentnej konstytucyi. A to już czyni ona bezsprzecznie w sposób bezwzględnie dokładny (por. poprzednie §§-y).

72. Jak widzimy, zasadniczy dla przedmiotowej prawdziwości analizy matematycznej fakt adekwatności ujęcia pojęciowego rozciągłości nie ma nic wspólnego z przeniesieniem rozciągłości w niezmienionej postaci do innej zupełnie pod względem ontologicznym płaszczyzny, z biernem jej odtworzeniem czy powtórzeniem. Przeciwnie, to pojęciowe ujęcie rozciągłości jest rezultatem czynnego zachowania się umysłu naszego, i takie stanowisko myśli naszej w niczem jednakże — jak się okazuje — nie czyni uszczerbku adekwatności w ten sposób uzyskanego poznania. Że w poznaniu rozciągłości czystej, jako systemu punktów geometrycznych, myśl nasza nie kroczy tylko biernie za przedmiotem, który poznaje, widoczne jest przedewszystkiem już z tego, że dana nam przedmiotowo rozciągłość żadnych punktów, w niej istniejących, sama przez się nie wykazuje; rozpatrywanie więc rozciągłości, jako systemu punktów, jest jej rozpatrywaniem z punktu widzenia elementów nie danych w niej, lecz tylko w niej możliwych. I tu właśnie uzewnętrznia się specyalnie czynna postawa naszego umysłu: on wybiega w celu poznania przedmiotu poza to, co jest w przedmiocie nam bezpośrednio dane, i stara się określić to, co w nim jest możliwe; on zadaje tu przedmiotowi samorzutne pytania, on bada metodycznie rozciągłość i zapytuje ją, jakie przekroje, jakie granice, jakie więc punkty są w niej możliwe, chociaż nie dane—

i wie, że, otrzymawszy odpowiedź na to pytanie, pozna całkowitą zawartość czy pojemność rozciągłości, wyczerpie ją w ten sposób adekwatnie. I ta samorzutność pytań, samorzutność metody nie szkodzi tu w najmniejszym stopniu przedmiotowości poznania, jego zgodności z przedmiotem, dlatego że odpowiedź na te pytania pozbawiona jest wszelkich cech dowolności, gdyż jest już jednoznacznie wyznaczona przez naturę przedmiotu *).

To idealnie dokładne poznanie rozciągłości nie jest przytem bynajmniej jakiemś poznaniem symbolicznem, poznaniem „jak gdyby“, z tego jakoby względu, że nie posługuje się elementami-składnikami, lecz tylko elementami-momentami,

---

*) Oczywiście możemy dowolnie stwarzać mniej lub więcej bogate w punkty mnogości i nadawać im miano „continuum“, lecz to nie będzie miało nic wspólnego z poznaniem ciągłych i rozciągłych przedmiotów. Albowiem do takich przedmiotów stosują się bezsprzecznie pewniki Dedekinda i Archimedesa, co znaczy innemi słowy, że nie mogą one przedstawiać continuum ani mniej ani bardziej zagęszczonego, niż continuum punktów rzeczywistych, t. j. wymiernych i niewymiernych. Continuum więc liniowe, o ile ma być odpowiednikiem ciągłej rozciągłości liniowej, jest już jednoznacznie wyznaczone przez naturę tej rozciągłości, którą stwierdzają odnośne pewniki.

Ale czy same te pewniki nie noszą w sobie zarodka dowolności? Wszak Dedekind mówi, że zapomocą jego pewnika my ciągłość w linię geometryczną dopiero wmyślamy (hineindenken). Cóż jednak oznaczać może to „wmyślenie“ ciągłości w linię geometryczną zapomocą pewników ciągłości? To tylko, że wprzód własność ciągłości linii ciągłej i rozciągłej, polegająca na braku w niej wszelkich przerw rozciągłych lub punktowych, nie była przez myśl naszą ujęta w sposób specyalnie pojęciowy, analityczny, t. j. zapomocą elementów tej linii, lecz w żadnym razie nie może oznaczać tego, że myśl nasza dowolnie, nie opierając się na danych przedmiotowych, stwarza pojęcie ciągłej linii rozciągłej. I sam też Dedekind przyznaje, że pewnik jego cechuje

przytem nie aktualnemi, lecz potencyalnemi. Albowiem te potencyalne momenty, te punkty geometryczne nie są żadnemi dowolnemi i subjektywnemi symbolami, lecz przedmiotowemi elementami rozciągłości, czemś, co przedmiotowo może w niej istnieć, choć niesamodzielnie, i rozciągłość w istocie rzeczy jest systemem takich punktów (t. j. każdy z nich jest w niej istotnie możliwy), a nie tylko wykazuje takie własności, jak gdyby była takim systemem. Tylko powierzchowne assocyacye między terminami, które nie-aktualną (potencyalną) naturę punktów zamieniają w naturę nie-realną (idealną), tę zaś ostatnią w nie-objektywną (subjektywną), mogły doprowadzić do poglądu, że poznanie rozciągłości, jako mnogo-

---

zgodność zupełna z naszem przedstawieniem linii geometrycznej, z pierwowzorem więc przedmiotowym i realnym. (Stetigkeit und irrationale Zahlen. IV wyd., str. 11: „Zdaje się, że nie będę w błędzie, jeżeli przyjmę, że każdy uzna natychmiast prawdziwość tego twierdzenia [zasady ciągłości]..... Bardzo mi przyjemnie, jeżeli ktoś zasadę powyższą uzna za tak jasną i za tak zgodną ze swem przedstawieniem linii, albowiem nie jestem w stanie przytoczyć żadnego dowodu jej prawdziwości, i nikt nie jest tego w stanie uczynić"). Tak samo się rzecz przedstawia, jeżeli chodzi o prawdziwość przedmiotową pewnika Archimedesa—i matematycy zaczynają powoli zdawać sobie sprawę, że możliwość logiczna innych podstaw dedukcyi nie ma żadnego związku z prawdziwością przedmiotową pewników, dotyczących linii rozciągłych (co dotyczy pewnika Archimedesa por. w związku z powyższem także: Klein. Anwendung der Differential - und Integralrechnung auf Geometrie, str. 327). — Oczywiście, że fakt zgodności pewników ciągłości z pierwowzorem przedmiotowym nie tylko pozbawia nasze pojęcie analityczne linii rozciągłej wszelkiej cechy dowolności, lecz i pozbawia równocześnie wszelkiego uzasadnienia pogląd idealistyczny, że sama linia geometryczna, jako ciągła, jest przez nas samorzutnie stworzona, jest czemś idealnem, jako „wolny twór naszego ducha".

ści punktów jest poznaniem jej nieadekwatnem, gdyż przedstawia ją jako system elementów, pozbawionych przedmiotowego charakteru. Punkty geometryczne, aczkolwiek w linii same przez się nie dane aktualnie, są jednak bezsprzecznie jej elementami przedmiotowemi, choć potencyalnemi, i oryginalność genialna ujęcia analitycznego rozciągłości polega na tem właśnie, że jest ono jej ujęciem jako systemu tych niezwykłych (potencyalnie tylko istniejących) elementów, podobnie jak prawdziwość bezwzględna tego poznania ma znów swe źródło w przedmiotowym tych elementów charakterze.

73. Wszystko prawie, cośmy tutaj powiedzieli o adekwatności naukowego poznania continuum rozciągłego, da się mutatis mutandis powiedzieć również o bezwzględnej prawdziwości naukowego ujęcia ruchu. I tutaj również okaże się, że nauka bynajmniej nie ma zamiaru „składać" ruchu z aktualnego zajmowania przez ciało, będące w ruchu, nieskończoności położeń (a tem mniej jeszcze składać go z samych tych położeń); że elementami ruchu są w istocie rzeczy zajmowania tych położeń potencyalne, nie zaś aktualne (przyczem to „zajęcie" położenia nie jest bynajmniej przystankiem, nieruchomością, lecz przejściem momentalnem przez to położenie); dalej, że te elementy, choć tylko możliwe, są jednak najzupełniej przedmiotowe, a nie symboliczne, że więc poznanie naukowe ruchu zapomocą tych elementów jest najzupełniej zgodne z przedmiotem, najzupełniej adekwatne; wkońcu, że adekwatności tego poznania w najmniejszym stopniu nie przeczy ta okoliczność, że wprawdzie nie całość ruchu, lecz jednak jego elementy poznane tu zostają zapomocą położeń, t. j. nieruchomości.

Czy więc przedewszystkiem naukowe, analityczne ujęcie

cie ruchu przypuszcza istotnie, że ruch ciała składa się z poszczególnych zajmowań aktualnych położeń? Gdyby tak było, wtedy istotnie takie naukowe ujęcie ruchu wypaczałoby i uniemożliwiało ruch istotny. Tak jednak bynajmniej nie jest. Weźmy analityczne ujęcie ruchu, wyrażone przez wzór: $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, gdzie t oznacza czas, x i y — współrzędne descartesowskie punktu, będącego w ruchu. Cóż nam ono daje? Daje nam związek między określonemi momentami czasu t i znaczeniami odnośnemi dla x i y, pozwala, abyśmy, znając dany moment t, określili odpowiednie położenie (x, y) poruszającego się punktu. Nie daje nam natomiast najmniejszej wskazówki co do tego, czy położenia te w mnogości nieskończonej, które punkt w ruchu zajmuje, uważać należy za istniejące aktualnie, czy też tylko potencyalnie, a więc czy i to „zajmowanie" położeń przez punkty ruchu może należy uważać tylko za możliwe, a nie za aktualne.

O tem wszystkiem wzory analityczne, ujmujące ruch, nic nam zgoła nie mówią, gdyż dają nam tylko związki, stosunki między pewnemi członami, naturą zaś tych członów zgoła się nie interesują *). Tą kwestyą ontologiczną zajmuje

*) Tembardziej nie interesuje się analiza kwestyą, czy to zajęcie położenia (i związana z tem obecność momentalna ciała w tem położeniu) przedstawia momentalny przystanek, wstrzymanie ruchu, czy też ruchu w tem położeniu nie wyklucza. Jest to oczywiście kwestya czysto filozoficzna. Rozpatrywaliśmy ją w § 24-ym, gdzie też poznaliśmy jedną z przyczyn błędu, wspólnego wielu filozofom od Zenona do Bergsona, a polegającego na twierdzeniu o wykluczaniu się wzajemnem obecności ciała w pewnem położeniu i ruchu w tem położeniu. Rozumiemy teraz, że momentalne „zajęcie" położenia (i obecność w niem) nie jest zupełnie przeciwieństwem ruchu, przeciwieństwem „przejścia" przez to położenie—jak tego chce n. p. Bergson—lecz że te dwie funkcye

się już nie nauka matematyczna, lecz filozofia, i ona to dopiero stwierdza nieodwołalnie, że przyjęcie aktualności wszystkich elementów nieskończonej mnogości położeń poruszającego się punktu (i, co za tem idzie, przyjęcie aktualności „zajmowania" wszystkich tych położeń przez punkt, mający być w ruchu) byłoby momentem, istotę ruchu całkowicie wypaczającym i zjawisko to zupełnie uniemożliwiającym (por. §§ 9, 10 i następne). Tego momentu jednak poznanie naukowe ruchu, jak widzimy, zupełnie nie postuluje i nie zawiera, choć nowożytni przeciwnicy jego prawdziwości bezwzględnej chcą mu go za wszelką cenę przypisać. „Zajmijmy — mówi Bergson — stanowisko w zmienianiu się, a uchwycimy zarazem i zmienianie się samo i stany kolejne, w których mogłoby ono unieruchomić się w każdej chwili. Ale z tych stanów kolejnych, spostrzeganych z zewnątrz, jako nieruchomości *) rzeczywiste, a nie tylko możliwe, nie odtwo-

najzupełniej się z sobą zgadzają, gdyż to zajęcie położenia jest właśnie jego zajęciem w momentalnem przejściu przez nie, i ciało w ruchu nie tylko byłoby w tem położeniu, gdyby się tam zatrzymało, lecz jest w niem również, chociaż się tam nie zatrzymuje, lecz tylko przez nie w danym momencie przechodzi. Przecięcia więc momentalne ruchu, lokalizując poruszające się ciało, bynajmniej go przez to jeszcze nie unieruchomiają, nie wprowadzają do ruchu przystanków.

*) Widzieliśmy w § 24-ym i w odnośniku poprzednim, że te stany momentalne ciała w ruchu nie są zupełnie, jak przypuszcza Bergson, nieruchomościami. W całej przytem koncepcyi bergsonowskiej złudnego ruchu-długości, mającego składać się z tych stanów i będącego wypaczeniem prawdziwego ruchu-czynności, słuszne jest tylko odróżnienie wogóle dwóch rodzajów ruchu, a raczej dwóch punktów widzenia, z jakich możemy ruch rozpatrywać. Odróżniać jednak powinniśmy nie ruch-dłu-

rzymy nigdy ruchu“ *). Ruch—według Bergsona—wypaczymy, wpadniemy w paradoksy zenonowskie, w trudności teoretyczne nie do przebycia, jeżeli składać go zechcemy z aktualnych właśnie, a nie tylko możliwych momentów, i na tem to właśnie ma polegać, według niego, „kinematograficzna“ metoda naukowa, i tylko od wyzbycia się tej metody uzależnia on osiągnięcie prawdy adekwatnej.

Że na tem nie polega metoda nauki, że pojęcie analityczne ruchu nie zakłada i nie posiłkuje się pojęciem aktualnych jego momentów—o tem wiemy. Ale być może, że nauka, nie zakładając wyraźnie aktualności momentów ruchu „chcąc nie chcąc czyni z nich części [aktualne] ruchu“ naskutek ontologicznej natury pojęciowej treści poznającej, i stany kolejne muszą być, jak tego chce Bergson, spostrzegane „z zewnątrz“, t. j. z płaszczyzny naukowo pojęciowej, koniecznie jako elementy rzeczywiste (aktualne), a nie tylko

---

gość od ruchu-czynności, lecz wewnątrz ruchu prawdziwego, ruchu-czynności, dwa jego przejawy. Mianowicie: 1) Ruch, jako całość, ruch integralny, który wymaga czasu i przejawiać się może w przestrzeni jako (spełnione) przejście ciała z jednego położenia do innego. Nie znaczy to jednak, że w ten sposób przejawiać się on musi. Albowiem jeżeli odbywa się między dwoma punktami w czasie i przestrzeni, między któremi niema zaktualizowanych punktów pośrednich, to w czasie ruchu, przed jego ukończeniem, żadne przejście ciała z jednego położenia do innego nie zostaje spełnione, żadne położenie nowe nie zostaje zajęte, nie mamy jeszcze dwóch położeń ciała, dwóch punktów, nie mamy—jak powiedziałby Bergson—„ruchu długości“. (Mimo to, że ruch rozważany w tym niespełnionym odstępie czasu nie będzie przejściem spełnionem, będzie on jednak ruchem integralnym w przeciwstawieniu do elementarnego, zachodzącego w momentach, będzie pewną całością, chociaż nie ostateczną, a więc całostką, częścią innej obejmującej ją całości, ruchu spełnionego i dokończonego). W tym stwierdzonym tutaj stanie rzeczy widzimy moment, który Bergson zużytkował, twierdząc, że ruch, dokonywując się, nie pozostawia w każdej chwili pod sobą pewnego położenia, do którego przylega. To jednak słuszne twierdzenie jednym tchem zamienia on na inne, że ruch, dokonywując się, nie odbywa się wogóle wzdłuż swej linii przebiegu, „nie przylega do niej“, nie jest „uprzestrzeniony“, nie jest „ruchem - długością“ (w drugiem już tego wyrażenia znaczeniu). Mogłoby to jednak wynikać z poprzedniego wtedy tylko, gdyby czas składał się z poszczególnych chwil (momentów), linia zaś przebiegu powstawała przez akumulacyę nieskończoności części-położeń, była zbiorem nieskończoności elementów (co jednak i sam Bergson odrzuca); w rezultacie powodowałoby to, że i ruch dokonany nie pozostawiałby wzdłuż swego przebiegu linii nieruchomej (czego również Bergson nie przypuszcza). 2) Ruch elementarny, niesamodzielny moment ruchu całości, w którym ruch integralny dokonywa się, lecz nie jest jeszcze dokonany. Ten momentalny ruch elementarny nie może się naskutek swej momentalności przejawić w przestrzeni jako przejście ciała z jednego położenia do drugiego, nie może być scharakteryzowany przez dwa przynajmniej położenia, przez długość, jakby powiedział Bergson. I ruch ten neguje Zenon dlatego właśnie, że nie może on być tym, jak mówimy przenośnie, „ruchem-długością“, że nie może polegać na zajmowaniu przez ciało w ruchu szeregu położeń. Jest więc rzeczą niezmiernie ciekawą, że ten ruch elementarny, ruch w momencie, którego istnienie neguje również Bergson, jest w istocie rzeczy, jak się okazuje, jedynym ruchem, nie mogącym być w tem znaczeniu „ruchem-długością“, jest jedynym ruchem, prostym, niepodzielnym, którego tak pożąda Bergson. Odmawia mu on jednak prawa do bytu dlatego, iż bezpodstawnie uogólnia twierdzenie, że ciało, poruszając się, nie pozostawia *w każdej chwili* pod sobą pewnego położenia, i uważa, że nie pozostawia go *w żadnej*, że ciało w ruchu *nigdy* (a więc i w zaktualizowanych chwilach-momentach) nie może „przylegać“ do pewnego położenia, że ruch przeto ciała nie daje się połączyć z jego obecnością w pewnem położeniu.

*) Bergson. Ewolucya twórcza, przekł. polski F. Znanieckiego, str. 260.

możliwe. Ten błędny pogląd, że z punktu widzenia analityczno-naukowego wszelkie continuum przedstawiać się musi w postaci oddzielnie, aktualnie istniejących momentów*), szuka oparcia w tem właśnie, że elementy płaszczyzny pojęciowej, zapomocą których ruch ujmujemy, zawsze naskutek już swej natury są nam jakoby dane oddzielnie, aktualnie**). Gdyby jednak nawet tak było, to mimo to z tego, że elementy, *zapomocą* których ruch ujmujemy, byłyby nam dane aktualnie, nie wynikałoby zupełnie — jak wiemy z § 71 — że ruch ujmować musimy *jako* składający się z elementów aktualnych. W istocie jednak rzecz się przedstawia zupełnie inaczej: nieskończona mnogość elementów wszelkiego continuum nie może nam być pojęciowo dana, już jako nieskończona, w postaci oddzielnych, aktualnych elementów, lecz tylko w postaci pewnej całości, zapomocą jednego, obejmującego je pojęcia. A więc upada i ta chwiejna podpora, o którą choćby na chwilę oprzeć można byłoby pogląd, że stany kolejne ruchu muszą być ujmowane z płaszczyzny naukowo-pojęciowej, jako stany rzeczywiste, a nie tylko możliwe.

74. Genialność nieświadomej siebie metody analitycznego ujęcia całości przedmiotu zapomocą jego momentów polega — jak wiemy — na rozpatrywaniu jego elementów nie aktualnych właśnie, lecz możliwych tylko. Tak więc —

---

*) Por. James. Introduction à la philosophie. 1914, str. 108: „W płaszczyźnie pojęciowej continuum może być przedstawione tylko jako złożone z nieskończoności elementów, ale istniejących rozdzielnie.

**) Mamy tu pomieszanie kwestyi oddzielnego istnienia elementów płaszczyzny pojęciowej w znaczeniu ich istnienia, jako elementów poszczególnych, aktualnych, z kwestyą ich istnienia oddzielnego, jako istnienia samodzielnego, które rzeczywiście przysługuje zaktualizowanym już elementom dziedziny pojęciowej (por. § 46).

jak widzieliśmy — zapomocą tej metody ujmujemy rozciągłość idealnie dokładnie i najzupełniej adekwatnie, rozpatrując ją jako to, czem jest ona w istocie rzeczy, mianowicie jako system nieskończony (możliwych w niej) punktów. To samo dotyczy również ruchu. Wiemy, że nie może on być zbiorem nieskończoności przejść aktualnych, t. j. przejść przez nieskończoność położeń aktualnych. Ruch więc przedmiotu w czasie — ruch integralny, continuum ruchu — może być tylko systemem nieskończonym elementarnych ruchów*) potencyalnych, momentalnych przejść potencyalnych przez elementy potencyalne nieskończonego systemu położeń. I metoda analityczna istotnie też ruch ujmuje zapomocą chwytania go w poszczególnych momentach czasu, nie interesując się jednak zupełnie kwestyą, czy wszystkie te momentalne przekroje ruchu istnieją w nim aktualnie, czy też tylko potencyalnie.

---

*) Ten ruch elementarny (zaktualizowany) obejmuje w sobie następujące strony-momenty:

Wejście przedmiotu w pewne położenie, a więc zajęcie go na moment i momentalną w niem obecność	przejście momentalne przedmiotu *przez* pewne położenie
oraz	
[wobec momentalności powyższych momentów] wychodzenie przedmiotu z tego położenia (nie wyjście!) czyli przechodzenie *do* innego położenia (nie przejście *do* innego położenia!)	

Logika zwykła, oparta na zwykłej intuicyi ruchu ciała, zupełnie, jak się okazuje, wystarcza do rozproszenia mgły tajemniczej, otaczającej zjawisko ruchu, i niema potrzeby najmniejszej do uciekania się w tym celu ani do bergsonowskiej intuicyi filozoficznej jakiegoś ruchu nie w przestrzeni, ruchu, wykluczającego byt w pewnem położeniu, ani też do heglowskiej logiki filozoficznej, która znów chciałaby w ruchu widzieć syntezę dyalektyczną sprzeczności, bytu i niebytu, zajmowania i niezajmowania pewnego położenia, wejścia w nie i równocześnie wyjścia.

Okazuje się jednak skądinąd, że te przekroje i elementy ruchu istnieją w nim tylko potencyalnie, to znaczy, że dowolny przekrój i element istnieć w nim tylko może, lecz sam przez się jeszcze nie istnieje. I otóż przeciwnicy naukowego ujęcia ruchu widzą w tej potencyalnej naturze elementów, z których nauka chce ruch „złożyć", dostateczny powód do odmówienia jej przedmiotowego charakteru. Według Bergsona można było marzyć o odbudowaniu naukowem ruchu zapomocą jego możliwych wstrzymań (w istocie rzeczy jednak, jak wiemy, nie wstrzymań, lecz przejść) do czasu, gdy nie zdawano sobie sprawy z istotnej natury tych elementów, gdy przypuszczano zgodnie jakoby z nauką, że stanowią one części właściwe ruchu, że są rzeczywistemi, aktualnemi jego składnikami. Z chwilą jednak, gdy się okazuje, że te elementy ruchu, któremi operuje nauka, są tylko elementami możliwemi, nie zaś rzeczywistemi, z tą chwilą, według Bergsona, oczywistą musi się stać beznadziejność prób odbudowania ruchu zapomocą takich elementów. Albowiem, według niego, te elementy możliwe, właśnie jako możliwe a nie rzeczywiste, są pozbawione wszelkiej przedmiotowości, są tylko poglądami naszego ducha, tylko punktami widzenia naszego umysłu*). Znamy już ten skok nieszczęsny od możliwości do subjektywności; wszystko, co nie jest aktualne, ma być podmiotowe, nieugruntowane w przedmiocie. Ale wbrew temu te momentalne przejścia elementarne są możliwe najbardziej przedmiotowo, są istotnie możliwe i w każdej chwili mogą się stać rzeczywistością, o ile tylko przedmiot w ruchu zlokalizujemy (nie znaczy to jednak: wstrzymamy) przez wyznaczenie

*) Por. Bergson. Wstęp do metafizyki, przekł. polski K. Błeszyńskiego, str. 70, 71.

odpowiedniego momentu w czasie lub równej przedmiotowi przestrzeni na drodze ruchu — gdzież więc tu mamy ów uniemożliwiający przedmiotowość poznania element podmiotowy, który Bergson ma na myśli, mówiąc o „punktach widzenia naszego umysłu"? Jeżeli więc rozpatrywanie ruchu zapomocą jego elementów nie danych, nie aktualnych, lecz możliwych chcemy uważać za ujęcie go z pewnego „punktu widzenia naszego umysłu", to faktem jest, że ten punkt widzenia bynajmniej nie jest jakimś symbolicznym, lecz najzupełniej odpowiada przedmiotowi i że może być tylko źródłem prawdy, a nie błędu w naszem poznaniu.

A jednak powie Bergson i jego zwolennicy: „w ruchu jest więcej niż szereg stanów, to znaczy przecięć możliwych". Ależ bez wątpienia; ruch jest właśnie nie wielością, nie zbiorem i akumulacyą poszczególnych przejść momentalnych, lecz ich systemem, t. j. całością aktualną, w której te przejścia mogą istnieć jako jej przecięcia. I ujmując ruch ciała pojęciowo, jako system jego przejść, obecności możliwych w poszczególnych jego położeniach wzdłuż drogi ruchu, my i pojęciowo również nie odbudowujemy go z tych elementów, które go w rzeczywistości nie składają (aktualnie); gdyż ażeby odbudowywać, trzeba rozporządzać materyałem rzeczywistym, a nie tylko możliwym, nam zaś i pojęciowo nie mogą być poszczególnie dane elementy w liczbie nieskończonej, z których moglibyśmy złożyć, odtworzyć analitycznie ruch. I pojęciowo nieskończona mnogość momentów ruchu musi nam być dana z góry jako pewna całość, zawierająca już w sobie potencyalnie swe elementy i nie wymagająca więc ich składania w tym celu, aby mogła zaistnieć.

75. Bądź co bądź jednak przy tem analitycznem ujęciu ruchu operujemy pośrednio nieruchomościami, gdyż

wprawdzie elementy, zapomocą których ruch poznajemy, są również ruchem, lecz same te elementy, te przejścia ciała przez położenia wzdłuż drogi ruchu określamy, ujmujemy między innemi przez te właśnie położenia, przez które ciało w ruchu przechodzi, a więc przez nieruchomości. A czy można ująć coś adekwatnie zapomocą jego przeciwieństwa, czy adekwatność poznania nie wymaga raczej, by podobne było poznawane przez podobne, ciepło przez ciepło, zimno przez zimno, jak twierdzili mędrcy greccy w zaraniu filozofii, ruch przez ruch, przejście przez przejście, jak twierdzi to dziś jeszcze Bergson? Odpowiedź na te pytania wypada przecząca, naiwny dogmat o tożsamości natury czynnika poznającego i poznawanego utrzymać się nie może, gdyż do istoty prawdziwego poznania należy to jedynie, by przypisywało ono przedmiotom własności, które te istotnie posiadają, by przedmiot poznany był tożsamy z przedmiotem, który mieliśmy poznać (por. § 71). Przejście poznamy adekwatnie, jeżeli nie wypaczymy jego natury, jeżeli n. p. z przejścia przez położenie nie uczynimy samego położenia. W żadnym jednak razie wypaczenie takie nie będzie miało miejsca, jeżeli przejście ciała przez pewne położenie poznamy w ten sposób, że określimy to właśnie położenie, przez które ciało przechodzi, jeżeli więc to przejście poznamy zapomocą położenia, lecz nie jako położenie.

Oczywiście, że mając dany pojęciowo system nieskończony położeń, system nieruchomości, nie mamy jeszcze w ten sposób danego ruchu i nie wiemy nawet, czy ruch odpowiedni istnieć może (por. § 58), czy te położenia będą mogły być widownią przejść odpowiednich; lecz tu wszak nie chodzi o niemożliwą metamorfozę pojęcia ruchu w sam

ruch *), lecz o pojęciowe ujęcie ruchu, skądinąd danego intuicyjnie, zapomocą nieskończonego systemu możliwych jego momentów (określonych zapomocą położeń - nieruchomości). To zaś daje się właśnie uskutecznić idealnie dokładnie i bezwzględnie adekwatnie, gdyż ruch nie przestaje być ruchem przez to, że jest ruchem wzdłuż drogi nieruchomej, nie przestaje więc być ujmowany adekwatnie, ujmowany jako ruch przez to, że z tego punktu widzenia jest rozpatrywany.

Zresztą sam Bergson mimo wszelkie argumenty, które wytacza przeciwko naukowemu ujęciu ruchu, sam przyznać musi w końcu, że „najpotężniejsza z metod badania, jakiemi umysł ludzki rozporządza, analiza nieskończonościowa“ zdołała wytworzyć owe upragnione „pojęcia płynne“, „zdolne podążać za rzeczywistością we wszystkich jej wygięciach i przybierać ruch samego życia wewnętrznego rzeczy“. „Matematyka współczesna — mówi on — jest wysiłkiem zmierzającym do zastąpienia tego, co dokonane, przez to, co się staje, do śledzenia wielkości w trakcie ich powstawania, do chwytania ruchu już nie z zewnątrz w jego gotowych wynikach, przed nami rozpostartych, ale z wewnątrz w jego dążeniach do zmieniania się — słowem wysiłkiem ku przybraniu ruchli-

*) Podobnie też, mając zwyczajne, nie naukowo-analityczne pojęcie ruchu, znaczenie wyrazu „ruch“, również jeszcze przez to nie wytwarzamy, oczywiście, ruchu. Jeżeli jednak skrajni intuicyoniści widzą przejaw nieadekwatności również i zwyczajnego pojęcia ruchu lub zmiany w tem, że samo ono się nie porusza lub nie zmienia, przejaw nieadekwatności pojęcia psa w tem, że pojęcie to nie gryzie, choć pies, którego ono dotyczy, gryzie (por. James. Introduction à la philosophie, str. 100—104), to argumentując w ten sposób, zdradzają zupełne niezrozumienie funkcyi poznawczej pojęć, tego mianowicie, że pojęcie jest poznaniem przedmiotu nie dzięki własnościom, które samo posiada, lecz dzięki tym własnościom, które przypisuje przedmiotowi.

wej ciągłości kształtów rzeczy“ *). A więc matematyka mimo to, że operuje możliwemi momentami ruchu, które ujmuje zapomocą nieruchomości, może jednakże uchwycić ruch w jego istotnej naturze, może ująć jego ciągłość i indywidualność, pomimo więc swej metody „kinematograficznej“, operującej momentami, nie wypacza ruchu, jak to Bergson gdzie indziej twierdzi. To tylko błędna filozoficznie interpretacya tej metody prowadzi do zniszczenia ruchu, lecz nie sama metoda, która, przeciwnie, pozwala na idealnie dokładne jego ujęcie.

76. Streśćmy teraz argumenty, zapomocą których wykazać chciano względność naszego poznania analitycznego rozciągłości i ruchu, oraz te racye, które nas doprowadziły do stwierdzenia zupełnej błędności tych argumentów.

1) Matematyka, twierdząc, że czysta rozciągłość jest mnogością punktów geometrycznych, ruch zaś ciała mnogością położeń ciała w ruchu, uważa tem samem, że rozciągłość składa się z aktualnych punktów, ruch z aktualnych położeń poruszającego się ciała, i w ten sposób wypacza zarówno naturę rozciągłości, jak i ruchu. — Tak nie jest, albowiem matematyka, jako nauka o stosunkach, nic nie twierdzi o naturze ontologicznej podstaw tych stosunków, i natura punktów lub położeń (właściwie przejść przez położenia) nie gra żadnej roli w dedukcyach matematyki.

2) Jeżeli matematyka nie zakłada nawet wyraźnie, że rozciągłość i ruch składają się z aktualnych elementów, to ujmować te continua musi jednak w ten nieadekwatny sposób już naskutek natury, właściwej poznającej treści ana-

*) Bergson. Wstęp do metafizyki, przekł. polski Błeszyńskiego, str. 87.

litycznej, a polegającej na oddzielnem, aktualnem istnieniu elementów pojęciowo-analitycznej płaszczyzny.—Tak nie jest, albowiem i pojęciowo nieskończoność elementów continuum, już jako nieskończoność, nie może nam być dana w postaci poszczególnych, aktualnych elementów, lecz tylko w postaci pewnej całości, pewnego pojęcia, zawierającego w sobie potencyalnie tę nieskończoność przedmiotów. Gdyby jednak nawet pojęciowo elementy, zapomocą których ujmujemy ruch i rozciągłość, istniały aktualnie, to nie znaczyłoby to bynajmniej, że poznajemy tu te continua nieadekwatnie, albowiem poznać coś *zapomocą* zbioru elementów aktualnych, to rzecz zupełnie inna, niż poznać to *jako* zbiór elementów aktualnych — a tylko w tym ostatnim wypadku przedmiot, nie będący zbiorem elementów aktualnych, byłby przez nasze poznanie wypaczony, byłby poznany nieadekwatnie.

3) Jeżeli filozofia wbrew nauce (por. punkty 1 i 2) dochodzi do prawdziwego poznania elementów rozciągłości i ruchu, jako potencyalnych, nie zaś aktualnych (rzeczywistych), to tem samem dowodzi względności poznania naukowego, które w ten sposób okazuje się operującem nie rzeczywistemi elementami przedmiotu, lecz elementami subjektywnemi, tylko „punktami widzenia naszego umysłu“. — Tak nie jest, albowiem elementy potencyalne są jako takie wprawdzie nieaktualne, lecz nie są zupełnie przez to elementami nieprzedmiotowemi, subjektywnemi i w tem znaczeniu nierzeczywistemi. Przeciwnie: punkty są istotnie, rzeczywiście możliwe w rozciągłości, przejścia przez pewne położenia istotnie, rzeczywiście możliwe w ruchu. Naukowe więc poznanie ruchu i rozciągłości, jako systemów możliwych przejść i możliwych punktów, posiada bezwzględnie przedmiotową wartość, a nauka, operująca temi elementami, operuje elementami nie

symbolicznemi, nie podmiotowemi, lecz przedmiotowemi, przedmiotowo, rzeczywiście możliwemi, choć nieaktualnemi (i tylko w tem znaczeniu nierzeczywistemi).

4) Nauka ujmuje rozciągłość zapomocą nierozciągłych punktów (lub liczb), ruch zapomocą nieruchomych położeń *), ujmuje więc te przedmioty nieadekwatnie. — Tak nie jest, gdyż poznawać rozciągłość wzgl. ruch *zapomocą* czegoś nierozciągłego wzgl. nieruchomego, to nie znaczy poznawać je *jako* coś nierozciągłego lub nieruchomego, a to dopiero stanowiłoby o nieadekwatności poznania (por. koniec punktu 2).

5) Nauka, ujmując rozciągłość i ruch, nie odtwarza w ten sposób rozciągłości i ruchu: mając naukowe poznanie rozciągłości i ruchu, nie mamy jeszcze danej samej rozciągłości i samego ruchu, a więc nie mamy poznania adekwatnego. — Tak nie jest, wniosek jest błędny. Albowiem poznanie przedmiotu nie jest wszak przedmiotem poznania, o ile terminy „poznanie“ i „przedmiot“ bierzemy w ich właściwem znaczeniu; bezzasadne jest więc wymaganie od poznania, od treści poznającej, aby za jej pomocą przedmiot nie tylko był poznany, lecz i nam dany. Wymaganie dla adekwatności poznania tożsamości natury lub wogóle tożsamości czynnika poznającego i poznawanego nie jest niczem usprawiedliwione (por. punkt 2 i punkt 4) **).

---

*) Dotyczy to jednak, jak wiemy, bezpośrednio tylko ruchu elementarnego, elementów ruchu, nie zaś ruchu-całości, ruchu integralnego (por. początek § 75).

**) Przyjmijmy jednak na chwilę ten błędny dogmat o tożsamości natury czynnika poznającego i poznawanego, który w swej skrajnej formie głosić będzie wogóle tożsamość tych czynników, a więc tożsamość poznania i przedmiotu (myśli i bytu), równocześnie zaś przyjmijmy prawdziwe twierdzenie o bezwzględnej prawdziwości poznania naukowego rozciągłości i ruchu, a przedmioty te stracą natychmiast właściwą im realność, przybiorą postać idealną poznającej treści naukowej i będą mogły być pojmowane jako czyste stosunki. Takie wypaczenie natury naszego przedmiotu spotykamy w systemie nowokantowskiego idealizmu naukowego (Cohen, Natorp), w którym poznanie, stwarzając te przedmioty poznania, udziela im swej natury idealnej i sprowadza ich zwyrodnienie w przedmioty „immanentne“. Jeżeli zaś z drugiej strony, przyjmując w mowie będący błędny dogmat, równocześnie uznamy prawdziwe twierdzenie o realnej naturze ruchu i rozciągłości (por. § 43 i odnośnik do § 72, koniec), to dojdziemy (jak to widzimy u Bergsona) do wniosku o nieadekwatności pojęciowego poznania niepojęciowej rzeczywistości. Okazuje się, że wręcz przeciwne sobie systemy skrajnego logicyzmu i skrajnego intuicyonizmu zawierają u swej podstawy tę samą błędną przesłankę o tożsamości (natury) przedmiotu i poznania, i że w pierwszym z tych systemów ta błędna przesłanka w połączeniu z prawdziwem twierdzeniem o prawdziwości pojęciowego poznania przedmiotu (zaprzeczanem przez system przeciwny) prowadzi do błędnego poglądu na naturę przedmiotu poznania, w drugim zaś systemie prowadzi ona w połączeniu z prawdziwem twierdzeniem o istotnie przedmiotowej, intuicyjnej naturze przedmiotu poznania (zaprzeczanem znów przez system przeciwny) do błędnego poglądu na naturę poznania przedmiotu.

77. Stwierdziliśmy, że ujęcie naukowe, matematyczno-analityczne ruchu i rozciągłości jest poznaniem tych przedmiotów bezwzględnie prawdziwem, i że wszystkie zarzuty przeciwko jego prawdziwości nie wytrzymują bliższej krytyki. Przytem ta okoliczność, że to poznanie matematyczno-analityczne posiada tu ściśle określony przedmiot, zupełnie nie znajduje się w kolizyi z tym faktem, że matematyka „abstrakcyjna“ abstrahuje istotnie od wszelkiego wogóle przedmiotu i jest z tego powodu poznaniem, o którego przedmiotowej (nie zaś logicznej tylko) prawdziwości mówić wogóle nie można. Zajmuje nas tu właśnie prawdziwość nie owej „abstrakcyjnej“ teoryi mnogości czy analizy,

która „nie wie, o czem mówi“, gdyż wyzbyła się swego przedmiotu, i jej elementy są nieokreślonemi zupełnie podstawami stosunków, lecz kwestya, czy w tym wypadku, gdy elementy te otrzymają „z zewnątrz“ ściśle określone znaczenie, gdy oznaczać będą ściśle określone przedmioty (n. p. przekroje rozciągłości), a stosunki, ustanowione między elementami pewnej mnogości, okażą się takie same, jakiemi są stosunki między ich przedmiotowemi odpowiednikami, czy w tym wypadku takie poznanie matematyczne, które uzyskało czy odzyskało swój przedmiot, będzie przedmiotu tego poznaniem bezwzględnie prawdziwem, czy też tylko symbolicznie prawdziwem, w istocie zaś rzeczy wypaczającem ten przedmiot. I oto okazało się, że ujęcie matematyczno-analityczne ruchu i rozciągłości nie tylko jest ujęciem tych przedmiotów idealnie dokładnem, lecz że przytem w najmniejszym nawet stopniu nie wnosi do przedmiotu obcego i zniekształcającego go pierwiastku. Przez to bowiem, czem to poznanie jest, wnieść go, jak wiemy, nie może, przez to zaś, co głosi, również go nie wnosi, gdyż konstytucyi ontologicznej przedmiotu zupełnie nie dotyczy; stwierdza ono tylko stosunki, jakie istnieją między elementami przedmiotu, lecz nie bada ani natury tych elementów, ani stosunku ich do całości, w której istnieją, ani samej tej całości.

ROZDZIAŁ X.

Stosunek filozofii do nauki.

78. Jeżeli naukowe, matematyczne ujęcie rozciągłości i ruchu jest poznaniem do głębi prawdziwem — a że tak jest w istocie rzeczy, widzieliśmy na poprzednich stronicach — tedy nie daje się utrzymać ten pogląd na filozofię, który uważa ją za jedyne poznanie bezwzględnie prawdziwe i zasadza się na przeciwstawianiu jej nauce, jako poznaniu prawdziwemu tylko powierzchownie, prawdziwemu tylko o tyle, o ile tego potrzeba, aby mogło oddawać nam usługi w życiu, aby mogło być pożyteczne. Że nauka — mamy tu na myśli wyłącznie poznanie matematyczne — jest pożyteczna, że matematycznemu ujęciu przedmiotów przedewszystkiem zawdzięczamy ów niepospolity rozwój kultury materyalnej, cechujący życie nowoczesne — co do tego niema kwestyi *). Lecz ta pożyteczność nauki nie jest równoznacznikiem jej prawdziwości, lecz tylko tej prawdziwości skutkiem pobocznym.

---

*) Wprawdzie przedmioty, których dotyczy nauka matematyczna, nie są same przedmiotami doświadczalnemi, konkretnemi, lecz znajdują się jednak w takim stosunku do przedmiotów konkretnych, który umożliwia — przy pewnych zastrzeżeniach — zastosowanie do nich prawd, dotyczących bezpośrednio przedmiotów niekonkretnych (por. odnośnik do § 59 oraz nasze Prolegomena filozoficzne do geometryi, rozdz. VII p. t. „Geometrya euklidesowa a doświadczenie“).

Nauka jest prawdziwa, gdyż, jak widzieliśmy, jest zgodna z przedmiotem, stwierdza własności i stosunki, istotnie przynależne przedmiotowi; w tem znaczeniu jest ona prawdziwa, a nie w tem tylko, że jest pożyteczna. Pożyteczną natomiast może być ona dlatego właśnie, że jest prawdziwą, że nie zniekształca przez swą metodę przedmiotu, że nie przypisuje mu własności, jakich ten nie posiada, że informuje nas co do jego rzeczywistych właściwości: praktyczność nauka osiąga nie kosztem swej istotnej prawdziwości, lecz dzięki niej. Będąc zaś istotnie, a nie tylko powierzchownie prawdziwą, nie może nauka być przeciwstawianą filozofii, jako jedynemu prawdziwie prawdziwemu poznaniu, i od filozofii nie możemy oczekiwać korektywy nauki z wyższego jakiegoś punktu widzenia, sprostowania twierdzeń naukowych błędnych jakoby spekulatywnie, choć pożytecznych praktycznie *). Taki pogląd na stosunek filozofii do nauki, będący zazwyczaj odwrotną stroną pragmatystyczno-konwencyonalistyczno-relatywistycznego pojmowania nauki, nie może się utrzymać, skoro przekonaliśmy się, że metody poznawcze, najbardziej bogate w zastosowania praktyczne, prowadzą nie tylko do

*) Trzeba jednakże prawidłowo rozumieć tę niezależność prawdy naukowej od wszelkiej filozofii i za prawdę naukową uważać to tylko, co wchodzi istotnie w skład systemu naukowego i jest do budowy tego systemu niezbędne, nie zaś te przeważnie niekrytyczne i błędne poglądy popularnej filozofii „naukowej", panujące w kołach adeptów nauki i uważane przez nich często za podyktowane przez samą naukę. Takie „prawdy naukowe" (w rodzaju tej, że przestrzeń składa się z poszczególnych, t. j. aktualnych punktów) bywają najpoważniejszemi argumentami przeciwko nauce w ustach jej przeciwników, i bronić prawdziwości nauki można tylko w ten sposób, że oczyszcza się ją przedewszystkiem od pseudo-filozoficznych i pseudo-naukowych domieszek i interpretacyi, które wprowadzają do niej często nieświadomie pracownicy naukowi.

idealnie dokładnego, lecz i całkowicie adekwatnego poznania przedmiotu.

79. Według omawianego poglądu mielibyśmy o przedmiotach prawdę podwójną: jedną naukową — względną, drugą filozoficzną — bezwzględną. Aby uniknąć jednak trudności, związanych z istnieniem dwojakiej prawdy o tym samym przedmiocie, filozofowie, hołdujący temu poglądowi, wprowadzają zazwyczaj odpowiednie rozgraniczenie i do dziedziny przedmiotu: sam przedmiot teraz przybiera ontologicznie podwójne oblicze w zależności od tego, czy jest przedmiotem nauki czy filozofii. Nauka, poznanie względne, powierzchowne badać ma tylko powierzchnię rzeczy, zjawiska, fenomeny, stworzone przez nasz umysł, tę powłokę, którą nasza zmysłowość czy myśl nasza osnuwa dla celów praktycznych świat rzeczywisty. Filozofia natomiast, poznanie bezwzględne, dotyczeć ma świata już nie fenomenalnego, zniekształconego w przejściu przez pryzmat naszego umysłu, lecz świata bezwzględnie rzeczywistego, świata rzeczy samych w sobie. W ten sposób dwie prawdy, naukowa i filozoficzna, rozpatrywałyby zasadniczo odmienne strony przedmiotu, dotyczyłyby dwóch rozmaitych dziedzin, będących między sobą w stosunku rzeczy samej w sobie do jej zjawiska. Przytem cechy charakterystyczne tych dwóch rodzajów prawd, przeniesione zostają w myśl doktryny o podobieństwie poznania i jego przedmiotu na odnośne przedmioty: względność poznania naukowego promieniuje na jego przedmiot i nadaje mu charakter przedmiotu względnego, absolutny zaś charakter poznania filozoficznego znajduje swój wyraz w absolutnym bycie jego przedmiotu. Nauka więc i filozofia różniłyby tu się nie tyle zasadniczo pod względem właściwej prawdziwości poznania, którego nam dostarczają, ile

pod względem „prawdziwości“, t. j. rzeczywistości bytu, którego dotyczą. Nauka dawałaby nam wiedzę względną i prowadzącą do sprzeczności, bo dotyczącą bytu względnego, stworzonego przez nasz umysł i pełnego sprzeczności; filozofia zaś wiedzę bezwzględną i bez sprzeczności, gdyż dotyczącą bytu bezwzględnego, nie kryjącego już sprzeczności w swem łonie. Poznanie matematyczne dotyczyłoby, według tego poglądu, pełnego sprzeczności świata fenomenalnego, dziedziny naszego praktycznego życia, ukształtowanej przez nasz umysł w sposób dla nas praktycznie najdogodniejszy: jako rozciągłość, nieskończenie podzielna i gotowa przybrać wszelki żądany kształt; jako ruch, który rozwija się przed nami w przestrzeni, który możemy więc śledzić swobodnie i opanować całkowicie. Lecz że ta przestrzeń geometryczna zawierać ma w sobie sprzeczność, polegającą na istnieniu w niej nieskończoności elementów, że ten ruch foronomiczny ma być naskutek zawartych w nim sprzeczności tylko zaprzeczeniem możliwości rzeczywistego ruchu, więc w poszukiwaniu prawdy i prawdziwego bytu opuszczamy tę fenomenalną dziedzinę nauki, świat ciągłej a nieskończenie podzielnej rozciągłości i ruchu uprzestrzenionego, i staramy się przy pomocy wysiłku bądź rozumu czystego, bądź czystej intuicyi osiągnąć prawdę czystą, filozoficzną, dotrzeć do świata prawdziwie rzeczywistego, uwolnionego już z ram będącego w służbie życia umysłu, do świata rozciągłości metafizycznej o skończonej liczbie elementów (Evellin), do krainy ruchu czystego, niemateryalnego, pozbawionego obcej mu szaty przestrzenności (Bergson).

Stwierdziliśmy już jednak dawniej *), że cała ta teorya

*) Por. § 60.

o sprzeczności ukrytej w fenomenalnym świecie ruchu i rozciągłości upada natychmiast, skoro tylko przestaniemy wypaczać ustrój wewnętrzny rozciągłości, że więc polega ona całkowicie na błędzie, popełnionym w przesłance naczelnej rozumowania. Ten błąd poprzez tę teoryę prowadzi myśl naszą do dalszego etapu, do odróżnienia dwóch rodzajów bytu, pozornego i rzeczywistego, i do odpowiedniego rozgraniczenia dziedzin nauki i filozofii. To odróżnienie jednak filozofii od nauki, przeprowadzone z punktu widzenia rzeczywistości dziedzin, których one mają dotyczeć, nie daje się tu utrzymać, skoro podstawa, na której oprzeć chcieliśmy złudny charakter bytu fenomenalno-naukowego, okazuje się fikcyjną zupełnie. Wobec nieistnienia sprzeczności w świecie fenomenów filozofia, mająca ujmować byt bezsprzeczny, traci swój odrębny obszar badania i zlewa się z nauką. Nie daje nam ona poznania bytu „prawdziwszego“ od bytu przedmiotów nauki, podobnie jak nie daje nam prawdziwszego poznania tych stron bytu fenomenalnego, które nauka ma wypaczać jakoby wskutek swego analityczno-pojęciowego charakteru, lecz które w istocie rzeczy ujmuje, jak widzieliśmy, z prawdą bezwzględną. Upada więc zarówno odróżnienie filozofii od nauki ze względu na wyższość bytu, którego ma dotyczeć, jak i ze względu na wyższość poznania, jakie możemy dzięki niej osiągnąć. Dotyczy to w każdym razie filozofii świata rozciągłości i ruchu: 1) Nie znamy żadnej rozciągłości i żadnego ruchu, rzeczywistszych od naszej ciągłej rozciągłości i ruchu w tej ciągłej rozciągłości, i nie mamy żadnych argumentów, opartych na prawdziwych przesłankach, któreby nas skłaniały do przypuszczenia istnienia takiej „rozciągłości samej w sobie“ i takiego „ruchu samego w sobie“, mogących być przedmiotem filozofii. 2) Stwier-

dziwszy bezwzględną prawdziwość naukowego ujęcia rozciągłości i ruchu, nie widzimy możliwości ich ujęcia filozoficznego, bardziej prawdziwego od ich naukowego poznania; metoda intuicyjna, bezpośrednie oparcie się na przedstawieniach rozciągłości i ruchu, nie wprowadza, jak widzieliśmy, żadnej poprawki do analitycznego ujęcia tych przedmiotów i okazuje się z niem w zupełnej harmonii.

80. Jeżeli filozofia nie może wybiedz poza fenomenalną sferę przedmiotów nauki zapomocą pewnej, jej tylko jakoby właściwej metody, jeżeli w ten transcendentny sposób nie może nauki dopełniać, ani też z drugiej strony nie ma okazyi i nie może sprostowywać jej danych, dotyczących świata fenomenalnego — to z tego nie wynika jednak zupełnie wniosek, że filozofia, chcąc zachować charakter naukowy, musi koniecznie uzależnić się od nauki bądź jako mniej lub więcej encyklopedyczne zestawienie jej wyników, bądź jako jej teorya i metodologia. Przeciwnie, może istnieć filozofia, która nie polega tylko na syntezie danych naukowych lub na badaniu nauki, jako takiej, jej konstytucyi i metod, lecz jest tem, czem właściwa filozofia być przedewszystkiem powinna, poznaniem przedmiotów samych, przytem poznaniem ich z innego punktu widzenia, aniżeli to czynią nauki poszczególne. Filozofia taka będzie dalszym ciągiem nauki, jej dopełnieniem, lecz dopełnieniem nie transcendentnem, gdyż przebiegać będzie w tej samej, co nauka, dziedzinie, dotyczeć będzie tych samych, ogólnikowo mówiąc, przedmiotów, któremi zajmuje się nauka, tylko że rozpatrywać będzie inne, aniżeli nauka, strony tych przedmiotów, rozwiązywać inne problematy, mające z temi przedmiotami związek. I oczywiście ten fakt, że poza właściwie naukowem poznaniem przedmiotu istnieć może jeszcze dalsze jego poznanie, poznanie filozoficzne, zupełnie nie przemawia na korzyść tezy o względności naszego poznania naukowego. Albowiem z tego, że nauka właściwa nie daje nam całkowitego poznania przedmiotu, nie wynika wszak, że to, co nam ona daje, nie jest prawdziwe bezwzględnie, najzupełniej z przedmiotem tym zgodne. Istnienie filozofii, badającej dany przedmiot z innego punktu widzenia, aniżeli to czyni nauka odnośna, w takim samym stopniu nie dowodzi względnej tylko prawdziwości tej nauki, jak istnienie n. p. chemii nie dowodzi względności fizycznego poznania. Filozofia nie wywyższa się tu ponad naukę, ani też nie jest od niej zależna, i stosunek między temi autonomicznemi jednostkami układa się w sposób przyjazny, pozwalający na współpracę i wzajemną wymianę usług.

81. Ugruntowaniu takiej filozofii i wykazaniu jej znaczenia dla rozstrzygnięcia zasadniczych kwestyi filozoficznych poświęcona jest praca niniejsza. Specyalnie nas tu interesowała filozofia przedmiotów czysto rozciągłych. Rozpatrzmy teraz bliżej nieco, jaki stosunek ją łączy z nauką o odnośnych przedmiotach — z geometryą.

Oczywiście, nazywając geometryę nauką o przedmiotach czysto rozciągłych, nie mamy na myśli geometryi abstrakcyjnej, jako abstrahującej od wszelkiego bytu istotnie przedmiotowego, nauki czysto pojęciowej, lecz geometryę już przedmiotową, która odzyskała swój przedmiot, przedmiot czysto rozciągły *). W takiej geometryi wiemy już, o czem

*) Ażeby rozproszyć najelementarniejsze nieporozumienia, otaczające kwestyę możliwości przedmiotów czysto rozciągłych, a więc i możliwości nauki oraz filozofii o tych przedmiotach, trzeba odwołać się do analizy świadomości, opisującej rozmaite rodzaje tego, jak nam dane bywają przedmioty. Kwestyę tę w związku z istnieniem przedmiotów czysto rozciągłych rozpatrywaliśmy w § 43-im niniejszej pracy. Husserlowi

mówimy, wiemy, jakich przedmiotów dotyczą jej pewniki, znamy jej elementy, wiemy, czem jest płaszczyzna, czem jest linia prosta i czem jest punkt geometryczny. Znamy dokładnie stosunki, jakie zachodzą między temi elementami, stosunki, które posiadają tu już określone człony, a nie są, jak w geometryi czysto logicznej, pustemi formami bez treści przedmiotowej, i te właśnie stosunki mamy w pewnikach geometryi przedmiotowej sformułowane, a w jej twierdzeniach wyzyskane dedukcyjnie. Lecz mimo to, że stosunki te nie są tu tylko czystemi stosunkami, lecz posiadają przedmiotowe podstawy, to jednak geometrya przedmiotowa nie zajmuje się bliżej kwestyą bytu, właściwego podstawom tych stosunków, nie jest nauką o tych elementach, jako takich, i o całościach, które tworzą. Wiemy tu wprawdzie, że punkt geometryczny jest przekrojem linii, lecz jaki byt punkt taki posiada, w jaki sposób istnieje, samodzielny czy niesamodzielny, tego geometrya zupełnie nie bada, tem się zupełnie nie interesuje; głosi ona wprawdzie, że między dwoma punktami linii prostej „istnieje“ zawsze punkt trzeci, lecz w jaki sposób on istnieje, aktualnie czy tylko potencyalnie, to jej nie obchodzi; twierdzi geometrya, przywoławszy na pomoc teoryę mnogości, że ciągła linia geometryczna „składa się“ z mnogości punktów mocy continuum, lecz w jaki sposób to składanie się linii rozciągłej z nierozciągłych punktów jest możliwe, w jaki zaś byłoby niemożliwe — ta kwestya leży całkowicie poza jej polem widzenia. Słowem, nie interesuje się ona elementami

przynależy zasługa zrozumienia i wykazania konieczności takiej propedeutycznej nauki filozoficznej — fenomenologii świadomości — zajmującej się analizą i opisem sposobu, w jaki mogą nam być dane rozmaite rodzaje przedmiotów (por. Husserl. Philosophie als strenge Wissenschaft. Logos. 1910, str. 300—303).

swemi, jako takiemi, nie bada rodzaju ich bytu ani sposobu, w jaki składają pewne całości, nie bada konstytucyi ontologicznej tych całości, lecz ogranicza się do określenia stosunków, zachodzących między elementami tych całości i do stwierdzenia, że te całości muszą przedstawiać taką a taką „mnogość“ elementów, ażeby owe stosunki mogły zachodzić.

Otóż to wszystko, co w przedmiotach dziedziny czysto rozciągłej nie interesuje geometryi, wszystkie te kwestye o charakterze właściwie ontologicznym stanowić mają przedmiot badania filozofii przedmiotów czysto rozciągłych, ontologii tych przedmiotów. A równolegle do tej ontologii istnieć będą filozofie innych rodzajów przedmiotów, ontologie innych dziedzin, dziedziny n. p. ruchu, dziedziny liczb, dziedziny pojęć logicznych wogóle i t. p. Badać one będą konstytucye tych rodzajów przedmiotów, określać, w jaki sposób istnieją ich elementy i w jaki sposób składają one całości, słowem, będą tem, czem ma być, według Bergsona, metafizyka, będą nauką o różniczkach i całkach jakościowych lub wogóle przedmiotowych — z tą jednak różnicą, że ontologie te nie będą właśnie dotyczyły dziedzin odmiennych, „prawdziwszych“, aniżeli dziedziny, które są przedmiotem nauk odnośnych, lecz tylko badać będą te same dziedziny, z innych tylko punktów widzenia, ku innym stronom tych dziedzin skierowane będą ich zainteresowania.

82. Trzeba tu jednak zwrócić uwagę na to, że i poszczególne nauki w pewnem tego słowa znaczeniu zajmują się badaniem ustroju dziedzin, których dotyczą, lecz badają go właśnie w zupełnie innym sensie, pod zupełnie innym kątem widzenia, aniżeli to czyni filozofia danej dziedziny. I geometrya przedmiotowa określa — jak się mówi — konstytucyę przestrzeni w systemie pewników, który podaje, w sze-

regu praw i stosunków, które obowiązują w dziedzinie przestrzennej. Lecz nie o to chodzi filozofii dziedziny przestrzennej, nie taką konstytucyą świata czysto rozciągłego zajmuje się ona. Ona chce rozwiązać przedewszystkiem tę kwestyę zasadniczą, czy świat ten jest agregatem prostych nierozciągłych elementów, czy nim nie jest, chce ustalić rodzaj istnienia tych elementów i sposób, w jaki istnieje całość, zawierająca te elementy — w tem znaczeniu i z takiego prawdziwie ontologicznego punktu widzenia bada filozofia rozciągłości swój przedmiot, jego ustrój wewnętrzny, jego konstytucyę ontologiczną.

Niewątpliwie, badanie właściwie naukowe, geometryczne przedmiotów rozciągłych i ich badanie z filozoficznego punktu widzenia wykazują cechy wspólne, o których zaraz mówić będziemy, lecz z drugiej strony rzuca się w oczy całkowicie odrębne „nastawienie“ geometryi i filozofii rozciągłości, zupełna odmienność kategoryi, któremi operują, różność kwestyi, któremi interesują się. Zapewne, nie tylko geometrya przedmiotowa, lecz i filozofia przedmiotów rozciągłych są teoryą przedmiotu w znaczeniu, w jakiem używa tego wyrażenia Meinong *), lecz teorya ta dotyczy w obydwóch przypadkach odmiennych zasadniczo stron przedmiotu: geometrya jest teoryą stosunków, zachodzących między niewyspecyfikowanemi ontologicznie elementami przestrzeni, ontologia odnośna jest teoryą bytu tych elementów i całości odpowiednich, jest teoryą filozoficzną dziedziny rozciągłej. Dla uniknięcia nieporozumień musimy te dwa rodzaje teoryi — teoryę naukową i teoryę filozoficzną, ontologiczną —

*) Por. Meinong. Ueber die Stellung der Gegenstandstheorie im System der Wissenschaften, Leipzig, 1907.

ściśle odróżniać i nie powinniśmy zbytnio szafować terminem „ontologia“, nazywając już n. p. geometryę przedmiotową — jak to czyni Husserl *) — dyscypliną ontologiczną. Bo choć dotyczy ona rzeczywiście „istoty“ przedmiotów rozciągłych, to jednakże nie w takiem znaczeniu istota przedmiotu stanowi właściwy przedmiot dociekań ontologicznych.

Cóż bowiem znaczy, że geometrya jest poznaniem „istoty“ przedmiotów czysto rozciągłych? Znaczy to, że bada ich własności istotne, takie, które stanowią o tem, że dany przedmiot jest tem, czem jest, bez których nie mógłby być sobą, które należą do jego „natury“, są nieodłączne od jego, jak mówimy właśnie, istoty — własności, które nie tylko posiada, lecz i musi posiadać, o ile ma pozostać sobą, t. j. przedstawicielem danego rodzaju. Między dwoma punktami rozciągłej linii geometrycznej nie tylko istnieje, lecz i musi istnieć punkt trzeci — ten stosunek między punktami jest własnością nieodłączną od istoty linii, wyraża jej naturę, zachodzić więc musi w każdej rozciągłej linii geometrycznej, i nieistnienie tego stosunku między elementami pewnego przedmiotu będzie dowodem, że przedmiot taki nie jest właśnie tem, co rozumiemy przez „rozciągłą linię geometryczną“, co oznaczamy przez to wyrażenie. Tego rodzaju własności, własności konieczne i powszechne, własności istotne przedmiotów rozciągłych bada geometrya i w tem właśnie znaczeniu jest ona poznaniem „istoty“ tych przedmiotów; jej prawdy są prawdami „wiecznemi“ i tak niezmiennemi, jak sama istota przedmiotów, których dotyczą. Tu oto, w tej

*) Husserl. Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie. Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung, 1913. Erster Band, Teil I, str. 18—20.

wieczności prawd matematycznych, w konieczności i powszechności stosunków, które wyrażają, w tej ich aprioryczności, jako niezależności od zmiennych warunków doświadczenia, tkwi moment filozoficzny, cechujący poznanie matematyczne, moment, który od czasów Platona zwracał uwagę większości myślicieli i kazał im w matematyce widzieć siostrzycę filozofii.

To pokrewieństwo poznania matematycznego i filozoficznego jest niewątpliwe. Rzeczywiście, nie tylko filozofia dąży do poznania „istoty“ przedmiotów, do prawd wiecznych o przedmiotach, lecz i matematyka — a specyalnie mamy tu na myśli matematykę przedmiotową — również w tym samym kierunku postępuje; i jedna i druga jest poznaniem koniecznych własności przedmiotów, jest, według terminologii Kanta, syntetycznem poznaniem a priori. Lecz to pokrewieństwo w rodzaju poznania nie wyklucza oczywiście tego, że przedmioty filozofii i matematyki są odmienne, i że w tym nawet przypadku, gdy matematyka i filozofia dotyczą, ogólnikowo mówiąc, tych samych przedmiotów, n. p. czysto rozciągłych, w istocie rzeczy rozpatrują je one z odmiennych punktów widzenia, badają różne ich strony, i mamy tu, ściśle już mówiąc, rozmaite przedmioty poznania: w pierwszym przypadku stosunki między niewyspecyfikowanemi ontologicznie elementami rozciągłości, w drugim — byt tych elementów i całości, które tworzą *).

*) Trzeba tu przytem zwrócić uwagę na to, że formułowanie stosunków samo przez się nie odbiera przynajmniej pewnemu twierdzeniu charakteru ontologicznego, albowiem mogą to być stosunki, zachodzące między elementami, wyspecyfikowanemi pod względem właściwie ontologicznym (n. p. między elementami aktualnie istniejącemi), pierwiastek więc ściśle ontologiczny reprezentowany tu będzie wyraźnie już w przedmiocie badania. W tym przypadku najogólniejsze kategorye ontologiczne będą już zużytkowane przy daniu nam przedmiotu, a odnośne badania polegać będą na sformułowaniu stosunków koniecznych w danej dziedzinie — dziedzinie już nie tylko przedmiotowej, lecz i ontologicznej.

To badanie bytu, rodzaju istnienia przedmiotów jest odwiecznem zagadnieniem filozofii, problematem prawdziwie filozoficznym, przedmiotem „pierwszej filozofii“, niezależnie od tego, czy chodzi tu o byt wogóle, czy też o pewien byt specyalny. Albowiem nauki specyalne zupełnie się nie zajmują nie tylko kwestyą bytu wogóle, lecz i kwestyami, dotyczącemi poszczególnych jego rodzajów. Trzeba więc, pomijając już sprawę ontologii ogólnej, szeregu nauk filozoficznych, trzeba ontologii poszczególnych, któreby badały te różne rodzaje przedmiotów z ontologicznego punktu widzenia, badały rodzaj bytu ich elementów, naturę całości, w której elementy te istnieją; ażeby określały te przedmiotowe różniczki i całki, wprowadzając punkt widzenia zupełnie odmienny od punktu widzenia nauk poszczególnych, dotyczących tych dziedzin, *ażeby rozpatrywały je przy pomocy kategoryi właściwie ontologicznych, kategoryi rozmaitych sposobów bytowania (byt potencyalny — byt aktualny; byt aktualny całości, jako byt elementów, z których każdy istnieje aktualnie — lub jako byt elementów, istniejących tylko potencyalnie; byt całości in statu essendi — byt całości in statu fiendi; byt samodzielny — byt niesamodzielny;* i t. p.).

Nauki te, jako teoretyczne, będą polegały na wejrzeniu w „istotę“ tego bytu w tem znaczeniu, że będą określały jego własności konieczne i powszechne, będą bytu tego teoryą. Lecz poza tym elementem filozoficznym, po-

legającym na rodzaju poznania i charakteryzującym oprócz filozofii właściwej już matematykę i logikę, poza tym elementem filozoficzno-teoretycznym ontologie te będą posiadały charakter istotnie filozoficzny dopiero dzięki swemu przedmiotowi, dzięki temu, że dotyczą one „bytu“ przedmiotów, i w tem nowem już znaczeniu ich „istoty“, ich „natury“, ich „konstytucyi“. I ten nowy pierwiastek, pierwiastek filozoficzno-ontologiczny, wyróżnia je całkowicie z pośród nauk właściwie matematycznych, gdyż jeżeli n. p. geometrya bada własności istotne linii prostej w stosunkach ją charakteryzujących, to ontologia rozciągłości bada własności istotne samego już bytu tej linii, jej istoty, jej natury, jej konstytucyi i mówi nam między innemi, że byt tej linii, jej istota, jej konstytucya nie polega i nie może polegać na agregacyi nieskończoności aktualnych punktów. Jeżeli więc geometrya przedmiotowa bada istotę utworów rozciągłych, to filozofia rozciągłości — istotę ich istoty, istotę ich bytu. Ta filozofia jest zasadniczo czemś wręcz bardziej filozoficznem, niż geometrya zwykła, jako teorya naukowa przedmiotów rozciągłych, gdyż geometrya ta nie zawiera właśnie w sobie pierwiastku właściwie ontologicznego (choć zawiera element teoretyczny) i nie jest przeto jeszcze ontologią.

Tę filozofię, tę ontologię rozciągłości możemy również nazwać geometryą ontologiczną w odróżnieniu od geometryi zwykłej (przedmiotowej) i geometryi logicznej (czysto pojęciowej). Będzie ona stanowiła część matematyki ontologicznej, której pierwsze początki w zakresie ontologicznej teoryi mnogości, ontologicznej geometryi i foronomii znajdujemy w pracy niniejszej. Ta matematyka ontologiczna jest wyraźnym antypodem matematyki czysto logicznej. Ostatnia wyzbywa się wszelkiego kontaktu z przedmiotem, który zachowuje jeszcze matematyka zwykła, i jest przeto czystą logiką, gdy tymczasem matematyka ontologiczna zmierza w kierunku wręcz przeciwnym, nie abstrahuje od przedmiotu, lecz specyfikuje go jeszcze ontologicznie, określa rodzaj jego istnienia i stosunki z istnieniem tem związane — i jest przeto właściwą ontologią i filozofią.

83. Jesteśmy tutaj świadkami takiego zbliżenia się filozofii i matematyki, o jakiem wprawdzie marzono od dawna, lecz go urzeczywistnić prawomocnie nie zdołano. Starano się naśladować istotnie godną naśladownictwa pancerną metodę dedukcyjnej budowy systemu geometrycznego i żywiono nadzieję, że system filozoficzny, choć na dowolnych podstawach oparty, lecz more geometrico zbudowany, okaże się tak pewnym i tak niewzruszonym, jakim jest ten, któremu się chciał upodobnić. Starano się dalej zbliżyć filozofię do matematyki przez zapożyczenie od niej jej „rewolucyjnego“ trybu myślenia o przedmiotach, aby w ten transcendentalny sposób zdobyć dla filozofii tak pożądany dla niej pierwiastek teoretyczno-aprioryczny. Wszystkie te próby jednak zawiodły, gdyż przedmioty, do których stosować chciano metody matematyki, okazały się zgoła niepodatne do tego prześwietlenia teoretycznego, któremu tak chętnie się poddają choćby przedmioty geometryi, a którego rezultaty widzimy już sformułowane w pewnikach tej nauki.

Może jednak będziemy szczęśliwsi, jeżeli obierzemy drogę wręcz odwrotną, jeżeli zamiast stosować do przedmiotów tradycyjnej filozofii obce im metody matematyczne, przystosowane do ściśle określonych celów, zastosujemy odwrotnie do przedmiotów matematyki kategorye filozoficzne, najogólniejsze kategorye ontologiczne, z natury rzeczy odnoszące się już do wszelkiego rodzaju przedmiotów? Jakże to bę-

dzie, jeżeli filozofia sama zdoła przeniknąć n. p. do tej obiecanej krainy rozciągłości i zdobędzie tam punkt oparcia, jeżeli pozatem nawiąże przyjazne stosunki z jedyną dotychczasową jej władczynią i, gwarantując jej nietykalność zajętych przez nią posiadłości, jeszcze korzystać będzie z jej pomocy przy zdobywaniu głębiej położonych terytoryów, leżących poza sferą jej interesów? Wtedy sprawa przedstawiać się będzie inaczej zupełnie, gdyż z góry już jest więcej niż prawdopodobne, że w tej dziedzinie, gdzie stosunki między elementami przedmiotu wykazują taką kryształową przejrzystość, tam i natura tego przedmiotu, jego konstytucya ontologiczna również nie okaże się zagmatwaną i da się do głębi prześwietlić teoretycznie; tem łatwiej, jeżeli oprzemy się tu już na bezwarunkowo pewnych danych naukowych, formułujących stosunki, zachodzące w tej dziedzinie. I rzeczywiście, nadzieje nasze okazują się dobrze ugruntowane: ontologia rozciągłości i ruchu wstępuje pierwsza do tej tak gorąco przez filozofię pożądanej krainy nauki, konstytuować się bezsprzecznie zaczyna jako system niemniej pewny i niemniej prawdziwy, niż system geometryi rozciągłości i ruchu.

ROZDZIAŁ XI.

Filozofia jako nauka ścisła.

84. Jeżeli mówimy, że filozofia wzdłuż wązkiej ścieżki, utorowanej przez ontologię rozciągłości i ruchu, wkracza do dziedziny naukowej, staje się nauką, to nie mamy tu oczywiście na myśli tego tylko, że taką filozofię cechuje blizki kontakt z nauką lub też że trzyma się ona oględnie immanentnej sfery poznania. Tym warunkom czynią zadość wszystkie t. zw. filozofie „naukowe“, lecz już ten fakt, że mamy wiele takich filozofii, że w sposób wręcz odmienny rozstrzygają one nasuwające się problematy (choćby problematy z zakresu teoryi nauki, a więc filozofi, uważanej za par excellence naukową), świadczy dostatecznie, że systematy te nie są nauką w ścisłem tego słowa znaczeniu, że poruszamy się tam w kole subjektywnych poglądów, mniej lub więcej przekonywających argumentów, mniej lub więcej prawdopodobnych przypuszczeń, lecz mimo wszystko dalecy jesteśmy od prawdy objektywnej, od ostatecznego stwierdzenia interesującego nas stanu rzeczy.

Otóż nie tego rodzaju filozofię naukową mamy na myśli, mówiąc, że filozofia staje się nauką. Chodzi nam o to, że filozofia zdobywa tu pewien system prawd objektywnych,

niewzruszonych, ostatecznych i że w ten właśnie sposób staje w rzędzie nauk, co więcej, w pierwszym ich rzędzie, staje się ścisłą nauką (niem.: „strenge Wissenschaft“), nauką, która zawiera nie przypuszczenia, lecz pewniki, nie przekonania — lecz twierdzenia, nie poglądy — lecz prawdy. Filozofia taka musi za punkt wyjścia obrać prawdy, nieulegające wątpliwości, najzupełniej oczywiste, bezsprzeczne, i w nich znaleźć punkt oparcia, pozwalający na dalsze posuwanie się wgłąb tak mało zbadanej dotychczas krainy prawdy filozoficznej. Dobrze, jeżeli potrafi zapewnić sobie przytem, że nie zboczy w tej ciężkiej wyprawie z drogi, prowadzącej do celu, a z takim trudem osiągniętej; że nie pozwoli, by błąd, który nie znalazł do niej dostępu na początku tej drogi, podkradł się ku niej na jednym z jej dalszych etapów. A zabezpieczyć się przeciw temu będzie mogła najskuteczniej przez zastosowanie metody dedukcyjnej: przy jej pomocy zdobędzie pewność, że rezultaty, do których doszła, są równie prawdziwe, jak i przesłanki, stanowiące punkt wyjścia jej rozważań. W ten sposób filozofia stałaby się nauką ścisłą w innem jeszcze, niż poprzednio, znaczeniu: byłaby ścisłą z racyi również swego dedukcyjnego charakteru (niem.: „exakte Wissenschaft“).

W pracy niniejszej staraliśmy się przedewszystkiem o znalezienie tego archimedesowego punktu oparcia, o odszukanie tych prawd niewątpliwych, na których można byłoby bezpiecznie oprzeć się w dalszych badaniach, i znaleźliśmy je w pewnikach, dotyczących ruchu ciała poprzez mnogość aktualnie istniejących punktów. Stan rzeczy, którego dotyczą te pewniki, jest tak prosty i przejrzysty, że bezwarunkowo usuwa możliwość błędu, stwierdzenie go nie nasuwa żadnych wątpliwości, daje się więc w ten sposób jaknajlepiej

zużytkować do celu, przez nas zamierzonego. Pozatem jednak staraliśmy się dedukcyjnie ufortyfikować dalsze etapy naszej drogi, przynajmniej te z nich, które leżały na głównej linii operacyjnej, przedewszystkiem zaś samą operacyjną podstawę, założoną przez nas w pewnej odległości od punktu wyjścia. Mamy tu na myśli zasadnicze dla filozofii rozciągłości i ruchu, i nie tylko dla niej, twierdzenie o ontologicznej konstytucyi geometrycznej linii prostej i wogóle przestrzeni rozciągłej. Wobec znaczenia, jakie twierdzenie to miało dla dalszych naszych wywodów, pozwolimy sobie dowód ścisły tego twierdzenia przypomnić czytelnikowi przez podanie go w całej jego rozciągłości. Przytaczamy go teraz w bardziej pełnej jeszcze postaci, będąc przekonani, że czytelnik, znając już główną jego osnowę, nie zgubi się w jego drugorzędnych momentach.

85. Zwracamy tu raz jeszcze uwagę na to, że dowód powyższy nie polega na apriorycznej analizie pojęć, nie opiera się na dowolnych definicyach, lecz wynika z analizy samego przedmiotu, z wniknięcia w jego istotę i dlatego też wymaga bezpośredniego przedstawienia przedmiotów, o których mowa. Musimy mieć przed oczyma świadomości to, co oznaczamy przez termin „ruch przedmiotu“, to przechodzenie jego z jednego położenia w przestrzeni do innego; to, co oznaczamy przez wyrażenie „geometryczna linia (prosta)“, ten utwór rozciągły, czysty, t. j. pozbawiony jakości zmysłowych, jednowymiarowy (o bezwzględnie stałym kierunku); dalej, przekrój tej linii, który oznaczamy przez termin „punkt geometryczny“; musimy jasno sobie zdawać sprawę z tego, co oznaczamy przez „aktualne“ lub „samodzielne“ istnienie elementów i t. d., i t. d. Musimy wszystkie te przedmioty mieć przed sobą we własnej ich jak gdyby osobie i postaci, ażeby módz

określić ich własności, ażeby sądy, formułujące te własności, były istotnem poznaniem przedmiotu, nie zaś dowolną definicyą pojęcia. Jeżeli uczynimy zadość temu warunkowi koniecznemu dla możliwości zapoczątkowania wszelkiego przedmiotowego poznania, to bezwarunkowa i bezwzględna prawdziwość przesłanek i wniosku naszego dowodu dla każdego stanie się oczywista. Oto dowód ten w pełnej przedstawiony postaci:

Pewnik 1. Ruch (niesamodzielny) punktu geometrycznego wzdłuż linii prostej geometrycznej jest możliwy (w obydwóch kierunkach) *).

Pewnik 2. Na linii prostej geometrycznej między dwoma jej punktami mogą istnieć aktualnie pewne pośrednie punkty geometryczne.

Założenie a. Załóżmy [na zasadzie pewnika 2], że na linii prostej geometrycznej AB między jej punktami A i B istnieją aktualnie pewne pośrednie punkty geometryczne **).

Twierdzenie I. Ruch (niesamodzielny) punktu geometrycznego wzdłuż linii prostej geometrycznej AB, na której między jej punktami A i B istnieją aktualnie pewne pośre-

*) Por. w kwestyi niesamodzielności tego ruchu uwagę, zawartą w § 19-ym. Uwaga ta, wykazująca niesamodzielność ruchu punktu geometrycznego, da się sformułować jako wniosek z dwóch pewników: 1) Punkt geometryczny, jako przekrój, granica linii rozciągłej, może istnieć tylko jako część (moment) tej linii, t. j. niesamodzielnie i 2) Przedmiot, który istnieje niesamodzielnie, nie może się też poruszać samodzielnie.

**) Założenie to oczywiście nie jest jakimś nowym ukrytym pewnikiem, gdyż możliwość żądanego przez nie stanu rzeczy jest zagwarantowana już przez pewnik 2.

dnie punkty geometryczne [założenie a], jest możliwy (w obydwóch kierunkach) [pewnik 1].

Założenie b. Załóżmy [na zasadzie twierdzenia I], że ruch taki zaszedł wzdłuż powyższej prostej geometrycznej AB między punktami A i B (w kierunku od A do B) *).

Pewnik 3. Punkt geometryczny, który przeszedł z punktu A do punktu B wzdłuż prostej geometrycznej AB, na której istnieją aktualnie pewne punkty pośrednie [założenie b], musiał w pewnym momencie natrafić po raz pierwszy na punkt pośredni i przejść przezeń; dalej, w jednym z następnych momentów musiał natrafić znowu, t. j. po raz drugi, na dalszy punkt pośredni i przejść przezeń i t. d., i t. d.; w ten sposób punkt geometryczny, który przeszedł z punktu A do punktu B wzdłuż prostej geometrycznej AB, musiał przejść kolejno przez wszystkie punkty pośrednie, istniejące aktualnie (= z których każdy istnieje aktualnie) na prostej geometrycznej AB między A i B.

Pewnik 4. Punkt aktualny, na który punkt geometryczny w ruchu — dokonanym od A do B wzdłuż prostej geometrycznej AB, na której istnieją aktualnie pewne punkty pośrednie — natrafił po raz pierwszy [pewnik 3], musiał być pierwszy (a_1), licząc od A, z pośród wszystkich punktów, istniejących aktualnie na drodze ruchu między A i B; punkt, na który natrafił za drugim razem, musiał być drugim z kolei (a_2) takim punktem i t. d., i t. d.; w ten sposób wszystkie pośrednie punkty aktualne, przez które punkt geometryczny przeszedł w ruchu swym, dokonanym od A do B wzdłuż prostej geometrycznej AB, przedstawiać muszą mnogość kolejnych

*) Uwaga analogiczna, jak i przy założeniu a.

elementów aktualnych a_1 (pierwszy element, licząc od A), a_2, a_3, i t. d.

Twierdzenie II. Wszystkie punkty pośrednie, istniejące aktualnie na prostej geometrycznej AB między A i B, przedstawiać muszą mnogość kolejnych elementów a_1 (pierwszy element, licząc od A), a_2, a_3 i t. d.

Wszystkie pośrednie punkty aktualne, przez które punkt geometryczny przeszedł w ruchu swym, dokonanym od A do B wzdłuż prostej geometrycznej AB, przedstawiać muszą mnogość kolejnych elementów a_1 (pierwszy element, licząc od A), a_2, a_3 i t. d. [pewnik 4]. Lecz z drugiej strony te punkty aktualne, przez które punkt geometryczny w ruchu tym przeszedł, muszą być wszystkiemi punktami pośredniemi, istniejącemi aktualnie na prostej AB między A i B [pewnik 3]. A więc wszystkie punkty pośrednie, istniejące aktualnie na prostej geometrycznej AB między A i B, przedstawiać muszą mnogość kolejnych elementów a_1 (pierwszy element licząc od A), a_2, a_3 i t. d. *C. b. d. d.*

Pewnik 5. Wszystkie punkty, które istnieją na linii prostej geometrycznej AB między A i B, istnieją tam również między B i A, i odwrotnie.

Lemmat 1. Wszystkie punkty pośrednie, istniejące aktualnie na prostej geometrycznej AB między A i B, istnieją tam również między B i A [pewnik 5] i przedstawiać muszą mnogość kolejnych elementów a_1 (pierwszy element, licząc od A), a_2, a_3 i t. d. [twierdzenie II].

Założenie c. Załóżmy [na zasadzie twierdzenia I], że ruch (niesamodzielny) punktu geometrycznego zaszedł między punktami B i A (w kierunku od B do A) wzdłuż prostej geometrycznej AB, na której istniejące między B i A (lub — na zasadzie punktu 5—między A i B) punkty aktualne przedstawiać muszą mnogość kolejnych elementów a_1 (pierwszy element, licząc od A), a_2, a_3 i t. d. [lemmat 1]*).

Pewnik 3' (odpowiednik pewn. 3-go). Punkt geometryczny, który przeszedł z punktu B do punktu A wzdłuż prostej geometrycznej AB, na której istnieją aktualnie przytoczone w założeniu c punkty pośrednie, musiał w pewnym momencie natrafić po raz pierwszy na punkt pośredni i przejść przezeń — i t. d.

Pewnik 4' (odpowiednik pewn. 4-go). Punkt aktualny, na który punkt geometryczny w ruchu — dokonanym od B do A wzdłuż prostej geometrycznej AB, na której istnieją aktualnie przytoczone w założeniu c punkty pośrednie — natrafił po raz pierwszy [pewnik 3'], musiał być pierwszy (a^1), licząc od B, z pośród wszystkich tych punktów, istniejących aktualnie między B i A, i t. d.**).

Pewnik 6. W mnogości punktów aktualnych, które istnieją na linii prostej geometrycznej AB między A i B (lub—na zasadzie pewnika 5—między B i A), punkt a^1, pierwszy, licząc od B, jest ostatni (a_n), licząc od A.

Twierdzenie III. Wszystkie punkty pośrednie, istniejące aktualnie na prostej geometrycznej AB między A i B przedstawiać muszą mnogość kolejnych elementów a_1 (pierwszy element, licząc od A), a_2, a_3 ..... a_n (ostatni element, licząc od A).

Wszystkie punkty pośrednie, istniejące aktualnie na prostej geometrycznej AB między A i B, przedstawiać muszą

---

*) Uwaga analogiczna, jak i przy założeniach a i b.

**) Oczywista, że przy zaznaczeniu niezależności pewników 3-go i 4-go od kierunku, w którym się punkt porusza, można łatwo uniknąć wprowadzenia powyższych ich odpowiedników.

[twierdzenie II] mnogość kolejnych elementów a_1 (pierwszy element, licząc od A), a_2, a_3 i t. d. Mnogość ta musi posiadać element a^1, pierwszy, licząc od B [pewnik 4'], który musi być ostatni (a_n), licząc od A [pewnik 6], czyli musi być mnogością kolejnych elementów a_1 (pierwszy element, licząc od A), a_2, a_3, ... a_n (ostatni element, licząc od A). A więc wszystkie punkty pośrednie, istniejące aktualnie na prostej geometrycznej AB między A i B, przedstawiać muszą mnogość kolejnych elementów a_1 (pierwszy element, licząc od A), a_2, a_3 ..... a_n (ostatni element, licząc od A). *C. b. d. d.*

Określenie. Mnogość elementów, składającą się z elementów kolejnych i posiadającą element pierwszy i ostatni, nazywamy mnogością skończoną.

Twierdzenie IV. Wszystkie punkty pośrednie, istniejące aktualnie na prostej geometrycznej AB między A i B, przedstawiać muszą skończoną mnogość elementów.

Wszystkie punkty pośrednie, istniejące aktualnie na prostej geometrycznej AB między A i B, przedstawiać muszą mnogość kolejnych elementów, posiadającą element pierwszy i ostatni [twierdzenie III], a więc [na zasadzie poprzedniego określenia] przedstawiać muszą skończoną mnogość elementów. *C. b. d. d.*

Twierdzenie powyższe wyrazić również możemy w ten sposób:

Twierdzenie IV'. Mnogość wszystkich punktów geometrycznych, istniejących aktualnie (= z których każdy istnieje aktualnie) między punktami A i B linii prostej geometrycznej AB, może być tylko skończona.

Twierdzenie V. Mnogość wszystkich punktów geometrycznych, istniejących między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, jest nieskończona*).

Z zestawienia twierdzeń IV' (ontologicznego) i V (geometrycznego) otrzymujemy natychmiast jako wniosek następujące *zasadnicze*

Twierdzenie VI. Mnogość wszystkich punktów geometrycznych, istniejących między punktami A i B linii prostej geometrycznej AB, nie jest (nie może być) mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie.

Gdyby bowiem mnogość ta była mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie, to mogłaby być tylko mnogością skończoną [twierdzenie IV']; jest jednak, jako mnogość wszystkich punktów geometrycznych, istniejących między dwoma punktami linii prostej geometrycznej, nieskończona [twierdzenie V]. A więc przypuszczenie, że mnogość wszystkich punktów geometrycznych, istniejących między punktami A i B linii prostej geometrycznej AB, jest mnogością punktów, istniejących aktualnie, prowadzi do sprzeczności, czyli że mnogość ta nie jest (nie może być) mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie. *C. b. d. d.*

Z tego twierdzenia łatwo już wyprowadzić wniosek o konstytucyi ontologicznej przestrzeni geometrycznej, podając jej następujące

Określenie. Przez przestrzeń geometryczną rozumiemy mnogość wszystkich istniejących punktów geometrycznych**).

---

*) Dowodem tego twierdzenia geometrycznego przez sprowadzenie go do pewnika o trzecim punkcie między dwoma danemi tu się już nie zajmujemy. Por. zresztą § 8.

**) W jaki sposób punkty te istnieją — aktualnie czy potencyalnie — ta kwestya pozostaje oczywiście w określeniu przestrzeni geome-

Lemmat 2. Jeżeli przestrzeń geometryczna jest mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie, to i mnogość wszystkich punktów geometrycznych, istniejących między punktami A i B linii prostej geometrycznej AB, jest mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie.

Gdyby bowiem mnogość tych punktów nie była mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie, pomimo że przestrzeń geometryczna byłaby mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie, to znaczyłoby, że istnieje pewna mnogość punktów geometrycznych, nie wchodzących w skład przestrzeni geometrycznej (ta bowiem ma być mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie) — co przeczy określeniu przestrzeni geometrycznej, jako mnogości wszystkich istniejących punktów geometrycznych. A więc jeżeli przestrzeń geometryczna jest mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie, to i mnogość wszystkich punktów geometrycznych, istniejących między punktami A i B linii prostej geometrycznej AB, jest mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie. *C. b. d. d.*

Twierdzenie VII. Przestrzeń geometryczna nie jest mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie.

Gdyby bowiem nią była, to i mnogość wszystkich punktów geometrycznych, istniejących między punktami A i B linii prostej geometrycznej AB, byłaby również mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie [lemmat 2]. Lecz to jest niemożliwe na zasadze twierdzenia VI. A więc

trycznej otwartą.—Wobec rozważań § 29-go (początek) zbyteczne jest bliżej zastanawiać się nad tem, że przedmiot, oznaczony przez powyższe określenie, jest identyczny z wszystką rozciągłością czystą, a więc jest czystą rozciągłością, nie będącą już częścią innej czystej rozciągłości (por. § 27).

przypuszczenie, że przestrzeń geometryczna jest mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie, jest błędne, czyli że przestrzeń geometryczna nie jest mnogością punktów geometrycznych, istniejących aktualnie. *C. b. d. d.*

Wyrażamy twierdzenie VII krótko, mówiąc:

Twierdzenie VII'. Przestrzeń geometryczna nie składa się z aktualnych punktów geometrycznych.

86. W ten sposób odwieczny spór filozoficzny o „compositio continui“ zostaje ostatecznie na zasadzie najoczywistszych danych rozstrzygnięty w sensie przeciwatomistycznym, a powoływanie się przy obronie przeciwnego stanowiska na wyniki teoryi mnogości okazuje się naiwnem nieporozumieniem. Po przyjęciu bowiem tego, że przestrzeń geometryczna jest mnogością punktów (por. określenie, poprzedzające lemmat 2), wyłania się dopiero właściwa kwestya filozoficzna, mianowicie czy mnogość ta jest mnogością punktów aktualnych, zbiorem, agregatem punktów, czy też jest mnogością punktów w innem znaczeniu. To niekrytyczne powoływanie się na źle zrozumiane dane nauki, ten dogmatyczny scientyzm sprawiły jednak, że w ostatnich dziesiątkach lat kierunek atomistyczny (pluralistyczny) w omawianym problemacie uzyskał widoczną przewagę, co odbić się musiało bardzo niepomyślnie na próbach rozwiązania rozmaitych kwestyi filozoficznych. Albowiem istotnie problemat ten jest związany w sposób mniej lub więcej bezpośredni z szeregiem zagadnień o pierwszorzędnem znaczeniu dla filozofii, i błędne jego rozwiązanie musi znaleźć wielokrotne echo nawet w oddalonych jej dziedzinach. To samo oczywiście dotyczy i prawdziwego jego rozwiązania —

i ono pozwala na szereg wniosków, które nie tylko oświetlają, lecz i rozstrzygają w sposób ścisły rozmaite kwestye filozoficzne. W pracy niniejszej staraliśmy się te wnioski w części przynajmniej wyprowadzić, przyczem jednakże nie posiłkowaliśmy się już stale metodą geometryczną, jako bardzo uciążliwą i zmudną. Opłaca ona trudy, z któremi jest związana, wtedy tylko, gdy chodzi o kwestye sporne, gdy wnioski, do których prowadzi, nie dają się na drodze łatwiejszej, a przytem niemniej pewnej, powiązać z podstawami, na których się opierają. Tam, gdzie to jest możliwe, uciekanie się do niej byłoby z punktu widzenia oszczędnościowego niecelowe*), i tak się rzecz ma w wielu poruszonych przez nas kwestyach, których rozstrzygnięcie zupełnie widocznie jest zależne od przyjęcia jednego z dwóch wręcz sprzecznych rozwiązań owego zasadniczego problematu ontologii rozciągłości i ruchu. Tembardziej chybiałoby celu stosowanie tej metody fortyfikacyjnej przy drugorzędnych operacyach, polegających n. p. nie na dowodzie bezpośrednim prawdy pewnego twierdzenia, lecz na usunięciu nieporozumień, stających wpoprzek jego przyjęciu. W kwestyach jednak zasadniczych, dla ostatecznego ich rozwiązania dobrze jest uciec się pod skrzydła opiekuńcze, choć ciężkie, metody dedukcyjnej — i tak też czyniliśmy n. p. w dowodzie, wykazującym luki w szeregu rozciągłym w porównaniu z równoległym szeregiem pojęciowym.

87. Spójrzmy teraz wstecz i przekonajmy się o rozległości, na jaką roztacza się działanie naszego podstawowego twierdzenia. A ocenimy tem lepiej jego zna-

*) Nie jest jednak wyłączone, że przy dalszym rozwoju i większem skomplikowaniu systemu filozofii, jako nauki ścisłej, trzeba będzie wykonać i tę uciążliwą pracę.

czenie, jeżeli przypomnimy sobie, do jakich wniosków prowadzi przyjęcie twierdzenia odwrotnego, głoszącego, że continuum rozciągłe jest nieskończonym agregatem punktów. Otóż jeżeli twierdzenie to przyjmujemy — a przyjmowane zwykle ono bywa naskutek nieodróżniania bytu aktualnego od potencyalnego — to ruch w przestrzeni rozciągłej okaże się niemożliwym, i pojawią się natychmiast z nieubłaganą, jak widzieliśmy, koniecznością paradoksy zenonowskie. A jeżeli będziemy chcieli teraz mimo wszystko zjawisko ruchu ratować i słusznie twierdzić będziemy, że agregat nieskończony punktów aktualnych istnieć nie może, wtedy znów nasza przestrzeń rozciągła, według założenia mająca przedstawiać taki agregat, rozwieje się się przed nami, jak mgła, okaże się przedmiotem równie sprzecznym, jak uprzednio okazał się nim ruch. Świat fenomenów, który nas otacza, będzie tedy pełnym sprzeczności światem złudy, kłamanym nam przez zmysły czy przez rozsądek, intuicyę czy logikę. I władze te rozpoczną teraz z sobą nieustającą walkę, walkę o ruch, o nieskończoność, o utwory przestrzenne, gdyż na mocy przyjętego założenia zjawią się — w teoryi oczywiście — agregaty nieskończone i osobliwe linie rozciągłe, których istnienia uznać nie będzie mogła intuicya, wymagająca legitymacyi przedmiotowych. Analitycy odmówią wtedy słuszności twierdzeniom intuicyi, intuicyoniści ze swej strony zaprzeczą prawdziwości nauki — najoczywistsze własności przedmiotów i najściślejsze dane naukowe będą naprzemian podawane w wątpliwość, i nie ostoi się żadna prawda wobec tej z dwóch stron rwącej fali sceptycyzmu. Nie ostoi się przedewszystkiem prawda naukowa. A filozofia, przez tak długi przeciąg czasu tyranizowana przez naukę, skorzysta z położenia, w jakiem się ta znalazła, i orzeknie, że prawda nauki, zrodzonej przez

życie i pracującej dla życia, redukować się musi do pożyteczności, lecz nie posiada zupełnie głębszego i istotnego znaczenia.

Do takich rezultatów prowadzi — jak widzieliśmy — przyjęcie owego błędnego twierdzenia, będącego, jak wszelki błąd teoretyczny, zamachem na nietykalną naturę przedmiotu, zamachem, którego zniekształcające działanie rozprzestrzenia się w nieograniczoność po powierzchni bytu i wynaturza go teoretycznie.

Jakże inny obraz, widok o ile jaśniejszy roztoczy się przed nami, gdy za punkt wyjścia naszych wywodów obierzemy prawdę, prawdę bezsprzeczną i dowodną o nieatomistycznej konstytucyi rozciągłości. Znikną wtedy, jak za dotknięciem różdżki czarodziejskiej, oszołamiające paradoksy, dotyczące ruchu; realność odzyska swe prawa, zaprzeczane przez matematyzujący idealizm; przestrzeń przestanie być marą ułudną; świat, w którym żyjemy, wyzbędzie się narzuconych mu przez błąd sprzeczności. To, co oczywiste, okaże się też i logicznie możliwe; to zaś, co w pewnej dziedzinie jest przedmiotowo niemożliwe, nie zdoła już się do niej wślizgnąć przez furtkę błędu, by w ten sposób rozpłomienić walkę między logiką czy analizą a intuicyą. Te dwie funkcye poznawcze okażą się w najzupełniejszej z sobą harmonii, najoczywistsze prawdy intuicyjne i analityczne przestaną się zwalczać wzajemnie, a wraz z tem ustanie dezoryentacya i sceptycyzm, które walka ta wywoływać musi z konieczności. Bezpośrednie stwierdzenie stanu rzeczy nie będzie już przeczyło jego naukowemu ujęciu, a tem samem zniknie główny motyw pragmatystyczno-relatywistycznego pojmowania i deprecyowania prawdy naukowej.

88. Tak oczyszcza atmosferę filozoficzną na rozległych

przestrzeniach ontologii i teoryi poznania odrobina prawdy, przyjęta za punkt wyjścia. Paradoksalność znika, oczywistości i przedmiotowości przywrócone są prawa, niepojęte sprzeczności i zdwojenia w dziedzinie bytu, nieprawdopodobne rozłamy i walki w sferze poznania okazują się tu w świetle prawdziwych przesłanek wymysłem błędu. Filozofia zaś objektywna, filozofia, będąca nauką prawdziwą, ścisłą, okazuje się nie tylko w zgodzie z danemi nauk szczegółowych, lecz i z wskazaniami zdrowego rozsądku, liczącego się bądź co bądź ze światem przedmiotów, z faktami, z objektywną możliwością i koniecznością.

Miejska Biblioteka Publiczna
5385
Białymstoku

WOJEWÓDZKA I MIEJSKA BIBLIOTEKA PUBLICZNA
31238
w Białymstoku
CZYTELNIA DLA DOROSŁYCH

TREŚĆ.

Część I. Ruch, przestrzeń, nieskończoność.

Str.

Rozdział I. Analiza ruchu 3
Rozdział II. Paradoksy Zenona z Elei a warunki geometryczne ruchu 15
Rozdział III. Linia prosta jako mnogość nieskończona punktów 35
Rozdział IV. Forma pojęciowa a forma rozciągła . . . 50

Część II. Logika a intuicya.

Rozdział V. Przyczyny przeciwstawiania logiki i intuicyi 67
Rozdział VI. Zgodność logiki i intuicyi w problemacie nieskończoności 93
Rozdział VII. Zgodność logiki i intuicyi w problematach ruchu i przestrzeni. 130
Rozdział VIII. Możliwość logiczna a przedmiotowa . . 153

Część III. Nauka a filozofia.

Rozdział IX. Prawdziwość poznania naukowego rozciągłości i ruchu 175
Rozdział X. Stosunek filozofii do nauki 207
Rozdział XI. Filozofia jako nauka ścisła 223

BIBLIOTEKA UNIWERSYTECKA

DO NABYCIA WE WSZYSTKICH KSIĘGARNIACH

NASTĘPUJĄCE DZIEŁA,
WYDANE Z ZAPOMOGI
POMOCY DLA OSÓB PRACUJĄCYCH NA POLU NAUKOWEM
imienia D-RA MED. JÓZEFA MIANOWSKIEGO,
LUB OFIAROWANE NA RZECZ KASY.

NAUKI FILOZOFICZNE.

		Rb.	k.
Abramowski Ed.	Badania doświadczalne nad pamięcią.		
	I. Obraz i rozpoznawanie złudzenia pamięci, 1910. 107.	1	—
	II. Podświadomość. 1911. VII+134+13 tablic i 8 rys.	1	—
	III. Podświadomość i reakcye organiczne. 1912. IX+144	1	—
—	Pierwiastki indywidualne w socyologii. 1899. 136 . .	—	50
—	Źródła podświadomości i jej przejawy. 1914	1	50
—	Prace z psychologii doświadczalnej (1913–1915).		
	I. 1913, 331, X	1	80
	II. 1914, 362, XII	1	80
	III. 1915, 380, XXI	1	80
—	Przyczynek do psychologii myślenia logicznego. 1916. II+165	1	80
Arystoteles ze Stagiry.	Organon (pierwszy traktat Kategorye). Przetł. W. Wąsik. 1912. VIII+66.	—	50
Balicki Zygmunt.	Psychologia społeczna czynności poznawania. 1911. X. 617	4	—
Bergson H.	O bezpośrednich danych świadomości. Przełożyła K. Bobrowska. 1913. XI+167	—	90
Biegański Władysław.	Teorya logiki. 1912. VIII+641 .	2	40
—	Zasady logiki ogólnej. 1903. 406+VII	1	50
—	Traktat o poznaniu i prawdzie. 1910. 230.	—	80
—	Logika medycyny, czyli krytyka poznania lekarskiego. Wydanie 2. 1908. XVII+267.	1	—
—	Teorya poznania ze stanowiska zasady celowości. 1915. V+328	1	20
Bornstein Benedykt.	Prolegomena filozoficzne do geometryi. 1912. 134	1	—
—	Zasadniczy problemat teoryi poznania Kanta. 1910. 234.	1	80
Dzieje myśli.	Tom I, zeszyt 1. O rozwoju metod badań naukowych. Wiedza ludów pierwotnych. Dzieje astronomii. Rys rozwoju fizyki. W oprac. Wł. Heinricha, Ludwika Krzywickiego, Stanisława Kramsztyka i Ludwika Brunera. 1907. XXXI+296, z 82 ilustracyami w tekście .	1	50
—	II, zeszyt 2. Z historyi zagadnień i metod psychologii. Zarys historyi językoznawstwa czyli lingwistyki (glottologii). Indeksy alfab. (rzeczowy i nazwisk) do historyi językoznawstwa. W opr. Stanisława Lorii i Jana Baudouina de Courtenay. 1909. 302	1	50
Gaup Otton.	Herbert Spencer. Przełożył z niemieckiego dr. A. Grosglik. 1898. 113	—	50
Gołuchowski J.	Filozofia i życie. Przełożył z niemieckiego Piotr Chmielowski. 1903. XXV+128	—	50
Gomperz H.	Uzasadnienie filozofii neosokratycznej. Przeł. z upoważn. autora Antoni Krasnowolski. 1900. 147+V.	—	75
Heinrich W.	Teorye i wyniki badań psychologicznych. Cz. I. Badania wrażeń zmysłowych. 1902. VI+307	—	50
—	Filozofia grecka do Platona (rozwój zagadnień). 1913. VII+335	1	80

5385

Rb. k.

James W. Pragmatyzm. Przeł. z ang. W. M. Kozłowski z dołączeniem wykł. Dylemat Determinizmu, tegoż autora, oraz szkiców W. James i Pragmatyzm przez tłómacza. 1911. XLVII+207 . . . . . 1 —

Kant Im. Krytyka praktycznego rozumu. Z oryginału przeł. oraz wstępem i przypisami zaopatrzył Benedykt Bornstein. 1911. XXI+214 . . . . . 1 20

Kondyllak. Traktat o wrażeniach zmysłowych. Przełożył z franc. Antoni Lange. 1887. XXXVII+220 (1 20) . . — 60

Kotarbiński T. Szkice praktyczne. Zagadnienia z filozofii czynu. 1913. IX+176 . . . . . 1 —

Kozłowski Wł. M. Zasady przyrodoznawstwa w świetle teoryi poznania (15+22). 1905. 311 . . . . . 1 —

— Historya filozoficzna powstania i rozwoju idei podstawowych umysłowości współczesnej. Tom I, cz. 1. 243 . 1 30

Lotze H. Zarys metafizyki. Upow. przekład według 3 wyd. oryg. sporządził oraz przedmową zaopatrzył dr. Adam Stögbauer. 1910. 141 . . . . . — 50

Lutosławski W. Platon jako twórca idealizmu. 1899. 95 . — 50

Metallman I. Zasada ekonomii myślenia. 1914. 171 . . . 1 50

Mahrburg A. Pisma. Tom I. 1914. 259. II. 1914. 323 po 3 40

Ochorowicz J. Pierwsze zasady psychologii. 1916. . . . 1 35

Ołtuszewski Wł. Psychologia oraz filozofia mowy, z 5 drzeworytami w tekście. 1898. 104 . . . . . — 80

Platon. Biesiada (Symposion). Dyalog o miłości. Przełożył z greckiego Stefan Okołów. 1907. 104 . . . . . — 50

— Fedon. Dyalog o nieśmiertelności duszy. Przeł. z greckiego Stefan Okołów. 1909. XXXII+85 . . . . . — 50

Poradnik dla samouków. Cz. IV. Wstęp. Systemy wykształcenia i o wykształceniu ogólnem. Logika i teorya poznania. Filozofia i metafizyka. Nauka wychowania. Metodyka. Historya pedagogiki. Popularyzowanie wiedzy i samouctwo. Dopełnienia oprac. L. Krzywicki, A. Mahrburg, S. Karpowicz, A. Szyc, P. Chmielowski, St. Michalski, K. Krzeczkowski. 1902. CXIII+492+21 ilustr 1 20

Potocki J. K. O energii społecznej. Rzecz z powodu „Logiki ekonomii“ Herynga. 1900. 138 . . . . . — 50

Przegląd Filozoficzny, kwartalnik, pod red. Władysława Weryho, wraz z „Ruchem Filozoficznym“ rocznie . . . . 7 —

Ribot Th. Psychologia uczuć. Przełożył z 2 wydania francuskiego Kazimierz Okuszko. 1901. IV+508+V . . . 2 50

— Współczesna psychologia niemiecka. Przekład W. M. Kozłowskiego i S. Bartoszewicza. 1901. 318 . . . . . 1 —

Schopenhauer A. O wolności ludzkiej woli. Przeł. z oryginału oraz wstępem objaśnił i słowniczkiem filozoficzn. zaopatrzył dr. Adam Stögbauer. 1908. VIII+296 . . . 1 —

Silberstein Ada. Wstęp do estetyki nowoczesnej. Część I. 1911. 159 . . . . . 1 20

Spinoza B. Dzieła, tom I, w przekładzie I. Halperna. 1914. 1 80

Stamm E. Genetyczne ujęcie metodologii ogólnej. 1914. 224. 1 50

Wąsik Wiktor. Kategorye Arystotelesa pod względem historycznym i systematycznym. 1909. 171 . . . . . — 75

Vico Jan Baptysta. Nowa nauka z przedmową i komentarzem opatrzył Fausto Nicolini, przełożył Antoni Lange. Tom I, 1916, LXXV+355 . . . . . 2 —

1
Bornstein
Elementy