

ABSTRACTS

Marcin Bajkowski, Robert Zalewski

Dynamic analysis of special object model with MR damper

Presented work concerns a dynamic analysis of the special object model where a traditional elastic-frictional damper is replaced by an MR damper. To realize previously mentioned aim a mechanical scheme of the real object has been developed. Then the dynamic model has been proposed including the prototype of an MR damper substituting a classical solution. For such a model a movement equations have been formulated. Afterwards numerical simulations have been conducted. Typical experimental results have been presented.

Zdzisław Bogdanowicz, Krzysztof Grzelak

Service properties of valve steels laser pad welded with stellite powder

The article presents experimental results of the selected service properties of laser pad welded stellite layers deposited on the surface of specimens made of steel: X53CrMnNiN 21-9 and X43CrSi 9-3. Additionally, laser, plasma and TIG overlayer welding stellite layers were subjected testings also the material in the initial state without the plotted stellite layer was investigated.

Zbigniew Dąbrowski

General formulation of the task of the nonlinear model identification

In the paper it was considered the thesis that nonlinear dynamic model can be identified with sufficient accuracy using coherence technique of nonlinear disturbance measure. Finally the methodological proposal is given.

Hubert Dębski, Józef Jonak

Thermally coupled FEM analysis of diesel engine components

The paper contains results of numerical analysis of stress, temperature and deformation distributions in diesel engine components, performed by means of MES. The scope of calculations include thermally coupled analysis of structural components, in which linear elastic properties and geometrically nonlinear problems were taken into account. The application of thermally coupled analysis, which enabled to consider simultaneously thermal fields and related deformation distributions, had a significant effect on the results obtained. Such approach enables to carry out a complex analysis of thermally loaded structures and requires application of special type elements with an additional degree of freedom to take thermal problems into consideration.

Marek Fligiel

Optimal shaping of structure of design elements such as plate

We consider two optimal methods of the structure shaping of plate type design elements in the paper. We use the constitutive relations results from tensor calculations in the first method, In the second method generalized Hook's law is used to describe the stress and deformation fields. The Lagrange's functional is used in the mathematical model of the optimization. As the example, the searching of structure of design elements under the variable one fold or two folds loading by stiffness and dimensions side constraints.

Rafał Gawarkiewicz, Michał Wasilczuk

FEM analysis of deformed joint of ship a loader

Selected problems of calculations of structural joint of a ship loader, which was deformed, are described in the paper. Numerous numerical analysis were carried out to identify reasons of observed shapes of deformation. Next safety of the joint was estimated and simple way of repair and modernization to improve safety of the joint were proposed. The whole analysis was carried out with the use of ANSYS FEM package.

Sebastian Głowala, Bogdan Branowski

Research on slotted conical disc springs modelling

The following work analyses analytical models of conical disc springs with reference to own research. New approach to calculation of characteristics of conical disc springs with a large undercut has been presented. Model includes a half-joint occurring where the conical disc spring joins and trapezoidal springs. Simplified models of calculations of trapezoidal springs characteristics have been also suggested.

Sebastian Głowala, Bogdan Branowski

New method of construction families building (spring relief systems of garage gates)

The following work presents the method of management of variants in the process of products development through identification of the causes of diversity and application of the correct varianting principles. The analysis of product processes has been applied that allows for building the family of parts (springs) ordered in parametered catalogues. This work analyses the most commonly applied relief structure of bending cylinder screw springs made of wire with circle-section with initial tension of coils. The statistical analysis, as well as the series of types of garage gates built according to the principles known allowed for the further development of the new approach to designing the mixed series of types.

Andrzej Kosior

Hysteresis loop joint elastic strip in the rigid clamp obtained with irregular distribution pressure

In the work presented of physical model of the system with joint elastic strip in the rigid clamp. Irregular distribution pressure between elastic strip and rigid clamp, taking structural friction into account is presented. During load, relieve and again load free part of the strip, displacement in a function of the longitudinal force external was determined. The obtained dependences of the displacement enable determination of the hysteresis loop describes elasto-frictional properties of the joint.

Marcin Kowalczyk, Jerzy Czmochoński, Eugeniusz Rusiński

Analysis of the crack reason of the counterweight boom suspension of the multibucket excavator

The crack of the counterweight suspension has caused the serious failure of the multibucket wheel excavator in the coal mine. In order to determine the reason of the cracking the simulation research was conducted with use of modern numerical method for loading determined according to actual standards. Moreover the material testing of elements where the crack appeared was also conducted. Strength calculations and the analysis of the crack area have indicated the constructional and technological failures.

Marcin Kowalczyk, Tadeusz Smolnicki, Mariusz Stańco

Strength designing of supporting structure joint of surface mining machines

Nowadays supporting structures of newly build basic machines of open cast mining undergo thorough strength analysis with use of finite element method (Rusiński et al., 2000). In case of verification calculations the occurrence of allowable stresses exceed is stated, where the structure changes are made in final stage of designing. In order to correct the structure the nonstandardized constructional operations are used very often.

Bogdan Ligaj, Grzegorz Szala

A fatigue life calculation method of constructional elements with a use of two - parametric fatigue characteristics

Suitable damage accumulation hypothesis and suitable fatigue life characteristics of a material should be assumed in fatigue life calculations of constructional elements in service conditions under random loading with a wide-band spectrum. The paper presents the algorithm of fatigue life calculations based on two-parametric fatigue life characteristics. Description of the method and the algorithm was performed on the example of fatigue life calculations of a constructional element made of D16CzATW aluminum alloy.

Grzegorz Mieczkowski, Krzysztof Molski

Energy release rate G as a fracture parameter of a bimaterial structure steel-PMMA with interfacial crack

The present paper deals with experimental approach to critical quasi-static and fatigue fracture conditions for a bi-material structure steel-PMMA with interfacial crack under complex stress state along the bond. Seven different types of samples were used of various crack lengths and different inclination angles of the bond with respect to the loading direction. Critical values G_c of the energy release rate were determined for all types of specimens using numerical FEM approach and considering maximal forces obtained experimentally. Analysis performed has shown that G_c values were not constant for all types of specimens. Since G_c depends on the inclination angle of the bond some other fracture criteria should be developed to increase accuracy of theoretical models describing fracture processes of interfacial cracks.

Jerzy Nachimowicz, Mikołaj Plewa

An investigation on influence of technical parameters on braking effectiveness of disk and band brakes

The paper presents results of investigations on influence of technical parameters on effectiveness of braking. The influence of some arbitrarily chosen technical parameters on effectiveness of braking was analyzed. Band material, band tension for band brake and compressive force for disk brake were considered. Braking moment for different types of brakes and parameters used was measured and calculated.

Idzi Nowotarski

Nonlinear analysis of self-excited vibrations of a cylindrical shell in supersonic flow

The paper presents the results of analysis of self-excited vibrations of a cylindrical shell of finite length exposed to external supersonic flow. The solution of the equations of motion is obtained and the equation of frequencies is derived. In addition, the results obtained from numerical calculations in respect to researched aspects were presented.

Małgorzata Poniatońska

Spatial characteristics of geometric deviations determined in coordinate measurements of free-form surfaces

Coordinate measurements are the source of digital data in the form of coordinates of the measurement points of a discrete distribution on the measured surface. The geometric deviations of freeform surfaces are determined at each point as normal deviations of these points from the nominal surface (the CAD model). Different sources of errors in the production process result in deviations of different character, deterministic and random. The contribution of random phenomena on the surface depends on the type of processing. The article suggests applying the methods of analysis of spatial data in research on the geometric deviations randomness of freeform surfaces, consisting in testing their spatial interrelations. In tests of spatial autocorrelation of milled surface geometric deviations Moran I statistics was applied.

Ryszard Rohatyński

Formulation of optimization problems in machine design – Part I. Decomposition and development of calculation algorithms

The paper commences with presentation of fundamental principles of mathematical formulation of optimization problems. Then application of incidence matrices to decomposition of complex optimization problems has been described. Finally, a new method of development of calculation algorithms for elements and units of machines has been outlined.

Ryszard Rohatyński

Formulation of optimization problems in machine design – Part II. Reduction of the problem dimension and sensitivity investigation

The paper describes application of the monotonicity of the objective function and inequality constraints with respect to the design variables to the reduction of the mathematical optimization model dimension. Then a method of selection of pareto-optimal solutions has been outlined, which is based on the sensitivity of the solutions to their deviations from the poly-optimal values.

Marek Romanowicz

Micromechanical modelling of the nonlinear stress-strain behavior in glass/epoxy lamina subjected to transverse compression

Using micromechanics models, which take into account existence of a interphase region, the nonlinear stress strain relationship for a glass/epoxy lamina subjected to transverse compression was determined in this paper. To compute stress for given strain, the three phased unit cell with a hexagonal symmetry that accounts for imperfect interface condition and nonlinear finite element method were employed. An identification of failure mechanisms from micromechanics models was presented. A general assumption that mechanisms of plastic deformation along shear bands in matrix and fiber matrix debonding are re-sponsible for the nonlinear stress-strain behavior in glass/epoxy lamina subjected to transverse compression was validated. To predict the damage evolution in the epoxy matrix and the development of interface debonding, the Mohr Coulomb criterion was used. Model predictions were compared with experimental results for glass/epoxy lamina.

Pawel Romanowicz, Andrzej P. Zieliński

Application of multiaxial high-cycle criteria to rolling contact problems with friction

Application and comparison of multiaxial high-cycle fatigue hypotheses used in free rolling and tractive rolling contact problems of a crane wheel was presented in paper. Calculations were made using the Finite Element Method (ANSYS®). It made possible computation of distribution of stresses in time.

Jan Ryś

Typification of planetary gear with simplifying manufacturing technology

The aim of this article is to present design procedure of basic serious planetary gear train with external involutes spur gears. One can use a typical gear hobbing machine and generation grinding to manufacture the presented planetary gear. Then, the manufactured external gears can be subjected to carbonizing, and also hardening and tempering. It is possible to obtain a better dimensional accuracy thanks to grinding process (it is impossible for internal gears). Therefore, after heating treatment, the construction of the planetary gear is characterized by a higher load-carrying capacity. Next at the same gearbox can be used to different unite of wheels by typification process. There two conceptions i.e. design a planetary gear: with the same geometry of satellite wheels, which cooperate with sun gear and central gear with different number of teeth (concept 1) or using the same geometry of sun gear and central gear and different number satellite teeth (concept 2). Geometrical dimensions of teeth for concept 2 and basic transmission ratio will be described for the sake of technological teeth correction scope.

Jan Sikora

Correlation analysis of results of plain bearing fatigue investigations

A correlation analysis of results of plain bearing fatigue tests, that were performed in accordance with ISO standards, have been presented in the paper. Estimated boundary values of tangential stresses in surface layers of slide bearing bushes were objects of the analysis. The bushes were investigated in different devices: SKMR-2 fatigue tester (according to ISO 7905/4 standard) and MWO and SMOK bearing testing machines (under conditions of full fluid lubrication). It has been proved that the results of fatigue experiments performed on rigs of different pattern of load generation are not directly comparable though they demonstrate the same order of various bearing materials from the viewpoint of fatigue resistance.

Grzegorz SZALA, Bogdan LIGAJ

Calculations of energy requirements in crumbling processes of grain materials on the example of wheat grains

The paper presents the method of calculations of energy requirements on the example of multiplate and multidrum grinders where technological shear of wheat grains is a dominant process.

Lucjan Śnieżek

Experimental analysis of fatigue life of industrial pipelines

The paper concerns the research on the fatigue cracking and strength of steels used in the structure of a pipeline – both a new one and after years of service. Research results showed a decrease in fatigue strength, which was caused mainly by the degradation of the structure of the material being serviced. The observed decrease in the strength of specimens that had semielliptic crack initiators was of 24-32% under alternating tension, in accordance with a block program of stress changes that was developed on the basis of the cause of actual service load of the pipeline being tested.

Karolina Walat, Tadeusz Łagoda

Designing of machine elements under complex stress state including the covariance maximum

Correct estimation of fatigue life of many elements seems to be a very important problem of modern technology. There are many multiaxial fatigue criteria which allow to study and solve problems connected with fatigue and systematize procedures and algorithms for fatigue life estimation. The paper presents methods of designing machine elements under complex stress state including the covariance maximum as a factor strongly influencing selection of the algorithm for fatigue life estimation.

Izabela Wilczewska, Roman Kaczyński

The identifications of friction and wear processes of polymers strengthen with carbon fibers in different environments

In the paper results of: experimental researches, microscopic analysis and chemical constitution of two tribological couples consist of: plastic strengthen with carbon fibers and bearing steel, working in three environments: air, water and oil, were presented. The researches were executed using T-11 tribotester machine, where pin-on-disc frictional couple scheme was realized. In the paper, identification of wear type of polymers strengthen with carbon fibers working in different environments, was undertaken. The short analysis of friction and wear phenomenon of composites was presented taking into consideration the binary scheme work of analyzed friction couples.

Grzegorz Wojnar

Analysis of usefulness of different vibrations signals for toothed gear diagnostics

Since toothed gears are universally used in drive transmission systems, lots of scientific research centers around the world try to perfect methods of vibration analysis (vibration signals are used to diagnose these drive elements). Another equally important issue is how to select an appropriate vibration signal carrying highest possible amount of information on advancing degradation process. For this reason the current work deals with comparison of usefulness of some vibration signals generated by toothed gear in bearings and gear wheels fault detection. Recommendations how to use some signals in gear elements fault detection are set in the paper as well.

Jerzy WRÓBEL, Konrad OKULICZ

Non classical approach to optimization problems with the application of virtual reality tools

The critical revue of papers devoted classical mathematical approach to optimization problems in the design process is presented. The general design principles formulated by profesor Osiński are described together with their mathematical description. The non classical mathematical approach to optimization problems in the design process is proposed. This approach is based on realistic simulation generated in virtual reality environment and active participation of decision makers in design process. The optimization of assembling process of gear box is considered as an example of this approach.

Robert Zalewski

Viscoplastic constitutive models for special granular structures

Presented work is the next stage of considerations related to innovative semi-intelligent structures composed on the basis of granular materials. Loose granular material is initially placed in a hermetic elastomers envelope, where in the next step so called “underpressure” is generated.

Michał Żebrowski-Kozioł, Wojciech Tarnowski

Troubleshooting of the plays in ball-joints of the front suspension of vehicles

A measurement system for identification of plays in ball-joints is presented. It was designed and realized on accelerometric sensors. Overall errors are less than 0,3%. Testing experiments have proved its applicability for car diagnostic stations.

ANALIZA DYNAMICZNA MODELU OBIEKTU SPECJALNEGO Z MAGNETOREOLOGICZNYM TŁUMIKIEM

Marcin BAJKOWSKI*, Robert ZALEWSKI*

*Instytut Podstaw Budowy Maszyn, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Politechnika Warszawska,
ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa

granada@pompy.pl, robertzalewski@wp.pl

Streszczenie: Prezentowana praca dotyczy analizy dynamicznej modelu obiektu specjalnego, w którym w miejsce dotychczasowego amortyzatora sprężysto ciernego, proponuje się zastosowanie amortyzatora magnetoreologicznego. W celu realizacji zadania został opracowany schemat mechaniczny rzeczywistego obiektu specjalnego, a następnie opracowano jego model dynamiczny, w którym dotychczas stosowany amortyzator cierny, został zastąpiony przez prototyp amortyzatora MR. Dla tak opracowanego modelu sformułowane zostały równania ruchu jego elementów, a następnie wykonane zostały badania symulacyjne. Zamieszczono przykładowe rezultaty badań.

1. WSTĘP

W automatycznych lub półautomatycznych konstrukcjach obiektów specjalnych, bardzo ważnym, a jednocześnie trudnym do rozwiązania zadaniem, jest zapewnienie odpowiedniej celności. Decydującymi parametrami, od których ta istotna dla użytkownika obiektu cecha zależy, są parametry, związane bezpośrednio z rozwiązaniami konstrukcyjnymi i parametrami ruchu głównych elementów mechanicznych oraz ich obciążeniami dynamicznymi. Istotną rolę odgrywają także reakcje chemiczne zachodzące, w stosowanej amunicji. Właściwy dobór elementów składowych obiektu w istotny sposób poprawia jego stabilność po zajściu reakcji chemicznej, dzięki czemu naprowadzanie na cel jest znacząco ułatwione.

W będącym przedmiotem zainteresowania obiekcie, urządzeniach, które dobrze nadają się i mogą być wykorzystane, w procesie poprawy jego parametrów eksploatacyjnych, są należące do rodziny „materiałów inteligentnych”, tłumiki lub amortyzatory z cieczami magnetoreologicznymi (MR). Wobec możliwości łatwej zmiany ich właściwości i parametrów za pomocą zmiany wartości natężenia prądu, wydaje się, że po rozwiązaniu problemów związanych ze sterowaniem i adaptacją tego typu urządzeń do obiektów specjalnych, istnieją realne przesłanki do stwierdzenia, że w omawianym zakresie, podniesienie własności eksploatacyjnych omawianych obiektów jest możliwe, w stopniu nieporównywalnym, w stosunku do rozwiązań stosowanych aktualnie.

2. CEL, PRZEDMIOT, ZAKRES PRACY ORAZ METODYKA BADAWCZA

Głównym celem prezentowanej pracy jest udowodnienie, iż poprzez zastosowanie struktury inteligentnej jaką jest tłumik magnetoreologiczny, w dynamicznej strukturze

obektu specjalnego, możliwe jest zamierzone sterowanie jego właściwościami w taki sposób, który pozwala na poprawę parametrów drgań wybranych jego elementów.

Tak sformułowany cel pracy może być osiągnięty poprzez: budowę, opis matematyczny i symulację ruchu odpowiedniego modelu dynamicznego obiektu oraz szczegółowe zbadanie wpływu jego parametrów, na zmiany charakterystyk ruchu najistotniejszych, z eksploatacyjnego punktu widzenia, wybranych elementów obiektu specjalnego.

Realizację postawionego w tytule pracy zadania, zdecydowano się oprzeć się na jednym z rzeczywistych rozwiązań technicznych obiektu, który jest aktualnie produkowany i którego zdjęcie zamieszczone zostało na rysunku 1.



Rys. 1. Zdjęcie karabinu reprezentującego grupę analizowanych obiektów specjalnych

W niniejszej pracy, strukturę modelu uproszczono w taki sposób, aby w pełni odwzorowywał wszystkie główne jego cechy i eksploatacyjne zachowania, a jednocześnie, aby w sposób prosty i jasny wskazywał, skutki poprawy cech dynamicznych poprzez zastosowanie w nim, tłumika magnetoreologicznego.

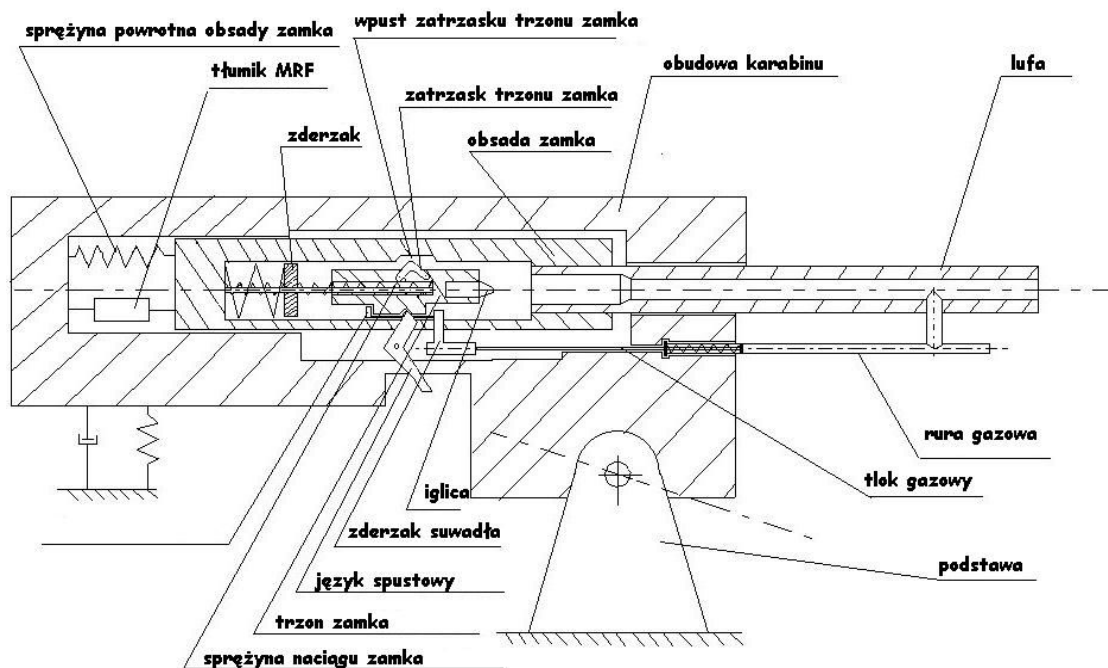
Proponowana metodyka badawcza opiera się na założe-

niu, że realizacja zadania wymagać będzie rozwiązania zadań, które dotyczą:

- budowy modelu dynamicznego obiektu, jego opisu matematycznego, rozwiązania różniczkowych równań ruchu i symulacji ruchu jego elementów przy założeniu, że znane są niezbędne parametry i charakterystyki dotyczące zarówno modelu jak i jego części składowych,

w tym w szczególności, zastosowanej „struktury inteligentnej” oraz

- analizy obiektu specjalnego, w którym zostanie uwzględniony wpływ, wyznaczonych wcześniej charakterystyk tłumika magnetoreologicznego na jego cechy dynamiczne.



Rys. 2. Główne zespoły struktury obiektu

3. BUDOWA I PARAMETRY DYNAMICZNEGO MODELU OBIEKTU

3.1. Główne zespoły konstrukcyjne obiektu

Główne zespoły struktury analizowanego obiektu zostały przedstawione na rysunku 2. Są to:

- podstawa karabinu wraz z łóżem i zamocowaną nieruchomo lufą, widelkami i wmontowanym mechanizmem obrotu;
- zespół suwadła wraz z napędem;
- karabin właściwy.

Szczegółowy opis budowy obiektu, a także zasada działania wszystkich jego elementów przedstawione zostały w pracy Bajkowskiego M. i innych (2005) oraz Bajkowskiego M. (2007).

3.2. Główny podzespół amortyzujący

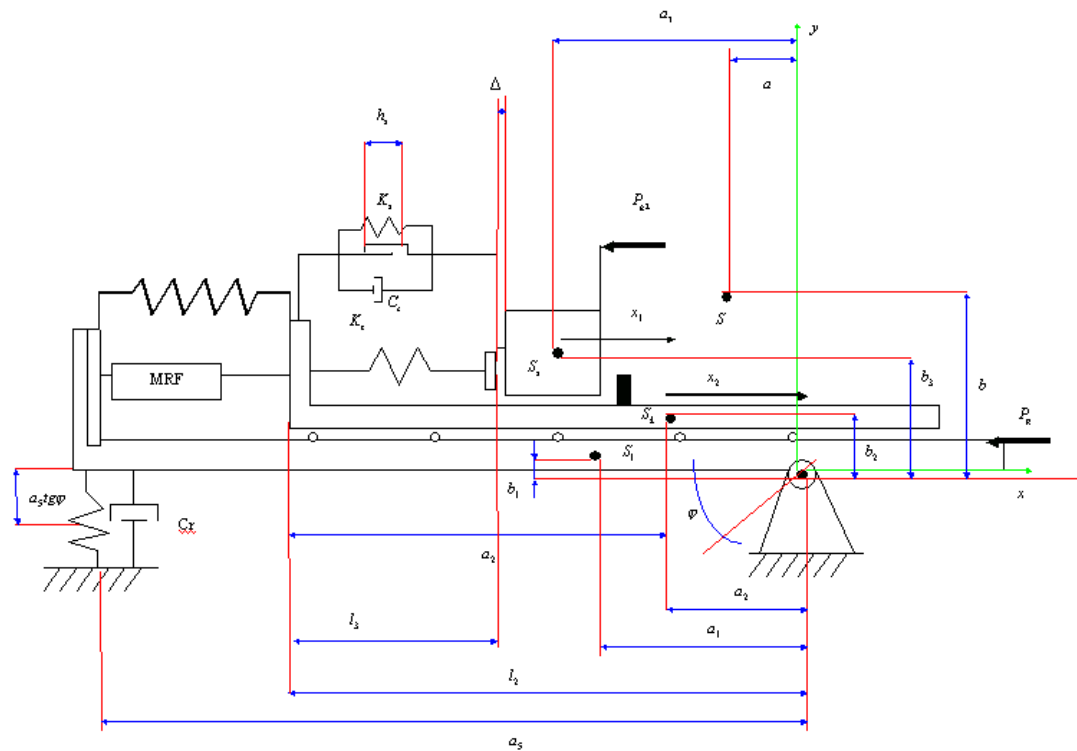
Analizując jeden cykl przebiegu procesu samoczynnego działania mechanizmów karabinu (rysunek 2) należy zwrócić szczególną uwagę na rolę jaką pełnią wszelkiego rodzaju elementy sprężyste i amortyzujące obiektu. Jednym z głównych elementów amortyzujących, który ma decydujące znaczenie przy osiąganiu prawidłowych parametrów

eksploatacyjnych (celności) obiektu jest zespół amortyzujący w skład którego wchodzi element sprężysty (walcowa sprężyna ściskana) i tłumiący (tłumik tarcowy).

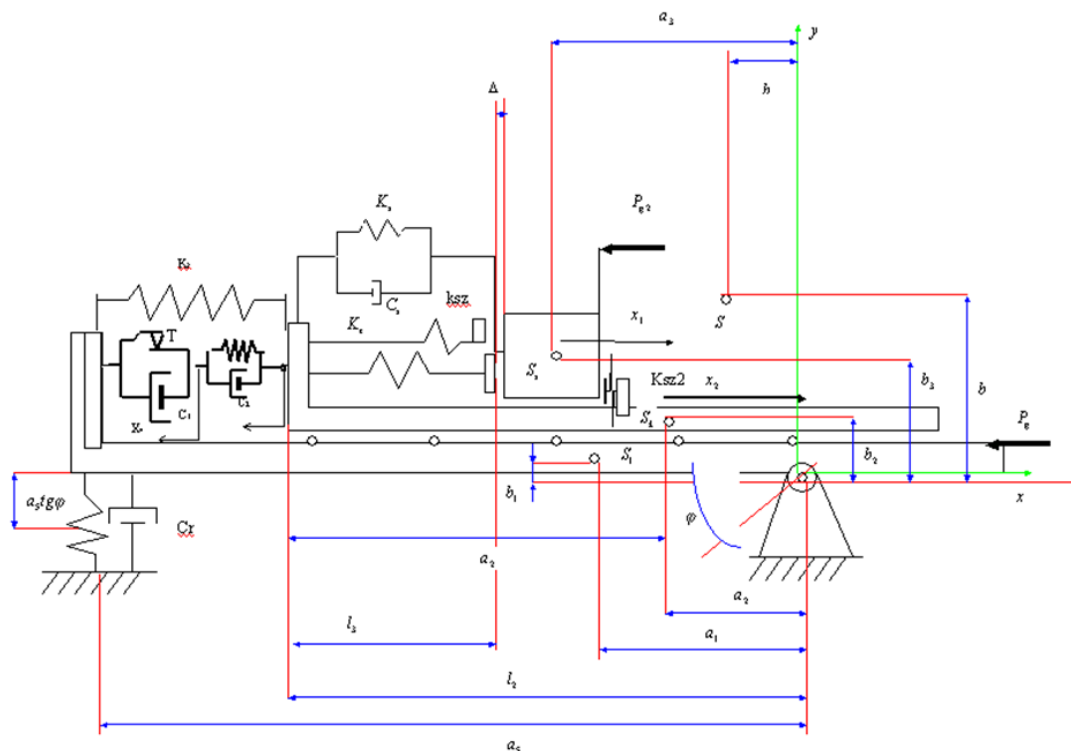
3.3. Model dynamiczny analizowanego obiektu

Kierując się wytycznymi, które w sposób bardzo szczegółowy zaprezentowane zostały w pracy Bajkowskiego M. (2007), zaproponowano model dynamiczny obiektu (rysunek 3). Odwzorowano w nim wszystkie najważniejsze zespoły i elementy konstrukcyjne analizowanej broni. Uwzględniono także zasadę jej działania, a wielkość i dobór, tworzących strukturę modelu, kolejnych ciał i elementów je łączących, dobrano wykorzystując wszelkie możliwe dostępne źródła informacji.

Współrzędne opisujące położenie środka ciężkości S_k karabinu właściwego to a_2 i b_2 ; przyjęto, że jego masa wynosi m_k . Gwałtowne, przenoszone na tylną część karabinu właściwego, niewytłumione uderzenia suwadła są dodatkowym elementem wymuszającym jego ruch. Łagodzenie skutków takiego oddziaływania to zadanie zespołu tłumiącego. W pierwotnym rozwiązaniu stanowią go element sprężysty o sztywności k_1 i amortyzator sprężysto cierny. W niniejszej pracy został on zastąpiony amortyzatorem magnetoreologicznym, który na rysunku 4 reprezentuje element oznaczony jako MRF.



Rys. 3. Model dynamiczny analizowanego obiektu z tłumikiem MRF



Rys. 4. Model dynamiczny wielkokalibrowego karabinu maszynowego "UTIOS"-12,7 z reologicznym modelem amortyzatora magnetoreologicznego oraz elementami sprężystymi zastępującymi ograniczniki ruchu

3.4. Obciążenia modelu obiektu

W analizowanym przypadku modelu broni pierwotnym źródłem obciążeń różnych elementów obiektu jest prochowy ładunek miotający. Powyższe procesy realizowane są samoczynnie, a ich czas trwania nie przekracza kilkunastu milisekund; zostały one szczegółowo opisane w pracy Bajkowskiego M. (2007). Skutkują one: obciążeniem tłoka

w komorze gazowej przenoszącym się na pozostałe elementy modelu, oraz zjawiskiem oddziaływania głównej reakcji chemicznej w przestrzeni lufy za pociskiem powodując odrzut i podrzut broni. Przyjęte na rysunku 3 oznaczenia obciążające model dotyczą: P_{g2} – siły gazowej oddziałującej na suwadło i P_g – wypadkowej siły gazowej.

W przedstawionej na rysunku 4 strukturze obiektu

przyjęty został model reologiczny tłumika magnetoreologicznego szczegółowo przeanalizowano w pracach Bajkowskiego J. (2004), Bajkowskiego J. i innych (2005) oraz Bajkowskiego M. i innych (2002).

4. SFORMUŁOWANIE RÓŻNICZKOWYCH RÓWNAŃ RUCHU Z UWZGLĘDNIENIEM JEDNOSTRONNYCH OGRANICZNIKÓW RUCHU

4.1. Ostateczna postać modelu dynamicznego obiektu i równania ruchu

Opierając się na dokumentacji technicznej analizowanego obiektu, na doświadczeniach konstruktorów oraz wiedzy własnej, z zakresu budowy modeli dynamicznych układów, opracowany został, odpowiadający strukturze przedstawionej na rysunku 2, model dynamiczny karabinu (rysunek 4).

Dla tak sformułowanego modelu dynamicznego obiektu, odpowiednie równania ruchu, przyjmują postać:

$$\ddot{\varphi} \{ [b_2^2 + (a_2 - x_2)^2] m_k + [b_3^2 + (a_3 - x_1)^2] m_s + (I_1 + I_2 + I_3) \} + \ddot{x}_1 b_3 m_s + \ddot{x}_2 b_2 m_k - \dot{\varphi} \{ -2\dot{x}_2 m_k (a_2 + x_2) + 2\dot{x}_1 m_s (a_3 + x_1) \} + C_r a_s^2 - \varphi [k_r a_s^2 + g(m_k x_2 - m_s x_1)] = P_g b_l + P_{g2} b_2 \quad (1a)$$

$$\ddot{\varphi} b_3 m_s + \ddot{x}_1 m_s + \dot{x}_1 C_s - \dot{x}_2 C_s + \varphi g m_s + x_1 (k_s + k_z + k_{sz}) - x_2 (k_s + k_z + k_{sz}) + k_z \Delta = P_{g2} \quad (1b)$$

$$\ddot{\varphi} b_2 m_k + \ddot{x}_2 m_k - \dot{x}_1 C_s + \dot{x}_2 (C_s + C_2) - \ddot{x}_4 C_2 + \varphi g m_k - x_1 (k_s + k_z + k_{sz}) + x_2 (K_l + k_s + k_l + k_z + k_{sz}) - x_4 k_l = P_g \quad (1c)$$

$$\dot{x}_2 C_2 - \dot{x}_4 (C_1 + C_2) + x_2 k_l - x_4 k_l = 0 \quad (1d)$$

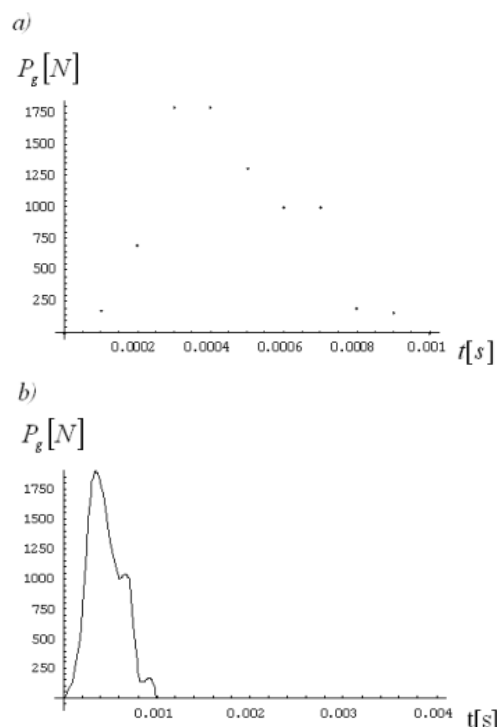
gdzie: x_1, x_2, x_3, x_4 – przemieszczenia odpowiednio: suwadła, karabinu właściwego, parametry modelu reologicznego tłumika MRF, φ – przemieszczenie kątowe łoża, a_i, b_i – parametry geometryczne elementów modelu, m_k, m_s – masy karabinu i suwadła, I_i – masowe momenty bezwładności elementów obiektu, k_r, C_r – parametry sztywności i tłumienia modelu strzelca, k_s, C_s – współczynnik sztywności i współczynnik tłumienia zderzaka suwadła, k_{sz}, k_z – sztywności zderzaków łoża, C_1, C_2 – współczynniki tłumienia modelu reologicznego tłumika MR, K_l – sztywność elementu łączącego łożo z podstawą, k_l – sztywność zderzaka komory zamkowej

Wyprowadzenie powyższych równań ruchu oraz ich szczegółową analizę przedstawiono w pracy Bajkowskiego M. (2007); tam też znajdują się dokładne objaśnienia wszystkich przyjętych na rysunku 4, oznaczeń, a także określenie warunków ruchu rozpatrywanych elementów obiektu.

4.2. Uwagi dotyczące modelowania sił wymuszających ruch elementów modelu

Czynnikami inicjującym i podtrzymującym normalny proces eksploatacji obiektu są będące wynikiem zachodzących procesów chemicznych, siły gazowe. W równaniu

opisujących ruch ciał modelu dynamicznego obiektu występują one jako wyrażenia P_g oraz P_{g2} . Dla realizacji sformułowanego w pracy zadania, skorzystano z części rezultatów badań jakie wykonane zostały na poligonie fabrycznym i dotyczyły pomiarów wartości siły gazowej, rejestrowanej u wylotu lufy urządzenia i przeprowadzone zostały dla przypadków: -strzałów pojedynczych oraz dla przypadków -strzałów seriami (po pięć strzałów). Na podstawie zarejestrowanych przebiegów zmian wartości ciśnienia (rysunek 5a) możliwe jest odtworzenie przebiegu siły gazowej działającej u wylotu lufy karabinu (rysunek 5b). Proces obróbki rezultatów tych badań i przystosowania ich do formy jaka była przydatna do badań symulacyjnych opisany został w pracach Bajkowskiego M. (2005, 2007)

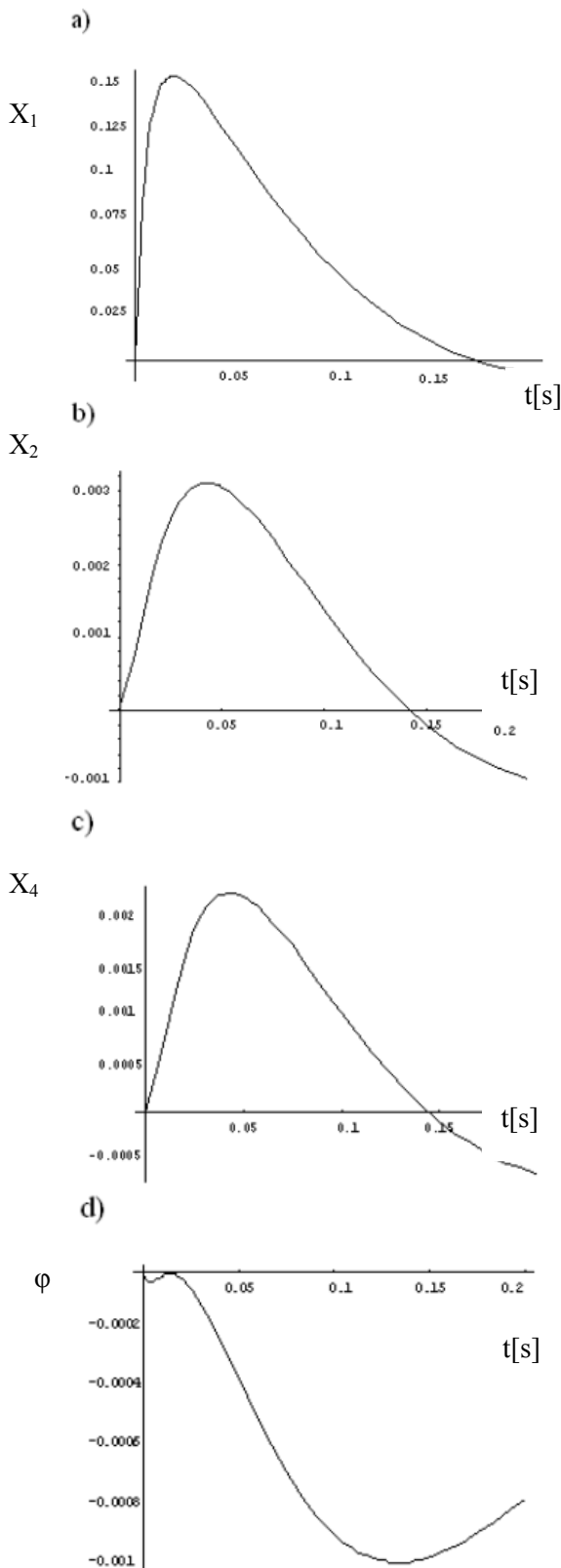


Rys. 5. Rzeczywiste wartości siły gazowej zmierzone u wylotu lufy karabinu „UTIOS-12.7”, w przypadku strzału pojedynczego : a) przebieg rejestrowany, b) interpolacja przebiegu

5. SYMULACJA RUCHU MODELU OBIEKTU

Do symulacji ruchu zbudowanego modelu obiektu specjalnego (rysunek 5), autorzy przyjęli wszystkie takie główne parametry charakteryzujące analizowany obiekt (rysunki 1, 2), które zostały zamieszczone w tablicy 3.3 pracy Bajkowskiego M. (2007); uzupełnieniem są również dane zawarte w tablicach 3.1 oraz 3.2 znajdujące się w tej pracy.

W związku z ograniczeniami edytorskimi zaprezentowano jedynie pojedynczy przykład symulacji ruchu elementów modelu. Ilustruje on reakcję systemu na wymuszenie strzałem pojedynczym (rysunek 6). Dotyczą one badań modelu dynamicznego badanego obiektu, który zilustrowany został na rysunku 3, gdy na obiekt ten działa wymuszenie, w postaci „powrotnej siły gazowej”, w formie przedstawionej na rysunek 5b.



Rys. 6. Rezultaty badań symulacyjnych: zmiany wartości przemieszczeń suwadła (a), przemieszczeń karabinu właściwego (b), przemieszczeń tłoczyska amortyzatora MR (c) oraz przemieszczeń kątowych podstawy karabinu (d); wartości parametrów wg. tablic 3.1÷3.3 z pracy Bajkowskiego M. (2007), wartość „gazowej siły powrotnej” wymuszającej ruch ciał modelu –10% „ogólnej siły gazowej”, zmiana wartości siły wymuszającej według rysunku 7 pracy Bajkowskiego M. (2007), czas symulacji 0,2s

6. PODSUMOWANIE PRACY

Konieczność ograniczenia niniejszej pracy nie pozwala na szeroką prezentację zarówno rezultatów badań jak i ich interpretacji. Dlatego, w podsumowaniu, ograniczono się do bardzo ogólnego stwierdzenia, iż istnieją praktycznie nieograniczone możliwości wykorzystywania tłumików magnetoreologicznych do poprawy warunków eksploatacyjnych obiektów specjalnych. W odniesieniu do produktu będącego tworem myśli inżynierskiej sformułowane powyżej stwierdzenie oznacza, iż istnieje duża łatwość wykorzystania „inteligentnego” amortyzatora magnetoreologicznego do natychmiastowych zmian wartości parametrów dynamicznych, a więc również poprawy, wybranych parametrów pracy, w wielkokalibrowym karabinie maszynowym, bez konieczności poważnych jego zmian konstrukcyjnych.

LITERATURA

1. **Bajkowski J.** (2004), Analysis of Influence of Some Magnetorheological Damper Parameters on Energy Dissipation and Absorption Properties, *Machine Dynamics Problems*, Vol. 28, No 3, 9-15.
2. **Bajkowski J., Grzesikiewicz W., Holnicki J., Parafiniak M., Wolejsza Z.** (2005), *Analysis of the influence of magnetorheological damper on the airplane chassis loading during landing*, ECOMAS, Lizbona.
3. **Bajkowski M., Grzesikiewicz W., Knap L.** (2002), Etudes des amortisseurs magnetorheologiques, *Cahier de Mécanique 1-03; -9-eme Seminaire Franco-Polonais de Mécanique*, Polytech'Lille.
4. **Bajkowski M., Grzesikiewicz W., Sofonea M.** (2005), Etude, modelisation et recherche de la temperature sur la dissipation de l'energie d'un amortisseur magnetorheologique, *XIII Seminaire Franco-Polonais de Mecanique*, Edition Polytech'Lille.
5. **Bajkowski M.** (2004), Modelowanie i analiza dynamiczna złożonego obiektu mechanicznego, *Mat. XII Seminaire Franco-Polonais de Mécanique*, Varsovie.
6. **Bajkowski M.** (2007), *Analiza wpływu wybranych charakterystyk tłumika magnetoreologicznego na zmianę właściwości dynamicznych modelu obiektu specjalnego*, Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa.

DYNAMIC ANALYSIS OF SPECIAL OBJECT MODEL WITH MR DAMPER

Abstract: Presented work concerns a dynamic analysis of the special object model where a traditional elastic-frictional damper is replaced by an MR damper. To realize previously mentioned aim a mechanical scheme of the real object has been developed. Then the dynamic model has been proposed including the prototype of an MR damper substituting a classical solution. For such a model a movement equations have been formulated. Afterwards numerical simulations have been conducted. Typical experimental results have been presented.

WŁAŚCIWOŚCI UŻYTKOWE STALI ZAWOROWYCH NAPAWANYCH LASEROWO PROSZKIEM STELLITOWYM

Zdzisław BOGDANOWICZ*, Krzysztof GRZELAK*

*Katedra Budowy Maszyn, Wydział Mechaniczny, Wojskowa Akademia Techniczna, ul. gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

zbogdanowicz@wat.edu.pl, kgrzelak@wat.edu.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki badań właściwości użytkowych warstw stelliteowych laserowo napawanych na elementach ze stali zaworowych 50H21G9N4 oraz H9S2. Dodatkowo dla porównania, badaniom poddano warstwy stelliteowe napawane plazmowo oraz techniką TIG (ang. tungsten inert gas), jak również materiał w stanie wyjściowym bez nanie-sionej warstwy stelliteowej.

1. WARUNKI PRACY ZAWORÓW SILNIKÓW SPALINOWYCH

Wymiana czynnika roboczego w silnikach spalinowych czterosuwowych odbywa się za pomocą mechanizmu rozrządu zaworowego. Głównymi elementami tego mechanizmu są zawory, dolotowe i wylotowe oraz wałek rozrządu z układem kinematycznym sprzęgającym te elementy. Grzybki zaworów wylotowych współpracują z gniazdami zaworów tworząc układ tribologiczny, który jest najbardziej obciążonym, cieplnie i mechanicznie, układem mechanizmu zaworowego. Układ ten obciążony jest siłami, które pochodzą od ciśnienia strumienia czynnika roboczego, od siły nacisku sprężyny, sił bezwładności elementów ruchomych oraz strumienia ciepłego wytworzonego w komorze spalania. Strumień ten, wywołany spalaniem czynnika roboczego, przepływa przez szczelinę wylotową w okresie otwarcia zaworu z prędkością krytyczną sięgającą nawet do 600 m/s, a temperatura spalania mieszanki paliwowej dochodzi do 2000-2500°C. Strumień ciepły omywający grzybek zaworu powoduje jego cykliczne nagrzewanie do temperatury 750-850°C. Pracując w tych warunkach zawór narażony jest na cykliczne obciążenia powierzchni przylgni, co może być przyczyną zużycia zmęczeniowego (Włodarski, 1982).

Praca elementów w takich warunkach cieplno-mechanicznych, wymaga stosowania materiałów odpornych na przegrzanie, zużycie ścierne, wywołane erozyjnym oddziaływaniem drobnych cząstek znajdujących się w strumieniu gazów oraz utlenianie wywołane oddziaływaniem strumienia ciepłego. Materiały, które spełniają te kryteria są relatywnie drogie dlatego często stosuje się uszlachetnianie warstwy wierzchniej wybranych powierzchni zaworu, które są najbardziej obciążone (Łunarski, 1986).

Jednym z nowoczesnych sposobów kształtowania własności warstwy wierzchniej jest proszkowe napawanie laserowe, które znalazło zastosowanie przy napawaniu przylgni zaworów wylotowych silników spalinowych (Bu-

rakowski i Wierzchoń, 1995; Klimpel, 2000; Kusiński, 2000).

2. PROCES NAPAWANIA LASEROWEGO

W procesie napawania laserowego, wykorzystuje się energię wiązki lasera, która stapia materiał dodatkowy w postaci drutów proszkowych lub proszków oraz nadtopia podłoże tworząc w ten sposób trwałe połączenie metalurgiczne (Klimpel, 2000; Kusiński, 2000). W procesie napawania laserowego wykorzystuje się gazy osłonowe do zabezpieczenia ciekłego metalu przed czynnikami zewnętrznymi jak również jako nośnik materiału dodatkowego (proszku). Często używanymi gazami osłonowymi są Ar lub CO₂ i ich mieszanki.

Proces napawania warstw stelliteowych zrealizowano przy użyciu lasera diodowego HDPL 020 firmy ROFIN. Jako materiał napawany zastosowano proszek stelliteowy AMI 3901. Parametry procesu zostały ustalone na podstawie odrębnych badań parametrów geometrycznych przekroju poprzecznego napoi, rozkładu mikrotwardości napawanej warstwy oraz oceny jakościowej uzyskanego połączenia warstwy z podłożem. W prezentowanych badaniach parametry te przedstawiały się następująco: gęstość mocy wiązki lasera na powierzchni przedmiotu $q=9,8\text{ kW/cm}^2$, prędkość skanowania wiązką $v=0,2\text{ m/min}$, ilość podawanego proszku 6,3g/min. W artykule przedstawiono tylko wybrane właściwości istotne z uwagi na zastosowanie dla zaworów.

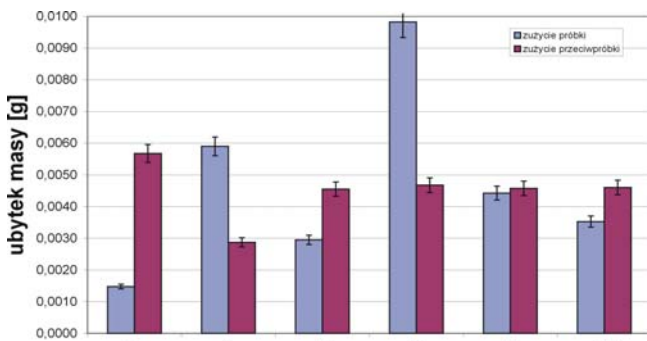
3. BADANIA ODPORNOŚCI WARSTWY STELLITOWEJ NA ZUŻYCIE TRIBOLOGICZNE W WARUNKACH TARCIA SUCHEGO

Badania zużycia tribologicznego przeprowadzono w skojarzeniu ślizgowym trących o siebie elementów w styku liniowym (rolka-kłoczek) w warunkach tarcia suchego. Badaniom poddano warstwy stelliteowe napawane

trzema technikami: laserowo, plazmowo oraz TIG. Dodatkowo badaniom poddano próbki wykonane z materiału rodzimego bez naniesionej warstwy w stanie po obróbce cieplnej zgodnie z PN 71/H-86022.. Badanie miało na celu ocenę przewidywanego wzrostu odporności na zużywanie tribologiczne warstwy stellitej napawanej laserem w porównaniu z warstwami wykonanymi innymi technikami (plazmowo i TIG) oraz z materiałem w stanie wyjściowym. Jako przeciwpróbę zastosowano rolkę o średnicy $\phi=35\text{mm}$ i szerokości 9mm ze stali ŁH 15 o twardości 64HRC.

Badania tarcia przeprowadzono na maszynie tribologicznej T05, która umożliwia ciągły pomiar m.in. przemieszczenia liniowego zużywanej próbki, siły tarcia i temperatury w węźle tarcia. Dodatkowo zużycie określono metodą wagową rejestrując zmianę masy próbki i przeciwpróbki przed i po badaniu. Dokonano również identyfikacji głównego mechanizmu zużycia w badanym węźle tribologicznym.

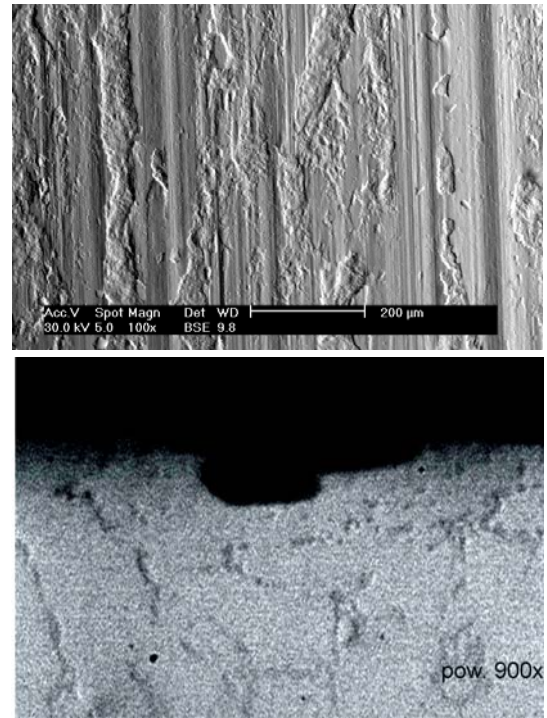
Badania przeprowadzono w następujących warunkach tarcia węzła ślizgowego: obciążenie styku $P=200\text{N}$, droga tarcia $s=3000\text{m}$, prędkość względna trących elementów 1,6m/s, długość styku liniowego wynosiła 6,3mm.



Rys. 1. Zużycie określone poprzez ubytek masy próbek oznaczenia: A – stal 50H21G9N4; M – H9S2; warstwa stellitej wykonana: AL – laserowo (na stali 50H21G9N4); ML – laserowo (stal H9S2); P – plazmowo

Na podstawie uzyskanych wyników pomiarów sporządzono wykres porównawczy zmiany masy próbek i przeciwpróbek poddanych próbie tarcia (rysunek 1). Na wykresie zauważyć można mniejsze zużycie masowe warstwy stellitej napawanej laserowo w porównaniu z materiałem wyjściowym oraz warstwami napawanymi plazmowo i TIG. Próbki z warstwą stellitej napawaną laserem na stali 50H21G9N4 (AL) wykazały najmniejszy ubytek masy. Natomiast próbki z warstwą stellitej wykonaną laserem na stali zaworowej H9S2 (ML) posiadały zbliżony ubytek masy do próbek z stali 50H21G9N4 w stanie wyjściowym. Warstwy napawane techniką plazmową oraz TIG cechują się nieznacznie większym ubytkiem masy w porównaniu z materiałem wyjściowym 50H21G9N4. Zdecydowanie największy ubytek masy zanotowano dla próbek ze stali H9S2.

Na podstawie zdjęć mikroskopowych powierzchni ciernych oraz zdjęć przekrojów poprzecznych próbek wykonanych po próbie tarcia stwierdzono, że głównym mechanizmem jest zużywanie adhezyjne pierwszego rodzaju (rysunek 2).



Rys. 2. Ślady zużycia adhezyjnego w wyniku ścierania (warstwa stellitej na stali H9S2)

Na podstawie analizy zdjęć, profili chropowatości oraz zmiany parametrów rejestrowanych podczas badań (temperatura, siła tarcia) stwierdzono występowanie „ścierania” mikronierówności, a następnie ich ścinanie co powodowało powstawanie wyrw na powierzchni próbki oraz namazań materiału próbki na przeciwpróbce. W wyniku ścinania mikronierówności w przypadku próbki ze stali H9S2 dodatkowo zaobserwowano mechanizm mikroskrawania.

4. BADANIA ODPORNOŚCI WARSTWY STELLITEJ NA UTLENIANIE W WYSOKIEJ TEMPERATURZE

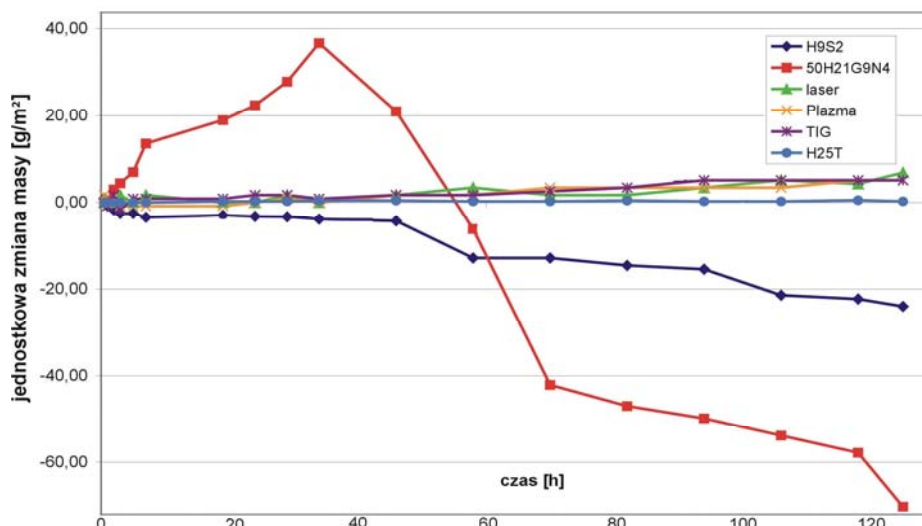
Ocenę kinetyki utleniania warstwy stellitej w wysokiej temperaturze przeprowadzono metodą grawimetryczną. Pomiar polegał na wygrzewaniu próbek w temperaturze 900°C przez okres 125h. W czasie wygrzewania prowadzono pomiar masy próbek w określonych odstępach czasu. Na podstawie uzyskanych pomiarów sporządzono wykres jednostkowej zmiany masy próbki w funkcji czasu trwania eksperymentu (rysunek 3).

Próbki z warstwą stellitej napawaną różnymi technikami były wykonane w postaci prostopadłościanu o wymiarach 24x16mm i grubości 3mm. Napawana warstwa posiadała grubość min. 2mm. Warstwy stellitej napawane były na podłożu ze stali żaroodpornej H25T posiadającej najwyższą odporność na utlenianie w wysokiej temperaturze.

Stal H9S2 w trakcie badań wykazywała stałą tendencję spadku masy. Jest to związane z utlenianiem się powierzchni w sposób ciągły w czasie wygrzewania, a tworząca się zgorzelina ma właściwości parujące (Mrowec, 1982). Nie odnotowano gwałtownych spadków masy po ostudzeniu próbki, co mogłoby wskazywać na stabilność

utworzonej warstewki (brak odprysków). Natomiast stal 50H21G9N4 do 40 godziny eksperymentu wykazywała stały wzrost warstwy tlenkowej. Po tym czasie jednak warstwa tlenków stała się niestabilna i gwałtownie odpryskiwała podczas pomiarów, co można zauważyć po gwałtownych i dużych spadkach masy próbki (rysunek 3). Zjawisko odpryskiwania warstwy tlenkowej związane jest z odmiennymi właściwościami materiału i warstwy tlenków, która

podczas stygnięcia, na skutek różnych współczynników rozszerzalności odpada od materiału. Po 80 godzinach wygrzewania proces odpadania warstwy tlenkowej ustabilizował się i nie miał już tak gwałtownego przebiegu. Warstwy stellitowe nie wykazywały tendencji do utleniania, co może świadczyć o ich wysokiej odporności na utlenianie.



Rys. 3. Jednostkowa zmiana masy próbek w funkcji czasu trwania eksperymentu w temperaturze 900°C

5. WNIOSKI

- Badania tribologiczne wykazały najmniejsze ubytki masy próbek z laserowo napawaną warstwą stellitową w warunkach tarcia suchego. Zużycie to jest mniejsze zarówno w porównaniu z materiałem rodzimym badanych stali zaworowych jak również z warstwami napawanymi innymi technikami (plazmowo i TIG). Przykładowo ubytek masy próbki w badaniach tribologicznych napawanej techniką laserową wynosił 1,4mg, plazmową - 4,3mg, TIG - 3,5mg.
- Badania żaroodporności potwierdziły dużą odporność warstw stellitowych na utlenianie w wysokiej temperaturze. Nie zauważono istotnego wpływu techniki napawania warstwy stellitowej na zmiany masy próbek podczas wygrzewania. W temperaturze 900°C na próbce ze stali 50H21G9N4 powstawała duża ilość tlenków w postaci warstwy, która wykazywała tendencję do odpryskiwania podczas badań. Przebieg zmian masy próbek ze stali H9S2 w temperaturze 900°C świadczy o wytworzeniu się warstwy tlenków, która posiadała właściwości parujące.

LITERATURA

1. **Burakowski T., Wierzchoń T.** (1995), *Inżynieria powierzchni*, WNT, Warszawa.
2. **Klimpel A.** (2000), *Napawanie i natryskiwanie cieplne*, WNT, Warszawa.
3. **Kusiński J.** (2000), *Lasery i ich zastosowanie w Inżynierii Materiałowej*, WN Akapit, Kraków.
4. **Łunarski J.** (1986), *Technologia Silników Lotniczych*, Rzeszów.
5. **Mrowec S.** (1982), *Kinematyka utleniania metali*, Wyd. Śląsk.
6. **Włodarski J. K.** (1982), *Tłokowe silniki spalinowe – procesy trybologiczne*, Warszawa.

SERVICE PROPERTIES OF VALVE STEELS LASER PAD WELDED WITH STELLITE POWDER

Abstract: The article presents experimental results of the selected service properties of laser pad welded stellite layers deposited on the surface of specimens made of steel: X53CrMnNiN 21-9 and X43CrSi 9-3. Additionally, laser, plasma and TIG overlayer welding stellite layers were subjected testings also the material in the initial state without the plotted stellite layer was investigated.

CONTENTS

Marcin Bajkowski, Robert Zalewski <i>Dynamic analysis of special object model with MR damper</i>	5
Zdzisław Bogdanowicz, Krzysztof Grzelak <i>Service properties of valve steels laser pad welded with stellite powder</i>	10
Zbigniew Dąbrowski <i>General formulation of the task of the nonlinear model identification</i>	13
Hubert Dębski, Józef Jonak <i>Thermally coupled FEM analysis of diesel engine components</i>	19
Marek Fligiel <i>Optimal shaping of structure of design elements such as plate</i>	22
Rafał Gawarkiewicz, Michał Wasilczuk <i>FEM analysis of deformed joint of ship a loader</i>	25
Sebastian Głowala, Bogdan Branowski <i>Research on slotted conical disc springs modelling</i>	28
Sebastian Głowala, Bogdan Branowski <i>New method of construction families building (spring relief systems of garage gates)</i>	33
Andrzej Kosior <i>Hysteresis loop joint elastic strip in the rigid clamp obtained with irregular distribution pressure</i>	38
Marcin Kowalczyk, Jerzy Czmochoński, Eugeniusz Rusiński <i>Analysis of the crack reason of the counterweight boom suspension of the multibucket excavator</i>	41
Marcin Kowalczyk, Tadeusz Smolnicki, Mariusz Stańco <i>Strength designing of supporting structure joint of surface mining machines</i>	44
Bogdan Ligaj, Grzegorz Szala <i>A fatigue life calculation method of constructional elements with a use of two - parametric fatigue characteristics</i>	47
Grzegorz Mieczkowski, Krzysztof Molski <i>Energy release rate G as a fracture parameter of a bimaterial structure steel-PMMA with interfacial crack</i>	52
Jerzy Nachimowicz, Mikołaj Plewa <i>An investigation on influence of technical parameters on braking effectiveness of disk and band brakes</i>	55
Idzi Nowotarski <i>Nonlinear analysis of self-excited vibrations of a cylindrical shell in supersonic flow</i>	59
Małgorzata Poniatońska <i>Spatial characteristics of geometric deviations determined in coordinate measurements of free-form surfaces</i>	68
Ryszard Rohatyński <i>Formulation of optimization problems in machine design – Part I. Decomposition and development of calculation algorithms</i>	74
Ryszard Rohatyński <i>Formulation of optimization problems in machine design – Part II. Reduction of the problem dimension and sensitivity investigation</i>	77
Marek Romanowicz <i>Micromechanical modelling of the nonlinear stress-strain behavior in glass/epoxy lamina subjected to transverse compression</i>	80

Paweł Romanowicz, Andrzej P. Zieliński <i>Application of multiaxial high-cycle criteria to rolling contact problems with friction</i>	86
Jan Ryś <i>Typification of planetary gear with simplifying manufacturing technology</i>	89
Jan Sikora <i>Correlation analysis of results of plain bearing fatigue investigations</i>	94
Grzegorz Szala, Bogdan Ligaj <i>Calculations of energy requirements in crumbling processes of grain materials on the example of wheat grains ...</i>	97
Lucjan Śnieżek <i>Experimental analysis of fatigue life of industrial pipelines</i>	100
Karolina Walat, Tadeusz Łagoda <i>Designing of machine elements under complex stress state including the covariance maximum</i>	103
Izabela Wilczewska, Roman Kaczyński <i>The identifications of friction and wear processes of polymers strengthen with carbon fibers in different environments</i>	106
Grzegorz Wojnar <i>Analysis of usefulness of different vibrations signals for toothed gear diagnostics</i>	111
Jerzy Wróbel, Konrad Okulicz <i>Non classical approach to optimization problems with the application of virtual reality tools</i>	115
Robert Zalewski <i>Viscoplastic constitutive models for special granular structures</i>	118
Michał Żebrowski-Kozioł, Wojciech Tarnowski <i>Troubleshooting of the plays in ball-joints of the front suspension of vehicles</i>	122

OGÓLNE SFORMUŁOWANIE ZADANIA IDENTYFIKACJI NIELINIOWEGO MODELU DYNAMICZNEGO

Zbigniew DĄBROWSKI*

Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Instytut Podstaw Budowy Maszyn, Politechnika Warszawska,
Gmach Samochodów i Ciągników, ul. L. Narbutta 84, 02-524 Warszawa

zdabrow@simr.pw.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedyskutowano tezę, że nieliniowy model dynamiczny może być zidentyfikowany z należytą dokładnością przy wykorzystaniu koherencyjnej techniki pomiaru nieliniowego zaburzenia. W efekcie zaproponowano metodę postępowania.

1. WSTĘP

Zadanie identyfikacji modelu dynamicznego zostało sformułowane w sposób formalny mniej więcej w tym samym czasie, gdy formułowano zadanie optymalizacji i było traktowane jako warunek nadrzędny by model mógł stanowić podstawę poszukiwania rozwiązań optymalnych. W czasach gdy rozwiązanie układu kilku równań różniczkowych stanowiło istotny problem obliczeniowy, co powodowało w naturalny sposób dążność do przyjmowania modeli o jak najbardziej uproszczonej strukturze, potrzeba „dopasowywania” modeli do rzeczywistości wydawała się oczywista. Ogromny rozwój metod obliczeniowych i co za tym idzie łatwość rozwiązywania złożonych zadań oraz techniki modelowania, w których nie widać w sposób jawny równań ruchu, spowodowały zjawisko „wtórnego analfabetyzmu” w tej dziedzinie. W wielu kręgach panuje przekonanie, że rozbudowanie modelu dynamicznego do setek czy tysięcy stopni swobody gwarantuje na tyle dużą dokładność, że komputer „musi” wygenerować poprawne rozwiązanie jeśli tylko sam proces modelowania i późniejszych symulacji przeprowadzono z należytą starannością. Tymczasem nic bardziej błędnego. Sama łatwość rozbudowania modelu do gigantycznych rozmiarów nie zapewnia jeszcze dokładności i wyjąwszy pewne proste, wielokrotnie sprawdzone przypadki, każdy model dynamiczny winien być najpierw „dopasowany” do rzeczywistości zanim stanie się podstawą do wnioskowania. Z drugiej strony rozwój technik obliczeniowych i metod obserwacji (analizy sygnałów) pozwala próbować rozwiązać zadania, które w ujęciu „klasycznym” traktowano jako nierozwiązywalne (tak zwane odwrotne zadanie identyfikacji strukturalnej). Aby jasno pokazać problem wróćmy do podstaw.

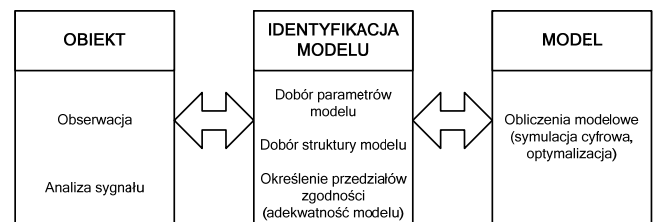
Sam termin „identyfikacja”, czyli wg słownika „utożsamienie” stał się ostatnio na tyle „modny” i często używany w opracowaniach naukowo-technicznych, że wymaga powtórnego zdefiniowania. W potocznym rozumieniu tego słowa identyfikować można wszystko. Mówimy często o identyfikacji zjawisk, procesów czy obiektów, rozumiejąc

po tym pojęciem przypisywanie przedmiotowi identyfikacji dostatecznego zbioru cech, by został jednoznacznie wyróżniony. Zidentyfikować można również pojęcia abstrakcyjne, np. „zidentyfikować problem”, „trudności”, itp. Często, choć mniej precyzyjnie” używa się również określenia „identyfikacja” jako synonim słowa „rozpoznanie”.

Chcąc uściślić pojęcie zauważmy, że w każdym z wymienionych przypadków chodzi o zakwalifikowanie pewnego elementu lub podzbioru elementów zbioru A do klasy na jakie ten zbiór podzielono.

W dalszym ciągu będziemy używać pojęcia „identyfikacja” w rozumieniu terminu „identyfikacja modelu matematycznego”, które to pojęcie w sposób opisowy można zdefiniować następująco (Banek, 1990; Giergiel i Uhl, 1990):

Identyfikacją modelu matematycznego nazywamy wszelkie działania, w wyniku których proponowany model matematyczny odpowiada rzeczywistości (obserwacji) w sensie jakościowym i ilościowym zgodnie z przyjętymi kryteriami, i zachowuje tę odpowiedniość przy przewidywanym zakresie dopuszczalnych zmian, to znaczy pozwala na wnioskowanie o aktualnie obserwowanym fragmencie rzeczywistości z zadaną dokładnością.



Rys. 1. Proces identyfikacji modelu dynamicznego

Identyfikacja modelu może być przeprowadzona wg pewnych procedur formalnych. Może również ograniczyć się do sprawdzenia (porównania) rezultatów obliczeń modelowych z wynikami obserwacji i określenie na tej podstawie przedziałów wiarygodności modelu.

Istnieje dużo modeli, które zostały zidentyfikowane przez wieloletnie badania i przyjmowane są jako bezdyskusyjnie poprawne. Nadajemy im rangę praw lub zasad fizycznych. W modelowaniu układów złożonych stanowią one niezmienniki w przyjętych formalizmach identyfikacyjnych. Poglądową ilustrację procesu identyfikacji modelu dynamicznego przedstawia rysunek 1.

Spróbujmy obecnie zadanie identyfikacji sformułować ściślej (Banek, 1990; Dąbrowski, 1992). Bez względu na to, czy celem ostatecznym jest „dopasowanie” modelu do rzeczywistości, czy ocena zakresów zgodności, podstawą wszelkich formalizmów jest relacja *sygnał* ↔ *model*.

2. RELACJA SYGNAŁ ↔ MODEL

Żałujemy, że model dany jest układem równań różniczkowych zwyczajnych II rzędu:

$$(t \rightarrow \mathbf{x} : \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{P}(t) + \mathbf{N}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})), \quad (1)$$

gdzie oznaczono odpowiednio: $\mathbf{x}$ – wektor rozwiązań układu równań różniczkowych (przy założeniu, że rozwiązania te istnieją), $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ – macierze bezwładności, tłumienia i sztywności, $\mathbf{P}$ – macierz wymuszeń, $\mathbf{N}$ – macierz nieliniowych zaburzeń sztywności i tłumienia.

Obserwowany na obiekcie rzeczywistym sygnał jest w ogólności procesem losowym, często z wyraźnie widocznymi składowymi zdeterminowanymi. Na ogół przyjmuje się, że proces ten zależy od dwu zmiennych czasowych t – czasu obserwacji i θ – czasu życia maszyny oraz egzemplarza, co uwidocznimy zmienną „ n ” i punktu przyłożenia percepcora (przetwornika pomiarowego), które to położenie opisujemy współrzędną (wektorem współrzędnych) – „ r ”. Ponieważ zależy nam z reguły na identyfikacji pewnych własności modelu, a nie dokładności „idealnej” nie bierzemy „całego” sygnału, lecz jego wyekstrahowaną (wyselekcjonowaną) część, co możemy formalnie uwidocznić definiując operator selekcji $\mathcal{S}_t$ otrzymując tym samym zależność:

$$y = \mathcal{S}_t\{y(t, \theta, n, r)\}, \quad (2)$$

gdzie odpowiednio oznaczono: $\{y\}$ – obserwowany wielowymiarowy proces losowy formalnie z nałożonym jedynie warunkiem ograniczonej; t – czas obserwacji (czas dynamiczny) – względem czasu obserwacji najczęściej stawiamy warunek stacjonarności i co za tym idzie ergodyczności. Nie jest on jednak konieczny. Coraz większą popularność zdobywają sobie skuteczne metody analizy procesów niestacjonarnych niewątpliwie nad wyraz użyteczne w zadaniach diagnostycznych; θ – czas życia (czas ewolucyjny) – prawo do niezależnego traktowania dwu zmiennych czasowych daje nam założenie $\theta \gg t$. Rzędy wielkości θ i t są na tyle różne, że zmiany procesu opisane w funkcji zmiennej ewolucyjnej są nieobserwowalne w czasie t . Założenie o niezależności obu zmiennych pozwala na pominięcie w opisie ewolucji zadania drgań parametrycznych. Na ogół zakłada się, że w funkcji θ proces stanowi słabą regresję (liniową lub nieliniową); r – wektor współrzędnych (umownie współrzędna) punktu, w którym dokonujemy obserwacji. Ze względu na subiektywny wy-

bór punktów pomiarowych stawia się postulat, by dla każdej zmiennej „ r ” istniał przedział (otoczenie punktu pomiarowego), w którym proces jest słabozmienny (im słabiej tym lepiej) ze względu na powtarzalność obserwacji; n – zmienna oznaczająca wyróżnik (numer) badanego egzemplarza z populacji konstrukcji uznanych za tożsame. Rozkład prawdopodobieństwa względem tej zmiennej jest istotnym parametrem wiarygodności diagnozy, gdy opracowujemy wspólny test dla grupy urządzeń. Oczywiście zmienna ta nie występuje, gdy diagnozujemy obiekt pojedynczy dysponując zidentyfikowanym modelem. W ogólności analiza zachowania się procesu w funkcji zmiennej „ n ” pozwala na dopasowanie („dostrojenie”) uniwersalnego systemu monitorującego (diagnozującego) do aktualnie testowanego egzemplarza; $\mathcal{S}_t$ – operator selekcji w dziedzinie czasu, zawierający w sobie operator ekstrakcji, czasem predykcji, najczęściej również uśredniania i wielu innych zabiegów zmierzających do wydobywania z sygnału użytecznej informacji. Działanie tego operatora bywa często nazywane „preprocessingiem”; y – wyselekcjonowana część sygnału $\{y(\dots)\}$.

Tak wyselekcjonowany sygnał chcemy obecnie porównać z modelem matematycznym.

Na wstępie występują dwie zasadnicze trudności. Po pierwsze wyjściem modelu dynamicznego rzadko kiedy bywa proces w punkcie obserwacji. Wektor współrzędnych uogólnionych $\mathbf{x}$ dotyczy pewnych mniej lub bardziej abstrakcyjnych przemieszczeń wybranych punktów układu (np. środków mas). Obserwujemy zaś na ogół część maszyny możliwą do obserwacji i spełniającą założenia opisane przy podawaniu założeń dotyczących rejestrowanego procesu. Musimy, więc przebieg odpowiadający obserwowanemu najzwyczajniej policzyć. Druga trudność polega na konieczności porównania procesu, który zawsze jest co najmniej zakłócony losowo z rozwiązaniem modelu, który może być zdeterminowany. Możliwe są dwie drogi. Albo uwzględnić należy w modelu proces losowy, albo wielkość obserwowaną sprowadzić do odpowiedniej zdeterminowanej charakterystyki.

Najprościej wyrazić to zależnością:

$$\mathcal{S}_t\{y(\dots)\} = \mathcal{T}\mathbf{x}, \quad (3)$$

gdzie $\mathcal{T}$ oznacza operator transformacji rozwiązań modelu $\mathbf{x}$ do postaci umożliwiającej porównanie.

Niezależnie od tego czy operator $\mathcal{T}$ zawiera zakłócenia losowe wyników modelu zdeterminowanego, czy operator $\mathcal{S}_t$ sprowadza obserwowany sygnał do uśrednionej charakterystyki, powinniśmy wprowadzić jeszcze do równania zmienne Ψ , oznaczające zawsze występujący szum pomiarowy oraz dopuszczalny błąd modelu, który oznaczmy δ . Żaden model bowiem nie opisuje rzeczywistości w sposób idealny. Ponadto aby w ogóle było możliwe porównanie, wyselekcjonowane części sygnałów i transformowane rezultaty obliczeń modelowych muszą tworzyć przestrzeń metryczną (lub chociaż unormowaną, by możliwa była jakaś forma hierarchizacji). Gdy warunek ten nie jest spełniony należy posługiwać się innymi technikami definiowania bliskości. Przyjmijmy założenie możliwości zdefiniowania metryki, co sprowadza równanie (3) do postaci:

$$\mathcal{S}_t\{y(\dots)\} = \mathcal{T}\mathbf{x} + \psi + \delta \quad (4)$$

$$\rho(y; x) = \rho(x; x) = \rho(y; y) \stackrel{\text{def}}{=} \rho(\cdot; \cdot).$$

Jeżeli model jest liniowy, zależność (4) możemy przedstawić w wygodniejszej formie, wykorzystując zasadę superpozycji (Dla prostoty zapisu pominie dalej operator $\mathcal{T}$ włączając go do definiowanego $\mathcal{S}$):

$$\mathcal{S}_t\{y(\dots)\} = x = \sum_{i=1}^n p_i * h_i(t - \tau, m_i, k_i, c_i) + \psi + \delta \quad (5)$$

$$\rho \stackrel{\text{def}}{=} \rho(\cdot; \cdot)$$

i całość sprowadzić do dziedzin częstotliwości poddając obustronnej transformacie Fouriera:

$$\mathcal{S}_\omega \mathcal{F} \mathcal{S}_t\{y(\dots)\} = \sum_{i=1}^n P_i(\omega) \cdot H_i(\omega, m_i, k_i, c_i) + \Psi + \Delta \quad (6)$$

$$\rho \stackrel{\text{def}}{=} \rho(\cdot; \cdot)$$

gdzie oznaczono: $\mathcal{S}_\omega$ – operator filtracji (selekcji w dziedzinie częstotliwości) zawierający obecnie w razie potrzeby procedurę uśredniania; $H(\omega)$ – transmitancja widmowa – w zależności od szczegółowego zdefiniowania zadania może oznaczać współczynniki wzmocnienia $|H|^2$; $P(\omega)$ – widmo wymuszenia (lub gęstość widmowa mocy, ewentualnie widmo fazowe); Ψ , Δ – odpowiednie transformaty Fouriera (lub gęstości widmowe) szumu pomiarowego i dopuszczalnego błędu modelu.

Gdy model jest nieliniowy, takie proste przekształcenie nie jest możliwe.

Model zależy od „ $n + k$ ” parametrów, gdzie „ n ” oznacza liczbę stopni swobody, a „ k ” parametryzację wymuszeń. Przy wymuszeniach harmonicznym są to miary amplitud, przy innych zbiór liczb definiujących charakterystykę modelowego wymuszenia np. amplituda i czas trwania impulsu prostokątnego itp. W najprostszym przypadku „ k ” oznacza zbiór amplitud wszystkich składowych fourierowskich wszystkich wymuszeń (Jest w tym stwierdzeniu zawarte uproszczenie „techniczne”. W praktyce nie są to ściśle rzecz biorąc amplitudy szeregu Fouriera tylko efekt dyskretyzacji ciągłej transformaty Fouriera, to znaczy zależna od rozdzielczości analizy liczba prążków (pasm) (Batko i inni, 2008)). Na ogół wszystkie parametry modelu powstają jako odwzorowanie rzeczywistości z mniejszym lub większym błędem wynikającym z ograniczonych możliwości pomiarowych, lub uśredniania danych z wielu pomiarów (tak zwane potocznie dane „tablicowe”). Należy jednak wyraźnie zdawać sobie sprawę, że nawet maksymalna minimalizacja tych błędów nie stanowi gwarancji uzyskania „idealnego” modelu. Błąd struktury istnieje zawsze. W końcu każda maszyna w opisie „makro” jest układem ciągłym. Tym samym odchyłki parametrów od wartości rzeczywistych na ogół są niezbędne by model funkcjonował poprawnie. Niekiedy muszą być one zresztą zmieniane w dosyć szerokich granicach i przyjąć pewne wartości abstrakcyjne co najwyżej jednoznacznie odwzorowywalne w rzeczywiste. Mówimy wtedy o transformacji rzeczywistych danych obserwowanych. Wróćmy jednak do zadania.

Równania (5) i (6) są równoważne i zawierają te same parametry. Wybór dziedziny, w której będziemy przeprowadzali procedurę identyfikacji zależy po pierwsze od rodzaju ruchu. W stanach nieustalonych zmuszeni jesteśmy ograniczyć się do dziedziny czasu, lub transformatę Fouriera zastąpić innym przekształceniem (np. transformatą falkową). Z drugiej jednak strony prawa algebry są nieuniknione. Musimy dysponować taką samą liczbą warunków, jak liczba parametrów dobieranych (zmienianych) z procesie identyfikacji. W dziedzinie czasu wymaga to wykonania dokładnie tylu niezależnych obserwacji. W dziedzinie częstotliwości natomiast możemy zażądać jednocześnie zgodności każdej składowej widmowej, co (oczywiście za cenę pewnych ograniczeń) pozwala uzyskać naprawdę wiele niezależnych równań z analizy rejestracji w jednym punkcie pomiarowym. Nic więc dziwnego, że powszechnie identyfikuje się model w dziedzinie częstotliwości.

Wybermy zatem spośród parametrów modelu pewną ich liczbę, którą potraktujemy jako zbiór zmiennych decyzyjnie $z(z_1 \dots z_i)$ określając jednocześnie dopuszczalny zakres możliwych zmian. Przeważnie robi to się tak, by nie naruszyć fizycznej realności, lecz nie jest to warunek konieczny. Oznaczając dopuszczalny błąd identyfikacji w myśl przyjętej metryki przez δ w dziedzinie czasu i Δ w dziedzinie częstotliwości, a lewą stronę równania przez Y , otrzymamy układ równań zbudowany wg reguły:

$$\bigwedge_{\omega=\omega_n} |Y_n - \sum P_{in} \cdot H_{in}(m_i, k_i, c_i, z_1 \dots z_i)| < \Delta - \Psi \quad (7)$$

$$\Downarrow$$

$$z_1 \dots z_i$$

Równań tych jest tyle, ile istotnych składowych widmowych używamy do identyfikacji (i ile zdefiniowaliśmy zmiennych decyzyjnych). Warunkiem rozwiązywalności jest spełnienie równości:

$$\Delta > \Psi \quad (8)$$

co jest raczej oczywiste. Nie możemy żądać większej zgodności modelu z sygnałem niż zakłócenia szumowe.

W identyczny sposób można zapisać zależności dla dziedziny czasu:

$$\bigwedge_n |y_n - \sum p_i(t) * h_i(m_i, k_i, c_i, z_1 \dots z_i)| < \delta - \psi \quad (9)$$

$$\Downarrow$$

$$z_1 \dots z_i$$

gdzie tym razem wskaźnik n oznacza współrzędną na kierunku której dokonano obserwacji. Tak zdefiniowany problem będziemy nazywać identyfikacją parametryczną.

Zwróćmy uwagę na podobieństwo zadania identyfikacji parametrycznej do klasycznego zadania optymalizacji. W jednym i drugim przypadku wprowadzamy obligatoryjnie pewną liczbę zmiennych decyzyjnych mogących się zmieniać w obszarze ściśle ograniczonym obszarowo lub funkcjonalnie. To drugie określenie oznacza wzajemne związki między zmiennymi. W jednym i drugim przypadku definiujemy metrykę w sposób właściwy dla fizyki zadania oraz w obu przypadkach modyfikujemy model. Różnica polega na samym kryterium porównawczym. W zadaniu

optymalizacji poszukujemy minimum pewnej zależności funkcyjnej (funkcjonalnej) pomiędzy rozwiązaniami, zwanej funkcją celu lub funkcjonalem jakości. W zadaniu identyfikacji parametrycznej żądamy, by każde z rozwiązań należało do bliskiego otoczenia zewnętrznego wzorca jakim jest wielkość obserwowana. Pod względem rachunkowym identyfikacja jest o tyle prostsza, że zadanie „automatyzowanie” się dekomponuje. W przypadku optymalizacji dekompozycja nie zawsze jest możliwa. Oba zadania są jednak ze sobą tak ściśle związane, że dość łatwo o popełnienie błędów. Typowym z nich jest użycie tych samych zmiennych decyzyjnych w obu zadaniach. Tymczasem zmienne dobrane w trakcie identyfikacji jak już wspomniano wcześniej korygują wszystkie błędy modelu, a co za tym idzie mogą przyjmować i na ogół przyjmują pewne wartości abstrakcyjne w najlepszym razie transformowalne na rzeczywiste, przy czym transformacja taka jest na ogół nie znana. Pytanie w jakim zakresie dopuszczalnych zmian „nowych” zmiennych decyzyjnych model będzie zachowywał zidentyfikowaną adekwatność jest najtrudniejszym do rozwiązania problemem najczęściej wymagającym praktycznej weryfikacji lub żmudnego badania ciągłości i stateczności rozwiązań równań różniczkowych w funkcji zmian parametrów.

3. IDENTYFIKACJA STRUKTURALNA

Okazać się jednak może, że identyfikacja parametryczna jest niewykonalna nawet przy rozszerzeniu przedziałów dopuszczalności zmiennych decyzyjnych, czyli że złożona struktura nie pozwala nawet na zbudowanie modelu „typu czarna skrzynka”, co występuje stosunkowo często w przypadku modeli liniowych.

Załóżmy wobec tego, że mamy model częściowo zidentyfikowany parametrycznie w zakresie zmian parametrów nie naruszających fizycznej realności. Określenie „częściowo” może oznaczać spełnienie pewnej liczby warunków przy odległości ρ większej niż założono. Typowym przykładem jest uzyskanie zgodności podstawowych częstotliwości drgań własnych obiektu i modelu bez możliwości „dostrojenia” amplitud. W takiej sytuacji zadanie, z formalnego punktu widzenia, sprowadza się do znalezienia niewiadomych funkcji $\phi(\Phi_i)$ uzupełniających relację (1) w myśl zależności:

$$\left| Y - \sum_{i=1}^n P_i H_i(\dots) + \Phi \right| < |\Delta - \psi|$$

$$\Downarrow$$

$$\Phi(\Phi_1 \dots \Phi_n) \quad (10)$$

gdzie wektor niewiadomych funkcji Φ oznacza błąd strukturalny modelu.

Zadanie to nosi nazwę identyfikacji strukturalnej i niestety na ogół jest rozwiązywalne jedynie częściowo. Zbiór funkcji Φ_n (lub ϕ_n w dziedzinie czasu) ma sens wektora „poprawek”, czyli wektora korekcyjnego, który musi być dodany do wektora rozwiązań by ten odpowiadał zadaną dokładnością wynikowi obserwacji. W tym punkcie kończy się możliwość dalszej algorytmizacji zadania.

Przełożenie wektora Φ na zmianę układu równań różniczkowych jest nierozwiązywalne w ogólnym przypadku, gdyż nieskończenie wiele układów równań różniczkowych może posiadać te same rozwiązania. Szczególne zadanie odwzorowania *obserwacja* $\leftrightarrow$ *model* nazywamy odwrotnym zadaniem identyfikacji. Mimo braku ogólnego algorytmu nawet dla zagadnienia liniowego (porównaj rozdział) stosuje się wiele metod czy też raczej sposobów wynikających bardziej z doświadczenia i znajomości obiektu przez modelującego niż ogólnej teorii by zadanie rozwiązać. Najprostszą jest zwiększanie dokładności opisu tych fragmentów modelu, które były zbudowane z dużym uproszczeniem i próba minimalizacji wektora Φ . I tu dochodzimy do sedna trudności. Poczynione założenie liniowości opisu (5) i (6) może nie pozwolić na uzyskanie zadowalających rezultatów nawet za cenę rozbudowy modelu do gigantycznych rozmiarów. Jakościowo różny efekt obliczeń modelowych i wyników obserwacji często wymaga zmiany modelu z liniowego w nieliniowy.

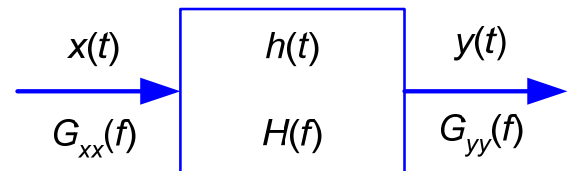
Załóżmy zatem, że obserwowany układ jest nieliniowy i funkcje Φ^* stanowią wektor różnic pomiędzy rozwiązaniem zlinearyzowanym i „rzeczywistym”. Na podstawie analizy ogólnych postaci rozwiązań nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych uzyskanych metodami przybliżonymi (Batko i inni, 2008; Dąbrowski i inni, 2007) można wykazać, że możliwe jest uwzględnienie różnic w sposób formalnie identyczny z zapisem (5) i (6) to znaczy w postaci:

$$\left| \mathcal{S}_\omega \mathcal{F} \mathcal{S}_t \{Y(\dots)\} - \sum_{i=1}^n P_i \cdot H_i + \Phi_i^* \right| < |\Delta - \Psi| \quad (11)$$

$$\stackrel{def}{\rho} = \rho(.,.)$$

4. MOŻLIWOŚĆ POMIARU NIELINIOWEGO ZABURZENIA

Uzyskanie rozwiązania względnie poprawnego fizycznie byłoby możliwe gdyby nieliniowe zaburzenie (wektor funkcji Φ) udało się zmierzyć, a tym samym oddzielić identyfikację parametryczną ograniczoną w tym przypadku do „części liniowej” od strukturalnej zdefiniowanej jako poszukiwanie nieliniowego zaburzenia. Propozycją w tym względzie może być zaproponowany przez autora model koherencyjny (Batko i inni, 2008; Dąbrowski, 1992; Dąbrowski i inni, 2007).



Rys. 2. Model prostego układu z jednym wejściem i jednym wyjściem

Rozpatrzmy model prostego układu z jednym wejściem i jednym wyjściem (rysunek 2), gdzie przez $x(t)$ i $y(t)$ ozna-

czono odpowiednio sygnały rejestrowane na wejściu i wyjściu a przez $G_{xx}(f)$ i $G_{yy}(f)$ gęstości widmowe mocy tych sygnałów.

Jak wiadomo dla takiego układu można określić transmitancję (funkcję zespoloną) zależnością:

$$H(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{X(i\omega)} \quad (12)$$

gdzie $Y(i\omega)$ i $X(i\omega)$ są zespolonymi transformatami sygnałów wyjściowego i wejściowego, lub na jeden z dwóch sposobów:

$$H_1(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)} \quad (13)$$

$$H_2(f) = \frac{G_{yx}(f)}{G_{xx}(f)} \quad (14)$$

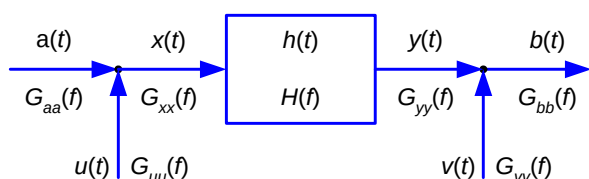
gdzie $G_{xy}(f)$ i $G_{yx}(f)$ są wzajemnymi gęstościami widmowymi mocy (sprzężonymi ze sobą).

Obie te funkcje są sobie równe jedynie dla niezakłóconego układu liniowego. W każdym innym przypadku ich stosunek zwany funkcją koherencji zwyczajnej jest mniejszy od jedności:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}G_{yy}} < 1 \quad (15)$$

W klasycznej analizie częstotliwościowej podaje się doświadczone proste reguły jak na podstawie wartości funkcji koherencji odseparować zakłócenia na wejściu lub wyjściu układu pod warunkiem, że wiadomo z góry, który rodzaj zakłócenia występuje. Nie ma natomiast ogólnych recept jak interpretować niskie wartości funkcji koherencji zwyczajnej, gdy układ jest nieliniowy.

Spróbujmy, zatem zgodnie z tezą zawartą m.in. w pracy Batko i innych (2005) oraz Dąbrowskiego i innych (2007), potraktować układ nieliniowy jako układ, w którym występują jednocześnie skorelowane zakłócenia na wejściu i wyjściu (Założenie, że zakłócenie jest nieskorelowane z sygnałem wejściowym lub wyjściowym jest równoznaczne ze stwierdzeniem, że zakłócenie to jest z tymi sygnałami niekoherentne. Zatem odpowiednie funkcje koherencji muszą być równe 0. Przy takim założeniu bardzo upraszcza się zadanie odseparowania zaburzenia wejścia lub wyjścia układu, lecz byłoby to ewidentnie sprzeczne z próbą opisu nieliniowości jako łącznego zakłócenia na wejściu i wyjściu.). Model blokowy takiego układu został przedstawiony na rysunku 3.



Rys. 3. Układ z zakłóceniami na wejściu i wyjściu jako model układu nieliniowego

Na rysunku oznaczono odpowiednio: $G_{aa}(f)$ – uśrednione widmo mocy sygnału wejściowego, $G_{bb}(f)$ – uśrednione widmo mocy sygnału wyjściowego, $G_{ab}(f)$ – uśrednione widmo wzajemne mocy pomiędzy sygnałami wejściowego a wyjściowym (sprzężone do $G_{ba}(f)$), $G_{ba}(f)$ – uśrednione widmo wzajemne mocy pomiędzy sygnałami wyjściowego a wejściowym (sprzężone do $G_{ab}(f)$), $G_{uu}(f)$ – uśrednione widmo mocy zakłóceń na wejściu układu, $G_{vv}(f)$ – uśrednione widmo mocy zakłóceń na wyjściu układu, $G_{xx}(f)$ – uśrednione widmo mocy niezakłóconego sygnału na wejściu układu, $G_{yy}(f)$ – uśrednione widmo mocy niezakłóconego sygnału na wyjściu układu.

Dla takiego układu można uzyskać zależność:

$$\gamma_{ab}^2(f) = \gamma_{xy}^2(f) / [(1 + G_{uu}(f)/G_{aa}(f) + G_{vv}(f)/G_{bb}(f) + G_{uu}(f)/G_{aa} \cdot G_{vv}(f)/(f)G_{bb}(f))] \quad (16)$$

skąd po skomplikowanych przekształceniach dochodzi się do równania:

$$\gamma_{ab}^2(f) = \frac{H_{lab}(f)}{H_{2ab}(f)} = \frac{\gamma_{xy}^2(f)}{1 + \Delta(f)} = \frac{H_{lxy}(f)}{H_{2xy}(f)} \cdot \frac{1}{1 + \Delta(f)} \quad (17)$$

Przekształcenie zależności (16) do postaci (17) dowodzi twierdzenia, że można uzyskać funkcję koherencji zwyczajnej układu zakłóconego nieliniowym zaburzeniem mnożąc funkcję koherencji układu niezakłóconego przez prosty mnożnik będący jedynie funkcją częstotliwości, oczywiście różny dla różnych zakłóceń, czyli różnych rodzajów nieliniowości. Porównanie tych mnożników, a dokładniej wydzielonej funkcji Δ_f pozwala zatem na ocenę nieliniowego zaburzenia, ponieważ jak pokazano w pracy Batko i innych (2008) zachodzi relacja:

$$\Delta_f \Leftrightarrow \Phi^* \quad (18)$$

Proponowana interpretacja wyników obserwacji pozwala na podstawie znajomości mnożników Δ_f określonych dla każdej współrzędnej na znalezienie nieznanymi funkcji Φ , a tym samym na rozwiązaniu zadania identyfikacji strukturalnej modelu matematycznego.

5. PODSUMOWANIE

Proponowana siłą rzeczy, ze względu na objętość artykułu, w skrócie metodyka postępowania jest jednym (obok np. analizy modalnej) ze sposobów identyfikacji nieliniowych modeli dynamicznych. I chociaż z punktu widzenia teorii zadanie odwrotne identyfikacji strukturalnej pozostaje w ogólności nierozwiązywalne, istnieje duża klasa układów mechanicznych, dla której wyodrębnienie i pomiar nieliniowego zaburzenia umożliwia uzyskanie wysokiej zgodności modelu z wynikami obserwacji niemożliwej do uzyskania innymi metodami.

LITERATURA

1. **Banek T.** (1990), *Optymalna Filtracja i predykcja sygnałów opisywanych stochastycznymi równaniami różniczkowymi*, Wyd. Uniwersytetu M. Curie-Skłodowskiej, Lublin.
2. **Batko W., Dąbrowski Z., Engel Z., Kiciński J., Weyna S.** (2005), *Nowoczesne metody badania procesów wibroakustycznych – część I*, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji PIB, Radom.
3. **Batko W., Dąbrowski Z., Kiciński J.** (2008), *Nonlinear Effects in Technical Diagnostics*, Polish Academy of Science, Warszawa.
4. **Dąbrowski Z., Dziurdź, Skórski W. W.** (2007), *Drgania masztów kompozytowych*, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji PIB, Warszawa-Radom.
5. **Dąbrowski Z.** (1992), The evaluation of the vibroacoustic activity for the needs of constructing and use of machines, *Machine Dynamic Problems*, Vol. 4.
6. **Giergiel J., Uhl T.** (1990), *Identyfikacja układów mechanicznych*, PWN, Warszawa.

GENERAL FORMULATION OF THE TASK OF THE NONLINEAR MODEL IDENTIFICATION

Abstract: In the paper it was considered the thesis that nonlinear dynamic model can be identified with sufficient accuracy using coherence technique of nonlinear disturbance measure. Finally the methodological proposal is given.

SPRZĘŻONA TEMPERATUROWO-PRZEMIESZCZENIOWA ANALIZA NUMERYCZNA MES ELEMENTÓW SILNIKA ZS

Hubert DĘBSKI*, Józef JONAK*

*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin

h.debski@pollub.pl, j.jonak@pollub.pl

Streszczenie: Praca zawiera wyniki analizy numerycznej w ujęciu metody elementów skończonych rozkładów naprężeń, temperatur oraz odkształceń w elementach silnika diesla ZS. Zakres obliczeń obejmował sprzężoną analizę temperaturowo-przemieszczeniową elementów konstrukcji z uwzględnieniem zagadnień geometrycznie nieliniowych oraz liniowo-sprężystych własnościach materiałowych. Istotne znaczenie w procesie prowadzonych obliczeń miało zastosowanie analizy sprzężonej, umożliwiającej jednocześnie uwzględnienie zagadnień termicznych oraz wynikających z nich efektów naprężeniowych. Takie podejście umożliwia prowadzenie kompleksowej analizy konstrukcji obciążonych cieplnie, jednakże wiąże się to z koniecznością zastosowania specjalnych typów elementów skończonych, posiadających dodatkowy stopień swobody pozwalający na uwzględnienie zagadnień termicznych.

1. WSTĘP

Warunki pracy elementów konstrukcyjnych silników spalinowych można określić jako ciężkie, ze względu na występowanie długotrwałych oraz ekstremalnych obciążeń w trakcie ich eksploatacji. Dodatkowym utrudnieniem w ocenie wytrzymałości i trwałości tego typu konstrukcji jest jednocześnie występowanie obciążeń mechanicznych oraz cieplnych. Istotnym czynnikiem w ocenie stanu wyężenia niektórych elementów konstrukcji silnika jest również nierównomierność ich nagrzewania się oraz brak możliwości dokładnej oceny rzeczywistych parametrów pracy. Również prowadzone w tym zakresie skomplikowane i kosztowne badania eksperymentalne pozwalają jedynie w ograniczonym stopniu monitorować pracę konstrukcji. Wciąż poszukiwane i doskonalone są metody diagnozowania przyczyn uszkodzeń najbardziej wyężonych elementów konstrukcyjnych silnika, do których można zaliczyć m.in. głowicę oraz zawory wraz z gniazdami (Gardyański i inni, 2008; Hejwowski i inni, 2008). Prognozowanie i ocena stanu wyężenia tego typu elementów konstrukcyjnych stała się możliwa dzięki wykorzystaniu metod numerycznych, umożliwiających prowadzenie analiz pracy ustroju bez konieczności wykonywania pracochłonnych i kosztownych badań eksperymentalnych. W szczególności szerokie zastosowanie w tym zakresie znajduje Metoda Elementów Skończonych, stanowiąca alternatywną formę badań. Dotyczy to zwłaszcza symulacji numerycznych umożliwiających jednoczesną analizę rozkładów temperatury w obszarze badanej konstrukcji oraz rozkładów naprężenia, stanowiącego podstawę oceny stopnia wyężenia konstrukcji. Przykładem tego typu symulacji numerycznych jest sprzężona analiza termiczno-przemieszczeniowa *coupled temp-displacement analysis* (Abaqus Theory Manual v. 5.8; Abaqus/Standard User's Manual v. 6.5). Prowadzenie obliczeń numerycznych z zastosowaniem analizy sprzężonej stanowi bardziej złożone zagadnienie w porównaniu z kla-

syczną analizą wytrzymałościową, wymagającą wykorzystania komputerów posiadających duże moce obliczeniowe oraz oprogramowania umożliwiającego prowadzenie obliczeń w tym zakresie. Dodatkowe zagadnienie stanowi porównanie otrzymanych wyników obliczeń numerycznych z rezultatami badań doświadczalnych, stanowiące bieżącą formę weryfikacji poprawności zastosowanych w obliczeniach modeli numerycznych.

2. PRZEDMIOT I ZAKRES BADAŃ

Przedmiot badań stanowiła numeryczna analiza MES elementów silnika wolnossącego ZS typu 4C90. Zakres obliczeń obejmował wyznaczenie rozkładów temperatury oraz naprężenia zredukowanego w obszarze rozpatrywanej konstrukcji, będących podstawą do oceny stanu wyężenia poszczególnych elementów konstrukcji w warunkach ich eksploatacji. Obliczenia prowadzono w zakresie geometrycznie nieliniowym z wykorzystaniem metody przyrostowo-iteracyjnej Newtona-Raphsona (Rusiński i inni, 2000).

Ze względu na duży rozmiar modelu numerycznego zastosowano izotropowe i liniowo-sprężyste charakterystyki materiałowe w całym zakresie obciążania. Zaprezentowana analiza numeryczna stanowiła przykład sprzężonej analizy temperaturowo-przemieszczeniowej, natomiast zastosowanym narzędziem numerycznym był program Abaqus/Standard (Abaqus Theory Manual v. 5.8; Abaqus/Standard User's Manual v. 6.5), umożliwiający wykonywanie obliczeń MES w zakresie nieliniowym.

3. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Model dyskretny konstrukcji silnika zbudowano w oparciu o przestrzenne elementy bryłowe typu hexagonalnego: 8-węzłowe oraz typu tetragonalnego: 4-węzłowe.

Prowadzenie analizy sprężonej wymaga zastosowania specjalnych elementów do analizy temperaturowo-odkształceniowej, posiadających po trzy translacyjne stopnie swobody w każdym węźle oraz czwarty dodatkowy stopień swobody umożliwiający wyznaczenie temperatury w obszarze elementu. Zastosowanie tego typu elementu skończonego umożliwia jednocześnie wyznaczenie pól temperatury oraz na ich podstawie rozkładów naprężenia w badanej konstrukcji. Całkowita liczba elementów skończonych w modelu dyskretnym wynosiła 371095, co w konsekwencji sprowadzało się do rozwiązania zagadnienia numerycznego posiadającego 533952 stopnie swobody (liczba równań zagadnienia obliczeniowego).

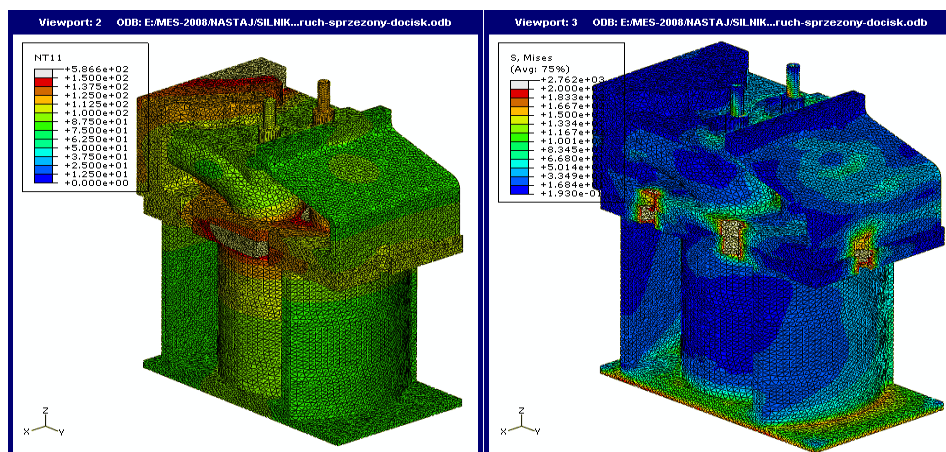
Zastosowane w modelu interakcje kontaktowe zdefiniowane zostały na powierzchniach przylegania głowicy z blokiem silnika oraz pomiędzy trzonkami zaworów z prowadnicami. Do połączenia elementów składowych konstrukcji zastosowano interakcje typu *Tie* umożliwiające „zszycie” siatek elementów skończonych. Zdefiniowanie warunków brzegowych dla analizy sprężonej wymagało określenia zarówno przemieszczeniowych ograniczeń węzłów modelu jak również nałożenia warunków wynikających z zagadnienia cieplnego, przyjętych wg Gardyńskiego i innych (2008) oraz Hejwowskiego i innych (2008). Połą-

czenie głowicy z blokiem silnika zrealizowano poprzez połączenia śrubowe zamodelowane za pomocą elementów belkowych.

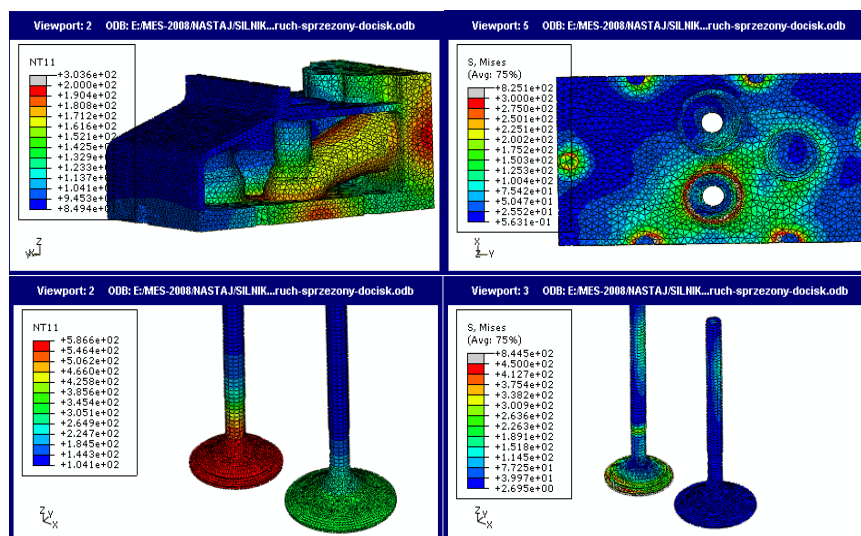
Obliczenia numeryczne prowadzono w dwóch etapach. Zakres pierwszego etapu obliczeń obejmował fazę rozgrzewania silnika trwającą 1800 sekund i przeprowadzoną przy otwartych grzybkach obydwu zaworów. W drugim etapie obliczeń zawory zostały zamknięte i obciążone ciśnieniem wynikającym z ciśnienia gazów w cylindrze wynoszącym 6.7 MPa oraz dodatkowo siłami docisku ze strony sprężyn. Czas realizacji drugiego etapu obliczeń wynosił 1 sekundę.

4. WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Przeprowadzona analiza numeryczna pozwoliła wyznaczyć rozkłady temperatury oraz naprężenia zredukowanego, wyznaczonego wg hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego w poszczególnych elementach badanego silnika. Widok ogólny rozkładu temperatury oraz naprężenia zredukowanego w elementach modelu przedstawia rysunku 1.



Rys. 1. Wyniki obliczeń MES: rozkład temperatury oraz naprężenia H-M-H w modelu silnika



Rys. 2. Wyniki obliczeń MES: rozkład temperatury i naprężenia zredukowanego H-M-H w głowicy oraz zaworach silnika

Badania doświadczalne (Gardyński i inni, 2008; Hejwowski i inni, 2008; Oanta i Taraza, 2001; Wajand i Wajand, 1997) wykazują występowanie stref newralgicznych w badanej konstrukcji, umiejscowionych przede wszystkim w głowicy oraz gniazdach zaworów i w samych zaworach. Wartości temperatur oraz naprężenia zredukowanego w tych elementach będą zatem determinowały wytrzymałość konstrukcji silnika. Na rysunku 2 zaprezentowano wyniki obliczeń numerycznych dla najbardziej obciążonych elementów silnika, będących podstawą oceny stanu wyężenia badanej konstrukcji.

5. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone obliczenia numeryczne dostarczają istotnych informacji, mogących stanowić podstawę oceny stanu wyężenia poszczególnych elementów konstrukcji analizowanego silnika. Dotyczy to przede wszystkim elementów szczególnie narażonych na powstawanie uszkodzeń eksploatacyjnych, do jakich można zaliczyć głowicę, gniazda zaworów oraz zawory silnika, w których występują najwyższe poziomy naprężenia. Otrzymane wyniki obliczeń numerycznych wskazują newralgiczne miejsca analizowanej konstrukcji, znajdujące potwierdzenie w wynikach badań eksperymentalnych. Otrzymane najwyższe poziomy naprężenia w strefie głowicy pomiędzy gniazdami zaworowymi znajdują potwierdzenie w rzeczywistej konstrukcji, w której rejon mostka międz Zaworowego jest strefą najbardziej narażoną na uszkodzenie (Gardyński i inni, 2008; Wajand i Wajand, 1997). Obliczenia numeryczne wykazały również odkształcenia gniazd zaworowych oraz przemieszczenia osi zaworów w stosunku do gniazd, będące przyczyną powstawania nadmiernych nacisków podczas eksploatacji, prowadzących do przyspieszonego zużycia tych elementów (Hejwowski i inni, 2008). Przeprowadzona analiza numeryczna potwierdza możliwość wykorzystania symulacji MES w zakresie analizy sprzężonej jako alternatywnej i uzupełniającej metody badań w stosunku do prowadzonych prac eksperymentalnych.

LITERATURA

1. **Gardyński L., Dębski H., Hejwowski T., Weroński A., Nastaj T.** (2008), Analiza przyczyn uszkodzeń głowic silników diesla 4C90, *Journal of KONES Powertrain and Transport*, Vol. 15, No.3, Warszawa.
2. **Hejwowski T., Dębski H., Gardyński L., Nastaj T.** (2008), Analiza przyczyn uszkodzeń zaworów dolotowych i wylotowych silników diesla, *Journal of KONES Powertrain and Transport*, Vol. 15, No.3, Warszawa.
3. **Oanta E., Taraza D.** (2001), Experimental investigation of the strains and stress in the cylinder block of a marine diesel engine, *SAE Technical Paper Series*, 2001-01-0520.
4. **Rusiński E., Czmochoński J., Smolnicki T.** (2000), *Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
5. **Wajand J. A., Wajand J. T.** (1997), *Tłokowe silniki spalino-we średnio – i szybkoobrotowe*, WNT, Warszawa.
6. **Abaqus Theory Manual v. 5.8**, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc. 1998.
7. **Abaqus/Standard User's Manual v. 6.5**, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc. 2005.

THERMALLY COUPLED FEM ANALYSIS OF DIESEL ENGINE COMPONENTS

Abstract: The paper contains results of numerical analysis of stress, temperature and deformation distributions in diesel engine components, performed by means of MES. The scope of calculations include thermally coupled analysis of structural components, in which linear elastic properties and geometrically nonlinear problems were taken into account. The application of thermally coupled analysis, which enabled to consider simultaneously thermal fields and related deformation distributions, had a significant effect on the results obtained. Such approach enables to carry out a complex analysis of thermally loaded structures and requires application of special type elements with an additional degree of freedom to take thermal problems into consideration.

OPTYMALNE KSZTAŁTOWANIE STRUKTURY ELEMENTÓW KONSTRUKCYJNYCH TYPU TARCZA

Marek FLIGIEL *

*Katedra Mechaniki Technicznej i Wytrzymałości Materiałów, Wydział Mechaniczny, Politechnika Koszalińska,
 ul. Śniadeckich 2, 75-453 Koszalin

marek.fligiel@tu.koszalin.pl

Streszczenie: W artykule rozpatruje się dwie metody optymalnego kształtowania struktury elementów konstrukcyjnych typu tarcza. W pierwszej metodzie stosuje się zapis związków konstytutywnych wynikający z rachunku tensorowego, w drugiej metodzie do opisu pól naprężeń i deformacji w przestrzeni konstrukcyjnej przyjęto uogólnione prawo Hooke'a. W modelach matematycznych optymalizacji zastosowano opis Lagrange'a. Na przykładzie pokazano poszukiwanie struktury elementów konstrukcyjnych obciążonych jedno i dwukrotnie różnym obciążeniem, przy zadanych ograniczeniach na sztywność i wymiary.

1. WPROWADZENIE

Optymalne kształtowanie struktury elementów konstrukcyjnych i konstrukcji ma szerokie zastosowanie w projektowaniu wspomaganych komputerowo. Problem optymalizacji kształtu jest problemem nie tylko opisu granicy konstrukcji, ale również problemem wymiarowania i rozkładu rodzaju materiału. Jednym z kryteriów określających, jakość konstrukcji jest jej materiałochłonność i sztywność. Ma to znaczenie w konstrukcjach gdzie relacja masa-szywność ma zasadniczy wpływ na dynamikę. W pracy rozpatrzono dwie metody optymalnego kształtowania elementów konstrukcyjnych przy jednokrotnym obciążeniu i wielokrotnym obciążeniu, przyjmując za uogólnioną sztywność wartość potencjalnej energii deformacji.

2. OPTYMALNE KSZTAŁTOWANIE KONSTRUKCJI O OBCIĄŻENIU JEDNOKROTNYM

W pierwszej metodzie zapisano związki konstytutywne wynikające z rachunku tensorowego z przyjęciem zmiennej sterującej $E(x)$ (moduł Younga) w tensorze sprężystości.

Problem optymalizacji sformułujemy w następujący sposób: znaleźć najbardziej sztywną strukturę elementu konstrukcyjnego w zadanej przestrzeni konstrukcyjnej, przy stałej objętości i zadanej ilości rodzaju materiału oraz niezmiennym obciążeniu i podparciu. Zapis matematyczny postawionego problemu będzie następujący:

$$[c_{ijkl}(E(x)) \in (L^\infty(\Omega))^2] : \{ \bigwedge_{x \in \Omega} U[c_{ijkl}(E(x))] \leq U[c_{ijkl}(E_0(x))], \quad (1)$$

$$v, h_0 = h(x), \Phi = \text{const} \},$$

$$[h(x) \in H] : \{ \bigwedge_{x \in \Omega} U[h(x)] \leq U[h(x)], \quad c_{ijkl}(E(x)) \equiv c_{ijkl}(E_0), \quad (2)$$

$$v, E_0, \Phi = \text{const} \},$$

gdzie: $E(x)$, $E(x)$ – przybliżająca i optymalna funkcja modułu Younga, $c_{ijkl}(E(x)) \in (L^\infty(\Omega))^2$ – poszukiwany tensor sprężystości dla ciała izotropowego, $U[c_{ijkl}(E(x))]$ – potencjalna energia deformacji, H jest przestrzenią funkcyjną nad ciałem liczb rzeczywistych $x \in \Omega \wedge \Omega \in \mathbb{R}^2$, E_0 , h_0 – zadane wyjściowe wielkości modułu Younga i grubości elementu optymalizowanego, $h(x)$, $h(x)$ – przybliżająca i optymalna funkcja grubości konstrukcji.

Uwzględniając powyższe dla (1), po dokonaniu przekształceń, otrzymamy wyrażenie na określenie potencjalnej energii deformacji (Bendsøe, 1989; Fligiel, 2002):

$$U = \frac{1}{2} \int_{V_0} \frac{1}{E(x)} \bar{c}_{ijkl} \bar{\epsilon}_{ij} \bar{\epsilon}_{kl} h_0 ds, \quad \bar{c}_{ijkl} = \bar{\lambda} \delta_{ij} \delta_{kl} + \bar{\mu} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$$

$$\forall \wedge \bar{\epsilon}_{ij} = (1 + \nu) \sigma_{ij} - \nu \delta_{ij} \sigma_{kk}, \quad \bar{\lambda} = \frac{\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \wedge \quad (3)$$

$$\bar{\mu} = \frac{1}{2(1 + \nu)} \wedge i = j, \quad \delta_{ij} = 1 \vee \forall i \neq j, \quad \delta_{ij} = 0,$$

gdzie: $\bar{\lambda}$, $\bar{\mu}$ – zmodyfikowane stałe Lamego, $\bar{c}_{ijkl}$, $\bar{\epsilon}_{ij}$, $\bar{\epsilon}_{kl}$ – zmodyfikowane tensory sprężystości i deformacji, σ_{ij} , σ_{kk} – tensory naprężeń.

Do wyznaczenia optymalnych składowych tensora c_{ijkl} w n-elementowej dyskretyzowanej przestrzeni konstrukcyjnej, wykorzystamy funkcjonal Lagrange'a. Z warunku ekstremum funkcjonału Lagrange'a, otrzymamy zależność na obliczenie wartości modułu Younga i składowych tensora:

$$(c_{ijkl}^{r+1})_e = E_e^{r+1} \cdot \bar{c}_{ijkl} = \frac{E_0 \sqrt{V_0 (\bar{c}_{ijkl} \bar{\epsilon}_{ij} \bar{\epsilon}_{kl})_n^r}}{\sum_{e=1}^n \sqrt{(\bar{c}_{ijkl} \bar{\epsilon}_{ij} \bar{\epsilon}_{kl})_e^r / V_0 \cdot V_e}} \bar{c}_{ijkl} \wedge \quad (4),$$

$$(c_{ijkl}^{r+1})_e - (c_{ijkl}^r)_e \leq \alpha,$$

gdzie: r – numer iteracji, α – mała liczba wyrażająca dokładności optymalizacji.

W drugiej fazie (2) odwzorowujemy optymalny tensor c_{ijkl} na optymalne grubości h_i . Uwzględniając różnicę pomiędzy energią deformacji dla optymalnych składowych tensora i energią ze zmiennymi grubościami, funkcjonal Lagrange'a zapiszemy w postaci:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{e=1}^n c_{ijkl}(E_e) \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} s_e h_0 - \frac{1}{2} \sum_{e=1}^n (c_{ijkl}(E_0) \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl}) s_e h_e + \eta \left(\sum_{e=1}^n s_e h_0 E_e - \sum_{e=1}^n s_e h_e E_0 \right), \quad (5)$$

z którego otrzymamy zależność na określenie nowych grubości, dla każdej $r+1$ iteracji:

$$h_e^{r+1} = h_e^r \frac{\sqrt{(\bar{c}_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{ij} \bar{\varepsilon}_{kl})^r \cdot \sum_{e=1}^n E_e s_e h_0}}{E_0 \sum_{e=1}^n \left(\sqrt{(\bar{c}_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{ij} \bar{\varepsilon}_{kl})^r \cdot s_e h_e^r} \right)} \wedge h_e^{r+1} - h_e^r \leq \beta, \quad (6)$$

gdzie: β – mała liczba wyrażająca dokładność optymalizacji.

3. OPTIMALNE KSZTAŁTOWANIE KONSTRUKCJI O OBCIĄŻENIU WIELOKROTNYM

W drugiej metodzie za miarę uogólnionej sztywności przyjmuje się funkcjonal iloczynów potencjalnych energii deformacji dla konstrukcji k -krotnie obciążonej (Fligiel, 1998), $U = U_1 \cdot U_j \cdot U_k$, gdzie: j – numer kolejnego obciążenia, k – liczba obciążeń.

Zadanie kształtowania konstrukcji sformułujemy w następujący sposób (rysunek 1); w zadanej przestrzeni konstrukcyjnej $\Phi(x, y)$ znaleźć najbardziej sztywną konstrukcję spełniającą warunki (7):

$$V = \int h ds = \min \wedge U_j \leq U_0 = \text{const} \wedge h_2 \leq h \leq h_1, \quad (7)$$

gdzie: V – objętość konstrukcji, U_0 – dopuszczalna wielkość potencjalnej energii deformacji dla każdego j -go obciążenia, h_1 i h_2 – dopuszczalne wymiary konstrukcji (grubość).

Wyrażenie (7) sprowadzimy do zagadnienia bez ograniczeń przez wprowadzenie nowych zmiennych α, β, γ wówczas zapiszemy:

$$\Delta U_j = U_0 - U_j - \frac{1}{2} \alpha_j^2 = U_0 - \frac{1}{2E} \int \frac{R_j^2}{h} ds - \frac{1}{2} \alpha_j^2, \\ \Delta U = \prod_{j=1}^k \Delta U_j = 0, R_j = \sqrt{(\sigma_x^2 - 2\mu \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2) + 2(1+\mu)\tau_{xy}^2} h, \\ \int_{s_2} (h - h_1) ds - \frac{1}{2} \beta^2 = 0, \int_{s_3} (h_2 - h) ds - \frac{1}{2} \gamma^2 = 0, \quad (8)$$

gdzie: $s = s_1 + s_2 + s_3$ jest powierzchnią kształtowania konstrukcji, a s_1, s_2, s_3 są powierzchniami, odpowiednio, dla których $h_2 \leq h \leq h_1, h > h_1, h < h_2$.

W celu znalezienia funkcji grubości konstrukcji $h = f(x, y, U_0, h_1, h_2)$ zastosujemy metodę wariacyjną poszukiwania ekstremum z uwzględnieniem metody mnożników Lagrange'a. W tym celu zestawimy funkcjonal Lagrange'a o postaci:

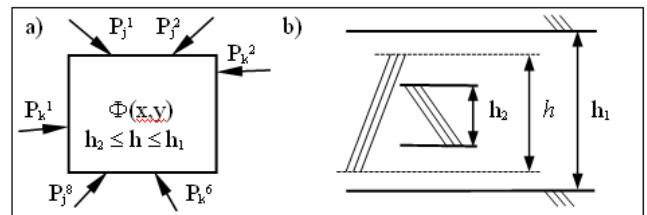
$$L = \int_s h ds + \lambda_1 \prod_{j=1}^k \left(U_0 - \frac{1}{2E} \int \frac{R_j^2}{h} ds - \frac{1}{2} \alpha_j^2 \right) + \lambda_2 \left(\int_{s_2} (h - h_1) ds - \frac{1}{2} \beta^2 \right) + \lambda_3 \left(\int_{s_3} (h_2 - h) ds - \frac{1}{2} \gamma^2 \right). \quad (9)$$

Dla dowolnych wariacji $\delta h, \delta \alpha_j, \delta \beta, \delta \gamma, \delta R_j$ warunkiem koniecznym ekstremum funkcjonu (9) jest:

$$\delta L = \int_s \left\{ 1 + \lambda_1 \sum_{j=1}^k \left(\frac{1}{2E} \int \frac{R_j^2}{h^2} ds \right) \cdot \prod_{\substack{t=1 \\ t \neq j}}^k \left(U_0 - \frac{1}{2E} \int \frac{R_t^2}{h} ds - \frac{1}{2} \alpha_t^2 \right) \right\} + \\ + \lambda_2 - \lambda_3 \left\{ \delta h ds - \lambda_1 \left[\sum_{j=1}^k \alpha_j \cdot \prod_{\substack{t=1 \\ t \neq j}}^k \left(U_0 - \frac{1}{2E} \int \frac{R_t^2}{h} ds - \frac{1}{2} \alpha_t^2 \right) \right] \right\} \delta \alpha_j - \\ - \lambda_2 \delta \beta - \lambda_3 \delta \gamma - \lambda_j \left\{ \sum_{j=1}^k \left[\left(\frac{1}{E} \int \frac{R_j}{h} ds \right) * \right. \right. \\ \left. \left. * \prod_{\substack{t=1 \\ t \neq j}}^k \left(U_0 - \frac{1}{2E} \int \frac{R_t^2}{h} ds - \frac{1}{2} \alpha_t^2 \right) \right] \right\} \delta R_j = 0. \quad (10)$$

Z analizy warunku (10) wynika, że (Fligiel, 2002):

$$L = \int_{s_1} h_{r+1} ds + \int_{s_2} h_1 ds + \int_{s_3} h_2 ds + \\ + \lambda \prod_{j=1}^k \left[U_0 - \frac{1}{2E} \left(\int_{s_1} \frac{R_{rj}^2}{h_{r+1}} ds + \int_{s_2} \frac{R_{rj}^2}{h_1^2} h_1 ds + \int_{s_3} \frac{R_{rj}^2}{h_2^2} h_2 ds \right) \right]. \quad (11)$$



Rys. 1. Przestrzeń konstrukcyjna $\Phi(x, y)$ (a), ograniczenia wymiarowe konstrukcji (b)

Wyznaczenie minimum funkcjonu (11) z warunkami (8) tworzy izoperymetryczny problem w rachunku wariacyjnym (Tatarkiewicz, 1969), którego rozwiązanie w dyskretyzowanej przestrzeni dla dwóch rodzajów obciążeń względem grubości $h_{r+1,j}, j=1,2$, dla $r+1$ iteracji ma następującą postać (Fligiel, 1998):

$$h_{(r+1),i}^j = H_{ri} \frac{(U_0 - b_1) \left(\sum_{i=1}^p \frac{R_{ri2}^2}{H_{ri}} s_i \right) + (U_0 - b_2) \left(\sum_{i=1}^p \frac{R_{ri1}^2}{H_{ri}} s_i \right)}{4E \prod_{j=1}^2 (U_0 - b_j)} \pm \frac{1}{4E} \left[\frac{(U_0 - b_1) \left(\sum_{i=1}^p \frac{R_{ri2}^2}{H_{ri}} s_i \right) + (U_0 - b_2) \left(\sum_{i=1}^p \frac{R_{ri1}^2}{H_{ri}} s_i \right)}{\prod_{j=1}^2 (U_0 - b_j)} \right]^2 - \frac{4 \prod_{j=1}^2 \sum_{i=1}^p \frac{R_{rij}^2}{H_{ri}} s_i}{\prod_{j=1}^2 (U_0 - b_j)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

gdzie: $H_{ri} = \sqrt{\sum_{j=1}^2 \varepsilon_{rj} R_{rj}^2}$, $b_j = \frac{1}{2E} \sum_{i=p+1}^m \frac{R_{rij}^2 h_1}{h_{ri}^2} s_i + \frac{1}{2E} \sum_{i=p+1}^m \frac{R_{rij}^2 h_2}{h_{ri}^2} s_i$,

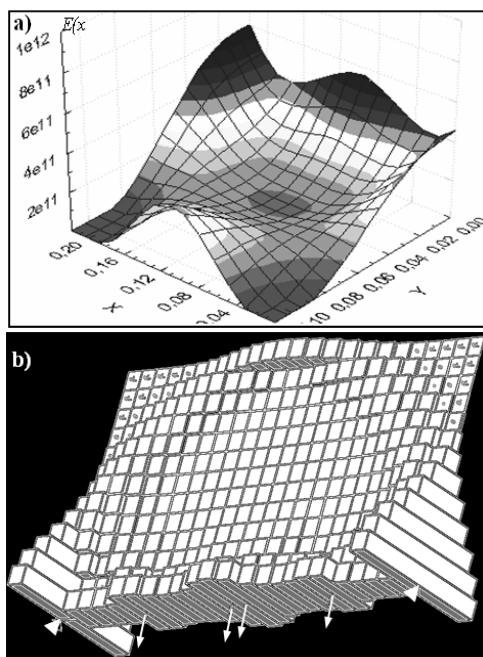
$$\varepsilon_{rj} = \frac{\Delta U_r}{\Delta U_{rj}}$$

p oznacza elementy, dla których $h_{ri} > h_1$, m elementy dla których $h_{ri} < h_2$.

2. PRZYKŁAD OBLICZEŃ

2.1. Konstrukcja obciążona jednokrotnie

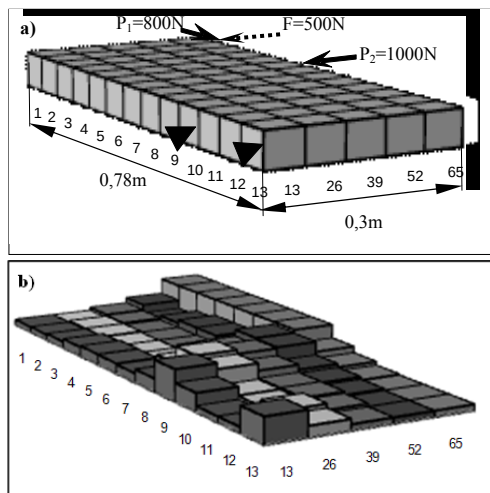
Wyniki optymalnej dystrybucji rodzaju materiału $E(x)$ oraz optymalizacji dla 10-tej iteracji w przestrzeni konstrukcyjnej o wymiarach $0,2 \times 0,1 \times 0,01$ m, w której znajduje się element konstrukcyjny obciążony w czterech punktach siłami $P=5000$ N, pokazano na rys. 2 a i b. Wykres powierzchniowy rozkładu zmiennej sterującej $E(x)$ na rysunku 2a, otrzymano na drodze aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów z ważonymi odległościami.



Rys. 2. Zmiana własności materiałowych (a), wynik optymalizacji (b)

2.1. Konstrukcja obciążona wielokrotnie

Z uwzględnieniem metodyki przedstawionej w rozdziale 3 przeprowadzono obliczenia dla dwóch rodzajów obciążenia (F) i (P_1, P_2) konstrukcji (rysunek 3a i 3b).



Rys. 3. Optymalny kształt dla $U_0=2,75$ Nm; $1,5 \leq h \leq 8$ mm

Na rysunku 3a przedstawiona jest dyskretyzowana przestrzeń konstrukcyjna $\Phi(x,y)$, warunki obciążenia i podparcia, natomiast na rysunku 3b rozkład optymalnych grubości elementów w części górnej od płaszczyzny symetrii.

LITERATURA

1. **Bendsøe M.P.** (1989), Optimal Material Distribution – Optimal shape design as a material distribution problem, *Struct. Optimization* 1, 193-202.
2. **Fligiel M.** (1998), Optymalne kształtowanie konstrukcji o zadanych parametrach i obciążeniu zmiennym wielokrotnym, *XVI Ogólnopolska Konferencja „Poliptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania”*, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej, Nr 23, Mielno, 95-102.
3. **Fligiel M.** (2002), Optymalne kształtowanie liniowo sprężystej struktury elementów konstrukcyjnych o maksymalnej sztywności, *XLI Sympozjon PTMS „Modelowanie w Mechanice”*, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej, Nr 18, Gliwice, 105-110.
4. **Tatarkiewicz K.** (1969), *Rachunek wariacyjny*. WNT, Warszawa.

OPTIMAL SHAPING OF STRUCTURE OF DESIGN ELEMENTS SUCH AS PLATE

Abstract: We consider two optimal methods of the structure shaping of plate type design elements in the paper. We use the constitutive relations results from tensor calculations in the first method, In the second method generalized Hook's law is used to describe the stress and deformation fields. The Lagrange's functional is used in the mathematical model of the optimization. As the example, the searching of structure of design elements under the variable one fold or two folds loading by stiffness and dimensions side constrains.

OBLICZENIOWA OCENA ZDEFORMOWANEGO WĘZŁA DŹWIGNICY

Rafał GAWARKIEWICZ*, Michał WASILCZUK*

*Katedra Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Gdańska, ul. Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk

gawar@pg.gda.pl, mwasilcz@pg.gda.pl

Streszczenie: Przedstawiono wybrane problemy obliczeń wytrzymałościowych węzła ładowarki statkowej, który uległ uszkodzeniu. Przeprowadzono szereg analiz numerycznych, które miały na celu zidentyfikowanie przyczyn i warunków powstania zaobserwowanej formy deformacji. Następnie oceniono stan bezpieczeństwa węzła i zaproponowano najmniej złożony sposób jego naprawy oraz modernizacji mającej na celu poprawę bezpieczeństwa pracy. Całość symulacji numerycznych przeprowadzono przy użyciu programu ANSYS.

1. WPROWADZENIE

W ładowarce statkowej – służącej do przeładunku węgla – w górnej części ustroju nośnego stwierdzono deformację węzła stanowiącego połączenie słupa z zastrzałem usztywniającym. Zdeformowany węzeł pokazano na rysunku 1. Deformacji uległy blachy zamkniętej skrzynki węzła, jak również żebra łączące skrzynkę z głównym słupem – miejsca deformacji na rysunku wskazano strzałkami. Celem realizowanych prac była ocena bezpieczeństwa zdeformowanego węzła oraz ocena zakresu koniecznej naprawy. Deformacje blach węzła były znaczne, co wskazywało, że mogą one przenosić znacznie mniejsze obciążenia niż blachy płaskie, a mimo to nie obserwowano negatywnego objawu narastania deformacji.

Współczesna technika obliczeniowa (metoda elementów skończonych – MES) pozwala na precyzyjną analizę stanu obciążenia złożonych struktur, co pozwolić powinno na wiarygodną ocenę stanu naprężeń w analizowanym węźle.

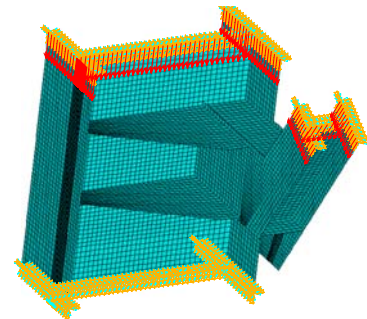


Rys. 1. Zdeformowany węzeł ładowarki

2. MODEL NUMERYCZNY WĘZŁA

Model węzła sporządzono w programie ANSYS. Jego wymiary zaczerpnięto z oryginalnej dokumentacji ładowarki (Dokumentacja techniczna ustroju stalowego ładowarki...). Wykorzystano elementy powłokowe. Uwzględniono efekt dużych przemieszczeń oraz model plastyczności ma-

teriału. Z powodu braku danych materiałowych, ograniczono się do dwuliniowego modelu wzmocnienia kinematycznego materiału. Według Projekt technologii naprawy ustroju nośnego... przyjęto materiał SM41A ($E=2.1 \times 10^5$ MPa, $Re=303$ MPa, $Rm=432$ MPa, $A_5=22\%$). Narzucono stosowne warunki brzegowe i wykonano szereg symulacji przy różnych konfiguracjach obciążenia. Przykładowy model geometrii węzła wraz z utwierdzeniami i przykładowymi obciążeniami przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Model MES węzła ładowarki

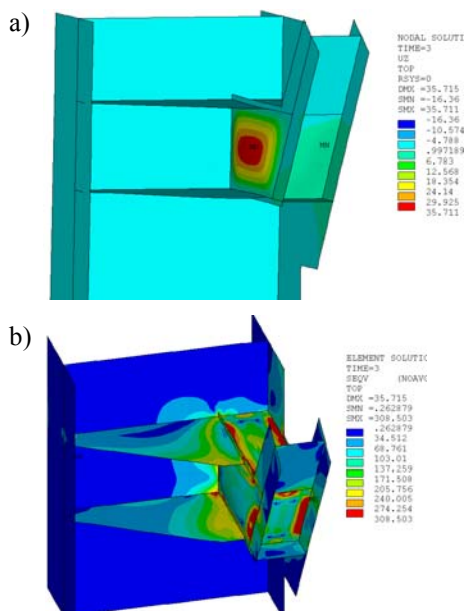
Oszacowano stan obciążenia słupa górnego zwałowarki, który przenosi obciążenia pochodzące od masy górnej części bramy oraz siły w linie wysięgnika (ok. 600 kN). Przyjęto także, że zastrzał usztywniający może być obciążony maksymalnie siłą powodującą identyczne naprężenia ściskające jak w słupie głównym tj. 16.2 MPa, zatem przyjęto siłę w zastrzale równą 91 kN.

3. WYNIKI SYMULACJI

Przeprowadzone obliczenia podzielono na dwie części – poszukiwanie przyczyn obecnego, zdeformowanego stanu węzła ładowarki oraz ocenę bezpieczeństwa jego eksploatacji.

Zamarznięcie wody uwięzionej w zamkniętej przestrzeni węzła wydawało się najbardziej prawdopodobną przy-

czyną jego obecnego stanu. O ile wydawało się to oczywiste dla ścianek skrzynki węzła, o tyle przyczyna odkształceń żeber łączących skrzynkę z głównym słupem nie była znana, i istniało podejrzenie, że po utracie sztywności przez ściany skrzynki obciążenie zewnętrzne przenoszone w większym stopniu przez żebra mogło wywołać ich deformacje. Dla sprawdzenia prawdziwości tego podejrzenia wykonano obliczenia, w których przyjęto podwojoną wartość siły w zastrzale w celu sprawdzenia, jaka byłaby postać odkształceń wywołanych działaniem nadmiernej siły. Otrzymane wyniki wykazały, że deformacje całkowite są bardzo małe – w obrębie węzła nie większe od 0.33mm, wobec stwierdzonych w węźle deformacji przekraczających 30 mm. Zwiększenie siły w zastrzale nie spowodowało praktycznie dodatkowych wybrzuszeń blach, stąd wniosek, że zaobserwowanej deformacji węzła nie spowodowały siły osiowe w zastrzale.



Rys. 3. Wywołane ciśnieniem wewnętrznym 5 MPa oraz następnie jego spadkiem do zera: a) poziome deformacje blach węzła [mm], b) naprężenia zredukowane [MPa]

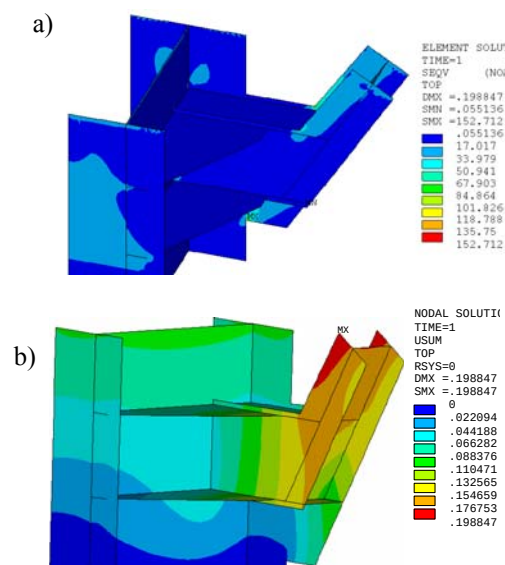
Po odrzuceniu hipotezy o możliwości wywołania obecnych odkształceń przez obciążenia zewnętrzne przeprowadzono obliczenia symulujące działanie wewnątrz skrzynki węzła obciążen wywołanych zamarzającą mieszaniną wody i pyłu węglowego lub/i piasku. Obliczenia wykazały, że przyłożenie do modelu węzła ciśnienia o odpowiedniej wartości wywołuje nie tylko deformację ścian skrzynki węzła, ale także proporcjonalne odkształcenie żeber.

Na skutek narastania ciśnienia lodu do wartości 5MPa, a potem jego spadku do 0 (stan po stopieniu lodu), uzyskano deformację ok. 35mm zgodną z wartością zmierzoną dla ścianki pionowej skrzynki od strony wewnętrznej węzła. Pozostałe obliczone deformacje wykazały mniejszą zgodność z wynikami pomiarów. Brak pełnej zgodności wytłumaczyć można nierównomiernym wypełnieniem przestrzeni wewnętrznej mieszaniną, oraz nieuwzględnieniem pewnej dodatkowej sztywności spoin pachwinowych. Ciśnienie lodu wywołuje odkształcenia plastyczne, nato-

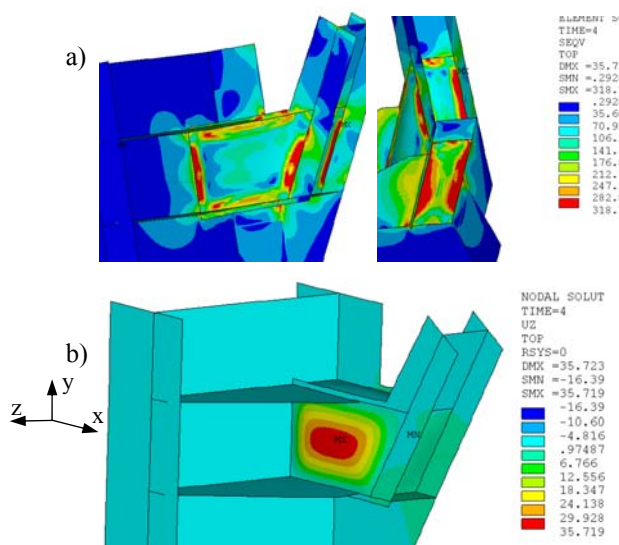
miast jego spadek do 0 pozostawia ciągle znacznie podwyższony stan naprężeń (rysunek 5a).

Ocenę bezpieczeństwa węzła przeprowadzono poprzez obliczeniowe porównanie stanu węzła idealnego – bez deformacji i obciążonego założonym obciążeniem zewnętrznym (nazwanego dalej *stanem odniesienia*) i stanu węzła zdeformowanego, do którego przyłożono identyczne obciążenia zewnętrzne (nazywanego dalej *stanem obecnym*).

Rozkład naprężeń w obciążonym węźle w stanie odniesienia pokazany jest na rysunku 4a. Maksymalne naprężenia lokalnie dochodzą do 152MPa. Poza miejscami śpiętrzenia naprężeń ich wartość nie przekracza 30MPa, a naprężenia w żebrach są bardzo małe i nie przekraczają 5.5MPa.



Rys. 4. Obciążony węzeł niezdeformowany działaniem lodu (stan odniesienia): a) naprężenia zredukowane [MPa], b) deformacje całkowite [mm]



Rys. 5. Węzeł zdeformowany działaniem lodu (stan obecny): a) naprężenia zredukowane [MPa], b) odkształcenia [mm] w poziomie w osi Z

Sytuację obrazującą obecny stan węzła ładowarki przybliżono za pomocą obliczeń prowadzonych w następujących kolejno etapach: 1) przyłożenie obciążenia osiowego słupa o wartości 600 kN, 2) przyłożenie narastającego do 5 MPa ciśnienia wewnątrz skrzynki węzła i spadek tego ciśnienia do zera, 3) stopniowe przykładanie do zastrzału siły osiowej powodującej takie same średnie naprężenia jak w głównym słupie.

Na rysunku 5a pokazano rozkład naprężeń zredukowanych w węźle, a na rysunku 5b odkształcenia wywołane sumarycznym oddziaływaniem stanu pozostałego po obciążeniu lodem i obciążenia roboczego. Stan węzła po zdeformowaniu na skutek ciśnienia wewnętrznego i obciążenia siłami zewnętrznymi nie budzi zastrzeżeń. Nie ma symptomów utraty stateczności – wybrzuszenie blach nie uległo zmianie (por. rysunki 3a i 5b), podobnie nie pogłębiło się pozostałe odkształcenia żeber). Naprężenia zredukowane są wysokie – w niektórych obszarach dochodzą do 318 MPa i przekraczają granice plastyczności, jednak jest to resztkowy efekt działania zamarzającego lodu.

Analiza uzyskanych wyników pokazuje, że zarówno naprężenia, jak i odkształcenia w obszarze węzła są praktycznie jedynie pozostałym efektem zadziałania ciśnienia. Porównanie wyników obliczeń dla węzła w trzech stanach: stanie po zadziałaniu ciśnienia wewnętrznego, stanie odniesienia i stanie obecnym przedstawiono w tabeli 1. Deformacje nie uległy praktycznie żadnym zmianom po obliczeniowym obciążeniu węzła siłą w zastrzale. Maksymalne naprężenia zredukowane nieznacznie wzrosły. Rozkłady naprężeń są niemal identyczne i w tym samym miejscu występuje ich maksimum.

Tab. 1. Naprężenia i odkształcenia w węźle w różnych stanach

Wielkość obserwowana	Stan		
	tylko obciążenie ciśnieniem lodu	odniesienia	obecny
Ciśnienie wewnętrzne	0 ÷ 5 MPa	brak	0 ÷ 5 MPa
Siła w słupie	600 kN	600 kN	600 kN
Siła w zastrzale	0	91 kN	91 kN
Max. napr. zredukowane	308.5 MPa	152.7 MPa	318.1 MPa
Max. odksz.	35.71 mm	0.198 mm	35.72 mm
Naprężenia w żebrze	ok. 240 MPa	<10 MPa	ok. 250 MPa
Odkształc. żeber	3 mm / 5 mm	0.133 mm	3 mm / 5 mm

Sposób naprawy węzła powinien być uzależniony od wyników tensometrycznych pomiarów obecnego poziomu naprężeń. Jeżeli naprężenia resztkowe są małe naprawa może ograniczyć się do oczyszczenia przestrzeni wewnątrz skrzynki węzła przy wykorzystaniu otworu o dużej średnicy wykonanego w dolnej ścianie i zabezpieczeniu przed dostawaniem się do niej wody. Przeprowadzono obliczenia pokazujące stan węzła po wykonaniu w wybranych miejscach otworu o średnicy ok. 30 mm.

Wyniki obliczeń pokazują, że wykonanie otworu nie ma wpływu na stateczność węzła, jednak korzystniejsze wydaje się wykonanie otworu w środku dolnej ścianki.

Jeżeli wyniki pomiarów tensometrycznych wykazałyby, że są miejsca gdzie naprężenia resztkowe nadal są na dużym poziomie konieczne byłoby odprężenie konstrukcji poprzez wygrzewanie takich miejsc zwłaszcza w pobliżu spoin (rysunek 5a) lub wymiana zdeformowanych ścianek.

4. WNIOSKI

Wyniki symulacji wykazały, że obecny stan węzła górnego zwałowarki jest wynikiem oddziaływania mieszaniny wody z pyłem węglowym lub/i piaskiem do piaskowania, która zamarzła w zamkniętej przestrzeni węzła.

W obecnym stanie węzeł może przenosić oszacowane obciążenia robocze jednakże poziom naprężeń w miejscach plastycznych odkształceń elementów węzła jest wysoki. Pożądane byłoby sprawdzenie poziomu naprężeń resztkowych w blachach węzła poprzez pomiary tensometryczne i na tej podstawie podjąć decyzję o wyborze sposobu naprawy i modernizacji węzła.

LITERATURA

1. Dokumentacja techniczna ustroju stalowego ładowarki... – właściciel nie wyraził zgody na udzielanie szczegółowych informacji.
2. Projekt technologii naprawy ustroju nośnego... – właściciel nie wyraził zgody na udzielanie szczegółowych informacji.

FEM ANALYSIS OF DEFORMED JOINT OF SHIP A LOADER

Abstract: Selected problems of calculations of structural joint of a ship loader, which was deformed, are described in the paper. Numerous numerical analysis were carried out to identify reasons of observed shapes of deformation. Next safety of the joint was estimated and simple way of repair and modernization to improve safety of the joint were proposed. The whole analysis was carried out with the use of ANSYS FEM package.

BADANIA NAD MODELOWANIEM ROZCIĘTYCH SPRĘŻYN TALERZOWYCH

Sebastian GŁOWALA*, Bogdan BRANOWSKI*

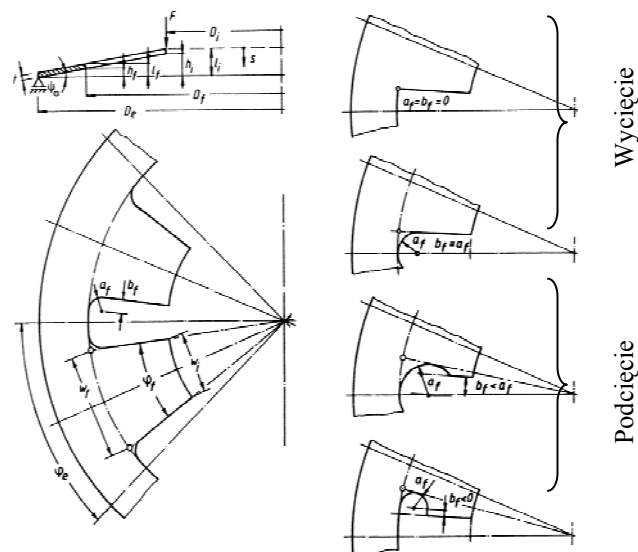
*Zakład Metod Projektowania Maszyn, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3, 60-965 Poznań

s.glowala@konto.pl, bogdan.branowski@put.poznan.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono analizę modeli analitycznych rozciętych sprężyn talerzowych w odniesieniu do badań doświadczalnych. Zaproponowano nowe podejście do obliczeń charakterystyki rozciętych sprężyn talerzowych z dużym podcięciem. W modelu uwzględniono półprzegub powstający w miejscu przejścia sprężyny talerzowej w układ sprężyn płaskich. Zaproponowano uproszczone modele obliczeń charakterystyk sprężyn trapezowych.

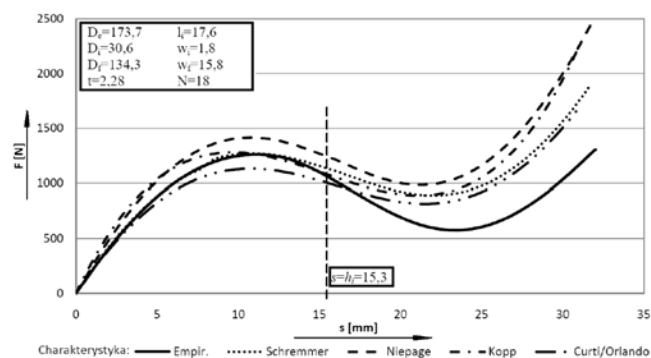
1. ANALIZA PROBLEMU

Monolityczna struktura rozciętej sprężyny talerzowej składa się z układu równoległe działających sprężyn płaskich o zarysie trapezowym tzw. listków (rysunek 1) połączonych z wewnętrznym obrzeżem normalnej sprężyny talerzowej (Branowski, 2007). Wzrost zastosowań rozciętych sprężyn talerzowych wynika ze specyficznej charakterystyki siła F – ugięcie s zawierającej quasistatystyczny odcinek charakterystyki w wąskim paśmie obciążenia $F \pm \Delta F$ (Głowala i Branowski, 2008). Badania H. Koppa (Branowski i inni 1998), G. Curti i H. Orlando (Curti i Orlando, 1981), G. Schremmera (Branowski i inni 1998) oraz P. Niepage z zespołem (Niepage i inni 1987) nad optymalizacją obliczeń wspomnianych sprężyn pozwalają na budowę modeli matematycznych o różnym stopniu adekwatności.



Rys. 1. Rozcięta sprężyna talerzowa z różnymi wycięciami (Niepage i inni 1987)

Celem pracy jest uogólnienie jednej z metod do obliczeń sprężyny z i bez podciętych listków. W obliczeniach sprężyn stosowanych w rozłącznych sprzęgłach przeciążeniowych (Jaśkiewicz i Wąsiewski, 2002) zakłada się, iż ugięcie sprężyste listków stanowi około 10% całkowitego ugięcia rozciętej sprężyny talerzowej. Wg wyników pracy (Jaśkiewicz i Wąsiewski, 2002) ugięcie listków jest pomijalne przy zgrubnych obliczeniach. W tabeli 1 zamieszczono zestawienie znanych modeli analitycznych, a wyniki uzyskane tymi metodami przedstawiono na rysunku 2 wraz z charakterystyką empiryczną. Przedstawione modele dają na ogół o 10 % za wysokie wartości siły.



Rys. 2. Wyniki obliczeń przykładowych charakterystyk rozciętych sprężyn talerzowych

Pierwsze metody obliczeń sprężyn talerzowych dotyczyły sprężyn bez podcięć (górny szkic na rysunku 1) i polegały na zastosowaniu zależności zaproponowanych przez Almena-Laszlo dla zwykłych sprężyn talerzowych, obliczeniu belki trapezowej oraz zastosowaniu zasady superpozycji. Takie podejście jest nadal stosowane przy obliczaniu centralnych sprężyn rozłącznych sprzęgieł (Jaśkiewicz i Wąsiewski, 2002).

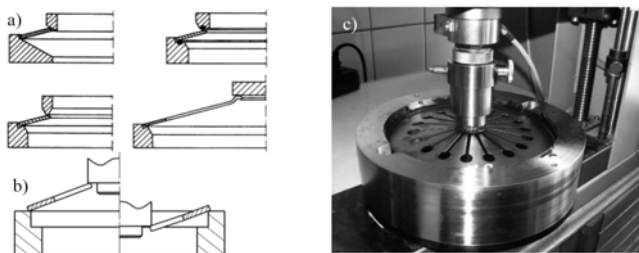
Tab. 1. Zestawienie modeli analitycznych rozciętych sprężyn talerzowych

Metoda	Obliczenia:	Dane:
G Schremmera	$K = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_e}{D_f}\right)^2 \cdot \ln\left(\frac{D_e}{D_f}\right) \cdot \left(\frac{D_e}{D_f} - 1\right)^2; c = 3 \cdot \left[\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{w_f}{w_f} + \left(\frac{3}{2} - \ln \frac{w_f}{w_f}\right) \cdot \left(\frac{w_f}{w_f}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{w_f}{w_f}\right)^3\right];$ $F = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t^4}{D_e^2} \cdot K \cdot \frac{s_1}{t} \cdot \left[\left(\frac{h_f}{t} - \frac{s_1}{t}\right) \cdot \left(\frac{h_f}{t} - \frac{s_1}{2 \cdot t}\right) + 1\right] \cdot \frac{1 - \frac{D_f}{D_e}}{1 - \frac{D_f}{D_e}}; s = s_1 \cdot \frac{1 - \frac{D_f}{D_e}}{1 - \frac{D_f}{D_e}} + c \cdot \frac{1 - \mu^2}{2 \cdot E} \cdot \frac{(D_f - D_i)^3}{w_f \cdot t^3 \cdot n} \cdot F$	ugięcie s przy średnicy D_f
G Curti H Orlando	$c = 3 \cdot \left[\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{w_i}{w_f} + \left(\frac{3}{2} - \ln \frac{w_i}{w_f}\right) \cdot \left(\frac{w_i}{w_f}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{w_i}{w_f}\right)^3\right]; s = \frac{1}{2} \cdot (D_e - D_i) \cdot \psi + c \cdot \frac{1 - \mu^2}{2 \cdot E} \cdot \frac{(D_f - D_i)^3}{w_f \cdot t^3 \cdot n} \cdot F;$ $\alpha = \frac{D_e}{D_f}; \gamma = \frac{D_f}{D_i}; F = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha \cdot \gamma} \cdot \gamma \cdot E \cdot \psi \cdot \left[\left(\frac{D_e}{2} \cdot \frac{\alpha + 1}{\alpha} - D_e \cdot \frac{\alpha - 1}{\alpha \cdot \ln \alpha}\right) \cdot \pi \cdot t \cdot (\psi_0 - \psi) \cdot \left(\psi_0 - \frac{\psi}{2}\right) + \pi \cdot \frac{t^3}{6} \cdot \frac{\alpha \cdot \ln \alpha}{\alpha - 1} \cdot \frac{2}{D_e}\right]$	bieżący kąt pochylenia ψ części pierścieniowej
H Koppa	$K_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{(\delta - 1)^2}{\delta + 1 - \frac{\ln \delta}{2}}; \delta = \frac{D_e}{D_f}; \frac{h_f}{h_i} = \frac{D_e - D_f}{D_e - D_i}; \xi = 1 \dots 1,15;$ $F = \frac{4 \cdot E}{1 - \mu^2} \cdot \frac{t^4}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot \left(\frac{h_f}{h_i}\right)^2 \cdot \frac{s}{t} \cdot \left[\left(\frac{h_f}{t} - \frac{h_f}{h_i} \cdot \frac{s}{t}\right) \cdot \left(\frac{h_f}{t} - \frac{h_f}{h_i} \cdot \frac{s}{2 \cdot t}\right) + 1\right] \cdot \xi$	ugięcie s sprężyny przy średnicy D_i
P Niepage	$x = \frac{s}{h_i} \cdot \frac{D_e - D_i}{D_w - D_c}; a_1 = \frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \frac{E \cdot t^3}{D_w - D_c} \cdot \frac{h_i}{D_e - D_i} \cdot I_0; I_0 = \ln \frac{D_e}{D_f} + \frac{\varphi_f}{\varphi_e} \ln \frac{D_f}{D_f - 2 \cdot b_m}$ $I_1 = \ln \frac{D_e}{D_f} + \frac{\varphi_f}{\varphi_e} \cdot \left(1 - \frac{D_f - 2 \cdot b_m}{2 \cdot b_m} \ln \frac{D_f}{D_f - 2 \cdot b_m}\right); I_2 = \frac{1}{2} \cdot (D_e - D_f + \frac{\varphi_f}{\varphi_e} \cdot b_m)$ $I_3 = \frac{1}{8} \cdot (D_e^2 - D_f^2) + \frac{1}{12} \cdot \frac{\varphi_f}{\varphi_e} \cdot b_m \cdot (3 \cdot D_f - 2 \cdot b_m); b_m = \alpha_m \cdot \frac{\pi \cdot \varphi_f \cdot D_f}{180 \cdot 4}; \alpha_m = 0,25 \pm 0,30$ $a_2 = \frac{32 \cdot \pi}{1 + \mu} \cdot \frac{E \cdot t}{D_w - D_c} \cdot \left(\frac{h_i}{D_e - D_i}\right)^3 \cdot I_3 \cdot \frac{I_2^2 - I_1 \cdot I_3}{(1 + \mu) \cdot I_2^2 - 2 \cdot I_1 \cdot I_3}; F = a_1 \cdot x + a_2 \cdot x \cdot (1 - x) \cdot \left(1 - \frac{x}{2}\right)$	ugięcie s sprężyny przy średnicy D_i

2. ZESTAWIENIE MODELI Z WYNIKAMI EMPIRYCZNYMI

Badania empiryczne zostały przeprowadzone na próbie dziesięciu sprężyn. W pierwszym etapie zaprojektowano urządzenia zgodnie z zaleceniami firmy Häussermann (Haussermann GmbH, 2008), produkującej rozcięte sprężyny talerzowe. Znanych jest kilka możliwości podparcia i obciążenia sprężyn przedstawionych na rysunku 3a. Ze względu na łatwość wykonania oraz montaż oprzyrządowania na prasie Zwick 1445 wybrano sposób obciążenia sprężyn przedstawiony na rysunku 3b.

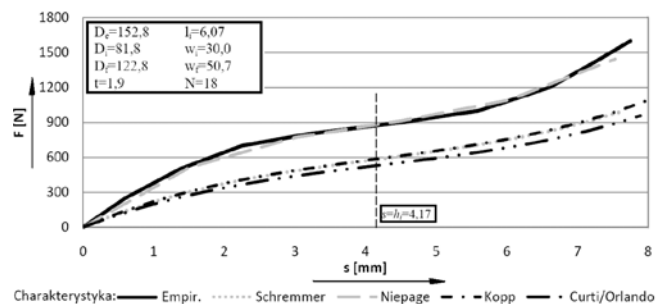
Charakterystyki przedstawionych modeli zestawiono z własnymi wynikami empirycznymi (rysunki 2) oraz znanymi z literatury (Niepage i inni, 1987) (rysunek 4).



Rys. 3. Metody obciążenia rozciętych sprężyn talerzowych: a) znane schematy obciążenia (Haussermann GmbH, 2008); b) zastosowany schemat obciążenia; c) wykonane oprzyrządowanie.

Na podstawie badań oraz podanych zależności można postawić tezę, iż dla sprężyn w których nie występuje podcięcie listka (dwa pierwsze przypadki na rysunku 1) najlepiej sprawdza się model zaproponowany przez P. Niepage, natomiast dla sprężyn z podcięciami innego kształtu lepiej

sprawdzają się pozostałe modele.



Rys. 4. Zestawienie charakterystyk rozciętych sprężyn talerzowych

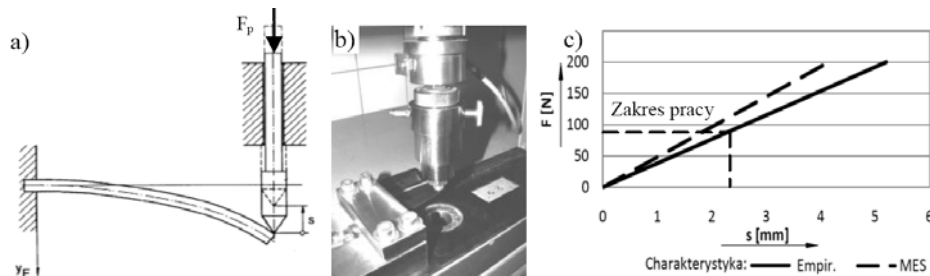
W celu sprawdzenia wpływu sprężyn płaskich (listków) rozciętej sprężyny talerzowej na jej charakterystykę przeprowadzono eksperymentalne badania, wyniki których porównano z obliczeniami analitycznymi. Sprężyny zostały zamocowane zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 5a, b. Należy jednocześnie pamiętać, że główną rolę przy badaniach odgrywa utwierdzenie.

Charakterystyki sprężyn obliczono przy wykorzystaniu MES, która wykazała, iż uzyskane wyniki empiryczne dają znaczne błędy ze względu na małą powierzchnię utwierdzenia sprężyn (próbki były fragmentami sprężyn talerzowych). Wyniki przykładowej podciętej sprężyny trapezowej wraz z charakterystyką wyznaczoną MES przedstawiono na rysunku 5c.

Obliczenia MES wykonano przy wykorzystaniu siatek: trójkątnej i prostokątnej. Miejsca podcięcia zostały podzielone na podsektory co pozwoliło na polepszenie jakości siatek i uniknięcie ostrych kątów w siatce wprowadzających duże błędy (Głowała i Branowski, 2007). Wyznaczane charakterystyki przy wykorzystaniu obu siatek dawały porównywalne wyniki, a ich rozrzut mieścił się w błędzie

wynoszący około 1%. Do dalszej analizy przyjęto wyniki MES jako wzorcowe, co sprawdzono dla trapezowej belki bez podcięć a otrzymane wyniki porównano z wynikami pochodzącymi z metod analitycznych, licznie przedstawionych w literaturze. Rozwiązania, których zestawienie ukazano w tablicy 2 często są błędne.

Wybrane metody analityczne (Chironis, 1961; Meissner i Wanke, 1988; Niepage, 1969; Żukowski (1958) dają zbliżone wyniki z MES. Ugięcie listków stanowi około 12% ugięcia rozciętej sprężyny talerzowej przy maksymalnej sile działającej na układ.



Rys. 5. Badania sprężyn płaskich: a, b) schemat obciążenia; c) zestawienie charakterystyki sprężyny płaskiej wyciętej ze sprężyny, której parametry przedstawiono na rysunku 2.

Tab. 2. Zestawienie modeli analitycznych płaskich sprężyn trapezowych

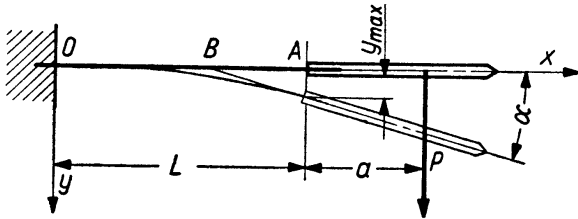
Schemat obciążenia:			
$B=15,8$ $b=2,6$ $b_0=2$ $l=37,5$ $L=39,5$ $t=2,28$			
	Ugięcie	Współczynniki	Sztywność
[1]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot IB$	$IB = \frac{3}{2} \cdot k \cdot [1 - \frac{2 \cdot (1-k)}{k^2} \cdot \{(1-k) \cdot \ln(1-k) + k\}]; k = \frac{b}{B}$	195,94
[3]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot IB$	$IB = \frac{3}{2 \cdot k} [1 - \frac{2 \cdot (1-k)}{k^2} \cdot \{(1-k) \cdot \ln(1-k) + k\}]; k = \frac{b}{B}$	136,76
[12]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K_1$	$K_1 = \frac{2}{3} \cdot [\frac{1-4 \cdot \beta + 3 \cdot \beta^2 \cdot \ln \beta}{(1-\beta)^3}]; \beta = \frac{b}{B}$	820,96
[20]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot \delta$	$\delta = \frac{3}{1-\zeta} \cdot [\frac{3}{2} - \frac{1}{1-\zeta} - (\frac{\zeta}{1-\zeta})^2 \cdot \ln \zeta]; \zeta = \frac{b}{B}$	136,76
[13]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K_1$	$K_1 = \frac{3}{2} \cdot [\frac{1-4 \cdot \beta + 3 \cdot \beta^2 - 2 \cdot \beta^2 \cdot \ln \beta}{(1-\beta)^3}]; \beta = \frac{b}{B}$	136,76
[14]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K_1$	$K_1 = \frac{3}{(1-\zeta)^3} \cdot [\frac{1}{2} - 2 \cdot \zeta + \zeta^2 \cdot (\frac{3}{2} - \ln \zeta)]; \zeta = \frac{b}{B}$	136,76
[7]	$y_l = \frac{6 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K$	$K = \frac{1}{1-\zeta} \cdot [1 + \frac{2}{1-\zeta} \cdot [-1 - (\frac{1}{1-\zeta} - 1) \cdot \ln \zeta]]; \zeta = \frac{b}{B}$	187,89
[18]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K$	$K = \frac{3}{2+\zeta}; \zeta = \frac{b}{B}$	131,67
MES	Liczba elementów (El. typu Plate- trójkątny): 719, Liczba węzłów: 408		136,61

3. ZESTAWIENIE MODELI Z WYNIKAMI EMPIRYCZNYMI

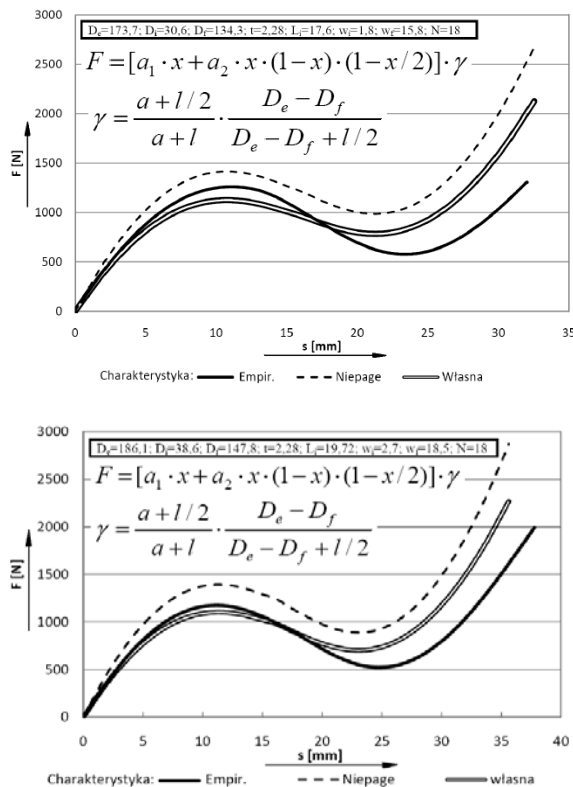
Stosowane w modelach analitycznych podejście (oprócz modelu P. Niepage i H. Koppa) do wyznaczania charakterystyki siła F w funkcji ugięcia s powoduje, że zakładamy na początku, iż sprężyna trapezowa jest sztywna i obliczamy w pierwszy etapie siłę dla danego ugięcia sprężyny talerzowej. W drugim etapie zakłada się, że sprężyna talerzowa jest sztywna i liczy się ugięcie sprężyny płaskiej

dla wyznaczonej siły. Ostatnim etapem jest zastosowanie zasady superpozycji. Zakłada się również, że sprężyna trapezowa jest doskonale utwardzona w sprężynie talerzowej. Utwardzenie takie jest praktycznie niemożliwe (Huber, 1958), ponieważ każdy materiał, otaczający nawet najdokładniej utwardzony koniec belki doznaje pewnych odkształceń pod wpływem działania sił zewnętrznych i z tego powodu powstaje pewien obrót przekroju podporowego. Oznacza to, że ugięcie mieści się pomiędzy znanymi rozwiązaniami dla belek zamocowanych zupełnie i przegubowo (Bródka i Kozłowski, 1996). Zaproponowany

przez M. T. Hubera model utwierdzenia sprężystego został rozszerzony w dalszych pracach w dziedzinie półprzegubów (Jungnickel, 2004) oraz przegubów sprężystych (Tryliński, 1964). W przypadku podciętych sprężyn trapezowych podcięcie (dolne szkice rysunku 1) pełni rolę półprzegubu w którym punkt obrotu zmienia swoje położenie (rysunek 6). Długość a jest długością sprężyny trapezowej natomiast wymiar l jest długością podcięcia. Zgodnie z zaleceniami dla $a=0$ $BA=2l/3$, natomiast gdy l jest małe w stosunku do a wtedy $BA \approx l/2$ (Chironis, 1961; Mrugański i inni, 1996; Tryliński, 1964). Taki przypadek spotykany jest najczęściej w konstrukcji rozciętych sprężyn talerzowych.



Rys. 6. Łożyskowanie na jednej sprężynie obciążonej siłą poprzeczną (Meissner i Wanke, 1988; Tryliński, 1964)

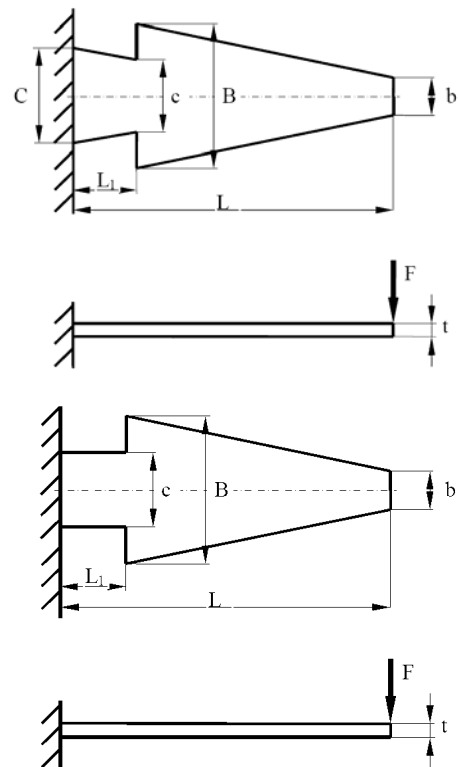


Rys. 7. Porównanie charakterystyk empirycznych z nowszym modelem analitycznym rozciętych sprężyn talerzowych

Przy zmianie długości ramienia działania siły zmienia się również moment siły działający na sprężynę talerzową. Przy takim podejściu znane zależności przedstawione przez P. Niepage z zespołem należy rozszerzyć o współczynnik uwzględniający spadek momentu działającego na listek spowodowanego półprzegubem oraz wzrost działającego momentu na sprężynę talerzową. Zależność ta sprawdza się dla stosunku wymiarów $B/c=0,7-0,5$ (rysunek 8). Przy

podcięciu większym należy stosować zależności podane w pracy (Jungnickel, 2004). Dla dużych podcięć (ostatni przypadek podcięcia na rysunku 1.) należy dodatkowo sprawdzić wytrzymałość przekrojów na zginanie, gdyż istnieje niebezpieczeństwo lokalnego przekroczenia naprężeń dopuszczalnych powodujące trwałe odkształcenie przekroju. W takim przypadku ugięcie listków wchodzi w zakres dużych kątów ugięcia i wymaga pełnego rozwiązania. Zastosowanie współczynnika korekcyjnego przedstawiono na rysunku 7.

Prace nad modelem obejmowały również przybliżenie charakterystyki podciętej sprężyny trapezowej. Dokładne rozwiązania (dla przejść łukowych – rysunek 8) następczą wiele problemów i wymagają stosowania całkowania numerycznego. Zaproponowano dwa przybliżenia geometryczne przedstawione na rysunku 8.



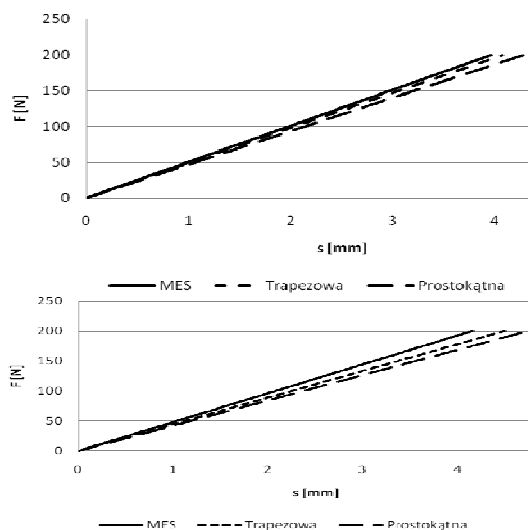
Rys. 8. Przybliżenia geometrii podciętych sprężyn płaskich

W obu przypadkach podzielono początkowo sprężynę na dwie a następnie zsumowano stosując zasadę superpozycji. Przy takim podejściu należało wyznaczyć kąty ugięcia sprężyny prostokątnej i trapezowej obciążonej momentem. Dla prostokątnej sprężyny obciążonej momentem i siłą otrzymujemy zależność (1). Natomiast kąt ugięcia sprężyny trapezowej obciążonej momentem przedstawia zależność (2).

$$y = \frac{4 \cdot F \cdot L_1^3}{E \cdot c \cdot t^3} + \frac{6 \cdot M \cdot L_1^3}{E \cdot c \cdot t^3} \quad (1)$$

$$\varphi = \frac{12 \cdot L_1 \cdot M \cdot \ln(1 - k_1)}{E \cdot C \cdot k_1 \cdot t^3}; \quad \text{gdzie: } k_1 = 1 - c/C \quad (2)$$

Uzyskane przybliżone wyniki przedstawione na rysunku 9. Przybliżenie dla trapezu jako miejsca połączenia daje lepsze wyniki w odniesieniu do analizy MES.



Rys. 9. Przybliżenie wyników podciętej sprężyny trapezowej

Zależność 3 przedstawia ostateczną postać równania ugięcia podciętej sprężyny trapezowej.

$$s_L = s_I + s_{II} + L \cdot s_{III} / L_I \quad (3)$$

gdzie: s_I - ugięcie sprężyny trapezowej (tabl. 2); s_{III} - ugięcie sprężyny trapezowej o długości L_I

$$s_{II} = L \cdot 12 \cdot L_I \cdot (L - L_I) \cdot F \cdot \ln(1 - k_1) / E \cdot C \cdot k_1 \cdot t^3 \quad (4)$$

4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono zestawienie modeli analitycznych rozciętych sprężyn talerzowych i sprężyn trapezowych. Zaproponowano przybliżenie modelu przedstawionego przez P. Niepage dla podciętych sprężyn talerzowych. Przebadano sprężyny ze spadkiem przekroju wynoszącym maksymalnie 50%.

To przybliżenie zapewnia uogólnienie modelu dla większości rodzajów rozciętych sprężyn talerzowych.

Przedstawione modele sprawdzają się w pełni dla niepodciętych listków, dla których zmienia się teoretyczna wysokość talerza. W dalszych badaniach zamierza się rozszerzyć model uwzględniając zmianę geometrii przekroju sprężyny.

LITERATURA

1. Branowski B. (1997), *Sprężyny metalowe*, PWN, Warszawa.
2. Branowski B. (red.) (1998), *Wprowadzenie do projektowania*, PWN, Warszawa.
3. Bródka J., Kozłowski A. (1996), *Sztywność i nośność węzłów podatnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów.

4. Chironis N. P. (1961), *Spring Design and Application*, New York.
5. Curti G., Orlando M. (1981), *Geschlitzte Tellerfedern. Spannungen und Verformungen*, Meisenbach Verlag, Draht 32.
6. Głowala S., Branowski B. (2007), Błędy modelowania i obliczeń numerycznych rozciętych sprężyn talerzowych, *XXIII Sympozjon PKM*, Przemyśl.
7. Głowala S., Branowski B. (2008), Hierarchical parametrical optimization of slotted conical disc spring, *Materiały III Międzynarodowej Konferencji o Pruzinach*, Praha, Suchdol, Ceska Republika.
8. Groß S. (1951), *Berechnung und Gestaltung von Metallfedern*, Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg.
9. Huber M. T. (1958), *Stereomechanika techniczna (Wytrzymałość Materiałów)*, PWN, Warszawa.
10. Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A. (2002), *Układy napędowe pojazdów samochodowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
11. Jungnickel U. (2004), *Miniaturisierte Positioniersysteme mit mehreren Freiheitsgraden auf der Basis monolithischer Strukturen*, <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/496/>, Darmstadt
12. Meissner M., Schorcht H. J. (1997), *Metallfedern*, Springer-Verlag, Berlin.
13. Meissner M., Wanke K. (1988), *Handbuch Feder*, VEB Verlag, Berlin.
14. Mrugański Z. (red.) (1996), *Konstrukcja przyrządów i urządzeń precyzyjnych*, WNT, Warszawa.
15. Niepage P. (1969), *Berechnung von Federn aus Stahl*, Vortrag, Wuppertal.
16. Niepage P., Schiffner K., Grab B. (1987), *Theoretische und experimentelle untersuchungen an geschlitzte Tellerfedern*, VDI nr 154, Dusseldorf.
17. Tryliński W. (1964), *Drobne mechanizmy i przyrządy precyzyjne. Podstawy konstrukcji*, WNT, Warszawa.
18. Witzig K. (1918), *Zur Berechnung von Tragfedern für Eisenbahnfahrzeuge*, Schweizerische Bauzeitung, Zurich.
19. Żukowski S. (1958), *Resory*, PWT, Warszawa.
20. *The Physics of Diaphragm Springs*, Haussermann Gmb, <http://www.haussermann.com/en/index.php>, 2008.

RESEARCH ON SLOTTED CONICAL DISC SPRINGS MODELLING

Abstract: The following work analyses analytical models of conical disc springs with reference to own research. New approach to calculation of characteristics of conical disc springs with a large undercut has been presented. Model includes a half-joint occurring where the conical disc spring joins and trapezoidal springs. Simplified models of calculations of trapezoidal springs characteristics have been also suggested.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy nr N N502 367035

NOWA METODA BUDOWY RODZIN KONSTRUKCJI (SPRĘŻYNOWE UKŁADY ODCIĄŻAJĄCE BRAM GARAŻOWYCH)

Sebastian GŁOWAŁA*, Bogdan BRANOWSKI*

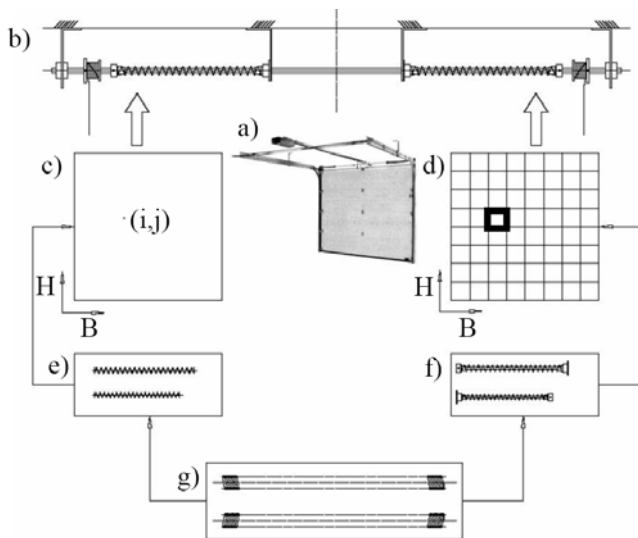
*Zakład Metod Projektowania Maszyn, Instytut Silników Spalinowych, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3, 60-965 Poznań

s.glowala@konto.pl, bogdan.branowski@put.poznan.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę zarządzania wariantami bram garażowych w procesie rozwoju produktów przez rozpoznanie przyczyn różnorodności i zastosowanie zasad prawidłowego wariantowania. Zastosowano analizę procesów produktu pozwalającą na budowę rodziny części (sprężyn) uporządkowanych w sparametryzowanych katalogach. W pracy analizuje się najczęściej stosowany odciażający układ dwóch skrętowych sprężyn śrubowych walcowych z drutu o przekroju kołowym z napięciem wstępnym zwojów. Nowe podejście do projektowania typoszeregów mieszanych bram jest oparte na analizie statystycznej produkcji i zasadach budowy ekonomicznych rodzin konstrukcji.

1. CHARAKTERYSTYKA PROBLEMU

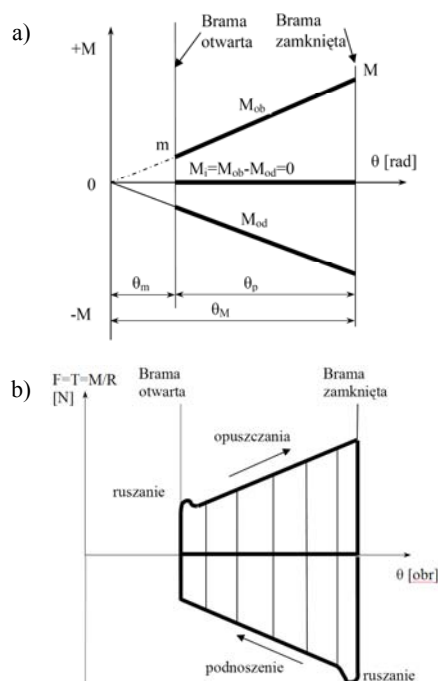
Rozpatrywane w pracy bramy garażowe tworzą rodzinę tzw. modularnych konstrukcji segmentowych, zbudowanych z połączonych konstrukcyjnych i technologicznych modułów segmentów, wyróżnionych ze względu na funkcje techniczne lub aspekty techniczno-wykonawcze.



Rys. 1. Typy projektowania bram garażowych „ad individuum” i „ad universum”: a – typowa konstrukcja segmentowej bramy garażowej z odciażającym układem sprężyn skrętowych; b – układ odciażający ze sprężynami skrętowymi, bębniami linowymi, mufami i wałem; c – zindywidualizowane projektowanie układu odciażającego dla punktu (B, H) powierzchni wymiarów otworu bramy; d – uniwersalne projektowanie układu odciażającego dla komórki typoszeregu wymiarów (B, H) bramy; e – wytworzony u producenta i zmontowany układ sprężyn; f – wytworzony i zmontowany u dostawcy sprężyn; g – wstęga jako półfabrykat sprężyn

W konstrukcji bram można wyróżnić dwa zasadnicze układy: roboczy (skrzydło segmentowe z prowadnicami tocznymi) i odciażający (zespół napiętych wstępnie sprężyn lewych i prawych z wałem i bębni linowymi i linkami). W projektowaniu układów odciażających bram najczęściej stosowana jest metoda projektowania „ad individuum” (rysunek 1 c). W tej metodzie dla zadanych wymiarów B, H otworu bramy dobiera się sprężyny odciażającego układu (rysunek 1 e) cięte na długość z dostarczonych przez dostawcę wstęp sprężynowych (rysunek 1 g) i montowane u producenta bram. Przy dużej różnorodności wymiarów B, H lub też powtarzalności typowych wymiarów (B, H) bram każdorazowo proces projektowania jest wznowiany. W przyjętej przez autorów metodzie uniwersalnego projektowania każdej komórce typoszeregów bram (rysunek 1 d) przyporządkowany jest jeden lub kilka układów sprężyn odciażających, które mogą być podstawą zadań oceny i wyboru kryterialnego lub arbitralnego układu odciażenia. Sprężyny z wmontowanymi mufami są wykonywane u dostawcy sprężyn (rysunek 1 f). Ich różnorodność jest mała, co zwiększa wielkość serii produkcyjnej.

Jądrzem algorytmu obliczeniowego jest założenie odciażenia całkowitego, to znaczy zrównoważenia momentu sił ciężkości skrzydła bramy przez siły sprężystości układu dwóch sprężyn w dowolnej pozycji skrzydła (rysunek 2 a). Ta zasada równowagi momentu obciążenia i odciażenia skrzydła bramy ma charakter czysto teoretyczny. Praktyczny sens modelowania elementów odciażających skrzydła nadaje tarcie występujące zarówno w układzie prowadnic skrzydła, jak i w łożyskach wału, a także w sprężynach. Zachowawczy charakter tarcia (rysunek 2 b) powoduje przyrost siły zewnętrznej przy podnoszeniu i obniżenie siły przy opuszczaniu skrzydła. Nieustalony charakter tarcia utrudnia projektowanie (kinetyczny i statyczny współczynnik tarcia, zależność współczynnika tarcia od zmiennych nacisków, prędkości i warunków otoczenia np. temperatury). Dynamika układu ma mniejszy wpływ na jego działanie, zwłaszcza przy napędzie ręcznym skrzydła (Branowski i Głowała S, 2007).



Rys. 2. Charakterystyka równoważenia systemu skrzydła: a) ogólna zasada równoważenia bramy, b) hipotetyczny przebieg zmian siły zewnętrznej F równej sile tarcia T , przy podnoszeniu i opuszczaniu skrzydła bramy (R – promień bębna linowego) (Branowski i Głowala, 2007)

Zależności opisujące system równoważenia skrzydła bramy zostały podane w pracach (Branowski i Głowala, 2007; PN-EN 12604:2002) i powinny z założoną dokładnością (maksymalnym odchyleniem wartości siły zgodnym z normą) spełniać równanie (1).

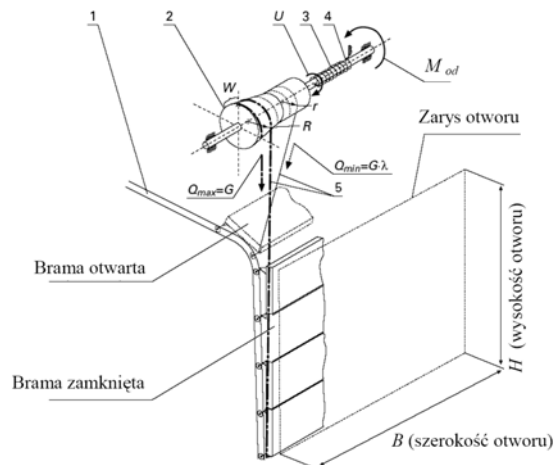
$$M_{ob}(\theta) = M_{od}(\theta) \quad \text{dla} \quad \theta_m \leq \theta \leq \theta_M; \quad (1)$$

Zmienny moment obciążający M_{ob} , pochodzący od skrzydła bramy, powinien zostać zrównoważony momentem M_{od} układu odciążającego.

2. ANALIZA STATYSTYCZNA RÓŻNORODNOŚCI SEGMENTOWYCH BRAM GARAŻOWYCH I BUDOWA TYPOSZEREГУ

W dotychczasowym procesie projektowania bram w większości firm układ sprężyn odciążających dobierano dla zadanych wymiarów B, H otworu bramy (rysunek 3).

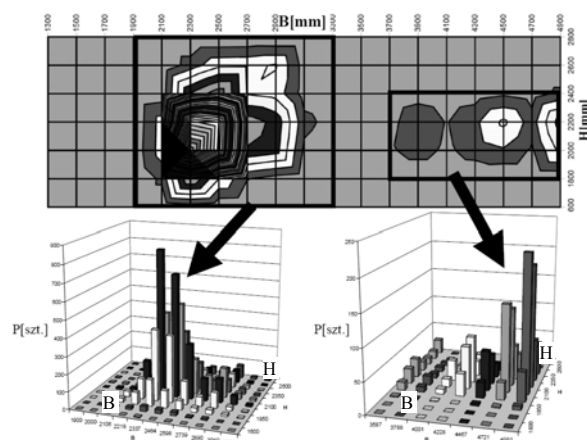
Przy rocznym programie produkcyjnym bram około 10 tys. szt. różnorodność dwóch sprężyn układu odciążającego wynosi około 20 tys. szt., przy czym często powtarzają się te same sprężyny przy zbliżonych i uprzywilejowanych wymiarach bram. Same sprężyny są wykonywane z ograniczonej liczby półfabrykatów (tzw. wstęp) w dwóch typoszeręgach (lewych L i prawych P sprężyn) o pięciu typowymiarach podstawowych iloczynu średnicy drutu i wewnętrznej średnicy sprężyny dxD (5,0x51; 5,5x51; 6,0x51; 6,5x67; 7,0x67 mm) o długości 3000mm.



Rys. 3. Zasadniczy schemat wyrównoważenia: 1 – prowadnica; 2 – bęben; 3 – sprężyna skrętowa; 4 – wał; 5 – lina (Cap, 2008)

Zmiennymi decyzyjnymi w projektowaniu są: rodzaj kombinacji typowymiarów sprężyn oraz długości L_L i L_P sprężyn, które dopasowują charakterystykę układu odciążającego do charakterystyki bramy.

Na rysunku 4 przedstawiono wyniki analizy częstości występowania liczby $p(B, H)$ garażowych bram segmentowych o określonym zakresie wymiarów otworu bramy $B = <1300, \dots, 4900>$ mm i $H = <1600, \dots, 2800>$ mm w rocznym programie produkcyjnym określonego producenta.



Rys. 4. Analiza skupisk rozwiązań konstrukcyjnych bram jako podstawa podziału przestrzeni rozwiązań na dwa typoszeręgi bram (Branowski i Głowala, 2007)

Z reprezentacji geometrycznej (rysunek 4) rozkładu $p(B, H)$ przy $\Delta B = \Delta H = 200$ mm wynika, że występują dwa skupiska liczb bram: dominujący obszar zastosowań dla zakresu wymiarów 1900, ..., 3300 mm $= B \times H = 1600, \dots, 2800$ (produkcja wielkoseryjna, przy garażach dla jednego pojazdu) i ważny obszar zastosowań 3700, ..., 4900 mm $= B \times H = 1800, \dots, 2400$ (produkcja seryjna, przy garażach dla dwóch pojazdów). W pozostałych komórkach obszaru pozostało jedynie 191 bram (ok. 2% bram nietypowych).

Wychodząc z podstawowych zależności momentu M (zal. 2) przy otwartej bramie i sztywności umownej układu R_z (zal. 3) sprężyn jako funkcji dwóch zmiennych wymia-

rów bramy B , H (patrz rysunek 2),

$$M = (a \cdot q_{sr}) \cdot B \cdot H \cdot R; \quad (2)$$

$$R_z = R_L + R_p = (M - m)/(H/R); \quad (3)$$

można wyznaczyć rachunkiem różniczkowym (4) zmiany względne $\Delta M/M$ i $\Delta R_z/R_z$ wywołane małymi zmianami parametrów ΔB i ΔH :

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta H}{H}; \quad \frac{\Delta R_z}{R_z} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{250}{H-250} \cdot \frac{\Delta H}{H} \approx \frac{\Delta B}{B}; \quad (4)$$

co oznacza, że zmiany sztywności układu sprężyn są mało zależne od wymiaru H . Przyjmując kryterium podobnej wartości błędu względnego sztywności układu sprężyn $\Delta R_z/R_z$ dla dowolnej komórki można założyć, iż stopniowanie szerokości komórek ΔB_i (zal. 5) wzdłuż szerokości B (zal. 6) bramy powinno zachodzić wg postępu geometrycznego (Pahl i Beitz, 1984):

$$\Delta B_i = \Delta B_0 \cdot \varphi^{i-1} = 100 \cdot 1,06^{i-1}; \quad (5)$$

$$B_i = B_0 + \Delta B_0 \cdot (\varphi^i - 1)/(\varphi - 1) = 1900 + 100 \cdot (1,06^i - 1)/0,06 \quad (6)$$

a stopniowanie wysokości komórek ΔH_j (zal. 7) pozostawać stałe wzdłuż wysokości H bramy:

$$H_j = H_0 + \Delta H_0 \cdot j = 1600 + 125 \cdot j; \quad \Delta H_j = \Delta H_0 = 125; \quad (7)$$

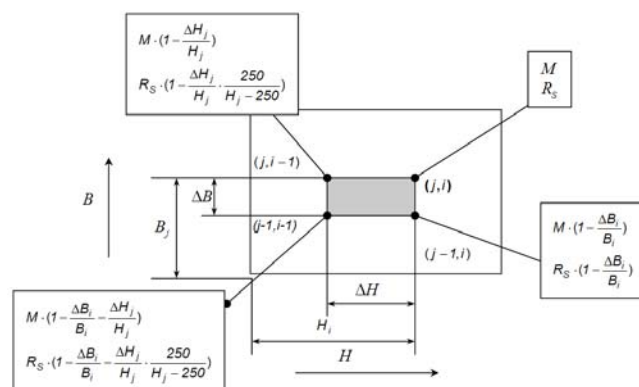
gdzie: indeksy i, j wyznaczają komórki typoszeregu.

Przy transformacji wspomnianych punktów (i, j) prostokąta $\Delta B_i \times \Delta H_j$ na płaszczyźnie (M, θ_p) uzyskuje się równoległobok, na którym można oznaczyć charakterystykę sztywności sprężyn. W każdym z wierzchołków równoległoboku na rysunku 5, czyli bramie o określonych wymiarach, występują różne wartości parametrów M i R_z .

W koncepcji autorów miarodajnymi parametrami komórki (i, j) typoszeregu bram są: maksymalny moment komórki $M(i, j)$ i średnia sztywność komórki R_{zsr} (zal. 8) równa:

$$R_{zsr} = 0,25 \cdot R_z \cdot (4 - 2 \cdot \frac{\Delta B_i}{B_i} - 2 \cdot \frac{\Delta H_j}{H_j} \cdot \frac{250}{H_j - 250}) = R_z \cdot [1 - 0,5 \cdot (\frac{\Delta B_i}{B_i} + \frac{\Delta H_j}{H_j} \cdot \frac{250}{H_j - 250})] \quad (8)$$

W celu zwiększenia dokładności odwzorowania charakterystyki bramy przez charakterystykę sprężyn przyjęto sprężynę prawą jako główną sprężynę zespołu ze względu na przenoszony moment, a sprężynę lewą jako sprężynę regulacyjną zapewniającą dokładność odwzorowania układu. Taki układ sztywnej sprężyny głównej o małej liczbie zwojów i podatnej sprężyny regulacyjnej o znacznie większej liczbie zwojów powinien zapewnić nieznaczny wzrost masy (kosztów) sprężyn w typoszeregach bram. Zadana charakterystyka zespołu sprężyn wynika ze współpracy dwóch równoległe połączonych sprężyn.



Rys. 5. Zmiany momentu M i zmiany sztywności R_s w elementarnej komórce $\Delta B \times \Delta H$ typoszeregu bram

Przedstawione postacie charakterystyk bramy i zespołu sprężyn podano z wprowadzonymi do algorytmizacji odchyłkami obciążeń w granicznych położeniach zasuw bramy (dodatnia ΔM i ujemna odchyłka Δm zapewniają samopozycjonowanie bramy).

W budowie algorytmu obliczeniowego układu dwóch sprężyn śrubowych skrętowych przyjęto, że graniczne momenty skręcające sprężyn, wynikające z wytrzymałości na zginanie zwoju o tych samych wymiarach średnicy drutu d i wewnętrznej średnicy sprężyny D są takie same w obu sprężynach (zal. 9) $M_{dopL} = M_{dopP}$, gdyż nie zależą od różnych co do wartości liczb zwojów czynnych ($n_{pL} \neq n_{pP}$) sprężyn (Meissner i Wanke, 1988):

$$M_{dopL} = M_{dopP} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \cdot \frac{1}{k} \cdot \sigma_{gdop}; \quad (9)$$

gdzie: współczynniki poprawkowe naprężeń $k = (4w-1)/(4w-4)$ przy wskaźniku $w = D_m/d = (D/d)+1$ naprężenia dopuszczalne $\sigma_{gdop} = R_m$ przyjęto dla sprężyn zwiniętych zgodnie z kierunkiem obciążania przy obciążeniu quasi-statycznym przy liczbie cykli $N = 10^4$ zmian obciążenia. Oprócz podanych powyżej warunków wytrzymałościowych ($M_{sp} \leq M_{dop}$) oraz warunku zmęczeniowego algorytm został uzupełniony o innego typu ograniczenia (zal. 10) pozwalające na montaż układu sprężyn:

$$B \geq S \cdot (L + T) = 2 \cdot [(n_p + n_d) \cdot d + T] = 2 \cdot [(n_p + 8) \cdot d + 275] \quad (10)$$

gdzie: L – suma długości sprężyny lewej i prawej, T – nadatek szerokościowy.

Powyższe ograniczenie zapewnia miejsce na zamontowanie bębnow, elementów mocowania wału oraz ewentualnego napędu. Sprawdzano również czy obie sprężyny działają jako elementy odciążające w całym zakresie podnoszenia skrzydła $\theta_{mp} \geq 0$ i $\theta_{ml} \geq 0$. Jednocześnie analizując możliwe dopuszczalne odchyłki i ograniczenia bramy w algorytmie sprawdzano czy siła potrzebna do zmiany pozycji skrzydła w skrajnych położeniach jest mniejsza od 150N (zal. 11).

$$|M - M_s| \leq 150 \cdot R; \quad |m - m_s| \leq 150 \cdot R \quad (11)$$

W celu znalezienia dopuszczalnego rozwiązania wszystkie powyższe ograniczenia sprawdzano również dla

drugiego punktu charakterystycznego o parametrach $(i-l, j-l)$ dającego maksymalne błędy.

Budując algorytm należy jednocześnie pamiętać o niemodelowanych zjawiskach takich jak: niedokładność metod obliczeniowych momentu obciążenia ciężarem skrzydła bramy i momentu odciążenia sprężynami; odchyłki wykonawcze i odkształcenia sprężyste elementów systemu w produkcji i montażu bramy; odchyłki charakterystyk produkcyjnych sprężyn i ich nastaw montażowych; zmiany stanów zjawisk niedoskonałości sprężystej w sprężynach skrętowych (zmęczenie, histereza, relaksacja) w procesie użytkowania bramy.

3. OBLICZENIA NUMERYCZNE DOBORU UKŁADU SPRĘŻYN DLA TYPOSZEREĞU BRAM

Na podstawie powyższych zależności został zbudowany algorytm, który był podstawą oprogramowania komputerowego zaimplementowanego w języku Fortran. Program współpracował z wcześniej podaną pierwotną bazą lewych i prawych sprężyn.

Analizując otrzymane wyniki doboru par sprężyn okazało się, iż część elementów z pierwotnej bazy danych sprężyn nie pojawia się w rozwiązaniach dopuszczalnych dla określonego typoszeregu, a kilka sprężyn występuje tylko w jednej ze 136 komórek dwóch powstałych typoszeregów. W 19 komórkach typoszeregów nie występowały rozwiązania. Modyfikując bazę danych walcowych skrętowych sprężyn usunięto elementy nie występujące oraz dodano cztery nowe sprężyny pozwalające zapełnić komórki nie mające rozwiązań. W celu znalezienia rozwiązań dla „pustych” komórek opierając się o dane literaturowe założono $M_{obl}=M_{dop}$. Dzięki powyższemu postępowaniu otrzymano rozwiązania dla każdej z komórek. W przypadku niektórych elementów typoszeregu występowało kilkanaście możliwych rozwiązań, co pozwalało na dalszą eliminację sprężyn.

Ostatecznie, przy przedstawionej procedurze budowy algorytmu, jego ograniczeniach przy dopuszczalnym błędzie momentu $\Delta M/M=\pm 10\%$ w dolnym położeniu skrzydła bramy, otrzymano 16 sprężyn prawych i 18 sprężyn lewych.

Wyniki poddano walidacji w celu sprawdzenia wartości błędów, jak również poprawności działania algorytmu dla losowo wybranych punktów z każdej komórki typoszeregu. Algorytm sprawdzający został zaimplementowany w programie Excel i połączony z wyjściowym plikiem z Fortran-a. Program sprawdzał wartości błędów momentów oraz sztywności. Obliczenia sprawdzające potwierdziły poprawność założeń, a otrzymane wyniki w pełni spełniały wymagania.

Podaną metodę budowy typoszeregów bram zespolonych z układami sprężyn odciążających należy uznać za w pełni poprawną. Błędy momentów $\Delta M/M$ w dolnym położeniu bramy są mniejsze od dopuszczalnych. Stosunkowo duże wartości odchyłek $\Delta m/m$ nie zakłócają prawidłowego funkcjonowania bramy, gdyż spełniają warunek normalizacyjny maksymalnej siły statycznej, jaką powinien przyłożyć użytkownik w celu zmiany położenia bramy.

Na podstawie otrzymanych danych oraz wyników

przeprowadzono analizę rocznego kosztu układów odciążających, który wykazał dwunasto-procentowy wzrost całkowitej ceny układów odciążających. Duża różnica kosztów skłoniła autorów do dalszych prac nad projektowaniem typoszeregów układów odciążających segmentowych bram garażowych.

4. NOWE PODEJŚCIE DO PROJEKTOWANIA TYPOSZEREĞÓW

W większości przypadków projektowania typoszeregów dąży się do ścisłej typizacji jednostek konstrukcyjnych o sztywno ustalonym zagęszczeniu członów typoszeregu (Cap, 2008). W stopniowaniu typoszeregu bierze się pod uwagę wiele kryteriów. Zagęszczanie typoszeregów umożliwia lepsze zaspokojenie potrzeb rynku przy jednoczesnym zwiększeniu różnorodności produktów. Często wymagania konstrukcyjne lub produkcyjne wielkości partii narzucają potrzebę kompromisów stopniowania (Pahl i Beitz, 1984).

Ustalenie optymalnego zagęszczenia typoszeregu jest zadaniem, które należy rozwiązywać tylko przy całościowym rozpatrywaniu systemu rynek-konstrukcja-produkcja-zbyt, w naszym przypadku produkcja-zapotrzebowanie. Ponieważ zagęszczenie optymalne można uzyskać tylko w wyniku koordynacji wymienionych aspektów zagadnienia, nie zawsze jest celowe ustalenie jednakowego przedziału między członami typoszeregu. Często ze względu na kryteria techniczne i ekonomiczne korzystniej jest zakres wszystkich wielkości podzielić na różniące się między sobą przedziały.

Czasami, ze względów ekonomicznych, ujednolicią się pewne zakresy częściowe, a tym samym ich stopniowanie i realizuje jednolite stopniowanie w całym zakresie (typoszeregi podobne połowicznie).

Autorzy podjęli próbę opracowania nowego podejścia do zagadnienia budowy typoszeregu w oparciu o analizę statystyczną. Pierwsze idee (rysunek 6 a) polegały na budowie typoszeregu, którego komórki rozchodzą się od globalnego maksimum liczby bram we wszystkich kierunkach. Podejście takie nastrocza trudności w opisie poszczególnych elementów typoszeregu. Nie uwzględnia się przy tym wielu lokalnych maksimów, dla których komórki powinny się zmniejszać. Z tych względów zaniechano dalszych prac nad tym podejściem. W dalszych pracach nad rozwojem metod budowy typoszeregów powiązano klasyczne podejście oparte na podobieństwie geometryczno-arytmetycznym z wspomnianą zasadą hierarchii ważności „im większa liczba bram na powierzchni B , H , tym mniejsze rozmiary komórki B_i , H_j ”.

Podstawowy obszar typoszeregu podzielono na „podkomórki” (rysunek 6 b) o stałym przyroście $\Delta B=20\text{mm}$, $\Delta H=120\text{mm}$. Każda podkomórka ma przypisaną liczbę $A_{i,k}$ sztuk występujących w danym obszarze. Tak podzielony obszar jest bazą do budowy typoszeregu mieszanego. Zgodnie z typoszeregiem geometryczno-arytmetycznym określono maksymalny przyrost szerokości komórki głównej typoszeregu, która wynosi 100 mm czyli 5 podkomórek. Przy budowie typoszeregu wielkość komórki określają dwa kryteria:

- **kryterium liczby sztuk $A_{i,k}$** , jeśli w jednej podkomórce liczba sztuk jest mniejsza niż określona jako krytyczna (w naszym przypadku założono liczbę 60 sztuk) wtedy do tej podkomórki dodaje się liczbę elementów będących w następnej podkomórce, przy czym maksymalna liczba sumowanych podkomórek wynosi 4. Jeśli liczba zsumowanych elementów przekroczy wartość ustaloną wówczas kończymy sumowanie komórek i projektujemy układ odciażający dla danych wymiarów. W ten sposób liczba elementów wpływa na szerokość komórki typoszeręgu (minimalny rozmiar komórki $\Delta H=120$, $\Delta B=20$);
- **kryterium maksymalnego wymiaru komórki**, jeśli niespełnione jest pierwsze kryterium to zakłada się maksymalny dopuszczalny rozmiar komórki typoszeręgu ($\Delta H=120$; $\Delta B=100$).

Przy dzieleniu obszaru na komórki typoszeręgu często ostatnie zakresy są mniejsze ze względu na ograniczenie obszaru do zadanych pierwotnie wymiarów (rysunek 6 b). Mimo to w komórkach tych układ jest dobierany, a nie projektowany (projektowanie układu odciażającego następuje tylko przy przekroczeniu zadanej liczby elementów).



Rys. 6. Nowe podejścia do projektowania typoszeręgów: a) kierunki rozkładu komórek w typoszeręgu opartym na rozkładzie statystycznym, w którym wierzchołek typoszeręgu pokrywa się z maksymalną liczbą elementów; b) przykładowy typoszeręg mieszany

Tab. 1. Analiza kosztów przy różnych metodach projektowania

Analiza kosztów sprężyn przy różnych metodach budowy typoszeręgu			
Typ projektowania	„ad individuum”	„ad universum”	mieszany
Cena sprężyn	306 261	440 187	388 950
Koszty osobowe 2 pracowników produkcji	45 000	0	0
Koszty osobowe projektantów i logistów	90 000	30 000	30 000
SUMA [zł]	441 261	470 187	418 950

Przy przedstawionym podejściu wymiary wielkości komórek są w przybliżeniu (ze względu na podział obszaru typoszeręgu na skończoną liczbę podkomórek) odwrotnie proporcjonalne do liczby produkowanych bram. Maleją błędy funkcji odciażenia $M_{od}-M_{ob}=0$. Wprawdzie nieco wzrosła liczba sprężyn prawych (z 16 do 24) i lewych (z 18 do 26) układów odciażających bram, lecz zmieniły się koszty wytwarzania sprężyn.

W tabeli 1 przedstawiono roczne zestawienie kosztów przy standardowym projektowaniu oraz układzie mieszanym. Powyższa analiza jest słuszna przy założeniu, iż koszty wytwórcze są stałe oraz cena 1kg sprężyny wynosi 5,08zł. Jednostkowa cena układu odciażającego bramy przy

mieszanej metodzie projektowania typoszeręgu obniżyła się w stosunku do klasycznej metody projektowania typoszeręgu.

5. PODSUMOWANIE

Na podstawie przeprowadzonej analizy statystycznej zbudowano dwa typoszeręgi układów odciażających pozwalające zapłacić 98% zapotrzebowania rocznego bram. Określono, iż w celu doboru sprężyn miarodajną dla każdej komórki jest średnia sztywność.

Dzięki założeniom przedstawionym w pracy powstała pierwotna baza danych sprężyn pozwalająca na dalsze zabiegi prowadzące do znacznego ograniczenia różnorodności produktu.

Zaproponowano „nowe” podejście do projektowania typoszeręgu pozwalające uzyskać „podwójne” korzyści: wynikające z budowy typoszeręgu oraz wynikające z optymalizacji układu w komórkach gdzie występują największe liczby sztuk.

LITERATURA

1. **Branowski B** (1997), *Sprężyny metalowe*, PWN, Warszawa.
2. **Branowski B., Głowala S.** (2007), *Kombinatoryka w projektowaniu typoszeręgów garażowych bram segmentowych o małej liczbie i różnorodności odciażających elementów sprężystych*, Projekt badawczy dla firmy KRISPOL Sp. z o.o., Psary Małe.
3. **Cap J.** (2008), *Rodziny konstrukcji sprężyn w układach odciażających segmentowe bramy garażowe (walidacja algorytmów obliczeniowych, opracowanie systemu oceny i wyboru odciażającego układu sprężyn)*, Praca magisterska pod kier. B. Branowskiego, Politechnika Poznańska.
4. **Meissner M., Wanke K.** (1988), *Handbuch Federn. Berechnung und Gestaltung im Maschinen- und Gerätebau*, VEB, Berlin.
5. **Pahl G., Beitz W.** (1984), *Nauka konstruowania*, WNT, Warszawa.
6. Norma PN-EN 12604:2002: *Bramy. Aspekty mechaniczne*.

NEW METHOD OF CONSTRUCTION FAMILIES BUILDING (SPRING RELIEF SYSTEMS OF GARAGE GATES)

Abstract: The following work presents the method of management of variants in the process of products development through identification of the causes of diversity and application of the correct varianting principles. The analysis of product processes has been applied that allows for building the family of parts (springs) ordered in parametered catalogues. This work analyses the most commonly applied relief structure of bending cylinder screw springs made of wire with circle-section with initial tension of coils. The statistical analysis, as well as the series of types of garage gates built according to the principles known allowed for the further development of the new approach to designing the mixed series of types.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy nr N N502 367035

WYZNACZENIE PĘTLI HISTEREZY POŁĄCZENIA LISTWY W ZACISKU PRZY NIERÓWNOMIERNYM ROZKŁADZIE NACISKÓW

Andrzej KOSIOR*

*Instytut Maszyn Roboczych Ciężkich, Politechnika Warszawska, Gmach Samochodów i Ciągników, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa

akos@ipbm.simpr.pw.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono model fizyczny układu zawierającego połączenie sprężystej listwy w sztywnym zacisku. Przyjęto nierównomierny rozkład nacisków pomiędzy sprężystą listwą i sztywnym zaciskiem przy tarciovym modelu styku. Podczas obciążania, odciążania i ponownego obciążania wyznaczono przemieszczenie listwy w zacisku w funkcji zewnętrznej siły wzdłużnej. Otrzymane zależności na przemieszczenie umożliwiają wyznaczenie pętli histerezy opisującej sprężysto-tarciowe właściwości połączenia.

1. WPROWADZENIE

Badania teoretyczne tarcia konstrukcyjnego w połączeniach nierozłącznych elementów maszyn, prowadzone są dla fizycznych modeli połączeń przy przyjęciu założeń upraszczających dotyczących modelu ciała elementów i modelu ich styku (Giergiel, 1990; Osiński i inni, 1997). Jednym z badanych połączeń elementów maszyn jest połączenie sprężystej listwy w sztywnym zacisku poddane obciążeniu wzdłużnemu. Model ciała sprężystej listwy opisuje prawo Hooke'a.

W badaniach teoretycznych stosowane są metody analityczne z wykorzystaniem wzorów liniowej teorii sprężystości. Badania połączenia sprężystej listwy w zacisku przy równomiernym rozkładzie nacisków i tarciovym modelu styku przedstawiono w pracach Giergiela (1990) oraz Kosiora (2005), przy tarcio-sprężystym modelu styku w pracach Giergiela (1990) i Kosiora (2001) i przy sprężysto-tarciowym modelu styku w pracach Kosiora (1996, 2005). W pracy Kosiora (2008) przedstawiono badanie listwy w zacisku przy przyjęciu nieliniowego modelu styku.

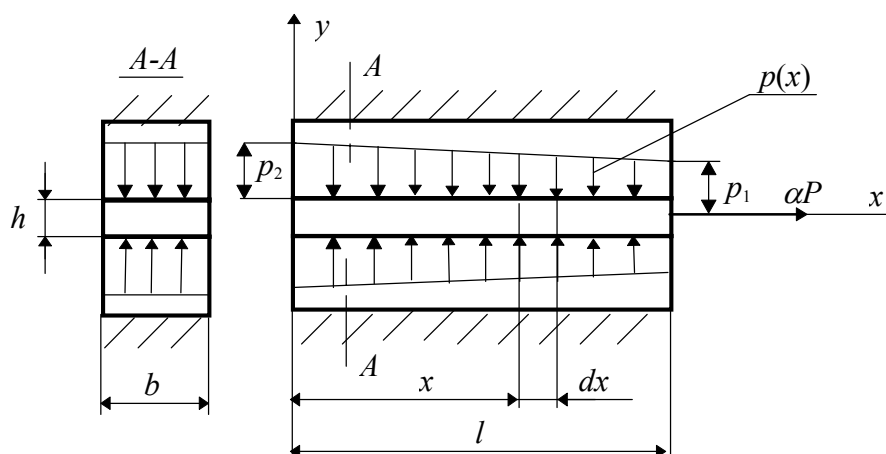
2. MODEL FIZYCZNY POŁĄCZENIA SPRĘŻYTEJ LISTWY W ZACISKU

Na rysunku 1 przedstawiono model fizyczny połączenia sprężystej listwy w sztywnym zacisku przy przyjęciu do rozważań nierównomiernego liniowo zmiennego rozkładu nacisków pomiędzy listwą i zaciskiem.

Nierównomierny liniowo zmienny rozkład nacisków wzdłuż długości połączenia listwy w zacisku opisuje równanie

$$p(x) = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{l}(l - x) \quad (1)$$

gdzie: $p(x)$ – nacisk między listwą i zaciskiem w odległości x od utwierdzenia listwy, p_1 – nacisk między listwą i zaciskiem w odległości $x = l$, p_2 – nacisk między listwą i zaciskiem w utwierdzeniu listwy (przy $x = 0$), l – długość połączenia listwy w zacisku.



Rys. 1. Model fizyczny połączenia listwy w zacisku

Przy tarciovym modelu styku w połączeniu sprężystej listwy w zacisku jednostkowa siła tarcia opisana jest zależnością

$$q(x) = p(x) \mu b \quad (2)$$

i jest zmienna wzdłuż długości połączenia

$$q(x) = \mu b \left[p_1 + \frac{p_2 - p_1}{l} (l - x) \right] \quad (3)$$

gdzie: $q(x)$ - jednostkowa siła tarcia rozwiniętego w połączeniu w odległości x od utwierdzenia listwy, b - szerokość listwy, μ - współczynnik tarcia między listwą i zaciskiem.

Z warunku równowagi sił działających na element listwy o długości dx w kierunku x otrzymamy równanie

$$\frac{dN}{dx} = q(x) \quad (4)$$

gdzie: N - siła normalna w przekroju x listwy.

Wydluzenie listwy związane jest z obciążeniem równaniem różniczkowym

$$\frac{du}{dx} = \frac{N}{k} \quad (5)$$

$$k = EF \quad (6)$$

gdzie: k - sztywność listwy rozciąganej lub ściskanej, E - moduł Younga listwy, $F = bh$ - przekrój poprzeczny listwy, h - grubość listwy.

3. WYZNACZENIE SIŁY NORMALNEJ W LISTWIE I PRZEMIESZCZENIA LISTWY W ETAPIE 1

Z rozwiązania równania różniczkowego (4) wyznaczmy siłę normalną N_1 w przekroju x listwy w strefie poślizgu w etapie 1

$$N_1(\alpha, x) = \alpha P - \mu b \left[p_2(l - x) - \frac{p_2 - p_1}{2l} (l^2 - x^2) \right] \quad (7)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego

$$N_1(\alpha, x = l) = \alpha P \quad (8)$$

gdzie: α - współczynnik obciążenia w etapie 1 (α - zmienia się od 0 do 1), P - amplituda siły obciążającej listwę.

Długość strefy poślizgu w etapie 1 wyznaczmy z równania (7)

$$a_1 = \frac{l}{p_2 - p_1} \left[-p_1 + \sqrt{p_1^2 + \frac{2\alpha P (p_2 - p_1)}{\mu b l}} \right] \quad (9)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego na granicy strefy poślizgu

$$N_1(\alpha, x = l - a_1) = 0 \quad (10)$$

Z rozwiązania równania różniczkowego (5) przemieszczenie końca listwy w etapie 1 przy $x=l$ wyznaczmy z zależności

$$u_1(\alpha, x = l) = \frac{1}{k} \left\{ \alpha P a_1 - \frac{1}{2} \mu b a_1^2 \left[p_2 - \frac{p_2 - p_1}{l} \left(l - \frac{1}{3} a_1 \right) \right] \right\} \quad (11)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego na granicy strefy poślizgu

$$u_1(\alpha, x = l - a_1) = 0 \quad (12)$$

4. WYZNACZENIE SIŁY NORMALNEJ W LISTWIE I PRZEMIESZCZENIA LISTWY W ETAPIE 2

Z rozwiązania równania różniczkowego (4) wyznaczmy siłę normalną N_2 w przekroju x listwy w strefie poślizgu w etapie 2 (α - zmienia się od -1 do +1)

$$N_2(\alpha, x) = \alpha P + \mu b \left[p_2(l - x) - \frac{p_2 - p_1}{2l} (l^2 - x^2) \right] \quad (13)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego

$$N_2(\alpha, x = l) = \alpha P \quad (14)$$

Długość strefy poślizgu w etapie 2 wyznaczmy z równania (13)

$$a_2 = \frac{l}{p_2 - p_1} \left[-p_1 + \sqrt{p_1^2 + \frac{P(1 - \alpha)(p_2 - p_1)}{\mu b l}} \right] \quad (15)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego na granicy strefy poślizgu

$$N_2(\alpha, x = l - a_2) = N_1(\alpha = 1, x = l - a_2) \quad (16)$$

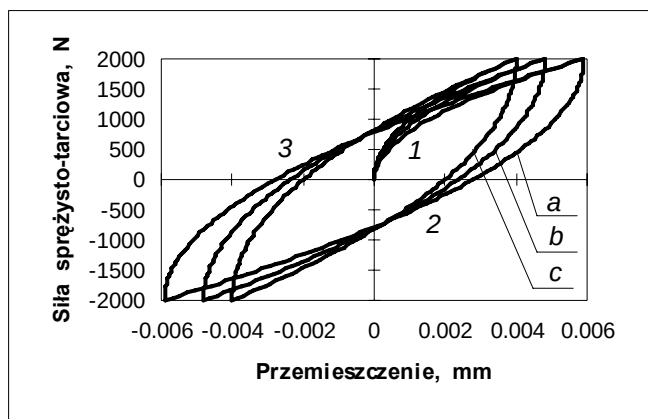
Z rozwiązania równania różniczkowego (5) przemieszczenie końca listwy w etapie 2 przy $x=l$ wyznaczmy z zależności

$$u_2(\alpha, x = l) = \frac{1}{k} \left\{ \alpha P a_2 + P(a_1 - a_2) + \right. \\ \left. + \mu b \left[p_2 \left(a_2^2 - \frac{1}{2} a_1^2 \right) - \frac{p_2 - p_1}{2l} \left\{ l(2a_2^2 - a_1^2) - \frac{1}{3} (2a_2^3 - a_1^3) \right\} \right] \right\} \quad (17)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego na granicy strefy poślizgu

$$u_2(\alpha, x = l - a_2) = u_1(\alpha = 1, x = l - a_2) \quad (18)$$

Postępując podobnie jak w etapach 1 i 2 wyznaczono zależności na siłę w listwie, długość strefy poślizgu i przemieszczenie swobodnego końca listwy w etapie 3. Otrzymane zależności na przemieszczenie swobodnego końca listwy w funkcji siły zewnętrznej αP w etapach 1, 2 i 3, posłużyły do wyznaczenia wykresów pętli histerezy połączenia listwy w zacisku pokazanych na rysunku 2.



Rys. 2. Pętłe histerezy połączenia listwy w zacisku wyznaczone w etapach 1, 2 i 3 przy parametrach: $p_2=10000\text{N/m}^2$ oraz a) $p_1=6000\text{N/m}^2$, b) $p_1=8000\text{N/m}^2$ i c) $p_1=10000\text{N/m}^2$

Wykresy na rysunku 2 wyznaczone przy nierównomiernym liniowo zmiennym rozkładzie nacisków między listwą i zaciskiem. Przyjęto stałą wartość nacisku p_2 w utwierdzeniu listwy przy $x=0$ i zmienne wartości nacisku p_1 przy $x=l$. Z wykresów na rysunku 2 wynika, że przy ustalonej wartości p_2 i zmniejszających się wartościach p_1 poczynając od $p_1=p_2$, co odpowiada równomiernemu rozkładowi nacisków, wzrasta przemieszczenie swobodnego końca listwy.

Obliczenia do wykresów na rysunku 2 przeprowadzono dla wymiarów listwy: $l=0,5\text{m}$, $b=0,05\text{m}$ i $h=0,005\text{m}$, oraz innych parametrów połączenia: modułu Younga listwy $E=2\cdot 10^{11}\text{N/m}^2$, współczynnika tarcia między listwą i zaciskiem $\mu=0,2$ i amplitudy siły obciążającej listwę $P=2000\text{N}$ oraz pozostałych parametrów podanych w podpisie pod rysunkiem.

5. WNIOSKI KOŃCOWE

W pracy przeprowadzono badania połączenia sprężystej listwy w zacisku podczas obciążania, odciażania i ponownego obciążania listwy. Przyjęto nierównomierny rozkład nacisków między listwą i zaciskiem, przy trzech wartościach nacisku p_1 . Rozważania prowadzono dla tarcowego modelu styku listwy w zacisku. Z przedstawionych na rysunku 2 trzech wykresów pętli histerezy przedstawiających sprężysto-tarciowe właściwości połączenia wynika, że przy ustalonej wartości nacisku p_2 i zmniejszających się wartościach nacisku p_1 , wzrasta przemieszczenie swobodnego końca listwy.

LITERATURA

1. Giergiel J. (1990), *Tłumienie drgań mechanicznych*, PWN, Warszawa.
2. Kosior A. (2008), Badanie drgań układu z listwą w zacisku przy uwzględnieniu nieliniowego modelu tarcia, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika*, z. 74, Rzeszów, 155-164.
3. Kosior A. (2001), Tłumienie drgań swobodnych układu z listwą w zacisku z tarcowo - sprężystym oddziaływaniem, *Materiały VIII Polsko-Francuskiego Seminarium Naukowego Mechaniki*, Warszawa, 213-221.
4. Kosior A. (2005), Wpływ parametrów wybranych połączeń z tarcem konstrukcyjnym na właściwości sprężysto-tłumiące układów mechanicznych, *Prace Naukowe, Mechanika*, z. 209, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
5. Kosior A. (1996), Investigation of the joint between a strip and foundation with regard to the elasto-frictional model contact, *Machine Dynamics Problems*, Warsaw University of Technology, 16, Warsaw, 39-53.
6. Osiński Z. i inni (1997), *Tłumienie drgań*, PWN.

HYSTERESIS LOOP JOINT ELASTIC STRIP IN THE RIGID CLAMP OBTAINED WITH IRREGULAR DISTRIBUTION PRESSURE

Abstract: In the work presented of physical model of the system with joint elastic strip in the rigid clamp. Irregular distribution pressure between elastic strip and rigid clamp, taking structural friction into account is presented. During load, relieve and again load free part of the strip, displacement in a function of the longitudinal force external was determined. The obtained dependences of the displacement enable determination of the hysteresis loop describes elasto-frictional properties of the joint.

ANALIZA PRZYCZYN PĘKNIĘCIA ZAWIESZENIA WYSIĘGNIKA PRZECIWWAGI KOPARKI WIELOCZERPAKOWEJ

Marcin KOWALCZYK*, Jerzy CZMOCHOWSKI*, Eugeniusz RUSIŃSKI*

*Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Wrocławska,
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

marcin.kowalczyk@pwr.wroc.pl, jerzy.czmochowski@pwr.wroc.pl, eugeniusz.rusinski@pwr.wroc.pl

Streszczenie: Pęknięcie zawieszenia przeciwwagi spowodowało poważną awarię koparki wieloczerpakowej kołowej w kopalni węgla brunatnego. W celu określenia przyczyn powstania pęknięcia przeprowadzono badania symulacyjne przy zastosowaniu współczesnych metod numerycznych dla obciążeń wyznaczonych według aktualnych norm. Ponadto wykonano badania materiałowe elementów, w których wystąpiło pęknięcie. Obliczenia wytrzymałościowe i analiza miejsca pęknięcia wskazała na błędy konstrukcyjne i technologiczne.

1. WPROWADZENIE

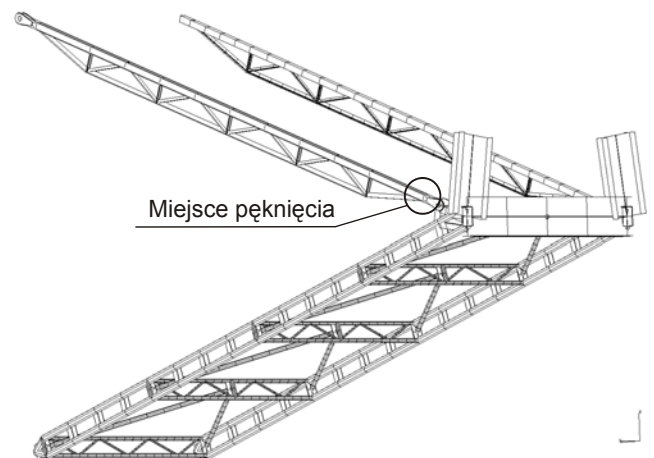


Rys. 1. Widok koparki po zerwaniu cięgna zawieszenia przeciwwagi

Przedmiotem analiz jest koparka wieloczerpakowa kołowa eksploatowana w kopalni węgla brunatnego. Koparka ta podczas urabiania nadkładu, kiedy to wysięgnik koła czerpakowego znajdował się w dolnym położeniu, uległa poważnej awarii. Mianowicie pęknięciu uległo lewe zawieszenie wysięgnika przeciwwagi (rysunek 1). Awarie tego typu maszyn powodują bardzo duże straty materialne. Przyczyny awarii wynikają z błędów konstrukcyjnych, technologicznych lub eksploatacyjnych (Babiarz i inni, 2007). Dlatego podejmuje się różnego rodzaju zabiegi mające na celu wczesne wykrycie lub zapobieżenie zagrożeniu. W celu wykrycia niekorzystnych zjawisk stosowane są różnego rodzaju metody diagnostyczne (Bartelmus, 1998; Kowalczyk, 2005). W celu zapobieżenia wystąpieniu przeciążeń stosowane są układy zabezpieczające. Z uwagi na to, że często maszyny eksploatowane w naszych kopalniach węgla brunatnego ma okres eksploatacji przekraczający 30 lat przeprowadza się okresowo pomiary obciążeń, stanu naprężeń i

drgań (Czmochowski, 2008; Rusiński i inni, 2001). Współczesne metody numeryczne, symulacje komputerowe pozwalają dokładniej zlokalizować miejsca zagrożeń w postaci koncentracji naprężeń lub wskazać warunki powstawania drgań rezonansowych (Rusiński, 2000). Często przeprowadzając badania i analizy wytrzymałościowe tego typu maszyn obserwuje się miejsca, gdzie konstruktor lub technolog popełnił błąd postępując niezgodnie ze sztuką projektowania spawanych konstrukcji stalowych (Ferenc i inni, 2000). W analizowanym przypadku awarii opracowano modele komputerowe zawieszenia wysięgnika przeciwwagi i przeprowadzono obliczenia MES dla obciążeń normowych. Przyczyn pęknięcia zawieszenia poszukiwano również w badaniach materiałowych.

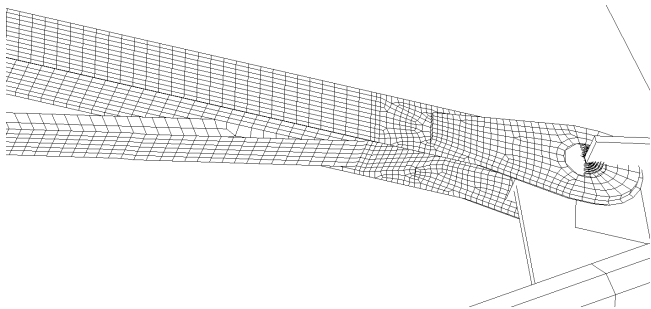
2. SYMULACJE KOMPUTEROWE



Rys. 2. Model dyskretny zawieszenia wysięgnika przeciwwagi

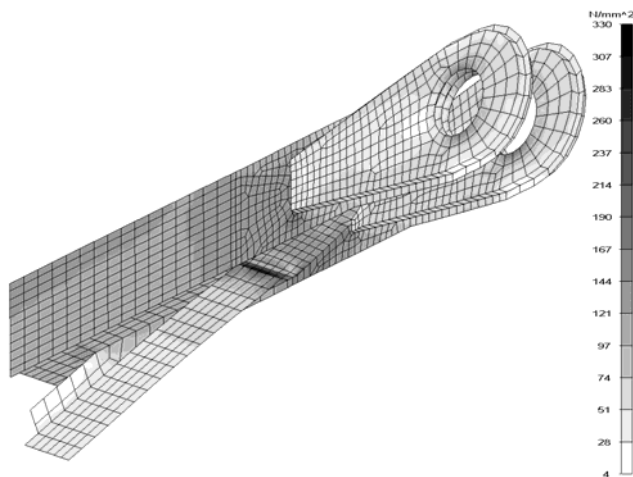
Jednym z celów obliczeń MES było poznanie przestrzennego pola naprężeń od obciążeń eksploatacyjnych koparki oraz określenie jego wpływu na trwałość cięgien.

Większość elementów konstrukcyjnych zamodelowano elementami belkowymi. Jedno z dwóch cięgien wysięgnicy zamodelowano z użyciem elementów powłokowych rysunki 2 i 3. Modele powłokowe w porównaniu z modelami belkowymi dostarczają precyzyjniejszych wyników uwzględniając sposób łączenia elementów konstrukcyjnych i ich wpływ na pole naprężeń, np. w sąsiedztwie połączeń spawanych. Modele belkowe pomijają wpływ sztywności połączeń elementów w węzłach konstrukcyjnych, ale uzyskiwane wyniki obliczeń są bardziej zbliżone do wyników obliczeń analitycznych niż w przypadku modeli powłokowych.



Rys. 3. Fragment modelu dyskretnego w sąsiedztwie węzła, w którym wystąpiło pęknięcie

Obliczenia przeprowadzono dla obciążeń określonych w normie PN-G-47000 (odpowiednik normy DIN 22261). Analizowano obciążenia stałe i zmienne, które są określone w tej normie jako przypadki H1a i H1b. Źródłem obciążeń zmiennych są oddziaływania dynamiczne (Czmochoński, 2008), siły masowe od ruchów technologicznych (Pieczonka, 2007), pochylenia, obciążenia od urobku, siły urabiania.



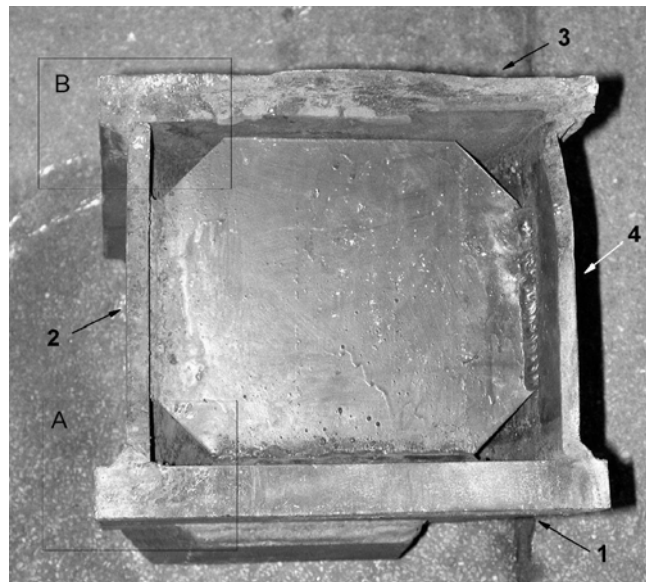
Rys. 4. Warstwy naprężeń zredukowanych w cięgnię dla przypadku H1a

Wyniki otrzymane z obliczeń wytrzymałościowych potwierdziły występowanie koncentracji naprężeń w miejscu pęknięcia dla przypadku H1a (rysunek 4) oraz przekroczenie naprężeń dopuszczalnych od obciążeń zmiennych H1b, które określa norma na podstawie klasy karbu połączenia spawanego, poziomu naprężeń średnich i zakresu zmian

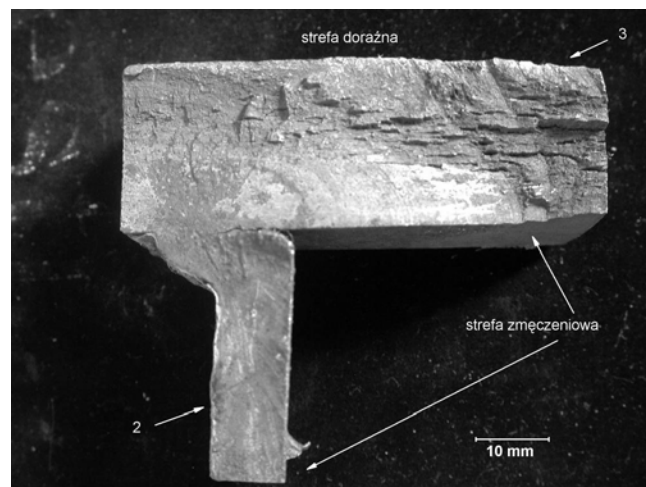
naprężeń. Naprężenia średnie w miejscu koncentracji otrzymano na poziomie $\sigma_m=302\text{MPa}$, przy amplitudzie zmian naprężeń $\sigma_a=31\text{MPa}$. Naprężenie dopuszczalne dla tego przypadku wynosi $\sigma_{dop}=315\text{MPa}$, czyli zostało przekroczone

3. BADANIA MATERIAŁOWE

Z obszaru pęknięcia pobrano fragmenty do badań materiałowych makro i mikroskopowych (rysunek 5). Na obrazie makroskopowym widoczne są linie zmęczeniowe oraz rozwarstwienia materiału w strefie doraźnej (rysunek 6). W strefie spoin stwierdzono strukturę perlityczno-ferrytyczną o cechach struktury Widmannstättena z lokalnymi wydzieleniami martenzytu lub bainitu, czyli obszarów kruchych, które były załączkiem powstania pęknięcia zmęczeniowego. Te wydzielenia mogły być skutkiem błędów technologii spawania, np. zbyt szybkie chłodzenie.



Rys. 5. Widok przełomu powstałego w cięgnię



Rys. 6. Widok przełomu powstałego w cięgnię

Na pobranych próbkach wykonano również badania wytrzymałościowe, gdzie stwierdzono zastosowanie stali o niższej granicy plastyczności $Re=322\text{MPa}$ w przypadku pasa dolnego, niż jest to wymagane dla zastosowanej stali S355J2G3 (dawniej 18G2A), tj. $Re=355\text{MPa}$. Powoduje to osłabienie przekroju pasa o ok. 10% w przypadku wytrzymałości doraźnej oraz zmniejszenie dopuszczalnych amplitud naprężeń przy analizie zmęczeniowej.

4. PODSUMOWANIE

Zaprezentowano metodykę stosowaną przy badaniu przyczyn poważnej awarii koparki wieloczerpakowej. Zastosowano współczesne metody komputerowe (MES) z wykorzystaniem dokładnych modeli konstrukcji stalowych. Wykonano obliczenia wytrzymałości statycznej i zmęczeniowej, które wykazały, że analizowany przekrój nie spełnia wymagań określonych w aktualnych normach. Badania materiałowe pokazały błędy technologiczne wykonania połączeń spawanych i własności stali. Obecnie przeprowadza się analizy wytrzymałościowe pozostałych maszyn górnictwa odkrywkowego, które mają podobną budowę zawieszenia wysięgnika przeciwwagi w oparciu o aktualne możliwości symulacji komputerowej i wymogów norm.

LITERATURA

1. **Babiarz S., Dudek D.** (2007), *Kronika awarii i katastrof maszyn podstawowych w polskim górnictwie odkrywkowym*, Oficyna Wyd. Polit. Wrocławskiej, Wrocław.
2. **Bartelmus W.** (1998), *Diagnostyka maszyn górniczych. Górnictwo odkrywkowe*, Wyd. Śląsk, Katowice.
3. **Czmochoński J.** (2008), *Identyfikacja modeli modalnych maszyn urabiających w górnictwie węgla brunatnego*, Oficyna Wyd. Polit. Wrocławskiej, Wrocław.
4. **Ferenc K., Ferenc J.** (2000), *Konstrukcje spawane. Projektowanie połączeń*, WNT, Warszawa.
5. **Kowalczyk M.** (2005), *Metoda diagnozowania maszyn w stanach rozwijającej się awarii*, Praca Doktorska, IkiEM Polit. Wrocławska PRE 11/05, Wrocław.
6. **Pieczonka K.** (2007), *Inżynieria maszyn roboczych, Część I, Podstawy urabiania, jazdy, podnoszenia i obrotu*, Oficyna Wyd. Polit. Wrocławskiej, Wrocław.
7. **Rusiński E., Czmochoński J.** (2001), Die Modalanalyse des Oberbaus eines Baggers vom Typ SchRs-800, *Surface Mining Braunkohle*, Vol. 53 No. 3, 319-324.
8. **Rusiński E., Czmochoński J., Smolnicki T.** (2000), *Zawansowana Metoda Elementów Skończonych*, Oficyna Wyd. Polit. Wrocławskiej, Wrocław.

ANALYSIS OF THE CRACK REASON OF THE COUNTERWEIGHT BOOM SUSPENSION OF THE MULTIBUCKET EXCAVATOR

Abstract: The crack of the counterweight suspension has caused the serious failure of the multibucket wheel excavator in the coal mine. In order to determine the reason of the cracking the simulation research was conducted with use of modern numerical method for loading determined according to actual standards. Moreover the material testing of elements where the crack appeared was also conducted. Strength calculations and the analysis of the crack area have indicated the constructional and technological failures.

KSZTAŁTOWANIE WĘZŁÓW USTROJÓW NOŚNYCH W MASZYNACH PODSTAWOWYCH GÓRNICTWA ODKRYWKOWEGO

Marcin KOWALCZYK*, Tadeusz SMOLNICKI*, Mariusz STAŃCO*

*Politechnika Wrocławska, Wydział Mechaniczny, Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn
ul. I. Łukasiewicza 7/9, 50-371 Wrocław

marcin.kowalczyk@pwr.wroc.pl, tadeusz.smolnicki@pwr.wroc.pl, mariusz.stanco@pwr.wroc.pl

Streszczenie: Nowoczesne metody obliczeniowe umożliwiają odejście od klasycznych zasad kształtowania statycznie niewyznaczalnych ram przestrzennych, poddanych złożonym obciążeniom (Rusiński i inni, 2000). Po wstępnym doborze doboru przekrojów belek na etapie projektowania, następuje etap weryfikacji wytrzymałościowej, w której przez niekonwencjonalne kształtowanie węzłów konstrukcyjnych uzyskuje się spełnienie wymagań normowych materiału i lepsze wykorzystanie nośności materiału, co opisano na przykładzie zwałowarki.

1. WSTĘP

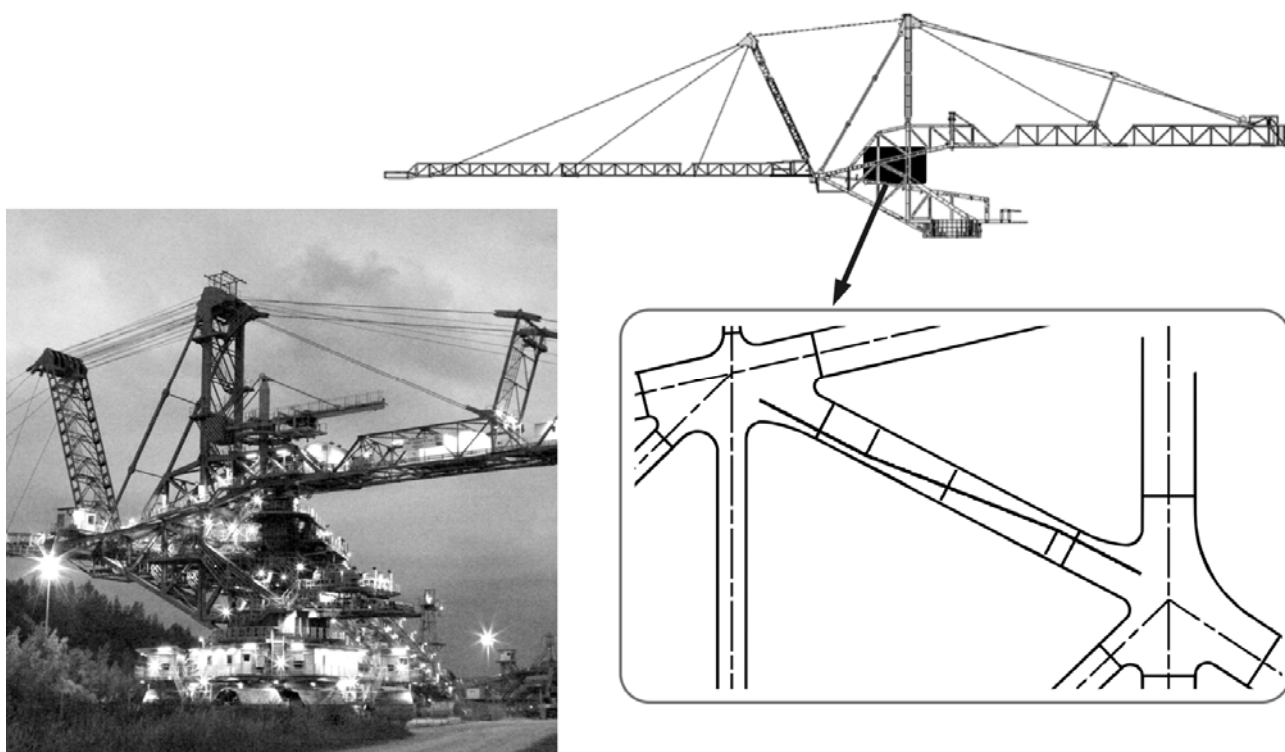
Rama przestrzenna wieży należy do najbardziej odpowiedzialnych członów ustroju nośnego zwałowarki (rysunek 1), która łączy i przenosi obciążenia od pozostałych członów nadwozia.

Ustroje nośne maszyn podstawowych górnictwa odkrywkowego zazwyczaj w swojej budowie zbliżone są do przestrzennych kratownic. Pełna weryfikacja tego typu ustrojów wymaga uwzględnienia dodatkowych momentów gnących i skręcających w sąsiedztwie węzłów konstrukcyj-

nych, które w wielu przypadkach bardzo istotnie wpływają na pola naprężeń.

Momenty gnące w ustrojach kratownicowych powstają głównie w wyniku względnej zmiany konfiguracji węzłów konstrukcyjnych pod obciążeniem. Ich wartości zależą od charakterystyk przekrojowych belek, wartości sił przekrojowych ale i od podatności węzłów, w tym od sposobu łączenia elementów konstrukcyjnych.

Umiejętność doboru tych czynników ułatwia optymalizowanie postaci geometrycznej konstrukcji na etapie projektowania.



Rys. 1. Zwałowarka ZGOT 11500.100 – newralgiczny węzeł ustroju nośnego wieży

2. KSZTAŁTOWANIE POSTACI GEOMETRYCZNEJ

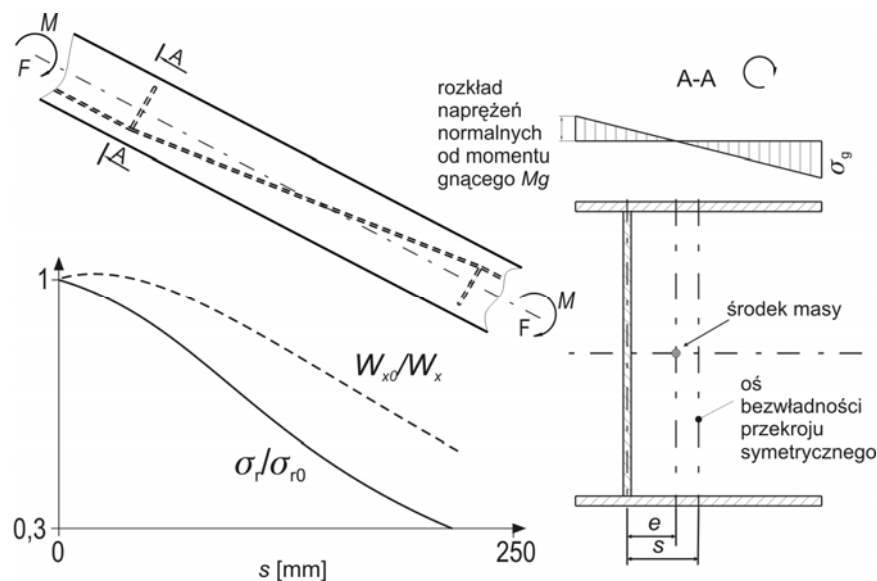
Podczas weryfikacji, ostatecznego wymiarowania i kształtowania postaci geometrycznej ustroju nośnego zachodzi potrzeba stosowania niekonwencjonalnych zabiegów konstrukcyjnych. W przypadku wieży zwałowarki zmiany optymalizacyjne polegały m.in. na:

- doborze sztywności giętych belek poprzez wpływ na momenty bezwładności przekrojów – zwiększenie podatności belki na zginanie zmniejsza momenty gnące węzłowe i umożliwia zmniejszenie przekroju belki;
- doborze sztywności belek w kierunku osiowym – wpływa na przemieszczenia kątowe pomiędzy belkami;
- przesuwaniu środków mas przekrojów – wpływa na rozkład naprężeń normalnych od zginania i momenty gnące na zasadzie przesunięcia wypadkowej sił we-

wewnętrznych od osi belek wyznaczonych przez środki węzłów;

- zapewnieniu kontinuum dla sił wewnętrznych w sąsiedztwie złączy teowych i zagięć blach – lokalny brak kontynuacji w ustroju w kierunku wypadkowej sił wewnętrznych powoduje nierównomierność rozkładu naprężeń.

Ustroje nośne maszyn podstawowych górnictwa odkrywkowego są obliczane zgodnie z normami np. normą DIN 22261. Analizuje się kilkanaście przypadków kojarzenia obciążeń cząstkowych, dla których współczynniki bezpieczeństwa są tak dobrane, że wagi kryteriów oceny wytrzymałości doraźnej są zbliżone. W przypadku wieży zwałowarki najistotniejszym były obciążenia przy transporcie maszyny (HZS4), gdy dopuszczane jest większe pochylenie podłoża przy wietrze burzowym.



Rys. 2. Zastosowane przesunięcie środka dwuteownika i jego wpływ na wskaźnik wytrzymałości na zginanie i składową naprężenia normalnych od zginania po stronie występowania maksymalnych naprężeń (W_{x0} i σ_{r0} odnoszą się do przekroju symetrycznego)

Skutecznym środkiem zmniejszania poziomu naprężeń było przesunięcie środka ciężkości pola przekroju w kierunku występowania maksymalnych naprężeń (obszary A i B, rysunek 3) oraz wprowadzenie momentów kompensujących poprzez zmianę kierunków belek.

Przesunięcie w przekroju środka dwuteownika powoduje przesunięcie rozkładu naprężeń normalnych od zginania. Przedstawiona na rysunku 2 zależność składowej naprężenia przy zginaniu od wartości przesunięcia jest prawdziwa poza obszarem wpływu zarysu blachy węzłowej. W obrębie blachy węzłowej wpływ przesunięcia środka masy przekroju jest mniejszy, a przyczynę uzyskiwanego spadku naprężeń nie można wyjaśnić jednoznacznie, ze względu na wpływ sił i momentów od innych belek. Rezultat wprowadzonych zmian przedstawiono na rysunku 3.

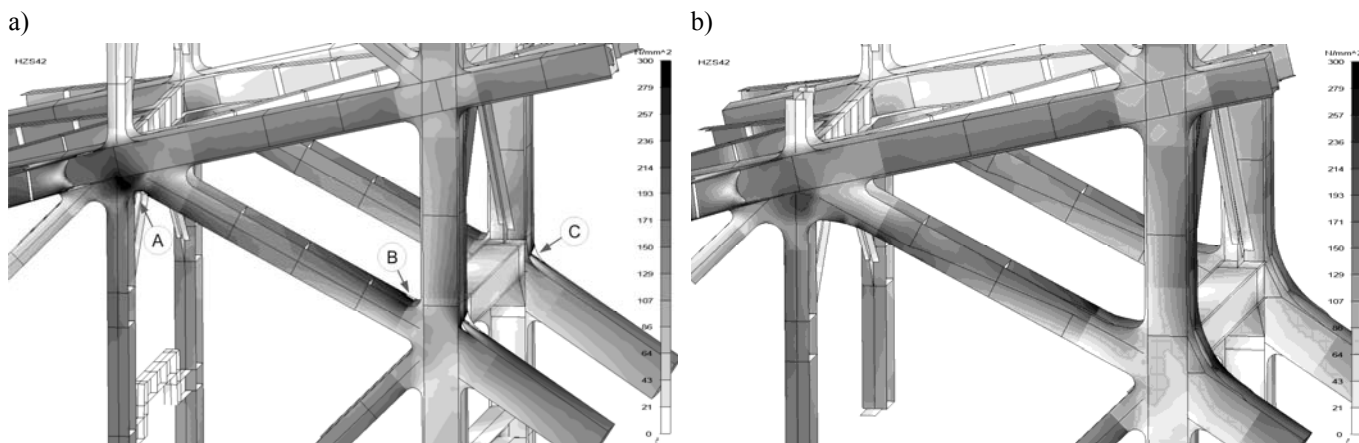
W miejscach zagięcia środka umieszczono żebra poprzeczne, które przenoszą wypadkową sił wewnętrznych w środku, dzięki czemu przenoszenie obciążeń odbywa się w całym przekroju. Pozostawienie braku ciągłości w ustroju nośnym dla sił wewnętrznych jest jedną z najistotniejszych przyczyn powstawania spiężeń naprężeń. Części

przekrojów nie przenoszą wtedy obciążenia w stopniu wynikającym z rozkładów naprężeń pozyskanych metodami analitycznymi obliczeń. W praktyce niewykorzystanie przekrojów elementów ustrojów nośnych powodowane zmianą kierunku sił wewnętrznych i brakiem elementu konstrukcyjnego przenoszącego wypadkową tych sił obserwuje się np. przy zagięciach półek podłużnic pojazdów samochodowych, opaskach wzmacniających na zakrzywionych odcinkach i jest tym silniejsze, im większy jest stosunek szerokości półki (opaski) do jej grubości. Najwydatniejszą poprawę uzyskuje się na zasadzie podpierania półki, przy którym zniekształcenie przekroju poprzecznego jest najmniejsze – zaleca się wzdłużne uźebrowanie.

Efekt związany z brakiem kontinuum dla sił wewnętrznych można zauważyć na górnej półce belki o przekroju zamkniętym łączonej do słupa (obszar C, rysunek 3) pomiędzy blachami węzłowymi. Oryginalnie półka belki łączona była ze ścianką słupa spoiną teową, ale po drugiej stronie ścianki nie było kontynuacji, np. w postaci żebra lub przepony. Pomiedzy blachami węzłowymi zauważalny jest spadek naprężeń w półce, co przyczyniało się częściowo do przekroczenia naprężeń dopuszczalnych.

Węzeł konstrukcyjny, na którym zaznaczono obszar C (rysunek 3) jest dobrym przykładem sytuacji, gdy zwiększanie promienia zaokrąglenia wycięcia na blasze węzłowej nie rozwiązuje problemu przekroczeń naprężeń dopuszczalnych. Węzeł, słup i belka ukośna o przekroju zamkniętym przenoszą moment gnący tak duży, że składowe naprężeń od zginania i ściskania w skrajnych włóknach belki ukośnej i słupa są porównywalne i sumują się w miejscu

zaokrąglenia. Zwiększanie promienia zaokrąglenia powoduje odsunięcie skrajnych włókien blachy węzłowej od osi obojętnej zginania i zmniejszenie wykorzystania górnej półki belki ukośnej i ścianki słupa. Obniżenie poziomu naprężeń maksymalnych poniżej 60% ich początkowej wartości uzyskano zachowując minimalną odległość górnej półki od zarysu blachy węzłowej.



Rys. 3. Warstwy naprężeń zastępczych HMH w przypadku obciążenia HZS4 na fragmencie modelu wieży przed (a) i po modyfikacjach (b)

3. PODSUMOWANIE

Różnorodność i odmienność przypadków spotykanych w ramach poprawy konstrukcji uniemożliwia spisanie jednoznacznych, czytelnych reguł postępowania przez inżyniera. Ogólnie można stwierdzić, że każdy efektywny, uzasadniony sposób jest dobry, niemniej jednak najbardziej polecane są rozwiązania polegające na eliminowaniu przyczyn występowania przekroczeń naprężeń dopuszczalnych. Rozwój numerycznych metod obliczeń umożliwił wydawnicze rozszerzenie wiedzy o analizowanym ustroju. Usuwanie przyczyny nieprawidłowości w końcowym etapie konstruowania (zapewnienie kontynuacji dla sił wewnętrznych w ustroju, ograniczanie zniekształcenia przekrojów wywołane działaniem wypadkowych sił wewnętrznych, wprowadzanie momentów kompensujących momenty gnące w ramach przestrzennych przez zmianę ustawienia belek, dobór sztywności belek) umożliwia najefektywniejsze uzyskanie zamierzonego celu, mimo to stosuje się zabiegi konstrukcyjne realizowane na zasadzie ograniczania skutków (zwiększanie grubości blach, promieni zaokrąglenia, przesuwanie środków mas przekrojów), gdy bywają bardziej uzasadnione niż poprzednie.

LITERATURA

1. Hawrylak H., Sobolski R. (1967), *Maszyzny podstawowe górnictwa odkrywkowego*, Katowice.
2. Rusiński E., Czmochoński J., Smolnicki T. (2000), *Zaawansowana metoda elementów skończonych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
3. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. (1991), *The finite element method*, Vol. 1, Vol. 2. McGraw-Hill Book Company, London.
4. Norma DIN 22261

STRENGTH DESIGNING OF SUPPORTING STRUCTURE JOINT OF SURFACE MINING MACHINES

Abstract: Nowadays supporting structures of newly build basic machines of open cast mining undergo thorough strength analysis with use of finite element method (Rusiński et al., 2000). In case of verification calculations the occurrence of allowable stresses exceed is stated, where the structure changes are made in final stage of designing. In order to correct the structure the nonstandardized constructional operations are used very often.

METODA OBLICZEŃ TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ELEMENTÓW KONSTRUKCYJNYCH Z ZASTOSOWANIEM DWUPARAMETRYCZNYCH CHARAKTERYSTYK ZMĘCZENIOWYCH

Bogdan LIGAJ*, Grzegorz SZALA*

*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy,
ul. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz

bogdanlj@utp.edu.pl, gszala@utp.edu.pl

Streszczenie: W obliczeniach trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych poddanych w warunkach eksploatacji obciążeniom losowym o szerokim widmie należy przyjąć odpowiednią hipotezę sumowania uszkodzeń oraz odpowiednią charakterystykę zmęczeniową materiału.

W pracy przedstawiono algorytm obliczeń trwałości zmęczeniowej oparty na dwuparametrycznej charakterystyce zmęczeniowej. Opis metody i algorytm obliczeń zilustrowano przykładem obliczeń elementu konstrukcyjnego wykonanego ze stopu aluminium D16CzATW.

1. WPROWADZENIE

Metoda obliczeń trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych dla obciążeń losowych z wykorzystaniem charakterystyk jednoparametrycznych sprawdza się jedynie dla obciążeń o dominującej liczbie cykli z zakresu współczynnika asymetrii cyklu mieszczącego się w przedziale $-1 \leq R \leq 0$, czyli dla obciążeń stacjonarnych o wąskim widmie (Kocańda i Szala, 1997). W przypadku obciążeń stacjonarnych o szerokim widmie i niestacjonarnych o zmiennej w czasie wartości średniej, dla których zakres zmienności współczynnika asymetrii cyklu mieści się w zakresie $-\infty \leq R \leq \infty$, wymieniona metoda daje niedokładne wyniki (Szala i Szala, 2001).

Celem pracy jest przedstawienie algorytmu obliczeniowego opartego na dwuparametrycznej charakterystyce zmęczeniowej oraz dwuparametrycznym modelem obciążenia losowego.

W pracy zostanie przedstawiony przykład obliczeń trwałości zmęczeniowej elementu konstrukcyjnego w warunkach obciążeń eksploatacyjnych.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

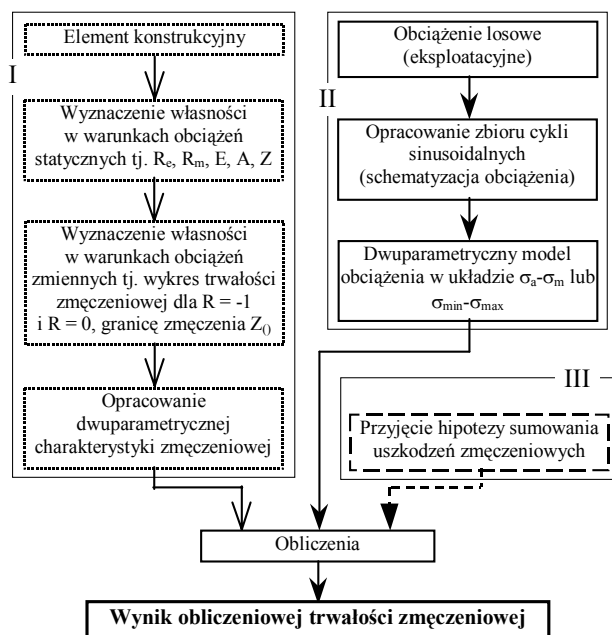
Elementy konstrukcyjne maszyn w warunkach eksploatacji poddawane są obciążeniom, których charakter jest zazwyczaj losowy wynikający z wielu czynników natury probabilistycznej. Prowadzenie obliczeń trwałości zmęczeniowej dla wymienionych warunków obciążenia wymaga stosowania takich metod, których wyniki są tożsame, w znaczeniu statystycznym, z wynikami badań eksperymentalnych. Skuteczną metodą obliczeń w tych warunkach może być metoda oparta na dwuparametrycznych charakterystykach zmęczeniowych.

Problem obliczeń trwałości zmęczeniowej dotyczy trzech zagadnień. Pierwszym z nich jest zagadnienie opisu

własności zmęczeniowych w układzie $N(\sigma_m, \sigma_a)$. Drugie zagadnienie związane jest z opracowaniem modeli obciążenia eksploatacyjnego opisujących cykle sinusoidalne dwoma parametrami σ_m i σ_a lub $\sigma_{\min}$ i $\sigma_{\max}$, natomiast trzecie zagadnienie dotyczy doboru odpowiednich hipotez kumulacji uszkodzeń zmęczeniowych. Wymienione zagadnienia są ścieżkami ujętymi w algorytmie obliczeń trwałości zmęczeniowej (rysunek 1). Opracowanie dwuparametrycznej charakterystyki zmęczeniowej dla elementu konstrukcyjnego wiąże się z przeprowadzeniem badań w warunkach statycznego rozciągania celem wyznaczenia podstawowych własności tj. R_e , R_m , E , itd. oraz w warunkach obciążeń zmiennych stałoaamplitudowych charakteryzujących się zmiennym współczynnikiem asymetrii cyklu R ($R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$, $j = 1, 2, 3, \dots, k$ jest numerem przedziału dla wartości lokalnych maksimów, $i = 1, 2, 3, \dots, k$ jest numerem przedziału dla wartości przedziału dla wartości lokalnych minimów – rysunek 3). Wyznaczenie wymienionych własności daje możliwość opracowania dwuparametrycznej charakterystyki zmęczeniowej elementu konstrukcyjnego.

Przebieg obciążenia eksploatacyjnego uzyskany np. w wyniku pomiaru nie daje się wprost zastosować w obliczeniach. Wymaga przeprowadzenia działań związanych z tzw. schematyzacją mającą na celu wyznaczenie cykli i (lub) półcykli sinusoidalnych opisanych wartościami σ_m i σ_a lub $\sigma_{\min}$ i $\sigma_{\max}$. Metody schematyzacji zostały opisane w pracy Kocańdy i Szali (1997). Dwuparametryczny model obciążenia może przyjmować postać wykresu rozkładu gęstości prawdopodobieństwa (Kocańda i Szala, 1997) lub tablicy korelacyjnej w układzie $\sigma_{\min}$ i $\sigma_{\max}$ lub σ_m i σ_a (Szala i Ligaj, 2005a).

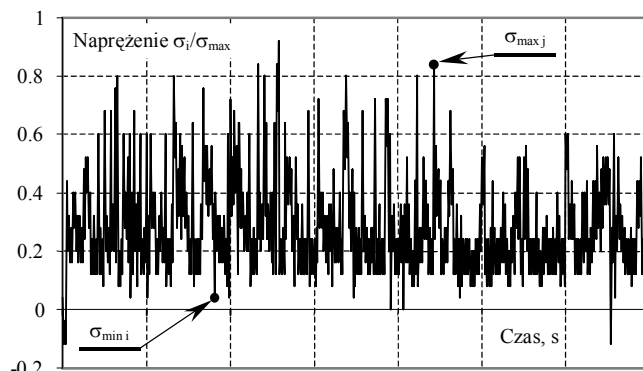
Trzecim, niezbędnym, elementem potrzebnym do przeprowadzenia obliczeń jest przyjęcie hipotezy kumulacji uszkodzeń zmęczeniowych. Ze znanych hipotez, które zostały szeroko przedstawione w pracy Szali (1998), do obliczeń przyjęto liniową hipotezę Palmgren-Minera.



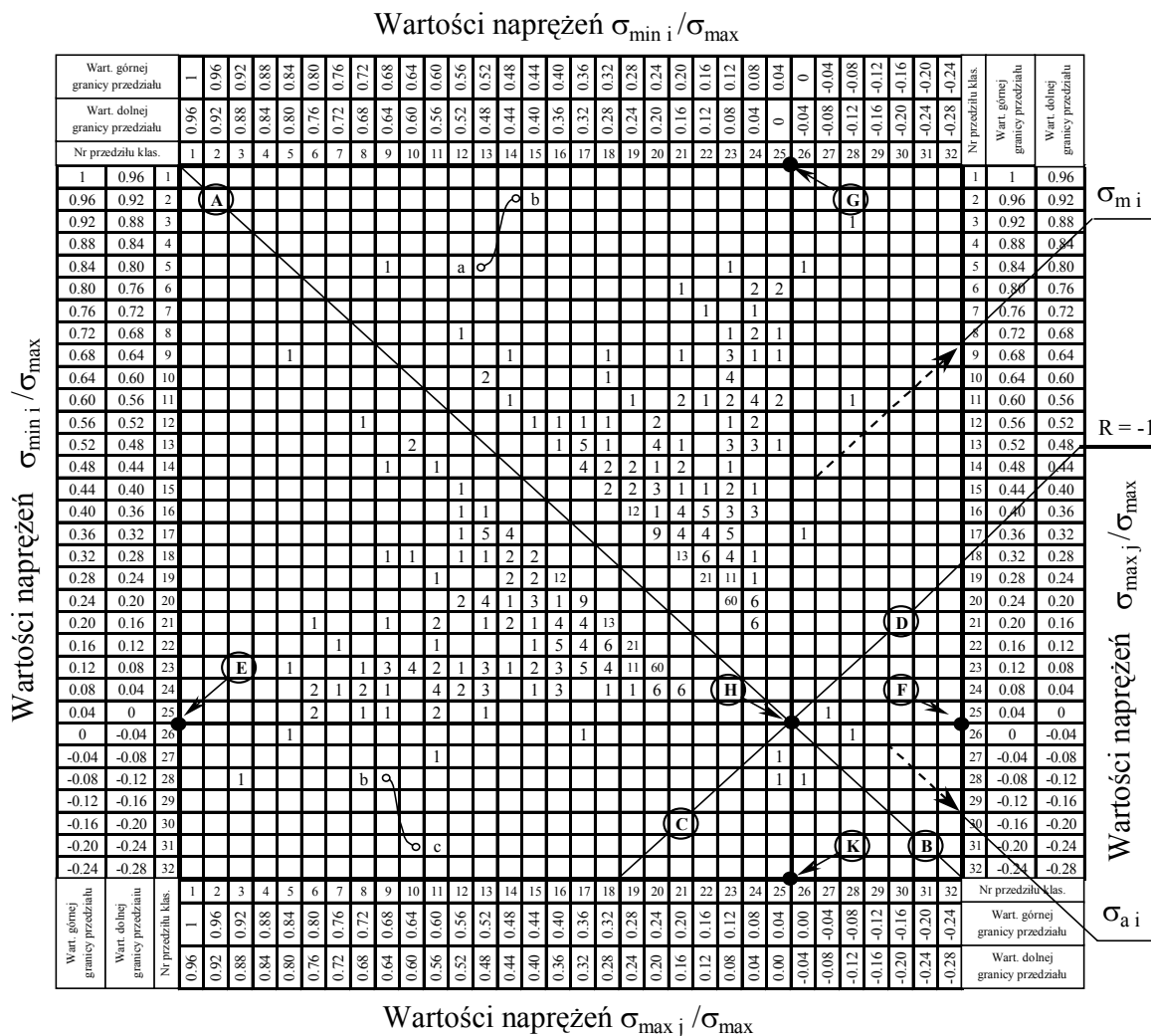
Rys. 1. Algorytm obliczeń trwałości zmęczeniowej elementu konstrukcyjnego na podstawie dwuparametrycznej charakterystyki zmęczeniowej

3. PRZYKŁAD OBCIĄŻEŃ I JEGO OPRACOWANIE

Do badań, jako obciążenie eksploatacyjne przyjęto standaryzowany przebieg zmian naprężeń Falstaff nr 130, przedstawiony na rysunku 2 (Description of a Fighter Aircraft Loading Standard for Fatigue).



Rys. 2. Wykres przebiegu eksploatacyjnego wg Falstaff'a (nr 130) (Description of a Fighter Aircraft Loading Standard for Fatigue), przez $\sigma_{\max j}$ oznaczono wartość lokalnego maksimum naprężenia (piku), $\sigma_{\min i}$ oznaczono wartość lokalnego minimum naprężenia



Rys. 3. Tablica korelacyjna w układzie $\sigma_{\min i} / \sigma_{\max}$ - $\sigma_{\max j} / \sigma_{\max}$

Wyniki opracowania losowych obciążeń (rysunek 2) zestawiono w tablicy korelacyjnej w układzie wartości standaryzowanych $\sigma_{\min i}/\sigma_{\max}$ - $\sigma_{\max j}/\sigma_{\max}$ (rysunek 3). Budowę i właściwości tablicy omówiono w pracy Szali i Ligaja (2005a).

W wymienionym opracowaniu zastosowano metodę obwiedni (rainflow counting method) (Kocańda i Szala, 1997), która stosowana jest do opracowania przebiegów losowych o szerokim widmie obciążenia.

Rozkład półcykli w tablicy mieszczący się w szerokim zakresie zmienności wartości $\sigma_{\min i}/\sigma_{\max}$ i $\sigma_{\max j}/\sigma_{\max}$ wskazuje, iż analizowane obciążenie jest obciążeniem o szerokim widmie. Liczby umieszczone w poszczególnych polach tablicy odpowiadają cyklom o odpowiednich wartościach $\sigma_{\min i}/\sigma_{\max}$ i $\sigma_{\max j}/\sigma_{\max}$.

Dla wyznaczenia wykresu trwałości zmęczeniowej $N(\sigma_{\max})$ analizowanego elementu konstrukcyjnego obliczenia prowadzi się dla różnych wartości naprężeń $\sigma_{\max}$. Dla przyjętych wartości $\sigma_{\max}$ obliczamy dla poszczególnych pól tablicy wartości $\sigma_{\max j}$ i $\sigma_{\min i}$, a z tych wartości odpowiednio:

$$\sigma_{aij} = \frac{\sigma_{\max j} - \sigma_{\min i}}{2} \quad (1)$$

oraz

$$\sigma_{mij} = \frac{\sigma_{\max j} + \sigma_{\min i}}{2} \quad (2)$$

Potrzeba stosowania w obliczeniach dwuparametrycznych charakterystyk zmęczeniowych związana jest z dużym zakresem zmienności wartości współczynnika asymetrii cyklu R charakteryzującego poszczególne cykle sinusoidalne. W rozpatrywanym przypadku dominująca część cykli charakteryzuje się współczynnikiem asymetrii cyklu z zakresu $0 < R < 1$, co odpowiada polu tablicy: dla półcykli rosnących AHG i dla półcykli malejących AHE. W polach: GDH i EHC znajdują się półcykle z zakresu $-1 < R < 0$, DHF i CHK półcykle z zakresu $-\infty < R < -1$ oraz FHB i KHB znajdują się cykle z zakresu $1 < R < \infty$.

4. WYBÓR CHARAKTERYSTYKI DWUPARAMETRYCZNEJ

Sinusoidalne cykle obciążenia wyznaczone z obciążenia eksploatacyjnego posiadają różne amplitudy i wartości średnie, co zostało zasygnalizowane w pobieżnej analizie w punkcie powyżej. W związku z tym obliczenia trwałości zmęczeniowej elementu konstrukcyjnego wymagają przyjęcia charakterystyki zmęczeniowej z uwzględnieniem zmienności σ_a i σ_m w szerokich granicach.

Znanych jest wiele opisów tego rodzaju charakterystyk zmęczeniowych (Kocańda i Szala, 1997; Szala i Szala, 2001). Z analizy wymienionych prac wynika, że w przypadku ograniczonej liczby danych z badań zmęczeniowych dobrą zgodność wyników obliczeń z wynikami badań uzyskuje się stosując charakterystykę według modelu II (Szala i Szala, 2001).

Model II polega na przyjęciu płaszczyzny przechodzą-

cej przez gałąź ograniczonej trwałości wykresu zmęczeniowego wyznaczonego przy $R=-1,0$ i punkt o wartości R_m lub R_e na osi σ_m . Płaszczyzna ta opisana jest zależnością:

$$N = N_0 \left[\frac{Z_{rc}}{\sigma_a} \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right) \right]^{m_0} \quad \text{dla } \sigma_{\max} \geq Z_{rc} \quad (3)$$

$$N \rightarrow \infty \quad \text{dla } \sigma_{\max} < Z_{rc}$$

gdzie: N – całkowita liczba cykli obciążenia sinusoidalnego o parametrach σ_a i σ_m do pęknięcia zmęczeniowego, N_0 – liczba cykli z wykresu zmęczeniowego Wöhlera (rysunek 5) odpowiadająca granicy zmęczenia Z_{rc} , m_0 – wykładnik w równaniu wykresu zmęczeniowego.

5. HIPOTEZA SUMOWANIA USZKODZEŃ ZMĘCZENIOWYCH

Jak wskazano w p.2 w przykładzie obliczeń trwałości zmęczeniowej elementu konstrukcyjnego poddanego działaniu obciążenia eksploatacyjnego o szerokim widmie, przyjęto liniową hipotezę sumowania uszkodzeń zmęczeniowych Palmgrena-Minera.

Jak wiadomo, uszkodzenie zmęczeniowe według tej hipotezy dla charakterystyki zmęczeniowej jednoparametrycznej $N(\sigma_a)$ obliczamy ze wzoru:

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (4)$$

gdzie: D_i jest uszkodzeniem po n_i cyklach naprężenia o amplitudzie $\sigma_{a,i}$, N_i jest liczbą cykli do pęknięcia zmęczeniowego (np. odczytaną z wykresu zmęczeniowego Wöhlera) dla naprężenia o amplitudzie $\sigma_{a,i}$, $D_0=0$ dla $n_i=0$ oraz $D_N=1.0$ dla $n_i=N_i$.

W przypadku obciążenia eksploatacyjnego o szerokim widmie, którego opracowanie daje liczby cykli n_{ij} o zmiennościach σ_{aij} i σ_{mij} (podane np. w tablicy korelacyjnej), a z charakterystyki dwuparametrycznej otrzymujemy N_{ij} cykli do pęknięcia zmęczeniowego, uszkodzenie D_{ij} oblicza się ze wzoru:

$$D_{ij} = \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \quad (5)$$

Całkowite uszkodzenie zmęczeniowe spowodowane wszystkimi cyklami zawartymi w tablicy korelacyjnej wynosi:

$$D = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k D_{ij} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \quad (6)$$

Trwałość zmęczeniową w liczbie cykli obliczamy ze wzoru:

$$N_c = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k n_{ij} \quad (7)$$

gdzie: n_{ij} we wzorach (4), (5) i (6) oznacza liczbę cykli w polu tablicy korelacyjnej oznaczonej numerami i oraz j .

6. PRZYKŁAD OBLICZEŃ

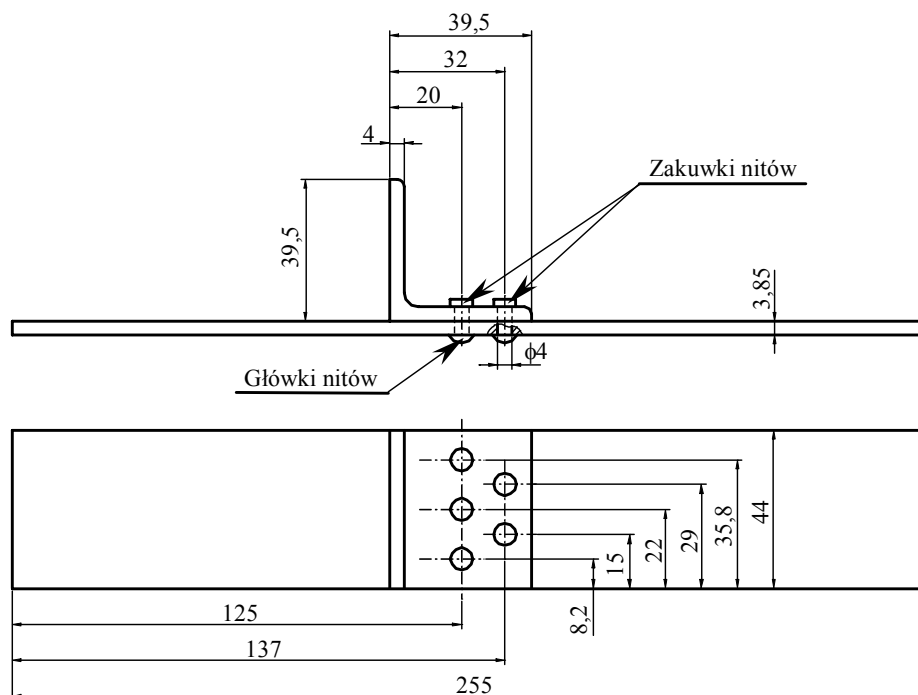
Obiekt obliczeń i badań stanowił płaskownik usztywniony za pomocą kątownika (rysunek 4) odzwierciedlający fragment struktury nośnej samolotu. Płaskownik z kątownikiem połączony został za pomocą pięciu nitów. Całość wykonana została ze stopu aluminium D16CzATW. Skład chemiczny stopu aluminium zamieszczono w tabeli 1, a statyczne własności mechaniczne w tabeli 2.

Tab. 1. Skład chemiczny stopu aluminium D16CzATW

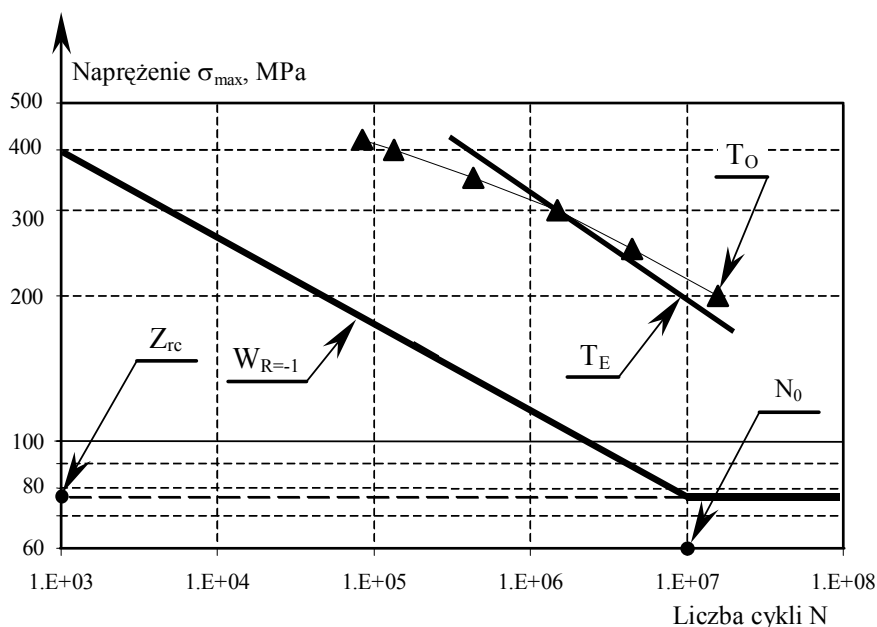
Cu	Mg	Mn	Zn ^(*)	Fe ^(*)	Si ^(*)	Inne
%						
3,8-4,9	1,2÷1,8	0,3÷0,9	0,1	0,3	0,2	0,05
(*) wartości maksymalne						

Tab. 2. Własności statyczne stopu D16CzATW

	R _e	R _m	E	A	Z
	MPa	MPa	MPa	%	%
Wartość średnia	336	460	68 402	25,2	28,7
Odchylenie stand.	3,1	1,0	1 190	0,4	1,6



Rys. 4. Obiekt badań wraz z głównymi wymiarami elementów składowych



Rys. 5. Wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej elementu konstrukcyjnego: $W_{R=-1}$ – trwałość zmęczeniowa dla obciążenia cyklicznego $R = -1$ (wykres Wöhlera), T_E – trwałość zmęczeniowa dla obciążenia eksploatacyjnego, T_O – wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej

Z badań w warunkach obciążenia cyklicznego (sinusoidalnego) elementu konstrukcyjnego otrzymano następujące wyniki:

– wykres zmęczenia Wöhlhera ($R = -1$)

$$\log \sigma_{\max} = -0,1794 \log N + 3,1398 \quad (8)$$

– granica zmęczenia ma wartość $Z_{rc} = 76,5$ MPa,
– wykładnik potęgi $m_0 = 5.57$.

Podstawiając wymienione wartości do wzoru (3) otrzymuje się dwuparametryczną charakterystykę zmęczenia w postaci:

$$N = 10^7 \left[\frac{76,5}{\sigma_a} \left(1 - \frac{\sigma_m}{460} \right) \right]^{5.57} \quad (9)$$

dla $-\infty < R < 1,0$ i $\sigma_{\max} \geq Z_{rc}$.

Do obliczeń przyjęto zakres naprężeń maksymalnych $\sigma_{\max}$ w przebiegu obciążeń eksploatacyjnych: od 200 do 420 MPa.

Przyjmując dane do obliczeń z rysunku 3 i wzór (9) opisujący dwuparametryczną charakterystykę zmęczenia, ze wzorów (4), (5) i (6) obliczamy trwałość zmęczenia w liczbie cykli. Znając liczbę cykli przypadającą na jednostkę czasu lub lot, można wyznaczyć trwałość w godzinach lub liczbie lotów. Wyniki obliczeń trwałości zmęczenia przedstawiono na rysunku 5.

Na rysunku 5 zamieszczono ponadto wykres trwałości wyznaczony doświadczalnie oraz wykres zmęczenia Wöhlhera dla $R = -1$.

7. PODSUMOWANIE

Z porównania wykresów trwałości zmęczenia uzyskanych w wyniku obliczeń i badań doświadczalnych wynika dobra zgodność wyników w zakresie naprężeń maksymalnych ($\sigma_{\max}$) od 200 do 300 MPa. Obliczona trwałość zmęczenia dla naprężeń maksymalnych powyżej 300 MPa jest mniejsza od trwałości doświadczalnej. Zaistniałe różnice mogą wynikać z zakresu przyjętych naprężeń maksymalnych, których wartość jest większa od granicy plastyczności dla stopu aluminium D16CzATW. Pomimo zaistniałych różnic, przedstawiona metoda obliczeń oparta na dwuparametrycznej charakterystyce zmęczenia daje zadowalające wyniki trwałości w warunkach obciążeń losowych o szerokim widmie.

LITERATURA

1. Kocańda S., Szala J. (1997), *Podstawy obliczeń zmęczenia*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
2. Szala J., Ligaj B. (2005a), Tablice korelacyjne dla obciążeń eksploatacyjnych – budowa, właściwości i zastosowanie, *X Jubileuszowy Kongres Eksploatacji Maszyn i Urządzeń*, Stare Jabłonki, 531-542.
3. Szala J., Ligaj B. (2005b), Trwałość zmęczenia elementów konstrukcyjnych w warunkach obciążeń eksploatacyjnych i programowanych, *Problemy Eksploatacji*, 4/2005, Instytut Technologii Eksploatacji, 291-301.
4. Szala J., Szala G. (2001), Dwuparametryczne charakterystyki zmęczenia – sformułowanie problemu, *Problemy Eksploatacji*, 3/2001, Instytut Technologii Eksploatacji, 287-295.
5. Szala J. (1998), Hipotezy sumowania uszkodzeń zmęczenia, *Uczelniane Zeszyty Akademii Techniczno-Rolniczej*, Bydgoszcz.
6. Description of a Fighter Aircraft Loading Standard for Fatigue, ICAF, 1976.

A FATIGUE LIFE CALCULATION METHOD OF CONSTRUCTIONAL ELEMENTS WITH A USE OF TWO - PARAMETRIC FATIGUE CHARACTERISTICS

Abstract: Suitable damage accumulation hypothesis and suitable fatigue life characteristics of a material should be assumed in fatigue life calculations of constructional elements in service conditions under random loading with a wide-band spectrum. The paper presents the algorithm of fatigue life calculations based on two-parametric fatigue life characteristics. Description of the method and the algorithm was performed on the example of fatigue life calculations of a constructional element made of D16CzATW aluminum alloy.

WSPÓŁCZYNNIK UWALNIANIA ENERGII JAKO PARAMETR OCENY ODPORNOŚCI STRUKTURY DWUFAZOWEJ STAL-PMMA NA PĘKANIE W ZŁOŻONYM STANIE OBCIĄŻENIA

Grzegorz MIECZKOWSKI*, Krzysztof MOLSKI*

*Katedra Budowy i Eksploatacji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45C, 15-351 Białystok

gmiecz@pb.edu.pl, kmolski@pb.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań odporności na pękanie struktury stal-PMMA ze szczeliną międzyfazową. Na drodze doświadczalnej wyznaczono krytyczne wartości siły zrywającej oraz zakresy zmian obciążenia w funkcji liczby cykli uruchamiające proces pękania struktury. Badania przeprowadzono dla szeregu próbek o różnych proporcjach między naprężeniami stycznymi i normalnymi, w płaszczyźnie połączenia dwóch materiałów.

Zbadano przydatność stosowania współczynnika uwalniania energii G jako parametru określającego wytrzymałość struktury. Wartości krytyczne parametru G_c wyznaczono sposobem doświadczalno - numerycznym polegającym na uwzględnieniu krytycznej wartości obciążenia, w analizie tego zagadnienia, wykonanej metodą elementów skończonych MES.

1. WSTĘP

Proces pękania kruchego i zmęczeniowego materiałów wielofazowych różni się pod wieloma względami od przebiegu pękania materiałów jednofazowych. Sąsiedztwo dwóch materiałów o różnych wartościach modułu Younga i współczynnika Poissona tworzących strukturę dwufazową powoduje, że pęknięcie propaguje zwykle wzdłuż granicy obu faz. Wiadomo również, że teoretyczne rozwiązania pól naprężeń w przypadku zagadnień szczelin w materiałach wielofazowych (Erdogan, 1963), różnią się jakościowo i ilościowo od rozkładów naprężeń dla szczelin w materiałach jednorodnych.

W materiałach jednorodnych do opisu warunków rozwoju pęknięcia kruchego i zmęczeniowego stosuje się współczynnik intensywności naprężenia K lub związany z nim parametr energetyczny G , zwany współczynnikiem uwalniania energii. W płaskich zagadnieniach wielkość energii uwalnianej można wyrazić przez dwa niezależne komponenty G_I oraz G_{II} , odpowiadające energii pochodzącej od rozciągania i ścinania materiału w płaszczyźnie szczeliny. W modelowaniu pękania materiałów wielofazowych bierze się zwykle pod uwagę całkowitą wartość współczynnika G , co wynika z braku możliwości rozdzielania uwalnianej energii na poszczególne składniki G_I oraz G_{II} . Ma to miejsce w sytuacji, gdy w rozwiązaniu teoretycznym opisującym pole naprężeń w okolicy wierzchołka pęknięcia, występuje wykładnik potęgowy o wartości zespolonej. Na rozkład naprężeń, w otoczeniu wierzchołka szczeliny, w znaczącym stopniu wpływają również człony trygonometryczne rozwiązania analitycznego, a uogólnione współczynniki intensywności naprężeń K_I^* i K_{II}^* muszą zawsze występować jednocześnie.

2. CELE PRACY

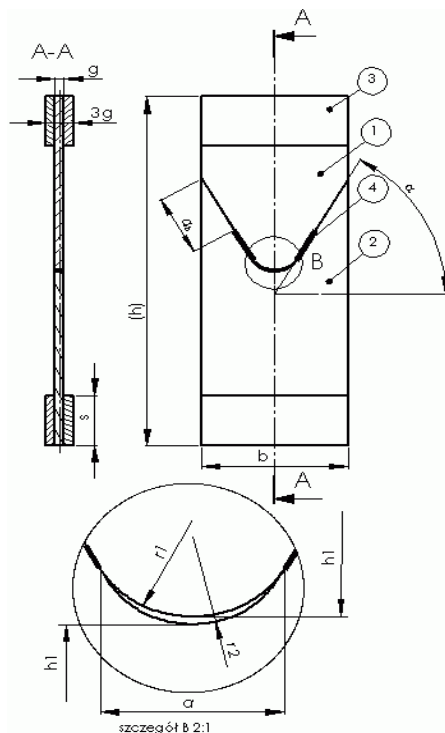
Na podstawie analizy rozwiązań teoretycznych otrzymanych dla szczelin międzyfazowych można stwierdzić, że taką samą wartość współczynnika uwalniania energii G można otrzymać przy różnej kombinacji obciążeń nominalnych – normalnych i stycznych – działających w płaszczyźnie szczeliny. Zgodnie z metodyką opisaną w wielu pracach (np. Murakami, 1987) zakłada się, że wzajemne relacje między składnikami naprężeń nominalnych nie mają wpływu na warunki pękania i zależą wyłącznie od wartości krytycznej G_c . Celem obecnej pracy było sprawdzenie na drodze doświadczalnej poprawności stosowania powyższego założenia w modelowaniu szczelin dwufazowych.

3. BADANIA DOŚWIADCZALNE

Do badań wykorzystano specjalne próbki wykonane (rysunek 1) z dwóch materiałów, stali i PMMA, o różnych stałych E i ν . W celu uniknięcia zginania badanych elementów, zaprojektowano próbki symetryczne, które były poddane procesowi rozciągania, gdzie złożone warunki obciążeniowe w strefie wierzchołkowej szczeliny można odnieść do położonej pod różnym kątem α płaszczyzny łączenia obu materiałów. Wartości charakterystyczne wszystkich rodzajów stosowanych próbek zamieszczono w tabeli 1.

Obie części każdej próbki łączono czołowo klejem Loctite 401 na pewnej długości wspólnej płaszczyzny połączenia. W czasie klejenia wykorzystano specjalnie skonstruowany przyrząd zapewniający właściwe położenie łączonych części zabezpieczający je przed wyboczeniem oraz umożliwiający kontrolę siły docisku. Na wolnych odcinkach a_b (rysunek 1) powstały międzyfazowe szczeliny boczne, natomiast w części środkowej, powstała łukowa szczelina centralna, zapewniająca łatwiejsze dopasowanie

łączonych elementów oraz zmniejszając udział naprężeń nominalnych w procesie pęknięcia. Próbka oznaczona symbolem SP0 posiadała tylko prostą, poprzeczną szczelinę centralną o długości a .



Rys. 1. Próbkę ze szczelinami międzyfazowymi użyta do badań:
1 – element stalowy, 2 – element z PMMA, 3 – nakładki,
4 – strefa połączenia obu elementów

Tab. 1. Wymiary próbek

Np	Symbol próbki	α [°]	r1 [mm]	r2 [mm]	h [mm]
1	SP60PL	-60	16	17.5	250
2	SP45PL	-45	18	21.5	250
3	SP30PL	-30	22	30	250
4	SP0	0	120	120	196
5	SP30S	30	30	22	251.2
6	SP45S	45	21.3	18	251.4
7	SP60S	60	17.4	16	251.4
a [mm]=30, b [mm]=96, g [mm]=6, s [mm]=36, $h1$ [mm]=125					

Badania przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej INSTRON. Próbkę mocowano, w specjalnie zaprojektowanych, przegubowych uchwytach zapewniających osiowość obciążenia.

W celu wyznaczenia wytrzymałości statycznej badane próbki obciążano osiowo siłą rozciągającą i rejestrowano jej wartości, w funkcji czasu, aż do wystąpienia kruchego pęknięcia. Zrywanie próbek każdego typu powtarzano wielokrotnie – od 7 do 13 razy, dzięki czemu możliwe było statystyczne opracowanie wyników badań.

Przy wyznaczaniu trwałości do inicjacji pęknięcia, próbki poddano działaniu jednostronnych cykli rozciągających. Rejestrowano liczbę cykli, przy której następowała gwałtowna propagacja szczeliny oraz wartości zadawanego obciążenia. W ten sposób przebadano od 10 do 20 próbek każdego typu.

Długość bocznej szczeliny a_b była celowo zmieniana, w czasie sklejanie obu materiałów, w celu uzależnienia siły

krytycznej od długości pęknięcia i mierzona indywidualnie dla każdej próbki, przed i po jej zerwaniu. Przełomy wszystkich próbek były oceniane pod względem jakościowym i w dalszej analizie brano pod uwagę wyłącznie kohezjny charakter pęknięcia.

Następnie próbki modelowano metodą elementów skończonych MES w programie ANSYS i symulowano obciążenia osiowe siłami krytycznymi, uzyskanymi z badań eksperymentalnych. Korzystając z zależności (1) wyznaczano uogólnione współczynniki intensywności naprężeń K_I^* i K_{II}^* (Molski i Mieczkowski, 2004):

$$K_I^* = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r}^{1-\lambda_r} (\sigma_\phi(r,0) \cos(\Delta) + \tau_{r\phi}(r,0) \sin(\Delta))$$

$$K_{II}^* = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r}^{1-\lambda_r} (\tau_{r\phi}(r,0) \cos(\Delta) - \sigma_\phi(r,0) \sin(\Delta)) \quad (1)$$

$$\text{gdzie: } \Delta = \delta \ln(r), \delta = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{\kappa_1 \mu_2 + \mu_1}{\kappa_2 \mu_1 + \mu_2}\right),$$

a następnie obliczono współczynniki uwalniania energii G_c ze wzoru (2) (Molski 2000):

$$G = \frac{1}{16 \cosh(\pi \delta)^2} \left(\frac{1 + \kappa_1}{\mu_1} + \frac{1 + \kappa_2}{\mu_2} \right) (K_I^{*2} + K_{II}^{*2}) \quad (2)$$

4. WYNIKI

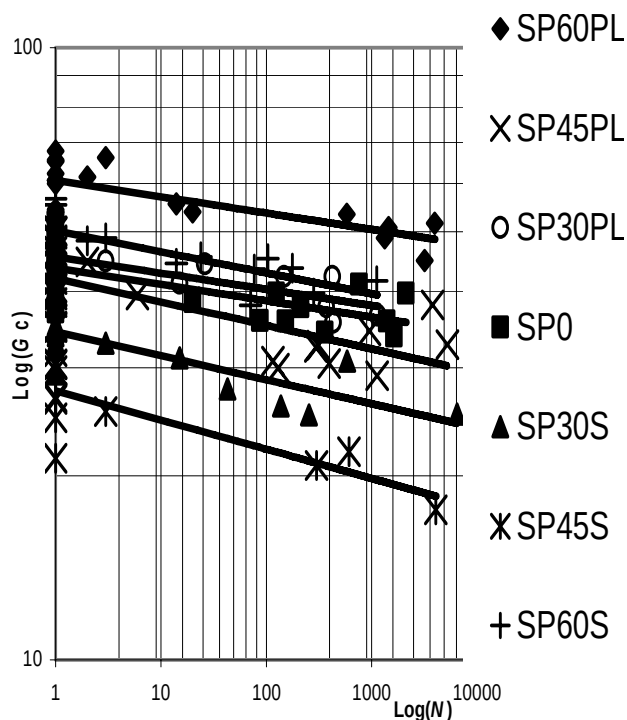
Współczynniki uwalniania energii G_c obliczono indywidualnie dla każdej próbki uwzględniając długości szczelin i obciążenie niszczące. W tabeli 2 podano średnie wartości parametru G_c , określającego statyczną wytrzymałość badanych elementów oraz wielkość odchylenia standardowego dla wszystkich rodzajów próbek.

Tab. 2. Krytyczne wartości współczynników uwalniania energii G_c w zależności od kąta α

Typ próbki	α [°]	G_c [J/m ²]	Liczba prób	Odchylenie standardowe [J/m ²]
SP60PL	-60	58,67	10	3,94
SP45PL	-45	42,58	13	5,49
SP30PL	-30	44,45	12	5,78
SP0	0	44,2	11	4,54
SP30S	30	34,93	9	5,11
SP45S	45	27,75	8	3,50
SP60S	60	48,8	7	7,23

Na rysunku 2 zamieszczone zostały wykresy trwałości do inicjacji pęknięcia różnych rodzajów próbek. W skali logarytmicznej, podano wartości współczynników G_c oraz odpowiadające im liczby cykli N , przy których następowało gwałtowne pęknięcie próbki, czyli nagły wzrost istniejącej wcześniej szczeliny. Na wykresie zamieszczono również dla porównania wyniki badań statycznych.

Otrzymane wyniki obliczeń parametru G_c określającego wytrzymałość doraźną struktur dwufazowych, poddano analizie statystycznej. Z testów Levene'a jednorodności wariancji oraz, w wyniku testowania hipotezy o równości średnich w wielu grupach (ANOVA) stwierdzono, że wartości zmiennej, dla każdego typu próbek, podlegają rozkładowi zbliżonemu do normalnego, a średnie wartości współczynników uwalniania energii G_c dla poszczególnych typów próbek różnią się w sposób statystycznie istotny.



Rys. 2. Trwałość do zainicjowania pęknięcia struktury dwufazowej ze szczeliną

5. WNIOSKI

W wyniku przeprowadzonych badań doświadczalnych, obliczeń numerycznych i analiz statystycznych można stwierdzić, że krytyczna wartość współczynnika uwalniania energii G_c towarzysząca rozwojowi pęknięć międzyfazowych nie jest wielkością stałą dla badanych materiałów. Wartości parametrów krytycznych G_c zależały od kąta położenia płaszczyzny łączenia, co oznacza, że pękanie następowało przy różnych proporcjach między naprężeniami stycznymi i normalnymi w płaszczyźnie pęknięcia wpływającymi na wielkość współczynnika uwalniania energii G_c .

Przeprowadzone badania zmęczeniowe potwierdziły, że zjawisko to ma podobny charakter również w analizowanym przypadku. Wszystkie otrzymane charakterystyki trwałościowe do inicjacji pęknięcia układają się w zasadzie wzdłuż linii równoległych i zgadzają się ze średnimi wartościami obciążenia quasi-statycznego, otrzymanymi w próbach obciążeń doraźnych. Oznacza to, że stosowane kryterium stałego krytycznego współczynnika uwalniania energii całkowitej G_c , w modelowaniu wytrzymałości statycznej i zmęczeniowej struktury stal-PMMA ze szczeliną międzyfazową, nie opisuje w sposób zadowalający krytycznych warunków pęknięcia, w złożonym stanie obciążenia.

LITERATURA

1. Brahtz J. H. A. (1933), Stress distribution in a reentrant corner, *Trans. ASME*, 55, 31-37.
2. Dundurs J. (1967), Effect of elastic constants on stress in a composite under plane deformation, *J. Comp. Mater.*, 1, 310.

3. Erdogan F. (1963), Stress Distribution in a Non-homogeneous Elastic Plane with Cracks, *Trans. ASME, Ser. E, J. Applied Mechanics*, 30, 232-236.
4. Mieczkowski G., Molski K. (2005), Stress field singularities for reinforcing fibre with a single lateral crack, *Solid Mechanics and Its Applications*, 135, 185-192.
5. Mieczkowski G., Molski K. L., Seweryn A. (2003), Numeryczne modelowanie pól naprężeń i przemieszczeń w okolicy wierzchołkowej ostrych wtrąceń materiałowych, *II Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, 241-246.
6. Molski K. L. (2000), Zastosowanie jednostkowej funkcji wagowej w wymiarowaniu konstrukcji metodami mechaniki pęknięcia, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
7. Molski K. L., Mieczkowski G. (2004a), Local displacement effects in the vicinity of interfacial crack tip, *Fracture Mechanics of Materials and Structural Integrity, Academician of NASU V.V. Panasyuk*, 325-331.
8. Molski K. L., Mieczkowski G. (2004b), Rozkład naprężeń i przemieszczeń w okolicy wierzchołkowej ostrego wtrącenia z jednostronnym wzdłużnym pęknięciem, *XII Francusko-Polskie Seminarium Mechaniki*, 85-92.
9. Molski K. L., Mieczkowski G. (2005), Osobliwości oscylacyjne pola naprężeń dla sztywnego wtrącenia z rozwarstwieniem, *Konferencja Naukowa MECHANIKA*, Gdańsk, 173-179.
10. Murakami Y. (ed.), (1987), *Stress Intensity Factors Handbook*, Pergamon Press.
11. Parton V. Z., Perlin P. I. (1984), *Mathematical Methods of the Theory of Elasticity*, Mir Publishers, Moscow.
12. Salganik R. L. (1963), The Brittle Fracture of Cemented Bodies, *Prokl. Mat. Mech.*, 27.
13. Seweryn A. (2003), *Metody numeryczne w mechanice pęknięcia*, Biblioteka Mechaniki Stosowanej, IPPT PAN.
14. Seweryn A., Molski K. L. (1996), Elastic stress singularities and corresponding generalized stress intensity factors for angular corners under various boundary conditions, *Eng. Frac. Mech.*, 55, 529-556.
15. Sih G. C., Chen E. P. (1981), *Cracks in Composite Materials, Ch.3 (Mechanics of Fracture VI)* ed. G. C. Sih, Martinus Nijhoff Publishers, Hague.
16. Wolfram S. (2003), *The Mathematica Book*, 5th ed. Wolfram Media.

ENERGY RELEASE RATE G AS A FRACTURE PARAMETER OF A BI-MATERIAL STRUCTURE STEEL-PMMA WITH INTERFACIAL CRACK

Abstract: The present paper deals with experimental approach to critical quasi-static and fatigue fracture conditions for a bi-material structure steel-PMMA with interfacial crack under complex stress state along the bond. Seven different types of samples were used of various crack lengths and different inclination angles of the bond with respect to the loading direction. Critical values G_c of the energy release rate were determined for all types of specimens using numerical FEM approach and considering maximal forces obtained experimentally. Analysis performed has shown that G_c values were not constant for all types of specimens. Since G_c depends on the inclination angle of the bond some other fracture criteria should be developed to increase accuracy of theoretical models describing fracture processes of interfacial cracks.

Praca jest częścią projektu N N501 0110 33 finansowanego przez MNiSzW oraz realizowanego w Politechnice Białostockiej.

BADANIE WPŁYWU WYBRANYCH PARAMETRÓW EKSPLOATACYJNYCH NA SKUTECZNOŚĆ HAMOWANIA HAMULCA TARCZOWEGO I TAŚMOWEGO

Jerzy NACHIMOWICZ*, Mikołaj PLEWA*

*Katedra Budowy i Eksploatacji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

nachim@pb.edu.pl, pmp@pb.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań wpływu wybranych parametrów eksploatacyjnych na przebieg hamowania układu napędowego za pomocą hamulców: tarczowego i taśmowego. Przeanalizowano wpływ siły docisku tarczy elektromagnetycznego hamulca tarczowego na wielkość momentu tarcia oraz opóźnienia hamowania. Zbadano także, dla hamulca taśmowego, wpływ materiałów wybranych par ciernych (bęben-taśma) oraz siły naciągu taśmy na skuteczność hamowania hamulca.

1. WPROWADZENIE

Hamowanie układu napędowego jest procesem dynamicznym, na którego przebieg ma bardzo duży wpływ tarcie. Modelowanie numeryczne tego procesu, aby dobrze odzwierciedlało jego przebieg wymaga przyjęcia bardzo precyzyjnych założeń. Próby eksperymentalne w tym zakresie są dobrym uzupełnieniem metod teoretycznych na drodze poznania tak skomplikowanego zjawiska (Dietrich, 1999).

Celem prezentowanej pracy jest analiza wpływu wybranych parametrów eksploatacyjnych, takich jak napięcie zasilające cewkę elektromagnesu hamulca tarczowego czy rodzaj materiału wybranych par ciernych taśm hamulca taśmowego, na skuteczność hamowania układu napędowego. Badania eksperymentalne prowadzono na stanowisku badawczym własnego pomysłu, przedstawionym w pracach Nachimowicza i Plewy (2008, 2009). Badania elektromagnetycznego hamulca tarczowego dotyczyły oceny wpływu siły docisku tarczy na moment hamowania i opóźnienie hamowania.

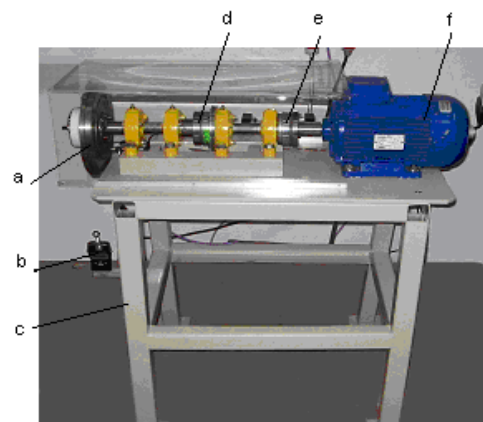
W ramach badań hamulca taśmowego analizowano wpływ materiału różnych par ciernych hamulca i siły naciągu taśmy na takie parametry procesu hamowania jak: moment tarcia, opóźnienie hamowania i współczynnik tarcia ślizgowego. Poprzez zastosowanie w konstrukcji układu napędowego siłomierza, zbadano zmiany wartości siły w biernej części cięgna w całym zakresie hamowania, od prędkości roboczych do zatrzymania wału członu biernego. W pracy porównano też dwie metody wyznaczania momentu hamowania hamulca taśmowego.

2. METODYKA BADAŃ

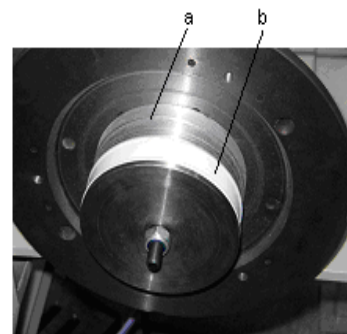
2. 1. Stanowisko badawcze

Badania doświadczalne prowadzono na stanowisku badawczym pokazanym na rysunku 1. Stanowisko to jest układem napędowym składającym się z elektrycznego silnika napędowego i wału biernego z kołem zamachowym

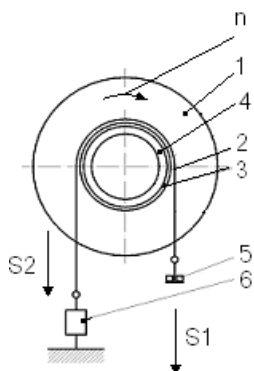
odwzorowującym masowy moment bezwładności maszyny roboczej. Do badania przebiegu hamowania układu napędowego użyto elektromagnetycznego hamulca tarczowego typu ESM5-20-24 (www.fumo.com.pl) i hamulca taśmowego własnej konstrukcji, którego widok i schemat przedstawiono na rysunkach 2 i 3. Więcej informacji nt. ww. stanowiska badawczego, w tym również zastosowanej aparatury kontrolno-pomiarowej, można znaleźć w pracach Nachimowicza i Plewy (2008, 2009).



Rys. 1. Stanowisko badawcze-widok ogólny: a – koło zamachowe z hamulcem taśmowym, b – siłomierz, c – rama, d – hamulec tarczowy, e – sprzęgło, f – silnik elektryczny



Rys. 2. Bęben hamulca taśmowego: a – pierścień aluminiowy, b – pierścień poliamidowy



Rys. 3. Ułożenie cięgna w hamulcu taśmowym przy kącie opasania $\alpha=\pi$: 1 – koło zamachowe, 2 – cięgno wiotkie (taśma), 3 – wymienny pierścień hamulca (aluminium, poliamid), 4 – bęben hamulca, 5 – szalka z obciążnikami, 6 – siłomierz, S1 – siła w cięgnię czynnym (obciążenie szalką i ciężarkami), S2 – siła w cięgnię biernym rejestrowana przez siłomierz, n – prędkość obrotowa wału

3. PROGRAM PRÓB

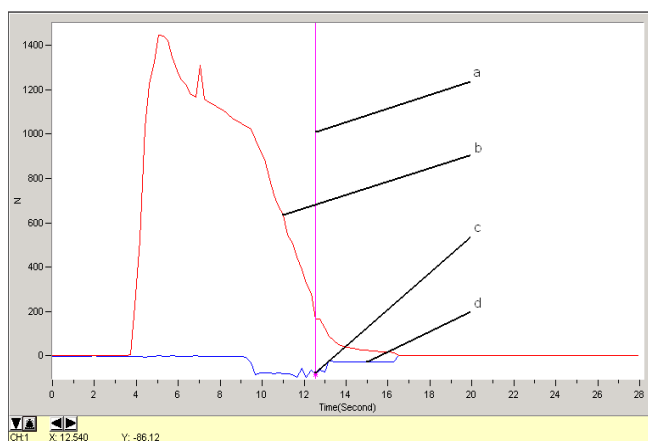
Program prób obejmował:

- badania wpływu siły docisku tarczy na przebieg hamowania elektromagnetycznego hamulca tarczowego;
- badania wpływu siły naciągu taśmy, dla różnych par ciernych, na skuteczność hamowania hamulca taśmowego.

Miarą siły docisku tarczy w hamulcu tarczowym była wielkość napięcia zasilającego cewkę elektromagnesu. Przyjęto, że napięcie to będzie wynosiło $U=2\div 6V$.

Tab.1. Zestawienie badanych par ciernych

	Taśma	skóra	stal	mosiądz
Pierścień				
aluminium	al-sk	al-st	al-mos	
poliamid	pol-sk	pol-st	pol-mos	



Rys. 4. Przykładowy wykres zmian prędkości wału biernego przy hamowaniu hamulcem taśmowym z parą cierną al-st i $S_1=15[N]$: a – znacznik do ustalania współrzędnych dowolnego punktu na wykresie, b – n prędkość członu biernego w min-1, c – punkt wykresu, którego współrzędne podano w lewym dolnym rogu, d – siła w cięgnię biernym (S2)

Do badań hamulca taśmowego użyto 6 rodzajów par ciernych. Zestawienie materiałów tych par podano w tabeli 1.

Przyjęto, że obciążenie S_1 taśmy w każdym badaniu będzie jednakowe i wyniesie: 15, 25, 35N. Próby przeprowadzono przy prędkości obrotowej silnika $n=1200\text{obr/min}$. Zastosowana aparatura kontrolno-pomiarowa pozwoliła zarejestrować przebieg zmian prędkości ruchu obrotowego wału silnika i wału napędzanego, a także zmianę siły naciągu taśmy hamulca taśmowego w całym zakresie pracy układu napędowego. Przykładowy wykres prędkości obrotowej n wału biernego i siły S_2 w biernym cięgnię hamulca taśmowego podczas hamowania przedstawiono na rysunku 4.

4. WYNIKI PRÓB I ICH ANALIZA

4.1. Analiza wpływu siły docisku tarczy na moment tarcia hamulca tarczowego

Analizy pracy układu napędowego dokonano w oparciu o dynamiczne równanie ruchu obrotowego, które dla członu biernego, w przypadku włączania sprzęgła, przyjmie postać (1), a w przypadku hamowania postać (2):

$$I_b \varepsilon_{wl} + M_{hl} = M_{ts}, \quad (1)$$

$$I_b \varepsilon_h = M_{hl} + M_{hhe} + M_{hht}, \quad (2)$$

gdzie: I_b – masowy moment bezwładności członu biernego [kgm^2], ε_h – opóźnienie kątowe hamowania członu biernego [$1/\text{s}^2$], ε_{wl} – przyśpieszenie kątowe członu biernego przy włączaniu sprzęgła [$1/\text{s}^2$], M_{ts} – moment tarcia na sprzęgle [Nm], M_{hl} – moment oporu w łożyskach [Nm], M_{hhe} – moment hamowania hamulca tarczowego [Nm], M_{hht} – moment hamowania hamulca taśmowego [Nm].

W powyższych równaniach przyjęto, że $\varepsilon_h = \text{const}$. Takie założenie było zasadne, gdyż we wszystkich przeprowadzonych próbach prędkość wału biernego w czasie hamowania była wprost proporcjonalna do czasu (podobnie jak na rysunku 4).

Aby możliwa była analiza przebiegu hamowania członu biernego koniecznym było ustalenie wartości I_b . Wartość I_b ustalono w sposób następujący.

Równanie ruchu obrotowego członu biernego, po wyłączeniu sprzęgła i bez włączania hamulców, można zapisać w postaci (3) (modyfikacja równania (2)):

$$I_b \varepsilon_h = M_{hl} \quad (3)$$

Dodając dodatkową masę o znanym masowym momencie bezwładności I_{bd} do I_b ruch członu biernego można opisać równaniem (4):

$$(I_b + I_{bd}) \varepsilon_{hd} = M_{hl}^*, \quad (4)$$

gdzie: ε_{hd} – opóźnienie hamowania członu biernego z dodatkową masą.

Zakładając, że $M_{hl} = M_{hl}^*$ i porównując równania (3) i (4) wyrażenie na I_b można zapisać w postaci (5):

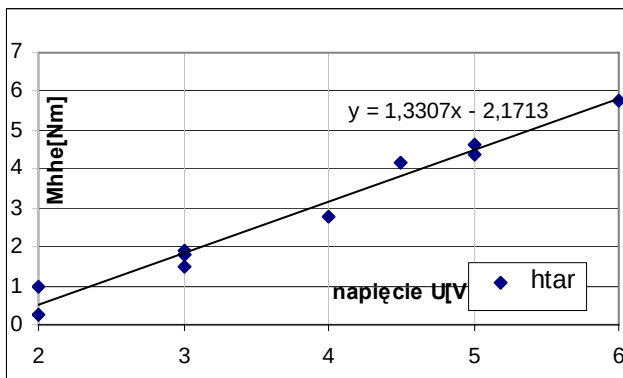
$$I_b = \frac{I_{bd} \varepsilon_{hd}}{\varepsilon_h - \varepsilon_{hd}} \quad (5)$$

Wyznaczona wartość I_b członu biernego badanego układu napędowego wynosi: $I_b = 650 \text{ kgcm}^2$.

Do wyznaczenia M_{hhe} , przy znanym I_b , ε_h i M_{hl} , wykorzystano równanie (2) w postaci (6):

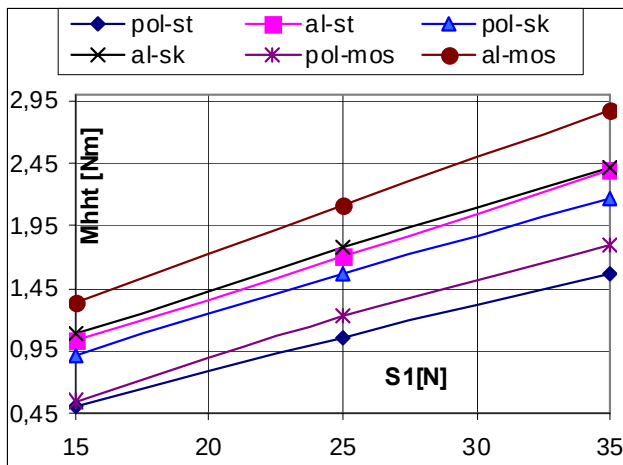
$$M_{hhe} = I_b \varepsilon_h - M_{hl} \quad (6)$$

Obliczone na podstawie wyników pomiarów z przeprowadzonych prób, wartości M_{hhe} w zależności od napięcia U zasilania elektromagnesu hamulca przedstawiono na rysunku 5. Ponadto, na rysunku 7 pokazano, na tle wartości M_{hht} dla badanych par ciernych, zależność momentu hamowania M_{hhe} od opóźnienia hamowania ε_h .



Rys. 5. Wpływ napięcia zasilającego elektromagnes hamulca tarczowego na moment hamowania M_{hhe}

4.2. Analiza wpływu obciążenia i materiału par ciernych na moment tarcia hamulca taśmowego

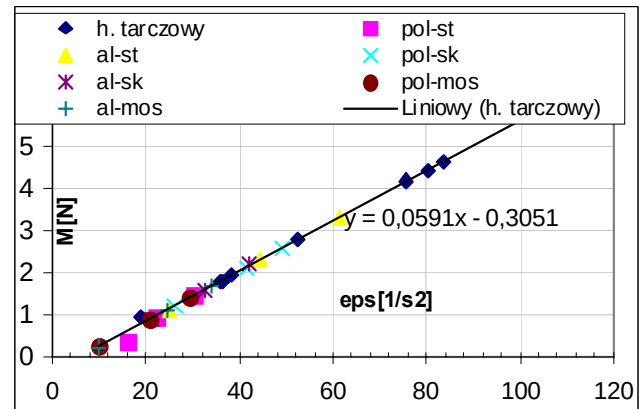


Rys. 6. Wpływ siły S_1 naciągu taśmy na M_{hht} dla różnych par ciernych

Analizy wpływu siły naciągu taśmy hamulca taśmowego na moment hamowania M_{hht} dokonano w oparciu o wzór (7):

$$M_{hht} = I_b \varepsilon_h - M_{hl} \quad (7)$$

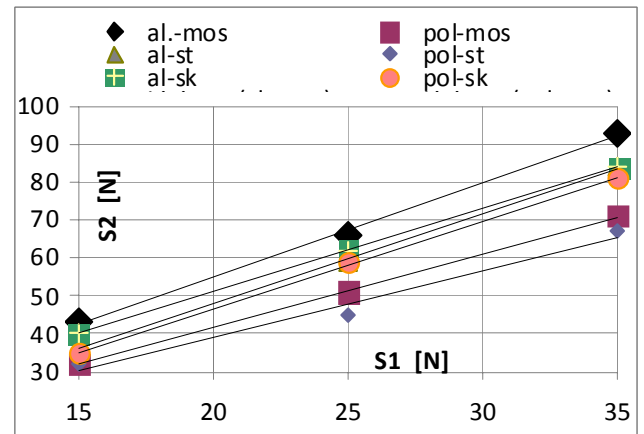
Przeprowadzone, dla 6 różnych par ciernych (tabela 1) i trzech obciążeń, próby pozwoliły ustalić jaki jest wpływ materiału tych par na moment hamowania M_{hht} (rysunki 6 i 7).



Rys. 7. Zależność momentu hamowania hamulca tarczowego M_{hhe} i taśmowego M_{hht} od opóźnienia hamowania ε_h

4.3. Analiza sił wciąganych dla badanych par ciernych hamulca taśmowego

Do dokonania pełniejszej analizy przebiegu hamowania układu napędowego wykorzystano znajomość sił w obuciągach taśmy hamulca. Siłę S_1 stanowi obciążenie ciągną czynnego szalki i ciężarkami (rysunek 3). Zależność siły S_2 od S_1 dla badanych par ciernych, przy $\varepsilon_h = \text{const}$, przedstawiono na rysunku 8. W dolnych zakresach prędkości (przy $\varepsilon_h \neq \text{const}$) siła S_2 zmniejszyła się do wartości zbliżonej do S_1 i pozostawała stałą do końca próby (rysunek 4). Zależność siły S_2 od S_1 , przy $\varepsilon_h \neq \text{const}$, pokazano na rysunku 9.

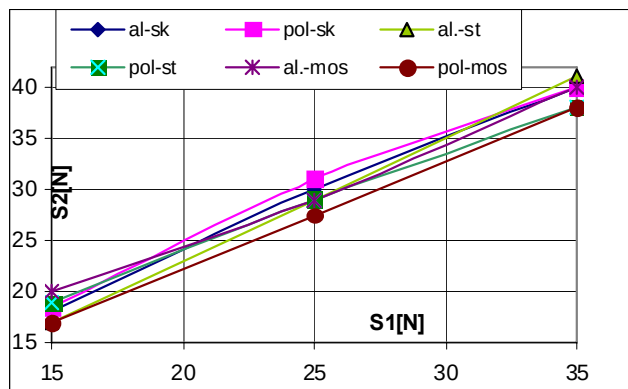


Rys. 8. Wartości sił S_2 w zależności od S_1 dla badanych par ciernych

Uzyskane wyniki pomiarów sił S_2 , przy znanych wartościach S_1 , pozwoliły wyznaczyć ślizgowy współczynnik tarcia μ dla wszystkich badanych ciągów. Ustalenia współczynnika tarcia ślizgowego μ dokonano w oparciu o wzór Eulera (8) opisujący tarcie ciągien:

$$S_2 = S_1 e^{\mu \alpha} \quad (8)$$

gdzie: e , μ , α – podstawa logarytmów naturalnych, współczynnik tarcia ślizgowego, kąt opasania cięgna (w pracy $\alpha = \pi$ rad.).



Rys. 9. Wartości sił S_2 w zależności od S_1 dla badanych par ciernych przy $\varepsilon_h \neq \text{const}$.

Współczynnik tarcia μ , w badanym zakresie prędkości przy $\varepsilon_h = \text{const}$, pozostawał stały, niezależnie od prędkości i obciążenia S_1 (różny dla każdej badanej pary cierniej). Wyznaczone wartości tego współczynnika zawarto w tabeli 2.

Tab. 2. Porównawcze zestawienie wybranych parametrów hamowania hamulca taśmowego dla badanych par ciernych

	S_1 [N]	S_2 [N]	S_2/S_1	Wsp.tarc μ	M_{hht} (9)	M_{hht} (8)
al-sk	25	62	2,48	0,29	1,85	1,77
al-st	25	59	2,36	0,28	1,7	1,67
al-mos	25	66	2,64	0,32	2,05	2,12
pol-sk	25	59	2,36	0,29	1,7	1,57
pol-st	25	45	1,8	0,21	1	1,06
pol-mos	25	51	2,04	0,23	1,3	1,22

Weryfikacji poprawności obliczeń momentu hamowania hamulca taśmowego M_{hht} dokonano porównując wartość tego momentu obliczoną za pomocą zależności (7) i równania równowagi bębna (9):

$$(S_2 - S_1)R = M_{hht}, \quad (9)$$

gdzie: R - promień pierścienia wymiennego bębna hamulca taśmowego ($R=50\text{mm}$).

Wyniki weryfikacji, przy jednym obciążeniu $S_1=25\text{N}$, zestawiono w tabeli 2. Zestawienie obliczonych wartości współczynników tarcia μ dla badanych par ciernych i porównanie M_{hht} obliczonych ze wzorów (7) i (9), dla $S_1=25\text{N}$ podano w tabeli 2.

5. WNIOSKI

1. Przeprowadzone próby hamowania układu napędowego za pomocą hamulca tarczowego i taśmowego wykazały proporcjonalną zależność momentu hamowania M_h od opóźnienia ε_h niezależnie od rodzaju hamulca (rysunek 7).
2. Moment hamowania hamulca ciernego M_{hht} , w badanym zakresie obciążeń S_1 , zależał istotnie od rodzaju materiału pary cierniej (rysunek 6).
3. Analiza sił w cięgnię biernym hamulca taśmowego wykazała, że w przedziale stałej wartości ε_h ($\varepsilon_h = \text{const}$) można uznać iż siła S_2 pozostaje stałą (rysunek 4). Oznacza to również, że pozostaje stały ślizgowy współczynnik tarcia μ , różny jednak dla każdej z badanych par ciernych (tabela 2).
4. Przy niskich prędkościach wału biernego ($\varepsilon_h \neq \text{const}$) siła S_2 gwałtownie malała i pozostawała stałą do końca próby. Jej wartość nieznacznie przekraczała wartość siły S_1 (rysunek 9). Wyliczony ze wzoru Eulera (8) współczynnik tarcia μ był bliski „0” i wynosił ok. 0,05.
5. Zagadnienie nagłego spadku siły S_2 w końcowym zakresie prędkości wału biernego wymaga dalszych badań i na obecnym etapie stawianie zdecydowanych hipotez wydaje się przedwczesnym.
6. Wartości momentu hamowania hamulca taśmowego M_{hht} , wyznaczone w oparciu o dwie niezależne metody (wykorzystanie dynamicznego równania ruchu obrotowego (7) i równania równowagi bębna (9)) różnią się nieznacznie (tabela 2) co świadczy o poprawności przeprowadzenia eksperymentu.

LITERATURA

1. Dietrich M. (red.) (1999), Podstawy konstrukcji maszyn, WNT, Warszawa.
2. Nachimowicz J., Plewa M. (2008), *Urządzenie do badania sprzęgła i hamulców*, Zgłoszenie wzoru użytkowego nr 117800 z dn. 24.10.2008.
3. Nachimowicz J., Plewa M. (2009), *Stanowisko do badania hamulców: tarczowego i taśmowego*, XXIV Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn, Białowieża 2009.
4. <http://www.fumo.com.pl/>.

AN INVESTIGATION ON INFLUENCE OF TECHNICAL PARAMETERS ON BRAKING EFFECTIVENESS OF DISK AND BAND BRAKES

Abstract: The paper presents results of investigations on influence of technical parameters on effectiveness of braking. The influence of some arbitrarily chosen technical parameters on effectiveness of braking was analyzed. Band material, band tension for band brake and compressive force for disk brake were considered. Braking moment for different types of brakes and parameters used was measured and calculated.

ANALIZA NIELINIOWA SAMOWZBUDNYCH DRGAŃ POWŁOKI CYLINDRYCZNEJ W OPLYWIE NADDŹWIĘKOWYM

Idzi NOWOTARSKI*

*Wojskowa Akademia Techniczna, Instytut Techniki Lotniczej, 00-908 Warszawa, ul. Gen. S. Kaliskiego 2

idzi.nowotarski@wat.edu.pl

Streszczenie: Praca zawiera analizę samowzbudnych drgań powłoki cylindrycznej o skończonej długości w opływie naddźwiękowym. Wyznaczono rozwiązanie równań ruchu i ustalono równanie częstości. Przedstawiono także wyniki obliczeń numerycznych rozpatrywanych zjawisk.

1. WSTĘP

Zagadnienia stateczności oraz drgań płyt i powłok w naddźwiękowym opływie są intensywnie badane od szeregu lat z uwagi na ich praktyczne zastosowania w budowie rakiet i samolotów (Bisplinghoff i Ashley, 1962; Dowell, 1970; Dźygałło Z. 1961, 1963, 1964, 1968a, b, c, 1970, 1974; Dźygałło i inni, 1967; Dźygałło i Olejnik, 1973; Kuo i inni, 1973; Matsuzaki i Kobayashi, 1971; Olson i Fung, 1967, 1968; Parthan i Johns, 1972; Platzer i inni, 1973; Wielgus, 1972; Болотин, 1961; Вольмир, 1972; Огибалов i Колтунов, 1969).

Sprężyste i dyssypacyjne własności takich struktur zależą od parametrów decydujących o ich samowzbudności. Przepływ naddźwiękowy zmienia częstości drgań własnych i tłumienie drgań również dla podkrytycznego zakresu wartości parametrów, gdy jeszcze nie występują drgania samowzbudne.

W przypadku, gdy na konstrukcję działają obciążenia jawnie zależne od czasu, powstają nieautonomiczne drgania, których charakter oraz przebieg będzie się zmieniał w zależności od parametrów opływającego gazu, przy czym istotne zmiany występują także w podkrytycznym zakresie prędkości przepływu.

Flutter płyt i powłok badano w ujęciu liniowym i nieliniowym stosując różne przybliżenia na różnicę ciśnień i siły aerodynamiczne, które działają na powierzchnię układu drgającego w naddźwiękowym opływie (Bisplinghoff i Ashley, 1962; Dowell, 1970; Dźygałło i inni, 1967; Dźygałło, 1961, 1963, 1964; Olson i Fung, 1967, 1968; Болотин, 1961; Вольмир, 1972; Огибалов i Колтунов, 1969). W nowszych pracach zwrócono uwagę na pełniejsze rozwiązania problemów niestacjonarnego opływu (Dźygałło, 1968b, c; Matsuzaki i Kobayashi, 1971; Parthan i Johns, 1972; Platzer i inni, 1973).

Nieautonomiczne drgania powierzchniowych układów aerosprężystych rozpatrywano na przykładzie płyt jedno- i wieloprześłowych w opływie, obciążonych okresowo zmiennym ciśnieniem lub parametrycznie pobudzającymi siłami. Wyznaczono rozwiązania zlinearyzowanych problemów (Dźygałło, 1968a; Wielgus, 1972). Zbadano rów-

nież nieliniowe oddziaływania drgań wymuszonych z samowzbudnymi na cyklach granicznych (Dźygałło, 1970, 1974). Badano także reakcję płyty w opływie na działanie obciążeń uderzeniowych (Dźygałło i Olejnik, 1973; Dźygałło, 1974) oraz powłoki (Dźygałło i inni, 1977b).

Niniejsza praca stanowi kontynuację prac Dźygałło i innych (1974, 1977a) w oparciu o implementacje numeryczne przystosowane do najnowszych technik obliczeniowych, w tym przypadku z wykorzystaniem środowiska MATLAB. W pracy przeprowadzono kompleksową analizę samowzbudnych nieliniowych drgań powłoki cylindrycznej o skończonej długości w opływie naddźwiękowym. Ustalono warunki występowania drgań samowzbudnych w zależności od formy odkształcenia powłoki, jej parametrów oraz liczby Macha przepływu.

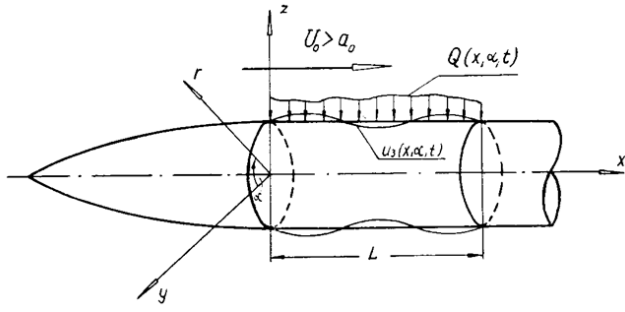
Rozwiązanie otrzymano stosując metodę rozwinięcia w szeregi względem funkcji własnych samosprężonego problemu brzegowego drgań rozpatrywanej powłoki w próżni przy założeniu, że na obu krawędziach powłoki są spełnione warunki przegubowego przesuwne podparcia.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Rozpatrzmy powłokę cylindryczną o długości L i promieniu R . Przyjmijmy, że jest ona częścią zaostrego ciała obrotowego opływającego z zewnątrz gazem z naddźwiękową prędkością U_0 skierowaną równolegle do osi ciała (rysunek 1).

Przyjmijmy, że na powierzchnię powłoki działają różnica ciśnień ΔP wywołana jej ruchem w opływie i nieliniowe siły sprężyste ΔQ zależne od tego ruchu oraz zmienne ciśnienie $Q = Q(x, a, t)$ spowodowane zewnętrznym zaburzeniem, które nie zależy od drgań badanej powłoki.

Założymy również, że przednia zaostzona część ciała jest sztywna i spełnia warunki umożliwiające zastosowanie teorii zlinearyzowanego potencjalnego przepływu naddźwiękowego (Dźygałło, 1968b, c).



Rys. 1. Szkic rozpatrywanej powłoki cylindrycznej i jej obciążeń

Równania ruchu powłoki przedstawimy w bezwymiarowej postaci przyjmując, że współrzędna osiowa x oraz składowe przemieszczenia środkowej powierzchni powłoki u_1, u_2, u_3 są odniesione do długości powłoki L , a czas t do ilorazu L/U_0 . Niesprężystość materiału powłoki uwzględnimy za pomocą modelu Voigta. Otrzymamy wówczas równania (Dżygadło, 1961; Dżygadło i inni, 1967):

$$\sum_{k=1}^3 L_{jk} u_k = A_j \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} + [\lambda_0 (\Delta P + \Delta Q) + \lambda_2 P(x, \alpha, t)] \delta_{j3} \quad (1)$$

$$j = 1, 2, 3$$

gdzie

$$L_{jk} = \left(1 + \Theta \frac{\partial}{\partial t}\right) l_{jk}; \quad j, k = 1, 2, 3; \quad \Theta = \eta U_0 / L$$

$$l_{11} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2R} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}; \quad l_{12} = \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \alpha} = l_{21}$$

$$l_{13} = \frac{\nu}{R} \frac{\partial}{\partial x} = l_{31}; \quad l_{22} = \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}$$

$$l_{23} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \alpha} - c_1^2 \left[(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial \alpha} + \frac{1}{R} \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3} \right] = l_{32} \quad (2)$$

$$l_{33} = \frac{1}{R} + c^2 \nabla^2 \nabla^2; \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}$$

$$c^2 = \frac{h^2}{12L^2}; \quad c_1^2 = \frac{h^2}{12R^2}; \quad \frac{-}{R} = \frac{R}{L}; \quad A_1 = A_2 = \lambda_1 M^2 = -A_3$$

$$P(x, \alpha, t) = -\frac{Q(x, \alpha, t)}{\rho_0 a_0^2}; \quad \lambda_0 = \frac{1-\nu^2}{E} \frac{L}{h}; \quad \lambda_1 = \frac{1-\nu^2}{E} \rho_p a_0^2$$

$$\lambda_2 = \frac{1-\nu^2}{E} \frac{L}{h} \rho_0 a_0^2; \quad M = \frac{U_0}{a_0}; \quad \delta_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{dla } j = k \\ 0 & \text{dla } j \neq k \end{cases}$$

oraz $u_j = u_j(x, \alpha, t)$ dla $j=1,2,3$ – składowe przemieszczenia środkowej powierzchni powłoki w kierunku osiowym, obwodowym i promieniowym odpowiednio; E – moduł sprężystości, ν – współczynnik Poissona, h – grubość powłoki, ρ – gęstość materiału powłoki, η – współczynnik

tłumienia materiałowego, ρ_0 i a_0 – gęstość gazu i prędkość dźwięku w niezaburzonym przepływie, M – liczba Macha.

Obciążenie zewnętrzne $P(x, \alpha, t)$ przyjmujemy w postaci:

$$P(x, \alpha, t) = P_n(x, t) \cos n\alpha \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Wówczas składowe przemieszczenia powłoki $u_j(x, \alpha, t)$ oraz różnicę ciśnień ΔP będziemy poszukiwać w następującej formie:

$$u_j(x, \alpha, t) = u_{jn}(x, t) \cos n\alpha \quad j = 1, 3 \quad (4)$$

$$u_2(x, \alpha, t) = u_{2n}(x, t) \sin n\alpha$$

oraz

$$\Delta P = \Delta P_n(x, t) \cos n\alpha \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$\Delta Q = \Delta Q_n(x, t) \cos n\alpha \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

przy czym ΔP oznacza różnicę między ciśnieniem w przepływie niezaburzonym i zaburzonym drganiami powłoki, a ΔQ siły działające na powłokę pochodzące od jej kontaktu z dysypującym podłożem Winklera o sprężystości zależnej nieliniowo od przemieszczeń.

Rozpatrując opływ drgającej powierzchni powłoki w ramach potencjalnej teorii niestacjonarnego przepływu naddźwiękowego wykorzystamy rezultaty prac Dżygadło (1868b, c) i przyjmujemy różnicę ciśnień $\Delta P_n(x, t)$ w postaci wyrażenia różniczkowego:

$$\Delta P_n(x, t) = -\frac{\rho_0 U_0^2}{\mu} \left[\frac{\partial u_{3n}(x, t)}{\partial x} + \left(1 - \frac{1}{\mu^2}\right) \frac{\partial u_{3n}(x, t)}{\partial t} - \frac{u_{3n}(x, t)}{2R\mu} \right] \quad (6)$$

$$\mu = \sqrt{M^2 - 1}$$

które przedstawia główną część oddziaływania naddźwiękowego opływu na powłokę i jest słuszne dla umiarkowanych oraz dużych liczb Macha.

Natomiast nieliniowe siły sprężyste zależne od drgań badanej powłoki wyrażono zależnością

$$\Delta Q_n(x, t) = k_p [u_{3n}(x, t) + \varepsilon u_{3n}^3(x, t)] + c_p \frac{\partial u_{3n}(x, t)}{\partial t} \quad (6a)$$

k_p i c_p odpowiednio sztywność i tłumienie podłoża Winklera, a ε jest bezwymiarowym współczynnikiem wyrażającym stosunek sztywności podłoża przy członie nieliniowym do sztywności podłoża członu liniowego.

Problem rozwiążemy przy założeniu, że na krawędziach powłoki, dla $x=0$ i $x=L$ są spełnione warunki przegubowego przesuwne podparcia i rozwiązania będziemy poszukiwać w formie rozwinięć w szeregi względem układu funkcji własnych, samosprężonego problemu brzegowego drgań rozpatrywanej powłoki w próżni (Dżygadło i inni, 1967).

W związku z tym wprowadzimy funkcje:

$$X_k(x) = \sqrt{2} \sin k\pi x$$

$$Y_k(x) = \sqrt{2} \cos k\pi x \quad (7)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

względem których rozwinieśmy obciążenie zewnętrzne (3), składowe przemieszczeń (4) oraz różnicę ciśnień (5).

Równania ruchu (1) napisano przy uwzględnieniu wszystkich trzech składowych sił bezwładności, działających na drgającą powłokę oraz zastosowaniu operatorów l_{jk} zgodnie z ogólną teorią powłok cylindrycznych według W. W. Nowożyłowa (Dźygadło i inni, 1967). Przyjmując w (1) i (2) $A_1=A_2=0$ i $c_1^2=0$, otrzymujemy równania ruchu bez uwzględnienia stycznych składowych sił bezwładności i według technicznej teorii powłok (Dźygadło, 1961), które stosowano na ogół w literaturze do analizy flutteru powłok.

W niniejszej pracy w odróżnieniu od prac Dźygadło i innych (1974, 1977a) obliczenia przeprowadzono wykorzystując pełne równania ruchu w ujęciu nieliniowym i zbadano warunki występowania drgań samowzbudnych w zależności od liczby fal przemieszczeń w kierunku obwodowym oraz parametrów powłoki i przepływu analizie poddając odpowiednie cykle graniczne.

3. ROZWIĄZANIE RÓWNAŃ RUCHU

Założymy, że funkcja $P_n(x, t)$ przedstawiająca rozkład zewnętrznego obciążenia wzdłuż powierzchni powłoki jest funkcją całkowalną z kwadratem i można ją rozwinąć w szereg względem znormalizowanego układu funkcji $X_k(x)$.

W związku z tym funkcje występujące w rozwiązaniu (4) i obciążeniu (3) przedstawimy w postaci szeregów:

$$u_{1n}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} Y_k(x) u_{1nk}(t)$$

$$u_{jn}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) u_{jnk}(t), j = 2, 3 \quad (8)$$

oraz

$$P_n(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) h_{nk}(t) \quad (9)$$

gdzie

$$h_{nk}(t) = \int_0^1 P_n(x, t) X_k(x) dx \quad (10)$$

Po podstawieniu zależności (3) – (6, 6a) i (8), (9) do równań (1) i zastosowaniu metody Galerkin oraz wykonaniu szeregu przekształceń otrzymujemy niejednorodny, nieskończony układ równań różniczkowych o postaci:

$$\begin{aligned} -A_1 \ddot{u}_{1nj}(t) + c_{11j} w_{1nj}(t) + c_{12j} w_{2nj}(t) + c_{13j} w_{3nj}(t) &= 0 \\ c_{21j} w_{1nj}(t) - A_2 \ddot{u}_{2nj}(t) + c_{22j} w_{2nj}(t) + c_{23j} w_{3nj}(t) &= 0 \\ c_{31j} w_{1nj}(t) + c_{32j} w_{2nj}(t) - A_3 \ddot{u}_{3nj}(t) + c_{33j} w_{3nj}(t) &= \\ -\gamma_1 \dot{u}_{3nj}(t) - \gamma_2 u_{3nj}(t) + \gamma_3 \sum_{k=1}^{\infty} b_{jk} u_{3nk}(t) + & \\ \gamma_4 \sum_{k=1}^{\infty} c_{jk}^{lm} u_{3nj}(t) u_{3nl}(t) u_{3nm}(t) + \lambda_2 h_{nj}(t) & \end{aligned} \quad (11)$$

dla $j = 1, 2, 3, \dots$,

gdzie oznaczono:

$$\begin{aligned} w_{knj}(t) &= u_{knj}(t) + \Theta \dot{u}_{knj}(t), \quad k = 1, 2, 3 \\ c_{11j} &= -j^2 \pi^2 - \frac{1-\nu}{2R} n^2, \quad c_{12j} = nj\pi \frac{1+\nu}{2R} = c_{21j}, \\ c_{13j} &= j\pi \frac{\nu}{R} = -c_{31j}, \quad c_{22j} = -\frac{1-\nu}{2} j^2 \pi^2 - \frac{1}{R} n^2 \\ c_{23j} &= -\frac{n}{R^2} - c_1^2 n \left[(2-\nu) j^2 \pi^2 + \frac{n^2}{R^2} \right] = -c_{32j} \\ c_{33j} &= \frac{1}{R^2} + c^2 \left(j^2 \pi^2 + \frac{n^2}{R^2} \right)^2, \\ \gamma_1 &= \lambda_0 \frac{\rho_0 U_0^2}{\mu} \left(1 - \frac{1}{\mu^2} \right) + \lambda_0 c_p \\ \gamma_2 &= \lambda_0 \frac{\rho_0 U_0^2}{2R\mu^2} + \lambda_0 k_p, \\ \gamma_3 &= \lambda_0 \frac{\rho_0 U_0^2}{\mu}, \quad \gamma_4 = \lambda_0 \varepsilon k_p \end{aligned} \quad (12)$$

$$b_{jk} = \int_0^1 X_j(x) X_k(x) dx = -b_{kj} =$$

$$\begin{cases} \frac{2jk}{j^2 - k^2} [1 - (-1)^{j+k}] & \text{dla } j \neq k \\ 0 & \text{dla } j = k \end{cases}$$

$$c_{jk}^{lm} = \int_0^1 X_j(x) X_k(x) X_l(x) X_m(x) dx \quad - \text{całka zostanie}$$

obliczona numerycznie

Układ równań (11) może stanowić wyjściowy punkt do analizy ustalonych i niestacjonarnych drgań rozpatrywanej powłoki w naddźwiękowym opływie.

W celu efektywnego rozwiązania nieliniowego nieskończonego układu równań (11) zastąpiono je ich skończonym przybliżeniem przyjmując

$$j = 1, 2, \dots, M \quad (13)$$

oraz dokonano poniższych podstawień

$$\begin{aligned} U_{1nj}(t) &= \frac{d}{dt} U_{2nj}(t) = \dot{U}_{2nj}(t) = \dot{u}_{1nj}(t) \\ U_{2nj}(t) &= u_{1nj}(t) \\ U_{3nj}(t) &= \frac{d}{dt} U_{3nj}(t) = \dot{U}_{3nj}(t) = \dot{u}_{2nj}(t) \\ U_{4nj}(t) &= u_{2nj}(t) \\ U_{5nj}(t) &= \frac{d}{dt} U_{5nj}(t) = \dot{U}_{5nj}(t) = \dot{u}_{3nj}(t) \\ U_{6nj}(t) &= u_{3nj}(t) \end{aligned} \quad (14)$$

które przekształcają układ równań rzędu drugiego (11) w równania rzędu pierwszego kosztem dwukrotnej ich liczby ($2M$), tj.

$$\begin{aligned}
\dot{U}_{1nj}(t) &= \frac{1}{A_1} \{c_{11j} [U_{2nj}(t) + \Theta U_{1nj}(t)] + c_{12j} [U_{4nj}(t) + \Theta U_{3nj}(t)] + c_{13j} [U_{6nj}(t) + \Theta U_{5nj}(t)]\} \\
\dot{U}_{2nj}(t) &= U_{1nj}(t) \\
\dot{U}_{3nj}(t) &= \frac{1}{A_2} \{c_{21j} [U_{2nj}(t) + \Theta U_{1nj}(t)] + c_{22j} [U_{4nj}(t) + \Theta U_{3nj}(t)] + c_{23j} [U_{6nj}(t) + \Theta U_{5nj}(t)]\} \\
\dot{U}_{4nj}(t) &= U_{3nj}(t) \\
\dot{U}_{5nj}(t) &= \left\{ \frac{1}{A_3} \{c_{31j} [U_{2nj}(t) + \Theta U_{1nj}(t)] + c_{32j} [U_{4nj}(t) + \Theta U_{3nj}(t)] + c_{33j} [U_{6nj}(t) + \Theta U_{5nj}(t)]\} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{A_3} \left[\gamma_1 U_{5nj}(t) - \gamma_2 U_{6nj}(t) - \gamma_3 \sum_{k=1}^M b_{jk} U_{6nj}(t) - \gamma_4 \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M \sum_{m=1}^M c_{jk}^{lm} u_{3nj}(t) u_{3nl}(t) u_{3nm}(t) \right] \right\} \\
\dot{U}_{6nj}(t) &= U_{5nj}(t)
\end{aligned} \tag{15}$$

Efektywnego rozwiązania równań (15) poszukiwać będziemy metodą numeryczną Rungego-Kutta, co pozwoli na śledzenie np. przebiegów cykli granicznych, przemieszczeń w funkcji czasu, widmowej gęstości mocy w funkcji zmiany różnych parametrów analizowanego układu.

Chcąc porównać parametry krytyczne flatteru ($h_{nj}(t) \equiv 0$) otrzymane z rozwiązania nieliniowego z ich liniowym przybliżeniem przedstawionym w pracy Dzygałło i innych (1977a), układ równań (11) zlinearyzowano przyjmując $\gamma_4=0$ oraz dokonano podstawień

$$\begin{aligned}
U_{1nj}(t) &= \frac{d}{dt} U_{2nj}(t) = \dot{U}_{2nj}(t) = \dot{u}_{1nj}(t) = \bar{u}_{1nj} ip e^{ipt} \\
U_{2nj}(t) &= u_{1nj}(t) = \bar{u}_{1nj} e^{ipt} \\
U_{3nj}(t) &= \frac{d}{dt} U_{3nj}(t) = \dot{U}_{3nj}(t) = \dot{u}_{2nj}(t) = \bar{u}_{2nj} ip e^{ipt} \\
U_{4nj}(t) &= u_{2nj}(t) = \bar{u}_{2nj} e^{ipt} \\
U_{5nj}(t) &= \frac{d}{dt} U_{5nj}(t) = \dot{U}_{5nj}(t) = \dot{u}_{3nj}(t) = \bar{u}_{3nj} ip e^{ipt} \\
U_{6nj}(t) &= u_{3nj}(t) = \bar{u}_{3nj} e^{ipt}
\end{aligned} \tag{16}$$

Po tych uwagach ostatecznie otrzymuje się

$$\begin{bmatrix} c_{11j} [1 + \Theta ip] + A_1 p^2 & c_{12j} [1 + \Theta ip] & c_{13j} [1 + \Theta ip] \\ c_{21j} [1 + \Theta ip] & c_{22j} [1 + \Theta ip] + A_2 p^2 & c_{23j} [1 + \Theta ip] \\ c_{31j} [1 + \Theta ip] & c_{32j} [1 + \Theta ip] & -A_3 p^2 - c_{33j} [1 + \Theta ip] + \gamma_1 ip + \gamma_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_{1nj} \\ \bar{u}_{2nj} \\ \bar{u}_{3nj} \end{Bmatrix} +$$

$$-\gamma_3 \sum_{k=1}^M \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{jk} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_{1nk} \\ \bar{u}_{2nk} \\ \bar{u}_{3nk} \end{Bmatrix} = \mathbf{C}_{jk} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, M \tag{17}$$

Poszukiwane równanie częstości autonomicznego problemu samowzbudnych drgań powłoki cylindrycznej w opływie naddźwiękowym otrzymamy przyrównując do zera wyznacznik charakterystyczny problemu (17)

$$\Delta_M = \det \|\mathbf{C}_{jk}\| = 0, \quad j, k = 1, 2, \dots, M \tag{18}$$

W równaniu (3.11) wprowadzono w ogólnym przypadku zespoloną zredukowaną częstość oznaczając

$$p = (q - i\varepsilon) \omega_n \tag{19}$$

gdzie

$$\omega_n = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{E}{\rho_p a_0^2} \left[\frac{\pi^4}{\bar{R}^2 \left(\pi^2 + \frac{n^2}{R^2} \right)^2} + \frac{\left(\pi^2 + \frac{n^2}{R^2} \right)^2}{1 - \nu^2} \right]} \tag{20}$$

jest podstawową częstością drgań własnych rozpatrywanej powłoki w próżni, dla danej liczby fal na obwodzie n i dla równań ruchu według technicznej teorii powłok (Dzygałło, 1961).

Równania częstości (18) podzielono na część rzeczywistą i urojoną, tj.

$$\operatorname{Re} \Delta_M = 0, \quad \operatorname{Im} \Delta_M = 0 \tag{21}$$

z których wyznaczyć można dla danych parametrów problemu częstości drgań własnych układu $q=q_k$, $k=1,2,3,\dots$ oraz dekrementy zanikania $\varepsilon=\varepsilon_k < 0$ dla drgań tłumionych lub wzrostu $\varepsilon=\varepsilon_k > 0$ w przypadku niestatecznych drgań samowzbudnych.

W rozważanym przypadku występuje tłumienie materiałowe i aerodynamiczne. W związku z tym wyznacznik charakterystyczny (18) może być równy zero dla rzeczywistych wartości p tylko wówczas, gdy liczba Macha M jest równa jednej z krytycznych wartości $M=M_{kr}$, po przekroczeniu której w układzie powstają drgania samowzbudne.

4. ANALIZA NUMERYCZNA SAMOWZBUDNYCH DRGAŃ

W punkcie tym zajęto się zbadaniem przebiegu krytycznych parametrów samowzbudnych drgań w zależności od liczby fal na obwodzie powłoki n oraz szeregu innych danych.

Równanie częstości autonomicznego problemu drgań powłoki, tj. cylindrycznej części kadłuba samolotu w opływie naddźwiękowym otrzymano przy uwzględnieniu skończonej liczby M funkcji w rozwinięciach przedstawiających rozwiązanie problemu lecz w odróżnieniu od prac Dżygałdo i innych (1977a, b) zastosowano we wszystkich obliczeniach zarówno liniowych (17) jak i nieliniowych (15) pełną teorię powłok.

W celu zbadania mechanizmu utraty stateczności drgań kadłuba samolotu przeprowadzono numeryczne obliczenia rzeczywistych pierwiastków q równań (21), przy $\varepsilon=0$, dla szeregu wartości liczby fal na obwodzie n oraz liczby Macha M .

Numeryczne obliczenia wykonano dla powłoki duralowej, przyjmując zgodnie z równaniami (2) poniższe wartości stałych współczynników

$$\bar{R} = 0,25, \quad c^2 = 8,3333 \cdot 10^{-8}, \quad c_1^2 = 1,3333 \cdot 10^{-6}$$

$$\lambda_0 = 1,2639 \cdot 10^{-8}, \quad \lambda_1 = 4,1640 \cdot 10^{-3}, \quad (22)$$

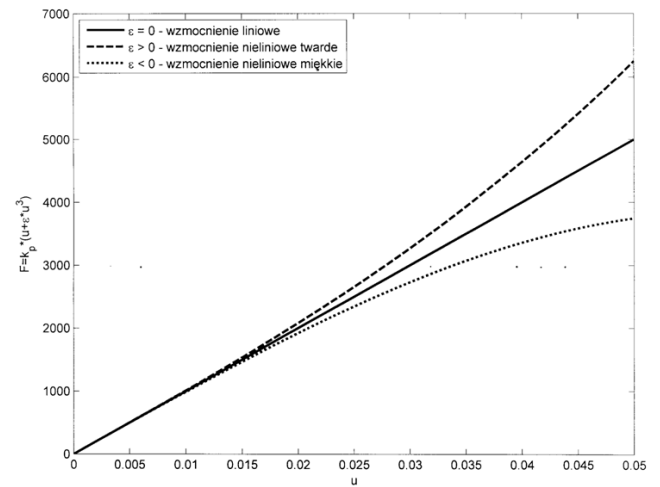
$$\lambda_2 = 1,8263 \cdot 10^{-3}, \quad \varepsilon = k_p^N / k_p$$

gdzie k_p^N – współczynnik sztywności przy nieliniowym członie wyrażenia (6a). Bezwymiarowy parametr ε , który charakteryzuje rodzaj wzmocnienia zilustrowano na rysunku 2.

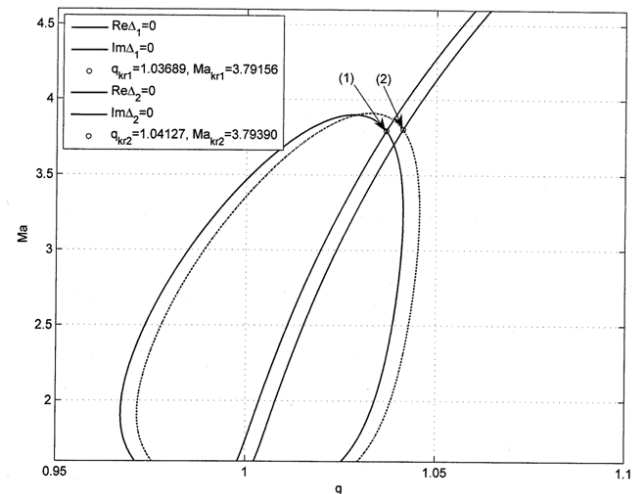
Przykładowe, typowe wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 3 oraz rysunku 4. Punkty przecięcia linii $\text{Re}\Delta=0$ i $\text{Im}\Delta=0$ wyznaczają krytyczne wartości liczby Macha oraz odpowiadające im rzeczywiste częstości $q=q_{kr}$. Po przekroczeniu M_{kr} występuje utrata stateczności drgań dla danej postaci własnej – pojawiają się drgania samowzbudne (rysunek 3, wariant (2)). Wprowadzenie sprężystego podparcia wzdłuż tworzącej powłoki zwiększa rzeczywistą częstość drgań q_{kr} oraz minimalnie krytyczną liczbę Macha M_{kr} (rysunek 4, wariant 2).

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że w przypadku powłoki cylindrycznej o skończonej długości niestateczne drgania występują po przekroczeniu dwu kolejnych częstości własnych, podobnie jak dla płaskich układów powierzchniowych (Bisplinghoff i Ashley, 1962). Obecnie jednak w zależności od liczby fal na obwodzie n (rysunek

4) minimalna wartość M_{kr} może wystąpić po połączeniu pierwszej i drugiej lub wyższych kolejnych częstości własnych.



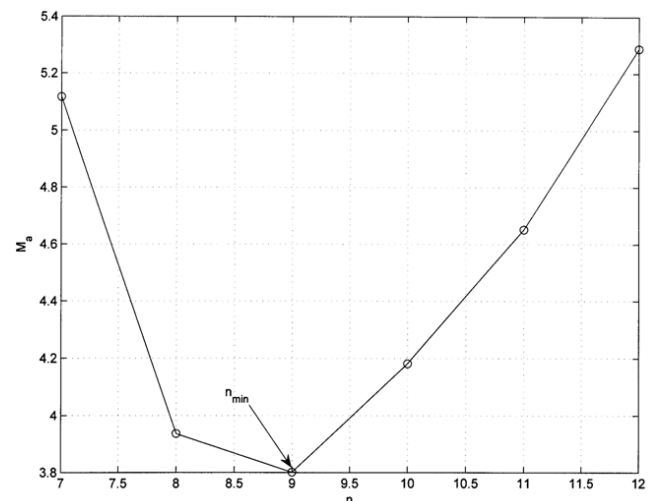
Rys. 2. Typy wzmocnienia w funkcji parametru ε



Rys. 3. Linie $\text{Re}\Delta=0$ i $\text{Im}\Delta=0$ na płaszczyźnie M_a, q

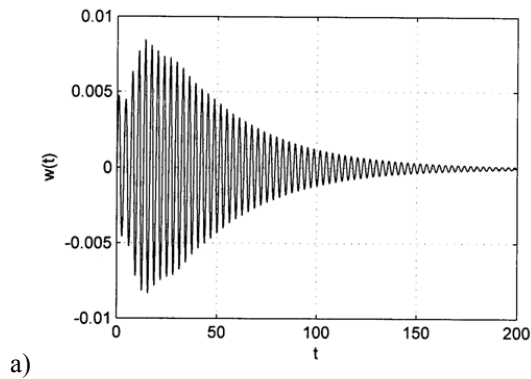
Wariant (1) – $m=8, n=9, \Theta=0,001, k_p=0, c_p=0, \varepsilon=0$

Wariant (2) – $m=8, n=9, \Theta=0,001, k_p=10^5, c_p=0, \varepsilon=0$

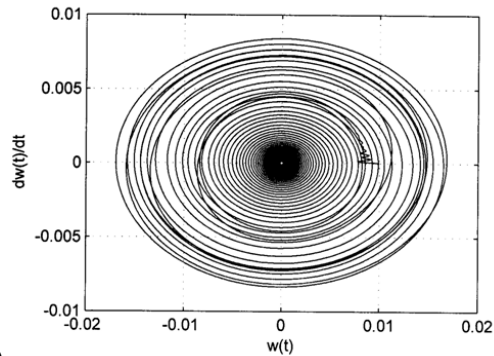


Rys. 4. Wykres zmiany M_{kr} w funkcji liczby fal n na obwodzie korpusu rakiety

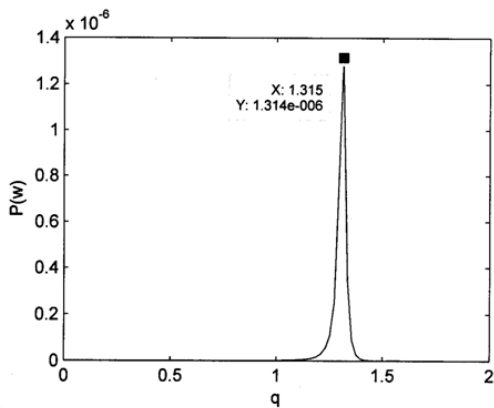
Wpływ nieliniowego członu sprężystego (6a) badano śledząc kolejno przebiegi cykli granicznych, wykresy przemieszczeń w funkcji czasu oraz widmową gęstość mocy $P(w)$ w funkcji zmiany sztywności podpory k_p i bezwymiarowego parametru ε . Otrzymane przykładowe wyniki obliczeń zilustrowano na rysunkach 5 – 11.



a)

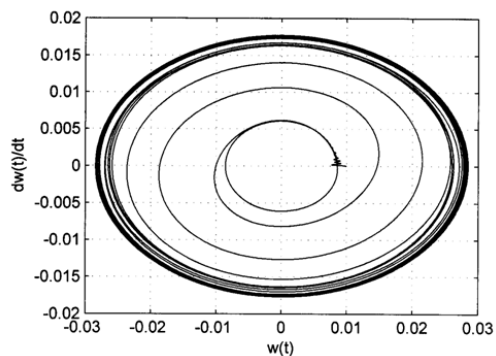


b)

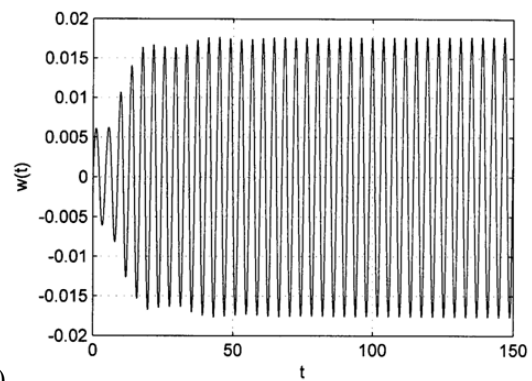


c)

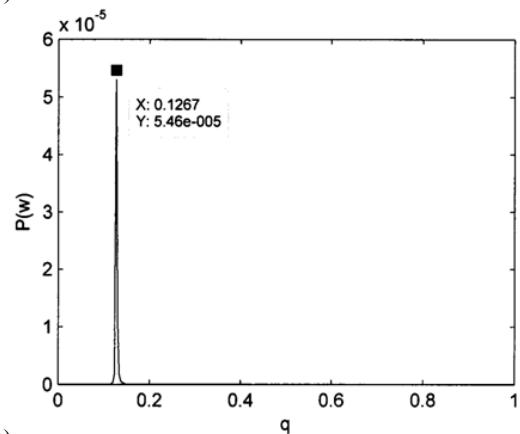
Rys. 5. Podstawowe charakterystyki drgań nieliniowych powłoki dla stałych parametrów: $m=8$, $n=9$, $\Theta=0,001$, $k_p=10^5$, $c_p=0$, $\varepsilon=0$ oraz zmiennej liczby Macha przepływu $M=3$



a)

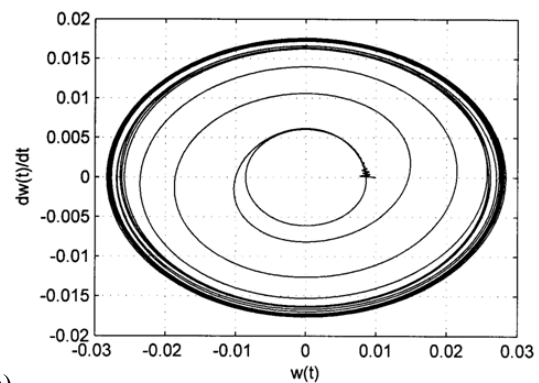


b)

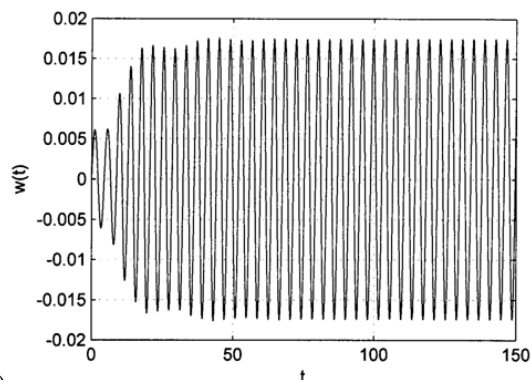


c)

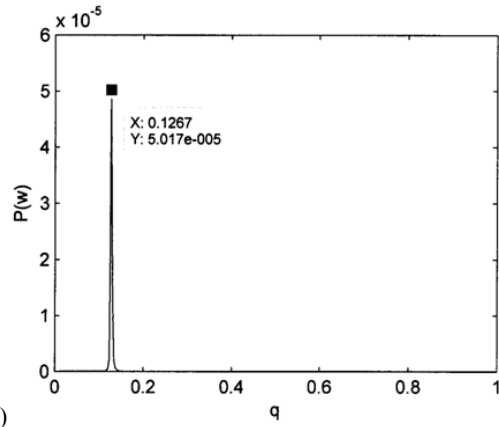
Rys. 6. Podstawowe charakterystyki drgań nieliniowych powłoki dla stałych parametrów: $m=8$, $n=9$, $\Theta=0,001$, $k_p=10^5$, $c_p=0$, $\varepsilon=0$ oraz zmiennej liczby Macha przepływu $M=M_{kr}^L=3,79390$



a)

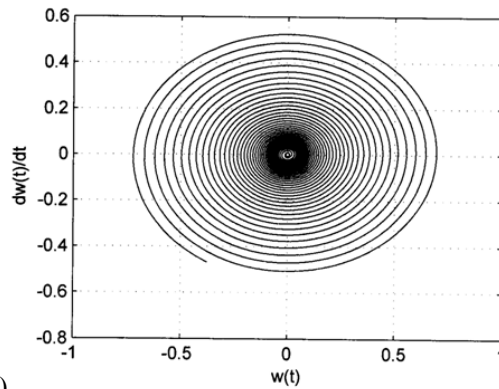


b)

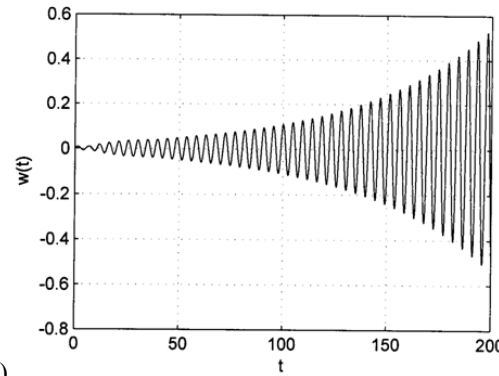


c)

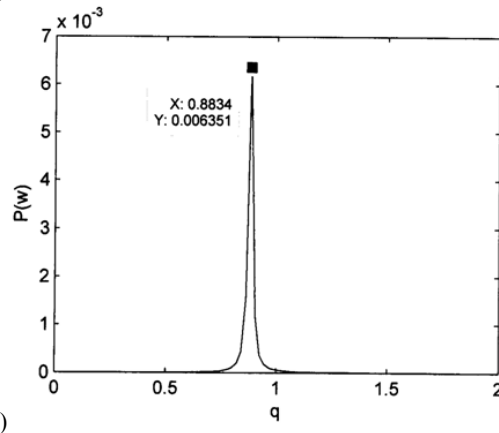
Rys. 7. Podstawowe charakterystyki drgań nieliniowych powłoki dla stałych parametrów: $m=8$, $n=9$, $\Theta=0,001$, $k_p=10^5$, $c_p=0$, $\varepsilon=0$ oraz zmiennej liczby Macha przepływu $M=M_{kr}^N=3,80076$



a)

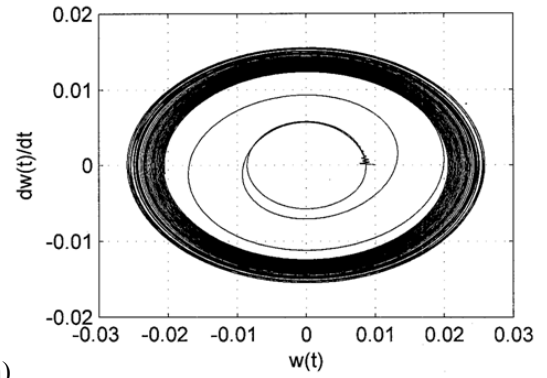


b)

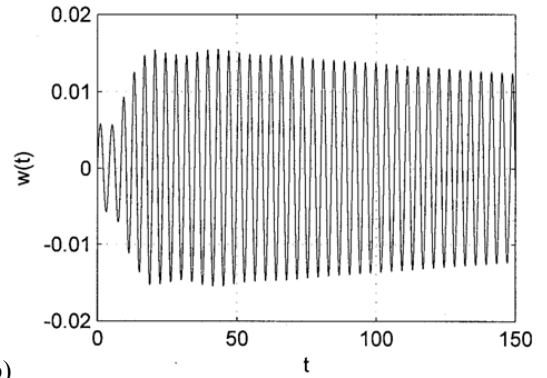


c)

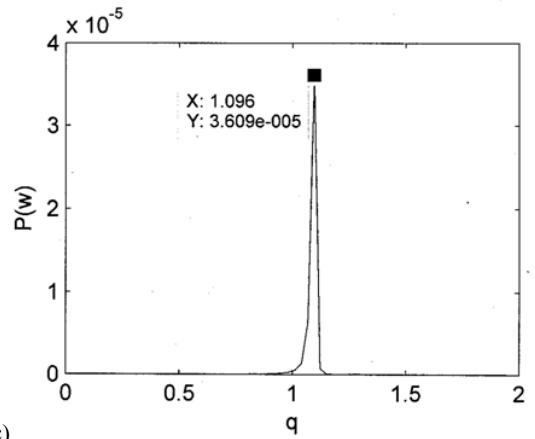
Rys. 8. Podstawowe charakterystyki drgań nieliniowych powłoki dla stałych parametrów: $m=8$, $n=9$, $\Theta=0,001$, $k_p=10^5$, $c_p=0$, $\varepsilon=0$ oraz zmiennej liczby Macha przepływu $M=4,6$



a)

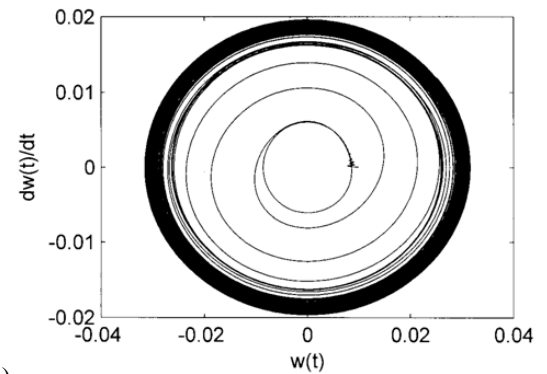


b)

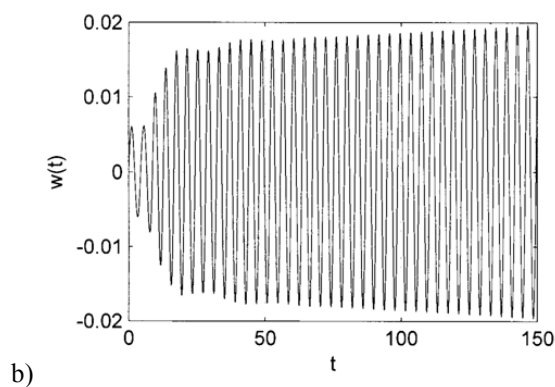


c)

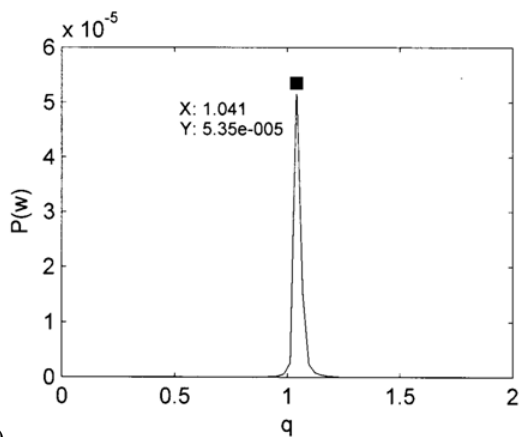
Rys. 9. Podstawowe charakterystyki drgań nieliniowych powłoki dla stałych parametrów: $m=8$, $n=9$, $\Theta=0,001$, $k_p=10^5$, $c_p=0$, $\varepsilon=1$ oraz zmiennej liczby Macha przepływu $M_{kr}^L=3,7939$



a)

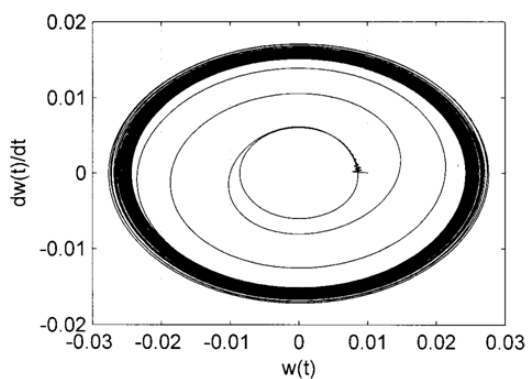


b)

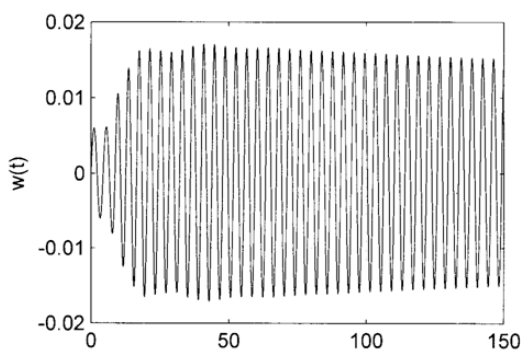


c)

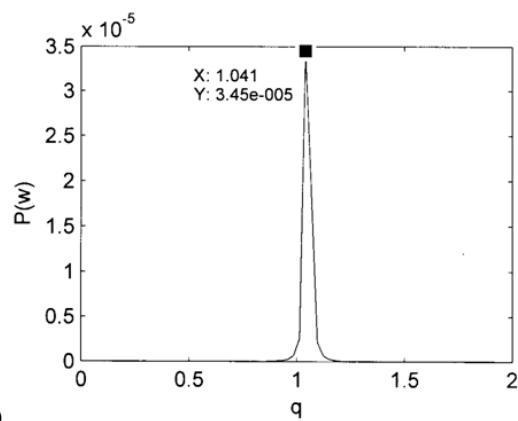
Rys. 10. Podstawowe charakterystyki drgań nieliniowych powłoki dla stałych parametrów: $m=8$, $n=9$, $\Theta=0,001$, $k_p=10^5$, $c_p=0$, $\varepsilon=+10$ oraz zmiennej liczby Macha przepływu $M_{kr}^L=3,7939$



a)



b)



c)

Rys. 11. Podstawowe charakterystyki drgań nieliniowych powłoki dla stałych parametrów: $m=8$, $n=9$, $\Theta=0,001$, $k_p=10^5$, $c_p=0$, $\varepsilon=-10^4$ oraz zmiennej liczby Macha przepływu $M_{kr}^L=3,7939$

Analizując dwa skrajne przypadki drgań nieliniowych powłoki zauważyć można, że w przypadku liczby Macha $M=3,0$ lub mniejszej mamy do czynienia z drganiami statecznymi (rysunek 5) o czym zaświadcza zarówno charakter przebiegu cyklu granicznego jak i zmiana bezwymiarowej amplitudy drgań w funkcji czasu t . Odwrotna sytuacja (drgania niestateczne), występuje dla $M=4,6$ (rysunek 8). Dzieląc zatem przedział $3,0 \leq M \leq 4,6$ (metoda bisekcji) po kilku kolejnych przybliżeniach otrzymano $M=M_{kr}^N=3,80076 > M_{kr}^L=3,79390$ (rysunek 7), które jest minimalnie większe od otrzymanego z rozwiązania liniowego (rysunek 3). Jest oczywiste, że wynik ten zawdzięczamy małej sztywności sprężystego podparcia, jednak zaświadcza on o poprawności opracowanego modelu matematycznego i jego implementacji numerycznej. Dalszym potwierdzeniem tego faktu jest zwiększenie o rząd wielkości sztywności sprężystego podparcia do wartości $k_p=10^6$, przy zachowaniu na niezmiennym poziomie pozostałych parametrów. Z analizy otrzymanego rozwiązania (rysunek 9) widać wyraźnie, że zwiększenie sztywności ogólnej ustatecznia drgania, czyli zwiększa wartość krytycznej liczby Macha. Odmienny obraz obserwujemy zwiększając wartość parametru ε do $\varepsilon=\pm 10^4$. W przypadku stałej wartości liczby Macha przepływu, tj. $M_{kr}^N=3,7939$ dla przypadku wzmocnienia twardego $\varepsilon=10^4 > 0$ obserwuje się pojawienie drgań niestatecznych (rys. 10), a w przypadku wzmocnienia miękkiego $\varepsilon=-10^4 < 0$ drgania mają charakter drgań statecznych zanikających (rysunek 11).

Dalsze studium problemu powinno dotyczyć pogłębionych badań związanych z dodaniem nieliniowych członów do obciążenia aerodynamicznego, czyli badaniem przepływu dla dużych liczb Macha oraz w przypadku pominięcia członów rzędu drugiego, a uwzględnieniu członów całkowych badaniem omawianego problemu dla małych i umiarkowanych liczb Macha. Wyżej wymienione zagadnienia będą przedstawione w kolejnych pracach dotyczących tego tematu.

LITERATURA

1. **Болотин В. В.** (1961), *Неконсервативные задачи упругой устойчивости*, Москва.
2. **Bisplinghoff R. L., Ashley H.** (1962), *Principles of Aeroelasticity*, New York.
3. **Dźygałło Z.** (1961), Drgania samowzbudne powłoki cylindrycznej o skończonej długości w opływie naddźwiękowym, *Biuletyn WAT*, 8, 10.
4. **Dźygałło Z.** (1963), Drgania samowzbudne zaostrej powłoki stożkowej w opływie naddźwiękowym, *Biuletyn WAT*, 4, 12, 1963.
5. **Dźygałło Z.** (1964), Problem aeroprężystości powłoki cylindrycznej i pasma płytowego z uwzględnieniem sprzężenia poprzecznego, *Biuletyn WAT*, 1, 13.
6. **Olson M. D., Fung Y. C.** (1967), Supersonic flutter of circular cylindrical shells subjected to internal pressure and axial compression, *AIAA Journal*, 5, 4.
7. **Olson M. D., Fung Y. C.** (1968), Comparing theory and experiment for the supersonic flutter of circular cylindrical shells, *AIAA Journal*, 10, 5.
8. **Dźygałło Z., Kaliski S., Solarz L., Włodarczyk E.** (1967), *Drgania i fale w ciałach stałych*, Warszawa.
9. **Dowell E. H.** (1970), Panel flutter: a review of the aeroelastic stability of plates and shells, *AIAA Journal*, 3, 8.
10. **Огибалов П. М., Колтунов М. А.** (1969), *Оболочки и пластины*, Москва.
11. **Вольмир А. С.** (1972), *Нелинейная динамика пластинок и оболочек*, Москва.
12. **Dźygałło Z.** (1968c), Ciśnienie działające na powłokę cylindryczną drgającą niestacjonarnie w zewnętrznym i wewnętrznym zlinearyzowanym przepływie naddźwiękowym, *Biuletyn WAT*, 3, 17.
13. **Dźygałło Z.** (1968b), Asymptotyczne wzory na ciśnienie działające na cylindryczną powłokę niestacjonarnie w zewnętrznym lub wewnętrznym przepływie naddźwiękowym, *Biuletyn WAT*, 9, 17.
14. **Matsuzaki Y., Kobayashi S.** (1971), Unsteady supersonic aerodynamic forces on an oscillating circular cylindrical shell, *AIAA Journal*, 12, 9.
15. **Parthan S., Johns D. J.** (1972), Aerodynamic generalized forces for supersonic shell flutter, *AIAA Journal*, 10, 10.
16. **Platzer M. F., Brix C. W., Webster K. A.** (1973), Linearized characteristics method for supersonic flow past vibrating shells, *AIAA Journal*, 9, 11.
17. **Dźygałło Z.** (1968a), Analiza drgań nieautonomicznych układów powierzchniowych w opływie naddźwiękowym, *Dodatek do Biuletynu WAT*, 7.
18. **Dźygałło Z.** (1970), Lokalna analiza nieliniowych wymuszonych drgań płyty o skończonej długości w płaskim opływie naddźwiękowym, *Biuletyn WAT*, 10, 19.
19. **Wielgus A.** (1972), Analiza samowzbudnych i wymuszonych drgań prostokątnej płyty na wielu podporach w opływie naddźwiękowym, Cz. I – *Biuletyn WAT*, 7, 21; Cz. II – *Biuletyn WAT*, 10, 21..
20. **Kuo Ch., Morino L., Dugundji J.** (1973), Nonlinear interaction of panel flutter with harmonic forcing excitation, *AIAA Journal*, 4, 11.
21. **Dźygałło Z., Olejnik A.** (1973), Drgania płyty wymuszone obciążeniem uderzeniowym, *Biuletyn WAT*, 4, 22.
22. **Dźygałło Z.** (1974), Dynamiczna reakcja płyty na działanie poruszającej się fali uderzeniowej, *Biuletyn WAT*, 11, 23.
23. **Riesz F.** (1952), *Les systèmes d'équations lineaires à une infinite d'inconnues*, Paris.
24. **Dźygałło Z., Nowotarski I., Olejnik A.** (1974), Analiza samowzbudnych i wymuszonych drgań powłoki cylindrycznej w opływie naddźwiękowym, Część I – teoria, *Biuletyn WAT*, 11, 24.
25. **Dźygałło Z., Nowotarski I., Olejnik A.** (1977a), Analiza samowzbudnych i wymuszonych drgań powłoki cylindrycznej w opływie naddźwiękowym, Część II – analiza numeryczna, *Biuletyn WAT*, 5, 25.
26. **Dźygałło Z., Nowotarski I., Olejnik A.** (1977b), Niestacjonarne drgania powłoki cylindrycznej w naddźwiękowym opływie wymuszone obciążeniem uderzeniowym, *Biuletyn WAT*, 11, 29.

NONLINEAR ANALYSIS OF SELF-EXCITED VIBRATIONS OF A CYLINDRICAL SHELL IN SUPERSONIC FLOW

Abstract: The paper presents the results of analysis of self-excited vibrations of a cylindrical shell of finite length exposed to external supersonic flow. The solution of the equations of motion is obtained and the equation of frequencies is derived. In addition, the results obtained from numerical calculations in respect to researched aspects were presented.

CHARAKTERYSTYKA PRZESTRZENNA ODCHYLEK GEOMETRYCZNYCH WYZNACZANYCH W POMIARACH WSPÓLRZĘDNOŚCIOWYCH POWIERZCHNI SWOBODNYCH

Małgorzata PONIATOWSKA *

*Katedra Inżynierii Materiałowej i Technologii Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka,
ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

mponiat@pb.edu.pl

Streszczenie: Pomiary współrzędnościowe są źródłem cyfrowych danych w postaci współrzędnych punktów pomiarowych o dyskretnym rozkładzie na mierzonej powierzchni. Odchyłki geometryczne powierzchni swobodnych wyznacza się w każdym punkcie jako odchyłki normalne tych punktów od powierzchni nominalnej (modelu CAD). Różne źródła błędów w procesie wytwarzania powodują powstawanie odchyłek o odmiennym charakterze, deterministycznym i losowym. Udział zjawisk losowych na powierzchni zależy od rodzaju obróbki. W artykule zaproponowano stosowanie metod analizy danych przestrzennych do badań losowości odchyłek geometrycznych powierzchni swobodnych, polegających na testowaniu ich przestrzennych powiązań. W badaniach przestrzennej autokorelacji odchyłek powierzchni frezowanej wykorzystano statystykę *I* Morana.

1. WPROWADZENIE

Współrzędnościowa technika pomiarowa polega na określaniu wartości współrzędnych punktów pomiarowych lokalizowanych na powierzchni przedmiotu. W wyniku pomiaru otrzymuje się zbiór dyskretnych danych w postaci współrzędnych punktów pomiarowych. Z punktu widzenia technik CAD/CAM najważniejszą cechą pomiarów współrzędnościowych jest dostarczanie danych o geometrii przedmiotu w postaci cyfrowej.

Dla zapewnienia funkcjonalności, ergonomii i estetyki wyrobów często projektuje się części maszyn złożone z powierzchni swobodnych 3D. Tego typu części są ukształtowane przez powierzchnie, których nie da się opisać prostymi równaniami matematycznymi. W projektowaniu, wytwarzaniu i pomiarach powierzchni swobodnych wykorzystuje się techniki CAD/CAM. Kontrola dokładności polega na digitalizacji badanego obiektu (pomiar współrzędnościowy metodą skaningu według regularnej siatki punktów) a następnie porównaniu otrzymanych współrzędnych punktów pomiarowych z projektem (modelem) CAD. Wartości odchyłek geometrycznych powierzchni swobodnej, czyli normalne odchyłki punktów pomiarowych od powierzchni nominalnej, można obliczyć wyznaczając uprzednio składowe błędów w kierunkach X, Y, Z. Takie obliczenia wykonali Cho i Seo (2002) oraz Werner i Poniatowska (2006). Oprogramowania współrzędnościowych maszyn pomiarowych wykonują automatycznie takie obliczenia dla każdego punktu pomiarowego w opcji skanowania UV. Wyniki kontroli dokładności wykonania można przedstawić w postaci przestrzennego wykresu (Poniatowska, 2008).

Różne strategie próbkowania (liczby i rozmieszczenie punktów pomiarowych) dają różne wyniki pomiarów

tej samej powierzchni. Jest to związane z faktem pomiaru skończonej liczby dyskretnych punktów na mierzonej powierzchni opisanej w rzeczywistości przez nieskończoną liczbę punktów. Ponieważ błędy geometryczne są różne w każdym punkcie, rezultaty pomiarów zależą od liczby i położenia tych punktów (Badar, 2008; Rajamohan, 2007).

Stosowane są dwie techniki akwizycji danych: pomiary stykowe za pomocą współrzędnościowych maszyn pomiarowych oraz pomiary bezstykowe za pomocą skanerów laserowych/optycznych. Do kontroli dokładności części maszyn w procesach wytwarzania wykorzystuje się przede wszystkim współrzędnościowe maszyny pomiarowe (WMP) z głowicami przełączającymi lub skanującymi wyposażonymi w trzpień z kulistymi końcówkami pomiarowymi.

Oprogramowania WMP sterowanych numerycznie umożliwiają wygenerowanie ścieżki przemieszczania się końcówki po powierzchni przedmiotu na bazie modelu CAD. Typowym rozwiązaniem jest pomiar określonej liczby punktów z automatyczną korekcją promienia końcówki (Ainsworth i inni, 2000). W pierwszym kroku kontroli konieczne jest ustalenie relacji między układem współrzędnych modelu nałożonego na przedmiot i maszyny. W tym celu definiuje się układ współrzędnych przedmiotu w trybie ręcznym a następnie nakłada wirtualnie układy współrzędnych modelu i przedmiotu. Relację między układami współrzędnych przedmiotu i maszyny opisuje macierz transformacji (rotacji i translacji). Ta powszechnie stosowana procedura umożliwia oprogramowaniu WMP wygenerowanie teoretycznych punktów pomiarowych na przedmiocie (poprzez wirtualny model). Następnie dla dokładniejszego wzajemnego usytuowania przedmiotu i modelu, po przeprowadzeniu automatycznego skanowania określonej liczby punktów (ze względu na ograniczenia czasu, zwykle kilkadziesiąt punktów), należy dopasować uzyskane dane do modelu. Optymalne rozwiązanie daje metoda

najmniejszych kwadratów (Yau i Menq, 1996). W ten sposób zostaje wyeliminowany błąd systematyczny niezgodności układów współrzędnych przedmiotu i modelu. Dokładność dopasowania wzrasta wraz z liczbą punktów pomiarowych.

W pomiarach powierzchni swobodnych otrzymuje się dane przestrzenne, dostarczające informacji o procesie obróbkowym i odchyłkach geometrycznych w ujęciu przestrzennym. Odchyłki geometryczne w każdym punkcie pomiarowym są efektem oddziaływania różnych przyczyn, zarówno o charakterze zdeterminowanym jak i losowym. Odchyłki zdeterminowane są przestrzennie skorelowane, brak przestrzennej korelacji oznacza ich losowość.

Do wytwarzania części maszyn z powierzchniami swobodnymi stosuje się obróbkę wieloosiową. Różne kombinacje parametrów obróbki dają różne efekty dokładności wykonania powierzchni. W wielu publikacjach poruszane są problemy związków parametrów procesów obróbkowych z odchyłkami geometrycznymi powierzchni i optymalizacji. W literaturze specjalistycznej można znaleźć propozycje różnych technik korekcji i kompensacji czyli optymalizacji służących poprawie dokładności wykonania. Między innymi Bohez (2002) proponuje metody kompensacji błędów systematycznych obrabiarki pięcioosiowej. Cho i inni (2006) zastosowali numeryczną metodę iteracyjną redukcji błędów obróbki poprzez korekcję ścieżki narzędzia. Ye i Xiong (2008) skonstruowali funkcję opisującą powierzchnię przedmiotu ujmującą różnicę między powierzchnią obrobioną i nominalną oraz przeprowadzili optymalizację. Celem jest maksymalizacja zgodności powierzchni rzeczywistej z powierzchnią nominalną. Faktem jest, że odchyłki geometryczne, pomimo wysiłków zawsze występują. Dokładność wytwarzania powierzchni można poprawić poprzez eliminację źródeł odchyłek zdeterminowanych z procesu obróbkowego i/lub korekcję programu obróbkowego. Nie jest możliwe wyeliminowanie źródeł odchyłek losowych za względu na ich nieprzewidywalny charakter.

W artykule zaproponowano stosowanie metod analizy danych przestrzennych do badania odchyłek geometrycznych powierzchni swobodnych w aspekcie ich przestrzennej autokorelacji. Dane literaturowe podają, że do testowania przestrzennej zależności najczęściej stosowana jest statystyka *I* Morana (Cliff i Ord, 1981). Stwierdzenie autokorelacji przestrzennej odchyłek geometrycznych dowodzi występowania systematycznego, powtarzalnego błędu obróbki. W takim przypadku można wykorzystać proponowane m.in. przez Cliffa i Orda (1981) a także Kopczewską (2007) metody modelowania przestrzennego, do dopasowania powierzchniowego modelu regresji opisującego odchyłki zdeterminowane. Pierwszym krokiem w diagnostyce modelu jest badanie reszt z modelu pod kątem występowania autokorelacji przestrzennej. W tym celu stosowany jest również test *I* Morana. W artykule przedstawiono podstawy teoretyczne i zaproponowano szczegółowy plan testowania przestrzennej zależności danych pomiarowych. Badania doświadczalne przeprowadzono na powierzchni swobodnej otrzymanej w procesie frezowania wykańczającego. Obliczenia przeprowadzono w programie **R-Gui**, specjalnym oprogramowaniu do obliczeń statystycznych i graficznej prezentacji wyników.

2. ODCHYLKI GEOMETRYCZNE POWIERZCHNI

Odchyłki geometryczne powierzchni przypisywane są wielu czynnikom. Różne źródła błędów w procesie wytwarzania pozostawiają ślady na powierzchni, odchyłki geometryczne są łącznym efektem oddziaływania tych źródeł. Odchyłki geometryczne mogą być podzielone na trzy składowe: odchyłki kształtu, falistość i chropowatość. Składowe związane odchyłkami kształtu i falistością są nieregularnościami powierzchni nałożonymi na powierzchnię nominalną dającymi w efekcie gładką powierzchnię i mają najczęściej charakter zdeterminowany. Składowa związana ze zjawiskami losowymi, m.in. chropowatością powierzchni to nieregularności o dużej częstotliwości. Powierzchnia rzeczywista to wynik nałożenia falistości i chropowatości na powierzchnię nominalną (Whitehouse, 1994). Udział zjawisk losowych na powierzchni zależy od rodzaju obróbki. Dane literaturowe i badania własne wskazują, że po dokładnej obróbce frezowaniem przypadkowe odchyłki geometryczne powierzchni mają większe wartości od odchyłek zdeterminowanych.

Przyczynami odchyłek kształtu są m.in. odchyłki prowadnic obrabiarki, odkształcenia obrabianego przedmiotu lub elementów obrabiarki, nieprawidłowe zamocowanie. Falistość powierzchni powodują m.in. odchyłki geometryczne lub odchyłki ruchu narzędzia, drgania obrabiarki lub narzędzia. Chropowatość jest spowodowana kształtem ostrza narzędzia oraz posuwem wzdłużnym lub wglębnym narzędzia a także drganiami na styku przedmiot – narzędzie.

W pomiarach współrzędnościowych określa się współrzędne skończonej liczby punktów na powierzchni elementu. Celem jest wyznaczenie gładkiej powierzchni nałożonej na powierzchnię nominalną. Jednak w procesie pomiarowym składowa losowa nakłada się ze składową zdeterminowaną. W konsekwencji zebrane przestrzenne współrzędne w każdym punkcie pomiarowym zawierają dwie odrębne składowe. Składowa związana z odchyłkami zdeterminowanymi reprezentuje trend gładkiej powierzchni i jest przestrzennie skorelowana. Z drugiej strony składowa losowa jest słabo skorelowana i jest uważana za przestrzennie losową. Powierzchnia zbudowana na punktach pomiarowych jest więc bardziej złożona niż powierzchnia nominalna. Odmierna natura odchyłek geometrycznych może być podstawą do rozdzielenia składowej losowej i zdeterminowanej.

3. METODY BADAŃ PRZESTRZENNEJ AUTOKORELACJI DANYCH

Przestrzenna autokorelacja odnosi się do systematycznych zmian przestrzennych. W ujęciu ogólnym dodatnia autokorelacja oznacza, że obserwowane wartości cech w wybranym regionie są bardziej podobne do cech regionów sąsiednich niż wynikałoby z rozmieszczenia losowego tych wartości. W przypadku ujemnej autokorelacji przestrzennej wartości w regionach sąsiednich są różne bardziej niż wynikałoby to z ich rozłożenia losowego. Brak autokorelacji przestrzennej oznacza przestrzenną losowość. Wartości obserwowane w danym obszarze nie zależą od warto-

ści obserwowanych w obszarach sąsiednich, zaś obserwowany wzorec przestrzenny jest jednakowo prawdopodobny jak każdy inny wzorec przestrzenny.

Do testowania istnienia zależności przestrzennej wykorzystuje się statystyki globalne i lokalne Morana i Geary'ego dla danej zmiennej. Zasięg efektów przestrzennych badany może być przez analizę opóźnienia w procesie przestrzennym, a struktura zależności przestrzennej przez testowanie i wybór macierzy wag, definiowanych według różnych kryteriów (Cliff i Ord, 1981; Kopczewska, 2007).

Dane literaturowe podają, że częściej wykorzystuje się statystykę I Morana, która może być stosowana zarówno do analizy danych przestrzennych o rozkładach normalnych jak i nieokreślonych rozkładach prawdopodobieństwa (Cliff i Ord, 1981; Kopczewska, 2007).

Adaptując metody statystyki przestrzennej, dotyczące badań przestrzennej autokorelacji do badań odchyłek geometrycznych, należy wyznaczyć: ε_i – odchyłki geometryczne w każdym punkcie pomiarowym, $\bar{\varepsilon}$ – średnią arytmetyczną odchyłek geometrycznych w n – punktach pomiarowych, w_{ij} – współczynniki wag, elementy macierzy wag będące miarą przestrzennej relacji między ε_i i ε_j .

Macierz wag przestrzennych definiuje strukturę przestrzennego sąsiedztwa. Mierzy ona przestrzenne powiązania, jest konstruowana w celu specyfikacji przestrzennej zależności. Przyjmuje się jedną z możliwych struktur zależności, np. sąsiedztwo według wspólnej granicy, sąsiedztwo w przyjętym promieniu czy odwrotności odległości. Do badań odchyłek geometrycznych najbardziej odpowiednie jest uzależnienie przestrzennej relacji od odległości między punktami pomiarowymi, a w szczególności od odwrotności odległości.

W wyniku skanowania otrzymujemy współrzędne (oraz odchyłki geometryczne) punktów rozmieszczonych na powierzchni według regularnej siatki. Odległość między i -tym i j -tym punktem, zgodnie z miarą euklidesową wynosi:

$$d_{ij} = \left[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \right]^{1/2} \quad (1)$$

gdzie: x_i, y_i – współrzędne i -tego punktu, x_j, y_j – współrzędne j -tego punktu, d_{ij} – odległość między i -tym i j -tym punktem pomiarowym.

Jeśli przyjmiemy, że zależność między wartościami odchyłek w punktach i i j maleje ze wzrostem odległości, relację tę możemy wyrazić:

$$w_{ij} = d_{ij}^{-k} \quad (2)$$

$w_{ij} = 0$ dla $i = j$, k – stała ($k \geq 1$).

Współczynnik przestrzennej autokorelacji ma postać:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})(\varepsilon_j - \bar{\varepsilon})}{S_0 \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} \quad (3)$$

gdzie:

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad (i \neq j).$$

Statystyka I Morana ma rozkład asymptotycznie normalny (dla $n \rightarrow \infty$).

Statystyka I Morana wskazuje, czy istnieje przestrzenny efekt aglomeracji. Dodatnie i istotne wartości statystyki oznaczają istnienie dodatniej autokorelacji przestrzennej, czyli podobieństwo obserwacji w określonej odległości d . Ujemne wartości statystyki oznaczają ujemną autokorelację, czyli zróżnicowanie badanych obserwacji. Statystykę I Morana interpretuje się jako współczynnik korelacji, pomimo, że jej wartość nie jest ograniczona przedziałem $[-1, 1]$. Korelacja ta zachodzi pomiędzy wartością zmiennej w lokalizacji i oraz wartościami zmiennej w lokalizacjach sąsiednich. Współczynnik autokorelacji przestrzennej można interpretować w podobny sposób jak współczynnik korelacji liniowej. W korelacji liniowej kwadrat współczynnika korelacji jest przybliżeniem współczynnika determinacji modelu. Badając współzależność zmiennych sprawdzamy

w jakim stopniu informacje zawarte w obu zmiennych są wspólne. Gdy np. współczynnik korelacji liniowej pomiędzy dwoma zmiennymi wynosi 0,7, to zmienność jednej zmiennej w ok. 50% tłumaczy zmienność drugiej. W przypadku, gdy współczynnik korelacji wynosi 1 to informacja o jednej zmiennej wystarczy, aby w pełni określić drugą i żadne dodatkowe informacje nie są konieczne. W przypadku autokorelacji przestrzennej wartość współczynnika I opisuje współzależność między zmiennymi w przestrzeni. Gdy np. współczynnik $I = 0,7$, to lokalizacja tłumaczy zmienność danej obserwacji w ok. 50%. Uzyskanie danych z sąsiednich lokalizacji dostarcza tylko po części nowe informacje (Kopczewska, 2007).

W dalszej kolejności, po wyznaczeniu współczynnika I , należy zweryfikować hipotezę zerową o braku przestrzennej autokorelacji na założonym poziomie ufności (Upton i Fingleton, 1985). Momenty rozkładu można wyznaczyć zarówno przy założeniu, że odchyłki pochodzą z populacji o rozkładzie normalnym jak i nieokreślonym (randomizowanym) rozkładzie prawdopodobieństwa.

Przyjmując normalny rozkład prawdopodobieństwa dla odchyłek geometrycznych, wartość oczekiwaną $E(I)$ i wariancję $\text{var}(I)$ oblicza się ze wzorów (Cliff i Ord, 1981; Upton i Fingleton, 1985).

$$E(I) = \frac{-1}{n-1} \quad (4)$$

$$\text{var}(I) = \frac{(n^2 S_1 - n S_2 + 3 S_0^2)}{(n-1)(n+1) S_0^2} \quad (5)$$

gdzie:

$$S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2 \quad (i \neq j), \quad S_2 = \sum_{i=1}^n (w_{i(i)} + w_{(i)i})^2,$$

$$w_{i(i)} = \sum_j w_{ij}, \quad w_{(i)i} = \sum_j w_{ji}.$$

Wartość oczekiwana (4) statystyki I Morana (3) jest bliska 0, co można interpretować jako losowość.

Weryfikacja hipotezy o braku przestrzennej autokorelacji (losowości) badanej próbki odchylek geometrycznych przebiega według następującego planu:

1. postawienie hipotezy zerowej H_0 : odchylki geometryczne nie są przestrzennie skorelowane. Hipoteza alternatywna H_1 : odchylki geometryczne są przestrzennie skorelowane;
2. przyjęcie poziomu istotności, czyli prawdopodobieństwa odrzucenia hipotezy zerowej gdy jest prawdziwa;
3. obliczenie statystyki testowej $z = I_p - E(I) / \sqrt{\text{var}(I)}$, I_p – współczynnik obliczony z próby (3), momenty rozkładu obliczone ze wzorów (4) i (5);
4. wyznaczenie granicznej wartości statystyki z_g dla przyjętego poziomu istotności, jeśli wartość statystyki testowej $z < z_g$ brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, przyjmujemy wówczas hipotezę zerową, w przeciwnym wypadku hipotezę alternatywną.

W badaniach odchylek geometrycznych przyjęcie hipotezy zerowej oznacza przestrzenną losowość badanej próby odchylek.

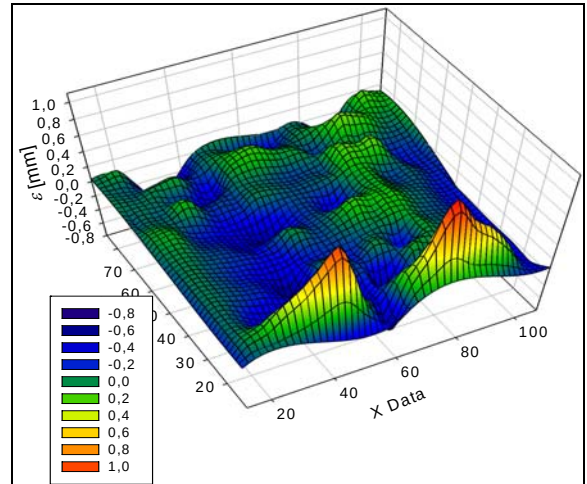
4. BADANIA DOŚWIADCZALNE

Badania przeprowadzono na powierzchni swobodnej przedmiotu ze stopu aluminium o wymiarach podstawy 120x100 mm (rys. 1) otrzymanej w procesie frezowania, zastosowano frez kulisty o średnicy 10 mm, prędkość obrotową 7000 obr/min, posuw 600 mm/min oraz obróbkę dwustronną w płaszczyźnie XY. Pomiar przeprowadzono na współrzędnościowej maszynie pomiarowej Mistral Standard 070705 Brown&Sharpe (oprogramowanie PC-DMIS, $MPE_E=2,5+L/250$), wyposażonej w głowicę stykową TP200 firmy Renishaw z trzpieniem o długości 20 zakończonym kulistą końcówką o średnicy 2mm. Powierzchnię skanowano metodą UV (stosując korekcję promienia końcówki pomiarowej), otrzymano 750 równomiernie rozmieszczonych punktów pomiarowych (30 wierszy i 25 kolumn). Wszystkie otrzymane punkty pomiarowe dopasowano do modelu CAD metodą najmniejszych kwadratów. Proces pomiarowy następnie powtórzono przy tej samej strategii pomiaru, wyznaczono odchylki geometryczne ε .

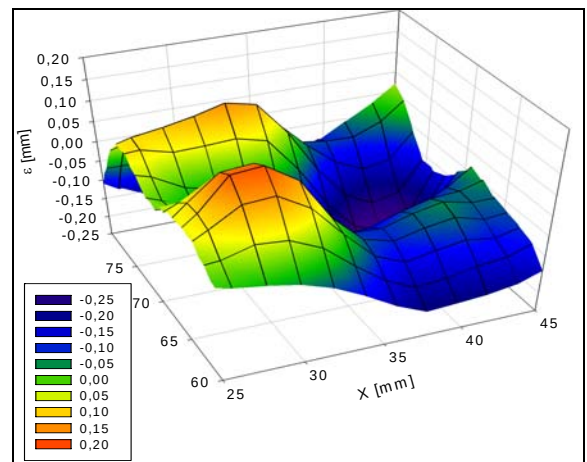


Rys. 1. Model CAD powierzchni przedmiotu

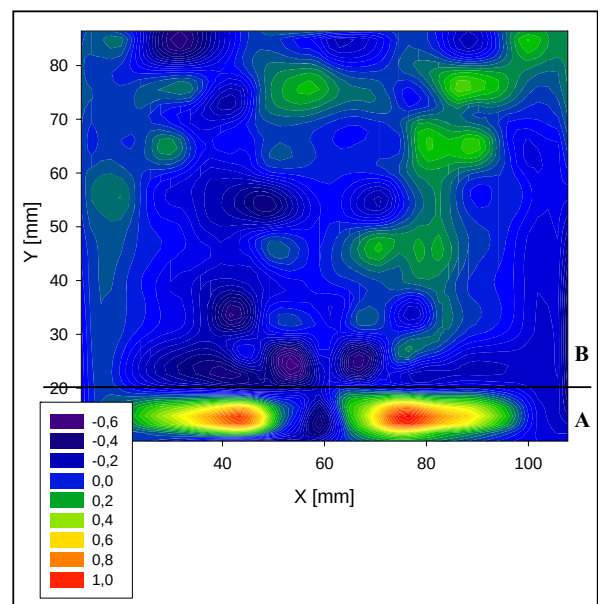
4.1. Charakterystyka odchylek geometrycznych



Rys. 2. Wartości odchylek geometrycznych w odniesieniu do płaszczyzny XY



Rys. 3. Wybrany fragment wykresu z rysunku 2 w powiększeniu

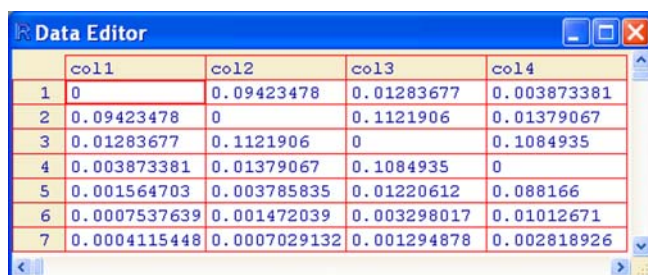


Rys. 4. Mapa odchylek geometrycznych powierzchni

Otrzymane dane pomiarowe przedstawiono graficznie. Rysunek 2 przedstawia wykres przestrzenny odchyłek ε w odniesieniu do nominalnych współrzędnych x i y . Rozkład odchyłek sugeruje, że punkty pomiarowe zawierają zarówno składową zdeterminowaną jak i losową (rysunek 2, rysunek 3). Największe wartości odchyłek występują w dolnej części wykresu (rysunek 4), w zakresie współrzędnych y od 10 mm do 20 mm. Wzniesienia są położone symetrycznie względem osi dla kierunku X . W powiązaniu z geometrią powierzchni nasuwa się wniosek o zdeterminowanym rozmieszczeniu odchyłek na tym fragmencie powierzchni.

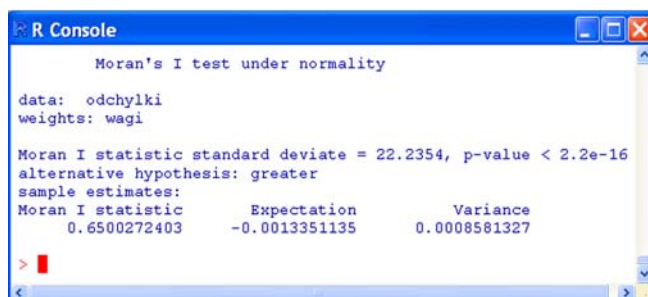
4.2. Badania przestrzennej autokorelacji odchyłek

Przeprowadzono następnie badania przestrzennej autokorelacji odchyłek geometrycznych. Relacje między odchyłkami uzależniono od odwrotności odległości wyznaczanych ze wzoru (1). Elementy macierzy wag definiujące zależności między odchyłkami w punktach i i j obliczono ze wzoru (2) przyjmując wartość stałej $k = 3$. Fragment macierzy wag zamieszczono na rysunku 5.



	col1	col2	col3	col4
1	0	0.09423478	0.01283677	0.003873381
2	0.09423478	0	0.1121906	0.01379067
3	0.01283677	0.1121906	0	0.1084935
4	0.003873381	0.01379067	0.1084935	0
5	0.001564703	0.003785835	0.01220612	0.088166
6	0.0007537639	0.001472039	0.003298017	0.01012671
7	0.0004115448	0.0007029132	0.001294878	0.002818926

Rys. 5. Górny, lewy narożnik macierzy wag



```

Moran's I test under normality

data: odchyłki
weights: wagi

Moran I statistic standard deviate = 22.2354, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: greater
sample estimates:
Moran I statistic      Expectation      Variance
0.6500272403        -0.0013351135      0.0008581327

```

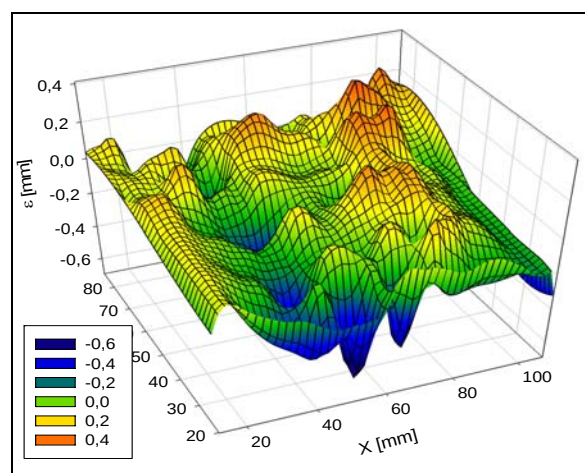
Rys. 6. Ekran z wynikami obliczeń w programie **R-Gui**

Postępując kolejno od zależności (3) do (5) a następnie według punktów planu przedstawionego w p.3, wyznaczono współczynnik przestrzennej autokorelacji I oraz zweryfikowano hipotezę zerową o braku autokorelacji odchyłek geometrycznych, przyjmując aproksymację rozkładem normalnym, na poziomie istotności $\alpha=0,05$ (górna granica standaryzowanego rozkładu normalnego $z_{\alpha}=1,645$). Obliczenia przeprowadzono w programie **R-Gui**. Widok ekranu z wynikami obliczeń prezentuje rysunek 6.

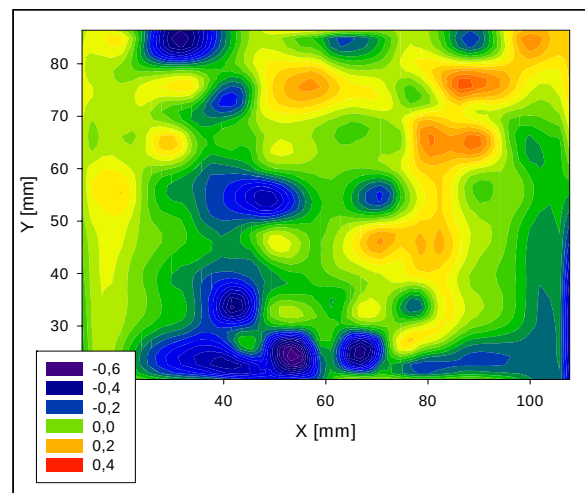
Hipoteza zerowa o braku przestrzennej autokorelacji została odrzucona ($I=0,650$, $z=22,235$, $z_{\alpha}=1,645$, $z>z_{\alpha}$). Wyniki obliczeń wskazują wyraźną dodatnią autokorelację

odchyłek geometrycznych. W tym przypadku na podstawie wartości odchyłki w dowolnym punkcie można w ok. 42% przewidzieć wartości odchyłek w punktach sąsiednich. Wobec tego zwiększanie liczby punktów pomiarowych (w przeciwieństwie do przypadku z niezależnymi przestrzennie wartościami) wnosi niewiele dodatkowych informacji, ponieważ wartości odchyłek dają się częściowo przewidzieć na podstawie odchyłek w sąsiednich punktach.

W dalszej części badań podzielono powierzchnię na dwa obszary odmienne pod względem charakteru odchyłek. Założono, że na obszarze w zakresie y do 20mm (obszar A) dominują odchyłki o zdeterminowanym rozmieszczeniu a na obszarze powyżej $y=20$ mm rozmieszczenie odchyłek jest losowe (obszar B).



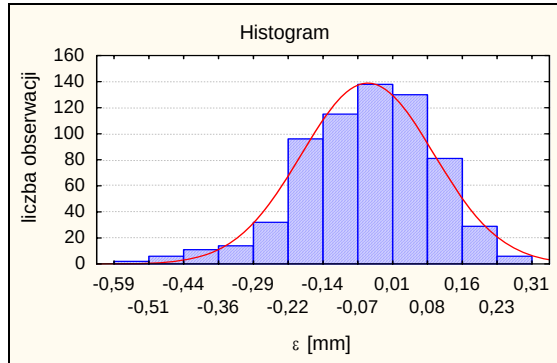
Rys. 7. Wykres przestrzenny odchyłek geometrycznych obszaru B względem płaszczyzny XY



Rys. 8. Mapa odchyłek geometrycznych obszaru B względem płaszczyzny XY

W pierwszej kolejności zbadano zależności przestrzenne między odchyłkami na obszarze B, poza zakresem występowania odchyłek zdeterminowanych. Wykresy odchyłek geometrycznych tego fragmentu powierzchni pokazano na rysunku 7 i rysunku 8. Przyjęto tą samą strukturę macierzy wag przestrzennych oraz ten sam poziom istotności. Otrzymano wyniki obliczeń: $I=0,015$, $z=0,533$, $z<z_{\alpha}$. Hipoteza

teza zerowa została przyjęta. Odchyłki wykazują brak autokorelacji przestrzennej. Na tym fragmencie powierzchni punkty pomiarowe nie zawierają składowej zdeterminowanej, wpływ warunków obróbki był losowy. Wartości odchyłek nie są przestrzennie skorelowane, charakteryzują się również rozkładem prawdopodobieństwa wartości zbliżonym do normalnego (rysunek 9).



Rys. 9. Rozkład prawdopodobieństwa wartości odchyłek geometrycznych zaobserwowanych na obszarze B

Na obszarze A otrzymano wyniki: $I=0,551$, $z=10,058$, $z>z_{\alpha}$. Wskazują one na istnienie istotnych powiązań przestrzennych między wartościami odchyłek geometrycznych, co potwierdza wcześniejsze przypuszczenia. Wyniki badań dowodzą występowania systematycznych błędów obróbki. W dalszej kolejności można zbudować model przestrzenny powierzchni opisujący odchyłki zdeterminowane.

5. PODSUMOWANIE

Do badań odchyłek geometrycznych powierzchni swobodnych najbardziej odpowiednie są metody analizy danych przestrzennych, gdyż pozwalają na wydobycie informacji o przestrzennej zależności między wartościami odchyłek w poszczególnych punktach pomiarowych. Są to istotne informacje dotyczące dokładności wykonania powierzchni, zarówno ze względu na własności tej powierzchni jak i przebieg procesu technologicznego. Metody te można wykorzystać do badań surowych danych, czyli otrzymanych bezpośrednio z pomiarów, jak również do badań reszt powierzchniowych modeli regresji przy badaniach adekwatności modeli. Wykrycie dodatniej korelacji przestrzennej dowodzi istnienia systematycznych błędów obróbki, charakter błędów pozwala na określenie ich wartości a następnie eliminację poprzez usunięcie źródeł błędów czy/i korekcję programu obróbkowego.

LITERATURA

1. Ainsworth I. i inni (2000), CAD-based Measurement Path Planning for Free-Form Shapes Using Contact Probes, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 16, 23-31.
2. Badar M.A. i inni (2008), Experimental verification of manufacturing error pattern and its utilization in form tolerance sampling, *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, Vol. 43, 63-73.
3. Bohez E.J. (2002), Compensating for systematic errors in 5-axis NC machining, *Comput. Aided Des.*, Vol. 34, 391-403.
4. Cho M.W. i inni (2006), Integrate machining error compensation method using OMM data and modified PNN algorithm, *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, Vol. 46, 1417-1427.
5. Cho M.W., Seo T.I. (2002), Inspection Planning Strategy for the On-Machine Measurement Process Based on CAD/CAM/CAI Integration, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 19, 607-617.
6. Cliff A.D., Ord J.K. (1981), *Spatial Processes. Models and Applications*, Pion Ltd., London.
7. Kopczewska K. (2007), *Ekometria i statystyka przestrzena*, CeDeWu, Warszawa.
8. Poniowska M. (2008), Characteristics of geometric errors determined using discrete measurement data, *Archives of Mechanical Technol. and Automation*, Vol.28, No 2, 52-58.
9. Rajamohan G. i inni (2007), Sampling strategies for verification of freeform profiles using coordinate measuring machines, *Proceedings of 9th International Symposium on Measurement and Quality Control*, Madras, India, 135-140.
10. Upton G.J.G., Fingleton, B. (1985), *Spatial Data Analysis by Example*, Vol. 1, John Wiley & Sons.
11. Werner A., Poniowska M. (2006), Determining errors in complex surfaces machining with the use of CNC machine tools, *Archives of Mechanical Technology and Automation*, Vol. 26, No 2, 211-217.
12. Whitehouse D.J. (1994), *Handbook of Surface Metrology*, Inst. Of Physics Publishing, Bristol Philadelphia, 5-19.
13. Yau H.T., Menq C.H. (1996), A unified least-squares approach to the evaluation of geometric errors using discrete measurement data, *Intl J. Mach. Tools Manuf.*, Vol. 36, No 11, 1269-1290.
14. Ye T., Xiong C.H. (2008), Geometric parameter optimisation in multi-axis machining, *Comput. Aided Des.*, Vol. 40, 879-890.

SPATIAL CHARACTERISTICS OF GEOMETRIC DEVIATIONS DETERMINED IN COORDINATE MEASUREMENTS OF FREE-FORM SURFACES

Abstract: Coordinate measurements are the source of digital data in the form of coordinates of the measurement points of a discrete distribution on the measured surface. The geometric deviations of freeform surfaces are determined at each point as normal deviations of these points from the nominal surface (the CAD model). Different sources of errors in the production process result in deviations of different character, deterministic and random. The contribution of random phenomena on the surface depends on the type of processing. The article suggests applying the methods of analysis of spatial data in research on the geometric deviations randomness of freeform surfaces, consisting in testing their spatial interrelations. In tests of spatial autocorrelation of milled surface geometric deviations Moran I statistics was applied.

Praca naukowa finansowana przez MNiSW ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy W/W/7/08.

FORMUŁOWANIE ZADAŃ OPTIMALIZACYJNYCH W PROJEKTOWANIU MASZYN CZĘŚĆ I. DEKOMPOZYCJA I TWORZENIE ALGORYTMÓW OBLICZENIOWYCH

Ryszard ROHATYŃSKI*

*Uniwersytet Zielonogórski, Wydział Mechaniczny (profesor emerytowany)

r.rohatynski@wez.uz.zgora.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono matematyczne sformułowanie problemu optymalizacji. Następnie opisano metodę dekompozycji złożonych zadań optymalizacji za pomocą przekształcania macierzy występowania. Opisano również metodę tworzenia algorytmów obliczania elementów i zespołów maszyn.

1. WPROWADZENIE DO MATEMATYCZNYCH MODELI OPTIMALIZACJI

Optymalizacja projektowanego obiektu wymaga podejmowania decyzji w procesie projektowania. Formalny model matematyczny problemu optymalizacji ma postać jak niżej (Steward, 1965):

Należy znaleźć minimum $f(x)$
przy ograniczeniach równościowych $h(x)=0$
i nierównościowych $g(x) \leq 0$ (1)
gdzie $x \in \chi \subseteq R^n$

Skalarna funkcja celu $f(x)$ służy jako kryterium porównawcze dla różnych alternatyw; funkcje $h=(h^1, h^2, \dots, h^m)^T$ i $g=(g^1, g^2, \dots, g^l)^T$ są ograniczeniami określającymi wykonalność obiektu, a x jest n -wymiarowym wektorem zmiennych projektowania, gdzie n jest liczbą skończoną. W wielu zadaniach konstrukcyjnych zmienne projektowana przyjmują ciągle wartości rzeczywiste w n -wymiarowej przestrzeni rzeczywistej R^n , ale czasem zmienne projektowania mogą przyjmować tylko wartości dyskretne, jak na przykład standardowe pola powierzchni przekrojów lub zagadnienia wyboru struktury. W modelu (1) sformułowanym powyżej, typ wartości występujących w problemie optymalizacyjnym jest wyrażony przez zbiór χ . Do rozwiązywania zagadnień z ciągłymi zmiennymi najbardziej przydatne są, na ogół, metody rachunku różniczkowego.

Problemy projektowe często zawierają dwa lub więcej konkurujące cele, co prowadzi do wielokryterialnego problemu:

Należy znaleźć minimum $c(x)$
przy ograniczeniach równościowych $h(x)=0$
i nierównościowych $g(x) \leq 0$ (2)
gdzie $x \in \chi \subseteq R^n$

W zestawie (2) c jest wektorem I kryteriów c^i . Dopuszczalne wartości $c(x)$ tworzą osiągalny zbiór A . Punkt

w przestrzeni projektowania jest punktem Pareto-optymalnym jeśli nie istnieje żaden punkt w przestrzeni dopuszczalnej, który poprawiłby (zmniejszył) jedno kryterium bez pogorszenia (zwiększenia) wartości jednego lub więcej innych kryteriów.

Funkcje f , h i g mogą być wyrażeniami algebraicznymi ale mogą być również złożonymi algorytmami, które wymagają wewnętrznych obliczeń i programów komputerowych – co często bywa nazywane modelem symulacyjnym, jak to jest na przykład przy numerycznym rozwiązywaniu układu równań różniczkowych. Jeśli te funkcje są algebraicznymi (lub równoważnymi) zależnościami skończonego wektora zmiennych x , wtedy zestaw (1) przedstawia *problem matematycznego programowania*. Jeśli natomiast są tam różniczkowe lub całkowe operatory, a zmienne $x^i=x^i(t)$, $t \in R$, są określone w pewnej przestrzeni nieskończonego wymiarowej, to mamy *problem wariacyjny*.

Gdy wymiarowość problemu rośnie, bardzo szybko zwiększa się trudność rozwiązywania problemów optymalizacyjnych. Należy więc rozłożyć problem na mniejsze części, których rozwiązanie będzie łatwiejsze i następnie złożyć te cząstkowe rozwiązania aby otrzymać rozwiązanie całego problemu.

2. DEKOMPOZYCJA

Dekompozycję wygodnie jest wykonywać na macierzowej reprezentacji zależności $h(x)$ i $g(x)$. Idea dekompozycji zostanie przedstawiona na przykładzie *macierzy występowania*.

Macierz występowania R dla systemu składającego się z n ograniczeń, w których występuje x zmiennych jest macierzą $[s_{ij}]$ rozmiaru $n \times x$, gdzie komórka s_{ij} jest zaznaczona jeśli zmienna x_j występuje w równaniu lub nierówności lub pusta, jeśli jest inaczej. Zatem macierz $[s_{ij}]$ odwzorowuje zbiór zmiennych w system relacji. Macierz zawiera informację tylko o tym jakie zmienne występują w jakiej zależności a nie w jaki sposób one występują. W ten sposób, jak to wykazał Babirecki (2005), w macierzy wystę-

powania można przedstawić wiele rodzajów zależności: równania, nierówności, dane tablicowe i wykresy liniowe, nieliniowe, ciągłe, okresowo nieciągłe itd.

Na rysunku 1 pokazano pewien system zależności i odpowiadającą mu macierz występowania. Zależności te są odwzorowane w postaci neutralnej, to jest bez zaznaczenia zmiennych wyjściowych (zależnych) od wejściowych (niezależnych). Taka macierz nazywa się macierzą neutralną.

a)	b)
$F_1(z_a, z_c, z_e)=0$	$\begin{matrix} & z_a & z_b & z_c & z_d & z_e & z_f & z_g \\ F_1 & x & & x & & x & & \\ F_2 & & x & & & & x & \\ F_3 & & & & & x & x & x \\ F_4 & x & x & & & & & \\ F_5 & & x & & x & & & \\ F_6 & & & x & & & x & \\ F_7 & & & & x & & & x \end{matrix}$
$F_2(z_b, z_f)=0$	
$F_3(z_e, z_f, z_g)=0$	
$F_4(z_a, z_d)=0$	
$F_5(z_b, z_d)=0$	
$F_6(z_b, z_f)=0$	
$F_7(z_c, z_e, z_g)=0$	

Rys. 1. Konwersja relacji matematycznych do postaci macierzowej: a) system relacji b) jego macierz występowania

a)	b)	c)
$\begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 \\ Y_1 & B_1 & 0 & 0 \\ Y_2 & 0 & B_2 & 0 \\ Y_3 & 0 & 0 & B_3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} & X_1 & X_2 \\ Y_1 & B_1 & 0 \\ Y_2 & 0 & B_2 \end{matrix}$	$\begin{matrix} & X_1 & X_2 \\ Y_1 & B_1 & 0 \\ Y_2 & 0 & B_2 \end{matrix}$

Rys. 2. Trzy typowe formy macierzy uporządkowanych a) macierz zdekomponowana złożona z trzech niezależnych bloków b) macierz zblokowana częściowo z wyłączeniem niektórych zmiennych c) macierz zblokowana częściowo z wyłączeniem niektórych zależności

Ułożenie neutralnej macierzy występowania jest pierwszym krokiem. Następnym jest przekształcenie macierzy w postać zblokowaną. Różne metody przekształcania „niezorganizowanej” macierzy są dobrze opisane w literaturze np. Babirecki i Rohatyński (2005), Kusiak i Wang (1992), Steward (1965). Nie zawsze można zdekomponować macierz w szereg niezależnych bloków. Trzy typowe formy macierzy pokazane są na rysunku 2.

Trzy bloki na rysunku 3a) przedstawiają trzy niezależne grupy zależności, które mogą być analizowane i rozwiązywane równocześnie. Macierz pokazana na rysunku 3b) składa się z dwóch podmacierzy, na które nałożone są zmienne widoczne po prawej stronie. Z powodu tych zmiennych podmacierze są powiązane i nie mogą być traktowane jako niezależne, chyba że zostaną poczynione specjalne założenia. Macierz pokazana na rysunku 3c) ma także dwa niezależne bloki zależności ale znajdują się

w niej także relacje na zewnątrz bloków widoczne u dołu macierzy. Możliwość rozwiązywania bloków zależy od rozwiązania relacji zewnętrznych. W tym celu potrzebna jest semantyczna analiza znaczenia tych relacji.

Dla rozwiązywania częściowo zdekomponowalnych macierzy typu 3b) i 3c) zaproponowano szereg postępowań, na przykład algorytm typu 'branch-and-bound' (Kusiak i Wang, 1992).

3. TWORZENIE ALGORYTMÓW OBLICZENIOWYCH

Jednym z podstawowych zadań, z którymi spotykają się inżynierowie mechanicy są obliczenia elementów i zespołów maszyn. Autorzy podręczników z zakresu podstaw konstrukcji maszyn nie zajmowali się opracowaniem ogólnych reguł wykonywania obliczeń. Pewne wskazówki można znaleźć w literaturze anglojęzycznej (Agrawal i inni, 1993). W podręcznikach i monografiach z dziedziny podstaw konstrukcji maszyn znajdują się wprowadzenie wskazówki dotyczące doboru cech geometrycznych i materiałowych oraz przykłady rozwiązywania typowych zadań, obejmują one jednak tylko część przypadków występujących w praktyce inżynierskiej. Inny zestaw danych wejściowych, inny rodzaj obciążenia projektowanej części, inny materiał itd., to tylko niektóre czynniki powodujące zmiany toku obliczeń, konieczność przekształcania wzorów, przyjmowanie innych założeń wstępnych itd. Ponieważ w obliczeniach konstrukcyjnych występuje duża liczba zależności, to inżynier często zmuszony jest prowadzić obliczenia metodą prób i błędów. Określenie niezależnych od zadania reguł układania algorytmów obliczeniowych byłoby cenną pomocą dla konstruktorów, ułatwiłoby również badanie i racjonalizację procesów konstruowania. Poszukiwanie racjonalnych podstaw tworzenia algorytmów obliczania elementów maszyn wydaje się więc uzasadnione.

Tworzenie algorytmu obliczeniowego z neutralnej macierzy występowania zaczyna się od określenia zmiennych wejściowych. W ten sposób macierz neutralna staje się macierzą skierowaną. Wielkości wejściowe mogą być wprowadzane kolejno lub wszystkie jednocześnie. Jeśli wejścia są wprowadzane kolejno, to macierz skierowana jest uaktualniana krok po kroku przez usuwanie odpowiednich kolumn. Po każdej takiej operacji macierz powinna być ponownie przeanalizowana i uporządkowana. Takie postępowanie umożliwia wgląd w systemowe związki między relacjami. Jeśli wszystkie wielkości wejściowe wprowadzone są jednocześnie, to macierz jest uaktualniana tylko raz po tej operacji.

Proces tworzenia algorytmu obliczania elementów i zespołów maszyn sprowadza się na ogół do rozwiązywania układów równań o macierzach rzadkich. Przy wykorzystaniu macierzy skierowanej można go łatwo zrealizować. Ponieważ liczba oznakowanych komórek w wierszu macierzy oznacza liczbę niewiadomych w danej relacji, zatem jeśli w wierszu jest tylko jedna niewiadoma (jeden znak), to można ją wyznaczyć. Jeśli takich relacji nie ma, należy poszukać relacji tworzących układy dwóch równań z dwiema niewiadomymi, trzech z trzema niewiadomymi itd.

Wykorzystane wiersze są usuwane z macierzy, wraz z kolumnami reprezentującymi wyznaczone z tych relacji zmienne. Usunięte relacje stanowią pierwsze operacje obliczeniowe tworzonego algorytmu.

Po każdej operacji macierz przyjmuje nową postać i proces jest powtarzany do momentu, aż wszystkie wiersze i kolumny macierzy zostaną usunięte, co jest równoznaczne z zakończeniem tworzenia algorytmu obliczeniowego. Metoda, opracowana szczegółowo przez Babireckiego (2005), była też przedstawiana na konferencjach krajowych

i zagranicznych (Babirecki i Rohatyński, 2005; Rohatyński i Babirecki, 2006).

4. PODSUMOWANIE

Przedstawiono formalne modele matematyczne problemu optymalizacji dla jednej funkcji celu i dla przypadku, kiedy problem zawiera dwa lub więcej konkurujące cele. Ponieważ problemy projektowo-konstrukcyjne często prowadzą do bardzo skomplikowanych modeli matematycznych, to pokazano jak rozłożyć problem na mniejsze części, których rozwiązanie będzie łatwiejsze i następnie złożyć te częściowe rozwiązania w rozwiązanie całego problemu. Podano niezależne od typu zadania reguły układania algorytmów obliczeniowych. Jest to cenna pomoc dla konstruktorów, ponieważ w obliczeniach konstrukcyjnych występuje duża liczba zależności, co powoduje, że inżynier często zmuszony jest prowadzić obliczenia metodą prób i błędów.

LITERATURA

1. **Agrawal R., Kinzel G. L., Srinivasan R., Ishii K.** (1993), Engineering Constraint Management Based on an Occurrence Matrix Approach, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 115.
2. **Babirecki W., Rohatyński R.** (2005), Meta-algorytm Obliczeń Konstrukcyjnych w Projektowaniu Maszyn, *Materiały XXII Sympozjonu PKM*, Gdynia-Jurata.
3. **Babirecki W.** (2005), *Racjonalizacja Algorytmów Obliczeniowych Elementów i Zespołów Maszyn z Zastosowaniem Macierzy Zależności*, Rozprawa doktorska, Wydział Mechaniczny Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra.
4. **Eppinger S.** (1994), A Model-Based Method for Organizing Tasks in Product Development, *Research in Engineering Design*, Vol. 6, No. 1.
5. **Kusiak A., Wang J.** (1992), Decomposition in Concurrent Engineering, Kusiak A. (ed.), *Concurrent Engineering. Automation, Tools and Techniques*, Chapter 19, J. Wiley&Sons, New York.
6. **Papalambros P. Y., Wilde D. J.** (2000), *Principles of Optimal Design. Modeling and Computation*, Cambridge University Press, New York.
7. **Rohatyński R., Babirecki W.** (2006), A Contribution to Methodology of Engineering Calculations, *Proc. of the Design 2006 Conference*, Zagrzeb.
8. **Steward D. V.** (1965), Partitioning and Tearing Systems of Equations, *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 2, No. B.

FORMULATION OF OPTIMIZATION PROBLEMS IN MACHINE DESIGN PART I. DECOMPOSITION AND DEVELOPMENT OF CALCULATION ALGORITHMS

Abstract: The paper commences with presentation of fundamental principles of mathematical formulation of optimization problems. Then application of incidence matrices to decomposition of complex optimization problems has been described. Finally, a new method of development of calculation algorithms for elements and units of machines has been outlined.

FORMUŁOWANIE ZADAŃ OPTIMALIZACYJNYCH W PROJEKTOWANIU MASZYN CZĘŚĆ II. REDUKCJA WYMIAROWOŚCI I BADANIE WRAŻLIWOŚCI

Ryszard ROHATYŃSKI*

*Uniwersytet Zielonogórski, Wydział Mechaniczny (profesor emerytowany)

r.rohatynski@wez.uz.zgora.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono wykorzystanie monotoniczności funkcji celu względem zmiennych projektowania oraz ograniczeń nierównościowych do redukcji rozmiaru matematycznego modelu optymalizacyjnego. Następnie opisano postępowanie przy wyborze rozwiązania ze zbioru pareto-optymalnego oparte na kryterium wrażliwości rozwiązań na odchyłki od wartości polioptymalnych.

1. WPROWADZENIE

Budowa matematycznego modelu stanowi ważną część pracy potrzebnej do wykonania optymalnego projektu. Z inżynierskiego punktu widzenia model powinien być tak prosty, jak to jest potrzebne dla podjęcia prawidłowych decyzji w procesie projektowania. Dekompozycja złożonego problemu zmniejsza wymiarowość jego części kosztem późniejszej koordynacji rozwiązań częściowych w celu uzyskania rozwiązania całości (Rohatyński, 2009).

Dekompozycja i algorytmy obliczeniowe nie wystarczają jednak do spełnienia postulatu racjonalnego uproszczenia matematycznego modelu optymalizacyjnego i jego dostosowania do procesu optymalizacji.

Przygotowanie modelu matematycznego do optymalizacji obejmuje także jego upraszczanie i redukcję rozmiarowości. W artykule pokazano wykorzystanie do tego celu dwóch własności: monotoniczności funkcji celu względem zmiennych projektowania oraz aktywności i dominacji ograniczeń. W rezultacie uzyskuje się nie tylko skrócenie czasu obliczeń, ale także wgląd w naturę problemu optymalizacyjnego.

W drugiej części artykułu przedstawiono metodę wartościowania rozwiązań polioptymalnych ze względu na ich wrażliwość na odchylenia zmiennych konstrukcyjnych od wartości optymalnych. W celu ułatwienia konstruktorowi interpretacji wyników i podejmowania właściwych decyzji zaproponowano odpowiednio wybrane narzędzia matematyczne i przedstawienia graficzne.

2. REDUKCJA WYMIAROWOŚCI PROBLEMU

Przed zastosowaniem któregoś z wielu dostępnych komputerowych programów optymalizacji model matematyczny powinien być uważnie sprawdzony i przeanalizowany. Formalna tylko poprawność matematycznego modelu zadania optymalizacji jest warunkiem koniecznym ale niewystarczającym dla zapewnienia skutecznego procesu rozwiązywania a ponadto nie ułatwia konstruktorowi po-

znania natury problemu. Ta konstatacja znajduje potwierdzenie w literaturze dotyczącej optymalizacji inżynierskiej. Podstawowe zasady formułowania zadań optymalizacji podano np. w pracy Papalambrosa i Wilde'a (2000).

Jednym z niezwykle użytecznych pojęć związanych z formułowaniem zadań optymalizacyjnych jest monotoniczność funkcji.

Funkcja jest monotoniczna w rozpatrywanym zakresie pewnej zmiennej projektowania, jeśli niezmiennie rośnie (lub niezmiennie maleje) przy zmianie tej zmiennej w tym zakresie. Jeśli wzrost zmiennej projektowania powoduje zawsze taki sam efekt (tzn. przyrost lub zmniejszenie) każdej funkcji, w której występuje, to taka zmienna jest nazywana monotoniczną. Zostało udowodnione, że każda zmienna projektowania, która ma własność monotoniczności względem funkcji celu, musi być odpowiednio ograniczona przez jakąś nierówność; w innym przypadku obszar poszukiwań będzie nieograniczony. Na przykład, jeśli problem wymaga maksymalizacji funkcji celu, która zawiera dodatnio monotoniczną zmienną projektowania, to maksymalna wartość tej zmiennej musi być ograniczona przez jakąś nierówność. W przeciwnym przypadku ta zmienna projektowania mogłaby rosnąć nieograniczenie, powodując nieograniczony wzrost funkcji celu.

W inżynierskich problemach optymalizacyjnych relacje nierównościowe (ograniczenia) odgrywają na ogół bardzo ważną rolę. W inżynierskich problemach projektowo-optymalizacyjnych zmienne projektowania zawierają się w określonych granicach, to jest posiadają maksymalne i minimalne wartości. Przestrzeganie tej reguły automatycznie zapobiega niedookreśloności funkcji celu.

Ze względu na wpływ na położenie optimum, ograniczenia nierównościowe dzielą się na aktywne i nieaktywne. Jeśli nierówność wpływa na położenie optimum, to jest ona aktywna. Natomiast nierówność, która może być pominięta bez skutku dla rozwiązania optymalnego, jest nieaktywna.

Z połączenia pojęcia monotoniczności z pojęciem aktywności ograniczeń wynikają dwie ważne zasady (Papalambros i Wilde, 2000):

1. Pierwsza zasada monotoniczności:

W poprawnie sformułowanym problemie minimalizacji każda zmienna rosnąca monotonicznie jest ograniczona od dołu przez co najmniej jedno nierosnące aktywne ograniczenie.

2. Druga zasada monotoniczności:

W poprawnie sformułowanym problemie minimalizacji każda zmienna nie występująca w funkcji celu jest ograniczona od dołu przez co najmniej jedno nierosnące ograniczenie i od góry przez co najmniej jedno niemalejące ograniczenie. Takie ograniczenia noszą nazwę „półaktywnych”.

Na podstawie pierwszej zasady monotoniczności można czasami łatwo określić, które ograniczenie jest aktywne. To zdarza się wtedy, gdy istnieje tylko jedna nierówność, która może ograniczyć od dołu zmienną występującą w funkcji celu. Taka nierówność nazywa się *krytyczną*. Jeśli natomiast zmienna występująca w funkcji celu może być ograniczona przez większą liczbę nierówności, to nierówność aktualnie aktywną nazywa się *dominującą*.

Pojęcie aktywności ograniczeń i pierwsza zasada monotoniczności mają duże znaczenie dla procesu optymalizacji. Ograniczenie, które zostało zidentyfikowane jako aktywne, zmniejsza o jeden liczbę stopni swobody zadania i może być wykorzystane do eliminacji jednej zmiennej. Ograniczenie nieaktywne może być pominięte. Należy jednak pamiętać o możliwości istnienia ograniczeń półaktywnych.

Wykorzystanie zasad monotoniczności do upraszczania modeli nie tylko ułatwia obliczenia i przyczynia się do lepszego zrozumienia problemu, ale czasami jest niezbędne dla otrzymania poprawnego rozwiązania. W stosunkowo prostych zadaniach optymalizacji, jakie czasem występują przy projektowaniu elementów i zespołów maszyn, można nawet czasem uniknąć obliczeń numerycznych i uzyskać analityczną postać rozwiązania problemu optymalizacji. Zostało to pokazane w pracy Rohatyńskiego (2002).

Na koniec trzeba wymienić dwie, łatwe do rozpoznania, sytuacje w których zadanie optymalizacyjne nie ma rozwiązania:

1. Jeśli liczba równań jest taka sama, jak liczba zmiennych projektowania, to taki model nie opisuje zadania optymalizacji. Zmienne można wtedy obliczyć jedną z metod rozwiązywania układów równań.
2. Liczba nie dublujących się ograniczeń aktywnych nie może być większa od liczby zmiennych projektowania.

3. BADANIE WRAŻLIWOŚCI ROZWIĄZAŃ OPTIMALNYCH

W projektowaniu często mamy do czynienia z przeciwnymi wymaganiami. Najlepsze rozwiązania tak postawionego problemu znajdują się na obrzeżu obszaru dopuszczalnego. Tworzą one zbiór rozwiązań nieulepszalnych, czyli optymalnych w sensie Pareto. Aby wybrać z tego zbioru jedno rozwiązanie, należy przyjąć dodatkowe kryterium różnicujące, które nie było uwzględnione w zbiorze kryteriów zadania optymalizacji. Nałożenie tego kryterium na zbiór pareto-optymalny umożliwia

wskazanie w tym zbiorze rozwiązania optymalnego.

Samo znalezienie rozwiązania optymalnego to jeszcze nie wszystko (Dietrich, 1995). Jeśli uwzględnić, że decyzyjne zmienne projektowe są zmiennymi losowymi które przyjmują wartości z pewnego zakresu (Białas, 1986), to wrażliwość projektowanego obiektu technicznego na tę losowość musi być zbadana.

Ocena tej wrażliwości umożliwia racjonalny wybór tolerancji, a wiadomo, że jej wielkość ma istotny wpływ na koszty wytwarzania i właściwości projektowanego urządzenia (Humieński (red), 2004). Jest zatem uzasadnione badanie otoczenia rozwiązania optymalnego z uwzględnieniem odchylek losowych.

Metoda wyznaczania rozwiązań polioptymalnych i ich wartościowania ze względu na wrażliwość rozwiązań polioptymalnych na odchyłki wielkości konstrukcyjnych była przedmiotem rozprawy doktorskiej K. Białasa-Heltowskiego (Białas-Heltowski i Rohatyński, 2005; Białas-heltowski, 2006), w której opracowano nową procedurę analizy i oceny zbioru rozwiązań polioptymalnych. Dla oceny wrażliwości zaproponowano szereg narzędzi matematycznych i przedstawienia graficzne, co znacznie ułatwia konstruktorowi interpretację wyników i podejmowanie właściwych decyzji. Zastosowanie metody pokazano na przykładzie optymalizacji reduktora, która była przedmiotem rozprawy doktorskiej D. Torzyńskiego (Torzyński, 2000). Opracowana przez Białasa-Heltowskiego procedura obejmuje następujące etapy:

- Formalizację problemu polioptymalizacji: wybór zmiennych decyzyjnych ZD i ich zakresów, ustalenie kryteriów oceny K oraz utworzenie modelu matematycznego badanego obiektu;
- Optymalizację wielokryterialną, której wynikiem jest zbiór rozwiązań Pareto-optymalnych;
- Redukcję zbioru Pareto przez zgrupowanie rozwiązań podobnych;
- Planowanie eksperymentu numerycznego dla analizy rozwiązań optymalnych;
- Tworzenie meta-modeli aproksymujących zależności $K=f(ZD)$ równaniami powierzchni odpowiedzi (RPO);
- Ocenę statystyczną otrzymanych RPO;
- Tworzenie wykresów Pareto dla każdego kryterium w każdym rozwiązaniu optymalnym oraz wykresów profili odpowiedzi dla każdego kryterium w każdym rozwiązaniu polioptymalnym;
- Tworzenie wykresów gradientów równań powierzchni odpowiedzi dla każdego kryterium we wszystkich punktach polioptymalnych oraz mapy wpływów dla wszystkich kryteriów we wszystkich punktach polioptymalnych;
- Analizę uzyskanych informacji;
- Wybór spośród rozwiązań polioptymalnych z uwzględnieniem wrażliwości na zmiany wartości ZD.

Zaproponowana procedura ma charakter interakcyjny. Inżynier podejmuje decyzje na podstawie wyników obliczeń komputerowych i swojego rozeznania aktualnej sytuacji problemowej.

4. PODSUMOWANIE

W pierwszej części artykułu opisano wykorzystanie własności monotoniczności funkcji celu względem zmiennych projektowania oraz aktywności ograniczeń do zmniejszenia wymiarowości problemu optymalizacji, co umożliwia uproszczenie obliczeń, i ułatwia wgląd w naturę problemu optymalizacyjnego. W części drugiej przedstawiono metodę badania wrażliwości rozwiązań polioptymalnych na losowe odchylenia wartości zmiennych konstrukcyjnych. Dla ułatwienia konstruktorowi podejmowania właściwych decyzji zastosowano odpowiednio dobrane narzędzia matematyczne i wykresy.

Prace opisane w tym i poprzednim artykule (Rohatyński, 2009) mają na celu racjonalizację wykorzystania sformalizowanej wiedzy inżynierskiej zawartej we wzorach, wykresach, tablicach itp. oraz integrację ogólnych metod optymalizacji z procesem projektowo-konstrukcyjnym.

LITERATURA

1. **Białas S.** (1986), *Tolerancje geometryczne*, PWN, Warszawa.
2. **Białas-Heltowski K., Rohatyński R.** (2005), Narzędzia do badania zależności między wielkościami konstrukcyjnymi w obliczeniach, *Materiały XXII Sympozjonu PKM*, Tom 2, Gdynia-Jurata.
3. **Białas-Heltowski K.** (2006), *Wyznaczanie i ocena rozwiązań polioptymalnych na przykładzie wybranego układu technicznego*, Rozprawa doktorska, Wydział Mechaniczny Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra.
4. **Dietrich M.** (1995), *Podstawy konstrukcji*, Tom 1, WNT, Warszawa.
5. **Humienny Z. (red.)** (2004), *Specyfikacje geometrii wyrobów*, WNT.
6. **Papalambros P. Y., Wilde D. J.** (2000), *Principles of Optimal Design, Modeling and Computation*, Cambridge University Press, New York.
7. **Rohatyński R.** (2009), Formułowanie zadań optymalizacyjnych w projektowaniu maszyn, Część I. Dekompozycja i tworzenie algorytmów obliczeniowych, *Materiały XXIV Sympozjonu PKM*, Białystok-Białowieża.
8. **Rohatyński R.** (2002), Wpływ monotoniczności zmiennych i aktywności ograniczeń na położenie optimum, *Polioptymalizacja i komputerowe wspomaganie projektowania*, WNT.
9. **Torzyński D.** (2000), *Metoda zintegrowanego projektowania zębatych reduktorów przemysłowych*, Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań.

FORMULATION OF OPTIMIZATION PROBLEMS IN MACHINE DESIGN. PART II. REDUCTION OF THE PROBLEM DIMENSION AND SENSITIVITY INVESTIGATION

Abstract: The paper describes application of the monotonicity of the objective function and inequality constraints with respect to the design variables to the reduction of the mathematical optimization model dimension. Then a method of selection of pareto-optimal solutions has been outlined, which is based on the sensitivity of the solutions to their deviations from the poly-optimal values.

MIKROMECHANICZNE MODELOWANIE NIELINIOWEJ CHARAKTERYSTYKI ODKSZTAŁCENIE-NAPĘŻENIE DLA KOMPOZYTU SZKLANO-EPOKSYDOWEGO ŚCISKANEGO W POPRZEK WŁÓKIEN

Marek ROMANOWICZ*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

markerom@pb.edu.pl

Streszczenie: Praca dotyczy wyznaczania, na podstawie modeli mikromechanicznych, nieliniowej charakterystyki odkształcenie-napężenie dla kompozytu szklano-epoksydowego ściskanego w poprzek włókien. W pracy wykorzystano heksagonalny element reprezentatywny (RVE) uwzględniający istnienie interfejsy oraz metodę elementów skończonych (MES). W celu identyfikacji mechanizmów zniszczenia rozpatrzono trzy modele numeryczne. Przyjęto założenie, że nieliniowość krzywej ściskania jest efektem złożonego mechanizmu pęknięcia kompozytu w wyniku plastycznego ścinania matrycy i interfejsy połączonego z odklejaniem się włókien na granicy interfejsu. Wymienione efekty modelowano za pomocą kryterium Coulomba, przyjmując w tym celu różne naprężenia krytyczne matrycy, interfejsy i interfejsu. Adekwatność modeli mikromechanicznych MES oceniono na podstawie porównania wyznaczonych numerycznie krzywych ściskania z danymi eksperymentalnymi dla kompozytu szklano-epoksydowego.

1. WPROWADZENIE

W rzeczywistych konstrukcjach kompozytowych nie można uniknąć obciążeń poprzecznych do kierunku wzmocnienia, a w tym szczególnie często mamy do czynienia z poprzecznym ściskaniem. Badania eksperymentalne pokazują, że krzywa odkształcenia ma w tym przypadku charakter nieliniowy. Zniszczenie jednokierunkowo wzmocnionych kompozytów pod wpływem poprzecznego ściskania jest efektem działania dwóch jednoczesnych mechanizmów, tj. plastycznego ścinania matrycy oraz odklejania się włókien (ang. debonding) na granicy interfejsu (Gonzalez i Lorca, 2007). Należy zaznaczyć, że zniszczenie matrycy nie zachodzi w warunkach czystego ściskania i co się z tym wiąże jej ścinanie nie następuje pod kątem 45° . Kluczową sprawą przy prognozowaniu wytrzymałości na poprzeczne ściskanie jest zrozumienie roli poszczególnych mechanizmów zniszczenia w procesie pęknięcia oraz uwzględnienie własności wytrzymałościowych składników tworzących kompozyt w ocenie globalnej.

W wyniku nieodwracalnych reakcji chemicznych w procesie produkcyjnym kompozytów z matrycami termoutwardzalnymi tworzy się nowy składnik pomiędzy włóknom a matrycą nazywany interfazą. Do przeprowadzenia analizy mikromechanicznej w takim przypadku konieczne jest zastosowanie modelu trójskładnikowego. Trudności związane z modelowaniem interfejsy polegają na braku wiarygodnych, eksperymentalnych danych na temat jej geometrii oraz własności mechanicznych. W literaturze najczęściej przyjmuje się, że interfejsa ma własności liniowo-sprężyste, które są jednorodne (Lagache i inni, 1994; Nassehi i inni, 1993) lub zmieniają się wykładniczo wraz z oddalaniem się od granicy włókna (Wacker i inni, 1998;

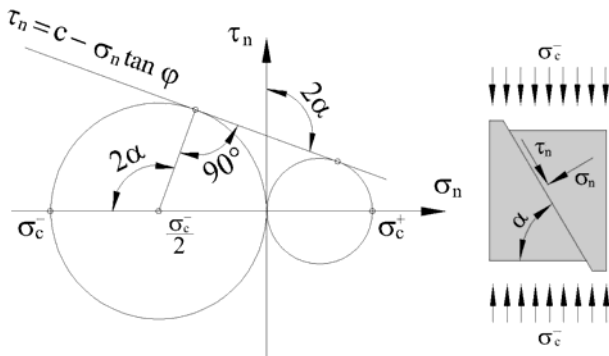
Anifantis, 2000; Yang, 2004). Przyjęcie koncepcji interfejsy pozwala poprawnie opisać mechanizm transferu obciążenia pomiędzy matrycą a włóknom w zakresie liniowo-sprężystym. Wciąż jednak, niejasna jest rola interfejsy w procesie pęknięcia oraz jej wpływ na mechanizmy zniszczenia.

W przypadku obciążeń poprzecznych do kierunku wzmocnienia o dokładności obliczania wytrzymałości na podstawie modelu mikromechanicznego decyduje również przyjęcie właściwych warunków na granicy dwóch faz, tj. na interfejsie. Trudności związane z modelowaniem procesu odklejania się włókien od matrycy wynikają stąd, że wytrzymałość adhezyjna interfejsu zależy od kombinacji wielu czynników fizykochemicznych, do których zaliczamy wiązania kowalencyjne, dyfuzję składników, chropowatość powierzchni, itp. W literaturze najczęściej zakłada się warunki nieciągłości przemieszczeń na powierzchni interfejsu, co oznacza nieidealne połączenie włókna z matrycą i modelowanie sił adhezji w funkcji przyrostu odpowiednich przemieszczeń na powierzchni interfejsu. W pierwszym przybliżeniu przyjmuje się liniowy model sprężynkowy, w którym wektor naprężeń normalnych i stycznych działających na interfejsie jest proporcjonalny do przyrostu odpowiednich przemieszczeń (Hashin, 1990; Mahiou i Beakou, 1998; Caporale i inni, 2006; Gonzalez i Lorca, 2007). W układzie biegunowym (r, θ) związanym z włóknom zależność tą zapisujemy następująco

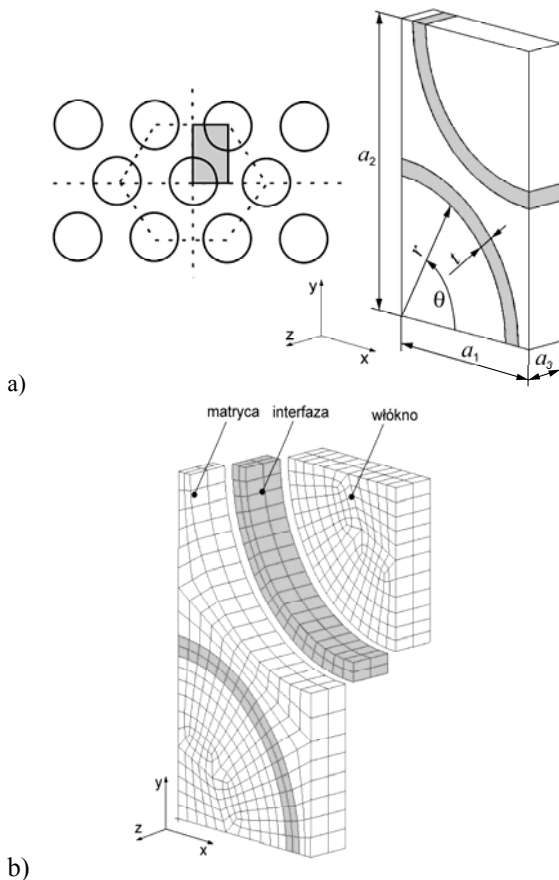
$$\sigma_r = k_r \Delta u_r, \quad \tau_{r,\theta} = k_{\theta} \Delta u_{\theta}, \quad (1)$$

gdzie: k_r, k_{θ} są stałymi sprężynek odpowiednio na kierunku promieniowym i stycznym. Jeżeli $k_r = k_{\theta} \rightarrow \infty$, to mamy do czynienia z idealnym połączeniem na interfejsie, dla którego zachodzi ciągłość przemieszczeń, natomiast waru-

nek $k_r = k_\theta \rightarrow 0$ oznacza całkowite odklejenie się włókna. W celu uniknięcia wzajemnej penetracji składników, dopuszcza się jedynie nieujemne przyrosty przemieszczeń normalnych, tj. $\Delta u_r \geq 0$. Poprawne opisanie procesu odklejania się włókna od matrycy wymaga obliczenia wartości krytycznych sił adhezji a następnie zastosowania warunków otwarcia lub poślizgu między włóknem a matrycą. W licznych pracach, np. Caporale i inni (2006) oraz Gonzalez i Lorca (2007) prognozują pękanie interfejsu w kompozytach z matrycami termoutwardzalnymi za pomocą kryterium maksymalnych naprężeń, w którym nie uwzględnia się interakcji naprężeń normalnych i stycznych na wartość krytyczną. W niniejszej pracy autor odrzuca takie podejście.



Rys. 1. Graficzna ilustracja kryterium Coulomba



Rys. 2. Model kompozytu jednokierunkowo wzmocnionego;
a) 1/8 – objętości RVE o symetrii heksagonalnej,
b) podział na elementy skończone

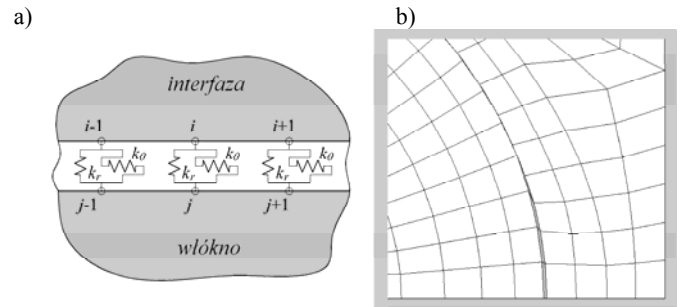
Tab. 1. Własności sprężyste faz składowych i ich udziały objętościowe

włókna*			matryca*			interfaza		
E_f [GPa]	ν_f	V_f	E_m [GPa]	ν_m	V_m	E_{ip} [GPa]	ν_{ip}	V_{ip}
74	0.20	0.60	3.35	0.35	0.25	9.75	0.35	0.15

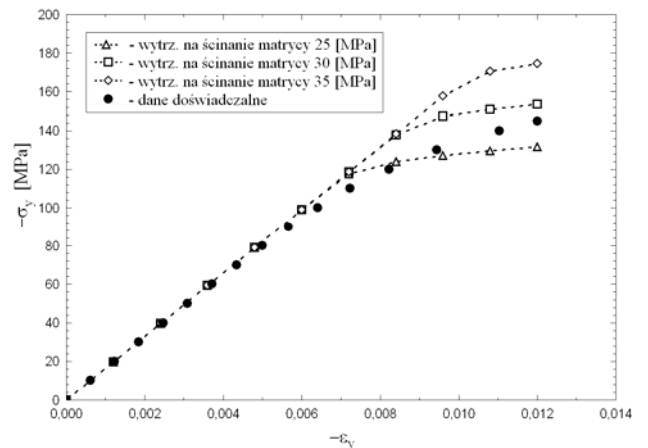
* dane doświadcz. na podstawie pracy Sodena i innych (1998)

Tab. 2. Wartości numeryczne poprzecznego modułu Younga, współczynnika Poissona, modułu Kirchhoffa oraz ich procentowa odchyłka od wartości doświadczalnych

E_T [GPa]	ν_T	G_T [GPa]
16.2	0.4	5.79
±0.17%	±8.5%	±2.68%



Rys. 3. Model interfejsu; a) sprężynki modelujące normalne i styczne siły adhezji, b) zwiłkrotnione odkształcenie siatki MES w obszarze interfejsu



Rys. 4. Krzywe ściskania w poprzek włókien kompozytu szklano-epoksydowego otrzymane dla idealnego połączenia włókna z interfazą, $k_r = k_\theta \rightarrow \infty$ oraz dla nieskończonej wytrzymałości interfejsu na ścinanie, $c_{ip} = \infty$; wyniki doświadczalne na podstawie pracy Sodena i innych (1998)

Celem artykułu jest opisanie wpływu interfejsu i jej nie-idealnego połączenia z włóknem na modelowanie sprężysto-plastycznego zachowania się warstwy kompozytu szklano-epoksydowego przy ściskaniu w poprzek włókien. Ocenę wyżej wymienionych efektów przeprowadzono na podstawie porównania wyznaczonej numerycznie i eksperymentalnie krzywej ściskania. W pracy przyjęto tezę, że zniszczenie kompozytu w wyniku poprzecznego ściskania jest zjawiskiem lokalnym i do jego opisu konieczne jest uwzględnienie efektów mikrostrukturalnych. Z uwagi na brak modeli analitycznych efekty te modelowano numerycznie wykorzystując reprezentatywny element objętościowy. Standardowym podejściem do prowadzenia analiz

mikromechanicznych na strukturach periodycznych jest pojedyncza komórka oraz metoda elementów skończonych (MES). Zastosowanie pojedynczej komórki oznacza, że rzeczywistą strukturę kompozytu jednokierunkowo wzmocnionego z losowo ułożonymi włóknami opisujemy fikcyjnym kompozytem z periodycznie ułożonymi włóknami.

Rozwój modeli mikromechanicznych, w których reprezentatywny element objętościowy (RVE) zawiera pojedynczą komórkę, a nie pewien zbiór losowo rozłożonych włókien, jest szczególnie ważne w praktyce inżynierskiej, w której jak wiadomo kładzie się nacisk na stosowanie prostych modeli obliczeniowych.

2. MODEL MIKROMECHANICZNY MES

Uśrednione własności mechaniczne ośrodków niejednorodnych mogą być wyznaczane metodą numerycznej homogenizacji na podstawie własności mechanicznych ich składników. Zgodnie z tą ideą, w celu opisanego sprężysto-plastycznego ściskania kompozytu szklano-epoksydowego w poprzek włókien, w niniejszej pracy wykorzystano model mikromechaniczny MES.

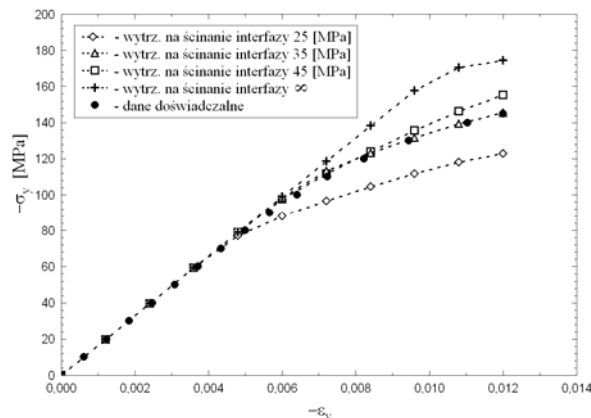
Do modelowania przyjęto kompozyt z włóknami szklanymi Silenka 1200tex i matrycą epoksydową MY750/HY917/DY063 (Soden i inni, 1998). Własności sprężyste faz składowych oraz ich udziały objętościowe zebrano w tabeli 1. W przypadku interfejsu, jej własności sprężyste określono w wyniku numerycznej identyfikacji. Identyfikacja ta polegała na takim dobraniu jej modułu Younga E_{ip} , aby poprzeczne stałe sprężystości całego kompozytu (tj. E_T , ν_T , G_T) wyznaczone numerycznie przy zastosowaniu modelu trójskładnikowego były możliwie jak najbardziej zbliżone do danych doświadczalnych otrzymanych przez Sodenę i innych (1998). W pracy przyjęto założenie, że interfejs i matryca mają taki sam współczynnik Poissona, $\nu_{ip} = \nu_m$. A zatem, pominięto wpływ współczynnika Poissona interfejsu ν_{ip} na własności poprzeczne całego kompozytu. Przeprowadzona procedura identyfikacji własności sprężystych interfejsu obarczona jest niewielkim błędem pokazanym w tabeli 2.

W obliczeniach numerycznych zastosowano kryterium Coulomba zarówno do prognozowania zniszczenia matrycy, interfejsu, ale także i interfejsu. Zastosowanie jednolitego podejścia, wynika z przyjęcia założenia, że o zniszczeniu wymienionych składników decyduje funkcja wektora naprężenia $f(\sigma_n, \tau_n)$ na odpowiedniej powierzchni krytycznej o normalnej n . Najprostsza postać warunku Coulomba składa się z dwóch prostych

$$f(\sigma_n, \tau_n) = \frac{|\tau_n|}{c} + \frac{\sigma_n}{c} \tan \varphi = 1, \quad (2)$$

gdzie: c jest wytrzymałością na ścinanie, a φ jest kątem tarcia wewnętrznego. Geometryczną interpretację warunku Coulomba oraz jego związek z kątem ścinania pokazano na rysunku 1. Na podstawie obserwowanych doświadczalnie kątów ścinania matrycy epoksydowej (Gonzalez i Lorca, 2007; Puck i Schurmann, 2002; Hinton i inni, 2004),

$\alpha = 50^\circ - 55^\circ$ przyjęto w pracy jednakowy średni kąt tarcia wewnętrznego dla matrycy, interfejsu i interfejsu, $\varphi = 2\alpha - 90^\circ = 15^\circ$. Analizę numeryczną przeprowadzono dla naprężeń krytycznych na ścinanie matrycy $c_m = 35 \text{ MPa}$. Ustalona wartość c_m pozwala wyznaczyć z kryterium (2) wytrzymałość matrycy epoksydowej na rozciąganie i ściskanie, odpowiednio $\sigma_m^{c+} = 53.7 \text{ MPa}$ i $\sigma_m^{c-} = 91.2 \text{ MPa}$. Wartości σ_m^{c+} oraz σ_m^{c-} są nieznacznie zaniżone względem wartości eksperymentalnych (np. Fiedler i inni, 2001). Na podstawie danych doświadczalnych wiadomo, że zdolność do odkształceń plastycznych żywicy epoksydowej pracującej jako matryca w kompozycie jest już wielokrotnie mniejsza. Zahamowanie odkształceń plastycznych w matrycy epoksydowej jest efektem koncentracji naprężeń i działania naprężeń resztkowych. Mając na uwadze opisane wyżej zachowanie żywicy epoksydowej można uznać wartość $c_m = 35 \text{ MPa}$ za właściwą dla matrycy epoksydowej. Wartość naprężeń krytycznych na ścinanie interfejsu wyznaczona eksperymentalnie metodą fragmentacji przez Zhou i innych (2001) dla kompozytu szklano/epoksydowego wynosi $c_{if} = 43 \text{ MPa}$. A zatem przyjęta w tej pracy wartość naprężeń krytycznych na ścinanie interfejsu $c_{if} = 40 \text{ MPa}$ dobrze odpowiada wartości doświadczalnej. Parametrem zmiennym w prezentowanych obliczeniach jest natomiast wytrzymałość na ścinanie interfejsu, c_{ip} , którą przyjmowano w granicach od 25 MPa do nieskończoności. Na podstawie danych doświadczalnych wiadomo, że niszczące odkształcenia poprzeczne w wybranym kompozycie przy ściskaniu wynoszą $\varepsilon_{yy}^c = 1.2\%$.



Rys. 5. Krzywe ściskania w poprzek włókien kompozytu szklano-epoksydowego otrzymane dla idealnego połączenia włókna z interfejsą, $k_r = k_\theta \rightarrow \infty$; wyniki doświadczalne na podstawie pracy Sodenę i innych (1998)

Analizę numeryczną wykonano na trójwymiarowym elemencie reprezentatywnym o symetrii heksagonalnej, dla promienia włókna $r = 8 \mu\text{m}$. W przypadku kompozytu szklano-epoksydowego grubość interfejsu jest rzędu $1 \mu\text{m}$ (Thomason, 1995; Mai i inni, 1998). W pracy wykorzystano oprogramowanie MES Patran/Nastran. Element reprezentatywny wypełniono 8-węzłowymi, 6-ściennymi elementami skończonymi (rys2). W obliczeniach numerycznych przyjęto dla matrycy oraz interfejsu model ciała sprężysto-idealnie plastycznego, natomiast dla włókna w całym zakresie pracy materiału model liniowo-sprężysty. Z uwagi

na czasochłonność obliczeń nieliniowych, w niniejszej pracy zrezygnowano z dodatkowego zagęszczania siatki MES w obszarze interfejsu i co się z tym wiąże modelowano interfejs jako ciało jednorodne. Analizę MES wykonano w płaskim stanie odkształcenia, przyjmując następujące przemieszczeniowe warunki brzegowe

$$\begin{aligned} u_x(0, y, z) &= 0, \\ u_y(x, 0, z) &= 0, \\ u_z(x, y, 0) &= 0, \\ \int_0^{a_2} \sigma_{xx}(a_1, y, z) dy &= 0, \\ u_y(x, a_2, z) &= -\delta, \\ u_z(x, y, a_3) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Uśrednione naprężenia ściskające $\bar{\sigma}_{yy}$ i odkształcenia $\bar{\varepsilon}_{yy}$ wyznaczano ze wzoru

$$\bar{\sigma}_{yy} = \frac{1}{a_1} \int_0^{a_1} \sigma_{yy}(x, a_2, z) dx, \quad \bar{\varepsilon}_{yy} = \frac{-\delta}{a_2} \quad (4)$$

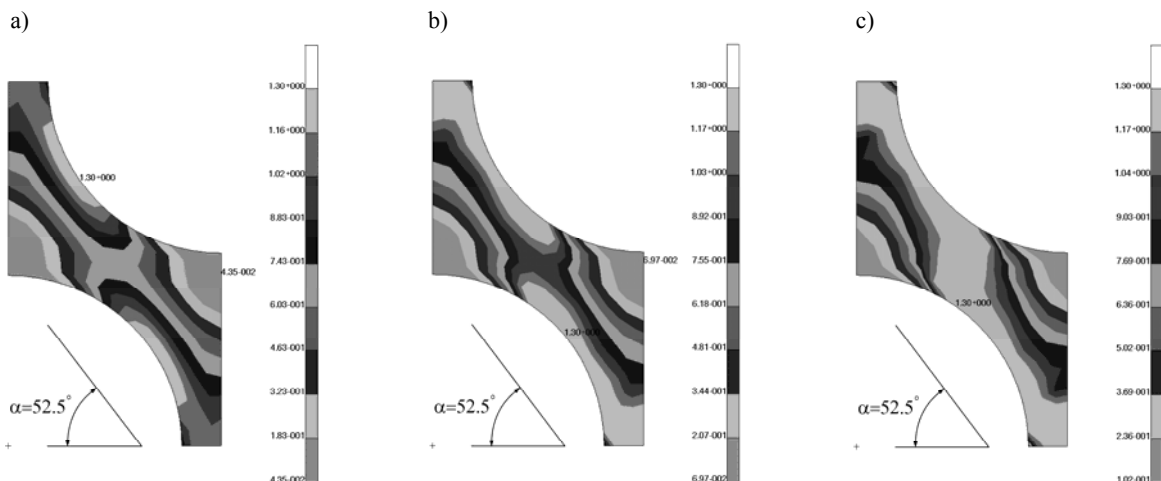
W zakresie nieliniowym przyrost odkształceń plastycznych wyznaczano na podstawie stowarzyszonego prawa płynięcia (MSC.Nastran, Handbook, 1992). Dla rozpatrywanego w pracy przypadku, postulat zachowania przez przyrost odkształceń kierunku prostopadłego do powierzchni plastyczności został spełniony i żadnych osobliwości z zastosowaniem kryterium Coulomba nie stwierdzono.

Połączenie adhezyjne na interfejsie modelowano za pomocą 2-węzłowych elementów sprężynowych zaczepionych w kierunku stycznym i normalnym, względem układu biegunowego $r\theta$ związanego z włóknem. W obliczeniach przyjęto stałe sprężynek równe średniemu modułowi Yo-

unga interfejsy, tj. $k_r = k_\theta = E_{ip}$. Po zniszczeniu połączenia adhezyjnego w danym punkcie interfejsu dopuszcza się dwa możliwe przypadki zachowania się interfejsu. Pierwszy dla $\Delta u_r > 0$, oznacza jego otwarcie i brak jakichkolwiek naprężeń, tj. $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$, drugi natomiast dla $\Delta u_r = 0$, oznacza poślizg bez tarcia i obecność ujemnych naprężeń normalnych, tj. $\sigma_r < 0$. W celu zapewnienia warunków poślizgu między interfejsą a włóknem oraz uniknięcia wzajemnej ich penetracji, w modelu MES zastosowano 2-węzłowe elementy kontaktowe typu GAP. W obliczeniach przyjęto wartość $10^3 E_m$ jako tzw. sztywność gwarantującą zamknięcie elementu kontaktowego. Pracę elementów kontaktowych można ocenić na podstawie rysunku 3, na którym pokazano zdeformowaną siatkę MES w przypadku otwarcia i poślizgu na interfejsie.

3. WYNIKI I DYSKUSJA

Przypadek 1. W pierwszym etapie oceny roli sztywnej interfejsy w mechanizmie zniszczenia kompozytu szklano-epoksydowego wykonano obliczenia przy założeniu, że interfejsa nie ulega plastycznym odkształceniom oraz, że istnieje idealne połączenie na interfejsie. A zatem przyjęto uproszczenie, że nieliniowość krzywej ściskania jest efektem jedynie uplastycznienia samej matrycy. Wyniki modelowania i ich porównanie z danymi eksperymentalnymi pokazano na rysunku 4. Zgodnie z oczekiwaniem, wraz ze wzrostem wytrzymałości na ścinanie matrycy, $c_m = 25, 30, 35 \text{ MPa}$, zakres pracy liniowo-sprężystej materiału powiększa się. Jak widać założenie idealnie sprężystej pracy interfejsy nie pozwala poprawnie opisać krzywej ściskania.



Rys. 6. Przykładowa zmiana lokalnej funkcji pęknięcia $f(\sigma_m, \tau_n)$ wraz ze wzrostem obciążenia dla przypadku idealnego połączenia włókna z interfejsą ($k_r = k_\theta \rightarrow \infty$) oraz dla wytrzymałości interfejsy na ścinanie, $c_{ip} = c_m$; a) 30% obciążenia, b) 70% obciążenia, c) 100% obciążenia

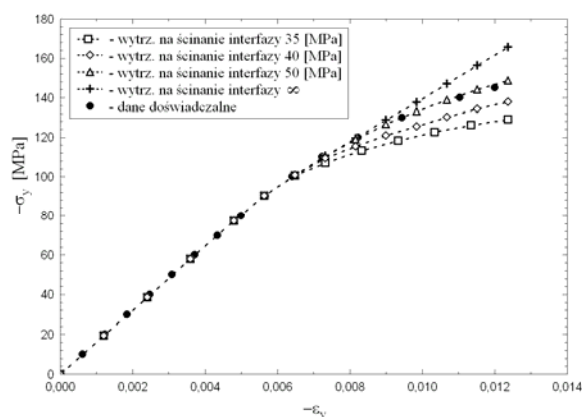
Przypadek 2. W następnym etapie analizy, dopuszczono możliwość uplastycznienia nie tylko matrycy ale również interfejsy. Wykonano obliczenia przy założeniu idealnego połączenia na interfejsie. Wyniki modelowania i ich porównanie z danymi eksperymentalnymi pokazano na

rysunku 5. Najlepsze dopasowanie krzywej numerycznej do krzywej doświadczalnej otrzymano dla wytrzymałości na ścinanie interfejsy równej wytrzymałości na ścinanie matrycy, $c_{ip} = c_m$. Wydaje się mało prawdopodobne by zmiana własności sprężystych interfejsy względem matrycy

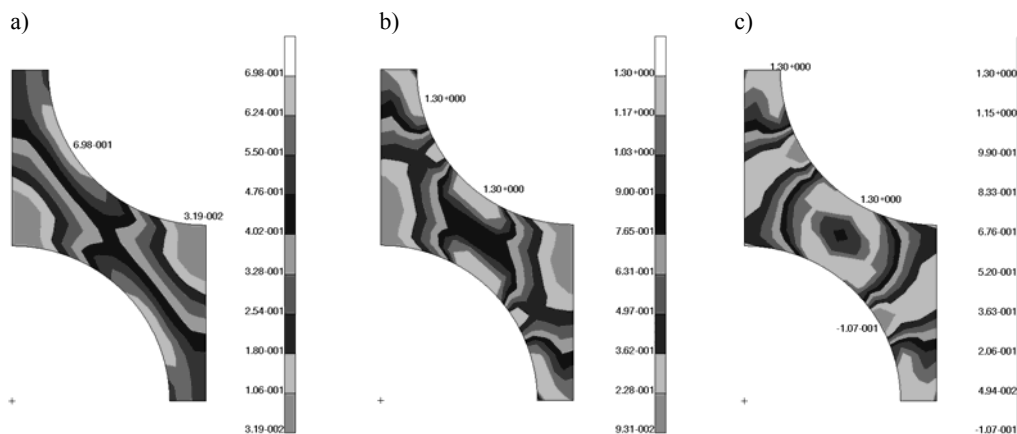
($E_{ip}/E_m=2.91$), nie spowodowała zmiany jej wytrzymałości. Należy jednak zauważyć, że w tym przypadku wytrzymałość na ścinanie interfejsu c_{ip} stanowi pewną wielkość średnią, ponieważ jej wartość musi skompensować brak efektu odklejania się włókien od interfejsu. Otrzymany dla $c_{ip}=c_m$ wynik modelowania doskonale nadaje się do wyjaśnienia mechanizmu ścinania matrycy i interfejsu. Na rysunku 6 pokazano rozwój lokalnej funkcji pęknięcia (2) w obszarze matrycy i interfejsu. Jak widać, wraz ze wzrostem obciążenia obszar uplastyczniony w przekroju RVE układu się w pasmo nachylone pod kątem $\alpha=50^\circ-55^\circ$. Należy zauważyć, że początkowa akumulacja odkształceń plastycznych, zachodząca w strefie interfejsu dla kąta $\theta=30^\circ-35^\circ$ (kąt θ pokazano na rysunku 2a), nie wywołuje natychmiastowego spadku sztywności kompozytu. A zatem pierwsze odkształcenia plastyczne pojawiają się w kompozycie na długo przed przyłożeniem maksymalnego obciążenia.

Przypadek 3. W kolejnym etapie badania wpływu interfejsu na wytrzymałość kompozytu szklano-epoksydowego wykonano obliczenia uwzględniające zjawisko odklejania się włókna od interfejsu. Przyjęto idealnie sprężysto-kruche zachowanie się interfejsu. tzn. po osiągnięciu przez funkcję wektora naprężeń $f(\sigma_r, \tau_{r\theta})$ wartości krytycznej w określonym punkcie interfejsu, sztywność połączenia adhezyjnego spadała do zera, tj. $k_r=k_\theta=0$. W praktyce oznaczało to pozostawienie w tym punkcie jedynie elementów kontaktowych, zapobiegających wzajemnej penetracji składników. Wyniki modelowania i ich porównanie z danymi eksperymentalnymi pokazano na rysunku 7. Najlepsze dopasowanie krzywej numerycznej do krzywej doświadczalnej otrzymano dla wytrzymałości na ścinanie interfejsu większej od wytrzymałości na ścinanie matrycy ($c_{ip}/c_m=1.43$). Na rysunku 8 pokazano typowy dla tego przypadku rozwój lokalnej funkcji pęknięcia (2) w obszarze matrycy i interfejsu. Prezentowaną symulację wykonano dla $c_{ip}=c_m$. Jak widać, mechanizm zniszczenia jest inny niż w przypadku 2. Pęka-

nie interfejsu rozpoczyna się dla kąta $\theta=30^\circ-35^\circ$ i propaguje symetrycznie od tego miejsca po granicy włókna. Porównując rozkład lokalnej funkcji pęknięcia $f(\sigma_n, \tau_n)$ przed pękaniem interfejsu (rysunek 8a) i po rozpoczęciu pęknięcia (rysunek 8b), można zauważyć, że zniszczenie interfejsu wywołuje redystrybucję pola naprężeń w przekroju RVE. Po przyłożeniu całkowitego obciążenia (rysunek 8c) siły adhezji istnieją jedynie w zakresie kątów $\theta=60^\circ-90^\circ$, a w pozostałej części interfejsu mamy doczynienia z jego otwarciem bądź poślizgiem bez tarcia. Zdecydowanie inny niż w przypadku 2 jest także rozwój strefy plastycznej wewnątrz RVE. Obszar ten rozwija się teraz od interfejsu poprzez interfejs do wewnątrz matrycy. W dwóch miejscach w przekroju RVE, tj. dla $\theta=0^\circ-15^\circ$ oraz $\theta=50^\circ-65^\circ$ (rysunek 8c), wraz ze wzrostem obciążenia dochodzi do całkowitego uplastycznienia przekroju.



Rys. 7. Krzywe ściskania w poprzek włókien kompozytu szklano-epoksydowego otrzymane dla nieidealnego połączenia włókna z interfejsu; wyniki doświadczalne na podstawie pracy Sodena i innych (1998)



Rys. 8. Przykładowa zmiana lokalnej funkcji pęknięcia $f(\sigma_n, \tau_n)$ wraz ze wzrostem obciążenia dla przypadku idealnie sprężysto-kruchego połączenia włókna z interfejsu oraz dla wytrzymałości interfejsu na ścinanie, $c_{ip} = c_m$; a) 30% obciążenia, b) 70% obciążenia, c) 100% obciążenia

Ogólnie można stwierdzić, że uzyskano bardzo dobrą zgodność wyników numerycznych z wynikami eksperymentalnymi zarówno w przypadku modelu połączenia włókna z interfejsu idealnego (przypadek 2) jak i nieidealnego (przypadek 3). Oba wymienione modele prognozują

początkową aktywację uszkodzeń w tym samym miejscu interfejsu, tj. dla $\theta=30^\circ-35^\circ$. Wykonane obliczenia pokazują, że zniszczenie jednokierunkowo wzmocnionego kompozytu jest procesem stopniowym, rządzone przez dwa różne mechanizmy, tj. przez plastyczne ścinanie matrycy

i interfazy połączone z odklejaniem się włókien na granicy interfejsu. W przypadku gdy wytrzymałość interfazy na ścinanie jest większa niż matrycy ($c_{ip}/c_m=1.43$) dominującym mechanizmem zniszczenia jest debonding na granicy interfejsu. Natomiast, jeżeli powyższe wytrzymałości są zbliżone ($c_{ip}/c_m=1$) to dochodzi do plastycznego ścięcia matrycy pod kątem $\alpha=50^\circ-55^\circ$. Z uwagi na losowe i przypadkowe rozłożenie włókien, a także z powodu niejednorodności własności fizycznych, wydaje się, że w rzeczywistym kompozycie jednokierunkowo wzmocnionym poddanym ścisaniu w poprzek włókien oba mechanizmy zachodzą jednocześnie.

4. WNIOSKI

Przeprowadzone obliczenia numeryczne ujawniły, że nieliniowa charakterystyka odkształcenie-napięcie dla kompozytu szklano-epoksydowego ściskanego w poprzek włókien silnie zależy od własności wytrzymałościowych interfazy oraz od sił adhezji na granicy włókno-interfaza.

Kryterium Coulomba poprawnie prognozuje nie tylko rozwój strefy plastycznej wewnątrz matrycy epoksydowej, ale również może być z powodzeniem stosowane do obliczania wytrzymałości interfejsu

Pojedyncza komórka RVE nie jest w stanie zamodelować dwóch mechanizmów zniszczenia jednocześnie. Jej poprawne zastosowanie wymaga zatem przyjęcia założenia o dominującym mechanizmie zniszczenia.

LITERATURA

1. Anifantis N. K. (2000), Micromechanical stress analysis of closely packed fibrous composites, *Compos Sci Technol*, 60:1241-1248.
2. Asp L. E., Berglund L. A., Talreja R. (1996), Effects of fiber and interphase on matrix-initiated transverse failure in polymer composites, *Compos Sci Technol*, 56:657-665.
3. Bradley W. L. (1989), Matrix toughness and interlaminar fracture toughness. In: Fridrich K. editor *Composite materials series*, Vol.6, Application of fracture mechanics to composite materials, Elsevier.
4. Caporale A., Luciano R., Sacco E. (2006), Micromechanical analysis of interfacial debonding in unidirectional fiber-reinforced composites, *Comput Struct*, 84:2200-2211.
5. Davis J. E., Qu J. (2000), Numerical analysis of fiber fragmentation in a SiC/Al single-fiber composite specimen, *Compos Sci Technol*, 60:2297-2307.
6. Fiedler B., Hojo M., Ochiai S., Shulte K., Ando M. (2001), Failure behaviour of epoxy matrix under different kinds of static loading, *Compos Sci Technol*, 61:1615-1624.
7. Fisher F. T., Brinson L. C. (2001), Viscoelastic interphases in polymer-matrix composites: theoretical models and finite-element analysis, *Compos Sci Technol*, 61:731-748.
8. Gonzalez C., Lorca J. (2007), Mechanical behavior of unidirectional fiber-reinforced polymers under transverse compression: Microscopic mechanisms and modeling, *Compos Sci Technol*, 67:2795-2806.
9. Hashin Z. (1990), Thermoelastic properties of fiber composites with imperfect interface, *Mech Mater*, 8:333-348.
10. Hinton M. J., Kaddour A. S., Soden P. D. (editors) (2004), *Failure criteria in fibre reinforced polymer composites. The world-wide failure exercise*, Elsevier.
11. Lagache M., Agbossou A., Pastor J., Muller D. (2000), Role of interphase on the elastic behaviour of composite materials: theoretical and experimental analysis, *J Compos Mater* 1994, 28:1140-1157.
12. Liu Y. J., Xu N., Luo J. F. (2000), Modeling of interphases in fiber-reinforced composites under transverse loading using the boundary element method, *J Appl Mech*; 67:41-49.
13. Mahiou H., Beakou A. (1998), Modelling of interfacial effects on the mechanical properties of fibre-reinforced composites, *Compos: Part A*, 29A:1035-1048.
14. Mai K., Mader E., Muhle M. (1998), Interphase characterization in composites with new non-destructive methods, *Compos: Part A*, 29A:1111-1119.
15. MSC.Nastran, *Handbook for nonlinear analysis*, editor Sang H. Lee, MSC Software, 1992.
16. Nassehi V., Dhillon J., Mascia L. (1993), Finite element simulation of the micromechanics of interlayered polymer/fibre composite: a study of the interactions between the reinforcing phases, *Compos Sci Technol*, 47:349-358.
17. Puck A., Schurmann H. (2002) Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models, *Compos Sci Technol*, 62:1633-62.
18. Soden P. D., Hinton M. J., Kaddour A. S. (1998), Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates, *Compos Sci Technol*; 58:1011-22.
19. Thomason J. L. (1995), The influence region in glass fibre-reinforced epoxy resin composites: 3. Characterization of fibre surface coatings and the interphase, *Composites*, 26:487-498.
20. Wacker G., Bledzki A. K., Chate A. (1998), Effect of interphase on the transverse Young's modulus of glass/epoxy composites, *Compos: Part A*, 29:619-626.
21. Yang F., Pitchumani R. (2004), Effects of interphase formation on the modulus and stress concentration factor of fiber-reinforced thermosetting-matrix composites, *Compos Sci Technol*, 64:1437-1452.
22. Zhou X. F., Wagner H. D., Nutt S. R., (2001), Interfacial properties of polymer composites measured by push-out and fragmentation tests, *Compos: Part A*, 32:1543-1551.

MICROMECHANICAL MODELLING OF THE NONLINEAR STRESS-STRAIN BEHAVIOR IN GLASS/EPOXY LAMINA SUBJECTED TO TRANSVERSE COMPRESSION

Abstract: Using micromechanics models, which take into account existence of a interphase region, the nonlinear stress-strain relationship for a glass/epoxy lamina subjected to transverse compression was determined in this paper. To compute stress for given strain, the three-phased unit cell with a hexagonal symmetry that accounts for imperfect interface condition and nonlinear finite element method were employed. An identification of failure mechanisms from micromechanics models was presented. A general assumption that mechanisms of plastic deformation along shear bands in matrix and fiber-matrix debonding are responsible for the nonlinear stress-strain behavior in glass/epoxy lamina subjected to transverse compression was validated. To predict the damage evolution in the epoxy matrix and the development of interface debonding, the Mohr-Coulomb criterion was used. Model predictions were compared with experimental results for glass/epoxy lamina.

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego nr W/WM/8/08 realizowanego na Politechnice Białostockiej.

WIELOOSIOWE ZMĘCZENIE ELEMENTÓW PRACUJĄCYCH W WARUNKACH KONTAKTU TOCZNEGO

Paweł ROMANOWICZ*, Andrzej P. ZIELIŃSKI*

*Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska, al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków

promek@mech.pk.edu.pl, apz@mech.pk.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono aplikację i porównanie wieloosiowych hipotez zmęczenia wysokocyklowego zastosowanych do zjawisk toczenia beztarcowego i trakcyjnego koła suwnicy. Do obliczeń wykorzystano metodę elementów skończonych (ANSYS®), co umożliwiło wyznaczenie zmian naprężeń w czasie.

1. WSTĘP

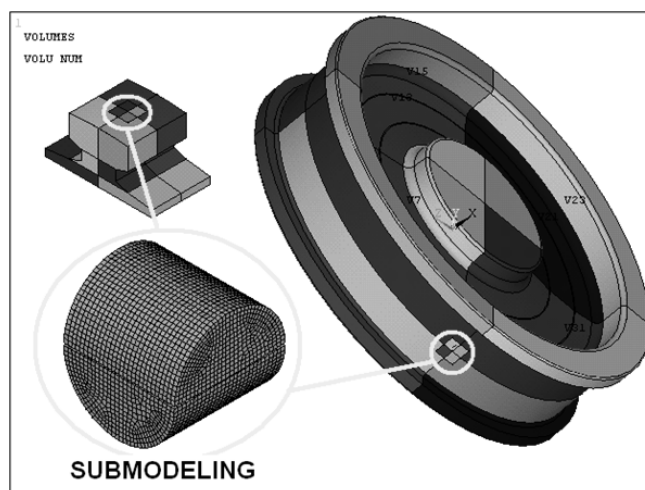
Jednym z mechanizmów zniszczenia kół suwnicowych (kolejowych) są pęknięcia zmęczeniowe inicjowane na pewnej głębokości pod powierzchnią kontaktu, spowodowane jest to przenoszeniem znacznych sił na małych powierzchniach kontaktu. Prowadzi to do pojawiania się sporych nacisków i naprężeń stycznych w obszarze styku i w konsekwencji powoduje zużywanie się a nawet zniszczenie elementów. Obecnie analiza zmęczeniowa kół kolejowych oparta jest na obliczeniach przy użyciu współczesnych hipotez wieloosiowego zmęczenia wysokocyklowego (Mrzygłód i Zieliński, 2007; Romanowicz i Zieliński, 2007). Do badania zmęczenia tocznego użyto hipotezy, które są najczęściej proponowane w literaturze: Crossland (1956), Dang Van i Maitournam (2002), Papadopoulos (2001), Papadopoulos i inni (1997).

Dodatkowo w pracy wykonano obliczenia zmęczeniowe przy użyciu hipotezy energetycznej (Kluger i Łagoda, 2007), (autorstwa Prof. T. Łagody i Prof. E. Machy). Wymienione powyżej kryteria uwzględniają złożony i zmienny w czasie trójosiowy stan naprężenia. Wynika stąd konieczność wyznaczenia zmian w czasie pełnego tensora naprężenia (oraz odkształcenia w przypadku hipotezy energetycznej). W pracy zostało to wykonane przy użyciu Metody Elementów Skończonych (ANSYS®).

2. MODEL NUMERYCZNY

Zagadnienie kontaktu cylindrycznego koła jezdnego suwnicy $\phi 710$ z szyną A120 (promień zaokrąglenia główki szyny $R = 600$ mm) obliczono przy użyciu metody submodelingu (rys.1). Umożliwiło to zwiększenie zarówno efektywności jak również dokładności obliczeń numerycznych. Rozpatrzono dwa rodzaje kontaktu – toczenie bez tarcia dla ruchu ustalonego oraz tarcie trakcyjne dla koła napędzanego. Do obliczeń numerycznych użyto siatek nieregularnych z silną koncentracją sześciociennych elementów skończo-

nych w obszarze kontaktu. Zastosowano 20-węzłowe elementy bryłowe SOLID95 oraz 8-węzłowe elementy kontaktowe CONTA174 i TARGE170. Otrzymane wyniki maksymalnych nacisków kontaktowych dla toczenia bez tarcia porównano z rozwiązaniem teoretycznym (teoria Hertza). Posłużyło to do zbadania zbieżności rozwiązań numerycznych.



Rys. 1. Model numeryczny 3D cylindrycznego koła jezdnego suwnicy i szyny z siatką elementów skończonych użytą do submodelingu

3. HIPOTEZY WIELOOSIOWEGO ZMĘCZENIA WYSOKOCYKLOWEGO

3.1. Kryterium Crosslanda (C)

Kryterium Crosslanda (Crossland, 1956) zakłada liniową zależność pomiędzy dopuszczalną amplitudą drugiego niezmiennika tensora naprężenia ($\sigma_{HMH,a}$) a maksymalną wartością naprężenia hydrostatycznego $\sigma_{H,MAX}$ (pierwszego niezmiennika tensora naprężenia):

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_{\text{HMH},a} + \left(\frac{3Z_{\text{SO}}}{Z_{\text{GO}}} - \sqrt{3} \right) \cdot \sigma_{\text{H},\text{MAX}} \leq Z_{\text{SO}} \quad (1)$$

Kryterium to dobrze nadaje się do określania wytrzymałości zmęczeniowej w strukturach o przewadze skręcania. Pewnym jego mankamentem jest znikomy wpływ naprężeń hydrostatycznych dla materiałów charakteryzujących się własnością $Z_{\text{SO}} \approx 0.6Z_{\text{GO}}$.

3.2. Kryterium Dang Van (DV)

Hipoteza Dang Vana (Dang Van i Maitournam, 2002) należy do grupy hipotez bazujących na mezoskopowym podejściu płaszczyzny krytycznej i zakłada, że uszkodzenie zmęczeniowe wystąpi wówczas, gdy krzywa obciążenia (będąca funkcją mezoskopowego naprężenia tnącego $\tau(t)$ i naprężenia hydrostatycznego $\sigma_{\text{H}}(t)$) wykracza poza obszar dopuszczalny określony nierównością:

$$\tau_{\text{DV}}^{\text{MAX}} = \max_{A,t} [\tau(t) + \alpha_{\text{DV}} \cdot \sigma_{\text{H}}(t)] \leq Z_{\text{SO}} \quad (2)$$

3.3. Zmodyfikowana hipoteza Dang Vana (DVmod)

Dang Van w swojej hipotezie założył, że ściskanie korzystnie wpływa na zjawisko zmęczenia materiału. W zależności od twardości materiału prowadzi to do odpowiedniego zmniejszenia zastępczego wyężenia zmęczeniowego obiektów pracujących w warunkach wysokiego ściskania. To założenie jest obecnie krytykowane w wielu pracach (Desimone H. i inni 2006). Jedną z propozycji modyfikacji hipotezy DV jest pominięcie wpływu efektów ściskających poprzez przyjęcie współczynnika $\alpha_{\text{DV}} = 0$ dla ujemnych wartości naprężeń hydrostatycznych σ_{H} :

$$\tau_{\text{DVmod}}^{\text{MAX}} = \max_{A,t} \left\{ \begin{array}{ll} [\tau(t) + \alpha_{\text{DV}} \cdot \sigma_{\text{H}}(t)] & \text{dla } \sigma_{\text{H}} \geq 0 \\ \tau(t) & \text{dla } \sigma_{\text{H}} < 0 \end{array} \right\} \leq Z_{\text{SO}} \quad (3)$$

3.4. Hipoteza Papadopoulosa 1 (P1)

W obu przedstawionych hipotezach Papadopoulosa naprężenia hydrostatyczne przyjmowane są z wartością maksymalną podobnie jak w hipotezie Crosslanda. Dla ustalonej płaszczyzny materiałowej (definiowanej przez φ i θ) wyznaczana jest amplituda τ_a naprężeń tnących τ . W pierwszej wersji kryterium (P1) (Papadopoulos i inni 1997), użyta jest uśredniona miara wartości uogólnionej amplitudy naprężeń tnących:

$$\sqrt{\langle (T_a) \rangle^2} + \left(\frac{3Z_{\text{SO}}}{Z_{\text{GO}}} - \sqrt{3} \right) \cdot \sigma_{\text{H},\text{MAX}} \leq Z_{\text{SO}} \quad (4)$$

$$\sqrt{\langle (T_a) \rangle^2} = \sqrt{\frac{5}{8\pi^2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} \tau_a^2(\varphi, \theta, \chi) d\chi \cdot \sin \theta d\theta d\varphi} \quad (5)$$

3.5. Hipoteza Papadopoulosa 2 (P2)

Drugie kryterium (P2) (Papadopoulos I. V., 2001), należy do grupy hipotez bazujących na koncepcji płaszczyzny krytycznej:

$$\max_{\varphi, \theta} (T_a) + 3 \cdot \left(\frac{Z_{\text{SO}}}{Z_{\text{GO}}} - 0,5 \right) \cdot \sigma_{\text{H},\text{MAX}} \leq Z_{\text{SO}} \quad (6)$$

Wartość maksymalnej uogólnionej amplitudy naprężeń tnących można wyznaczyć z:

$$T_a(\varphi, \theta) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} \tau_a^2(\varphi, \theta, \chi) d\chi} \quad (7)$$

Kąty φ i θ definiują położenie płaszczyzny krytycznej.

3.6. Hipoteza Energetyczna (E)

Do obliczeń zmęczenia tocznego przyjęto wersję hipotezy energetycznej (Kluger i Łagoda, 2007), w której płaszczyzna krytyczna wyznaczana jest przez parametr gęstości energii odkształceń postaciowych $W_{\eta\text{s}}$:

$$\max_t \left\{ \beta \cdot W_{\eta\text{s}}(t) + \kappa \cdot W_{\eta}(t) \right\} \leq W_{\text{af}} = \frac{\sigma_{\text{af}}^2}{2E} \quad (8)$$

W innej wersji kryterium płaszczyzna krytyczna może zostać wyznaczona na podstawie parametru gęstości energii odkształceń normalnych (W_{η}).

Wybrane do obliczeń zmęczenia tocznego kryterium energetyczne uwzględnia wpływ wartości średniej odkształceń według formuły:

$$W(t) = 0,5\sigma(t) \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon_m) \cdot \text{sgn}[\sigma(t); (\varepsilon(t) - \varepsilon_m)] \quad (9)$$

Zastosowana funkcja $\text{sgn}(x,y)$ umożliwia rozróżnienie efektów rozciągających i ściskających. Współczynniki β i κ zależą od własności materiałowych stali.

4. APLIKACJA HIPOTEZ WIELOOOSIOWEGO ZMĘCZENIA WYSOKOCYKLOWEGO DO ZJAWISKA ZMĘCZENIA TOCZNEGO

Kluczowym zjawiskiem w przypadku kontaktu tocznego jest przesunięcie w fazie między naprężeniami ściskającymi i ścinającymi. Przeprowadzone badania wykazały, że hipoteza P1 bazująca na wartości średniej stanu naprężenia nie uwzględnia tego przesunięcia. W konsekwencji prowadzi to do zawyżenia wyężenia zmęczeniowego na korzyść bezpieczeństwa. Z drugiej strony oryginalna hipoteza DV

przeszacowuje wpływ efektów ściskających na wartość wyężenia zmęczeniowego. Dlatego uzasadnione okazuje się pominięcie efektów ściskania w hipotezie DV dla zjawisk tocznych (Desimone i inni 2006).

Maksymalne wartości naprężeń zmęczeniowych dla toczenia bez tarcia i tarcia trakcyjnego zestawiono odpowiednio w tabelach 1 i 2. Hipotezy C, P₂, E i DV_{mod} dały podobne wyniki. Pozwala to przyjąć, że rzeczywiste wyężenie znajduje się w obrębie tego zakresu.

Tab. 1. Wyniki w najbardziej wyężonym punkcie koła suwnicy (czyste toczenie): obciążenie $F=294\text{kN}$, materiał 30CrNiMo8: $Z_{GO}=549\text{ MPa}$, $Z_{SO}=370\text{ MPa}$

criterion	C	DV	DV _{mod}	P ₁	P ₂	E
τ_{eqv}^{MAX} [MPa]	369	236	364	471	373	376
$x = \frac{Z_{SO}}{\tau_{eqv}^{MAX}}$	1,00	1,57	1,02	0,79	0,99	0,98

Tab. 2. Wyniki w najbardziej wyężonym punkcie koła suwnicy (tarcie trakcyjne), obciążenie: siła - $F=294\text{ kN}$, moment - $M=14,3\text{ kNm}$

criterion	C	DV	DV _{mod}	P ₁	P ₂	E
τ_{eqv}^{MAX} [MPa]	374	241	360	473	375	393
$x = \frac{Z_{SO}}{\tau_{eqv}^{MAX}}$	0,99	1,54	1,03	0,78	0,99	0,94

LITERATURA

1. **Crossland B.** (1956), Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel, *Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers*, London, 138-49.
2. **Dang Van K., Maitournam M.H.** (2002), On some recent trends in modeling of contact fatigue and wear in rail, *Wear* 253, 219-227.
3. **Desimone H., Bernasconi A., Beretta S.** (2006), On the application of Dang Van criterion to rolling contact fatigue, *Wear* 260, 567-572.
4. **Kluger K., Łagoda T.** (2007), *Wpływ wartości średniej obciążenia na trwałość zmęczeniową w opisie energetycznym*, Politechnika Opolska.
5. **Mrzyglód M., Zieliński A.P.** (2007), Parametric structural optimization with respect to the multi-axial high-cycle fatigue criterion, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 33, 161-171.
6. **Papadopoulos I. V.** (2001), Long life fatigue under multi-axial loading, *International Journal of Fatigue* 23, 839-849.
7. **Papadopoulos I. V., Davoli P., Gorla C., Filippini M., Bernasconi A.** (1997), A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals, *International Journal of Fatigue* 19, 219-235.
8. **Romanowicz P., Zieliński A.P.** (2007), Analiza elementów maszyn poddanych obciążeniom cyklicznym w warunkach kontaktu, *Czasopismo Techniczne*, z. 1-M/2007, 65-77.

APPLICATION OF MULTIAXIAL HIGH-CYCLE CRITERIA TO ROLLING CONTACT PROBLEMS WITH FRICTION

Abstract: Application and comparison of multiaxial high-cycle fatigue hypotheses used in free rolling and tractive rolling contact problems of a crane wheel was presented in paper. Calculations were made using the Finite Element Method (ANSYS®). It made possible computation of distribution of stresses in time.

Pracę wykonano i sfinansowano ze stypendium ze środków Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego oraz budżetu państwa w ramach Zintegrowanego Programu Operacyjnego Rozwoju Regionalnego, z projektu „InnoGrant – program wspierania innowacyjnej działalności doktorantów”.

TYPIZACJA PRZEKŁADNI PLANETARNYCH O UPROSZCZONEJ TECHNOLOGII

Jan RYŚ*

*Instytut Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska, Al. Jana Pawła II nr.37, 31-864 Kraków

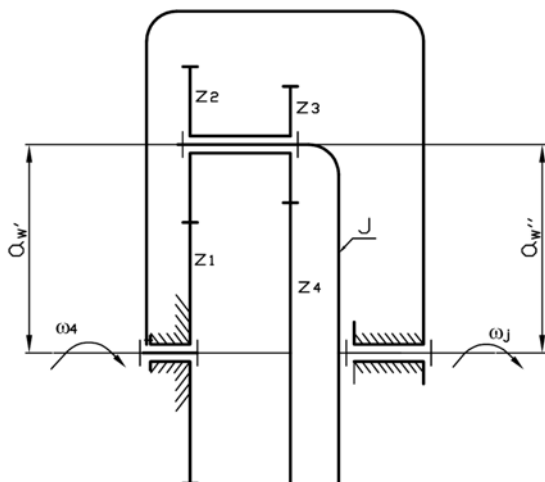
szymon@mech.pk.edu.pl

Streszczenie: Celem pracy jest prezentacja procesu projektowania ciągu typowymiarów przekładni planetarnej z zazębieniem zewnętrznym. Umożliwia to zastosowanie typowych maszyn do frezowania uzębień, koła następnie mogą być nawęglane i szlifowane, (co jest niemożliwe dla uzębienia wewnętrznego), celem uzyskania wysokiej obciążalności. Następnie w tej samej obudowie przekładni można zastosować różne zestawy typizowanych kół otrzymując różne przełożenia. W pracy przedstawiono dwie koncepcje: o identycznej geometrii satelitów, a koła centralne różnią się ilością zębów (koncepcja 1) oraz o identycznej geometrii kół centralnych, a satelity mają różną ilość zębów (koncepcja 2). Zaprezentowano procedurę obliczeń wymiarów geometrycznych zestawu kół dla typoszerzgu bazowego, obliczone wraz z wymaganą korektą obróbki wykańczającej, dla przekładni wg koncepcji 2.

1. KONCEPCJE KONSTRUKCJI PRZEKŁADNI

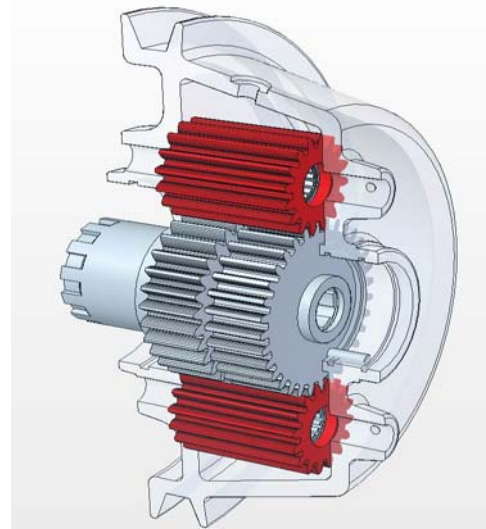
Konstrukcja tego typu przekładni redukcyjnej bazuje na schemacie kinematycznym wg rysunku 1, gdy napęd przekazywany jest z jarzma, mogącego stanowić równocześnie obudowę przekładni. Możliwe jest zrealizowanie redukcyjnej przekładni o uproszczonej technologii, poprzez obróbkę w trzech pakietach kół, na bazie dwóch różnych koncepcji opracowanych przez Kasperka i Rysia (2006, 2008):

1. Koła $z_2=z_3$ o identycznej geometrii, wspólny satelita jest jednym kołem na osi jarzma, a koła $z_4=z_1+zz$, gdzie $zz=1$ lub $zz=2$ lub $zz=3$. Rozwiązanie konstrukcyjne ilustruje rysunek 2.
2. Koła $z_1=z_4$ o identycznej geometrii, a satelity z_2 i z_3 połączone na wspólnej osi jarzma, a koła $z_2=z_3+zz$, gdzie $zz=1$ lub $zz=2$ lub $zz=3$. Rozwiązanie konstrukcyjne ilustruje rysunek 3.



Rys. 1. Schemat kinematyczny przekładni

Dla obu koncepcji jest konieczne spełnienie warunku o współosiowości satelitów $a_w=a_w''=a$, co przy zastosowaniu kół nie korygowanych jest niemożliwe ze względu na różną sumę zębów z_1+z_2 i z_3+z_4 .



Rys. 2. Projekt przekładni planetarnej o uproszczonej technologii i identycznej geometrii satelitów

1.1. Przełożenie i warunki geometryczne montażu przekładni o identycznej geometrii satelitów

Obliczenia typizacji geometrii przekładni przedstawione dla przypadku identycznej geometrii satelitów przedstawiono w pracy Rysia (2008) – koncepcja nr 1, która pozwala na realizację przełożeń w szerokim zakresie. Prawidłowy montaż, gdy $z_2=z_3$ możliwy jest dzięki spełnieniu zależności:

$$(z_4 + z_1) / s \in N \quad (1)$$

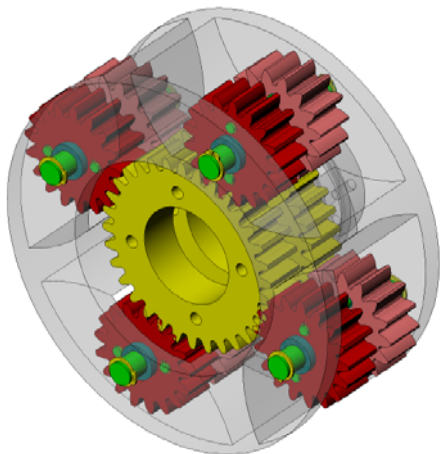
gdzie s – liczba satelitów, a N – liczba naturalna. Ponieważ o przełożeniu decyduje różnica liczby zębów $z_4 - z_1$, stąd konieczność, aby dla dwóch satelitów różnica $z_4 - z_1 = 2$ i liczba zębów z_4 parzysta, a dla trzech satelitów $z_4 - z_1 = 3$ i liczba zębów z_4 podzielna przez 3. W konsekwencji przełożenie przekładni (rysunek 1) wówczas będzie redukcyjne o wartości:

$$i = \frac{\omega_4}{\omega_j} = 1 - \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4} = \frac{z_4 - z_1}{z_4} = \frac{zz}{z_4} \quad (2)$$

Można zauważyć, że zamiana kół z_1 i z_4 zmienia kierunek obrotów na przeciwny w stosunku do kierunku obrotów na wejściu przekładni, a przełożenie nieznacznie się zmieni zgodnie z (2). W pracy Rysia (2008) oraz Rysia i Kasperka (2008) przedstawiono ideę tego typu rozwiązania konstrukcyjnego, a także metodykę obliczeń typizacji geometrii kół zębatych w szerokim zakresie przełożeń. Dla dwóch i trzech satelitów. Wykazano, że większa liczba satelitów niż 3 jest niemożliwa przy prawidłowej geometrii zazębienia.

1.2. Przełożenie i warunki geometryczne montażu przekładni o identycznej geometrii kół centralnych

Obliczenia geometrii przekładni przedstawione dla przypadku identycznej geometrii kół centralnych przedstawiono w pracy Kasperka i Rysia (2006) – koncepcja nr 2.



Rys.3. Układ zazębienia kół w przekładni planetarnej o identycznej geometrii kół centralnych

Prawidłowy montaż pod warunkiem, że $z_1 = z_4$ możliwy jest dzięki spełnieniu zależności na symetryczne rozmieszczenie satelitów wg (1) oraz warunek sąsiedztwa.

$$(z_2 + z_1) \sin \frac{\pi}{s} - z_2 > 2y + 1 \quad (3)$$

y – współczynnik wysokości zębów, dla zębów normalnej wysokości $y=1$.

Warunkiem jest połączenie par kół satelitów w wybranej osi (np. w osi symetrii wybranych dwóch zębów kół pary kół).

Koła z_1 i z_4 mają identyczną geometrię, tzn. identyczną ilość zębów $z_1 = z_4$ i identyczną korekcję $x_1 = x_4$, co skutkuje identycznymi wymiarami uzębienia tych kół. W konsekwencji koła te można obrabiać w pakiecie. Koła będące satelitami o ilości zębów z_2 i z_3 wykonuje się oddzielnie w dwóch pakietach, a następnie łączy na osi jarzma. Można wykazać, że przełożenie przekładni zgodnie z rysunkiem 1 wyniesie:

$$i = \frac{\omega_4}{\omega_j} = 1 - \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4} = \frac{z_2 - z_3}{z_2} = \frac{zz}{z_2} \quad (4)$$

Przykładowo dla danych $z_1 = z_4 = 32$, $z_2 = 17$, $z_3 = 16$ $zz=1$, otrzymamy przełożenie redukcyjne $i=1/17$.

Warunki (1) i (3) można łatwo spełnić, jednak podstawowym jest warunek współosiowości, co oznacza, że koła z_1 i z_4 będą miały takie same koła podziałowe $r_1 = r_4 = z_1 \cdot m = z_4 \cdot m$ lecz różne koła toczne ze względu na współpracę z satelitami z_2 i z_3 wykonanymi z taką korekcją, która zagwarantuje równą odległość osi dla par współpracujących kół w przekładni.

2. TYPIZACJA PRZEKŁADNI PLANETARNEJ

Typizacja dotyczyć będzie koncepcji konstrukcyjnej przekładni nr 1, której głównym elementem jest zamknięta jarzmem przestrzeń mieszcząca koła zębate, jak przykładowo pokazuje rysunek 3. Napęd na jarzmo może być realizowany także współosiowo przez sprzęgło podatne, zamiast lub obok sprzęgła przeciążeniowego może być kołnierz mocujący do konstrukcji nośnej, a końcówka wału wyjściowego może być zakończona wielowypustem.

Celem typizacji jest określenie geometrii kół dla różnych przełożeń „i” przy identycznych wymiarach pozostałych elementów konstrukcyjnych limitowanych wymiarem jarzma, a praktycznie dla ustalonej odległości osi obrotu kół „a”. Przyjmijemy tzn. typoszereg bazowy o przełożeniach od 1/17 do 1/40 stopniowanych ilorazem różnicowym $R_{10} = \sqrt[10]{10} = 1.259$.

W oparciu o typoszereg bazowy można budować typoszeregi pochodne zmniejszając moduł o połowę lub zwiększając dwukrotnie. Typoszereg bazowy dla czterech satelitów $s=4$ (Rys.3) zbudowano przyjmując $zz=1$, na modułach $\{m\} = \{4.5; 4; 3.5; 3, 2.5\}$, a dane zawarto w tabeli 1.

Dla każdego przypadku o przełożeniach $i=1/17; 1/21; 1/25; 1/34; 1/40$ wykonano obliczenia współczynników korekcji i geometrii zębów kół wg. przykładu zamieszczonego poniżej:

2.1. Przykład obliczeń dla $i=1/21$

Procedura obliczeń bazuje na formułach zaprezentowanych w pracach Kasperka i Rysia (2006). Bazą są trzy kolejne algorytmy pozwalające, po sprawdzeniu warunków symetrii i sąsiedztwa i przyjęciu odległości bazowej osi kół. W przedstawionych obliczeniach przyjęto $a=135\text{mm}$, ale można przyjąć inną ze względu na zastosowanie i przewidywalną obciążalność. Pierwszy etap to przyjęcie $z_2 = zz/i$

oraz $z_3 = z_2 - z_z$, oraz ze względu na korekcje, także układ wałów i łożysk takie wybranie aby $z_1 = z_4 > z_2$ i następnie sprawdzenie zerowych odległości osi było bliskie odległości bazowej $a = 135$ mm, kierując się zależnością

$$z_2 + 2z_1 + z_3 \cong \frac{4a}{m} \quad (5)$$

Wykazano, że w pierwszym przybliżeniu optymalna odległość osi kół jest wg Rysia i Kasperka (2008)

$$a_{opt} \approx \frac{a'_o + a''_o}{2} \quad (6)$$

gdzie a'_o i a''_o są odległościami zerowymi, optymalną odległość osi kół wyznacza się z warunku, że

$$\left[\frac{c1 + c2}{2} \right]_{\min} \quad (7)$$

gdzie $c1$ i $c2$ są sumarycznymi współczynnikami korekcyjnymi wg wzoru Fólmera (wzory na $c1$ i $c2$ podano w przykładzie). Optymalizację należy wykonać dla każdego zestawu kół, dla przykładu danych ilości zębów w tabeli 4 kolumna 2 obliczenia zamieszczonego w tabeli 1. Warunek (7) minimalizuje skutki korekcji, szczególnie istotny dla $z_z = 2$, $z_z = 3$.

Tab.1. Przykład optymalizacji odległości osi kół $a_{opt} = A$

$$\begin{aligned} a &:= \frac{(a0' + a0'')}{2} \\ a &= 137 \\ \alpha w'(a) &:= \arccos\left(\frac{a0' \cdot \cos(\alpha)}{a}\right) \\ \alpha w''(a) &:= \arccos\left(\frac{a0'' \cdot \cos(\alpha)}{a}\right) \\ c1(a) &:= \frac{(z1 + z2) \cdot [\tan(\alpha w'(a)) - \alpha w'(a)] - \tan(\alpha) + \alpha}{2 \cdot \tan(\alpha)} \\ c2(a) &:= \frac{(z3 + z4) \cdot [\tan(\alpha w''(a)) - \alpha w''(a)] - \tan(\alpha) + \alpha}{2 \cdot \tan(\alpha)} \\ f(a) &:= \left| \frac{c1(a) + c2(a)}{2} \right| \\ \text{Given} \\ a &> 133 \\ a &< 137 \\ A &:= \text{Minimize}(f, a) \\ A &= 136.972359 \\ f(A) &= 3.163478 \times 10^{-10} \end{aligned}$$

A jest optymalną odległością osi kół, jest to zawsze minimalnie różna niż odległość wg wzoru (6). W tabeli 4 odległość osi dla typoszeregów oznaczono „a”, wartość optymalna oznaczona została przez „ a_{opt} ”. Przy realizacji typoszeregów uzyskanie w każdym przypadku rozwiązania optymalnego jest niemożliwe, natomiast przedstawione rozwiązanie winny być bliskie optimum.

Tab.2. Procedura obliczeń współczynników korekcji

$$\begin{aligned} m &:= 4.0 \quad y := 1 \quad \alpha_1 := 20 \quad a = 135 \\ \alpha &:= \alpha_1 \cdot \frac{\pi}{180} \quad \cos(\alpha) = 0.939693 \\ \alpha &= 0.349066 \\ z1 &:= 48 \quad z2 := 21 \\ a0' &:= m \cdot \frac{(z1 + z2)}{2} \quad a0' = 138 \\ z3 &:= 20 \quad z4 := 48 \\ a0'' &:= m \cdot \frac{(z3 + z4)}{2} \quad a0'' = 136 \\ mw' &:= 2 \cdot \frac{a}{z1 + z2} \quad mw' = 3.913043 \\ mw'' &:= 2 \cdot \frac{a}{z3 + z4} \quad mw'' = 3.970588 \\ \alpha w' &:= \arccos\left(\frac{a0' \cdot \cos(\alpha)}{a}\right) \quad \alpha w' = 0.281734 \\ \alpha ws' &:= \alpha w' \cdot \frac{180}{\pi} \\ \alpha w'' &:= \arccos\left(\frac{a0'' \cdot \cos(\alpha)}{a}\right) \quad \alpha w'' = 0.328109 \\ \alpha ws'' &:= \alpha w'' \cdot \frac{180}{\pi} \quad \alpha ws' = 16.142193 \\ c1 &:= \frac{(z1 + z2) \cdot [\tan(\alpha w') - \alpha w'] - \tan(\alpha) + \alpha}{2 \cdot \tan(\alpha)} \\ \alpha ws'' &= 18.799281 \\ c2 &:= \frac{(z3 + z4) \cdot [\tan(\alpha w'') - \alpha w''] - \tan(\alpha) + \alpha}{2 \cdot \tan(\alpha)} \\ c1 &= -0.683014 \\ x2_{\max} &:= \frac{19}{289} + 10 \cdot \frac{z2}{289} \quad x2_{\max} = 0.792388 \\ c2 &= -0.242874 \\ x2_{\min} &:= \left(1 - \frac{z2}{17}\right) \quad x2_{\min} = -0.235294 \\ x3_{\max} &:= \frac{19}{289} + 10 \cdot \frac{z2}{289} \quad x3_{\max} = 0.792388 \\ \frac{c1 + c2}{2} &= -0.462944 \\ x2 &:= -0.23 \\ x3_{\min} &:= \left(1 - \frac{z3}{17}\right) \quad x3_{\min} = -0.176471 \\ x1 &:= c1 - x2 \quad x1 = -0.453014 \\ x4 &:= x1 \quad x4 = -0.453014 \\ x3 &:= c2 - x4 \quad x3 = 0.21014 \end{aligned}$$

Drugi etap obliczeń pozwala na określenie współczynników korekcji $x_1 = x_4$, x_2 , x_3 . Procedurę obliczeń dla omawianego przykładu zawarto w tabeli 2. wprowadzając oznaczenia: m – moduł, y – współczynnik wysokości zębów, $\alpha_1 = 20^\circ$ – kąt zarysu narzędzia (zębatki odniesienia), mw' , mw'' – moduły na kołach tocznych odpowiednio dla par kół $z1/z2$ oraz $z3/z4$, $\alpha ws'$, $\alpha ws''$ – kąty przyporu współ-

pracujących par kół (w stopniach), $x_{2\max}$ - ograniczenie ze względu na grubość zębów u wierzchołka (minimum $\pi/10 \cdot m$), $x_{2\min}$ - ograniczenie ze względu na uniknięcie podcięcia zębów u podstawy.

Wyliczone współczynniki korekcji są podstawą ustalenia odległości pomiędzy linią podziałową koła obrabianego, a linią podziałową narzędzi w wykańczającej obróbce obwodniowej.

Trzecim etapem obliczeń jest procedura wyznaczenia podstawowych wymiarów geometrycznych kół przekładni, które są niezbędne do wykonania dokumentacji konstrukcyjnej oraz sprawdzenia geometrycznej dokładności kół po wykonaniu, celem kompletowania i sprawdzenia zamiennych zespołów kół typoszeregu montowanych w jednym korpusie przekładni oraz jednym jarmie. Procedurę obliczenia podstawowych parametrów zazębienia z_3/z_4 oraz wymiarów prezentuje tabeli 3

Tab.3. Procedura obliczeń wymiarów geometrycznych pary kół

$$\begin{aligned}
 p &:= \pi \cdot m \quad p = 12.566371 \quad p_b := p \cdot \cos(\alpha) \\
 p_b &= 11.808526 \quad p_w := \pi \cdot m \cdot w'' \quad p_w = 12.473971 \\
 s_4 &:= \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_4 \cdot \tan(\alpha) \right) \cdot m \\
 s_3 &:= \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_3 \cdot \tan(\alpha) \right) \cdot m \\
 d_4 &:= z_4 \cdot m \quad d_4 = 192 \quad d_3 := z_3 \cdot m \quad d_3 = 80 \\
 s_3 &= 6.895063 \quad s_4 = 4.964116 \\
 a_0'' &:= \frac{(d_4 + d_3)}{2} \quad a_w'' := \frac{(z_4 + z_3)}{2} \cdot m \cdot w'' \\
 df_4 &:= d_4 - 2 \cdot (1 - x_4) \cdot m - 2 \cdot c \quad df_4 = 178.375887 \\
 a_w'' &= 135 \\
 df_3 &:= d_3 - 2 \cdot (1 - x_3) \cdot m - 2 \cdot c \quad df_3 = 71.68112 \\
 km &:= (x_4 + x_3) \cdot m - (a_w'' - a_0'') \quad km = 0.028503 \\
 rw_3'' &:= 0.5 \cdot z_3 \cdot m \cdot w'' \quad rw_4'' := 0.5 \cdot z_4 \cdot m \cdot w'' \\
 h &:= 2 \cdot y \cdot m + c - km \quad h = 8.971497 \\
 rw_3'' &= 39.705882 \quad rw_4'' = 95.294118 \\
 da_4 &:= df_4 + 2 \cdot h \quad da_4 = 196.31888 \\
 da_3 &:= df_3 + 2 \cdot h \quad da_3 = 90.102994 \\
 db_4 &:= d_4 \cdot \cos(\alpha) \quad db_4 = 180.420983 \\
 db_3 &:= d_3 \cdot \cos(\alpha) \quad db_3 = 75.17541 \\
 \alpha_w'' &:= \arccos \left(\frac{a_0'' \cdot \cos(\alpha)}{a_w''} \right) \quad \alpha_w'' = 0.328109 \\
 da_4 + da_3 &= 286.421874 \\
 \alpha_{ws}'' &:= \frac{\alpha_w''}{\pi} \cdot 180 \quad \alpha_{ws}'' = 18.799281 \\
 \varepsilon &:= \frac{\left(\sqrt{da_4^2 - db_4^2} + \sqrt{da_3^2 - db_3^2} \right) \cdot 0.5 - a_w'' \cdot \sin(\alpha_w'')}{p_b} \\
 \varepsilon &= 1.695956
 \end{aligned}$$

W tabeli 3. wprowadzając oznaczenia: p – podziałka na kołach podziałowych, d_3, d_4 – średnice podziałowe kół, s_3, s_4 – grubości zębów na kołach podziałowych, p_w - podziałka na kołach toczyń, p_b – podziałka na kołach zasadni-

czych, $a_w''=a$ – odległość osi, h – wysokość zębów, rw_3'' , rw_4'' – promienie kół toczyń, df_3, df_4 – średnice kół stóp, da_3, da_4 – średnice kół wierzchołków, db_3, db_4 – średnice kół zasadniczych, α_w'' - kąt przyporu (rad), ε – liczba przyporu.

Tab. 4. Główne parametry typoszeregu bazowego $zz=z_3-z_2=1, s=4$

Lp	1	2	3	4	5
Oznaczenie	Tb1	Tb2	Tb3	Tb4	Tb5
i	1/17	1/21	1/25	1/34	1/41
a[mm]	135				
a_{opt} [mm]	136.089	136.972	133.853	134.234	135.614
m	4.5	4	3.5	3.0	2.5
z_2/z_3	17/16	21/20	25/24	34/33	41/40
$z_1=z_4$	44	48	52	56	68
x_2	0.000	-0.230	-0.250	-0.260	-0.240
x_3	0.467	0.210	0.280	0.2604	0.242
$x_1=x_4$	-0.467	-0.453	0.329	0.2604	-0.242
ε_{12}	1.727	1.844	1.688	1.735	1.853
ε_{34}	1.695	1.695	1.516	1.594	1.746

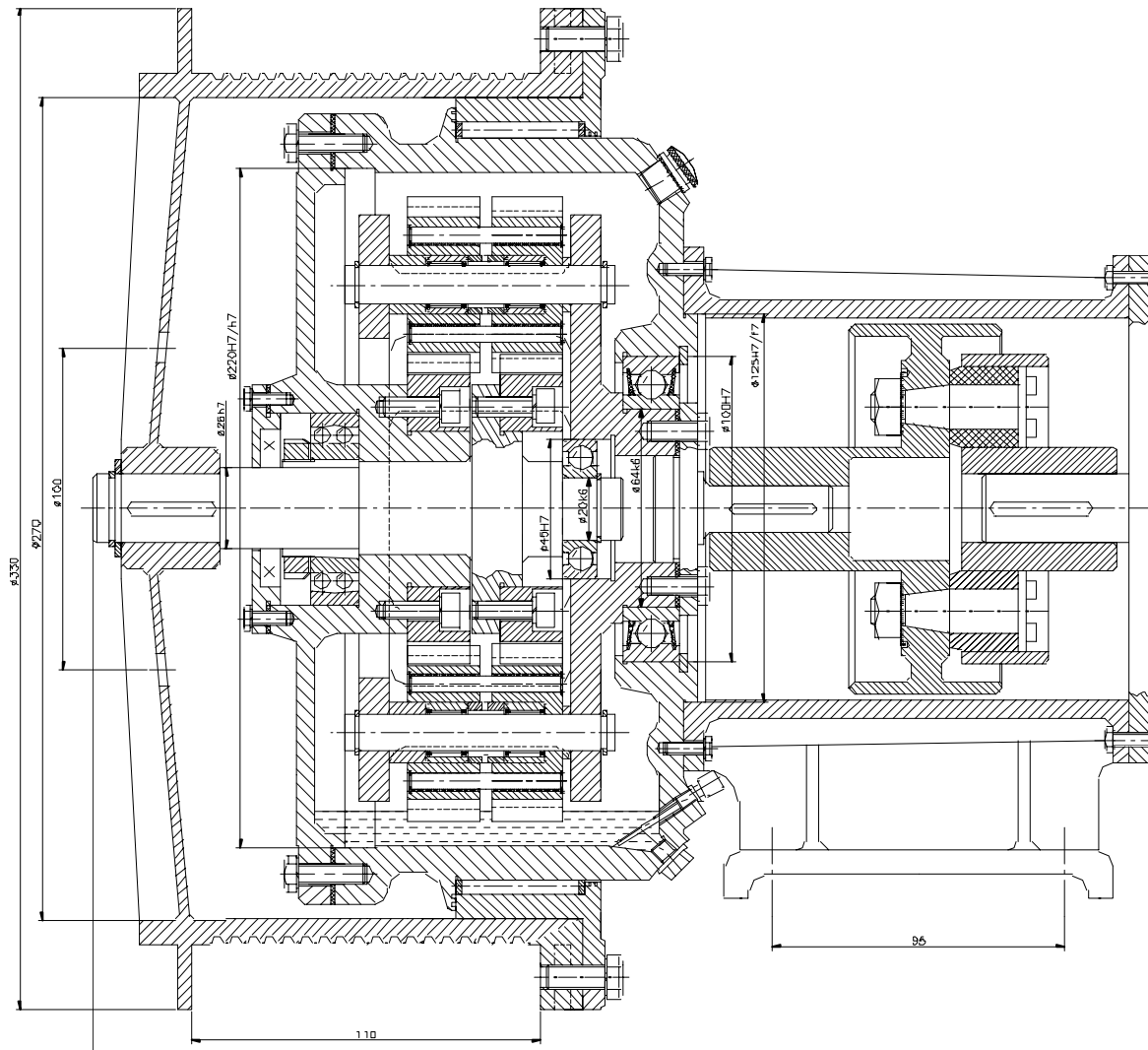
Dla każdego przypadku podanego w tabeli 4 wykonano obliczenia geometrii zazębienia w mathcad, wg zamieszczonego przykładu dla czterech satelitów można budować inne dowolne rozwiązania typoszeregu bazowego, tzn. przy innej odległości osi kół „a” i innej dopuszczalnej liczbie satelitów „s” dla dowolnej różnicy zębów „ $zz=1$, $zz=2$, $zz=3$ ”.

3. WNIOSKI

W pracy zaprezentowano pewną procedurę tworzenia geometrii typoszeregu przekładni planetarnej z zazębieniem zewnętrznym i identycznej geometrii kół centralnych, co znacznie upraszcza technologię wykonania i montażu. Wymaganie jednego odlewu jarzma będącej głównym elementem konstrukcji typowych wymiarów przekładni narzuca stałą odległość osi obrotu kół. Zastosowanie podanego rozwiązania znacznie obniża koszty technologii i montażu wykonania tego typu przekładni.

Zastosowanie przekładni to przykładowo napędy robotów i maszyn transportu bliskiego, jak przenośniki i urządzenia dźwigowe. Przykładem zastosowania przekładni, której koła zębate były przedmiotem obliczeń pokazano na rysunku 4.

Podany obecnie sposób wyznaczenia optymalnej odległości kół oraz sposób rozdziału współczynników korekcji, a także metodę wyliczenia parametrów geometrii zazębienia pozwalała na właściwą obróbkę i sprawdzenie zazębienia. Obliczenie sprawności i nośności przekładni można wykonać wg procedury podanej w pracy Kasperka (2007). Dla konkretnego rozwiązania wg. tabeli 4 należy także dokonać obliczeń wałów i łożysk celem stworzenia dokumentacji szczegółowej dopasowanej do konstrukcji korpusu przekładni. Ilość zębów $z_1=z_4$ nie wpływa na przełożenie przekładni niemniej może być przedmiotem optymalizacji w powiązaniu z obliczeniami nośności zazębienia, wytrzymałości wałów i sprawdzeniem łożysk.



Rys. 4. Projekt zintegrowanej wciągarki z przekładnią planetarną o identycznej geometrii kół centralnych

LITERATURA

1. Kasperek T., Ryś J. (2006), Geometria przekładni planetarnej z ząbieniem zewnętrznym o uproszczonej technologii, *Czasopismo Techniczne*, z.1 1-M/2006.
2. Ryś J., Sendyka B. (1978), Ustalenie obszaru rozwiązywalności II poprawki kół o zarysach ewolwentowych, *Czasopismo Techniczne*, z.1 6-M/1978.
3. Ryś J. (2008), Typizacja przekładni planetarnej o identycznej geometrii satelitów, Zeszyty. Naukowe Pol. Rzeszowskiej, nr.75, Rzeszów 2008.
4. Ryś J., Kasperek T., (2008) Project of planetary gear with the same geometry of a satellite wheel, *The Archive of Mechanical Engineering*, vol.LV, 3, p. 265-273.
5. Kasperek T., (2007), Obciążenie, sprawność i nośność przekładni planetarnej o uproszczonej technologii, *Czasopismo Techniczne*, z.4 4-M/2007
6. Ryś J., Skrzyszowski Z., (2003), *Podstawy konstrukcji maszyn*, t.2, Wyd. PK, Kraków.

TYPIFICATION OF PLANETARY GEAR WITH SIMPLIFYING MANUFACTURING TECHNOLOGY

Abstract: The aim of this article is to present design procedure of basic serious planetary gear train with external involutes spur gears. One can use a typical gear hobbing machine and generation grinding to manufacture the presented planetary gear. Then, the manufactured external gears can be subjected to carbonizing, and also hardening and tempering. It is possible to obtain a better dimensional accuracy thanks to grinding process (it is impossible for internal gears). Therefore, after heating treatment, the construction of the planetary gear is characterized by a higher load-carrying capacity. Next at the same gearbox can be used to different unite of wheels by typification process. There two conceptions i.e. design a planetary gear: with the same geometry of satellite wheels, which cooperate with sun gear and central gear with different number of teeth (concept 1) or using the same geometry of sun gear and central gear and different number satellite teeth (concept 2). Geometrical dimensions of teeth for concept 2 and basic transmission ratio will be described for the sake of technological teeth correction scope.

ANALIZA KORELACJI WYNIKÓW ZMĘCZENIOWYCH BADAŃ ŁOŻYSK ŚLIZGOWYCH

Jan SIKORA*

*Wydział Mechaniczny, Politechnika Gdańska, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

jsikora@pg.gda.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono analizę korelacji wyników zmęczenia badań łożysk przeprowadzonych zgodnie z zaleceniami norm ISO. Przedmiotem analizy były wyznaczone graniczne wartości naprężeń obwodowych w warstwach ślizgowych panwi badanych w testerze SKMR-2 (zgodnym ze standardem ISO 7905/4) oraz w warunkach pełnego filmu smarowego na stanowiskach łożyskowych MWO i SMOK w Politechnice Gdańskiej.

1. WPROWADZENIE

Zasadniczym postulatem współczesnych ustaleń normalizacyjnych (ISO 7905 i ISO 6281) (Sikora, 1996a) odnośnie do analizy wytrzymałości zmęczeniowej warstw powierzchniowych hydrodynamicznych łożysk ślizgowych jest zalecenie, aby wyniki badań tych samych obiektów na różnych maszynach badawczych formułowane były w kategoriach zmiennych naprężeń powstających w warstwie ślizgowej panwi, a nie, jak dotychczas, jako maksymalne naciski obliczeniowe w łożysku podczas cyklu obciążenia.

Jak wiadomo z literatury (Lang, 1997), powszechnie przyjmuje się, że decydujący wpływ na inicjację i rozwój pęknięć zmęczeniowych w warstwach cienkościennych panwi łożyskowych mają obwodowe naprężenia rozciągające występujące w strefie odpowiadającej ujemnym gradientom ciśnienia w filmie olejowym. Wynika to z mniejszej wytrzymałości materiałów łożyskowych przy rozciąganiu niż przy ściskaniu, szczególnie w przypadku stopów miękkich na bazie cyny i ołowiu oraz stopów aluminium.

w podwyższonej temperaturze. Dla wysokoobciążalnych stopów, takich jak brązy, asymetria ta nie zaznacza się tak silnie.

Badania przeprowadzone w Politechnice Gdańskiej dla panwi ze stopu AlSn11Cu1 pozwalają podjąć próbę oceny, jaki jest stopień korelacji pomiędzy wynikami testów w testerze SKMR-2 (Sikora i inni, 2003), zgodnym ze standardem ISO 7905/4, a wynikami badań w warunkach pełnego filmu smarowego (według ISO 7905/1) w maszynach łożyskowych o akcyjnym (maszyna MWO (Sikora, 2002) lub reakcyjnym charakterze zmiennych wymuszeń (maszyna SMOK (Sikora, 1996b)). Przeprowadzenie porównania jest możliwe, ponieważ po raz pierwszy wyniki badań zmęczeniowych wykonanych na różnych stanowiskach badawczych podane zostały w taki sam sposób, to znaczy w terminach granicznych naprężeń zmiennych w warstwie ślizgowej panwi, a ściślej granicznych amplitud naprężeń dla cykli o różnych, ale znanych, wartościach

współczynnika asymetrii R (lub liczby stałości obciążenia κ) i temperatury T .

2. PORÓWNANIE WYNIKÓW BADAŃ

Wyniki badań stopu AlSn11Cu1 dla wszystkich stanowisk badawczych zestawiono w tabeli 1. Brak danych dotyczących stosownych wyników badań w testerze dla innych materiałów, uniemożliwia porównanie wartości granicznych naprężeń w warunkach wymuszeń odpowiadających testom zmęczeniowym w maszynach łożyskowych.

Tab. 1. Graniczne wartości naprężeń w panwiach AlSn11Cu1 wyznaczone na stanowiskach SKMR-2, MWO i SMOK (Sikora, 2007)

Stano- wisko badaw- cze	Wsp. asym. cyklu R	Wskaźnik wytrzym. zmęczeniowej		Naprężenie obwodowe	
		Amplituda [MPa]	Naprężenie śred. MPa]	$\sigma_{\max}$ [MPa]	$\sigma_{\min}$ [MPa]
SKMR-2	-2,54	74,6	-32,5	42,1	-107,1
MWO	-2,54	33,4	-14,5	18,9	-47,9
SKMR-2	$-\infty$	73,9	-73,9	0	-147,8
SMOK	$-\infty$	120,2	-120,2	0	-240,4

Ponieważ liczba przypadków porównywanych parami (dla tej samej wartości współczynnika R) jest mniejsza od 3, nie można obliczyć formalnej miary współzależności danych, jaką jest wartość współczynnika korelacji Pearsona. Z tabeli 1 wynika jednak, że wyniki liczbowe dotyczące wartości granicznych naprężeń wyznaczonych w testerze i maszynach łożyskowych bardzo się różnią, przy czym dla obu maszyn łożyskowych różnice te układają się inaczej. Wyniki badań w warunkach pełnego filmu smarowego są „jakościowo” różne od wyników badań w testerze. Nie można zatem wartości granicznych naprężeń wyznaczonych w testerze przenosić bezpośrednio na obiekty poddane

wymuszeniom w warunkach smarowania hydrodynamicznego.

Na podstawie badań zmęzeniowych na stanowiskach SMOK i MWO można natomiast zbadać korelację wartości znamionowych wskaźników wytrzymałości zmęczeniowej, wyznaczonych dla materiałów dotąd przebadanych w obu maszynach łożyskowych w warunkach smarowania hydrodynamicznego. Odpowiednie dane zestawiono w tabelach 2 i 3.

Tab. 2. Graniczne wartości naprężeń wyznaczone w maszynach MWO i SMOK (Sikora, 2007) i odpowiadające im współczynniki korelacji

Stop łożyskowy	Amplituda graniczna [MPa]	
	MWO	SMOK
CuPb22Sn4	104,75	247
CuPb22Sn4+SnCu6	33,1	66,8
AlSn11Cu1	33,2	120,2
CuPb6	16,2	66,8
CuPb10+PbSn10Cu3	7,3	31,0
Współczynnik korelacji Pearsona	0,97*	

Tab. 3. Graniczne wartości naprężeń obwodowych (Sikora, 2007) i odpowiadające im współczynniki korelacji

Stop łożyskowy	Graniczne naprężenie obwodowe [MPa]	
	MWO	SMOK
CuPb22Sn4	+71,2(-138,3)	-494
CuPb22Sn4+SnCu6	+23,9(-42,3)	-133,6
AlSn11Cu1	+18,9(-47,5)	-240,2
CuPb6	+8,2(-24,2)	-133,6
CuPb10+PbSn10Cu3	+3,7(-10,9)	-62,0
Współczynnik korelacji Pearsona	-0,95*(0,98*)	

*korelacja istotna na poziomie $< 0,05$

Jak wynika z tabeli, korelacja ze względu na ranking materiałów jest wręcz idealna – świadczą o tym wyznaczone wartości współczynnika korelacji Pearsona, które dla wszystkich porównań okazały się bardzo wysokie ($> 0,95$). Dotyczy to nie tylko granicznych amplitud naprężeń, lecz również wartości granicznych naprężeń obwodowych maksymalnych lub minimalnych – w przypadku stanu naprężeń generowanego w łożyskach badanych na stanowisku MWO oraz minimalnych (maksymalnych co do modułu) – w przypadku maszyny SMOK. Naprężenia maksymalne (rozciągające) w przypadku panwi badanych na maszynie SMOK nie były brane pod uwagę w analizie korelacyjnej, ponieważ przy rozkładzie zmiennego ciśnienia w filmie olejowym w łożysku o prawie stałym kierunku reakcji łożyskowej nie występują one nigdy w miejscach, w których obserwowane są pęknięcia zmęczeniowe.

Jest bardzo prawdopodobne, że podobna prawidłowość co do rankingu wystąpi dla różnych materiałów łożyskowych badanych w testerze przy wymuszeniach o współczynniku asymetrii cyklu takich, jak w maszynach łoży-

skowych. Na razie jednak nie ma podstaw formalnych dla udowodnienia takiej hipotezy, ponieważ stop AlSn11Cu1 jest obecnie jedynym materiałem, który został na tyle dokładnie zbadany, że można dla niego oszacować wynik eksperymentów w testerze przy wymuszeniach (współczynnik asymetrii cyklu R , temperatura T) odpowiadających testom w maszynach łożyskowych lub innych urządzeniach badawczych. Przeprowadzenie pełnej analizy korelacyjnej dotyczącej rankingu materiałów badanych w testerze i na stanowiskach MWO i SMOK będzie możliwe dopiero po stosownym uzupełnieniu bazy danych. Niewątpliwym utrudnieniem jest tu pękanie łusek stalowych podczas testu zmęczeniowego w testerze w przypadku cienkościennych wielowarstwowych panwi, których warstwa powierzchniowa wykonana jest z wysokowytrzymałych stopów łożyskowych, jak brąz CuPb22Sn4.

Z danych w tabeli 2 wynika, że graniczne wartości amplitud wyznaczone na stanowisku SMOK we wszystkich przypadkach są znacznie wyższe niż analogiczne wartości wyznaczone na stanowisku MWO. Naprężenia średnie w obu przypadkach są ujemne. Dla obu składowych naprężeń zmiennego zachowana jest kolejność wyników wynikająca z rodzaju badanych materiałów.

Wyniki te należy uznać za całkowicie wiarygodne. Testy zmęczeniowe na stanowisku z wirującym wektorem obciążenia (MWO) muszą wykazać najniższą wartość obciążeń granicznych spośród wszystkich maszyn badawczych różniących się wzorcem generowanego obciążenia zmiennego. Ten aspekt doświadczalnych badań łożysk wyjaśniono już wcześniej (Lang, 1997; Sikora, 2005).

Obliczone krytyczne wartości naprężenia obwodowego odpowiadające obserwowanym pęknięciom w panwiach badanych na stanowisku z jednokierunkowo zmiennym obciążeniem (SMOK) są bardzo duże, należy jednak pamiętać, że naprężenia te, o charakterze odzerowo tętniącym, są ujemne. Podczas cyklu obciążenia łożyska, gdy reakcja łożyskowa zmienia znak, naprężenia w panwi spadają praktycznie do zera. Stąd wynikają amplituda i wartość średnia naprężeń zmęczeniowych, jako opowiadające cyklowi naprężeń tętniących o współczynniku asymetrii cyklu $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = -\infty$. Obciążeniu poddawany jest zawsze ten sam obszar powierzchni łożyska. W potencjalnej strefie pęknięć zmęczeniowych, występują tylko ujemne naprężenia promieniowe (praktycznie równe wartościom lokalnego ciśnienia w filmie olejowym) i ujemne (ściskające) naprężenia obwodowe oraz osiowe. W bezpośrednim sąsiedztwie tej strefy nie występują naprężenia dodatnie, szczególnie groźne dla stopu łożyskowego.

Powyższe uwagi co do ujemnego znaku naprężeń normalnych dotyczyły nominalnych wartości naprężeń. Kompleks zjawisk zachodzących w rzeczywistym łożysku może jednak owocować pojawieniem się również i naprężeń rozciągających. Z analizy łącznego działania obciążeń zewnętrznych, montażowych naprężeń wstępnych i naprężeń cieplnych wynika, że w łożyskach silnikowych w warunkach roboczych należy się realnie liczyć z elastoplastycznym zachowaniem warstwy ślizgowej oraz z pękaniami materiału. Naprężenia rozciągające (równoległe do powierzchni ślizgowej) mogą się pojawić po odciążeniu jako naprężenia własne (*resztkowe*) w miejscach, gdzie

szczytowe ciśnienia hydrodynamiczne wywołały lokalne odkształcenie plastyczne warstwy ślizgowej.

Dane empiryczne z tabelach 2 i 3 można przedstawić w innej postaci, przydatnej dla sekwencyjnego planowania testów zmęzeniowych zgodnie ze strategią dwupunktową (Sikora, 1996b). W tabeli 4 podano proporcje oszacowanych wartości granicznych dla przebadanych materiałów. Wynikają z niej *współczynniki przeliczeniowe* granicznych amplitud naprężeń między maszynami MWO i SMOK dla różnych stopów. Jest to średnio liczba około 3,3, zaś w przypadku granicznych naprężeń obwodowych (maksymalnych co do modułu) – liczba około 4,6. Można te współczynniki określić dokładniej, jeżeli stopy łożyskowe podzielimy na grupy o zbliżonych właściwościach mechanicznych (w przypadku miękkich stopów łożyskowych na bazie cyny lub ołowiu przelicznik taki ustalił doświadczalnie Lang (1977)). Informacja ta pozwala odpowiednio zaplanować początkowy, startowy etap procedury dwupunktowej na danym stanowisku badawczym w przypadku badań nowego stopu łożyskowego, jeśli znane są wyniki wcześniejszych badań na drugim stanowisku. Można w ten sposób uzyskać znaczne oszczędności czasu i kosztów prowadzonych badań. Gdyby podobne współczynniki przeliczeniowe można ustalić dla porównań wyników testów w maszynach i testerach, stanowiłoby to dalsze źródło oszczędności.

Tab. 4. Współczynniki przeliczeniowe

Materiał łożyskowy	Stosunek granicznych amplitud (SMOK/MWO)	Stosunek granicznych naprężeń obwodowych (SMOK/MWO)
CuPb22Sn4	2,36	3,6
CuPb22Sn4+SnCu6	2,02	3,2
AlSn11Cu1	3,6	5,1
CuPb6	4,1	5,5
CuPb10+PbSn10Cu3	4,2	5,7
Średnio	3,3	4,6

3. WNIOSKI

Podsumowując przedstawione dane eksperymentalne oraz wyniki analizy można sformułować następujące wnioski:

- Wartości amplitud naprężeń granicznych dla warstw ślizgowych zbudowanych na bazie stopów aluminium lub miedzi, badanych na stanowisku z wirującym obciążeniem (MWO), są znacznie mniejsze niż wartości wyznaczane w łożyskowej maszynie reakcyjnej (SMOK).
- Wyniki badań zmęzeniowych na stanowiskach o różnych wzorcach generowanego obciążenia zmiennego nie są bezpośrednio porównywalne. Wykazują one wprawdzie podobne uszeregowanie materiałów łożyskowych, ale ich wartości absolutne mogą się znacząco różnić.
- Wartości granicznych amplitud w powłoce SnCu6 wariantu trzywarstwowego (CuPb22Sn4+SnCu6) są istotnie mniejsze niż dla stopu nośnego – naturalnym jest więc fakt, że dla panwi z uszkodzoną powłoką nie

stwierdzono pęknięć stopu nośnego dla łożysk badanych w obu maszynach łożyskowych. Wprowadzenie powłoki ślizgowej może zatem poprawić odporność na zatarcie, ale nie zwiększa wytrzymałości zmęzeniowej łożyska.

LITERATURA

1. **Lang O. R.** (1977), Surface Fatigue of Plain Bearings, *Wear*, Vol. 43, 25-33.
2. **Sikora J.** (1996a), IC engine plain bearing fatigue investigation – under rules of ISO standards, *Journal of KONES*, Vol. 3, 300-306.
3. **Sikora J.** (1996b), Studia nad metodyką badań doświadczalnych wytrzymałości zmęzeniowej łożysk ślizgowych poprzecznych, *Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Mechanika*, Nr 534.
4. **Sikora J.** (2002), Bearing testing machine with rotating load vector, *Journal of KONES*, Vol. 9, No 1-2, 246-252.
5. **Sikora J.** (2005), Badanie wpływu rodzaju obciążeń testujących na wytrzymałość zmęzeniową stopu łożyskowego, *XXII Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn*, Tom 4, Ref. Sesyjne, Akademia Morska w Gdyni, 189-196.
6. **Sikora J.** (2007), Badanie wytrzymałości zmęzeniowej warstwy ślizgowej panwi ze stopów AlSn i CuPb w różnych warunkach obciążenia, *I Kongres Mechaniki Polskiej*, Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
7. **Sikora J., Kłopotcki J., Majewski W.** (2003), Urządzenie do badania wytrzymałości zmęzeniowej półpanwi łożysk ślizgowych, *Patent PL 187605*.

CORRELATION ANALYSIS OF RESULTS OF PLAIN BEARING FATIGUE INVESTIGATIONS

Abstract: A correlation analysis of results of plain bearing fatigue tests, that were performed in accordance with ISO standards, have been presented in the paper. Estimated boundary values of tangential stresses in surface layers of slide bearing bushes were objects of the analysis. The bushes were investigated in different devices: SKMR-2 fatigue tester (according to ISO 7905/4 standard) and MWO and SMOK bearing testing machines (under conditions of full fluid lubrication). It has been proved that the results of fatigue experiments performed on rigs of different pattern of load generation are not directly comparable though they demonstrate the same order of various bearing materials from the viewpoint of fatigue resistance.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2009-2011 jako projekt badawczy N N504 340136

BADANIA DOŚWIADCZALNE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ RUROCIĄGÓW PRZEMYSŁOWYCH

Lucjan ŚNIEŻEK*

*Katedra Budowy Maszyn, Wydział Mechaniczny, Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Kaliskiego 5, 00-908 Warszawa

lsniezek@wat.edu.pl

Streszczenie: Praca dotyczy badań zmęczeniowego pęknięcia oraz trwałości zmęczeniowej stali austenitycznych zastosowanych do konstrukcji rurociągu nowego i po wieloletniej jego eksploatacji. Wyniki badań ujawniły obniżenie trwałości zmęczeniowej, spowodowanej w głównej mierze degradacją struktury materiału eksploatowanego. Obserwowany spadek trwałości próbek z półeliptycznym inicjatorem pęknięcia badanych w warunkach zmiennego rozciągania, zgodnie z blokowym programem zmian naprężenia opracowanym na podstawie rzeczywistego przebiegu obciążenia eksploatacyjnego rurociągu, sięgał 24 – 32%. Do pomiaru przyrostów pęknięć w kierunkach dwóch półosi elipsy zastosowano metody barwienia, tensometrów drabinkowych i spadku potencjału.

1. WSTĘP

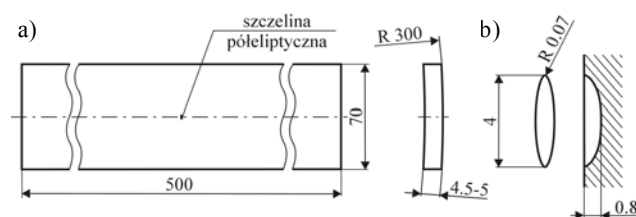
Bezpośrednią inspiracją do podjęcia badań trwałości i niezawodności rurociągu chemicznego jest konieczność określenia postępu degradacji (DeWolf, 2003; Papadakis, 1999), a w konsekwencji uzyskanie wiadomości o aktualnym stanie zmęczeniowym konstrukcji rurociągów chemicznych eksploatowanych w jednym z zakładów azotowych na terenie kraju (Śniezek i inni, 2007). Głównym celem praktycznym pracy jest ocena trwałości rurociągów chemicznych eksploatowanych od kilkudziesięciu lat z uwzględnieniem zmian właściwości mechanicznych i struktury materiału.

Aspekt naukowy pracy zawiera się w badaniach zmian struktury i właściwości wytrzymałościowych stali zastosowanej do konstrukcji rurociągu po wieloletniej jego eksploatacji oraz badaniach porównawczych trwałości zmęczeniowej elementów modelowych wyciętych z obiektów rzeczywistych z karbem półeliptycznym, odwzorowującym wadę materiału rodzimego.

2. PRZEDMIOT I METODYKA BADAŃ

Badania doświadczalne przeprowadzono na elementach rurociągu przemysłowego napowietrznego, spawanego, o wymiarach $\phi 600 \times 5\text{mm}$ (średnica zewnętrzna $\times$ grubość ścianki), wykonanego ze stali austenitycznej. Dostarczone do badań odcinki rur pochodziły zarówno z rurociągu po wieloletniej eksploatacji jak i z rurociągu nowego, przed włączeniem do eksploatacji, wykonanych ze stali 1.4541. Obszerne badania propagacji pęknięć zmęczeniowych i trwałości zmęczeniowej przeprowadzono dla próbek z naciętymi, półeliptycznymi inicjatorami pęknięcia. Próbkę o wymiarach przedstawionych na rysunku 1 badano w warunkach osiowego rozciągania przy amplitudzie na-

prężenia σ_a opisanej blokowym programem naprężenia.



Rys. 1. Geometria próbek z półeliptycznym inicjatorem pęknięcia do badań propagacji pęknięć zmęczeniowych

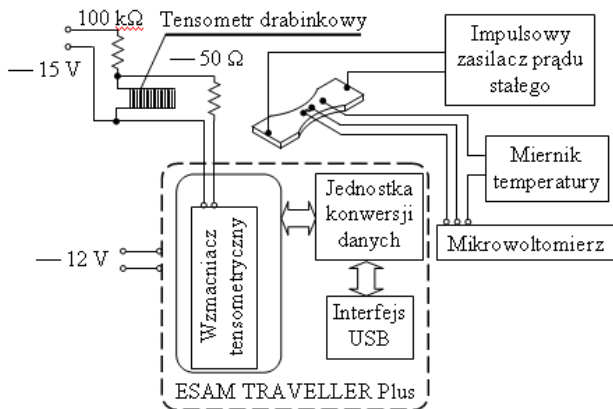
Tab. 1. Zestawienie wartości naprężeń wchodzących w skład bloków przyjętego programu badań

Liczba cykli	σ_a [MPa]	σ_{amax} 175MPa	σ_{amax} 162,5MPa	σ_{amax} 150MPa	σ_{amax} 137,5MPa	σ_{amax} 125MPa
2		87,6	81,3	75,1	68,8	62,5
3		98,5	91,5	84,4	77,4	70,4
1		109,4	101,6	93,8	86,0	78,1
3		120,3	111,7	103,1	94,6	86,0
15		131,3	121,9	112,5	103,1	93,8
43		142,2	132,1	121,9	111,7	101,6
10		153,2	142,2	131,3	120,3	109,4
13		164,1	152,3	140,6	128,9	117,2
9		175	162,5	150	137,5	125
-		76,7	71,2	65,7	60,2	54,8
-		65,7	61,0	56,3	51,6	46,9
31		54,8	50,9	47,0	43	39,1
15		43,8	40,7	37,6	34,4	31,3
25		32,9	30,6	28,2	25,9	23,5
52		22,1	20,5	18,9	17,4	15,8
219		11,1	10,3	9,5	8,7	7,9

Przebiegi zmian obciążeń w postaci blokowego programu wykorzystanego podczas badań w warunkach osiowego rozciągania, opracowano na podstawie wyników pomiarów

wartości ciśnienia przesyłanego medium w wybranym, 5,5-letnim przedziale eksploatacji rurociągu. W celu skrócenia czasu badań przyjęto liczbowe przeliczniki wielkości amplitud, zachowując stosunek σ_{amax}/σ_a na odpowiednich poziomach obciążenia. Zestawienie naprężeń wchodzących w skład poszczególnych bloków przyjętego programu badań przedstawiono w tabeli 1.

Dla potrzeb realizacji niniejszej pracy opracowano i zweryfikowano metodykę oraz zbudowano stanowisko pomiarowe umożliwiające rejestrację przyrostów długości pęknięć w oparciu o metodę spadku potencjału (rysunek 2).



Rys. 2. Schemat układu do pomiaru pęknięć półeliptycznych

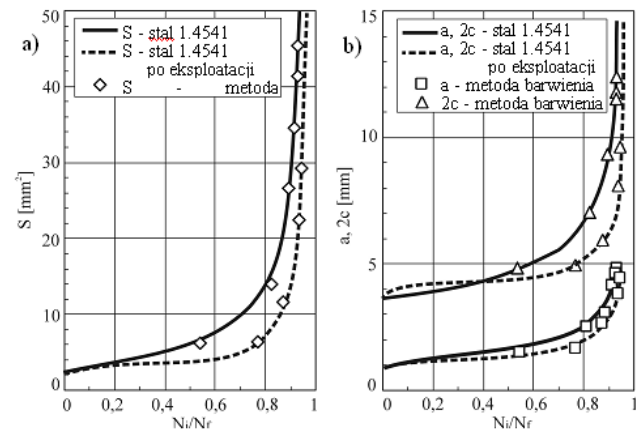
Do weryfikacji uzyskanych tą metodą wyników pomiarów zastosowano dodatkowo tensometry drabinkowe, pozwalające na rejestrację długości propagującego pęknięcia na powierzchni próbki z krokiem 0,25mm. Do odtworzenia kształtu czoła pęknięcia półeliptycznego zastosowano ponadto metodę barwienia.

3. PROPAGACJA PĘKNIĘĆ ZMĘCZENIOWYCH

Wyniki badań zmęczeniowych prowadzonych w warunkach osiowego rozciągania przy amplitudzie naprężenia σ_a opisanej blokowym programem naprężeń, posłużyły do sporządzenia odpowiednich wykresów. Analizie poddano zmiany wymiarów w przedziale odpowiadającym osiągnięciu przez czoło pęknięcia głębokości a równej grubości próbki g . Otrzymano zadawalającą zgodność wyników pomiarów długości pęknięć uzyskanych za pomocą metod spadku potencjału i barwienia. Wykresy na rysunku 3 dotyczą próbki o grubości $g=4,5\text{mm}$, wykonanej ze stali 1.4541 po wieloletniej eksploatacji i badanej przy $\sigma_{amax}=137,5\text{MPa}$. Analiza otrzymanych wyników wykazała, że podczas zmiennego rozciągania próbek parametr wymiaru pęknięcia a/c narasta do wartości maksymalnej $(a/c)_{max}=0,76-0,82$ (co odpowiada $a/g=0,82-0,85$) wraz ze wzrostem liczby cykli zmian obciążenia, dążącej do $N_f/N_f=0,9-0,93$.

Zaobserwowane różnice w przebiegach parametru wymiaru pęknięcia a/c , znalazły swoje odzwierciedlenie na przebiegach zmian głębokości pęknięcia półeliptycznego w zależności od jego długości na powierzchni próbki $a=f(2c)$. W początkowym etapie rozwoju pęknięcia, w obu przypadkach, dominuje przyrost głębokości pęknięcia,

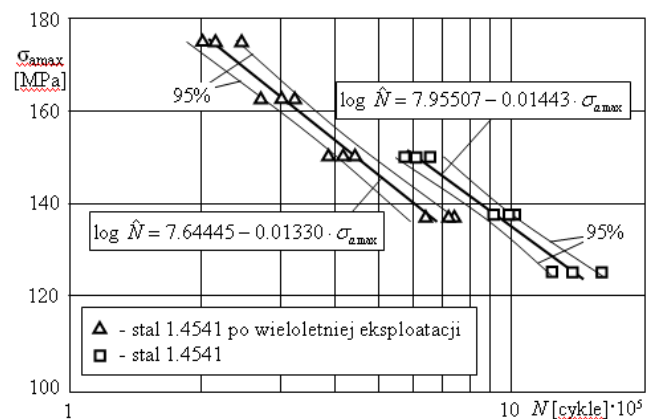
do chwili osiągnięcia wymiaru $a=1,0-1,1\text{mm}$ (co odpowiada $N_f/N_f=0,1-0,18$). Dalszy rozwój pęknięcia charakteryzuje zbliżona do liniowej zależność wymiarów pęknięcia w dwóch rozpatrywanych kierunkach, przy czym w stali 1.4541 zastosowanej na rurociągi nowe zaobserwowano wolniejszy niż w stali po eksploatacji wzrost pęknięcia rozwijającego się w głąb materiału. W elementach ze stali po eksploatacji, po przekroczeniu głębokości $a=3,6\text{mm}$, co odpowiada $(a/c)_{max}=0,82$, istotnie wzrasta prędkość rozwoju pęknięcia na powierzchni. Wpływa to na spadek parametru wymiaru pęknięcia, obserwowany dla $N_f/N_f>0,85$. Tego zjawiska nie stwierdzono podczas badań elementów ze stali 1.4541 zastosowanej do konstrukcji rurociągu nowego.



Rys. 3. Przebiegi zmian pola powierzchni $S(a)$ oraz wymiarów pęknięcia półeliptycznego a i $2c$ (b) w próbce ze stali 1.4541

4. TRWAŁOŚĆ ZMĘCZENIOWA

Trwałość zmęczeniową wyznaczoną doświadczalnie przedstawiono na wykresie (rys. 4). Jako kryterium trwałości badanych próbek przyjęto osiągnięcie przez pęknięcie głębokości, równej grubości próbki ($a_k=g$). Tak określona trwałość próbek ze stali 1.4541 jest wyższa o 24-32% od trwałości próbek ze stali 1.4541 po wieloletniej eksploatacji w przedziale amplitudy naprężeń $\sigma_{amax}=137,5-150\text{MPa}$.



Rys. 4. Trwałość próbek ze stali 1.4541 poddanej zmiennemu rozciąganiu przy amplitudzie naprężenia σ_a opisanej blokowym programem naprężeń

5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych trwałości zmęczeniowej elementów modelowych, wyciętych z rurociągów po wieloletniej eksploatacji oraz z odcinków rurociągów nowych, przed włączeniem do instalacji.

W strukturze stali stwierdzono obecność licznych, warstwowych wydzieleni azotków tytanu, będących potencjalnymi czynnikami strukturalnymi tworzącymi lokalne mikroogniwa galwaniczne, sprzyjające powstawaniu i rozwojowi wżerów korozyjnych. Na powierzchni rury bezpośrednio stykającej się z agresywnym medium zaobserwowano ubytki materiału, będące efektem złożonych zjawisk erozyjno-korozyjnych. Oddziaływanie przesyłanej cieczy wspomaga jednocześnie procesy destrukcji materiału rury atakując miejsca rozwoju korozji wżerowej i powodując wypadanie pojedynczych ziaren stali.

Przeprowadzone badania struktury i właściwości wytrzymałościowych ułatwiły interpretację przyczyn obniżenia trwałości zmęczeniowej próbek wykonanych ze stali po eksploatacji, spowodowanej w głównej mierze degradacją struktury materiału eksploatowanego. Obserwowany spadek trwałości próbek z półeliptycznym inicjatorem pęknięcia sięgał 24-32%.

LITERATURA

1. **DeWolf G. B.** (2003), Process safety management in the pipeline industry: parallels and differences between the pipeline integrity management (IMP) rule of the Office of Pipeline Safety and the PSM/RMP approach for process facilities. *Journal of Hazardous Materials*, Vol. 104, 169-192.
2. **Papadakis G. A.** (1999), Major hazard pipelines: a comparative study of onshore transmission accidents, *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 12, 91-107.
3. **Śniezek L., Goss Cz., Mazur A.** (2007), Experimental and Theoretical Investigations of Fatigue Life of Chemical Pipelines, *Archives of Civil Engineering*, LII, I, 75-84.

EXPERIMENTAL ANALYSIS OF FATIGUE LIFE OF INDUSTRIAL PIPELINES

Abstract: The paper concerns the research on the fatigue cracking and strength of steels used in the structure of a pipeline – both a new one and after years of service. Research results showed a decrease in fatigue strength, which was caused mainly by the degradation of the structure of the material being serviced. The observed decrease in the strength of specimens that had semielliptic crack initiators was of 24-32% under alternating tension, in accordance with a block program of stress changes that was developed on the basis of the cause of actual service load of the pipeline being tested.

SPIIS TREŚCI

Marcin Bajkowski, Robert Zalewski <i>Analiza dynamiczna modelu obiektu specjalnego z magnetoreologicznym tłumikiem</i>	5
Zdzisław Bogdanowicz, Krzysztof Grzelak <i>Właściwości użytkowe stali zaworowych napawanych laserowo proszkiem stelitowym</i>	10
Zbigniew Dąbrowski <i>Ogólne sformułowanie zadania identyfikacji nieliniowego modelu dynamicznego</i>	13
Hubert Dębski, Józef Jonak <i>Sprężona temperaturowo-przemieszczeniowa analiza numeryczna MES elementów silnika ZS</i>	19
Marek Fligiel <i>Optymalne kształtowanie struktury elementów konstrukcyjnych typu tarcza</i>	22
Rafał Gawarkiewicz, Michał Wasilczuk <i>Obliczeniowa ocena zdeformowanego węzła dźwigni</i>	25
Sebastian Głowala, Bogdan Branowski <i>Badania nad modelowaniem rozciętych sprężyn talerzowych</i>	28
Sebastian Głowala, Bogdan Branowski <i>Nowa metoda budowy rodzin konstrukcji (sprężynowe układy odciążające bram garażowych)</i>	33
Andrzej Kosior <i>Wyznaczenie pętli histerezy połączenia listwy w zacisku przy nierównomiernym rozkładzie nacisków</i>	38
Marcin Kowalczyk, Jerzy Czmochoński, Eugeniusz Rusiński <i>Analiza przyczyn pęknięcia zawieszenia wysięgnika przeciwwagi koparki wieloczerpakowej</i>	41
Marcin Kowalczyk, Tadeusz Smolnicki, Mariusz Stańco <i>Kształtowanie węzłów ustrojów nośnych w maszynach podstawowych górnictwa odkrywkowego</i>	44
Bogdan Ligaj, Grzegorz Szala <i>Metoda obliczeń trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych z zastosowaniem dwuparametrycznych charakterystyk zmęczeniowych</i>	47
Grzegorz Mieczkowski, Krzysztof Molski <i>Współczynnik uwalniania energii jako parametr oceny odporności struktury dwufazowej stal-PMMA na pękanie w złożonym stanie obciążenia</i>	52
Jerzy Nachimowicz, Mikołaj Plewa <i>Badanie wpływu wybranych parametrów eksploatacyjnych na skuteczność hamowania hamulca tarczowego i taśmowego</i>	55
Idzi Nowotarski <i>Analiza nieliniowa samowzbudnych drgań powłoki cylindrycznej w opływie naddźwiękowym</i>	59
Małgorzata Poniatońska <i>Charakterystyka przestrzenna odchylek geometrycznych wyznaczanych w pomiarach współrzędnościowych powierzchni swobodnych</i>	68
Ryszard Rohatyński <i>Formułowanie zadań optymalizacyjnych w projektowaniu maszyn – Część I. Dekompozycja i tworzenie algorytmów obliczeniowych</i>	74
Ryszard Rohatyński <i>Formułowanie zadań optymalizacyjnych w projektowaniu maszyn – Część II. Redukcja wymiarowości i badanie wrażliwości</i>	77

Marek Romanowicz <i>Mikromechaniczne modelowanie nieliniowej charakterystyki odkształcenie napężenie dla kompozytu szklano-epoksydowego ściskanego w poprzek włókien</i>	80
Paweł Romanowicz, Andrzej P. Zieliński <i>Wieloosiowe zmęczenie elementów pracujących w warunkach kontaktu tocznego</i>	86
Jan Ryś <i>Typizacja przekładni planetarnych o uproszczonej technologii</i>	89
Jan Sikora <i>Analiza korelacji wyników zmęzeniowych badań łożysk ślizgowych</i>	94
Grzegorz Szala, Bogdan Ligaj <i>Obliczanie zapotrzebowania energii w procesach rozdrabniania materiałów ziarnistych na przykładzie ziaren zbóż</i>	97
Lucjan Śnieżek <i>Badania doświadczalne trwałości zmęczeniowej rurociągów przemysłowych</i>	100
Karolina Walat, Tadeusz Łagoda <i>Projektowanie elementów maszyn w złożonym stanie naprężenia z uwzględnieniem maksimum kowariancji</i>	103
Izabela Wilczewska, Roman Kaczyński <i>Identyfikacja parametrów tarcia i zużycia polimerów wzmacnianych włóknem węglowym w różnych środowiskach pracy</i>	106
Grzegorz Wojnar <i>Analiza użyteczności do celów diagnostycznych różnych sygnałów drganiowych generowanych przez przekładnię zębatą</i>	111
Jerzy Wróbel, Konrad Okulicz <i>Nieklasyczne podejście do zadania optymalizacji z wykorzystaniem narzędzi wirtualnej rzeczywistości</i>	115
Robert Zalewski <i>Lepkoplastyczne związki konstytutywne dla specjalnych struktur granulowanych</i>	118
Michał Żebrowski-Kozioł, Wojciech Tarnowski <i>Diagnozowanie stanu luzów w połączeniach przegubowych przedniego zawieszenia samochodu</i>	122

OBLICZANIE ZAPOTRZEBOWANIA ENERGII W PROCESACH ROZDRABNIANIA MATERIAŁÓW ZIARNISTYCH NA PRZYKŁADZIE ZIAREN ZBÓŻ

Grzegorz SZALA*, Bogdan LIGAJ*

*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy
al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz

gszala@utp.edu.pl, bogdanj@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę obliczeń zapotrzebowania energii na przykładzie rozdrabniaczy wielotarczowych i wielobębnowych, w których dominuje technologiczne ścinanie ziaren zbóż.

1. WPROWADZENIE

Zapotrzebowanie na energię w procesach rozdrabniania materiałów ziarnistych, w których dominuje technologiczne ścinanie, występujące w rozdrabniaczach wielotarczowych i wielobębnowych, zależy głównie od wartości jednostkowej energii technologicznego ścinania. Jest to tzw. skala problemów elementarnych (badania podstawowe → zwykle skala mikro). Jej wartość można określić na podstawie badań na odpowiednich stanowiskach badawczych. Jeśli znana jest łączna powierzchnia cząstek rozdrobnionych ziarniaków i wartość jednostkowej energii, możliwe jest wyznaczenie zależności energii potrzebnej do rozdrobnienia. Na podstawie badań podstawowych można wyznaczyć, zatem energię procesu E_p .

Badania stosowane zawierające badania konstrukcyjne i eksploatacyjne zaliczyć można do skali problemów maszynowych (zwykle skala makro). W badaniach technologicznego ścinania ziarna jest to całkowite zapotrzebowanie energii do rozdrabniania ziaren w rozdrabniaczach wielotarczowych i wielobębnowych. Na ich podstawie można wyznaczyć energię maszynową E_M .

Aby wykorzystać energię jednostkową E_j do obliczenia w badaniach stosowanych energii maszynowej E_M potrzebna jest znajomość funkcji przejścia f_p :

$$E_M = f_p \cdot E_p \quad (1)$$

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Jak zasygnalizowano we wstępie, aby obliczyć energię maszynową E_M , oprócz energii procesu E_p niezbędna jest funkcja przejścia f_p . Tego rodzaju funkcję trudno jest wyznaczyć w sposób ścisły. W obliczeniach praktycznych zwykle zastępuje się ją współczynnikami przeliczeniowymi, które ogólnie nazywa się współczynnikami korekcyjnymi K .

$$E_M = K \cdot E_p \quad (2)$$

Współczynnik korekcyjny K jest wyznaczany doświadczalnie i zależy od kilku czynników mających wpływ na jego wartość. Takimi czynnikami odnoszącymi się do zapotrzebowania energii do rozdrabniania ziaren w rozdrabniaczach wielotarczowych i wielobębnowych są: współczynniki obejmujące wpływ cech geometrycznych zespołu roboczego K_N , współczynniki obejmujące wpływ czynników dynamicznych K_D oraz współczynniki obejmujące wpływ cech materiału rozdrabnianego K_M .

$$K = K_N \cdot K_D \cdot K_M \quad (3)$$

3. ANALIZA CZYNNIKÓW MAJĄCYCH WPŁYW NA WSPÓŁCZYNNIK KOREKCYJNY K

Współczynnik K_N obejmujący wpływ cech geometrycznych zespołu roboczego rozdrabniacza składa się z wielu współczynników określających warunki, w jakich następuje rozdrobnienie materiału ziarnistego. Takimi współczynnikami są: K_{N1} – określające rodzaj rozdrabniacza: wielotarczowe lub wielobębnowe, K_{N2} – określające rodzaj krawędzi tnących: prostoliniowe krawędzie tnące, krawędzie tnące łukowe, K_{N3} – współczynnik obejmujący wpływ kąta natarcia krawędzi tnącej, K_{N4} – współczynnik obejmujący wpływ kąta przyłożenia krawędzi tnącej, K_{N5} – współczynnik określający kąt krawędzi tnącej, K_{N6} – współczynnik obejmujący wpływ luzu pomiędzy tarczami/bębniami.

A zatem współczynnik K_N możemy przedstawić w postaci:

$$K_N = K_{N1} \cdot K_{N2} \cdot K_{N3} \cdot K_{N4} \cdot K_{N5} \cdot K_{N6} \quad (4)$$

Drugą grupą współczynników są współczynniki K_D obejmujące wpływ cech dynamicznych. W skład tej grupy wchodzi: K_{D1} – współczynnik wskazujący na ruch tarcz lub bębnow przeciwbieżny, K_{D2} – współczynnik informujący o ruchu tarcz lub bębnow roboczych względem ustalonych tarcz lub bębnow „stojana”, K_{D3} – współczynnik określający wpływ prędkości technologicznego ścinania (prędkość względna tarcz lub bębnow tnących).

Współczynnik K_D można zapisać w postaci:

$$K_D = K_{D1} \cdot K_{D2} \cdot K_{D3} \quad (5)$$

Ostatnią grupą współczynników mających wpływ na współczynnik korekcyjny K są współczynniki obejmujące wpływ cech materiału rozdrabnianego K_M . W jego skład wchodzi: K_{M1} – współczynnik opisujący wpływ wilgotności ziarna, K_{M2} – współczynnik opisujący wpływ początkowego stanu ziarna (uszkodzenia powstałe przed procesem rozdrabniania), K_{M3} – współczynnik uwzględniający wpływ struktury wewnętrznej ziarniaka (np. szklistość, mączystość), K_{M4} – współczynnik uwzględniający wpływ kształtu cząstek rozdrobnionych.

Współczynnik obejmujący wpływ cech materiału rozdrabnianego K_M można zapisać w postaci:

$$K_M = K_{M1} \cdot K_{M2} \cdot K_{M3} \cdot K_{M4} \quad (6)$$

W obliczeniach energii maszynowej E_M , przy wykorzystaniu współczynnika korekcyjnego K , do równania (2) należy wprowadzić sprawność mechaniczną η_M .

$$E_M = \frac{1}{\eta_M} \cdot K \cdot E_P \quad (7)$$

Sprawność mechaniczna η_M składa się z sprawności łożyskowej η_b , strat wentylacji η_w oraz strat wynikających z sił tarcia w rozdrabniaczach (tarcia zewnętrznego materiału rozdrabnianego o elementy rozdrabniacza i tarcia wewnętrznego cząstek między sobą).

$$\eta_M = \eta_l \cdot \eta_w \cdot \eta_T \quad (8)$$

4. OBLICZENIE ENERGII PROCESU

Do obliczenia energii procesu rozdrabniania przez ścinanie w rozdrabniaczach E_P należy znać jednostkową energię technologicznego ścinania ziarniaków E_j oraz całkowitą powierzchnię ścinania F .

W badaniach podstawowych opisanych w pracach Szali (2005, 2007) wyznaczono jednostkową energię technologicznego ścinania E_j [J/m²] ziarniaków. W obliczeniach zapotrzebowania energii w rozdrabniaczach wielotarczowych i wielobębnowych do materiałów ziarnistych przyjęto następujące założenia do modelu rozdrabniania:

1. Jednostkową energię technologicznego ścinania obliczono, jako średnią energię potrzebną do utworzenia przełomu w płaszczyźnie prostopadłej do długiej osi ziarniaka w połowie jego długości nie uwzględniając anizotropii strukturalnej.
2. Produktem rozdrobnienia jest cząstka o objętości ΔV_i (rysunek 1) w postaci sześcianu o boku Δa_i , którego wymiar zależy od stopnia rozdrobnienia i określa się przez wymiar sita przesiewacza.
3. Energię jednostkową wyznaczono na ziarniakach suchych (wilgotność 12%).

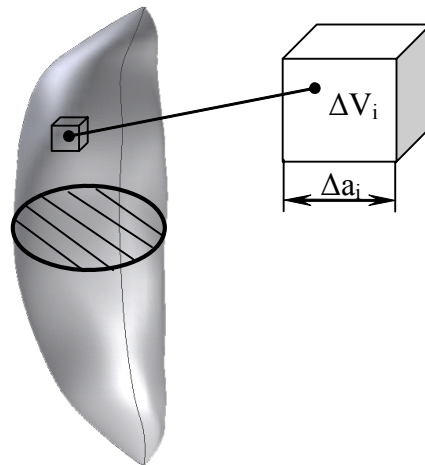
Przy tego rodzaju założeniach energia procesu technologicznego ścinania E_P obliczona może być z wzoru:

$$E_{Pi} = F_{ri} \cdot E_j \quad (9)$$

gdzie: E_{Pi} – energia procesu ścinania dla uzyskania cząstek rozdrabniania Δa_i , F_{ri} – łączna powierzchnia cząstek rozdrabniania (powierzchni swobodnych).

$$F_{ri} = 0,5 \Delta F_{ri} \cdot N_i - F_0 \quad (10)$$

gdzie: ΔF_{ri} – powierzchnia boczna cząstki elementarnej, F_0 – powierzchnia zewnętrzna ziarniaka, N_i – liczba cząstek elementarnych o wymiarach charakterystycznych Δa_i .



Rys. 1. Produkt rozdrobnienia – cząstka o objętości ΔV_i w postaci sześcianu o boku Δa_i

Udział powierzchni F_0 w łącznej powierzchni cząstek rozdrobnienia F_{ri} jest pomijalnie mały i w dalszych analizach nie będzie uwzględniany.

$$\Delta F_{ri} = 6 \Delta a_i^2 \quad (11)$$

$$N_i = \frac{V}{\Delta V_i} = \frac{V}{\Delta a_i^3} \quad (12)$$

gdzie: V – jest objętością rozdrabnianych ziaren.

Po podstawieniu wzorów (10), (11) i (12) do wzoru (9) otrzymuje się:

$$E_{Pi} = 0,5 \cdot 6 \cdot \Delta a_i^2 \cdot \frac{V}{\Delta a_i^3} \cdot E_j = 3 \frac{V}{\Delta a_i} E_j \quad (13)$$

Zwykle rozdrabniacze charakteryzuje się wydajnością masową rozdrabniania:

$$Q = \frac{M}{t} \quad (14)$$

gdzie: M – masa rozdrabnianego ziarna w kg, t – czas rozdrabniania w s.

$$M = V \cdot \rho \quad (15)$$

gdzie: ρ – gęstość materiału ziarnistego ($\rho = M/V$ w kg/m³), stąd:

$$Q = \frac{V \cdot \rho}{t} \quad (16)$$

i z przekształcenia wyznacza się zależność na obliczanie objętości materiału rozdrabnianego:

$$V = \frac{Q \cdot t}{\rho} \quad (17)$$

W przypadku produktu rozdrobnienia o odpowiednim udziale różnych frakcji Δa_i ($i = 1, 2, 3, \dots$), energia procesu dla poszczególnych frakcji wynosi:

$$E_{Pi} = \frac{3Q_i \cdot t}{\rho \cdot \Delta a_i} E_j \quad (18)$$

a łączna energia procesu w takim przypadku wynosi:

$$E_P = \sum_{i=1}^n E_{Pi} \quad (19)$$

gdzie: i – numer frakcji, n – liczba wydzielonych frakcji, Q_i – wydajność masowa dla frakcji i .

$$Q_i = f_i \cdot Q \quad (20)$$

f_i – udział procentowy i -tej frakcji w łącznej wydajności procesu rozdrabniania Q .

Uwzględniając wzory od (1) do (20) wzór na łączną energię pobieraną przez rozdrabniacz wynosi:

$$E_M = \frac{1}{\eta_M} \cdot K \cdot \sum_{i=1}^n E_{Pi} \quad (21)$$

i odpowiednio moc pobierana przez rozdrabniacz:

$$P_M = \frac{1}{\eta_M} \cdot K \cdot \sum_{i=1}^n P_{Pi} \quad (22)$$

5. PODSUMOWANIE

Dane do obliczeń energii rozdrabniania w zakresie jednostkowej energii technologicznego ścinania, wpływu wilgotności i prędkości technologicznego ścinania ziarniaków zawarte są w pracach Szali (2005, 2007). Natomiast w zakresie wstępnych uszkodzeń ziarniaków w pracy Kalwaja (2005) i kształtu cząstek po rozdrobnieniu w rozdrabniaczach wielotarczowych i wielobębnowych w pracach Flizikowskiego (2005) oraz Sadkiewicza i Sadkiewicza (1998).

LITERATURA

1. **Flizikowski J.** (2005), *Konstrukcja rozdrabniaczy żywności*, Wydawnictwa Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy, Bydgoszcz.
2. **Kalwaj J.** (2005), Parametry surowca i produktu rozdrabniania ziarna zbóż, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, 1/2005, Wydawnictwo Czasopism i Książek Technicznych, Warszawa.
3. **Sadkiewicz K., Sadkiewicz J.** (1998), *Urządzenia pomiarowo-badawcze dla przetwórstwa zbożowo-mącznego*, Wydawnictwa Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy, Bydgoszcz.
4. **Szala G.** (2005), *Jednostkowa energia technologicznego rozdrabniania materiałów ziarnistych*, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji Państwowego Instytutu Badawczego, Radom.
5. **Szala G.** (2007), Metodyka badań doświadczalnych energii technologicznego ścinania materiałów ziarnistych, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, 1/2007, Wydawnictwo Czasopism i Książek Technicznych, Warszawa.

CALCULATIONS OF ENERGY REQUIREMENTS IN CRUMBLING PROCESSES OF GRAIN MATERIALS ON THE EXAMPLE OF WHEAT GRAINS

Abstract: The paper presents the method of calculations of energy requirements on the example of multiplate and multidrum grinders where technological shear of wheat grains is a dominant process.

PROJEKTOWANIE ELEMENTÓW MASZYN W ZŁOŻONYM STANIE NAPRĘŻENIA Z UWZGLĘDNIENIEM MAKSYMUM KOWARIANCJI

Karolina WALAT*, Tadeusz ŁAGODA*

*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Opolska, ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole

kwalat@klio.po.opole.pl, t.lagoda@po.opole.pl

STRESZCZENIE: Właściwe szacowanie trwałości zmęczeniowej dla wielu elementów konstrukcyjnych jest bardzo aktualnym problemem współczesnej techniki. Istnieje wiele kryteriów wieloosiowego zmęczenia dzięki którym możliwe stało się poznanie i rozwiązanie szeregu zagadnień związanych ze zmęczeniem i usystematyzowanie procedur i algorytmów szacowania trwałości zmęczeniowej. W pracy przedstawiono metodykę projektowania elementów maszyn w złożonym stanie naprężenia uwzględniając maksimum kowariancji jako czynnika decydującego o doborze algorytmu szacowania trwałości zmęczeniowej.

1. WPROWADZENIE

Projektowanie elementów maszyn obejmuje pracę nad urządzeniami bardzo prostymi po urządzenia bardzo skomplikowane. Jednym z prostych elementów maszyn są wały maszynowe (Dąbrowski, 1999). Projektowanie wałów z konstrukcyjnego punktu widzenia nie przysparza konstruktorom zbyt wielu trudności, natomiast szacowanie ich trwałości zmęczeniowej może być zagadnieniem mocno złożonym. Podczas projektowania elementów maszyn bardzo często mamy do czynienia z wieloosiowym obciążeniem eksploatacyjnym. Należy zredukować złożony stan obciążenia do ekwiwalentnego stanu jednoosiowego za pomocą kryteriów wieloosiowego zmęczenia, aby móc ocenić trwałość zmęczeniową. Są to najczęściej kryteria naprężeniowe definiowane w płaszczyźnie krytycznej. W tym przypadku przyjmuje się, że położenie płaszczyzny krytycznej dla jednych materiałów definiowane jest jako maksimum wariancji naprężeń normalnych lub naprężeń stycznych. Na naprężeniach normalnych będziemy bazować w przypadku materiałów kruchych np. żeliwo, naprężenia styczne wykorzystywane będą przy materiałach sprężysto-plastycznych. Natomiast w przypadku materiałów wykazujących właściwości pośrednie pomiędzy kruchymi a sprężysto-plastycznymi możemy korzystać z kombinacji naprężeń normalnych i stycznych.

Celem pracy jest przedstawienie projektowania elementów maszyn z wykorzystaniem ekstremum kowariancji pomiędzy składowymi naprężeniami normalnego i stycznego definiującego położenie płaszczyzny krytycznej.

2. KRYTERIUM WIELOOSIOWEGO ZMĘCZENIA W PŁASZCZYŹNIE KRYTYCZNEJ

Wyrażenie na ekwiwalentną wartość naprężenia przy zastosowaniu naprężeniowych kryteriów wieloosiowego zmęczenia losowego w płaszczyźnie krytycznej, można

zapisać jako sumę naprężeń normalnych i stycznych w tej płaszczyźnie ze współczynnikami wagowymi B i K

$$\sigma_{eq}(t) = B\tau_{\eta s}(t) + K\sigma_{\eta}(t). \quad (1)$$

Położenie płaszczyzny krytycznej może być zdefiniowana przez naprężenie styczne lub normalne, a dobór współczynników B i K występujących w ogólnej postaci (1) zależy od sposobu wyboru położenia płaszczyzny krytycznej oraz wyboru materiału. W przypadku, gdy położona płaszczyzna krytyczna zdefiniowana jest przez naprężenia styczne wzór (1) na naprężenia ekwiwalentne przyjmuje postać

$$\sigma_{eq}(t) = B_1\tau_{\eta s}(t) + (2-B_1)\sigma_{\eta}(t), \quad (2)$$

gdzie $B_1 = \sigma_{af}/\tau_{af}$, σ_{af} to granica zmęczenia dla zginania, τ_{af} – granica zmęczenia dla skręcania. Ten przypadek jest charakterystyczny dla materiałów sprężysto-plastycznych. W przypadku, gdy położenie płaszczyzny krytycznej zdefiniowane jest przez naprężenia normalne wzór (1) na naprężenia ekwiwalentne przyjmuje postać (Ogonowski i Łagoda, 2005)

$$\sigma_{eq}(t) = B_2\tau_{\eta s}(t) + \sigma_{\eta}(t). \quad (3)$$

Współczynnik wagowy B_2 otrzymuje się na podstawie najlepszej korelacji wyników badań eksperymentalnych i obliczeniowych dla obciążeń nieproporcjonalnych. To kryterium jest stosowane najczęściej dla materiałów kruchych.

3. WYZNACZENIE POŁOŻENIA PŁASZCZYZNY O MAKSYMALNEJ KOWARIANCJI POMIĘDZY NAPRĘŻENIAMI

Położenie płaszczyzny zdefiniowanej poprzez maksimum kowariancji pomiędzy naprężeniami normalnymi i stycznymi wyznaczona zostaje poprzez kowariancje we wszystkich możliwych płaszczyznach α . Naprężenie normalne i styczne w przypadku kombinacji zginania i skręca-

nia pod kątem α można wyznaczyć odpowiednio ze wzorów:

$$\begin{aligned}\sigma_{\eta}(t) &= \cos 2\alpha \sigma_{xx}(t) + \sin 2\alpha \tau_{xy}(t), \\ \tau_{\eta s}(t) &= -\frac{1}{2} \sin 2\alpha \sigma_{xx}(t) + \cos 2\alpha \tau_{xy}(t)\end{aligned}\quad (4)$$

gdzie naprężenia $\sigma_{xx}(t)$ i $\tau_{xy}(t)$ są odpowiednio naprężeniami pochodzącymi od zginania i skręcania. Położenie płaszczyzny, w której kowariancja według wzoru (4) przyjmuje wartości ekstremalne dla danej kombinacji naprężeń normalnych $\sigma_{\eta}(t)$ i stycznych $\tau_{\eta s}(t)$ definiowane jest jako położenie płaszczyzny krytycznej.

4. MATERIAŁ I PRÓBKKI

Do badań zmęczeniowych został wykorzystany silumin PA6-T4 (ALCu4MgSi, 2017A). Dobre własności wytrzymałościowe oraz antykorozyjne przy jednoczesnym małym ciężarze właściwym spowodowały, że stop PA6 jest szeroko wykorzystywany na silnie obciążone konstrukcje m.in. w przemyśle lotniczym, maszynowym, stoczniowym i budownictwie.

Badania prowadzone na gładkich próbkach walcowych typu „diabolo”, pozbawionych karbu. Średnica próbek w najwęższym miejscu wynosiła 10mm dla zginania, skręcania oraz proporcjonalnego zginania ze skręcaniem. Dla nieproporcjonalnego zginania ze skręcaniem ze względu na realizację badań na innym stanowisku badawczym przyjęto próbki o średnicy 8,5mm. Badania eksperymentalne dla prostych stanów obciążenia, a także dla kombinacji proporcjonalnego zginania ze skręcaniem przeprowadzono wspólnie na maszynie zmęczeniowej MZGS-100 Parametrem kontrolowanym podczas badań był przebieg całkowitego momentu obciążającego próbkę. Częstotliwość zmian obciążenia wynosiła 29 Hz. Stanowisko MZGS-100 (Achtelik) nie pozwala na przeprowadzenie badań nieproporcjonalnych. Z tego powodu badania przy przesunięciu fazy zostały wykonane na stanowisku zmęczeniowym MZGS-200L. Badania były prowadzone przy kontrolowanym momencie zginającym oraz skręcającym. Nieproporcjonalność obciążeń była realizowana poprzez przesunięcie

fazowe przebiegów czasowych dla zginania oraz dla skręcania o kąt φ . Analizę przeprowadzono dla czystego zginania i skręcania oraz dla badań obciążeń proporcjonalnych ($\tau_a=0,25\sigma_a$, $\tau_a=0,5\sigma_a$, $\tau_a=\sigma_a$) i nieproporcjonalnych z przesunięciem fazy 60° ($\lambda=0,5$) i 90° ($\lambda=0,25$, $\lambda=0,5$, $\lambda=1$). Przez λ należy rozumieć stosunek amplitud między naprężeniami stycznymi i normalnymi pochodzącymi od skręcania i zginania. Na podstawie badań uzyskano charakterystyki zmęczeniowe S-N, zgodnie z normą ASTM (1998) dla czystego zginania i dla czystego skręcania:

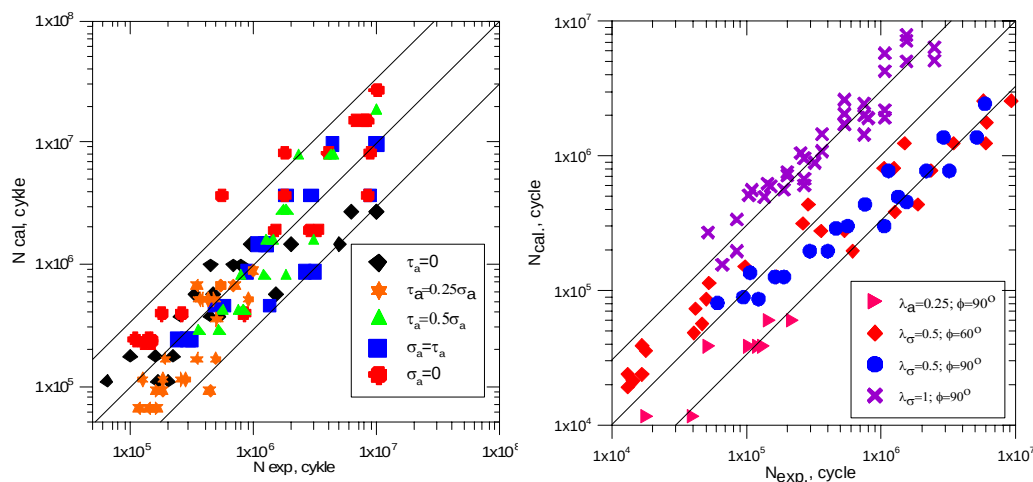
$$\log N_f = 21,81 - 7,03 \log \sigma_a, \quad \log N_f = 19,94 - 6,87 \log \tau_a. \quad (5)$$

5. WYZNACZANIE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Wielkościami wyjściowymi do procesu wyznaczania trwałości zmęczeniowej są przebiegi naprężeń normalnych $\sigma_{xx}(t)$ pochodzących od zginania oraz naprężeń stycznych $\tau_{xy}(t)$ pochodzących od skręcania na podstawie zadanego sinusoidalnie zmiennego momentu zginającego i skręcającego. W drugim etapie wyznaczane jest położenie płaszczyzny krytycznej. Płaszczyzna, w której kowariancja przyjmuje wartość ekstremalną dla danej kombinacji naprężeń normalnych $\sigma_{\eta}(t)$ i stycznych $\tau_{\eta s}(t)$ definiowana jest jako płaszczyzna krytyczna. W trzecim etapie wyznaczany jest przebieg naprężenia ekwiwalentnego w jednej z płaszczyzn krytycznych wyznaczonych w etapie drugim. Podstawowe związki pomiędzy naprężeniami normalnymi i stycznymi w funkcji położenia płaszczyzny krytycznej pozwalają na podstawie analizy czystego zginania i czystego skręcania uzyskać dwie postacie kryterium wieloosiowego zmęczenia zadanego w ogólnej postaci (1) (ASTM, 1998):

$$\sigma_{eq}(t) = \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}B_1}{3(\sqrt{3} + 1)} \sigma_n(t) + \frac{\sqrt{3}(3\sqrt{2}B_1 - 4)}{3(\sqrt{3} + 1)} \tau_{ns}(t), \quad (6)$$

$$\sigma_{eq}(t) = \frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{2}B_1}{3(\sqrt{3} - 1)} \sigma_n(t) + \frac{\sqrt{3}(4 - 3\sqrt{2}B_1)}{3(\sqrt{3} - 1)} \tau_{ns}(t). \quad (7)$$



Rys. 1. Porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla obciążeń: a) proporcjonalnych; b) nieproporcjonalnych

Następnie wyznaczono ekstrema z przebiegu czasowego danego wzorami (6) lub (7) i kolejno wyznaczono cykle. W ostatnim etapie wyznaczana jest trwałość zmęczeniowa z charakterystyki zmęczeniowej, dla czystego zginania. Na rysunku 1 przedstawiono odpowiednio porównanie dla obciążeń proporcjonalnych i nieproporcjonalnych. W przypadku obciążeń nieproporcjonalnych dla mniejszych trwałości zmęczeniowych do zakresu $2 \cdot 10^5$ cykli większość wyników mieści się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3. W przypadku większych trwałości zmęczeniowych dla stosunku amplitud $\lambda=1$ i przesunięcia fazy $\varphi=90^\circ$ znaczna część wyników mieści się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 4 a reszta wyników jest nieco zawyżona. Dla $\lambda=0,5$ i przesunięcia fazy $\varphi=60^\circ$ również większość wyników zawiera się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 4, lecz pozostałe wyniki są nieco zaniżone.

6. WNIOSKI

Zastosowanie kowariancji pomiędzy naprężeniami normalnymi i stycznymi w procesie projektowania elementów maszyn i szacowania ich trwałości zmęczeniowej jest uzasadnione zwłaszcza w przypadku materiałów o pośrednich właściwościach pomiędzy kruchymi a sprężysto-plastycznymi. Ponieważ położenie płaszczyzny krytycznej może być zdefiniowana jako to, w której występuje ekstremum kowariancji pomiędzy naprężeniami normalnymi i stycznymi w przypadku złożonych stanów naprężenia może wystąpić kilka położenia płaszczyzny krytycznej, co w świetle wybranej metody jest zjawiskiem uzasadnionym. Porównanie trwałości obliczeniowych dla obciążeń proporcjonalnych i nieproporcjonalnych otrzymanych według podanego algorytmu z trwałościami eksperymentalnymi dało zadowalające wyniki, co wskazuje na słuszność zastosowanej metody. Zastosowanie metoda pozwala na dokładniejsze przewidywanie żywotności elementów maszyn, w przypadku których nieprecyzyjne obliczenie trwałości może przynieść katastrofalne skutki.

LITERATURA

1. **Achtelik H.**, *Urządzenie do badań zmęczeniowych przy nieproporcjonalnym zginaniu i skręcaniu*, Polskie Biuro Patentowe, Patent Nr 150486.
2. **Dąbrowski Z.** (1999), *Wały maszynowe*, Warszawa, PWN.
3. **Ogonowski P., Łagoda T.** (2005), Criteria of multiaxial random fatigue based on stress, strain and energy parameters of damage in the critical plane, *Mat.-wiss. u. Werkstofftech.*, 36, No. 8, 429–437.
4. **Walat K., Łagoda T.** (2008), Naprężenie ekwiwalentne w płaszczyźnie krytycznej wyznaczonej przez maksimum kowariancji naprężeń stycznych i normalnych, *XXII Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania*, Wydawnictwo Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy, Bydgoszcz 2008, 337-344.
5. **ASTM E 739-91** (1998), Standard practice for statistical analysis of linearized stress-life (S-N) and strain life (ϵ -N) fatigue data, *Annual Book of ASTM Standards*, Vol. 03.01, Philadelphia 1999, 614–620

DESIGNING OF MACHINE ELEMENTS UNDER COMPLEX STRESS STATE INCLUDING THE COVARIANCE MAXIMUM

Abstract: Correct estimation of fatigue life of many elements seems to be a very important problem of modern technology. There are many multiaxial fatigue criteria which allow to study and solve problems connected with fatigue and systematize procedures and algorithms for fatigue life estimation. The paper presents methods of designing machine elements under complex stress state including the covariance maximum as a factor strongly influencing selection of the algorithm for fatigue life estimation.



Praca współfinansowana ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego

IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW TARCIA I ZUŻYCIA POLIMERÓW WZMACNIANYCH WŁÓKNEM WĘGLOWYM W RÓŻNYCH ŚRODOWISKACH PRACY

Izabela WILCZEWSKA*, Roman KACZYŃSKI*

*Katedra Budowy i Eksploatacji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

izawil@doktoranci.pb.edu.pl, rkgraf@pb.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono badania doświadczalne, analizę mikroskopową oraz analizę składu chemicznego dwóch par ciernych złożonych z polimerów wzmocnionych włóknami węglowymi oraz stali łożyskowej po tarcu w trzech środowiskach: powietrzu, wodzie oraz oleju. Badania doświadczalne wykonano za pomocą tribotestera T-11, gdzie realizowany jest schemat pary cierniej typu trzpień-tarcza. W pracy podjęto próbę identyfikacji rodzajów zużycia polimerów wzmocnionych włóknem węglowym pracujących w różnych środowiskach. Przedstawiono także, krótką analizę procesów tarcia i zużycia kompozytów w nawiązaniu do binarnego charakteru pracy analizowanych par ciernych.

1. WPROWADZENIE

Materiały polimerowe wzmocnione włóknami węglowymi znalazły szerokie zastosowanie m.in. na koła zębate, elementy pomp, gniazda zaworów, a szczególnie w łożyskach znajdujących zastosowanie w takich gałęziach przemysłu jak: lotnictwo, chemia, przemysł samochodowy oraz elektrotechniczny, przede wszystkim w sprzęcie wojskowym (Wang i inni, 2000). Dlatego też ważnym jest, aby móc w łatwy oraz szybki sposób dobierać odpowiedni materiał, którego zużycie w procesie tarcia w zadanych warunkach pracy będzie utrzymywało się na stabilnym niskim poziomie. Niezbędnym jest poznanie mechanizmów zużycia polimerów, a więc prowadzenie badań doświadczalnych, które występują w określonych warunkach pracy.

Aktualnie brak jest uniwersalnych kryteriów, określających odporność materiałów na zużycie w procesie tarcia w różnorodnych warunkach zewnętrznego obciążenia i środowiska.

Autorzy pracy skupili się na badaniach kompozytów wzmocnionych włóknami węglowymi pracujących w trzech środowiskach: powietrzu, wodzie i oleju. Przedstawione wyniki badań wskazują, iż mechanizmy pracy tych samych par ciernych pracujących w różnych środowiskach, mogą być zmienne w rodzaju zużycia i mogą mieć binarny model kontaktu przy zużywaniu ściernym, zaproponowany w latach 90-tych przez prof. M.B. Rubina (Rubin i Bacharew, 1987), lub przybierać inną, np. mechaniczno-chemiczną formę zużycia.

2. MATERIAŁY I METODYKA BADAŃ

Badania doświadczalne przeprowadzano stosując dwa rodzaje par ciernych. Materiały użyte na próbki pod względem strukturalnym były zbliżone do siebie. Do wykonania

próbek o średnicy trzpienia równej 3mm użyto następujących kompozytów wzmocnionych włóknami węglowymi: –SIGMA3, produkt zakładów w Sankt Petersburgu, o następujących właściwościach (tabela 1):

Tab. 1. Właściwości mechaniczne SIGMA-3

Nazwa handlowa	Gęstość [g/cm ³]	Twardość wg Brinella	Rozciągliwość względna [%]	Przedział temperatur [°C]
SIGMA-3	1,5	100	14	(-40) – (+140)

–Quadrant EPP Ketron® PEEK CA30 Polyetheretherketone, 30% włókna węglowego o następujących właściwościach (<http://www.kaprolan.pl/pdf/Ketron.pdf>) (tabela 2):

Tab. 2. Właściwości mechaniczne PEEK CA30

Nazwa handlowa	Gęstość [g/cm ³]	Twardość wg Brinella	Rozciągliwość względna [%]	Przedział temperatur [°C]
KETRON PEEK CA30	1,41	325	5	do +250

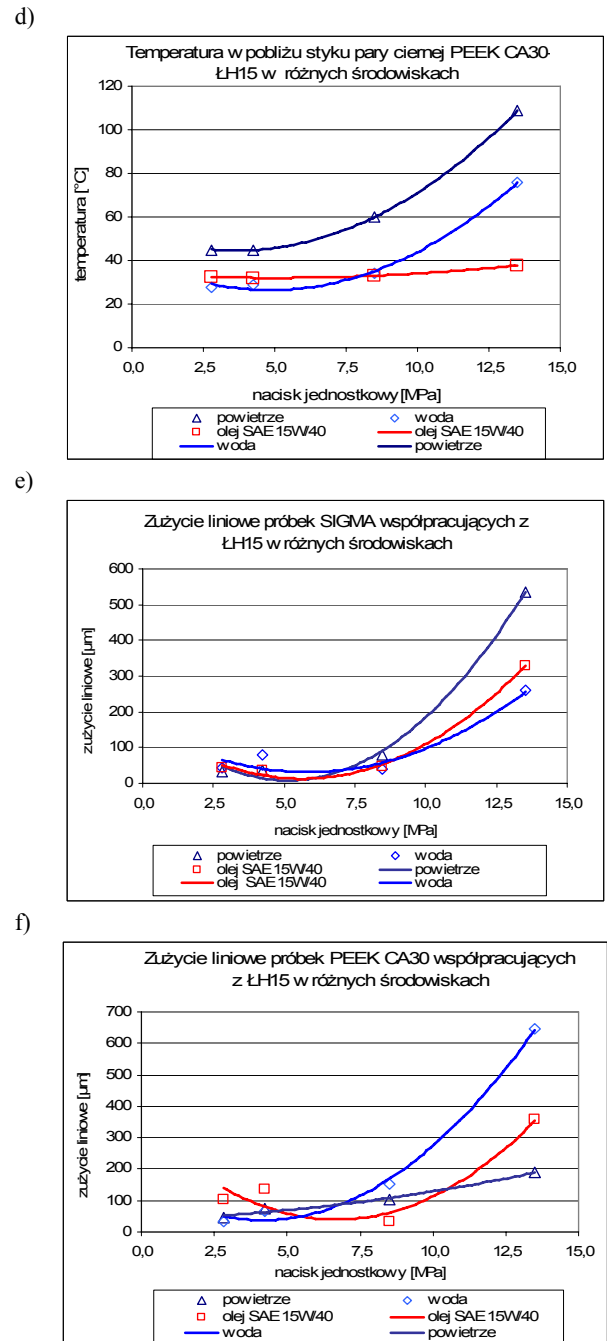
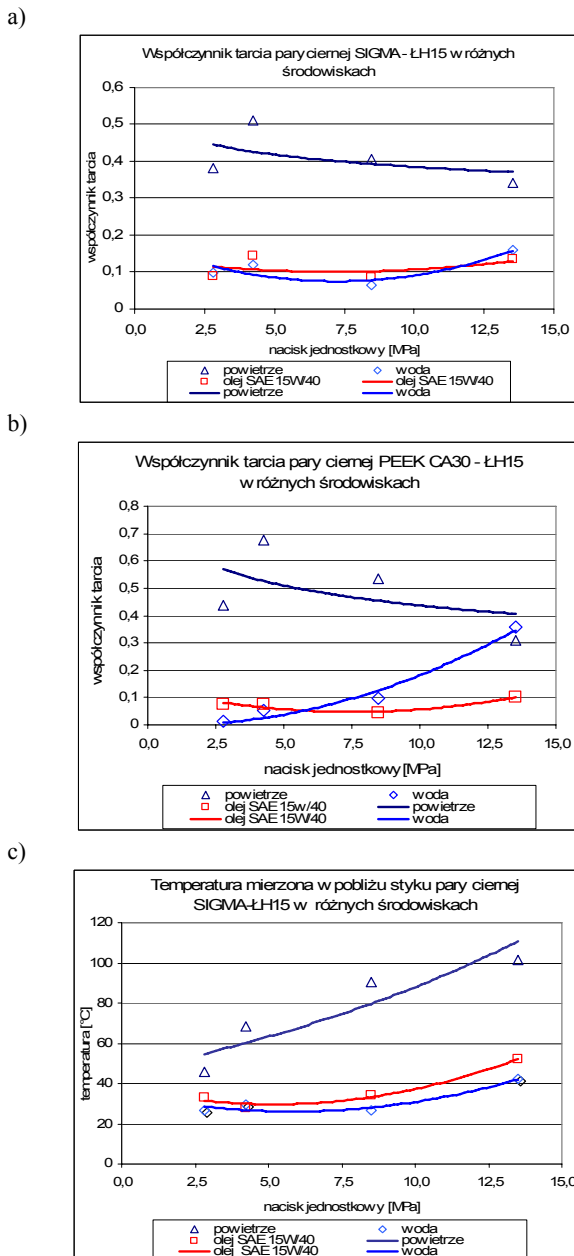
Na przeciwpróbkę w postaci krążka o średnicy 25,4mm zastosowano stal łożyskową ŁH15 wg PN (100Cr6, wg EN). Badania przeprowadzono na tribotesterze T-11 (Wilczewska i Kaczyński, 2006, 2008), gdzie realizowany jest schemat tarcia typu trzpień-tarcza. Stałymi parametrami biegów badawczych były: czas biegu wstępnego (docieranie) próbki $t=0,167h$ (pod naciskiem 0,71MPa); czas biegu badawczego $t=2h$; prędkość ślizgania równa $v=1m/s$, cztery wartości nacisków jednostkowych p w przedziale 2,8-13,5MPa. Badania powtarzano trzykrotnie dla każdego nacisku.

Cykle badawcze realizowano w trzech środowiskach: w powietrzu, w wodzie oraz w oleju SAE 15W/40. Parametrami mierzonymi w sposób ciągły podczas całego biegu badawczego były: siła tarcia F [N]; temperatura mierzona w pobliżu styku ciernego T [°C] oraz zużycie liniowe próbek z [μm].

Ocenie poddawane było również zużycie wagowe, którego wartość określono mierząc masę próbek przed i po próbie.

3. WYNIKI BADAŃ I DISKUSJA

Wyniki badań doświadczalnych przedstawiono na rysunku 1. Uzyskane wykresy przedstawiają zależności parametrów tribologicznych w funkcji nacisku (2,8 ; 4,2; 8,5 oraz 13,5MPa) w trzech środowiskach (w powietrzu, w wodzie oraz w oleju SAE 15W/40) dla par ciernych: SIGMA3-ŁH15 (rysunki 1a, 1c, 1e) oraz PEEK CA30-ŁH15 (rysunki 1b, 1d, 1f).



Rys. 1. Zależności współczynnika tarcia (a,b), temperatur mierzonych w pobliżu styku ciernego (c,d) oraz zużycia liniowego (e,f) kolejno dla SIGMA3-ŁH15 oraz PEEK CA30-ŁH15, od nacisków w trzech środowiskach: powietrzu, wodzie i oleju SAE 15W/40

Badania mikroskopowe oraz analizę składu chemicznego wykonano za pomocą mikroskopu skaningowego Hitachi S-3000N (z przystawką do mikroanalizy rentgenowskiej – EDS firmy THERMO NORAN typ QUEST). Uzyskane zdjęcia mikroskopowe warstw wierzchnich oraz skład chemiczny wybranych obszarów warstwy wierzchniej pozwoliły na analizę procesów tarcowych oraz identyfikację mechanizmów zużywania zachodzących w poszczególnych środowiskach.

3.1. Badania procesów tarcia i zużycia pary cierniej SIGMA3-LH15 oraz PEEK CA30-LH15

Porównując wszystkie krzywe uzyskane podczas badań doświadczalnych można zauważyć, iż ich charakter, dotyczący zarówno współczynnika tarcia, temperatury jak i zużycia liniowego jest w większości przypadków bardzo zbliżony. Przykładem podobieństwa mogą być krzywe ilustrujące zmiany współczynnika tarcia μ w środowisku olejowym uzyskane dla obu par ciernych, którego wartości wyliczono w sposób następujący:

$$\mu = F/N, \quad (1)$$

gdzie: μ – współczynnik tarcia, F – siła tarcia, N – zadane obciążenie.

Można tym samym sądzić, iż obydwa materiały mogą pracować w podobnych warunkach pracy, co daje podstawę do stwierdzenia, iż wybór materiałów do badań i analizy procesów tarcia i zużycia jest słuszny.

Celem pracy jest analiza procesów tarciovych zachodzących podczas tarcia w poszczególnych środowiskach dla poszczególnych par ciernych, a nie ocena porównawcza. W celu szczegółowego przedstawienia modelu fizycznego zachodzących zmian opisy mechanizmów zużywania przedstawiono oddzielnie dla każdej pary.

3.2. Badania procesów tarcia i zużycia pary cierniej SIGMA3-LH15 oraz PEEK CA30-LH15

W tabeli nr 3 przedstawiono fotografie struktur oraz skład chemiczny wybranych próbek wykonanych z materiału SIGMA3 oraz PEEK CA30 po procesie badawczym zjawisk tarciovych realizowanych we wszystkich trzech środowiskach.

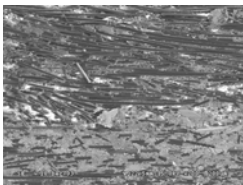
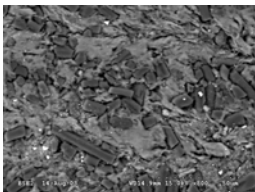
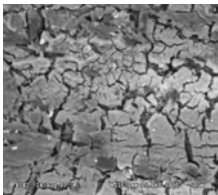
3.3. Analiza procesów tarcia i zużycia pary cierniej SIGMA3-LH15

Uzyskane zależności przedstawione na rysunku 1 pozwalają na stwierdzenie, że wartość współczynnika tarcia (rysunek 1a) w przypadku tarcia suchego jest średnio kilkakrotnie wyższy niż w przypadku tegoż parametru dla próbek pracujących w wodzie i oleju i utrzymuje się w przedziale 0,34-0,51. Wartość współczynnika tarcia w przypadku próbek pracujących w powietrzu wynosiła maksymalnie 0,51 (dla obciążenia 4,2MPa) oraz minimalna 0,34 (odpowiednio 13,5MPa). Uzyskana najniższa wartość współczynnika tarcia dla najwyższego obciążenia może być spowodowana deformacją włókien węglowych, „wciśnięciem” ich w osnowę i tym samym wyrównaniem się powierzchni cierniej.

Rysunek 1c przedstawia rozkład temperatury mierzonej w pobliżu styku ciernego także w trzech środowiskach. Najniższe wartości temperatur uzyskano podczas biegów badawczych przeprowadzanych w wodzie, nieznacznie wyższe w oleju. Można to tłumaczyć dobrym odprowadzaniem ciepła na styku ciernym oraz niską wartością współczynnika tarcia. Wartości temperatur w przypadku próbek

pracujących w powietrzu są znacznie wyższe, np. dla nacisków jednostkowych o wartości 13,5MPa wartość temperatury wyniosła ponad 100°C, co powoduje już widoczną deformację próbek. Podobnych deformacji próbek SIGMA3 nie zauważono w przypadku próbek pracujących w wodzie i oleju.

Tab. 2. Porównanie przykładowych fotografii warstw wierzchnich kompozytu SIGMA3 po tarcu w trzech w środowiskach

	SIGMA3-LH15																																								
Tarcie suche		<table><thead><tr><th></th><th>W%_{av}</th><th>A%_{av}</th></tr></thead><tbody><tr><td>C_{av}</td><td>54.09^o</td><td>65.10^o</td></tr><tr><td>O_{av}</td><td>3.43^o</td><td>3.10^o</td></tr><tr><td>F_{av}</td><td>40.78^o</td><td>31.03^o</td></tr><tr><td>Na_{av}</td><td>0.32^o</td><td>0.20^o</td></tr><tr><td>Si_{av}</td><td>0.37^o</td><td>0.19^o</td></tr><tr><td>S_{av}</td><td>0.33^o</td><td>0.15^o</td></tr><tr><td>K_{av}</td><td>0.22^o</td><td>0.08^o</td></tr><tr><td>Ca_{av}</td><td>0.25^o</td><td>0.09^o</td></tr><tr><td>Fe_{av}</td><td>0.21^o</td><td>0.05^o</td></tr></tbody></table>		W% _{av}	A% _{av}	C _{av}	54.09 ^o	65.10 ^o	O _{av}	3.43 ^o	3.10 ^o	F _{av}	40.78 ^o	31.03 ^o	Na _{av}	0.32 ^o	0.20 ^o	Si _{av}	0.37 ^o	0.19 ^o	S _{av}	0.33 ^o	0.15 ^o	K _{av}	0.22 ^o	0.08 ^o	Ca _{av}	0.25 ^o	0.09 ^o	Fe _{av}	0.21 ^o	0.05 ^o									
	W% _{av}	A% _{av}																																							
C _{av}	54.09 ^o	65.10 ^o																																							
O _{av}	3.43 ^o	3.10 ^o																																							
F _{av}	40.78 ^o	31.03 ^o																																							
Na _{av}	0.32 ^o	0.20 ^o																																							
Si _{av}	0.37 ^o	0.19 ^o																																							
S _{av}	0.33 ^o	0.15 ^o																																							
K _{av}	0.22 ^o	0.08 ^o																																							
Ca _{av}	0.25 ^o	0.09 ^o																																							
Fe _{av}	0.21 ^o	0.05 ^o																																							
Tarcie w wodzie		<table><thead><tr><th></th><th>W%_{av}</th><th>A%_{av}</th></tr></thead><tbody><tr><td>C_{av}</td><td>62.11^o</td><td>72.36^o</td></tr><tr><td>O_{av}</td><td>3.81^o</td><td>3.33^o</td></tr><tr><td>F_{av}</td><td>32.02^o</td><td>23.58^o</td></tr><tr><td>Mg_{av}</td><td>0.18^o</td><td>0.10^o</td></tr><tr><td>Si_{av}</td><td>0.38^o</td><td>0.19^o</td></tr><tr><td>S_{av}</td><td>0.26^o</td><td>0.12^o</td></tr><tr><td>Ca_{av}</td><td>0.35^o</td><td>0.12^o</td></tr><tr><td>V_{av}</td><td>0.02^o</td><td>0.01^o</td></tr><tr><td>Cr_{av}</td><td>0.04^o</td><td>0.01^o</td></tr><tr><td>Fe_{av}</td><td>0.08^o</td><td>0.02^o</td></tr><tr><td>Zn_{av}</td><td>0.73^o</td><td>0.16^o</td></tr></tbody></table>		W% _{av}	A% _{av}	C _{av}	62.11 ^o	72.36 ^o	O _{av}	3.81 ^o	3.33 ^o	F _{av}	32.02 ^o	23.58 ^o	Mg _{av}	0.18 ^o	0.10 ^o	Si _{av}	0.38 ^o	0.19 ^o	S _{av}	0.26 ^o	0.12 ^o	Ca _{av}	0.35 ^o	0.12 ^o	V _{av}	0.02 ^o	0.01 ^o	Cr _{av}	0.04 ^o	0.01 ^o	Fe _{av}	0.08 ^o	0.02 ^o	Zn _{av}	0.73 ^o	0.16 ^o			
	W% _{av}	A% _{av}																																							
C _{av}	62.11 ^o	72.36 ^o																																							
O _{av}	3.81 ^o	3.33 ^o																																							
F _{av}	32.02 ^o	23.58 ^o																																							
Mg _{av}	0.18 ^o	0.10 ^o																																							
Si _{av}	0.38 ^o	0.19 ^o																																							
S _{av}	0.26 ^o	0.12 ^o																																							
Ca _{av}	0.35 ^o	0.12 ^o																																							
V _{av}	0.02 ^o	0.01 ^o																																							
Cr _{av}	0.04 ^o	0.01 ^o																																							
Fe _{av}	0.08 ^o	0.02 ^o																																							
Zn _{av}	0.73 ^o	0.16 ^o																																							
Tarcie w oleju SAE 15W/40		<table><thead><tr><th></th><th>W%_{av}</th><th>A%_{av}</th></tr></thead><tbody><tr><td>C_{av}</td><td>86.46^o</td><td>91.28^o</td></tr><tr><td>O_{av}</td><td>9.09^o</td><td>7.20^o</td></tr><tr><td>Na_{av}</td><td>0.20^o</td><td>0.11^o</td></tr><tr><td>Mg_{av}</td><td>0.18^o</td><td>0.10^o</td></tr><tr><td>Al_{av}</td><td>0.20^o</td><td>0.09^o</td></tr><tr><td>Si_{av}</td><td>0.27^o</td><td>0.12^o</td></tr><tr><td>P_{av}</td><td>0.27^o</td><td>0.11^o</td></tr><tr><td>S_{av}</td><td>0.32^o</td><td>0.13^o</td></tr><tr><td>Cl_{av}</td><td>0.32^o</td><td>0.11^o</td></tr><tr><td>K_{av}</td><td>0.48^o</td><td>0.15^o</td></tr><tr><td>Ca_{av}</td><td>1.02^o</td><td>0.32^o</td></tr><tr><td>Fe_{av}</td><td>1.20^o</td><td>0.27^o</td></tr></tbody></table>		W% _{av}	A% _{av}	C _{av}	86.46 ^o	91.28 ^o	O _{av}	9.09 ^o	7.20 ^o	Na _{av}	0.20 ^o	0.11 ^o	Mg _{av}	0.18 ^o	0.10 ^o	Al _{av}	0.20 ^o	0.09 ^o	Si _{av}	0.27 ^o	0.12 ^o	P _{av}	0.27 ^o	0.11 ^o	S _{av}	0.32 ^o	0.13 ^o	Cl _{av}	0.32 ^o	0.11 ^o	K _{av}	0.48 ^o	0.15 ^o	Ca _{av}	1.02 ^o	0.32 ^o	Fe _{av}	1.20 ^o	0.27 ^o
	W% _{av}	A% _{av}																																							
C _{av}	86.46 ^o	91.28 ^o																																							
O _{av}	9.09 ^o	7.20 ^o																																							
Na _{av}	0.20 ^o	0.11 ^o																																							
Mg _{av}	0.18 ^o	0.10 ^o																																							
Al _{av}	0.20 ^o	0.09 ^o																																							
Si _{av}	0.27 ^o	0.12 ^o																																							
P _{av}	0.27 ^o	0.11 ^o																																							
S _{av}	0.32 ^o	0.13 ^o																																							
Cl _{av}	0.32 ^o	0.11 ^o																																							
K _{av}	0.48 ^o	0.15 ^o																																							
Ca _{av}	1.02 ^o	0.32 ^o																																							
Fe _{av}	1.20 ^o	0.27 ^o																																							

Przebieg parametru zużycia liniowego, w zależności od obciążenia przedstawiono na rysunek 1e. We wszystkich trzech przypadkach badanych środowisk w początkowym przedziale nacisków 2,8-9MPa wartości zużycia liniowego utrzymują się na podobnym poziomie od 33µm do 100 µm. Charakter pracy zmienia się nieco przy wyższych wartościach nacisków (13,5MPa). Najmniejsze zużycie uzyskano dla próbek pracujących w wodzie, natomiast nieznacznie większe w oleju. Zużycie próbek pracujących bez środka smarującego było znacznie wyższe i wyniosło 536µm. Duży przyrost temperatury na styku ciernym dla próbek pracujących w powietrzu, spowodował wzmogłą defor-

mację próbek (zwiększenie średnicy próbek) a nie ubytek masy, co wskazywałoby na nieco niższy poziom zużycia.

Analizując skład chemiczny oraz fotografie warstw wierzchnich próbek wykonanych z materiału SIGMA3 po procesie badawczym zjawisk tarciovych w powietrzu i wodzie, zarówno przy małych naciskach jak dużych wartościach obciążeń, można zauważyć widoczny bezpośredni kontakt elementów składowych kompozytu, co pozwala przypuszczać, że zużycie jest sumaryczną składową zużycie komponentów (tabela 2) Wniosek ten jest założeniem i wymaga potwierdzenia.

Dla próbek wykonanych z materiału SIGMA3 pracujących w oleju stwierdzono znaczne ilości tlenu oraz wysoki procent pierwiastków, które mogą tworzyć związki z tlenem. Tworzą się cienkie warstewki ochronne, które są przesyconymi stałymi roztworami, zbliżonymi pod względem składu do tlenków i stanowią typowo ściernochemiczną formę zużycia.

3.4. Analiza procesów tarcia i zużycia pary cierniej PEEK CA 30-LH15

Analizując wykresy zależności parametrów tribologicznych par ciernych, których jednym z elementów były próbki wykonane z materiału PEEK CA30 należy stwierdzić, że wartości współczynników tarcia (rysunek 1b) w przypadku tarcia suchego były kilkakrotnie wyższe niż dla próbek pracujących w wodzie i oleju. Zbliżoną wartość współczynnika tarcia równą 0,31 uzyskano dla par ciernych SIGMA-LH15 przy zastosowaniu maksymalnego nacisku (13,5MPa). Stwierdzono także wzrost wartości współczynnika tarcia przy pracy w wodzie wraz ze wzrostem obciążenia.

Zbliżone wartości temperatur mierzonych w pobliżu styku ciernego uzyskano dla par ciernych pracujących w wodzie i oleju przy niższych naciskach 2,8-8,5MPa. Gwałtowny wzrost temperatury zaobserwowano po przekroczeniu 8,5MPa. Wzrost ten dotyczy wszystkich próbek, pracujących w środowisku powietrza i wody. Temperatura mierzona dla próbek PEEK CA30-LH15 pracujących w oleju, jest stabilna i utrzymuje się na niskim poziomie. Niska wartość współczynnika tarcia oraz temperatury jest związana ze zmianą mechanizmu zużywania w stosunku do pracy w powietrzu i wodzie.

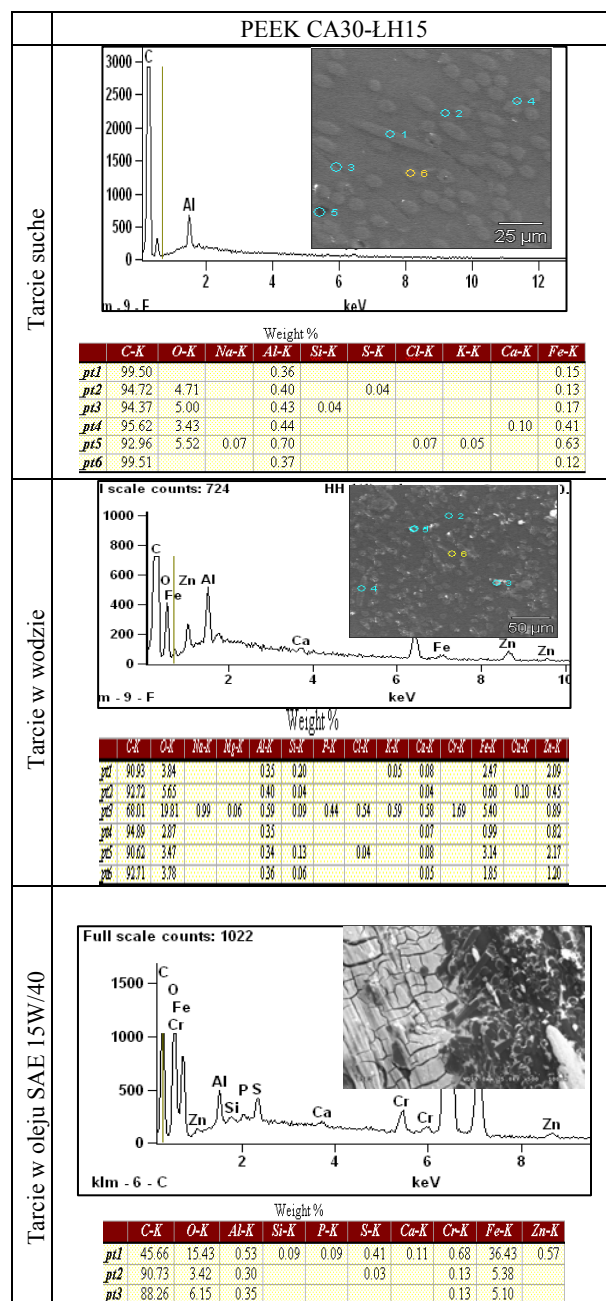
Rysunek 1f przedstawia przebieg zużycia liniowego par ciernych PEEK CA30-LH15 pracujących w trzech środowiskach. Analizując wykresy można zauważyć podobny charakter zmian w porównaniu z krzywymi uzyskanymi w przypadku par SIGMA3-LH15 przedstawionymi na rysunku 1e. Zdecydowanie różny jest poziom zużycia przy tarcu w powietrzu i wodzie.

Próbki wykonane z materiału PEEK CA30 po procesie tarcia poddano analizie porównawczej struktur warstw wierzchnich (Tab.3). Także w tym przypadku istnieje podobieństwo form zużywania przy pracy w powietrzu oraz w wodzie. W obu środowiskach charakter ścierny jest dominującym mechanizmem zużywania się próbek (wskazuje na to niska zawartość tlenu oraz pierwiastków mogących tworzyć z nim związki chemiczne).

Zasadniczą formą zużywania próbek materiałowych

oznaczonych jako PEEK CA30 pracujących w oleju (podobnie jak w przypadku próbek SIGMA3) jest ściernochemiczny model zużywania. Świadczy o tym zawartość procentowa tlenu występująca w badanych warstwach wierzchnich.

Tab. 3. Porównanie przykładowych fotografii warstw wierzchnich kompozytu PEEK CA30 po tarcu w trzech w środowiskach



W tabeli 3 na uwagę zasługuje przykładowa fotografia próbki wykonanej z materiału PEEK CA30 (po pracy w oleju) przedstawiająca charakterystyczną strukturę warstw wtórnych, które tworzą się przy pracy w środowisku chemicznie aktywnym.

4. PODSUMOWANIE

Rezultaty badań procesów tarcia i zużycia, składu chemicznego oraz fotografii struktur warstw wierzchnich próbek wykonanych z materiału SIGMA3 oraz PEEK CA30 po procesach tarcia przeprowadzonych w trzech środowiskach zilustrowano na rysunku 1 i w tabelach 2 oraz 3, pozwalają sformułować następujące wnioski:

- istnieje znacząca różnica w charakterze pracy badanych par ciernych oraz samych mechanizmach zużywania w porównaniu do próbek pracujących w oleju;
- widoczne włókna węglowe oraz znikome ślady (lub ich brak) struktur wtórnych, wskazują na dominującą ścierną formę zużywania próbek pracujących w powietrzu oraz w wodzie; świadczy o tym także, niska zawartość tlenu oraz innych pierwiastków, które mogą tworzyć z nim związki (Fe, Ca, Si, Na) w warstwie wierzchniej;
- w przypadku próbek wykonanych z materiału SIGMA3 oraz PEEK CA30 pracujących w oleju sytuacja jest odmienna; stwierdzono znaczne ilości tlenu oraz wysoki procent pierwiastków, które mogą tworzyć związki z tlenem i tym samym warstwy wtórne, co wskazuje na typowo ścierno-chemiczny charakter zużycia;
- przedstawione zasadnicze różnice w mechanizmach zużywania dla polimerów wzmocnionych włóknami węglowymi, pracujących w różnych środowiskach, pozwalają postawić tezę o istnieniu dwóch dominujących form zużywania: mechaniczno-chemicznej dla pracy w oleju tzn. w środowisku chemicznie aktywnym oraz mechanicznej formy zużywania ściernego dla pracy w powietrzu i wodzie;
- mechaniczna forma zużywania ściernego dla pracy w powietrzu i wodzie nosi binarny charakter kontaktu powierzchni ciernych. Należy przypuszczać, że suma zużyć poszczególnych komponentów (oddzielnie włókien, oddzielnie osnowy) dla obu materiałów SIGMA3 oraz PEEK CA30, jest równa całkowitemu zużyciu próbek kompozytowych, co będzie potwierdzone w dalszych badaniach;
- poznanie zasad tworzenia różnych mechanizmów zużywania połączeń ciernych dla badanych materiałów kompozytowych pozwala na identyfikację zużycia, a w przyszłości na opracowanie kompleksowych kryteriów ich doboru przy projektowaniu węzłów ciernych pracujących w środowiskach tworzących binarny charakter kontaktu powierzchni ciernych.

LITERATURA

1. **Rubin M. B., Bacharewa W. E.** (1987), Podšipniki w sudovoj tehnike, Spravocznik Sudostroenie, Issledowania rosta ustalostnyh treščin i kinetičeskie diagramy ustalostnogo razrušenija, *Fiz. Chim. Mech. Mater.*, Vol. 8, No 4, 3-22.
2. **Wang J. X., Ge S. R., Zhang X. Y., Tao R.** (2000), Process of research on tribology of fiber reinforced polymer composites, *Tribology*, 20, 76–80.
3. **Wilczewska I., Kaczyński R.** (2006), Badanie węzłów tarcia wykonanych w polimeru SIGMA-3 wzmocnianego włóknami węglowymi, *Tribologia*, Radom, 3.
4. **Wilczewska I., Kaczyński R.** (2008): Experimental tribological researches of polymer-metal couples in the different environments, *Machine Dynamics Problems*, (2008/32/2).
5. <http://www.kaprolan.pl/pdf/Ketron.pdf>

THE IDENTIFICATIONS OF FRICTION AND WEAR PROCESSES OF POLYMERS STRENGTHEN WITH CARBON FIBERS IN DIFFERENT ENVIRONMENTS

Abstract: In the paper results of: experimental researches, microscopic analysis and chemical constitution of two tribological couples consist of: plastic strengthen with carbon fibers and bearing steel, working in three environments: air, water and oil, were presented.

The researches were executed using T-11 tribotester machine, where pin-on-disc frictional couple scheme was realized.

In the paper, identification of wear type of polymers strengthen with carbon fibers working in different environments, was undertaken. The short analysis of friction and wear phenomenon of composites was presented taking into consideration the binary scheme work of analyzed friction couples.

ANALIZA UŻYTECZNOŚCI DO CELÓW DIAGNOSTYCZNYCH RÓŻNYCH SYGNAŁÓW DRGANIOWYCH GENEROWANYCH PRZEZ PRZEKŁADNIĘ ZĘBATĄ

Grzegorz WOJNAR*

* Katedra Budowy Pojazdów Samochodowych, Wydział Transportu, Politechnika Śląska, ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice

Grzegorz.Wojnar@polsl.pl

Streszczenie: Ze względu na powszechne wykorzystanie przekładni zębatych w układach przeniesienia napędu wiele ośrodków naukowych na całym świecie zajmuje się doskonaleniem metod analizy sygnałów drganiowych wykorzystywanych w procesie diagnozowania tych obiektów. Równie ważnym aspektem jest wyselekcjonowanie takiego sygnału drganiowego, który będzie niósł możliwie najwięcej informacji o zachodzącym procesie degradacyjnym. Z tego powodu w niniejszym opracowaniu dokonano porównania użyteczności niektórych sygnałów drganiowych generowanych przez przekładnię zębatą do wykrywania uszkodzeń jej łożysk i kół zębatych. Sformułowano również zalecenia dotyczące wykorzystania pewnych sygnałów do wykrywania uszkodzeń odpowiednich elementów przekładni.

1. WPROWADZENIE

W ostatnim okresie czasu pojawiło się wiele publikacji dotyczących wykrywania uszkodzeń elementów przekładni zębatych na podstawie analizy sygnałów drganiowych (Dybała i inni, 2006; Łazarz, 2001; Łazarz i inni, 2006, 2007; Oehlmann i inni, 1997). Do tego celu wykorzystywane są między innymi sygnały przyspieszeń drgań obudowy przekładni lub prędkości drgań poprzecznych wirujących wałów (Łazarz i inni, 2006, 2007).

Ze względu na występowanie zjawisk nieliniowych (Batko i inni, 2008) wywołanych m.in. luzami, nieliniowościami charakterystyk elementów sprężystych rejestrowane do celów diagnostycznych sygnały są z reguły niestacjonarne. Charakterystyki częstotliwościowe mierzonych sygnałów w istotny sposób zależą od transmitancji sygnałów składowych od źródeł do punktu pomiaru. Sygnał mierzony jest zazwyczaj splotem i superpozycją wielu sygnałów składowych i szumów (Madej i inni, 2008). Z tych powodów pomimo dynamicznego rozwoju cyfrowych metod akwizycji i przetwarzania sygnałów drganiowych w procesie diagnozowania nadal istotne jest zarejestrowanie takiego sygnału drganiowego, który będzie niósł możliwie najwięcej informacji o zachodzącym w maszynie procesie degradacyjnym. Oprócz samego punktu pomiarowego często istotny jest również kierunek, w którym jest rejestrowany sygnał drganiowy, dlatego dobry diagnosta lub zespół diagnostyczny musi posiadać obszerną wiedzę zarówno o realizowanych w maszynie procesach roboczych, jak i wiedzę z zakresu rejestracji, przetwarzania i analizy sygnałów drganiowych.

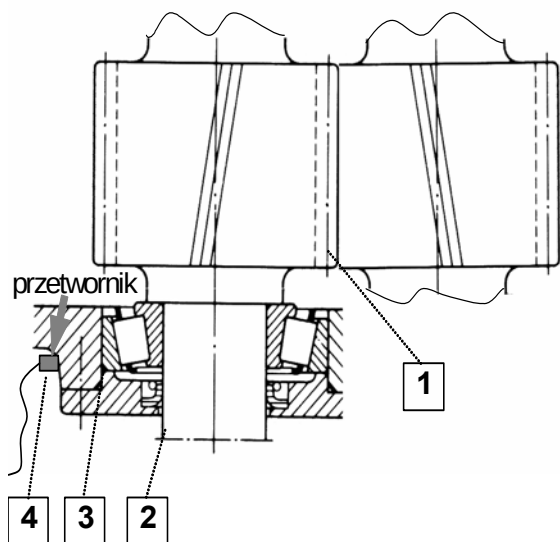
2. WYNIKI BADAŃ I ICH ANALIZA

Na podstawie wyników badań doświadczalnych przedstawionych m.in. przez Łazarza i innych (2007) można stwierdzić, iż do wykrywania uszkodzeń takich elementów przekładni zębatych jak koła zębate czy łożyska oprócz sygnału przyspieszeń drgań obudowy przekładni doskonale nadaje się mierzony wibrometrem laserowym sygnał prędkości drgań poprzecznych wałów przekładni. Efekty powodowane przez niewielkie lokalne uszkodzenie bieżni zewnętrznej są łatwiejsze do zaobserwowania w zmierzonym sygnale prędkości drgań poprzecznych wału w porównaniu do sygnału przyspieszeń drgań obudowy przekładni, ponieważ w przypadku rejestracji drgań poprzecznych wału droga sygnału generowanego przez uszkodzenie łożyska ulega skróceniu. Zostaje również wyeliminowany wpływ złożonej transmitancji układu łożysko-korpus przekładni (rysunek 1).

Przy wykorzystaniu zidentyfikowanego modelu dynamicznego przekładni zębatej (Łazarz, 2001) przeprowadzono symulacje pracy przekładni z pojedynczym lokalnym uszkodzeniem bieżni łożyska i odchyłkami wykonania kół zębatych. Porównując sygnały prędkości drgań poprzecznych wału koła z prędkościami drgań kątowych tegoż wału można stwierdzić, że znacznie łatwiejsze jest wnioskowanie o wystąpieniu uszkodzenia bieżni łożyska na pod stawie pierwszego z wymienionych sygnałów (rysunek 2a). Z kolei w drugim z sygnałów znacznie lepiej są widoczne wejścia w przypór kolejnych par zębów (rysunek 2b).

W pracy Łazarza i innych (2007) porównywano zmiany wartości miar diagnostycznych użytecznych do wykrywania wykruszenia wierzchołka zęba zębownika. Zauważono tam, że także w przypadku lokalnego uszkodzenia koła zębatego ze względu na wymienione wcześniej zalety bar-

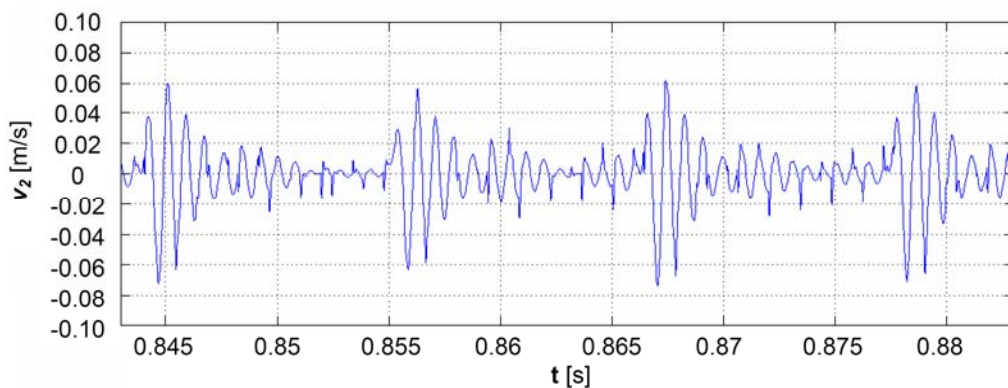
dziej użyteczny do diagnozowania jest sygnał prędkości drgań poprzecznych wału przekładni niż sygnał przyspieszeń drgań jej obudowy. Porównano także sygnały prędkości drgań poprzecznych wałów przekładni zarejestrowane w różnych kierunkach i zauważono, że najbardziej użyteczny do diagnozowania lokalnych uszkodzeń kół zębatach jest sygnał zarejestrowany w kierunku działania siły międzyzębnej.



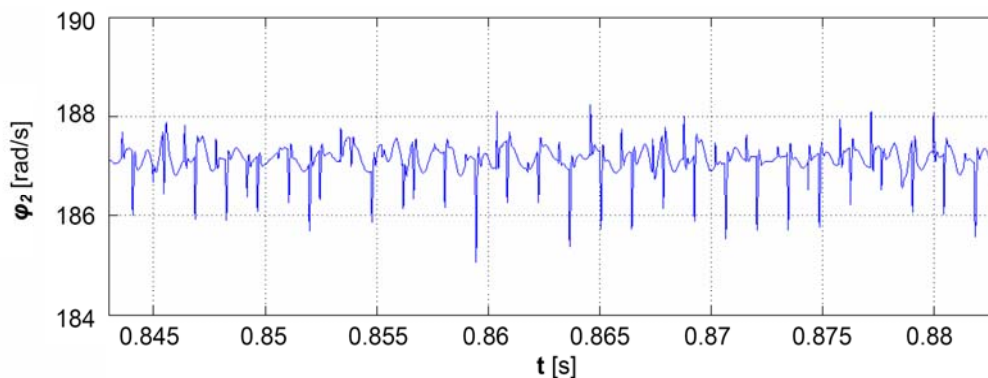
Rys. 1. Przekrój przekładni zębatej: 1 – strefa zazębienia, 2 – wał, 3 – miejsce powstawania drgań obudowy, 4 – miejsce pomiaru drgań przetwornikiem przyspieszeń (Oehlmann i inni, 1997)

W przypadku diagnozowania uszkodzeń kół zębatach na podstawie sygnałów przyspieszeń drgań obudowy przekładni lub sygnałów prędkości drgań poprzecznych wałów przekładni w pewnych warunkach dosyć trudne jest diagnozowanie uszkodzeń kół w przypadku jednoczesnego występowania uszkodzeń łożyskowania przekładni (Łazarz i inni, 2006).

Ze względu na to, iż w sygnale prędkości drgań kątowych wału koła (rysunek 2) pomimo występowania uszkodzenia łożyska tocznego znacznie lepiej są widoczne wejścia w przypór kolejnych zębów niż w sygnale prędkości drgań poprzecznych, przeprowadzono badania symulacyjne zorientowane na sprawdzenie użyteczności sygnału prędkości drgań kątowych wału do diagnozowania pęknięcia podstawy zęba. Obiektem badań była przekładnia o parametrach: liczba zębów zębniaka $z_1=16$, liczba zębów koła $z_2=24$, szerokość kół $b=20\text{mm}$, moduł normalny $m_n=4,5\text{mm}$, współczynnik przesunięcia zarysu zębniaka $x_1=0,864$, współczynnik przesunięcia zarysu koła $x_2=-0,5$, odległość osi $a_o=91,5\text{mm}$, czołowa liczba przyporu $\varepsilon_\alpha=1,32$. Prędkość obrotowa wału zębniaka wynosiła 2700 obr/min, wskaźnik obciążenia jednostkowego przekładni wynosił $Q=4\text{MPa}$. Symulowano pęknięcie podstawy zęba koła nr 4 poprzez zmniejszenie sztywności zazębienia. W celu łatwiejszej interpretacji zachodzących zjawisk obiektem badań była przekładnia o zębach prostych z zerowymi odchyłkami wykonania kół. W trakcie pracy zęba nr 3 na odcinku przyporu w zazębienie wchodzi uszkodzony ząb zębniaka nr 4.



a)

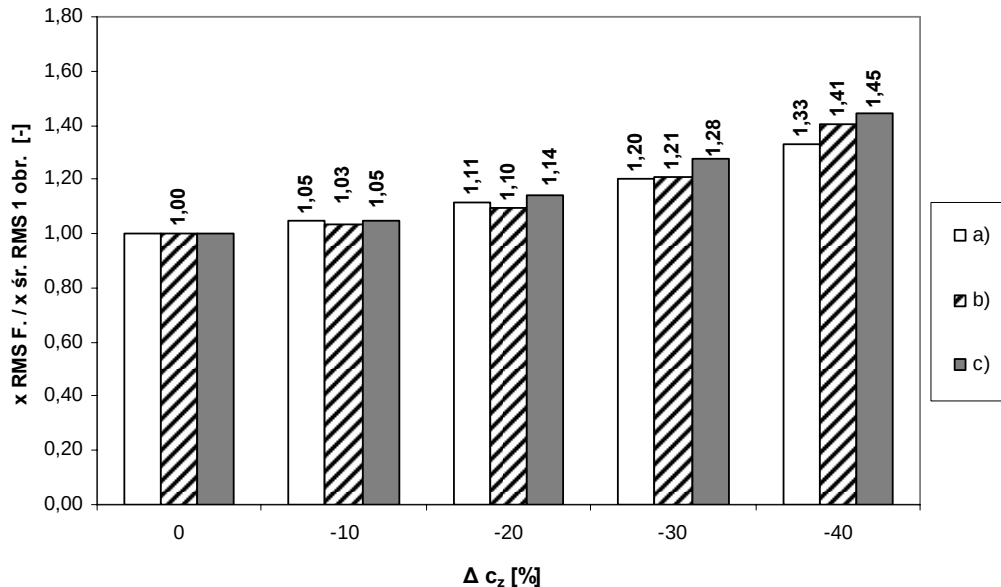


b)

Rys. 2. Sygnał prędkości drgań wału koła w przypadku wystąpienia w jednym z łożysk lokalnego uszkodzenia bieżni zewnętrznej: a) zmiany prędkości drgań poprzecznych, b) zmiany prędkości drgań kątowych

Ze względu na to, że jest on mniej sztywny od pozostałych, wchodzi on w przypór łagodniej niż pozostałe zęby zębniaka. Powoduje to, że np. wartość skuteczna fragmentu sygnału wibroakustycznego prędkości drgań wału przekładni, odpowiadającego pracy zęba nr 3 na odcinku przyporu jest mniejsza niż innych nieuszkodzonych zębów. W trakcie pracy zęba nr 4 wchodzi w przypór ząb nr 5. Ze względu na większe ugięcie zęba nr 4 spowodowane osłabieniem jego podstawy ząb zębniaka nr 5 wchodzi w przy-

pór z pewnym uderzeniem, które powoduje wzrost wartości skutecznej fragmentu sygnału prędkości drgań wału przekładni odpowiadającego pracy zęba nr 4 na odcinku przyporu. Wejście w przypór z pewnym uderzeniem zęba zębniaka nr 5 powoduje także pewien wzrost wartości skutecznej sygnału WA już po wyjściu z przyporu zęba nr 4. Jest to oczywiście uzależnione od prędkości obrotowej wałów przekładni, czołowej liczby zębów i innych parametrów.



Rys. 3. Stosunek wartości skutecznej fragmentu sygnału odpowiadającego pracy pękniętego i kolejnego zęba zębniaka do średniej wartości skutecznej fragmentu sygnału odpowiadającego jednemu obrotowi diagnozowanego koła zębatego obliczany na podstawie sygnału: a) prędkości drgań poprzecznych wału koła, b) prędkości drgań poprzecznych wału zębniaka, c) prędkości drgań kątowych wału koła

Z powyższych powodów w celu porównania użyteczności analizowanych sygnałów WA przyjęto względnie prosty obliczeniowo stosunek wartości skutecznej fragmentu sygnału odpowiadającego pracy pękniętego i kolejnego zęba zębniaka do średniej wartości skutecznej fragmentu sygnału odpowiadającego jednemu obrotowi diagnozowanego koła zębatego. W celu łatwiejszej interpretacji uzyskane wyniki odniesiono do wartości uzyskanych dla przekładni bez uszkodzeń i przedstawiono na rysunku 3. Przy tym samej wartości zmniejszenia sztywności zazębienia odpowiadającego symulowanemu pęknięciu podstawy zęba zaproponowana miara osiąga najwyższe wartości w przypadku, gdy jest obliczana na podstawie sygnału prędkości drgań kątowych wału koła (rysunek 3c). Uzyskane wyniki świadczą o tym, iż sygnał ten może nieść, co najmniej tyle samo informacji o uszkodzeniu koła zębatego, co sygnał prędkości drgań poprzecznych wału. Ponadto obserwując rysunek 2 można zauważyć, że sygnał prędkości drgań poprzecznych wału jest stosunkowo wrażliwy na lokalne uszkodzenia bieżni łożysk w przeciwieństwie do sygnału prędkości drgań kątowych wału.

Jeżeli zaproponowana miara wykazuje wrażliwość na zmiany analizowanych sygnałów, spowodowane symulowanym uszkodzeniem zęba koła (rysunek 3), to diagnozowanie z wykorzystaniem bardziej zaawansowanych metod przetwarzania sygnału będzie jeszcze bardziej efektywne.

3. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych badań i analiz można stwierdzić, że:

- W przypadku diagnozowania przekładni zębatych zorientowanego na wykrywanie uszkodzeń łożysk przekładni zaleca się pomiar i analizę sygnału prędkości drgań poprzecznych jej wałów.
- W przypadku diagnozowania przekładni zębatych zorientowanego na wykrywanie uszkodzeń kół zębatych przekładni zaleca się pomiar i analizę sygnału prędkości drgań kątowych wspartą pomiarem i analizą sygnału prędkości drgań poprzecznych jej wałów.
- Wykorzystanie sygnałów prędkości drgań poprzecznych i kątowych wałów przekładni w połączeniu z wrażliwymi wskaźnikami diagnostycznymi może stworzyć możliwość stosunkowo łatwego wykrywania uszkodzeń kół zębatych w obecności uszkodzeń łożyskowania.
- Wnioski płynące z niniejszych analiz powinny zostać zweryfikowane na podstawie wyników badań doświadczalnych, które w najbliższym czasie będą prowadzone przez autora niniejszego opracowania.

LITERATURA

1. **Batko W., Dąbrowski Z., Kiciński J.** (2008), *Nonlinear effects in technical diagnostics*, Wydawnictwo Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacji - PIB, Radom.
2. **Dybała J., Mączak J., Radkowski St.** (2006), *Wykorzystanie sygnału wibroakustycznego w analizie ryzyka technicznego*, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji – PIB, Warszawa-Radom.
3. **Łazarz B.** (2001), *Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej jako podstawa projektowania*, Monograficzna seria wydawnicza Biblioteka Problemów Eksploatacji – Studia i Rozprawy, Katowice-Radom.
4. **Łazarz B., Madej H., Wilk A., Figlus T., Wojnar G.** (2006), *Diagnozowanie złożonych przypadków uszkodzeń przekładni zębatych*, Monograficzna seria wydawnicza Biblioteka Problemów Eksploatacji, Katowice-Radom.
5. **Łazarz B., Wojnar G., Czech P.** (2007), *Wibrometria laserowa i modelowanie – narzędzia współczesnej diagnostyki przekładni zębatych*, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji – PIB, Katowice-Radom.
6. **Madej H., Łazarz B., Wojnar G.** (2008), Zastosowanie analizy falkowej w diagnozowaniu uszkodzeń układu wymiany ładunku silnika spalinowego, *ZI. WIBROTECH 2008*, Kraków.
7. **Oehlmann H., Brie D., Tomczak M., Richard A.** (1997), A Method for Analysing Gearbox Faults Using Time-Frequency Representations, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 11 (4).

ANALYSIS OF USEFULNESS OF DIFFERENT VIBRATIONS SIGNALS FOR TOOTHED GEAR DIAGNOSTICS

Abstract: Since toothed gears are universally used in drive transmission systems, lots of scientific research centers around the world try to perfect methods of vibration analysis (vibration signals are used to diagnose these drive elements). Another equally important issue is how to select an appropriate vibration signal carrying highest possible amount of information on advancing degradation process. For this reason the current work deals with comparison of usefulness of some vibration signals generated by toothed gear in bearings and gear wheels fault detection. Recommendations how to use some signals in gear elements fault detection are set in the paper as well.

NIEKLASYCZNE PODEJŚCIE DO ZADANIA OPTIMALIZACJI Z WYKORZYSTANIEM NARZĘDZI WIRTUALNEJ RZECZYWISTOŚCI

Jerzy WRÓBEL*, Konrad OKULICZ**

*Instytut Podstaw Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa

**University of Applied Sciences, Cologne

jerzy.wrobel@simr.pw.edu.pl, konrad.okulicz@fh-koeln.de

Streszczenie: W pracy dokonano krytycznego przeglądu prac związanych z zastosowaniem klasycznego, matematycznego podejścia do zadania optymalizacji w procesie projektowania. Przedstawiono także ogólne zasady konstrukcji sformułowane przez prof. Zbigniewa Osińskiego wraz z ich zapisem matematycznym. Zaproponowano podejście nieklasyczne, polegające na realistycznej symulacji w środowisku wirtualnej rzeczywistości przy aktywnym uczestnictwie decydentów, którzy podejmują decyzje związane z wyborem „najlepszego” rozwiązania. Jako przykład takiego podejścia przedstawiono wyniki projektu, polegającego na optymalizacji linii montażowej przekładni zębatej.

1. WSTĘP

Zadanie optymalizacji jest wielokrotnie formułowane i rozwiązywane w bardziej lub mniej sformalizowany sposób w niemal wszystkich pracach inżynierskich a szczególnie w procesie projektowania. Znaczenie optymalizacji podkreślają praktycznie wszyscy Autorzy prac poświęconych nauce o projektowaniu (np.: Dietrych, 1978; Osiński i Wróbel, 1995; Pahl i Beitz) a metody optymalizacji wykładane są na większości kierunków technicznych. Analiza wielu pochodzących z przemysłu przykładów klasycznego podejścia, bazującego na ściśle matematycznym zapisie zadania optymalizacji, wskazuje na częste kłopoty nie tylko z rozwiązaniem ale i z samym sformułowaniem zadania, a więc z określeniem zmiennych decyzyjnych, ograniczeń i kryteriów. Problem ten podnoszony jest w pracach Okulicza i Wróbla (2008 oraz Tarnowskiego (2008), ale pośrednio dostrzegany jest w pracach Dietrycha (1978), Osińskiego i Wróbla (1995) oraz Pahla i Beitz (1984). W pracy zostanie zaproponowane podejście nieklasyczne, polegające na realistycznej symulacji w środowisku wirtualnej rzeczywistości, przy aktywnym uczestnictwie decydentów, którzy podejmują decyzje związane z wyborem „najlepszego” rozwiązania

2. OGÓLNE ZASADY KONSTRUKCJI WG. PROFESORA ZBIGNIEWA OSIŃSKIEGO

Problemom optymalizacji poświęcone są ogólne zasady konstrukcji sformułowane przez profesora Zbigniewa Osińskiego (1995). Pierwsza ogólna zasada brzmi następująco:

Konstrukcja powinna spełniać wszystkie wymagania w stopniu nie gorszym od założonego.

Jednoznaczne określenie wszystkich wymagań nie jest łatwe, ale zwykle daje się określić pewne minimum związane zwykle z dopuszczeniem do użytkowania. Dopusz-

czenie wygląda inaczej dla różnych maszyn (homologacje, certyfikaty, znaki bezpieczeństwa itp.).

Druga ogólna zasada konstrukcji głosi abyśmy – mając świadomość, że zwykle istnieje wiele konstrukcji dobrych – zawsze starali się znaleźć konstrukcję „najlepszą” – optymalną.

Konstrukcja powinna być optymalna (polioptymalna) ze względu na wybrane kryterium optymalizacji (polioptymalizacji).

Matematyczny zapis ogólnych zasad konstrukcji wymaga zapisu samej konstrukcji, zapisu wymagań i zapisu kryteriów optymalizacji.

Zapis konstrukcji, przy powszechnym stosowaniu wektorowych edytorów rysunków (systemów CAD) to zbiór powiązanych ze sobą elementów rysunkowych zapisanych w rysunkowej bazie danych i zlokalizowanych w globalnym układzie współrzędnych.

Zapis pierwszej ogólnej zasady konstrukcji:

$$x_k \in \Phi, \quad (1)$$

gdzie: x_k – zapis konstrukcji, Φ – zbiór konstrukcji poprawnych.

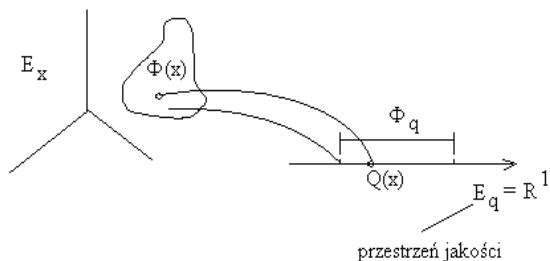
Z drugiej ogólnej zasady konstrukcji wynika, że należy maksymalizować lub minimalizować przyjęte kryteria optymalizacji.

$$Q(x_k) = (q_1(x_k), \dots, q_m(x_k)), \quad (2)$$

Przy matematycznym zapisie zasad konstrukcji wygodnie jest wprowadzić pojęcie *modelu matematycznego konstrukcji*. Model ten to:

x_k zapis konstrukcji;
 $\Phi(x_k)$ zapis ograniczeń (wymagań);
 $Q(x_k)$ zapis m kryteriów optymalizacji.

W zadaniu optymalizacji występuje jedno kryterium. Przestrzeń kryterialna (przestrzeń jakości) E_q jest więc jednowymiarowa. Rysunek 1 ilustruje graficznie zadanie optymalizacji.



Rys. 1. Graficzna ilustracja zadania optymalizacji

Rozwiązanie optymalne to takie rozwiązanie, które jest poprawne czyli jeszcze należy do zbioru Φ , ale wartość kryterium osiąga ekstremum globalne. W przypadku minimalizacji można to zapisać następująco:

$$\left(\hat{x} \in \Phi \right) : \bigwedge_{x \in \Phi} Q(x) \geq Q(\hat{x}), \quad (3)$$

Aby znaleźć $\hat{x}$ - rozwiązanie optymalne należy zbudować matematyczny model konstrukcji a następnie wykorzystać jedną z metod optymalizacji.

W przypadku polioptymalizacji występuje wiele kryteriów optymalizacji. Przestrzeń kryterialna jest więc wielowymiarowa.

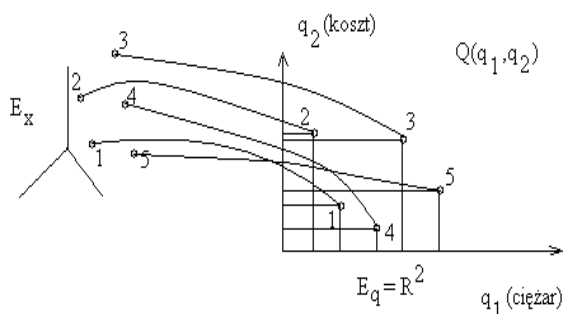
Konstrukcją polioptymalną (w sensie Pareto) jest każda konstrukcja poprawna, dla której nie istnieje w zbiorze konstrukcji poprawnych konstrukcja dominująca ją („lepsza”).

Rozwiązanie konstrukcyjne x_1 *dominuje* (jest „lepsze” od) x_2 , (tylko dla przypadku minimalizacji wszystkich kryteriów) gdy

$$q_i(x_1) \leq q_i(x_2), \quad i = 1, \dots, m, \quad (4)$$

a przynajmniej jedna nierówność (4) jest ostra.

Jako przykład ilustrujący definicję rozwiązania polioptymalnego rozpatrzmy sytuację, w której zbiór dopuszczalnych rozwiązań jest dyskretny i składa się z pięciu elementów (1, 2, 3, 4, 5). Jednocześnie istnieją dwa kryteria: q_1 (np. ciężar, który powinien być minimalizowany) i q_2 (np. koszt, który także powinien być minimalizowany) co przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Ilustracja graficzna zadania polioptymalizacji

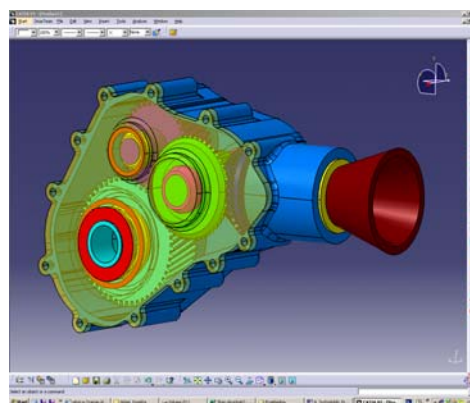
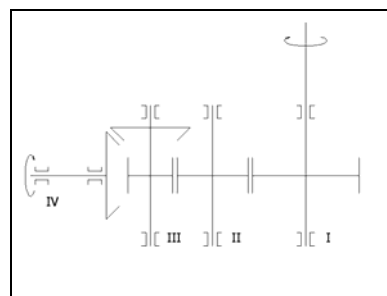
Łatwo zauważyć, że rozwiązaniami polioptymalnymi są 1, 2 i 4. Aby znaleźć rozwiązanie polioptymalne należy zbudować matematyczny model konstrukcji a następnie wykorzystać jedną z metod polioptymalizacji.

3. NIEKLASYCZNE PODEJŚCIE DO ZADANIA OPTIMALIZACJI

Jak podkreślono we wstępie klasyczne, ściśle matematyczne, podejście do zadania optymalizacji często wiąże się z trudnościami w sformułowaniu zadania, a więc w określeniu wielkości decyzyjnych, ograniczeń i kryteriów. Mogą się także pojawiać trudności natury obliczeniowej w samym poszukiwaniu rozwiązaniu optymalnego, a w przypadku zadania polioptymalizacji, a takich zadań jest najwięcej w praktyce inżynierskiej, w określeniu preferencji decydenta w procesie decyzyjnym.

Istotnym ułatwieniem, szczególnie przy określaniu preferencji i podejmowaniu decyzji, może być możliwe realistyczna symulacja najważniejszych etapów związanych z cyklem „życia” projektowanej maszyny. Wiele możliwości w tym zakresie daje technologia rzeczywistości wirtualnej (VR – Virtual Reality). Technologia VR rozszerza tradycyjną symulację komputerową o nowy interfejs „człowiek-maszyna”, który pozwala użytkownikowi, którym może być projektant, lub grupie użytkowników, nie tylko oglądać symulowany proces, ale także bezpośrednio oddziaływać na ten proces (Okulicz, 2004; Okulicz i Wróbel, 2008).

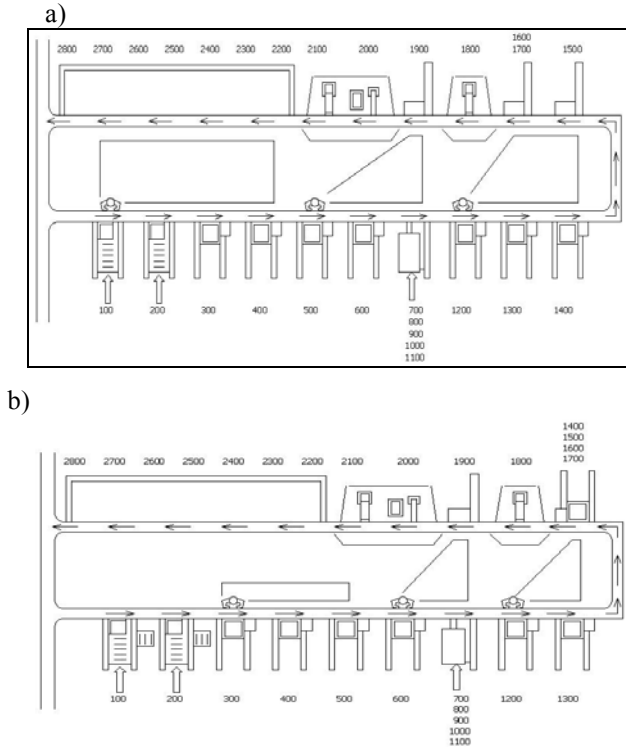
4. PRZYKŁAD OPTIMALIZACJI LINII MONTAŻOWEJ PRZEKŁADNI ZĘBATEJ W ŚRODOWISKU VRML



Rys. 3. Schemat przekładni zębatej i jej model CAD

Jako przykład nieklasycznego podejścia do zadania optymalizacji przedstawiono wyniki projektu, polegającego na optymalizacji już istniejącej linii montażowej przekładni zębatej do samochodu Mazda, w środowisku wirtualnej rzeczywistości przy aktywnym uczestnictwie decydentów.

Na rysunku 3 przedstawiono schemat przekładni i jej model 3D powstały w systemie CATIA V5. Na rysunku 4a przedstawiono schemat linii montażowej tej przekładni (28 operacji).



Rys. 4. Schemat linii montażowej przekładni: a) przed optymalizacją, b) po optymalizacji

W projekcie uwzględniono różne kryteria optymalizacji w tym kryteria ekonomiczne (koszt i czas montażu przekładni, wymagana liczba pracowników i ich obciążenie pracą na poszczególnych stanowiskach), ale także kryteria związane z bezpieczeństwem, ergonomią i jakością. Niektóre z tych kryteriów były łatwe do obliczenia ale inne były szacowane dopiero podczas symulacji w środowisku VR. W wyniku optymalizacji linii montażowej (rysunek 4b) uzyskano poprawę większości kryteriów.

5. ZAKOŃCZENIE

Nieklasyczne podejście do zadania optymalizacji z wykorzystaniem narzędzi wirtualnej rzeczywistości staje się skutecznym narzędziem szczególnie w zadaniach, gdzie w procesie decyzyjnym w aktywny sposób uczestniczy zespół ekspertów. Potwierdza to przykład optymalizacji linii montażowej przekładni zębatej.

LITERATURA

1. **Dietrych J.** (1978), *System i konstrukcja*, Warszawa, WNT.
2. **Okulicz K.** (2004), VR-based approach to manufacturing process planning, *International Journal of Production Research*, Vol. 42, 3493-3504.
3. **Okulicz K., Wróbel J.** (2008), Non classical formulation and solution of design optimization problems in virtual reality environment, "Design Methods for Industrial Design" edited by R. Rohatyński, Wyd. UZ, 181-186.
4. **Osiński Z., Wróbel J.** (1995), *Teoria konstrukcji*, PWN, Warszawa.
5. **Pahl G., Beitz W.** (1984), *Nauka konstruowania*, WNT, Warszawa..
6. **Tarnowski W.** (2008), Constrains-based poly-optimization, "Design Methods for Industrial Design" edited by R. Rohatyński, Wyd. UZ, 69-76.

NON CLASSICAL APPROACH TO OPTIMIZATION PROBLEMS WITH THE APPLICATION OF VIRTUAL REALITY TOOLS

Abstract: The critical revue of papers devoted classical mathematical approach to optimization problems in the design process is presented. The general design principles formulated by professor Osiński are described together with their mathematical description. The non classical mathematical approach to optimization problems in the design process is proposed. This approach is based on realistic simulation generated in virtual reality environment and active participation of decision makers in design process. The optimization of assembling process of gear box is considered as an example of this approach.

LEPKOPLASTYCZNE ZWIĄZKI KONSTYTUTYWNE DLA SPECJALNYCH STRUKTUR GRANULOWANYCH

Robert ZALEWSKI*

*Instytut Podstaw Budowy Maszyn, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Politechnika Warszawska,
ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa

robertzalewski@wp.pl

Streszczenie: W pracy podjęto próbę opisu nieliniowych zachowań specjalnych struktur granulowanych za pomocą lepkoplastycznych związków konstytutywnych zbudowanych dla metali. Specjalne struktury granulowane budowane są na bazie luźnego granulatu umieszczonego w szczelnej przestrzeni, w której w następnym etapie wytwarza się podciśnienie. Wartość zadanego podciśnienia wewnętrznego determinuje globalne właściwości fizyczne tak utworzonego konglomeratu. W procesie modelowania zastosowano prawo Chaboche'a oraz Bodnera-Partoma. Dokonano weryfikacji zidentyfikowanych modeli konstytutywnych z bezpośrednimi wynikami eksperymentalnymi.

1. WSTĘP

Specjalne struktury granulowane budowane są na bazie luźnego materiału sypkiego umieszczonego w szczelnej, plastomerowej osnowie, w której wytwarza się podciśnienie. Zabieg taki sprawia, że plastyczna pierwotnie masa granulowana przybiera praktycznie dowolną postać i radykalnie zmienia swoją konsystencję z podobnej do lepkiej cieczy na typową dla ciał stałych.

Ta wyjątkowa cecha sprawia, że szczególnie interesujące wydają się być zastosowania inżynierskie tego typu struktur. Przykładem praktycznego wykorzystania specjalnych struktur granulowanych jest zastosowanie ich w tzw. materacach próżniowych będących praktycznie standardowym wyposażeniem zespołów ratunkowych we Francji.

Z punktu widzenia szeroko rozumianej mechaniki, ciekawszą cechą granulowanych zespołów jest możliwość kontrolowanej zmiany ich właściwości mechanicznych za pomocą wygodnego w sterowaniu parametru podciśnienia.

W poprzednich pracach autorów badano możliwości zastosowania tego typu materiałów w semi-aktywnym tłumieniu drgań lub hałasu (np. Bajkowski i inni, 2007; Zalewski i inni, 2007a, b).

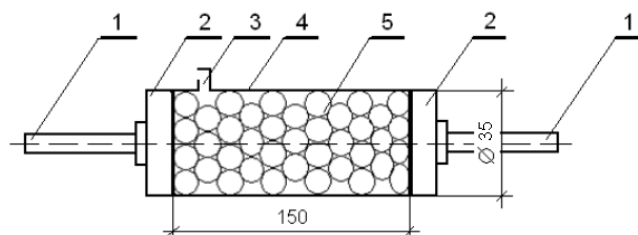
W niniejszej pracy podjęto próbę zastosowanie typowych związków konstytutywnych zbudowanych dla metali do opisu nieliniowych właściwości specjalnych struktur granulowanych.

2. BADANIA

Do badań zastosowano specjalnie zbudowaną cylindryczną próbkę. Jej schemat zilustrowano na rysunku 1.

Wykorzystując specjalne metalowe uchwyty (1) umożliwiono montaż próbki w szczękach maszyny wytrzymałościowej MTS 809. Plastomerowa powłoka (4) została przy-

twierdzona do dwóch stalowych tarcz (2). Za pomocą zaworu (3) wytwarzano wcześniej założoną wartość podciśnienia wewnętrznego. W pracy skupiono się na badaniach granulatu polipropylenowego (5). Kształt pojedynczego ziarna był cylindryczny: 1mm-średnica, 2 mm – długość.

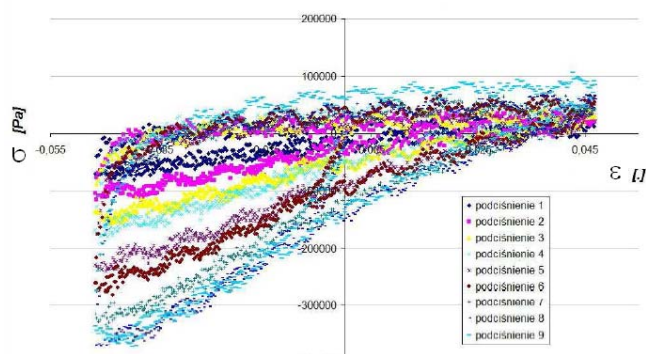


Rys. 1. Schemat próbki badawczej

Brak jakiegokolwiek literatury dotyczącej badań właściwości mechanicznych specjalnych struktur granulowanych sprawił, że autorzy musieli rozwiązać szereg problemów związanych z ustaleniem ogólnych standardów obowiązujących przy przeprowadzaniu prób jednoosiowych dla specjalnych struktur granulowanych. Tematykę tę poruszają m.in. prace Zalewskiego (2005), Bajkowskiego i Zalewskiego (2008) oraz Zalewskiego i Bajkowskiego (2008b).

Przy zastosowaniu dodatkowych założeń opisanych w pracy Zalewskiego (2005) uzyskano rezultaty eksperymentalne przedstawione na rysunku 2.

Na szczególną uwagę zasługuje fakt wyraźnej zmiany właściwości fizycznych struktur w zależności od zadanego kierunku obciążenia. Dodatkowo warto zauważyć, że wraz ze wzrostem wartości podciśnienia obserwuje się zdecydowaną zmianę właściwości dyssypacyjnych badanych materiałów. W przypadku naprężeń ściskających obserwuje się ponad czterokrotny wzrost wartości naprężeń występujących dla tej samej wartości zadanego odkształcenia (rysunek 2).



Rys. 2. Przykładowe wyniki prób cyklicznego obciążania próbki specjalnej struktury granulowanej dla zmiennych wartości podciśnienia

Szczegółowy opis przeprowadzonych badań oraz szerszą analizę otrzymanych rezultatów eksperymentalnych można odnaleźć w pracach Zalewskiego (2005) lub Zalewskiego i Bajkowskiego (2008a).

3. MODELOWANIE

Literatura światowa dotycząca przeglądu modeli konstytutywnych stali i innych metali jest bardzo obszerna (np. Woźnica, 1997). Spośród najpopularniejszych modeli lepkoplastycznych w niniejszej wybrano dwa: Chaboche'a oraz Bodnera-Partoma.

Wyboru takiego dokonano w związku z dużą uniwersalnością wspomnianych modeli. Przy ich użyciu z powodzeniem opisywano nieliniowe zachowanie zarówno wspomnianej stali (Woźnica, 1997) jak i polimerów (Pyrz i Zairi, 2007) czy też powłok tekstylnych (Zagubień, 2002).

3.1 Model Chaboche'a

Obszerny opis modelu Chaboche'a został przedstawiony np. w pracy Lemaitre i Chaboche (1990). Występująca w nim prędkość plastycznego płynięcia jest formułowana jako zależność

$$\dot{\mathbf{E}}' = \frac{2}{3} \cdot \dot{\mathbf{p}} \cdot \frac{\mathbf{S}' - \mathbf{X}'}{J(\mathbf{S}' - \mathbf{X}')}, \quad (1)$$

gdzie: $\dot{\mathbf{E}}'$ prędkość odkształcenia plastycznego w formie tensorowej, $\dot{\mathbf{p}}$ – zakumulowana prędkość odkształcenia, $\mathbf{S}'$ – dewiator tensora naprężenia oraz $\mathbf{X}'$ – funkcja wzmocnienia kinematycznego. Wartość wyrażenia opisującego akumulowaną prędkość odkształcenia plastycznego wyraża się jako:

$$\dot{\mathbf{p}} = \eta \cdot \left\langle \frac{J(\mathbf{S}' - \mathbf{X}') - R - k}{K} \right\rangle^{\frac{1}{m}}, \quad (\eta = 1, 0[1/s]), \quad (2)$$

gdzie: $1/m = n$ jest współczynnikiem lepkości, k – granica plastyczności, K – funkcja wytrzymałości plastycznej, R – funkcja wzmocnienia izotropowego, symbol J oznacza niezmiennik.

Rozpatrując przypadek jednoosiowego obciążenia możemy zapisać równanie (1) w formie:

$$\dot{\varepsilon}' = \eta \cdot \left\langle \frac{|\sigma - X| - R - k}{K} \right\rangle^n \cdot \text{sgn}(\sigma - X), \quad (3)$$

$$\dot{X} = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \dot{\varepsilon}' - c \cdot X \cdot |\dot{\varepsilon}'|, \quad (4)$$

$$\dot{R} = b \cdot (Q - R) \cdot |\dot{\varepsilon}'|, \quad (5)$$

gdzie: a , c , b , Q są parametrami funkcji wzmocnienia kinematycznego i izotropowego.

Ostatecznie model Chaboche'a przybiera postać następującego równania

$$\sigma = k + \frac{2}{3} \frac{a}{c} \left[1 - \exp(-c \varepsilon') \right] + Q \left[1 - \exp(-b \varepsilon') \right] + K \varepsilon'^m \quad (6)$$

Tak opisany model zawiera osiem stałych materiałowych (a , c , E , k , Q , b , K , m), których wartości należy określić. Niektóre z nich można otrzymać na podstawie odpowiednich eksperymentów badawczych, inne wymagają zastosowania metod identyfikacyjnych.

3.2 Model Bodnera-Partoma

Rozpatrując podobnie jak w poprzednim przykładzie przypadek jednoosiowego obciążania próbki możemy przedstawić model Bodnera-Partoma za pomocą następujących równań:

$$\dot{\varepsilon}' = \frac{2}{\sqrt{3}} D_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R + D}{\sigma} \right)^{2n} \frac{n+1}{n} \right] \text{sgn}(\sigma), \quad (7)$$

$$R = R_1 \left[1 - \exp(-m_1 W^I) \right] + R_0 \exp(-m_1 W^I), \quad (8)$$

$$D = D_1 \left[1 - \exp(-m_2 W^I) \right], \quad (9)$$

gdzie R oznacza funkcję opisującą wzmocnienie izotropowe materiału, D jest funkcją związaną ze wzmocnieniem kinematycznym. Dodatkowo występujące we wzorach (7 – 9) parametry D_0 , D_1 , R_0 , R_1 , m_1 , m_2 , n są stałymi materiałowymi, których wartości należy wyznaczyć na podstawie wyników uzyskanych z odpowiednio przeprowadzonych badań laboratoryjnych. Wyrażenie $\dot{W}^I = \sigma \dot{\varepsilon}'$ opisuje moc plastycznego wzmocnienia materiału. Wyrażenie (7) można także zapisać w postaci funkcjonu wiążącego naprężenie, zmienne związane z funkcjami wzmocnień materiałowych oraz prędkością odkształcenia plastycznego:

$$\frac{\sigma}{R + D} = f(\dot{\varepsilon}'), \quad (10)$$

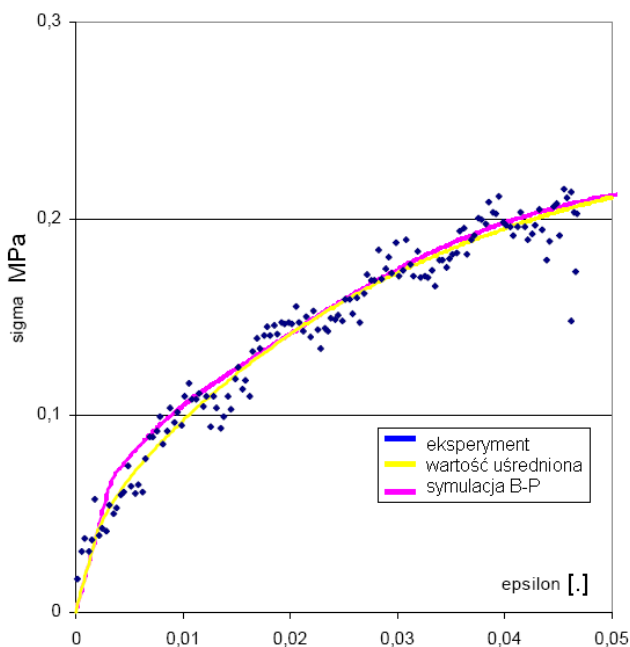
oraz

$$\frac{\sigma}{R + D} = \left[\frac{2n}{n+1} \ln \left(\frac{2D_0 \text{sgn} \sigma}{\sqrt{3} \dot{\varepsilon}'} \right) \right]^{-\frac{1}{2n}} \quad (11)$$

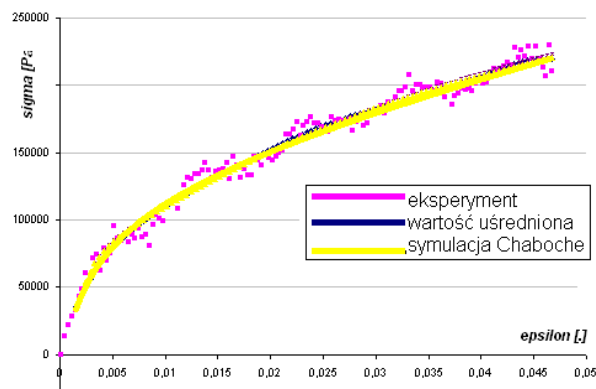
Parametr D_0 , określający maksymalną wartość prędkości odkształcenia zwyczajowo przyjmowany jest arbitralnie. Powołując się na Bodnera i Partoma (1972) lub Bodnera i Partoma (1975), jego wartości tablicowe dla statycznych i dynamicznych obciążeń przybierają odpowiednio wartości $D_0=10^4 s^{-1}$ i $D_0=10^8 s^{-1}$.

4. WYNIKI

W prezentowanej pracy ze względu na ograniczenia edytorskie całkowicie pominięto problem identyfikacji modeli konstytutywnych. Wcześniejsze prace autorów skupiały się na omówieniu zarówno klasycznych metod analitycznych (np. Zalewski, 2005) jak i podejmowały próby adaptacji wybranych metod numerycznych umożliwiających estymację parametrów materiałowych omawianych równań konstytutywnych (Zalewski, 2005; Pyrz i Zairi, 2007).



Rys. 3. Modelowanie zachowania próbki ABS o średnicy 35mm i podciśnienia 0,05MPa równaniem Bodnera-Partoma



Rys. 4. Modelowanie zachowania próbki ABS o średnicy 35mm i podciśnienia 0,05MPa równaniem Chaboche'a

W dalszej części zaprezentowane zostaną finalne wyniki weryfikacji modeli Chaboche'a oraz Bodnera-Partoma z bezpośrednimi rezultatami eksperymentalnymi. Przykładowe rezultaty zestawienia bezpośrednich rezultatów eksperymentalnych z ich odpowiednikami numerycznymi zaprezentowano na rysunkach 3 i 4.

Na tle bezpośrednich rezultatów eksperymentalnych wykreślono wyniki symulacji numerycznych odkształcenia próbki struktury granulowanej w próbie jednoosiowego ściskania. Zastosowana w badaniach próbka o średnicy 35 [mm] została wypełniona granulatem z materiału ABS. Modelowano jej zachowanie przy podciśnieniu wewnętrznym $p=0,05MPa$ i prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon} = 0,003[.]$

5. PODSUMOWANIE

Z danych zaprezentowanych na rysunkach 3 i 4 można wywnioskować, że lepkoplastyczne modele konstytutywne Chaboche'a i Bodnera-Partoma dobrze opisują nieliniowy zakres odkształceń próbek struktur granulowanych.

W jednym i drugim przypadku krzywe eksperymentalne i numeryczne praktycznie się pokrywają.

Dalsze prace związane z badaniami i modelowaniem zachowań specjalnych struktur granulowanych powinny dostarczyć niezbędnych informacji umożliwiających wzbogacenie opisywanych modeli o parametr podciśnienia.

LITERATURA

1. Bajkowski J., Tadzik P., Zalewski R. (2007), Nowe możliwości aktywnego tłumienia drgań, *8th Conference on Active Noise and Vibration Control Methods*, Kraków-Kraczyń, 42-44.
2. Bajkowski J., Zalewski R. (2008), Experimental research of the influence of underpressure on force values acquired in granular beams bending tests, *TRANSACTIONS of the VŠB, Technical University of Ostrava Metallurgical Series*, 1, 179-186
3. Bodner S. R., Partom Y. (1975), Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening materials, *ASME, J. Appl. Mech.*, 42, 385-389.
4. Bodner S. R., Partom Y. (1972), Dynamic inelastic properties of materials, Part II, Representation of time-dependent characteristics of metals, *Proc. 8th Cong. of ICAS*, Amsterdam.
5. Chen W. F. (1994), *Constitutive Equations for Engineering Materials*, Elsevier Science B. V.
6. Lemaitre J., Chaboche J. L. (1990), *Mechanics of Solid materials*, Cambridge University Press, Cambridge.
7. Pyrz M., Zairi F. (2007), Identification of viscoplastic parameters of phenomenological constitutive equations for polymers by deterministic and evolutionary approach, *Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 15:85-103.
8. Woźnica K. (1997), *Dynamique des structures elasto-viscoplastique*, Memoire d'habilitation a diriger des recherches. Lille: Universite des Sciences et Technologies de Lille.
9. Zagubień A. (2002), *Badania laboratoryjne i identyfikacja niesprężystych właściwości materiałowych tkaniny powlekanej typu «Panama»*, Praca Doktorska, Politechnika Koszalińska.

10. **Zalewski R.** (2005), *Analiza właściwości mechanicznych struktur utworzonych z granulatów umieszczonych w przestrzeni z podciśnieniem*, Rozprawa Doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa.
11. **Zalewski R., Bajkowski J.** (2008a), Similarities and dissimilarities of MR fluids and new granular structures in special conditions, Euromech Colloquium 498, *Nonlinear Dynamics of Composite and Smart Structures, Conference proceedings*, Lublin, 91-99.
12. **Zalewski R., Bajkowski J.** (2008b), Wpływ podciśnienia na charakter zjawiska relaksacji naprężeń specjalnych struktur granulowanych w próbach jednoosiowego ściskania, *Modelowanie Inżynierskie*, 35, 147-154.
13. **Zalewski R., Bajkowski J., Tadzik P.** (2007a), Application of granular structures in special conditions for semi-active damping of vibrations, *Machine Dynamics Problems*, Vol. 31, No 3, 109-115.
14. **Zalewski R., Tadzik P., Skalski P.** (2007b), Analiza własności akustycznych specjalnych struktur granulowanych, *Materiały XXII Konferencji Naukowej „Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych”*, Zakopane.

VISCOPLASTIC CONSTITUTIVE MODELS FOR SPECIAL GRANULAR STRUCTURES

Abstract: Presented work is the next stage of considerations related to innovative semi-intelligent structures composed on the basis of granular materials.

Loose granular material is initially placed in a hermetic plasto-mers envelope, where in the next step so called “underpressure” is generated.

DIAGNOZOWANIE STANU LUZÓW W POŁĄCZENIACH PRZEGUBOWYCH PRZEDNIEGO ZAWIESZENIA SAMOCHODU

Michał ŻEBROWSKI-KOZIOL^{*}, Wojciech TARNOWSKI^{*}

* Politechnika Koszalińska, Instytut Mechatroniki, Nanotechnologii i Techniki Próżniowej, Zakład Napędów i Sterowań,
ul. Raclawicka 15-17, 75-620 Koszalin,

e-mail: michal.zebrowski@tu.koszalin.pl, wojciech.tarnowski@tu.koszalin.pl

Streszczenie: Przedstawiono układ pomiarowy do oceny luzów w przegubach przedniego zawieszenia samochodu osobowego. Zaproponowano i zrealizowano stanowisko pomiarowe z wykorzystaniem czujników akcelerometrycznych. Przeprowadzone pomiary potwierdziły przydatność tego stanowiska do zastosowań przemysłowych.

1. WSTEP

Współpracujące ze sobą części zawieszenia samochodu podlegają przyspieszonemu zużyciu na skutek działania sił tarcia. W wyniku długotrwałej współpracy jak i w wyniku zewnętrznych oddziaływań w efekcie zużycia powstaje luz, który w trakcie eksploatacji powiększa się. Pomiar stanu wyeksploatowania par kinematycznych pozwala na wcześnie wykrycie usterki i podjęcie kroków zmierzających do usunięcia usterki nim dojdzie do awarii całego układu. Jedną z metod diagnozy jest pomiar przemieszczenia wzajemnego współpracujących części par kinematycznych zawieszenia. Istnieje wiele metod pomiaru przemieszczeń. Autorzy skupili się tu na metodzie akcelerometrycznej.

Skonfigurowano i zrealizowano stanowisko pomiarowe w celu sprawdzenia przydatności metody diagnozowania.

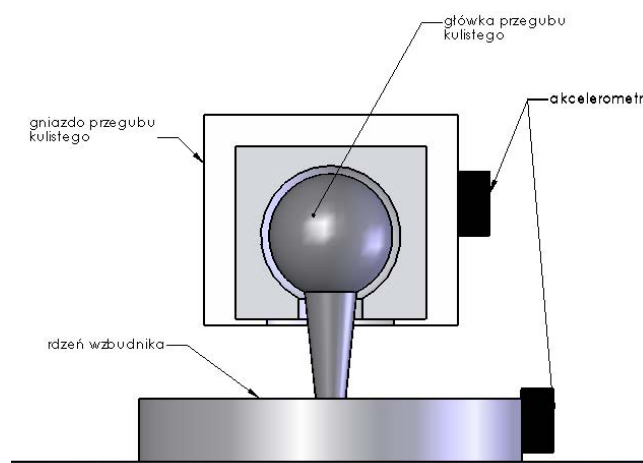
Docelowo opracowany będzie układ pomiarowy przeznaczony dla samochodowych stacji diagnostycznych. Stanowisko będzie częściowo zautomatyzowane i wyposażone w komputerowy system pomiarowy oraz elementy sztucznej inteligencji do wspomagania decyzji diagnostycznych.

2. AKCELEROMETRYCZNY POMIAR PRZEMIESZCZENIA

W przypadku akcelerometrycznego pomiaru luz między główką a gniazdem przegubu jest oceniany na podstawie różnicy ich przesunięć, po przyłożeniu pobudzenia. Przesunięcia są obliczane jako podwójne całki przyspieszeń.

Pomiar przemieszczenia względnego dwóch współpracujących części prowadzono na wyeksploatowanych przegubach kulistych. Badany element przymocowano do rdzenia wzbudnika elektromagnetycznego (rysunek 1). Do rdzenia wzbudnika (do którego przytwierdzono trzon z główką przegubu kulistego) przymocowano jeden akcelerometr, natomiast do części ruchomej (gniazda przegubu)

przymocowano drugi, w ten sposób, aby pomiar był dokonywany w jednym kierunku.



Rys. 1. Wzbudnik elektromagnetyczny z zamontowanym sworznem zwrotnicy

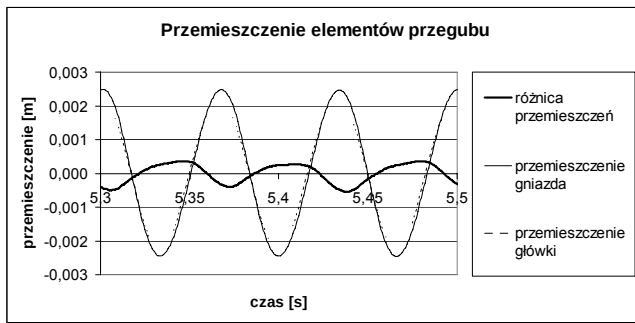
Pomiarów dokonano za pomocą komputera PC z kartą pomiarową NI PCI 6221 oraz akcelerometrów termicznych MXR7210ML firmy MEMSIC. Oprogramowanie do przetwarzania sygnału pomiarowego i jego filtracji zrealizowano w środowisku LabVIEW 8.5.1.

Dzięki zastosowaniu powyższej konfiguracji, głównie zaś efektywnej filtracji sygnałów, osiągnięto następujące parametry toru pomiarowego:

- amplituda przemieszczeń od 10 μm ;
- zakres częstotliwości drgań od 0,5 do 200 Hz;
- względna dokładność – 0,23% zakresu pomiarowego.

Zwraca uwagę dużą dokładność pomiaru, ale wykonana w wąskim paśmie częstotliwości.

Przykładowy wynik pomiaru pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Przykładowe zmierzone wyniki pomiaru luzu przegubu kulowego w kierunku pionowym dla wymuszenia harmonicznego o częstotliwości $f=15\text{Hz}$ i amplitudzie 5mm

Różnica przemieszczeń jest chwilową wartością luzu badanego połączenia. Różnica wartości chwilowej maksymalnej i minimalnej jest wielkością luzu badanego przegubu kulowego.

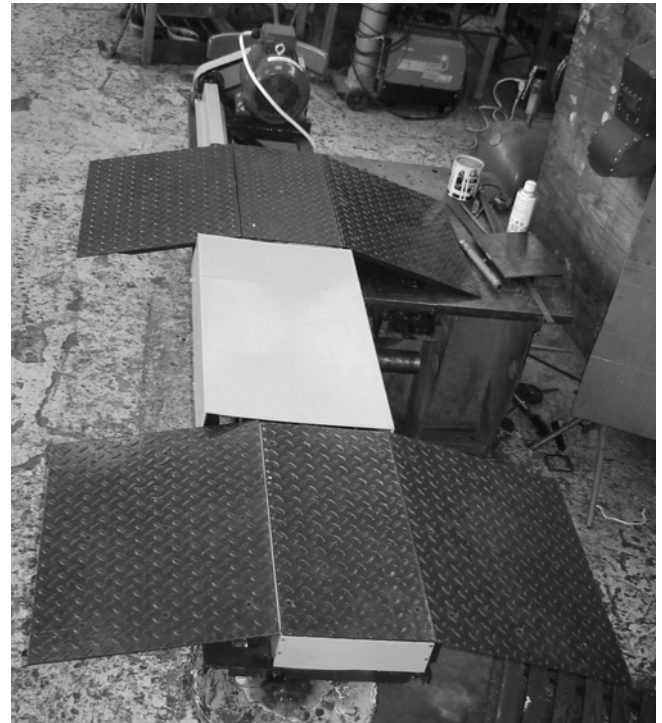
Opisany wyżej pomiar prowadzony był w kierunku pionowym. Mimo, iż luz występuje zawsze w kierunku pionowym i poziomym to jak wykazały wcześniejsze badania (Żebrowski-Kozioł, 2007), nie istnieje bezpośrednia zależność pomiędzy wartościami luzu w rzeczywistym elemencie zawieszenia. Pomiar luzu w kierunkach poziomych (w kierunku osi wzdłużnej i poprzecznej samochodu) jest utrudniony ze względu na brak osi symetrii badanego elementu oraz trudnością w zachowaniu położenia pracy podczas demontażu elementu.

W celu wyeliminowania tych wad zaprojektowano i wykonano najazdowe stanowisko do pomiarów wartości luzów w elementach zawieszeń samochodów osobowych.

3. POMIAR LUZÓW W ZAWIESZENIACH SAMOCHODÓW

Zdjęcie stanowiska pokazano na rysunku 3. Czujniki pomiarowe umieszczono na wahaczu zawieszenia i na zwrotnicy (rysunek 4). Koła samochodu pobudzono wymuszeniem harmonicznym o częstotliwości 15 Hz i amplitudzie 10 mm. W wyniku tego pobudzenia możliwy był pomiar luzu przegubu kulowego w kierunku poprzecznym do osi jazdy. Pomiar w kierunku stycznym do osi jazdy zrealizowano poprzez skrócenie kół o kąt 15° . Przykładowe wyniki pomiaru luzu lewego przegubu kulistego samochodzie Ford Mondeo o przebiegu 210 000 km pokazano na rysunku 5. Obecny właściciel pojazdu nie dokonywał żadnych napraw zawieszenia samochodu, przejeżdżając 50 000 km. Wartość luzu przegubu zwrotnicy określono poprzez różnicę przemieszczenia zwrotnicy i wahacza. Do nadwozia badanego

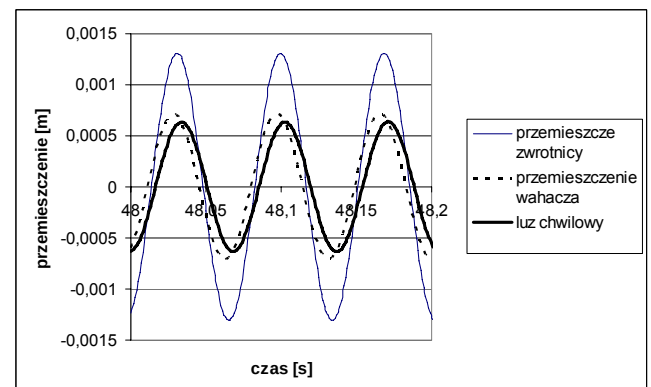
samochodu przymocowano trzeci czujnik. Pozwoliło to określić podatność elementów metalowo – gumowych (tulei łączących wahacz z zawieszeniem). Wartość luzu przegubu zwrotnicy w badanym przypadku przekracza 1 mm. Mimo iż użytkownik pojazdu (zawodowy kierowca) nie odczuwał żadnego dyskomfortu w trakcie jazdy samochodem, to luz ten był siedmiokrotnie większy od wartości luzów w samochodach nowych (0,15mm). Luz tej wielkości powoduje przekroczenie dopuszczalnych wartości zbieżności kół



Rys. 3. Zdjęcie stanowiska do badania zawieszeń samochodów



Rys. 4. Rozmieszczenie czujników w badanym zawieszeniu



Rys. 5. Przykładowe zmierzone wyniki pomiaru przegubu kulowego w kierunku poprzecznym do osi jazdy samochodu dla wymuszenia harmonicznego o częstotliwości $f=15\text{Hz}$ i amplitudzie 10mm

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Zaproponowana powyżej metoda pomiarowa może zastąpić obecną, organoleptyczną metodę oceny pomiaru luzu, lub chociażby wspomóc diagnostę w ocenie stanu zawieszenia samochodu. Bardzo ważną zaletą tej metody jest niski koszt samego czujnika (akcelerometru). Koszt zakupu 1 sztuki nie przekracza 50 zł, co jest wyraźne w porównaniu z ceną innych czujników przemieszczeń. Metoda ta posiada jednak również wiele wad. Najpoważniejszą z nich jest duże zakłócenie wywołane obecnością substancji smarujących w połączeniach. Na rysunku 1 uwidocznione jest to zniekształceniami wykresu przemieszczeń. Zmniejszenie zniekształceń można uzyskać poprzez zwiększenie masy elementu poddanego siłom bezwładności ruchu lub poprzez badanie całego zawieszenia, gdzie występujące obciążenia są wielokrotnie większe od sił wymuszających ruch i nie powodują zniekształceń. W trakcie badań przegubów stosowano obciążniki o masie od 200 do 1000g.

W wyniku tych zabiegów możliwe było zmierzenie luzu o wartości ok. 0,3mm. Podczas badań całego zawieszenia możliwy był pomiar luzu o wartości od 0,01 mm. Luz tej wielkości nie jest wykrywalne badaniami organoleptycznymi. W trakcie badań przegubów ograniczeniem w wielkości masy dodatkowej były parametry wzbudnika (maksymalna masa rdzenia). Wyszło wniosek, iż zwiększenie masy badanych elementów poprawi wykrywalność małych luzów. Osiągnięto to poprzez badanie całego zespołu (zawieszenia). Kolejną istotną wadą jest konieczność stosowania wymuszenia harmonicznego w okresie, co najmniej kilkunastu sekund. Jest to związane z tzw. kondycjonowaniem sygnału z czujników. Oprogramowanie musi zebrać wystarczająco dużo informacji o sygnale, aby właściwie odfiltrować zakłócenia. Jest to konieczne ze względu na oczekiwaną wysoką dokładność pomiaru. Mimo przedstawionych wad metody, badania autorów będą kontynuowane. Następnym etapem będą próby wyizolowania luzów w poszczególnych elementach układu przy zastosowaniu minimalnej ilości, łatwych w montażu czujników pomiarowych.

Przedstawiony sposób pomiaru luzów może być konkurencyjny dla innych metod pomiaru przemieszczeń. Obecnie nie wykonuje się pomiaru luzów w zawieszeniach samochodów. Bardzo poważną zaletą tej metody jest brak konieczności stosowania czujników dotykowych lub zbliżeniowych. Nie potrzeba również stosowania żadnego punktu odniesienia w pomiarze przemieszczenia, gdyż akcelerometr dokonuje pomiaru podczas każdego ruchu. Konkurencyjną do metody akcelerometrycznej pomiaru przemieszczeń jest metoda laserowa, jednak koszt jednego czujnika przydatnego do tego typu pomiarów leży powyżej kilku tysięcy Euro.

W zastosowaniach przemysłowych pomiarów akcelerometrycznych istnieje dodatkowo możliwość obniżenia kosztów poprzez zastosowanie czujników cyfrowych i oprogramowanych sterowników. Zatem metoda ta może być w przyszłości zastosowana także w pomiarach przemysłowych.

LITERATURA

1. Lee D. S. (2007), Thermal accelerometer based predictive drop sensor, *Sensors and Actuators*, A 135, 889–894.
2. Mohd-Yasin F., Nagel D. J., Ong D. S., Korman C. E., Chuah H. T. (2007), Low frequency noise measurement and analysis of capacitive micro— accelerometers, *Microelectronic Engineering*, 84, pp. 1788–1791
3. Reimpel J., Betzler J. (2004), *Podwozia samochodów. Podstawy konstrukcji*, WKiŁ Warszawa.
4. Żebrowski-Kozioł M. (2007), Eksperymentalne badanie luzu sworzni zwrotnic w aspekcie własności trakcyjnych samochodu, Wydawnictwo Politechniki Koszalińskiej, *X Słupskie Forum Motoryzacji*, pp. 555–560

TROUBLESHOOTING OF THE PLAYS IN BALL-JOINTS OF THE FRONT SUSPENSION OF VEHICLES

Abstract: A measurement system for identification of plays in ball-joints is presented. It was designed and realized on accelerometer sensors. Overall errors are less than 0,3%. Testing experiments have proved its applicability for car diagnostic stations.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w roku 2009 jako projekt badawczy N N509 288635 pt. Akcelerometryczna metoda badania luzu sworzni zwrotnic w aspekcie właściwości trakcyjnych samochodu.